

渗流场求解的改进排水子结构法

朱岳明 张燎军

(河海大学水电系, 南京, 210098)

文 摘 针对排水孔孔径小、数目多及渗流自由面位置未知的特点, 把能准确模拟排水孔实际渗流行为的改进排水子结构技术与固定网格求解有自由面渗流问题的结点虚流量法相结合, 解决了排水孔穿过自由面时渗流场的求解问题。作为推广应用, 列举了几种典型的排水子结构模式, 给出了两个应用算例。

关键词 排水(孔)幕, 渗流自由面, 结点虚流量法, 排水子结构。

1 前 言

排水孔和排水幕等排水设施常是大坝、边坡及地下洞室结构等工程中用于对渗流场进行排水降压的渗控措施, 尤其当工程的渗控设计主要以排水为主时更是如此, 它们对渗流场水头分布的影响极大。排水孔的孔径很小, 约 10cm, 孔距也很小, 约 3~5m, 但其长度会达十多米甚至几十米, 且往往数目众多, 常按一定规律布置成一道或多道、一层或多层排水幕。在渗流场的有限单元法分析中, 若按常规方法, 在排水孔局部区用加密网格的手法模拟排水孔的渗流行为, 则计算网格势必会十分复杂, 网格中单元及结点数会过分地多, 计算效率低, 解题精度下降, 甚至会出现计算机容量不够, 无法解题的现象。因此, 多年来在渗流有限单元法中, 许多学者都一直在努力探索着能对排水孔进行严密处理的新算法, 且也曾提出过多种有用的算法, 但始终未能提出过一种理论上能严密地反映排水孔尺寸大小及三维排水降压效应的圆满算法。

文献[1]于 1992 年首先提出了排水子结构算法, 能在计算工作量不增加很多的条件下, 模拟不穿过自由面时排水孔的实际渗流行为, 能反映出排水孔的三维及尺寸效应。但文献[1]对排水子结构的定义等在理论上还很不完善, 是一个值得进一步研究的算法。文献[2]也曾在这方面进行了尝试。据此, 本文经理论和算法上的再深入研究, 提出改进排水子结构法, 主要的创新点有: 一是对排水子结构进行重新定义, 要求子结构在高度方向上至少有二层常规单元; 二是对排水孔周围加密了的网格结点全部纳入子结构的内部, 子结构内部的网格从里向外由密到疏进行模式化过渡, 解决了排水孔周围网格中单元界面之间水头的非协调性问题; 三是联合并用结点虚流量法及排水子结构技术, 一方面把排水子结构纳入结点虚流量法中, 使后者能适用于求解含有从多排水孔时的复杂渗流场; 另一方面把结点虚流量法中的渗流虚域与实域及虚单元与实单元的概念引入排水子结构, 按结点虚流量法原理严密地计算排水子结构穿过或不穿过渗流自由面时排水子结构的出口传导矩阵和右端项。经上述三点的改进, 在理论上和算法上都严密地解决了排水孔穿过或不穿过自由面时渗流场的求解问题。计算表明, 改进

排水子结构法能适用于求解大型复杂的工程渗流问题。

2 结点虚流量法

关于固定网格求解有自由面渗流问题的结点虚流量法, 作者已在文献[2~4]中逐步地进行了完整的论述, 这里不再详述, 仅交待其基本原理。

结点虚流量法的基本思想是将有限单元法的计算域划分为位于渗流自由面以上的渗流虚域及自由面以下的实域, 相应地虚域和实域中的单元被命名为虚单元及实单元; 在求解有限元支配方程的迭代过程中据各个中间近似解来逐步确定自由面的位置及虚域和实域的大小, 以及虚单元和实单元, 逐步消除虚单元的影响或干脆使虚单元不参加有限元支配方程的组装工作。式(1)为结点虚流量法的基本迭代格式。

$$[K]\{H\} = \{Q\} - \{Q_2\} + \{\Delta Q\} \quad (1)$$

其中 $[K]$, $\{H\}$ 和 $\{Q\}$ 为计算域的总传导矩阵、未知结点水头列阵和结点等效流量列阵; $\{Q_2\}$ 为已知结点水头对虚域中未知水头结点的等效流量列阵; $\{\Delta Q\}$ 为虚单元所作的结点虚流量列阵, 位于式(1)的右边, 其物理及代数意义是抵消式(1)左边项中相应的结点虚流量对解的影响。在式(1)中, $\{Q_2\}$ 和 $\{\Delta Q\}$ 与水头列阵 $\{H\}$ 均有关, 但一般地 $\{Q_2\}$ 很小, 有时可忽略不计, 在迭代过程中主要是修正结点虚流量项 $\{\Delta Q\}$ 。

3 排水孔的渗流行为

排水孔在渗流场中直接将地下水导排至渗流域外, 对水头分布的影响极大, 往往能对工程的渗流特性及渗控设计起到关键性的控制性作用。许多工程尤其是高砦坝及地下厂房等工程的渗控方案大部分是以排水为主的原则进行设计的。排水孔的内边界在渗流场中是可能排水面, 即为可能逸出面。据此, 排水孔的渗流行为在算法上可分为二种情况来分析, 一是排水孔穿过自由面, 另一种是排水孔不与自由面相交。当穿过自由面时, 排水孔内边界面上的三种可能渗流行为图1所示。

(1) 在渗流自由面以上的孔段 ab 或 $a'b'$ 位于渗流虚域内, 实为不排水边界面

$$\left[\frac{\partial H}{\partial x} \quad \frac{\partial H}{\partial y} \quad \frac{\partial H}{\partial z} \right] [k] \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}^T = 0 \quad (2)$$

且在结点虚流量求解中有

$$H < z \quad (3)$$

式中 $[k]$ 为渗透材料的 Darcy 渗透张量; n_x , n_y 和 n_z 为内边界面外法线方向余弦。

(2) bc 或 $b'c'$ 段为渗流逸出面

$$\left[\frac{\partial H}{\partial x} \quad \frac{\partial H}{\partial y} \quad \frac{\partial H}{\partial z} \right] [k] \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z \end{bmatrix}^T \leq 0 \quad (4)$$

和

$$H = z \quad (5)$$

(3) 位于排水孔内水位 z_0 以下的 cd 和 $c'd'$ 段为已知水头面

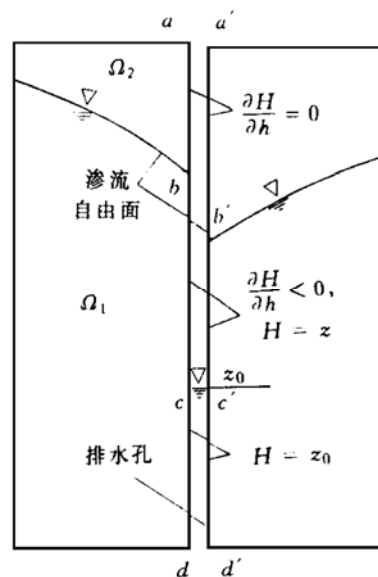


图1 排水孔的渗流行为

$$H = z_0 \quad (6)$$

当排水孔不与自由面相交时, 排水孔可能位于自由面上方, 此时无排水降压的作用; 或下方, 此时排水孔的渗流行为可由式(5)或式(6)或由式(5)和式(6)分段来表示。

4 改进排水子结构法

(1) 排水子结构及其出口传导矩阵和右端项

图2为六面体8结点等参元计算中的一个排水子结构, 内有一个排水孔。对该子结构进行内部单元的划分, 在高度方向上共划分成 $m-1$ 层单元 ($m \geq 3$), 且与子结构邻域单元的划分相匹配, 满足子结构与邻域单元间的水头协调性要求; 在平面方向上划分成3层。子结构内共有 $12(m-1)$ 个单元。子结构与外部单元的连接作用是靠子结构的出口结点 $n'_1, n'_2, n'_3, n'_4, \dots, n_1^i, n_2^i, n_3^i, n_4^i, \dots, n_1^m, n_2^m, n_3^m, n_4^m$, 以及位于子结构顶面和底面上的 2×12 个出口结点 (共有 $4m+24$ 个出口结点)。设子结构内部结点未知水头和右端项为 h_1 和 q_1 , 出口结点未知水头和右端项为 h_2 和 q_2 (含邻域单元的结点流量贡献), 则有

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$h_1 = k_{11}^{-1}(q_1 - k_{12}h_2) \quad (8)$$

$$k'_{22}h_2 = q'_2 \quad (9)$$

$$\text{其中} \quad k'_{22} = k_{22} - k_{21}k_{11}^{-1}k_{12} \quad (10)$$

$$q'_2 = q_2 - k_{21}k_{11}^{-1}q_1 \quad (11)$$

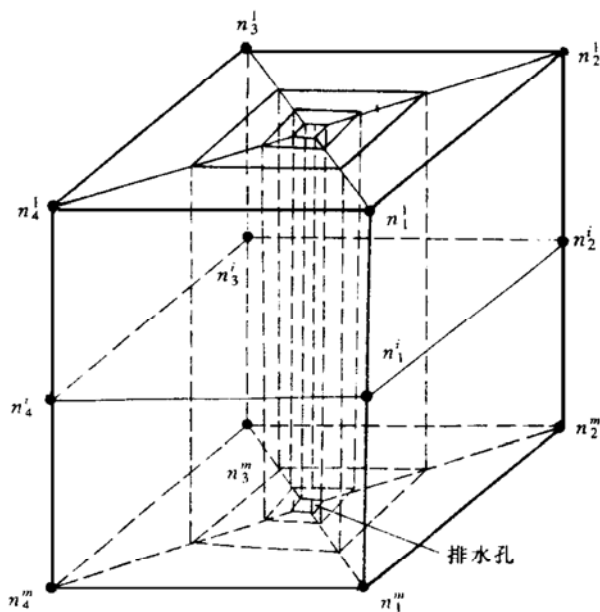


图2 有一个排水孔的排水子结构

k_{11}, k_{12}, k_{21} 和 k_{22} 为按子结构内结点及出口结点而对子结构传导矩阵进行分块划分的子矩阵; k'_{22} 和 q'_2 为子结构凝聚后的出口传导矩阵及出口右端项。

(2) 改进排水子结构法中出口传导矩阵和右端项的修正

当排水子结构不与渗流自由面相交且位于自由面以下的渗流实域中时, 子结构内部全是实单元, 则视排水孔的实际渗流情况, 由式(5)和式(6)按式(7)和式(9)进行静凝聚, 直接可得子结构的出口传导矩阵和右端项; 当子结构全位于自由面以上的渗流虚域时, 子结构内全是虚单元, 为虚排水子结构, 此时按结点虚流量法原理, 虚子结构不参加式(1)的组装或在程序中令出口传导矩阵和右端项中的有关元素为零或小值。当排水孔穿过自由面时(为工程中的一般情况), 子结构部分位于渗流实域内, 部分位于虚域内, 由实单元、虚单元及虚实过渡单元所组成, 且子结构内自由面的具体位置事先是不知道的。此时, 子结构的出口传导矩阵和右端项须按结点虚流量法原理进行修正, 消除子结构虚域中虚单元和过渡单元的虚传导矩阵贡献 $\Delta k'_{22}$ 和虚等效结点流量贡献 $\Delta q'_2$, 得修正后的子结构出口传导矩阵 k''_{22} 和右端项 q''_2 分别为

$$k''_{22} = k'_{22} - \Delta k'_{22} = k_{22} - k_{21}k_{11}^{-1}k_{12} - \Delta k'_{22}, \quad (12)$$

$$q''_2 = q'_2 - \Delta q'_2 = q_2 - k_{21}k_{11}^{-1}q_1 - \Delta q'_2 \quad (13)$$

(3) 排水孔穿过自由面时渗流场的改进排水子结构法求解

在渗流场的结点虚流量法求解中, 可先计算出各单元的传导矩阵, 然后按式(1)要求进行组装。当计算域中有排水子结构时, 视子结构为一超单元, 先计算出各个子结构超单元的出口传导矩阵和右端项, 后同理有机地组装到式(1)中去, 进而进行求解。求解时的迭代格式完全按结点虚流量法要求进行, 特点是须在每个迭代步中要按上述改进排水子结构法对穿过自由面的排水子结构的出口传导矩阵 k'_{22} 和右端项 q'_2 进行修正(这种修正工作在程序中与修正式(1)中的结点虚流量列阵 $\{\Delta Q\}$ 是同时进行的), 重新组装式(1)或一并纳入结点虚流量列阵 $\{\Delta Q\}$ 项中。一般地, 在式(1)的迭代过程中, 一开始时可先假定各子结构全部位于渗流自由面以下, 在得到每个中间解后, 如同对单元进行判别的那样, 对各个排水子结构按子结构出口结点水头的大小来进行识别, 子结构是否全位于渗流虚域或实域或穿过自由面。若子结构不与自由面相交, 在下一步的迭代中子结构的出口传导矩阵和右端项不变或不参加式(1)的组装; 若子结构穿过自由面, 得先按式(8)计算出子结构内部结点的水头值 h_1 , 然后再按式(12)和(13)重新算出该子结构的出口传导矩阵和右端项。

在式(1)的迭代过程中, 若渗流场中所有可能逸出面上的结点在按式(4)进行渗流量判别时, 状态都不变, 则在式(1)的前后二个迭代步中, 式中的未知结点数相同, 此时只需修正式(1)的右端项, 总传导矩阵 $[K]$ 不变, 可用常刚度法进行迭代, 减小计算工作量及机时。

5 几种常用的排水子结构

在渗流场的有限单元法求解中, 相邻单元间的水头分布须相同, 在单元网格的剖分时须遵循这一水头协调性原则, 在排水子结构的定义时也必须服从这一原则, 子结构内部单元间以及子结构与邻域单元间都须满足此协调性原则。在满足这一协调性要求的前提下, 排水子结构的定义可以是多种多样的, 相当灵活, 以能更好地适应工程渗流问题中的具体情况。

在水利及岩土工程中, 排水孔的孔距往往都很小, 通常只有 3~5m, 且有时相邻二排水孔幕的间距也较小, 在一个排水子结构中常会有一个以上的排水孔, 有时会达 5~6 个, 甚至不止一排排水孔而是二排, 否则会仍因计算域中单元和结点数过多而无法进行求解。此时, 程序中光设有图 1 型式的排水子结构是远远不够的。针对这一问题, 在图 3(a)~(e)中分别给出了在空间 8 结点等参元网格中所采用的当一个子结构含有一排 2~6 个排水孔时内部

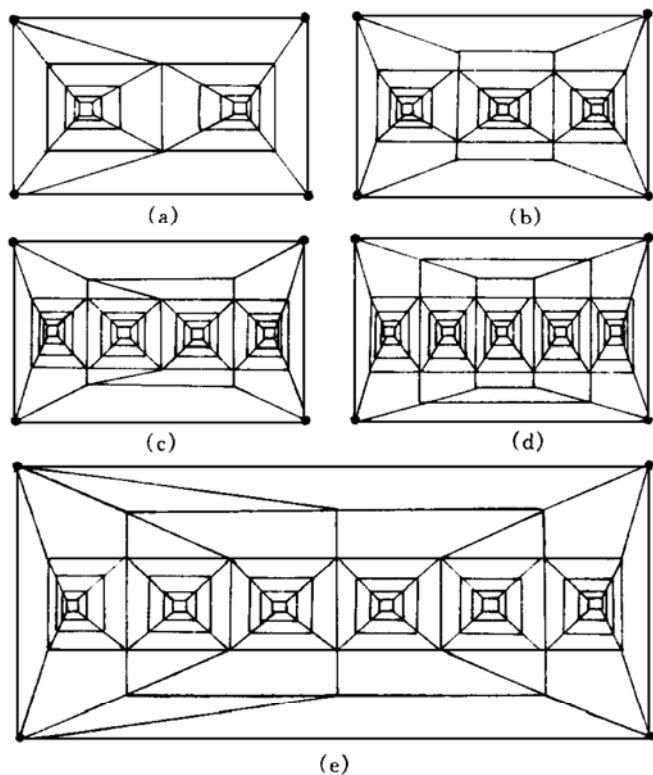


图 3 常用排水子结构(一)

单元的划分型式(图中只给出了沿子结构高度方向相邻二层单元间剖面上的网格型式,其中黑圆点为子结构的出口结点(下同)。在几何上各子结构的单元剖分型式完全可在程序中据各子结构的出口结点坐标、排水孔个数以及排水孔孔径的大小等信息事先进行模块化,建立子结构库备于随时选用。在图3中,当子结构含有2、4和6个排水孔时,应单元间的水头协调性要求,子结构内部含有少数三棱体6结点单元。

图4(a)为我们在考虑渗流场的水力对称性时(如在砼重力坝渗流场的分析中那样^[5],所采用的仅有半个排水孔的排水子结构。图4(b)为了在8结点单元网格中更好地模拟排水孔的几何形状而所采用的加密了内部单元的排水子结构。图4(c)为在双排排水孔幕中含有6个排水孔的排水子结构。图4(d)则为空间20结点等参元网格中的一个简单排水子结构。

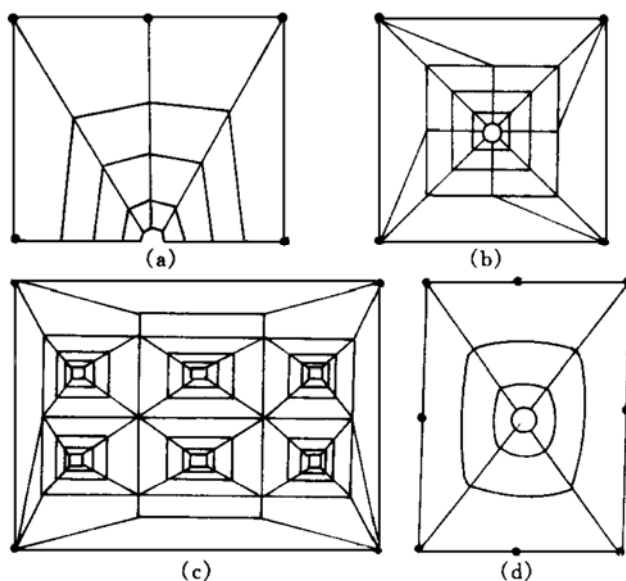


图4 常用排水子结构(二)

6 算例分析

6.1 砼重力坝的渗流场求解

设某重力坝坝高100m,底宽70m,顶宽10m,在坝体中距上游面3.5m处设有孔径为15cm、孔距为4m的垂直排水孔排水幕,排水孔与坝中底部基础廊道连通,将坝体中的渗透水导向廊道,以排出坝体外。坝基有宽4m,深60m的防渗帷幕,帷幕后有深30m的排水孔幕,孔径也为15cm。图5为该坝渗流场求解的计算域及单元网格的剖分型式,取坝基深及坝上下游建基面外计算域宽均为坝基宽度70m的三倍。坝上下游水位分别为95m和25m,坝体砼的渗透系数取为 1×10^{-9} cm/s,防渗帷幕的为 1×10^{-6} cm/s,地基的为 1×10^{-5} cm/s。因排水孔沿坝轴向按每隔4m为一孔的方式排列且排水孔尺寸相同,材料沿坝轴向的渗透系数不变,利用渗流场的水力对称性,计算域在坝轴向(Y轴向)的厚度仅为2.0m,其中 $Y=0.0$ m和 2.0 m分别为过排水孔中面及两排水孔之间的中面,都为不透水面。计算域只含有半个排水孔,计算中就可图4(a)所示型式的排水子结构来模拟排水孔的渗控行为。同理,坝基排水幕的渗流行为也用图4(a)的排水子结构来模拟。因坝基排水孔全位于渗流自由面以下,在渗流场的迭代求解前可先直接按子结构静凝聚理论式(12)和式(13),用一个子结构就可把子结构内部结点凝聚掉,且此时因排水子结构中无虚单元,式中的 $\Delta k'_{22}$ 和 $\Delta q'_2$ 均为零。在坝体中排水孔穿过自由面且不知道排水孔在何处与自由面相交,为了在迭代过程中减小排水子结构的计算工作量,坝体排水孔分别在高程25m和60m处为上下二排水子结构的顶面与底面之间的交界面(交界面上的结点也为子结构出口点)将整个排水孔分成三个排水子结构。若在渗流场的迭代求解中当某个排水孔在前后二迭代步中均不穿过自由面,则该排水孔的传导矩阵不变,无需重

新凝聚, 只有当排水孔在前后二个迭代步中有穿过自由面的现象时, 排水子结构的传导矩阵和右端项须按式(12)和式(13)重新形成及按结点虚流量法原理进行组装。

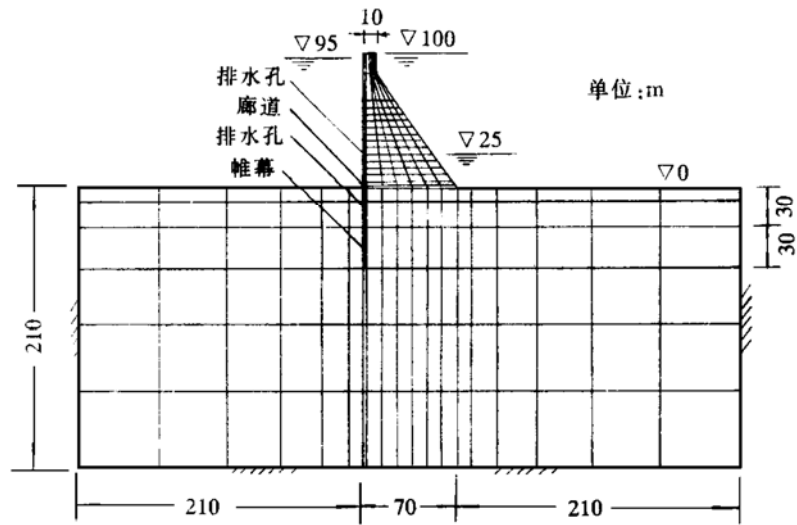


图 5 砼重力坝渗流场求解时的计算域及单元网格剖分(m)

图 6(a), (6b) 和 6(c) 分别为剖面 $Y = 0.0\text{m}$ 和 2.0m 上渗流场中等水头线在坝体及坝基中的

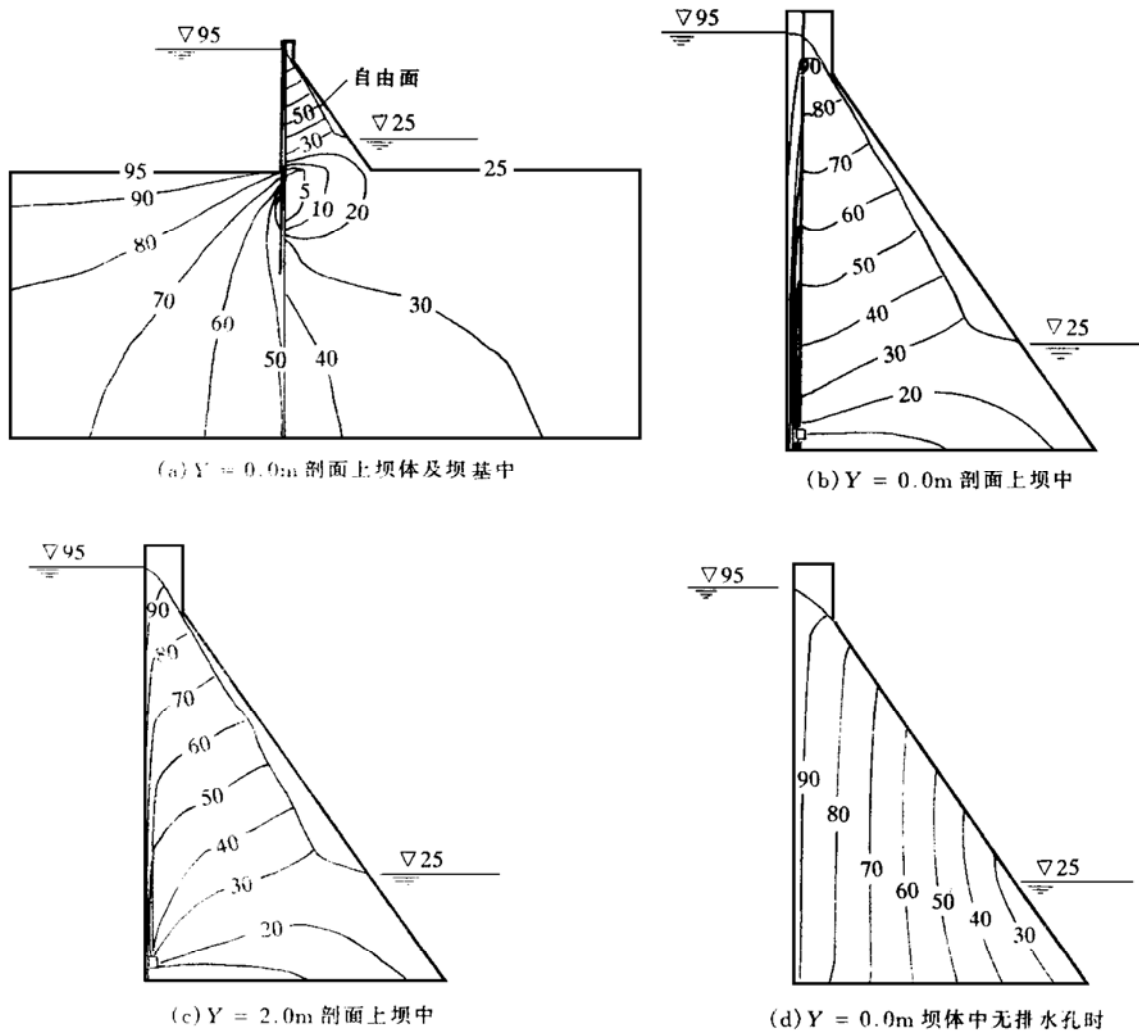


图 6 等水头线分布(m)

分布情况(基础廊道的内边界面设为不透水面)。为了便于分析对比,图 6(d) 为坝体中无排水孔时渗流场的水头分布。如图所示,排水孔对坝体渗流场水头分布的影响极大,起到控制性作用,大大改变了坝中渗流场的工程特性。主要有,一是将坝下游面上的渗流逸出点/线的位置约从高程 85m 处骤降到下游水位附近处,约下降了 60m,加强了坝下游面的耐久性和美观性。二是因自由面的下降及大部分渗透水在坝上游区就直接被排水孔所截止并导出坝体外,排水孔的设置大大地降低了整个坝体中扬压力的大小,有效地改善了大坝的稳定性。当无排水孔时水平截面上的扬压力呈直线分布,坝上游面处的压力强度为库区满水头,在下游面上为零或下游水头图 6(d); 当有排水孔时水平截面上的扬压力呈曲线分布,各水平截面上排水孔处的最大扬压力强度约仅为 20~30m 水头(图 6(b), 6(c))。三是因排水孔使得坝体中的渗流水头主要集中消耗在排水孔上游区,导致坝体中实际由库水所引起的受力状态与以往作力学分析时所常用的在坝上游面集中加水压力的情况基本吻合,提高了坝体强度及稳定分析的精度。四是因排水孔有如此强大的渗控效果,若进一步加强坝体、坝基尤其是坝建基面区的渗控能力,也许宽缝重力坝与实体重力坝相比,在工程渗控特性上不再具有很明显的优势。

6.2 水电站地下厂房区复杂渗流场的求解

云南大朝山水电站地下厂房区的渗流场颇为复杂,除厂区玄武质裂隙岩体的渗流特性呈强非均质各向异性外,厂区尚有主厂房、主变室、尾调室、六台发电机组的引水管道、尾水隧洞、呈三层纵横向分布的 15 条排水廊道及廊道中有孔距为 3~6m 的 1050 余个排水孔等洞室及排水设施,因此,厂区洞室群围岩中的渗流场甚为复杂。在求解这种复杂的三维整体渗流场时,我们一方面借助于结点虚流量法原理在几何上仿拟各洞室及排水廊道等的形态,其内边界面为可能逸出面;另一方面借助于图 3(d) 中内有 5 个排水孔的排水子结构(共 210 个分七大类)精细地模拟各廊道中的 1050 个排水孔的渗流行为,排水孔内边界面也为可能渗出面,其中逸出线(逸出点)的具体位置也是在结点虚流量法的渗流场迭代求解过程中自动识别确定的。在计算网格中,当计排水子结构内结点和单元时共有 47320 个结点及 28903 个单元,当不计及子结构内结点和单元时共有 10968 个结点和 8855 个单元。我们用本文所介绍的方法成功地对这一地下水电站厂房区的现拟渗控设计方案详细地进行了分析评价,提出了有关在渗控上尚不力的位置和区域及其改进建议,取得了较好的工程效益。据设计单位评估,本算法在该工程中就直接取得了 200 余万元的工程节资。有关这一工作的详细计算及分析情况见文献[4, 6]。

7 结 语

(1) 迄今为止,在渗流场的有限单元法分析中,排水子结构技术是模拟排水孔(排水孔幕)和排水孔群的渗流行为的最有效方法,在算法理论上严密、可靠。

(2) 若在排水子结构中引入结点虚流量法中的渗流虚域与实域、虚单元与实单元,以及在结点虚流量法中也引入了排水子结构,则形成了改进排水子结构法,从而在算法上圆满地解决了排水孔穿过或不穿过自由面时渗流场正确求解的问题,彻底解决了渗流场求解中的“排水孔问题。”

(3) 排水子结构看似复杂,实在程序中也易实现,且可典型化、模块化,建立相应的子结构库。子结构内带宽相对很小,凝聚工作量不大,且在划分计算域的单元网格时还可充分利用各

子结构之间的相同性和相似性,充分利用子结构库的作用,减小形成各子结构出口传导矩阵和右端项的工作量。

(4)排水子结构的内部单元的剖分方式是相当灵活的,只要满足子结构内部单元间的水头协调性和子结构与邻域单元间的水头协调性即可。也可在各子结构之间引入多重子结构技术,进一步凝聚掉各子结构之间界面上的结点。

(5)算例计算表明,本文所介绍的方法很成功,排水孔排水降压的渗控作用的确很大。当透水介质体的透水性不大时,这一结论具有普遍性意义,尤其在碾压砼坝和贮灰库中,因材料的水平向透水能力(远)大于垂直向的透水能力,排水孔的渗控作用更为突出。

参 考 文 献

- 1 王 镭,刘 中,张有天.有排水孔幕的渗流场分析.水利学报,1992(4).
- 2 Zhu Yueming et al. Some Adaptive Techniques for Solution of Free Surface Seepage Flow Through Arch Dam Abutments. In: Proc of the Int Symp on Arch Dams. Nanjing, 1992.
- 3 速宝玉,朱岳明.不变网格确定渗流自由面的结点虚流量法.河海大学学报,1991,19(5).
- 4 朱岳明,陈振雷等.用改进排水子结构法求解地下厂房洞室群区的复杂渗流场.水利学报,1996(9).
- 5 朱岳明,张燎军等.龙滩碾压砼重力坝坝基及坝体渗流与排水对大坝安全性影响的研究(“八·五”国家攻关子题).河海大学水电系研究报告,1995.
- 6 朱岳明,陈振雷等.大朝山水电站地下厂房区渗流场的分析.河海大学岩土工程渗流与稳定控制研究室研究报告,1994.

Solution to Seepage Field Problem with the Technique of Improved Drainage Substructure

Zhu Yueming Zhang Liaojun

(Hohai University, Nanjing, 210098)

Abstract The installation of drainage relief holes is one of the important practical measures for seepage and stability control in geotechnic engineering. But due to the numerous holes, their small diameters, and the unknown location of the free surface, the correct solution and analysis of a seepage field including drainage holes intersecting the free surface have still been a complicated problem. On the basis of the previous research work, the technique of drainage substructure is introduced into the numerical procedure of nodal point virtual flow rate to solve the above-mentioned problem of free surface seepage flow with an unvariant finite element mesh. Meanwhile, many typical drainage substructures are also presented instructively. Finally, two examples analysed with the technique are illustratively given.

Key words drainage hole curtain, free surface of seepage, procedure of nodal point virtual flow rate, drainage substructure.