

分形几何及其在岩土力学中的应用*

谢和平

(中国矿业大学数力系, 徐州)

提 要

本文介绍了分形几何的基本概念, 并建议将其在实际问题中的分析和应用归结为三种方法。然后就分形几何在岩土材料孔隙的几何图形, 岩石的破碎、损伤和断裂, 以及岩石节理面的粗糙度等问题中的应用进行了详细的讨论, 以说明分形几何为岩土材料的复杂力学问题的研究提供了一种崭新的有力工具。

一、前 言

岩土力学是固体力学中的一个重要分支。岩土材料的力学行为具有不确定性、不规则性、模糊性, 而岩土力学工作者包括物理学家在内长期以来善于理想化模型的研究, 这些经典的数学和力学理论模型在岩土这类不规则性、随机性系统面前显得束手无策。因此, 岩土力学的理论研究急需新的思想, 新的方法和新的技术。这正如美国机械工程师协会在《固体力学研究趋势和良机》中所指出的“由于岩土和土的复杂性, 需要发展一些全新的思想和方法, ……”^[1]。

近年来, 耗散结构理论、协同论、突变论、混沌理论、渗流理论, 分形几何等这些与非线性复杂现象有关的新理论、新观点、新方法已不同程度地渗入到岩土力学研究领域。特别值得注意的是, 分形几何(fractal geometry)^[2]自1983年形成以来, 在岩土力学领域中诸如矿物学、地质构造、岩石断裂、岩石破碎、岩石和土粒子的表面和孔隙率、地下水渗透、节理粗糙度以及石油勘探和地震预测等等, 过去我们认为难以解释或难以解决的问题, 现在均有分形研究的新成果^[3]。分形几何可能是应用于岩土力学研究, 解决实际问题 and 开创新局面的一个突破口。正如Wong Pozen所说^[4]: 经过亿万年构造的沉积岩的复杂性正在由分形、渗流等现代的随机系统概念在揭示。分形可能为岩土力学研究开创一个新的生长点……。**

本文旨在介绍分形几何及其在岩土力学领域的应用成果, 以引起岩土力学同行们对这门新学科的关注和兴趣。

二、分形几何概述

分形(fractal)一词来源于拉丁文“fractus”, 与英文中的fractation及fragment具有相同的词根, Mandelbrot将其解释为不规则(irregular)的或支离破碎的意思。分形几何学是以极

* 国家青年自然科学基金资助项目18902016号。

** 东北工学院徐小荷教授与笔者的私人通信。

到稿日期: 1990-03-05。

不规则的几何图形为研究对象的一门几何学。在自然界中,有规则的现象是特殊的、近似的。而不规则的现象则是更为普遍的,因此分形几何的用途十分广泛。正如Mandelbrot所说^[2]:云不是球,山不是锥,海岸线不是圆圈,树皮不是平滑的,雷电不是沿直线传播的,在实际世界中,我们需要分形。

分形几何学的主要概念是分数维数(fractional dimension),分数维数最早由Hausdorff(1919)提出,将分数维数推广形成分形几何学应归功于Mandelbrot。他早年毕业于著名的巴黎理工学院获理学硕士学位,尔后获巴黎大学数学博士学位。1973年他在法兰西学院(College de France)讲课期间提出分形几何学的思想。他认为分数维数的概念是一个可用于许多物理现象的有力工具,而分形几何学则能用来处理那些极不规则的形状。

分形几何学主要是研究一些自相似性(self-similar)不规则曲线,具有自平演性(self-inverse)的不规则图形^[5],具有自平方性(self-squaring)的分形变换和自仿射(self-affine)分形集^[6]等等^[7,8]。而分形几何的主体内容是自相似分形,简称线性分形^[9]。目前物理学家似乎把自相似与分形等同起来。所谓自相似性分形就是认为维数变化可以是连续的,处理的对象具有非规则性和自相似性、自相似性简单地说就是局部是整体成比例缩小的性质,也称尺规不变性,即当我们用放大倍数不同的放大镜去观察研究对象时,所看到的“图案”都是一样的(在统计意义上),而与放大倍数(尺度)无关。比如说,弯弯曲曲的海岸的局部都是整体成比例地缩小(在统计意义上),地质构造图上的断层是弯曲不规则的,其局部放大也是与整体相似的,这就是自相似分形。它们的维数可以是整数也可以是分数,如Mandelbrot测得英国海岸线分形维 $D=1.2$ 左右, Feder^[10]测得挪威海岸线分形维 $D=1.52$ 。再如布朗粒子的轨迹是由各种尺寸的折线组成,只要有足够高的分辨率,就可以发现原以为是直线段的部分,其实也是由大量更小尺度的折线连成。它是分形曲线,其分形维 $D=2.0$ 。

在分形几何中维数可以不再是整数,这在经典几何中似乎是不可思议的。其实,数学上有许多著名的奇异的图形就是分形,比如Cantor集合, Koch雪花, Sierpinski“地毯”和“海绵”等等^[2,4,11],它们各自的分形维恰好刻划了其几何形状的复杂程度。这里以Koch雪花为例,来说明分形曲线的构造及其基本特性。取一个正三角形作为源多边形(图1(a)),取一条折线段作为生成元(图1(b))。构造规则是:由图1(a)开始,凡是源多边形的直线段均按生成元的形状变形一次就形成一个类似雪花的多刺状图形(图1(c)),再将这个图形中的每一条直线段按生成元的形状变形一次,遂成图1(d)。如此无限地构造下去,最终图形的边界曲线的长度趋于无穷大,但曲线所围面积却是有限的,即为原正三角形面积的 $8/5$ 。这种曲线的极限情形是处处连续但处处不可导,这就是所谓著名的Koch雪花曲线(1904)。如果将生成元向原图形的内部方向去构造,即得到反雪花曲线,其长度也趋于无穷大,但曲线所围面积是原正三角形面积的 $2/5$ 。我们可以看到在雪花曲线的每一折线上(图1的极限曲线),局部是整个折线的缩小、具有严格的自相似性,因而是分形曲线。对于其维数计算,我们可以给出如下定义^[9,12]:设一分形曲线的生成元是一条由 N 条等长的直线段接成的折线段,若生成元两端的距离与这些直线段的长度之比为 $1/r$ (r 为相似比),则该分形曲线的维数为

$$D = \lg N / \lg(1/r) \quad (1)$$

由式(1)求得 koch 雪花曲线的分形维数为 $D = \lg 4 / \lg 3 = 1.2618$, 反雪花曲线 $D = \lg 2 / \lg \sqrt{2} = 2.0$, 均大于这些曲线的拓扑维数 D_T ($D_T = 1$)。式(1)的另一形式为

$$N = \left(\frac{1}{r}\right)^D \quad (2)$$

另一个通用的计算分形维的方法是覆盖法、用半径为 R 的 d 维(欧氏维)“超球”(超球

就是广义“球”的意思, $d=1, 2, 3$ 的超球分别为线段、圆、球)去覆盖 d 维空间中的某一图形, 如果所需要的超球的最小个数 N 随 R 的改变存在以下关系

$$N \propto R^{-D} \quad (3)$$

则指数 D 正好是该图形的分形维。

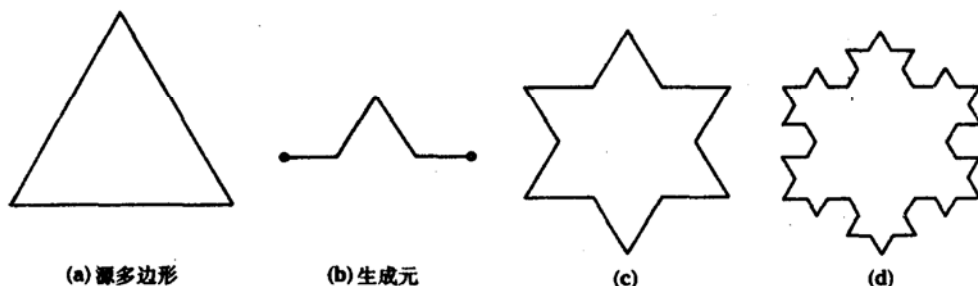


图1 Koch雪花曲线构造过程

值得注意的是, 数学上的分形具有严格自相似性。而自然界中的分形只能在统计意义下具有自相似性, 并且是有层次的, 即仅只在一定范围内(某种特征尺度内)具有自相似性, 超出这个范围就可能不是分形。比如对海岸线而言, 其特征尺度既不能比两个端点的距离大, 也不能比分子的尺度小; 云的分形, 也只能在 $10^0 \sim 10^6 \text{km}^2$ 的尺度内才有意义。

在如何应用分形几何来解决我们的实际问题方面, 笔者根据自己和国内外同行的研究, 归纳为如下三个基本方法,

(一) 分形模型法

我们知道, 任何结构(或系统)的不规则性复杂现象的出现, 是由它所处的物理、力学等环境条件及其微结构等因素所导致的, 而从数学上考察, 这仅仅是一种几何, 可由分形维这个几何量来刻画, 因此分形维实际上反映了问题的物理实质或某一种规律。基于这种思想, 我们从实际问题出发, 根据其分形特点, 简化抽象为某一类数学分形模型, 从其数学结构上计算出分形维数, 由此探寻分形维与物理量的关联, 以揭示和预测物理的本征特性, 或以此寻求解决问题的新途径。

(二) 实验测定法

对一些结构或实验结果表现出非规则性, 如认为具有统计自相似性, 可由覆盖法或由图象处理和计算机模拟等技术测定出结构的分形维, 再去寻找分形维与物理本征量的关系, 以揭示出某些新的规律。

(三) 维象法

对我们所研究的复杂结构(或系统), 总结或测定出式(2)或式(3)的幂律关系, 再检验它是不是分形。如是分形, 由(2)式或式(3)可得到其分形维。然后去寻找分形维与本征物理量的关联。

三、晶粒、孔隙和分形

从单一完整砂岩的扫描电镜微观图象(图2)可以看到它任意的一族可比尺寸的砂晶粒—

一直径为数十到数百 μm 的典型石英晶粒。这样的晶粒在沉积过程中定位, 并与其它矿物沉积一起被埋藏和压实, 在高压下固化成一个刚性基体。它具有相连的孔隙网络控制离子和分子在岩石中运动, 并经过亿万年这样的离子和分子的运动依次地改变着岩石(称为成岩作用过程)。在砂岩的扫描电镜微观图象中进行部分放大, 可以看到小量矿物在晶粒表面扩展成相当不规则的形状。大多数砂岩包含很多这样的矿物, 最常见的是形成层状的铝硅化合物的粘土^[4]。人们已经应用分形概念来描述实验观测到的这种随机矿物的生长^[4,13]。用图1的Koch雪花来模拟孔隙的表面分形时, 设源多边形(正三角形)的边长为 L , 按前节所述构造过程, 在 n 次变形后, 整个Koch雪花的周长是由长度为 R 的 N 段折线所组成, 这里 $R=L/3^n$

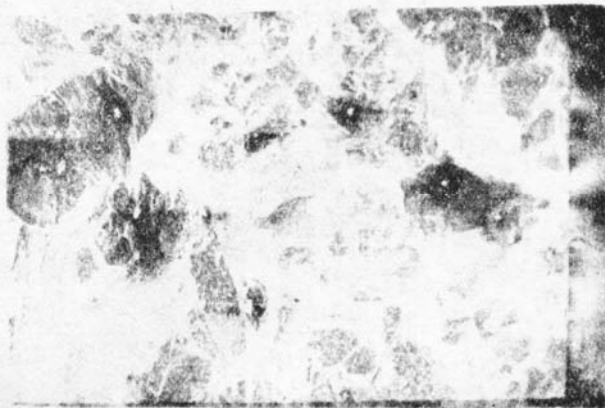


图2 扫描电镜微观图象

$$\text{而 } N = A(L/R)^D \quad (4)$$

这里 $A=3$ 。式(4)已被用来模拟岩石中的孔隙。由于只有相当少的矿物质点能在已存在的矿物质点中生长或停留, 所以在用分辨率 R (或尺度)去观察尺寸为 L 的孔隙时, 式(4)恰好能给出孔隙的表面特征。测量出的表面面积为

$$S = BR^2(L/R)^D = BL^2(L/R)^{D-2} \quad (5)$$

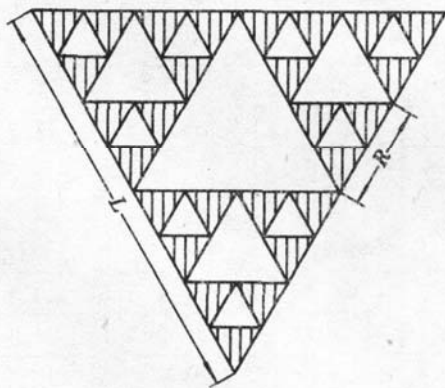


图3 Sierpinski 地毯

图3是一个体积或质量分形的例子, 称为Sierpinski地毯。用一个边长为 L 的三角形表示一个光滑的孔隙, 然后连续地切割出边长为 $L/2$, $L/2^2$, ... 的越来越小的三角形, 这些小三角形表示被充填到这个孔隙体积中的小晶粒, 它们减小了孔隙。在 n 次变化之后, 孔隙空间仅只由尺寸为 R 的三角形组成, 这时, $R=L/2^n$ 。而这样的三角形数目由式(4)给出, 这时在式(4)中 $A=1$, 其分形维数 $D=\lg 3/\lg 2=1.585$ 。由于尺寸 R 的一个孔隙贡献的孔隙率正比于 $(R/L)^3$, 则总的孔隙率为

$$\phi = C(L/R)^{D-3} = C(R/L)^3(L/R)^D \quad (6)$$

显然, 当应用式(6)描述孔隙的表面和体积分形时, 对于不同的岩石就有不同的 D 值。这是因为在上限 L 和下限 R 之间的连续尺寸的层次具有任意的表面和体积单元。方程(4)~(6)可用来表示上限与下限之间的统计平均特性。孔隙表面或孔隙体积分形维 D 总是在2和3之间。

目前, 这样的分形描述至少被三种类型的实验所证实:

1. 最早的工作是使用分子单层吸附技术(吸附在孔隙表面)并分析分子数目 N 随尺寸 R 的变化规律。David Avnir和他的合作者^[14]发现用式(4)所描述的大量岩石和土的样本 D 均处于2和3之间, 该方法使用的长度尺范围的几个nm到零点几个nm(表1和表2)。

2. Arthur Thompson和他的合作者^[15]对类似于图2给出的微观图象进行了数字图象分析, 并研究了沿切割图形截线的特征尺寸的分布(弦长法——Chord-length measurements)。当用强度脉冲来表征一个边缘, 用两个相邻边缘的距离来定义特征尺寸时, 根据方程(4), 尺寸分布 $N(R)$ 应正比于 $R^3(dN/dR)$ 或 R^{2-D} 。Thompson和他合作者在砂岩中孔隙尺寸范围内($0.1\mu\text{m}$ 到几十 μm)确实观察到了这个现象。

表1 各种碳酸岩的表面面积、粒子尺寸和分形维数 D (Avnir, 1985)

平均粒子 直径(μm)	表面面积(m^2/g)					
	sphere	Locland spar	Niagara	Mosheim	Goodland	Upper Columbus
2605	0.00085	0.008	0.136	0.149	11.70	0.303
1300	0.0017	/	0.175	0.237	/	0.293
651.0	0.0034	0.031	0.238	0.277	11.54	0.315
325.5	0.0069	/	0.301	0.332	12.23	0.354
163.0	0.0137	0.079	0.442	0.479	12.10	0.400
81.0	0.0275	0.171	0.586	0.506	12.63	0.375
53.5	0.0389	0.213	0.679	0.765	12.85	0.425
D	2.01 ± 0.01	2.16 ± 0.04	2.58 ± 0.01	2.63 ± 0.03	2.97 ± 0.01	2.91 ± 0.02

表2 各种土样本的表面面积、粒子尺寸和分形维数 D (Avnir, 1985)

粒子尺寸 (μm)	碱性孔雀绿吸附(mg/g)						
	土样1	土样2	土样3	土样4	土样5	土样6	土样7
323.5	3.6	3.6	3.6	3.9	3.1	7.3	2.7
223	4.6	4.6	4.1	4.0	4.1	9.5	3.3
111.5	2.0	6.8	5.4	4.2	10.8	16.0	6.1
53.5	13.1	9.6	10.7	4.8	13.4	15.5	6.3
D		2.46 ± 0.02		2.89 ± 0.02			
40	13.6	17.0	12.8	9.5	20.0	45.0	11.9
33	15.9	17.9	14.1	13.1	20.9	48.1	17.9
D	2.34 ± 0.03		2.37 ± 0.05				
27	15.8	21.6	18.6	17.6	22.5	66.6	19.6
D					2.19 ± 0.07		
21	18.1	22.2	22.7	18.5	46.4	67.4	20.4
15	18.3	22.6	23.0	21.0	52.8	85.9	24.0
8.5	18.4	22.7	23.4	24.9	56.0	94.7	26.7
3.5	16.9	26.4	22.9	50.5	60.8	97.4	52.0
2	17.8	25.7	28.2	71.5	62.4	157.3	51.0
D	2.99 ± 0.03	2.92 ± 0.01	2.90 ± 0.04	2.43 ± 0.04	2.89 ± 0.02	2.65 ± 0.05	2.59 ± 0.04

3. 热中子或 x 射线的小角度散射近年来已应用来研究大范围的无序系统, 例如聚合胶、集团胶体、水油乳胶和水泥^[15]。理由是根据Born方法, 作为波矢变换函数的散射强度 $I(q)$

正好是表征结构特征的密度相关性的Fourier变换, 对满足方程(5)的表面分形有

$$I(q) \propto q^{-(6-D)} \quad (7)$$

而对体积分形有

$$I(q) \propto q^{-D} \quad (8)$$

方程(7), (8)中波矢的不同幂律确实区分了体积分形和表面分形, 因为 $D \leq 3$ 而 $6-D \geq 3$ 。特别应提到的是, 这种方法还能区别自相似分形和自仿射分形^[3]。在许多砂岩和油页岩的实验中已发现它们具有式(7)的特征。

许多研究表明, 表面分形特征所跨越的尺寸低于孔隙尺寸, 不同的分形维数表征不同的孔隙生长机理, 并且也可能去预测未知的生长机理。

同时, 渗流(Percolation)模型^[16]也正用于研究孔隙岩层的地下水的浸渗, 石油的流动、天然气的渗透: 只有连通概率 P 超过临界值 P_c , 渗流才会发生, 地下“流体矿”才能被开采, 而渗流出现时体系构成一个分形网络(见La Pointe著“Fractals and Petroleum industry”)。

另一方面, 瓦斯在孔隙煤的吸附、生长状态是一个分形, 由分形模型也许能寻求瓦斯在孔隙煤体中的渗透、生长状态, 由此可能揭示煤与瓦斯突出机理。这方面的研究我们还刚刚开始。

四、岩石破碎的分形维

采石场、铁路、矿区的破碎岩石大的有几十t, 小的仅几个 μg , 在未经人为加工时, 至少总存在一个三角形面^[12], 破碎过程是一个分形。我们已计算其表面分形维数 $D \in [1.5849, 1.8928]$, 其体积分形维数 $D \in [2.0, 2.7268]$ 。

其实在许多情况, 无论是切割、爆破还是风化的岩石碎块都表现出分形分布, 具有自相似性特征或尺度不变性。现在人们已把这种特征作为一种破碎机理^[17,11]。

已有多种方式表示破碎块度的频率分布, 其中指数形式为

$$N(m)/N_T = \exp[-(m/\mu)^\nu] \quad (9)$$

式中 $N(m)$ 是质量大于 m 的碎块数目, N_T 是总碎块数, μ 是平均碎块质量。式(9)的另一形式为

$$N(m) = Cm^{-b}$$

式中 C 为常数。注意到 $m \propto R^3$ (R 为碎块半径) 并与式(3)比较, 表明这里的 $N(m)$ 显然是一个分形分布, 且

$$D = 3b \quad (11)$$

另一块度频率分布函数(即质量分布函数)为

$$M_{(R)}/M_T = 1 - \exp[-(R/\sigma)^\alpha] \quad (12)$$

这里 $M_{(R)}$ 是半径小于 R 的碎块的累积质量, M_T 是总质量, σ 为平均尺寸。如 $R/\sigma \ll 1$, 则式(12)为

$$M_{(R)}/M_T = (R/\sigma)^\alpha \quad (13)$$

对上式求导得

$$dM \propto R^{\alpha-1} dR \quad (14)$$

同样对式(3)求导得

$$dN \propto R^{-D-1} dR \quad (15)$$

而块度的增加是与增加的质量相关的, 即

$$dN \propto R^{-3} dM \quad (16)$$

将式(14)和(15)代入式(16)得

$$D=3-\alpha \quad (17)$$

这表明幂律质量分布等价于分形分布。

碎块的密度函数 $f_{(m)}$ 也满足幂律分布

$$f_{(m)} = A m^{-S} \quad (18)$$

由于这里的 $f_{(m)} dm$ 是质量在 m 与 $m+dm$ 之间的块数。并且式(18)又等价于式(3)的分布, 因而可得

$$D=3(S-1) \quad (19)$$

可见碎块密度函数的幂律分布也是分形分布。

最近几年来, 作为分形分析的重正化群理论广泛地应用于岩石破碎的分形研究^[11,17,18], 结果表明分形维是材料破碎过程中的断裂阻力的一种量度, 分形维越小, 说明材料越脆。

五、岩石损伤断裂的分形研究

应用分形理论研究岩石的损伤断裂已取得一系列的成果^[19-24]。首先岩石断裂后, 其断裂表面凹凸不平, 是一个近似的分形表面。文献[20, 22]进行了岩石断口的分形分析, 得到分形维 D 与岩石损伤断裂能 G_f 的关系为 $G_f = K_1 - K_2 D$, 这里 K_1 和 K_2 为材料常数。这表明: 岩石断裂表面的不规则性反映了在断裂时损伤断裂的能量耗散及其微结构效应^[25], 而这种不规则性又可由分形得到很好的模拟。这样, 我们可根据岩石断口的分形特征(测定出分形维)追溯到材料断裂时的宏观力学行为(G_f , K_{Ic} 等)。显然, 这是从材料破坏后的断口定量分析去推测它的断裂性质和失效原因的一种新方法。

人们很早就发现岩石断裂的微观形式主要表现为沿晶断裂、穿晶断裂及其偶合形式^[25]。文献[26]提出了沿晶断裂的分形模型($D=1.26$)。笔者在岩石断裂的实验观测基础上, 相继建立了岩石的穿晶断裂分形模型和沿晶与穿晶偶合的分形模型, 并由实验测定出相应的分形维, 表明理论与实测是吻合的(表3)^[20]。文献[18]通过分形分析首次给出了沿晶和偶合断裂最容易发生的定量描述^[25]。文献[21, 25]详尽地分析了裂纹扩展速率 $\dot{a}$ 的分形效应, 即 $\dot{a}$ 与不考虑分形效应时的裂纹扩展速率 $\dot{a}$ 和晶粒尺寸 l 之间的关系为

$$\dot{a} = \begin{cases} \dot{a}_0 l^{0.26} & (\text{沿晶断裂}) \\ \dot{a} l^{0.365} & (\text{穿晶断裂}) \\ \dot{a}^{0.255} & (\text{偶合断裂}) \end{cases} \quad (20)$$

可见, 在同一晶粒尺寸的岩石中, 沿晶断裂和偶合断裂具有最快的扩展速率, 而在同一微观断裂方式下, 晶粒尺寸大的材料将具有最快的扩展速率。所有这些, 如果不考虑分形就不可能定量地反映出这些规律性, 也不可能直接建立微观与宏观相结合的表达式。

引起裂纹分叉的物理实质似乎还没有一个理想的解释, 特别是对岩石这类非均质材料。Smith^[27]应用复变函数理论研究了裂纹分叉的非规则性, 表明分叉将使断裂韧性值增加, 但其推导过程相当冗繁。文献[23, 24]应用分形几何分析很简单地得到比Smith更完美的分形结果。Smith的断裂韧性计算式为

$$K_{\text{smith}}/K_0 = \sqrt{2} \left(\frac{1-\beta}{\beta} \right)^{-\beta/2} \quad (21)$$

而用分形几何推导的计算值为

$$K/K_0 = \sqrt{(2\cos\frac{\pi\beta}{2})^{D-1}} \quad (22)$$

其中, $D = \lg 3 / \lg(2\cos\frac{\pi\beta}{2})$ 。文献[21, 22]还给出裂纹分叉非规则几何效应和微结构对断裂韧性的影响, 这是Smith经典分析所无法得到的。

表3 岩石微观断裂的分形维

断裂方式	理论分析	实测(大理岩直接拉伸破坏断口)
沿 晶	1.26	1.18
穿 晶	1.365	1.31
偶 合	1.255	1.29

文献[28]进行岩体中断裂密度的分形分析, 应用分形理论由计算机模拟出的人造断裂分布与自然的断裂分布几乎没有区别。

目前, 人们还试图由地下开采引起的断裂的分形几何特征去预测矿山冲击来压现象, 这是一个很难的课题, 现有的工作是很肤浅的[11, 12]。

六、节理JRC的分形度量

分形起源于对海岸线的不规则曲线的量测, 人们自然地联想到节理表面的粗糙性也可能由分形来表征。David J·Barr等(1988)进行了节理JRC的分形度量(未发表, 与笔者私人交流)。Brown(1987)^[29]和Noite(1987)^[30]也研究了岩石节理的分形特征以及流体通过节理的分形流动, 并由计算机模拟了这种分形现象^[3]。我们在这仅简要介绍Barr等的节理JRC的分形度量。

国际岩石力学协会使用Barton(1973)提出的方法规定了节理粗糙度系数JRC (Joint Roughness Coefficient) 范围(图4)。Barr等使用粗糙位形标测仪和数字化坐标记录仪测定了标准JRC位形的分形维数(图4), 找到了分形维数与标准JRC值的对应关系(图5), 并建立了如下经验公式

$$\text{JRC} = -0.8704 + 37.7844 \left(\frac{D-1}{0.015} \right) - 16.9304 \left(\frac{D-1}{0.015} \right)^2 \quad (23)$$

这样, 一旦确定了节理面的分形维就可估测出其JRC值, 进而就可估计节理面的剪切破坏强度, 分析节理的膨胀变形和破坏。从图4和图5可以看出, 分形维更加准确、定量地标定了节理的糙程度。Barr等等还由此方法测定了许多现场的节理粗糙度并对许多节理进行了剪切强度的预测。

标准JRC图形	标准JRC值	分形维数
1	0—2	1.000446
2	2—4	1.001687
3	4—6	1.002805
4	6—8	1.003974
5	8—10	1.004413
6	10—12	1.005641
7	12—14	1.007109
8	14—16	1.008055
9	16—18	1.009584
10	18—20	1.013435

0 5 10 cm(尺度)

图4 标准节理粗糙位形、JRC值与相应的分形维数

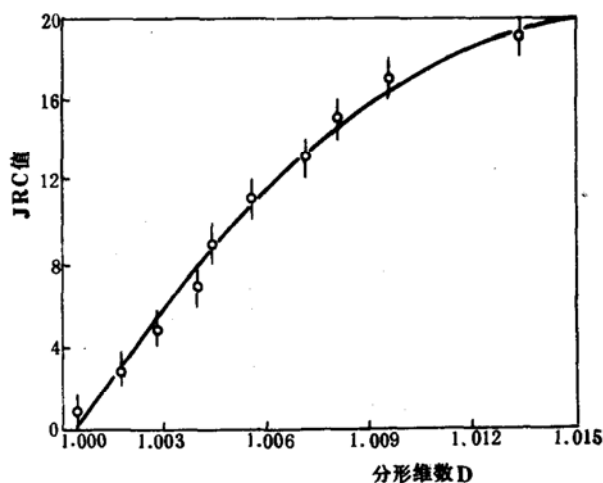


图5 JRC值与分形维数的相关曲线

七、结束语

由于篇幅有限, 分形在岩土力学中的应用成果不能在这一——介绍, 比如矿物学家彭志忠的准晶态分形结构研究^[31]; 构造断层的分形维特征, 地震力学中的分形规律^[19,32-34], 地下水、石油的流动以及岩石微观断裂和损伤演化过程中的分形特征^[35]等等。有兴趣的读者可查阅本文提供的相关文献资料。文献[3]系统地详细地论述了这些内容。

分形几何作为一门新学科, 无论在理论本身还是应用上均有待完善和补充。当前在所有的应用中, 几乎仅考虑了自然界中一个简单的规律——自相似性和维数概念, 然而要真正深入地去揭示自然界更复杂的现象, 我们还应发展模糊分形^[36]、多重分形等非线性分形^[6,3]及其它概念^[7,8]。

可以说, 分形几何在岩石力学中的应用研究才刚刚起步, 在许多领域有待我们去开发、创新。笔者相信, 只要我们使用分形这一崭新工具去分析和探讨岩土工程中的复杂现象, 必将使我们对岩土材料的力学行为产生新的认识, 必将推动岩土力学理论和应用的发展。

参 考 文 献

- [1] 王仁. 地质材料的力学问题. 力学与实践, 1986; 8(4): 1~8.
- [2] Mandelbrot B B. The Fractal Geometry of Nature. W H Freeman, San Francisco, 1983.
- [3] Xie Heping. Fractals in Rock Mechanics. A A Balkema Press, Netherlands, (to be published); 1~250.
- [4] Wong Po-zen. The Statistical Physics of Sedimentary Rock, Physics Today, 1988, (12): 24~30.
- [5] 谢和平. 线性分形、非一致分形和自反演分形. 中国科学院国际材料物理中心举办 “The Spring College on Fractal Aspects of Materials” 讲座讲义, 沈阳, 1989-4.

- [6] 谢和平, 张永平. 自仿射分形几何. 自然杂志, 1989, 12(9): 650~655.
- [7] 谢和平等编译. 分形几何: 数学基础与应用. 重庆大学出版社, 1991-5.
- [8] 张永平, 徐汉涛, 谢和平编译. 分形集几何学. 中国矿业大学出版社, 1991-6.
- [9] 谢和平. 线性分形及在物理学中的应用. 自然杂志, 1989, 12(6): 410~414.
- [10] Feder J. *Fractals*. Plenum press, New York, 1988.
- [11] Xie Heping. *Fractals-Rock Mechanics*. Lectures of A special Topics Course in Dept of Mining Engineering at University of Utah, U S A, 1990.
- [12] Xie Heping. *Fractal Characteristics in Geological Material Mechanics*. In: *Applied Mechanics*, Int. Academic Publishers, Pergamon Press, 1989; 1255~1260.
- [13] Thompson A H, Katz A J, Krohn C E. *The Microgeometry and Transport Properties of Sedimentary Rock*. *Advances in physics*, 1987, 36(5): 625~694.
- [14] Avnir D, Farin D, Pfeifer P. *Surface Geometric Irregularity of Particulate Materials*. *J of Colloid and Interface Science*, 103(1): 112~123.
- [15] Banavar J R, Koplik J, Winkler W. *Physics and Chemistry of Porous Media II*. AIP Conference Proc 154, AIP, New York, 1987; 304.
- [16] 于渌, 郝伯林. 相变和临界现象. 科学出版社, 1984.
- [17] Turcotte D L. *Fractal and Fragmentation*. *J of Geophysics*, 1988, 91(132): 1291~1296.
- [18] Theodore R M. *A Renormalizations Group Approach to the Critical Phenomena of Conduction and Failure in Crystalline Rocks*. *J of Geophys Res*, 1983, 88 B1: 585~592.
- [19] Smalley R F, Chatelain J L, Turcotte D L, Prevot R. *Fractal Approach to the Clustering of Earthquakes: Application to the Seismicity of the New Hebrides*. *Bull Seismol Soc Am*, 1987, 77(4): 1368~1381.
- [20] Xie Heping, Chen Zhida. *Fractal Geometry and Fracture of Rock*. *Acta Mechanica Sinica*, 1988, 4(3): 255~264.
- [21] Xie Heping. *Studies on Fractal Models of the Microfracture of Marble*. *Chinese Science Bulletin*, 1989, 34(15): 1292~1296.
- [22] 谢和平, 陈至达. 断口定量分析的分形几何方法. *工程力学*, 1989, 6(4): 1~8.
- [23] 谢和平, 陈至达. 岩石类材料裂纹分叉非规则性几何的分形效应. *力学学报*, 1989, 21(5): 613~618.
- [24] Xie Heping. *The Fractal Effect of Irregularity of Crack Branching on the Fracture Toughness of Brittle Material*. *Int J of Fracture*, 1989, 41(4): 267~274.
- [25] 谢和平. 岩石、混凝土损伤力学. 中国矿业大学出版社, 1990-2.
- [26] Lung C W. *Fractals and Fracture of Cracked Metals*. In: *Fractals in Physics* Eds by L Pietronero, E Tosatti, Elsevier Science Publishers B V, Italy, 1986.
- [27] Smith E. *The Effect of crack Front Irregularity on the Fracture Toughness of Brittle Materials*. *Arch Mechanics*, 1986, 38(1~2): 185~190.
- [28] La-Pointe P R. *Fractal Analysis of Fracture Density and Connectivity in Rock Mass*. *Int J Rock Mech Min Sci & Geomech Abstr*, 1988, 25(6): 421~429.
- [29] Brown S R. *Fluid Flow through Rock Joints: The Effects of surface Roughness*. *J of Geophys Res* 1987, 92, B2: 1337~1347.
- [30] Noite D D, Pyrak-Noite L J, Cook N G W. *The Fractal Geometry of the Flow Paths in Natural Fractures in Rock and the Approach to Percolation*. *PAGEOPH*, 1987, 8(19).

- [31] 彭志忠.准晶体的构筑原理及微粒分维结构模型.武汉地质学院学报, 1987, 10(4): 80~91.
- [32] 洪时中, 洪时明.地学领域中的分维研究: 水系, 地震及其它.大自然探索, 1988, 7(2): 33~40.
- [33] 洪时中, 洪时明.分数维及其在地震科学中的应用前景.四川地震, 1987, (1): 39~46.
- [34] 李海华等.门源6.4级强震前地震活动时间的分维结构.西北地震学报, 1987, 9(4): 15~20.
- [35] 谢和平, 高峰.岩石类材料损伤演化的分形特征.岩石力学与工程学报, 1991, 10(1): 60~70.
- [36] 张永平, 谢和平.模糊分形与动态分形.自然杂志, 1990, 13(2): 640~645.

Fractal Geometry and Its Application to

Rock and Soil Materials

Xie He-ping

(China Univ. of Mining & Technology, Xu Zhou)

Abstract

In this paper, the basic conception of fractal geometry is introduced, three methods of its application to practical problems concluded and proposed. The applications of fractal geometry to pore geometry of rock and soil materials, rock fragments, damage and fracture of rocks, and roughness of jointing rocks are then discussed in detail. Fractal geometry provides a new powerful approach for the investigation of complicated mechanics problems of rock and soil materials.