

工程勘察测试数据的可靠性检验

吴南群

(上海市城市建设设计院)

一、前言

在测定地基土的物理力学性指标时,经常遇到测试数据的处理问题。以往对测试数据中的偏大、偏小值,除了从物理性质或工程技术方面寻找原因,决定取舍外,通常很难判断这些偏大、偏小值是否属于异常数据。因此,应用数学方法对测试数据作可靠性检验,是有实际意义的。

工程技术上的测试数据,一般不可能做到占有大量的测试值;如果在有限数据内掺入了异常值,将对测试数据的平均值造成一定的影响,以至使均值失去代表性和真实性。许多统计学家通过对大量的数据进行研究和分析后发现,在一大群数据中,有5%—10%的反常值^[1]。因此,求助于某种数学方法对测试数据进行可靠性检验,是在工程技术问题中提供准确数据的需要,也是评价测试数据可靠性的一个检验手段,文献[2—4]提供了判断异常数据的Grubbs方法。

Grubbs先后于1952年、1969年发表的这一方法,引起了应用数学界的注意,但在工程技术界还未得到更多方面的应用。徐中秀在1974年的一篇题为《异常数据判断方法的比较》这份技术资料中,对若干种混入另一母体的异常数据进行了一万次以上的模拟试验(即用Monte-Carlo方法),结果表明应用Grubbs方法进行检验效果最好。笔者曾于1980年前后对矿石的矿物有用组分、品位、小体重测定等方面作了对应验证,也取得了同样的结论。

异常数据在不同的试验项目中有其不同的成因方式,既有物理方面的原因,也有取样原则与取样方法的原因,有时还涉及到测试装置、测试技术水平与工作熟练程度等因素,因而导致个别数据离散大,以至于缺乏代表性、真实性。按照数理统计的观点,一个子样(一组或一批)的数据应该来自一个母体,但由于试验或测试上的疏忽,混入了另一个母体的数据,出现了过大或过小值,这过大或过小值,即是异常数据。对于大子样来说,因其拥有足够的数据量,异常数据对平均值的影响较小,不致造成明显的偏差;但对小子样来说,由于数据量有限,如果不排除这些数据中的异常值,那就必然直接影响到平均值的可靠性,使用不当可能导致工程技术上的重大失误。从这个意义上来说,对测试数据进行可靠性分析,以判定在某一概率下的异常值,是确保测试数据可靠性、合理确定技术参数的正确手段。

二、Grubbs方法

设测定值是正态分布 $X = N(\mu, \sigma)$ 。X 的随机子样为 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 。现按子样的测试数据由小到大排列如下:

$$x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$$

设 $x_{(1)}, x_{(n)}$ 为过小、过大值, 即可怀疑的异常数据, 则可按 Grubbs 方法判定异常数据。

1. 计算舍弃值的临界值 T

$$\text{设 } x_{(1)} \text{ 是可怀疑的, 令 } T_{(1)} \geq \frac{\bar{x} - x_{(1)}}{s} \quad (1)$$

$$\text{设 } x_{(n)} \text{ 是可怀疑的, 令 } T_{(n)} \geq \frac{x_{(n)} - \bar{x}}{s} \quad (2)$$

式中 平均值 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

$$\text{标准差 } s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

$$\text{或 } s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 / n \right]} \quad (4)$$

2. 选定危险率 α

当按 Grubbs 方法造成错判时, 其错判的危险率为 α 。一般常用的 α 为 5% 或 1%。其概率意义是, 当测试数据在服从正态分布的条件下,

$$P_r\left(\bar{x} - \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}}\right) = 1 - \alpha = 95\% (\text{或 } 99\%)$$

根据测定次数 n 和危险率 α , 查 Grubbs $T_{(n, \alpha)}$ 表(附表 1)的临界值。

3. 异常数据判定

当 $T_{(1)} \geq T_{(n, \alpha)}$, 则其相应的 $x_{(1)}$ 是可怀疑的异常数据, 应从子样数据中剔除; 反之, 当 $T_{(1)} < T_{(n, \alpha)}$, 则不能判定 $x_{(1)}$ 是异常数据。

4. 在一个子样(一组数据)中存在多于一个的异常数据时, 应依测定值与平均值的差值, 按大小顺序逐个判定。

三、测试数据的上下限控制

运用 Grubbs 方法按上述步骤对子样中单个异常数据进行判定, 方法是简便的。如果通过公式的移项与简化, 以上下限控制来确定测试数据的正常值展布范围, 有利于了解异常数据的空间分布。

利用测试数据这些统计量, 做出在某一概率下的、某个范围内的随机变量 x 的期望值(即平均值 $\bar{x}$), 按 Grubbs 方法

$$T = \frac{|\bar{x} - x_i|}{s} \quad (5)$$

$$\Delta x = |\bar{x} - x_i| \quad (6)$$

则按子样容量 n 和某一概率下的临界值 $T_{(n, \alpha)}$, 可得

$$\Delta x = s \cdot T_{(n, \alpha)} \quad (7)$$

因而 $x_{\max} = \bar{x} + \Delta x$, $x_{\min} = \bar{x} - \Delta x$ 。则测试数据的正常值上下限应满足

$$x_{\min} < x_{(i)} < x_{\max} \quad (8)$$

当被检验的子样其数据在式(8)范围内时, 可认定这些测试值是正常数据; 反之, 某些数据超出这个正常范围时, 可判定为异常数据。

由式(4)、(5)知, 随机子样容量的变化直接影响到测试数据展布的上下限和检验尺度的确定, 因此, 根据Grubbs方法逐个判定的原则, 应在判定出异常数据后再重新计算 Δx , 重新确定控制范围, 直到再无异常数据存在时为止。

土的物理力学性质各项测试数据的概率分布曲线, 大多数符合正态分布, 土性指标一般根据子样容量取其数学平均值。由于子样的标准差 s 是反映与平均值的离散程度, 因此, 运用标准差 s 根据Grubbs给出的临界值 $T_{(n, \alpha)}$, 作为判定子样中的异常数据(文献[4]中称为不纯的子样), 是有实际意义的。

四、实 例

现对上海市郊某桥址勘察的土工测试数据(表1)进行检验, 目的是对灰色淤泥质粘土层的物理力学性指标力求真实可靠。表1中数据量 $n = 14$, 分成两组, 每组的极大、极小值用“*”标出。

表1

土样号	含水量 w (%)	孔隙比 e	压缩系数 a_v (MPa^{-1})	压缩模量 E_s (MPa)	土样号	含水量 w (%)	孔隙比 e	压缩系数 a_v (MPa^{-1})	压缩模量 E_s (MPa)
873	49.2	1.40*	0.83	2.53	891	46.1	1.32	0.87	2.60
874	48.4	1.34	0.69*	3.27*	892	51.4	1.73	1.50*	1.66*
875	49.6*	1.38	1.06	2.12	893	49.9	1.40	1.05	1.91
877	47.7	1.37	0.98	2.35	894	60.5*	1.75*	1.24	1.86
878	48.8	1.34	0.80	2.74	895	53.0	1.51	1.30	1.95
879	48.9	1.35	1.04	2.09	896	44.2*	1.25*	0.63*	3.30*
890	43.7*	1.25*	1.30*	1.84*	897	46.9	1.32	0.73	2.88

从土性描述看, 这层高压缩性土(厚11—15m)呈流塑、饱和状态, 土质较软弱, 含有有机质, 夹有不均质片状粉砂, 层状分布。从测试数据看, 有的测试值似乎偏大。经检验后(见表2), 894号土样的含水量在这组子样中确实偏大, 属异常数据, 应予剔除。按Grubbs逐个判定的原则, 对其余的13个数据再进行检验, 结果表明这13个含水量数据可靠。这层土的平

均含水量应为48.29%。

表2

项 目	含 水 量 w (%)	孔 隙 比 e	压 缩 系 数 a_v (MPa ⁻¹)	压 缩 模 量 E_s (MPa)
Σx	683.3	19.71	14.07	33.15
$\bar{x}$	49.16	1.41	1.00	2.37
s	4.12	0.15	0.26	0.54
$T_{(14,5\%)}$	2.37	2.37	2.37	2.37
Δx	9.77	0.37	0.61	1.27
x_{max}	58.93	1.78	1.61	3.64
x_{min}	39.39	1.04	0.39	1.10

五、极 差 分 析

所谓极差,就是一组测试数据中的最大值与最小值之差。由正态分布理论,极差 R 与估算母体 σ 有以下关系:

$$\hat{\sigma} = R/d_{(n,k)} \quad (9)$$

或
$$\hat{\sigma} = R_m/d_{(n,k)} \quad (10)$$

式中 R 或 R_m 为一组数据或一批数据中各组的极差或极差平均值; $d_{(n,k)}$ 为一批数据的分组数 k 及其数据量 n , 按 n, k 编制极差分析参数 $d_{(n,k)}$ 的理论值(见附表2)。

由于标准差 s 的计算工作量随着子样容量的增大而增加。为简化计算,可利用极差方法^[6]得出的总体标准差 σ , 近似地取代标准差 s , 然后按Grubbs方法确定测试数据上、下限, 如表3所示, 其判定结果与表2相同。

表3

项 目	含 水 量 w (%)	孔 隙 比 e	压 缩 系 数 a_v (MPa ⁻¹)	压 缩 模 量 E_s (MPa)
R_1	5.9	0.15	0.61	1.43
R_2	16.3	0.50	0.87	1.64
R_m	11.1	0.325	0.74	1.535
$d_{(7,2)}$	2.77	2.77	2.77	2.77
σ	4.01	0.12	0.27	0.55
$T_{(14,5\%)}$	2.37	2.37	2.37	2.37
Δx	9.50	0.28	0.63	1.31
$\bar{x}$	49.16	1.41	1.00	2.37
x_{max}	58.66	1.69	1.63	3.68
x_{min}	39.66	1.13	0.37	1.06

实践和理论证明, 当 $n > 10$ 时 $d_{n,k}$ 理论值估算的误差较大, 因而, 在对测试数据作可靠性检验时, 要将全部子样平均分成几组, 每组的数据量 $n \leq 10$ 。

参 考 文 献

- [1] 金新祥, 关于稳健估计的个别问题, 测绘通报, No.3, 1988, pp.10—14.
- [2] 何国伟, 误差分析方法, 国防工业出版社, 北京, 1978, pp.67—71.
- [3] 吴南群, 关于消除化学分析系统误差的校正系数法, 化工地质, 化学工业部化学矿产地质研究院, 1984, pp.63—77.
- [4] Lee, I.K., White, W., Ingles, O.G., 岩土工程, 俞调梅等译校, 中国建筑工业出版社, 北京, 1986, pp.78—79.
- [5] 方开泰, 刘璋温, 极差在方差分析中的应用, 数学的实践与认识, No.1, 1976, pp.37—51.

附 录

附表1

Grubbs $T(n, \alpha)$ 表

n	$T(n, \alpha)$		n	$T(n, \alpha)$	
	$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$		$\alpha = 5\%$	$\alpha = 1\%$
3	1.15	1.15	20	2.56	2.88
4	1.46	1.49	21	2.58	2.91
5	1.67	1.75	22	2.60	2.94
6	1.82	1.94	23	2.62	2.96
7	1.94	2.10	24	2.64	2.99
8	2.03	2.22	25	2.66	3.01
9	2.11	2.32	30	2.75	
10	2.18	2.41	35	2.82	
11	2.23	2.48	40	2.87	
12	2.29	2.55	45	2.92	
13	2.33	2.61	50	2.96	
14	2.37	2.66	60	3.03	
15	2.41	2.71	70	3.09	
16	2.44	2.75	80	3.14	
17	2.47	2.79	90	3.18	
18	2.50	2.82	100	3.21	
19	2.53	2.85			

附表2

级差 $d(n, k)$ 理论值

k	n								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1.41	1.91	2.24	2.43	2.67	2.83	2.96	3.08	3.18
2	1.23	1.81	2.15	2.40	2.60	2.77	2.91	3.02	3.13
3	1.23	1.77	2.12	2.33	2.58	2.75	2.89	3.01	3.11
4	1.21	1.75	2.11	2.37	2.57	2.74	2.88	3.00	3.10
5	1.19	1.74	2.10	2.36	2.56	2.73	2.87	2.99	3.10
6	1.18	1.73	2.09	2.35	2.56	2.73	2.87	2.99	3.09
7	1.17	1.73	2.09	2.35	2.55	2.72	2.86	2.99	3.09
8	1.17	1.72	2.08	2.35	2.55	2.72	2.86	2.98	3.09
9	1.16	1.72	2.08	2.34	2.55	2.72	2.86	2.98	3.09
10	1.16	1.72	2.08	2.34	2.55	2.72	2.86	2.98	3.09
15	1.15	1.71	2.07	2.33	2.54	2.71	2.85	2.98	3.08
20	1.14	1.70	2.06	2.33	2.54	2.71	2.85	2.98	3.08
30	1.14	1.70	2.06	2.33	2.54	2.71	2.85	2.97	3.08
40	1.14	1.70	2.06	2.33	2.54	2.71	2.85	2.97	3.08
50	1.13	1.70	2.06	2.33	2.54	2.71	2.85	2.97	3.08