

空间框架共同作用分析的简化方法

姚祖恩

(浙江大学土木系, 杭州)

提 要

在实际工程中,有许多筏基空间框架结构纵向不是很长,纵横向框架的跨数几乎相当或相差不多,为分析这一类结构的共同作用,本文提供了一种简化方法。在此简化方法中,考虑了结构变形的协调条件对荷载进行重分配,因此简化方法所得结果与三维空间有限元共同作用分析结果十分接近。

本简化方法同样也适用于纵向很长,横向框架特性相类似的筏基空间框架结构。

一、前 言

对实际工程而言,上部结构、基础与土介质是一个统一的整体。常规分析方法是将其互相隔离进行研究,显然是不合理的。正确的分析方法应当考虑它们三者的相互作用。近十余年来对共同作用提出了许多不同的分析方法,有限元法就是其中之一。由于有限元法能采用不同的有限单元模型来分别模拟上部结构、基础和土介质,特别是能模拟土介质的层状分布和非匀质性,常能获得满意的结果。

1974年,金和钱德拉斯卡伦(King and Chandrasekaran)^[1,2]分别采用二维及三维有限元法先后对建在非均质土层上的多层空间框架进行了共同作用分析,受到了国内外许多学者的重视。

事实上,任何一个结构物都是空间结构,在计算机问世之前,由于计算手段的限制,以及仅要求适当的工程精度,常将空间结构简化为平面结构。计算机在土木工程中的运用与发展使空间结构分析已成为可能,空间框架的分析已在实际工程中采用。但是,采用三维有限元法来进行共同作用分析,将不可避免地会增大计算机的容量和增加上机时间。

1978年,英国土木工程师协会土和结构共同作用委员会水平报告中指出^[3],共同作用分析的进一步研究在于给工程设计提供一个简单而明确的帮助而不是用复杂的数学运算来证明其必要性和正确性。

1983年,笔者与金(G.J.W.King)^[4]在英国“结构工程师”(The Structural Engineer)上介绍了筏基空间结构共同作用分析的一种简化方法。但该方法仅适用于纵向很长,横向框架几何特性相类似的空间结构。

在实际工程中,有许多筏基空间框架结构纵向不是很长,纵横向框架的跨数几乎相当或相差不多。本文的简化方法就是针对这一类结构提出的。但对于纵向很长,横向框架特性相类似的结构,本文的简化方法也同样适用。

二、简化分析方法

本简化方法是将三维筏基空间框架结构先简化成纵横向平面框架进行共同作用分析, 再根据纵横框架交叉柱的变形协调条件求其超静定内力, 然后在荷载及超静定内力同时作用下再进行平面框架的共同作用分析得到最后结果。因此, 在介绍简化方法之前必须先了解平面问题的有限单元法共同作用分析。

平面问题的有限元法是将上部结构、基础和土介质作为一个统一的整体, 图1是它的理想的离散图。

框架的梁柱均考虑为单独的弯曲有限元, 筏基也划分成一系列弯曲有限元。

弯曲单元节点力与位移的关系方程为

$$\begin{array}{c}
 \left\{ \begin{array}{c} x_i \\ y_i \\ M_i \\ x_j \\ y_j \\ M_j \end{array} \right\} = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \frac{A}{l} & 0 & 0 & -\frac{A}{l} & 0 & 0 \\ & \frac{12D}{l^3} & -\frac{6D}{l^2} & 0 & -\frac{12D}{l^3} & -\frac{6D}{l^2} \\ & & \frac{4D}{l} & 0 & \frac{6D}{l^2} & \frac{2D}{l} \\ \text{对} & & & \frac{A}{l} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12D}{l^3} & \frac{6D}{l^2} \\ & & & & & \frac{4D}{l} \end{array} \\ \text{称} \end{array} \left\{ \begin{array}{c} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{array} \right\} \quad (1)
 \end{array}$$

式中 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; $A = \frac{Eh}{1-\nu^2}$;

E, ν 分别为材料的弹性模量和泊松比; h, l 分别为单元的高度和长度。

介于基础与土介质之间的单元为摩擦单元, 如图2所示。采用类似于古德曼、泰勒、勃兰克(Goodman, Taylor and Brekke)^[5]提出的厚度为零的单元。在单元内假定垂直位移

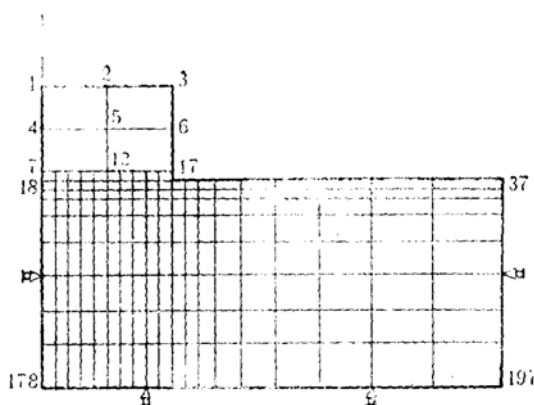


图1

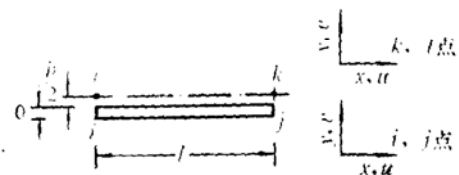


图2

与水平位移沿长度方向直线变化,发生位移时假定基础底面与土表面一直保持接触,不发生脱开或侵入现象,则节点力与位移的关系方程为

$$\begin{matrix}
 \begin{matrix} x_i \\ y_i \\ x_j \\ y_j \\ x_k \\ y_k \\ M_k \\ x_l \\ y_l \\ M_l \end{matrix} \\
 \begin{matrix} 2k_s & 0 & k_s & 0 & -k_s & 0 & \frac{k_s h}{2} & -2k_s & 0 & k_s h \\ & 2k_n & 0 & k_n & 0 & -k_n & 0 & 0 & -2k_n & 0 \\ & & k_s & 0 & -2k_s & 0 & k_s h & -k_s & 0 & \frac{k_s h}{2} \\ & & & 2k_n & 0 & -2k_n & 0 & 0 & -k_n & 0 \\ & & & & 2k_s & 0 & -k_s h & k_s & 0 & -\frac{k_s h}{2} \\ & & & & & 2k_n & 0 & 0 & k_n & 0 \\ & & & & & & \frac{k_s h^2}{2} & -\frac{k_s h}{2} & 0 & \frac{k_s h^2}{2} \\ & & & & & & & 2k_s & 0 & -k_s h \\ & & & & & & & & 2k_n & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{k_s h^2}{2} \end{matrix} \\
 \begin{matrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ \theta_k \\ u_l \\ v_l \\ \theta_l \end{matrix}
 \end{matrix} = \frac{l}{6} \begin{matrix} \text{对} \\ \text{称} \end{matrix} \quad (2)$$

式中 M_k , M_l 为由基底剪应力在基础中和轴上产生的弯矩; k_n, k_s 为与正应力和切向应力有关的系数; h 为基础厚度, l 为摩擦单元的长度。

用于土的单元为矩形连续有限元,其位移函数假定为

$$\left. \begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 xy \\ v &= \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 xy \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

土的应力应变关系假定为线性弹性模型,弹性模量随深度按直线变化。分析时,土体考虑为层向各向同性体。其弹性矩阵 $\{D\}$ 为

$$\{D\} = \frac{E_2}{(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2)} \begin{pmatrix} n(1-\nu_2^2) & \nu_2(1+\nu_1) & 0 \\ \nu_2(1+\nu_1) & 1-\nu_1^2 & 0 \\ 0 & 0 & m(1+\nu_1)(1-\nu_1-2\nu_2^2) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{式中} \quad n = \frac{E_1}{E_2}, \quad m = \frac{G_2}{E_2},$$

E_1 为各向同性平面内的弹性模量; ν_1 为各向同性平面内的泊松比; E_2 为垂直于各向同性平面内的弹性模量; ν_2 为泊松比,即表示由垂直于各向同性平面的单位应变所引起的各向同性平面内的应变; G_2 为垂直于各向同性平面的剪切模量。

各有限元之间只在节点相连,节点的位移是基本未知数,荷载按静力等效的原则移置到节点上,将各单元刚度集成为一个总体刚度,将节点荷载集成总荷载向量,由高斯消元法即可求得问题的解。详见参考文献[6]。

对一个置于非均质土层上的筏基空间框架结构,在进行三维有限元共同作用分析时,常

将空间框架杆件离散成每个刚节点有六个自由度的弯曲单元, 共有12个自由度。将基础离散成每个节点为三个自由度的板单元, 每个平板单元也具有12个自由度。将土介质离散成三维连续矩形棱柱体单元, 共8个节点, 每个节点有三个自由度, 共24个自由度。理论上, 可将上述三种单元刚度矩阵集合成为一总体刚度矩阵, 然后求得问题的解。但这将增大计算机的容量和增加上机时间。笔者曾采用子结构原理将上部结构的贡献化为上部结构的边界刚度矩阵和边界力向量, 将土介质的贡献化成基础支座刚度矩阵, 然后和基础板单元的刚度矩阵叠加在一起集合为一总刚度矩阵进行共同作用分析。由求得的板的变位, 再求框架和土介质所需的变位和内力, 详见参考文献[7]。

但在求土介质的基础支座刚度矩阵时, 因为要考虑土的影响深度和宽度, 也将造成计算机容量不足的困难。因此将三维有限元共同作用分析问题进行简化十分必要。

图3所示为横向三跨, 纵向四跨的五层空间框架。今欲求框架 I—I 共同作用分析的内力, 先取出框架 I—I, 同时取出与框架 I—I 垂直相交的所有纵向框架, 分别对它们进行平面框架的共同作用分析。分析时, 先将作用在各层楼板上的荷载假定按板的塑性铰链线的分布范围分别作用在纵横向框架上, 可分别求得各框架柱的沉降值。注意到图中 M 柱, 它是纵横

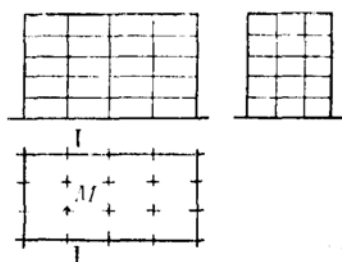


图3

框架的交错柱。假定该柱在纵向框架共同作用分析时求得的沉降值为 S_{ML} , 在横向框架中为 S_{MT} , 一般而言 S_{ML} 与 S_{MT} 是不相等的。而对一空间框架来说, 同一根柱子产生不同的沉降显然是不可能的, 要使变形协调, 使同一柱子在纵横向框架共同作用分析中所产生的沉降相一致, 就必须求得交错框架交错点上的超静定内力。

对于框架、筏基和土所组成的体系共同作用分析来说, 一般楼层不会太多, 常属多层框架, 因此在共同作用分析时, 假定各楼层的框架均参于共同作用, 又由于假定土为层向各向的同性体, 土的弹性模量随深度按直线变化。此时, 由分析结果表明框架柱的沉降值与楼层均布荷载的大小成线性关系, 详见参考文献[8]。因此其交错点上的超静定内力 P_I 就可用下面的简单公式来求得。

假定图3所示框架各层楼板所受的荷载相同, 则对纵、横向框架存在着如下的关系式:

$$\text{纵向} \quad q_L : S_L = (q_L - q_I) : S \quad (5)$$

$$\text{横向} \quad q_T : S_T = (q_T + q_I) : S \quad (6)$$

式中 q_L 为按楼板塑性铰链线的荷载分布范围作用在纵向框架上的均布荷载值; q_T 为按楼板塑性铰链线的荷载分布范围作用在横向框架上的均布荷载值; S_L 为纵向平面框架共同作用分析所得的框架柱沉降值; S_T 为横向平面框架共同作用分析所得框架柱沉降值; S 为任一交错柱的最终沉降值; q_I 为需调整的荷载重分配值。

由式(5)、(6)得

$$q_I = \frac{S_L q_T q_L - S_T q_T q_L}{S_L q_T + S_T q_L} \quad (7)$$

当 $q_T = q_L = q$ 时, 则

$$q_1 = \frac{S_L - S_T}{S_L + S_T} \cdot q \quad (8)$$

由式(7)或式(8)可求得 q_1 , 根据静力等效的原则可求得相交框架交错点上的超静定内力 P_I 。由三维有限元共同作用分析与空间框架常规分析结果比较知, 边柱的轴力将增加, 中柱的轴力将减少, 因此 P_I 值有可能为正值或负值。在 P_I 和分配到框架上的均布荷载共同作用下, 再对平面框架进行共同作用分析, 得最后的内力值。与三维空间框架共同作用分析所得结果比较, 几乎一致。

简化方法具体步骤如下:

1. 将作用在空间框架楼板上的荷载按塑性铰链线的分布范围分别作用在纵横向框架上, 得横向框架均布荷载 q_T , 纵向框架均布荷载 q_L 。
2. 将所要分析的框架及与该框架垂直相交的所有框架从空间框架中分别取出, 进行平面框架的共同作用分析, 求到各框架柱的沉降值 S_T 和 S_L 。
3. 根据纵横交错框架交错柱的变形协调原理, 即沉降相等的原理, 由式(7)或式(8)求到 q_1 , 再根据静力等效的原则求到交错点上超静定内力 P_I 。
4. 在 P_I 和 q_T (或 q_L)共同作用下, 对横向(或纵向)平面框架再进行共同作用分析, 所得的内力与位移即为所求的最后结果。

三、计算实例

图4所示为一纵向五跨, 横向三跨, 四层空间框架。各层层高均为3.5m, 横向与纵向框架之间的距离均为5m。所有框架梁的尺寸均为0.3m×0.6m, 一二层中间柱的尺寸为0.4m×0.4m, 其余柱子均为0.36m×0.36m。筏基的厚度为0.4m, 各层楼面荷载均为12.4kPa, 筏基的荷载为19.6kPa, 该框架置于一粘土地基上, 第一层为淤泥质亚粘土层, 厚度为2—3.5m。第二层为亚粘土层, 厚度为4.6—6.7m。第三层为暗绿色

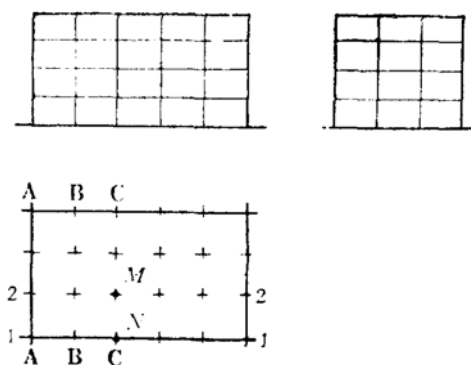


图4

粘土层, 厚度为6.4—8.1m。第四层为砂土层, 钻至30.7m未穿。由试验得各土层的压缩模量 E_s , 计算时各层弹性模量 E 取压缩模量的1.2倍^[9], 有效应力弹性模量取 $E_1' = E_2' = E/1.339$, $\nu_1' = \nu_2' = 0.12$, $G_2'/E_2' = 0.446$, 并假定有效应力弹性模量随深度直线变化^[11]。

计算时取土层厚度为20m, 计算宽度从中心线到外边缘为130m。

今欲分析框架C—C的内力, 根据步骤1, 先将作用在楼板上荷载, 按板的塑性铰链线的分布范围分别作用到纵横向框架上。由于本例楼板为正方形, 所以纵横向框架上均布荷载值中跨均为31kN/m, 边跨均为15.5kN/m。根据作用到框架上的荷载及上述提供的资料, 对框架C—C进行共同作用分析, 得各框架柱的沉降值, 见图5。再分析与横向框架C—C垂直相交的所有纵向框架, 由于对称只需分析纵向框架1—1, 2—2, 再由于1—1框架

的受力为框架2—2之半, 其余条件均相同, 因此沉降值也为框架2—2的一半。所以只需分析框架2—2。其沉降值见图5。注意到交错柱 M 的沉降值, 由框架2—2和 $C—C$ 分析所得值是不相等的。因此由方程(8)即可求到需调整的 q_I 值, 由 q_I 值得 $P_{IM}=7.3\text{kN}$ 。同理可求得交错柱 N 的超静定内力值 $P_{IN}=-11.4\text{kN}$ 。在 P_{IM} , P_{IN} 及原分配的荷载同时作用下

(见图6), 对框架 $C—C$ 再进行共同作用分析, 得其最后的内力值, 图7为框架 $C—C$ 由共同作用分析所得的弯矩图。图中实线表示空间框架采用三维有限元共同作用分析所得的结果, 虚线表示采用本简化方法进行共同作用分析所得的结果。 MN 两柱的沉降差, 三维有限元共同作用分析为 10.02mm , 采用本简化方法为 10.22mm 。

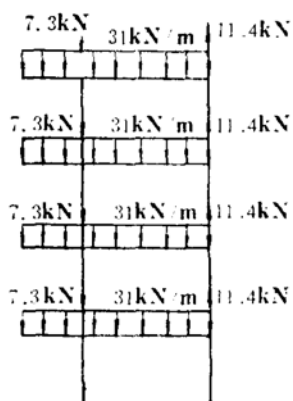


图6

若将上述空间框架的纵向框架梁的抗弯刚度减小为横向框架梁的二分之一, 其余所有条件均不变, 进行共同作用分析, 其最后弯矩图见图8。这时 MN 柱的沉降差, 三维有限元共同作用分析为 10.06mm , 简化方法为 10.16mm 。

图9(a)表示纵向框架荷载为横向框架荷载的一半时, 共同作用分析所得的最后弯矩图。

图9(b)表示筏基厚度减小到 0.20m 时, 共同作用分析所得的最后弯矩图。

由图7—9可见, 不论上部空间框架结构截面尺寸的改变, 还是受荷情况的改变, 还是筏基厚度的改变, 本

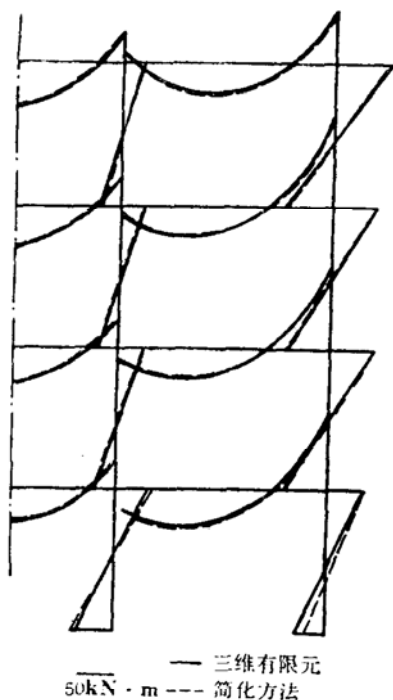


图7

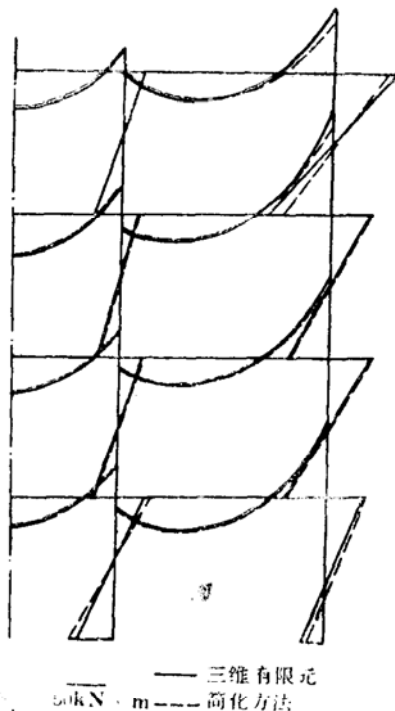


图8

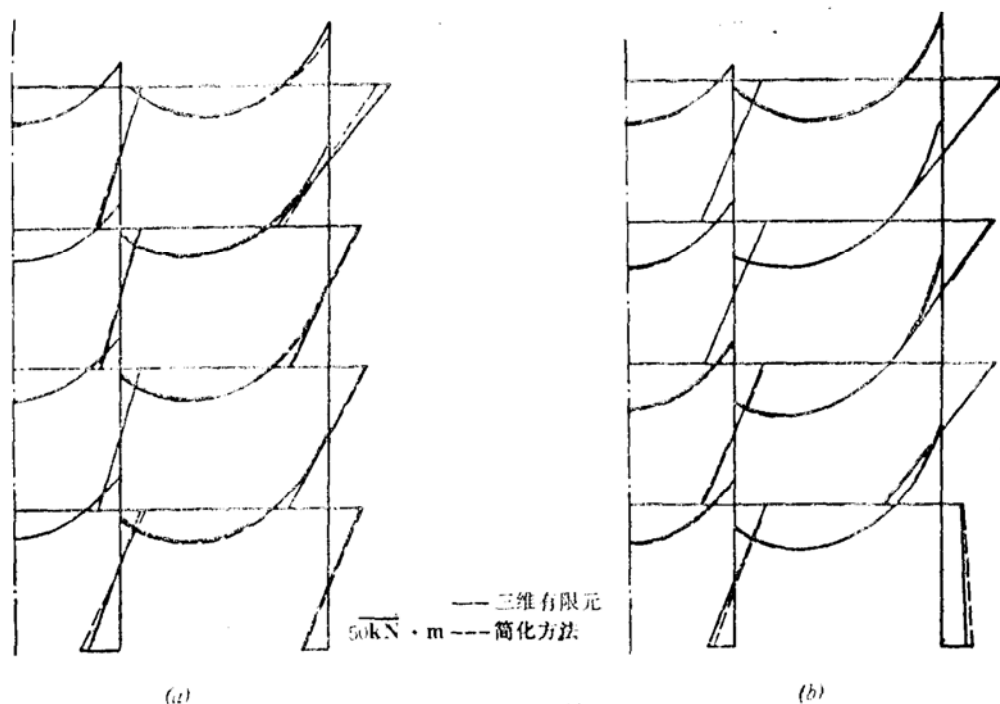


图9

简化方法共同作用分析所得的结果与三维有限元共同作用分析所得的结果十分接近。

对于纵向很长, 横向框架特性相类似的筏基空间框架结构, 本简化方法同样适用。分析时象多跨等跨连续梁一样, 只需在纵向取出五跨, 按上述简化方法进行共同作用分析。其中纵向第三跨的横向框架内力就是纵向很长时的内部各横向框架的内力值。

图10表示纵向为10跨, 横向为2跨, 纵横各跨间的距离均为5m, 层高为3.5m的空间框架, 置于伦敦软土地基上进行共同作用分析所得结果。由图可见, 采用三维有限元共同作用分析所得结果与本文简化方法所得结果几乎完全相等。对于图10所示的空间框架三维有限元共同作用分析结果, 可详见参考文献[4]。

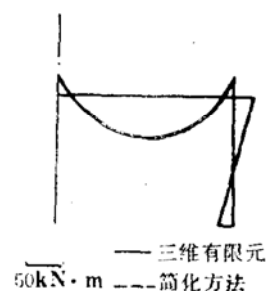


图10

四、结 论

本文提供的简化方法, 对于置于非均质土层上的空间框架结构进行共同作用分析所得结果与空间框架采用三维有限元共同作用分析结果十分接近。由于共同作用分析考虑了不均匀沉降对上部结构的影响, 因此比常规分析结果更符合实际。

由于简化方法已将三维空间有限元简化为二维有限元, 大大节省了计算机的容量和时间, 并能在IBM-PC机上运行。

建议在实际工程设计中, 采用本文提供的简化方法对空间框架进行共同作用分析。

参 考 文 献

- [1] King, G.J.W., Chandrasekaran, V.S., An Assessment of the Effects of Interaction between a Structure and Its Foundation, Proc. British Geotech. Soc. Conf. on Settlement of Structures, Cambridge, 1974, pp.368—383.
- [2] King, G.J.W., Chandrasekaran, V.S., Interactive Analysis of a Rafted Multistorey Space Frame Resting on an Inhomogeneous Clay Stratum, Proc. Int. Conf. on Finite Element Methods in Engineering, Australia, 1974, pp.493—509.
- [3] Structure-Soil Interaction: A State of the Art Report, London, Institution of Structural Engineers, 1978.
- [4] King, G.J.W., Yao, Z.E., Simplified Interactive Analysis of Long Framed Buildings on Raft Foundation, The Structural Engineer, Vol.61B, No.3, 1983, pp. 62—67.
- [5] Goodman, R.E., Taylor, R.L., Brekke, T.L., A Model for the Mechanics of Jointed Rock, J. Soil Mech. and Found. Div., ASCE, Vol.94, SM3, pp.637—659.
- [6] 姚祖恩、张季容, 考虑上部结构、基础和土的共同作用计算基底反力和基础内力, 计算结构力学及其应用, 1984年第4期, 第61—67页。
- [7] King, G.J.W., 姚祖恩, 支承在筏基或独立基础上的框架结构相互作用分析, 建筑结构学报, 1985年第2期, 第62—69页。
- [8] 姚祖恩、张季容, 框架、筏基和土系统共同作用机理的探讨, 岩土工程学报, 第6卷, 第6期, 1984年, 第30—41页。
- [9] 宰金珉、张问清、赵锡宏, 高层空间剪力墙结构与地基共同作用三维问题的双重扩大子结构有限元—有限层分析, 建筑结构学报, 1983年第5期, 第57—70页。

Simplified Interactive Analysis of Rafted Space Frames

Yao Zuen

(Department of Civil Engineering, Zhejiang University)

Abstract

In this paper, a simplified method is presented for analysing the structures that are not very long and have no harmonic similarity in the longitudinal direction. In this method, the redistribution of the loads has been considered in terms of compatibility condition of structural deformation. The application of the method is demonstrated by an interactive analysis of several space frames built on raft foundations resting on inhomogeneous soil media. It is shown that the results obtained from this simplified method are comparable with those of three dimensional finite element analysis.