

无粘性土坝坡稳定分析

王 鸿 兴

(华东水利学院, 南京)

一、前 言

无粘性土坝在部分浸水条件下, 其滑裂面一般为折线滑裂面(下简称折面)。折点近似地取为水位与滑裂面的交点, 如图1。寻求最危险折面的位置以及计算最小安全系数 K_{min} , 通常是借助某个近似公式, 并通过试算法求得。例如用一个常用的近似公式^[1-8]

$$K = f_2 \frac{G_1(\sin\alpha_1 - f_1\cos\alpha_1)\sin(\alpha_1 - \alpha_2) + G_2\cos\alpha_2}{G_1(\sin\alpha_1 - f_1\cos\alpha_1)\cos(\alpha_1 - \alpha_2) + G_2\sin\alpha_2} \quad (1)$$

参照文献[4], 对式(1)进行分析的结果, 证明用该式计算的 K_{min} 的折面是在坝面而不在坝身内部, 且 $K_{min} = mf_2$ (m 为坝坡率, f_2 为水下土壤摩擦系数), K_{min} 即为坝坡稳定安全值。

式(1)是根据图1模型推导而得。 G_1 滑动体处于极限平衡状态, 即抗滑力 $T_1 = f_1 N_1$ (f_1 为土壤摩擦系数, N_1 为滑裂面法向反力); 而 G_1 、 T_1 、 N_1 的合力 P 作用方向假定与折坡角 α_1 相同。 G_1 既处于极限滑动状态, α_1 必大于土壤内摩擦角 φ_1 ($\varphi_1 = \text{tg}^{-1} f_1$), 因此假定的合力方向过陡, 这对抗滑体 G_2 的稳定有利。其次充分发挥了抗滑力 T_1 的作用, 致使合力 P 变小, 从而也对抗滑体 G_2 稳定有利。由于以上两原因, 用式(1)就找不到坝内具有最小安全系数 K_{min} 的折面, 而愈趋于坝面, K 值愈小, 直至等于坝面安全系数 $K_{min} = mf_2$ 。

针对式(1)存在的问题, 本文建议另一个计算公式。

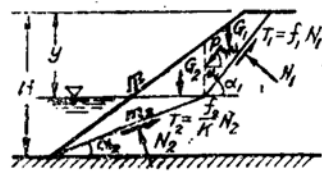


图1 折面及式(1)的力系图形

二、建议的计算公式

鉴于上述式(1)存在的问题, 理应按整体考虑滑动, 并忽略次要的 G_1 、 G_2 分界面的倾斜作用, 提出了计算图型, 如图2。

取滑动体 G_1 、 G_2 为隔离体, 如图2(a), (b), 并取合力 P 的作用方向与水平面夹角 $\alpha_p = \text{tg}^{-1} \frac{f_1}{K}$ 。 K 为稳定安全系数。隔离体上其它作用力及其意义、符号皆示于图上。根据土体静力平衡条件得计算稳定安全系数 K 的公式如下:

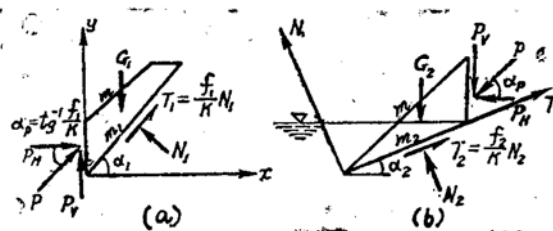


图2 折面及式(2)的力系图形

$$K = f_2 \frac{G_1 \left(\frac{f_1}{K} \cos \alpha_2 - \sin \alpha_2 \right) + G_2 \cos \alpha_2 \left(\frac{f_1}{K} + \frac{\frac{f_1}{K} \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \frac{f_1}{K} \cos \alpha_1} \right)}{G_1 \left(\frac{f_1}{K} \sin \alpha_2 + \cos \alpha_2 \right) + G_2 \sin \alpha_2 \left(\frac{f_1}{K} + \frac{\frac{f_1}{K} \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1}{\sin \alpha_1 - \frac{f_1}{K} \cos \alpha_1} \right)}$$

由文献[5]式(19)变换后也可导出上式。为了便于计算, 令

$$\sin \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{1+m_1^2}}, \quad \cos \alpha_1 = \frac{m_1}{\sqrt{1+m_1^2}},$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{1+m_2^2}}, \quad \cos \alpha_2 = \frac{m_2}{\sqrt{1+m_2^2}}$$

代入上式得

$$K = f_2 \frac{G_1 \left(1 - \frac{f_1}{K} m_1 \right) \left(\frac{f_1}{K} m_2 - 1 \right) + m_2 G_2 \left[2 \frac{f_1}{K} + \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) m_1 \right]}{G_1 \left(1 - \frac{f_1}{K} m_1 \right) \left(\frac{f_1}{K} + m_2 \right) + G_2 \left[2 \frac{f_1}{K} + \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) m_1 \right]} \quad (2)$$

为了计算方便, 再变换式(2)可得

$$\begin{aligned} & (m_2 G_1 + m_1 G_2) K^3 - [G_1 (m_1 m_2 f_1 - f_1 - f_2) + G_2 (m_1 m_2 f_2 - 2 f_1)] K^2 \\ & - [G_1 f_1 (m_1 f_1 + m_1 f_2 + m_2 f_2) + G_2 f_1 (m_1 f_1 + 2 m_2 f_2)] K \\ & + (G_1 + G_2) m_1 m_2 f_1^2 f_2 = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)或(3)即为本文提出建议的公式。

三、求解 $K_{\min}$ 的基本公式

(一) 式(2)的分析及求解

式(2)中安全系数 K 为 γ 、 m_1 、 m_2 的函数。若 $K_{\min}$ 存在, 可由极值必要条件: $\frac{\partial K}{\partial \gamma} = 0$, $\frac{\partial K}{\partial m_1} = 0$, $\frac{\partial K}{\partial m_2} = 0$ 以及式(2)联立解得 γ , m_1 , m_2 及 $K_{\min}$ 。

由 $\frac{\partial K}{\partial y} = 0$ 得

$$G_1 \frac{\partial G_2}{\partial y} - G_2 \frac{\partial G_1}{\partial y} = 0 \quad (4)$$

由于 G_2 与 m_1 无关, 故 $\frac{\partial K}{\partial m_1} = 0$ 中 $\frac{\partial G_2}{\partial m_1} = 0$ 。

由 $\frac{\partial K}{\partial m_1} = 0$ 得

$$-\frac{\partial G_1}{\partial m_1} \left[2 \frac{f_1}{K} + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right) + G_1 \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) = 0 \quad (5)$$

由 $\frac{\partial K}{\partial m_2} = 0$ 得

$$\begin{aligned} & G_1^2 \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right)^2 \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) + G_1^2 \left[2 \frac{f_1}{K} + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right]^2 \\ & + \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right) \left[2 \frac{f_1}{K} + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] \left[2 \frac{f_1}{K} G_1 G_2 \right. \\ & \left. + (1 + m_1^2) \left(G_1 \frac{\partial G_1}{\partial m_2} - G_2 \frac{\partial G_1}{\partial m_2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

若 K_{min} 存在, 式(4)、(5)、(6)及式(3)四式即为求解 K_{min} 的基本公式。当然, 尚须证明 K_{min} 存在的充分条件, 但也可不必用繁琐的数学推演, 而可在具体求得解答后再检验确为极小值亦可。

(二) 滑裂面的类型

折面共分四种类型, 如图3。I型折面 BCD 的滑动体 G_1 与 G_2 的垂直分界面通过坝顶; II型折面 $BC'D'$ 通过坝顶, 但 G_1 , G_2 分界面恰过坝肩点; III型折面 BMN 通过坝顶, 但 G_1 , G_2 分界面在坝坡范围内; IV型折面 $BM'N'$ 通过坝坡。故进一步分析时应区分类型对待。

由图3(b)知, 如果 y 及 m_1 不变, m_2 变缓, 则II型折面 $BC'D'$ 可变为I型折面 BCD , 滑动体 G_1 未变而 G_2 (做抗滑体看待) 却增加了图中阴影部分 $BCEAC'$, 显见I型 BCD 折面稳定安全系数 K 大于原II型 $BC'D'$ 折面值。再由图3(c)知, 如 m_1 , m_2 不变, 水位上升、 y 减小到一定值 y' , 则III型折面 BMN 可变为II型折面 $BC'D'$ 。如做 $FL \parallel AD'$, 则 $BMLF$ 与 $BC'D'A$ 图型几何相似, 其中各相应三角形也相似。于是按相似原理及式(2)可以证明 $BMLF$ 与 $BC'D'A$ 折面安全系数 K 相同。但III型折面实际上尚有 $FLNA$ 部分滑体 (图中阴影面积), 增加了滑动力, 显见III型折面 BMN 安全系数 K 小于II型折面 $BC'D'$ 。

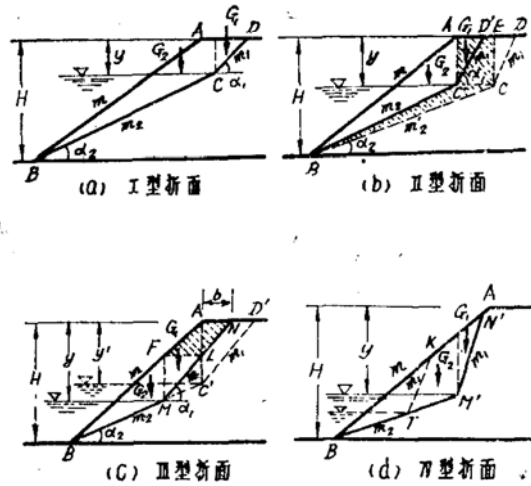


图3 折面类型

于是得出结论一：属于 I 型折面的安全系数总大于 II 型折面值；而 II 型折面的安全系数又总大于 III 型值。故 I、II 型折面皆非控制型。这样，就仅须研究 III、IV 型折面的情况以确定最小安全系数 $K_{\min}$ 。

(三) III 型折面情况

如图 3(c)，各作用力值及其各偏导数如下：

$$G_1 = \frac{\gamma_1}{2} \left[-(H-y)^2 \frac{m_1^2}{m} + 2H(H-y)m_2 - mH^2 + m_1 y^2 \right]$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial y} = \gamma_1 \left[\left(m_1 - \frac{m_1^2}{m} \right) y + \left(\frac{m_1^2}{m} - m_2 \right) H \right]$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial m_1} = \frac{\gamma_1}{2} y^2$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial m_2} = \gamma_1 (H-y) \left[H - (H-y) \frac{m_2}{m} \right]$$

$$G_2 = \frac{\gamma_1}{2} (H-y)^2 (m_2 - m) \left(\frac{m_2 - m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial y} = -\gamma_1 (H-y) (m_2 - m) \left(\frac{m_2 - m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial m_2} = \frac{\gamma_1}{2} (H-y)^2 \left[\frac{2}{m} (m_2 - m) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right]$$

以上各式中， γ_1 、 γ_2 分别为土壤干容重及浮容重； H 为坝高； y 为坝顶至水面高；其它符号

见图3(c)。

将上述各值先代入式(4)得

$$\begin{aligned} & \frac{\gamma_1^2}{2} H(H-y)(m_2-m) \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) [y(m_2-m_1) - H(m_2-m)] \\ & = 0 \end{aligned}$$

按极小值及 $\frac{\partial K}{\partial y} = 0$ 定义分析,

当 $y < \frac{m_2-m}{m_2-m_1} H < H$ 时, $\frac{\partial K}{\partial y} < 0$; 当 $y = \frac{m_2-m}{m_2-m_1} H < H$ 时, $\frac{\partial K}{\partial y} = 0$, 故

$$y(m_2-m_1) - H(m_2-m) = 0 \quad (7)$$

属极小值条件。又由图3(c)知坝顶折面宽 $b = y(m_1-m_2) + H(m_2-m)$, 若 $b = 0$, 即 $y(m_1-m_2) + H(m_2-m) = 0$ 。

由此得结论二: 对于Ⅲ型折面, K 取极小值的条件是水位 $y = \frac{m_2-m}{m_2-m_1} H$, 同时折面顶宽 $b = 0$, 亦即要求折面通过坝肩 A 点。进而推知危险折面只限于坝坡范围以内的Ⅳ型折面情况, 其中包括通过 A 点的临界状态, 从而排除了通过坝顶, 除 A 点以外, 其他任一点的可能性。

将式(7)所得 $y = \frac{m_2-m}{m_2-m_1} H$ 代入Ⅲ型折面情况的 G_1 , $\frac{\partial G_1}{\partial m_1}$, $\frac{\partial G_1}{\partial m_2}$, G_2 , $\frac{\partial G_2}{\partial m_2}$ 各式得

$$G_1 = \frac{\gamma_1 H^2 m_1 (m-m_1)(m_2-m)^2}{2m(m_2-m_1)^2}$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial m_1} = \frac{\gamma_1}{2} H^2 \left(\frac{m_2-m}{m_2-m_1} \right)^2$$

$$\frac{\partial G_1}{\partial m_2} = \gamma_1 H^2 \frac{m_1(m-m_1)(m_2-m)}{m(m_2-m)^2}$$

$$G_2 = \frac{\gamma_1}{2} H^2 \left(\frac{m-m_1}{m_2-m_1} \right)^2 (m_2-m) \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)$$

$$\frac{\partial G_2}{\partial m_2} = \frac{\gamma_1}{2} H^2 \left(\frac{m-m_1}{m_2-m_1} \right)^2 \left[\frac{2}{m} (m_2-m) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right]$$

将以上各值代入式(5)、(6), 并分别消掉非零因子 $\frac{\gamma_1^2}{4} H^4 \left(\frac{m-m_1}{m_2-m_1} \right)^4 (m_2-m)^3 \frac{m_1}{m-m_1}$ 及 $\frac{\gamma_1^2}{4} H^4 \left(\frac{m-m_1}{m_2-m_1} \right)^4 (m_2-m)$ 得

$$\left[m \frac{f_1}{K} \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) - \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] m_1^2 + 4m \frac{f_1^2}{K^2} m_1 - 2m \frac{f_1}{K} = 0$$

(8)

$$\begin{aligned}
& \frac{(m_2 - m)^2 m_1^2}{(m - m_1)^2 m^2} \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right)^2 \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) + \left[2 \frac{f_1}{K} \right. \\
& \quad \left. + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right]^2 \left(\frac{m_2 - m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)^2 + \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right) \left[2 \frac{f_1}{K} \right. \\
& \quad \left. + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] \frac{m_1}{(m - m_1)m} \left[2 \frac{f_1}{K} (m_2 - m) \left(\frac{m_2 - m}{m} \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) - (1 + m_1^2) \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right] = 0 \quad (9)
\end{aligned}$$

式(8)、(9)及式(3)为求解Ⅲ型折面 K_{mia} 的基本公式。

(四)Ⅳ型折面情况

如图3(d), 各作用力值及其各偏导数如下:

$$\begin{aligned}
G_1 &= \frac{\gamma_1}{2} \frac{(H - y)^2 (m_2 - m)^2 m_1}{(m - m_1)m} \\
\frac{\partial G_1}{\partial y} &= -(H - y) \frac{\gamma_1 m_1 (m_2 - m)^2}{m(m - m_1)} \\
\frac{\partial G_1}{\partial m_1} &= \frac{\gamma_1}{2} (H - y)^2 \frac{(m_2 - m)^2}{(m - m_1)^2} \\
\frac{\partial G_1}{\partial m_2} &= \frac{\gamma_1}{2} (H - y)^2 \frac{2m_1(m_2 - m)}{m(m - m_1)} \\
G_2 &= \frac{\gamma_1}{2} (H - y)^2 (m_2 - m) \left(\frac{m_2 - m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \\
\frac{\partial G_2}{\partial y} &= -\gamma_1 (H - y) (m_2 - m) \left(\frac{m_2 - m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \\
\frac{\partial G_2}{\partial m_2} &= \frac{\gamma_1}{2} (H - y)^2 \left[\frac{2}{m} (m_2 - m) + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right]
\end{aligned}$$

将上述各值分别代入式(4)~(6), 并分别消去式(5)、(6)中含 $(H - y)$ 的非零因子

$$\frac{\gamma_1^2}{4} (H - y)^4 (m_2 - m)^5 \frac{m_1}{m - m_1} \quad \text{及} \quad \frac{\gamma_1^2}{4} (H - y)^4 (m_2 - m)$$

由 $\frac{\partial K}{\partial y} = 0$ 得

$$\begin{aligned}
& -\frac{\gamma_1^2}{2} \frac{(H-y)^3(m_2-m)^3m_1}{(m-m_1)m} \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \\
& + \frac{\gamma_1^2}{4} \frac{(H-y)^3(m_2-m)^3m_1}{(m-m_1)m} \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) = 0 \quad (10)
\end{aligned}$$

由 $\frac{\partial K}{\partial m_1} = 0$ 得

$$\left[m \frac{f_1}{K} \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) - \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] m_1^2 + 4m \frac{f_1^2}{K^2} m_1 - 2m \frac{f_1}{K} = 0 \quad (11)$$

由 $\frac{\partial K}{\partial m_2} = 0$ 得

$$\begin{aligned}
& \frac{(m_2-m)^2m_1^2}{(m-m_1)^2m^2} \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right)^2 \left(1 + \frac{f_1^2}{K^2} \right) + \left[2 \frac{f_1}{K} \right. \\
& \left. + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right]^2 \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right)^2 + \left(1 - m_1 \frac{f_1}{K} \right) \left[2 \frac{f_1}{K} \right. \\
& \left. + m_1 \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) \right] \frac{m_1}{(m-m_1)m} \left[2 \frac{f_1}{K} (m_2-m) \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \right. \\
& \left. - \left(1 + m_1^2 \right) \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right] = 0 \quad (12)
\end{aligned}$$

如将 G_1, G_2 值代入式(2), 经简化得

$$K_{\min} = f_2 \frac{\frac{(m_2-m)m_1}{(m-m_1)m} \left(1 - \frac{f_1}{K} m_1 \right) \left(\frac{f_1}{K} m_2 - 1 \right) + m_2 \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \left[2 \frac{f_1}{K} + \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) m_1 \right]}{\frac{(m_2-m)m_1}{(m-m_1)m} \left(1 - \frac{f_1}{K} m_1 \right) \left(\frac{f_1}{K} + m_2 \right) + \left(\frac{m_2-m}{m} + \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \left[2 \frac{f_1}{K} + \left(1 - \frac{f_1^2}{K^2} \right) m_1 \right]} \quad (13)$$

可见 $K_{\min}$ 与 y 无关。这在式(10)~(12)中亦得到证实。换言之, 图3(d)中折面 $BM'N'$ 及 BTK 折坡相同, 水位不同, 但 $K_{\min}$ 相同。

以上式(11)、(12)及式(3)为求解Ⅳ型折面 $K_{\min}$ 的基本公式。且式(11)、(12)经消去含 $(H-y)$ 的非零因子后完全与式(8)、(9)相同。说明过坝肩 A 点的Ⅲ型折面只是Ⅳ型折面的特例。

综上所述, 可得出结论三: 对Ⅳ型折面, 最小安全系数 $K_{\min}$ 与水位变化无关, 只要折面坡 m_1, m_2 相同, 不同的水位下都可能有相同的 $K_{\min}$ 值。由此可推论: 对于Ⅳ型折面, 具有最小安全系数的折面并非唯一的。而对求解 $K_{\min}$ 的基本公式, 不论Ⅲ型或Ⅳ型折面, 则完全相同, 即联立解式(11)、(12)及式(3)即可。

(五) III、IV型折面 $K_{\min}$ 基本公式的解算

理论上联立解式(3)、(11)、(12)即得 m_1 、 m_2 及 $K_{\min}$, 但用迭代法求解更方便。迭代方式为: 先假定 m_1 、 m_2 代入式(3)得 K , 然后将 K 代入式(11)得 m'_1 , 再将 K 、 m'_1 代入式(12)得 m'_2 , 至此一次迭代完毕。再将 m'_1 、 m'_2 代入式(3)得 K' , 如此反复数次即得精确解 m_1 、 m_2 、 $K_{\min}$ 。然后对所得的 $K_{\min}$ 解进行验证: 在 m_1 、 m_2 邻域内任取 m'_1 、 m'_2 代入式(3)求 K' , 若所求 K' 皆大于 $K_{\min}$, 且有 $K_{\min} < mf_2$, $m_2 > m$, 即证实在坝身内存在有 $K_{\min}$ 及其折面。从而也证实式(3)或式(2)的合理性。

【例】假定 $m = 3$, $f_1 = 0.5$, $f_2 = 0.4$, $\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{1}{2}$ 。通过对式(3)、(11)、(12)迭代计算, 最后得 $m_1 = 130$, $m_2 = 3.26$, $K_{\min} = 1.190$ 。

当 m_1 、 m_2 有微小变动时, 与其相应的 K 值变化如表1所示。

表1

m'_1	1.34	1.34	1.30	1.30	1.26
m'_2	3.30	3.26	3.30	3.22	3.26
K	1.1907	1.1905	1.1905	1.1906	1.1905

可见 $K_{\min}$ 为其邻域中的最小值。而坝面安全系数 $Km = mf_2 = 3 \times 0.4 = 1.20$, 且有 $K_{\min} < Km$ 及 $m_2 > m$, 证明坝身内存在 $K_{\min}$ 及其滑裂面。

(六) 一般解的图表绘制

上述给出了求解无粘性土坝边坡抗滑稳定最小安全系数 $K_{\min}$ 及其滑裂面位置 m_1 、 m_2 的基本方程组。并且通过算例给出了一个特解, 从而证实了滑裂面存在于坝身内部。下面要给出基本方程组的一般解, 按此可绘成图表, 供工程设计参考使用。

为便于电算及绘制图表, 取 $f_{1K} = \frac{f_1}{K}$, $f_{2K} = \frac{f_2}{K}$, $n = \frac{f_1}{f_2}$, 于是有 $f_{1K} = nf_{2K}$ 。并取 $p = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, 一并代入式(3)、(11)、(12)得

$$Af_{1K}^3 + Bf_{2K}^2 + Cf_{2K} + D = 0 \quad (14)$$

$$A_1m_1^2 + B_1m_1 + C_1 = 0 \quad (15)$$

$$A_2m_2^2 + B_2m_2 + C_2 = 0 \quad (16)$$

式中

$$A = (G'_1 + G'_2)n^2m_1m_2$$

$$B = -[nG'_1(m_1 + m_2 + nm_1) + nG'_2(nm_1 + 2m_2)]$$

$$C = [G'_1(1 + n - nm_1m_2) + G'_2(2n - m_1m_2)]$$

$$D = (G'_1m_2 + G'_2m_1)$$

$$G'_1 = \frac{G_1}{\frac{\gamma_1}{2}(H-y)^2(m_2-m)} = \frac{(m_2-m)m_1}{(m-m_1)m}$$

$$G'_2 = \frac{G_2}{\frac{\gamma_1}{2}(H-y)^2(m_2-m)} = \left(\frac{m_2}{m} + p - 1 \right)$$

$$A_1 = [nmf_{2K}(1-n^2f_{1K}^2) - (1+n^2f_{1K}^2)]$$

$$B_1 = 4mn^2f_{1K}^2$$

$$C_1 = -2mnf_{2K}$$

$$A_2 = \left[R + \frac{S}{m^2} + T \left(\frac{1}{m} - \frac{p}{2nf_{2K}} \right) \right]$$

$$B_2 = \left[-2mR + 2 \frac{p-1}{m} S + T(p-2) \right]$$

$$C_2 = m^2R + (p-1)^2S - \left[m(p-1) + \frac{p}{2nf_{2K}} \right] T$$

A_2, B_2, C_2 中

$$R = (1 - nm_1f_{2K})^2(1 + n^2f_{1K}^2) \frac{m_1}{(m - m_1)m}$$

$$S = \frac{(m - m_1)m}{m_1} [2nf_{2K} + m_1(1 - n^2f_{1K}^2)]^2$$

$$T = (1 - nm_1f_{2K})[2nf_{2K} + m_1(1 - n^2f_{1K}^2)]2nf_{2K}$$

以上方程组中未知量为 f_{2K}, m_1, m_2 ; 参变量为 m, n, p 。

当 m, n, p 为某一定值时, 可用迭代法求解 f_{2K}, m_1, m_2 。解算方法如下: ①先取初始近似变量 $f_{1K}^0 = \frac{1}{m}$ 代入式(15), 求得 $m_1^0 = \frac{-B_1 + \sqrt{B_1^2 - 4A_1C_1}}{2A_1}$; ②将 f_{1K}^0, m_1^0 代入式(16), 求得 $m_2^0 = \frac{-B_2 + \sqrt{B_2^2 - 4A_2C_2}}{2A_2}$; ③将 m_1^0, m_2^0 代入式(14), 用牛顿迭代法解一元三次方程求 f'_{2K} , 至此一次迭代完。如此反复迭代, 求得一定误差精度要求时的 f_{2K}^*, m_1^*, m_2^* , 即为所求解。而 $K = f_2/f_{2K}^*$ 。

按上述解算方法编制电算程序, 当 m, n, p 为某一定值时, 可求得相应的 f_{2K}, m_1, m_2 值, 绘制成图表。限于篇幅, 今仅列其中一组图表, 见表2^①及图4。

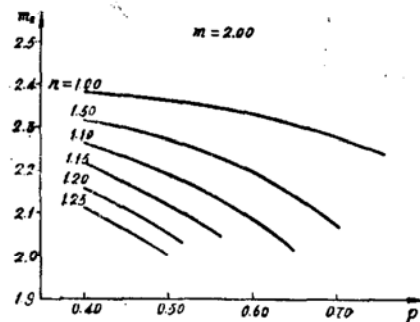
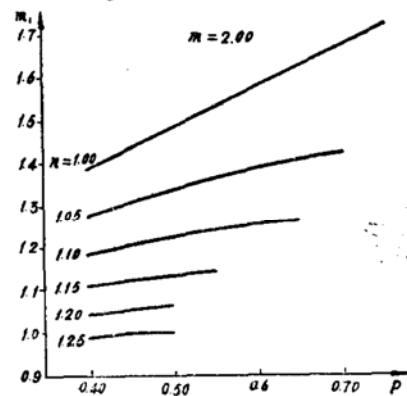
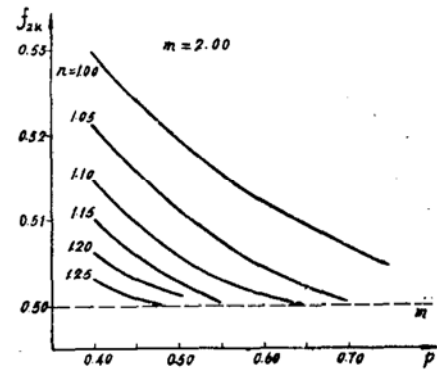
四、结 语

1. 应合理地考虑滑动土体的合力 P 的方向以及滑动体与抗滑体都具有同等的安全系数, 建立其计算图型, 并导出计算公式(3)及其理论解的公式(11)、(12)。通过计算证明能在坝内找到最小 K 值及其滑裂面, 并绘制成图表。

①图表系在指导毕业设计中, 由陆定维同学做出, 今仅取其中一组。

表 2 $m = 2.00$

n	p	m_1	m_2	f_{2k}
1.25	0.40	0.990	2.120	0.5030
	0.45	0.999	2.068	0.5009
	0.50	1.002	2.006	0.5000
1.20	0.40	1.048	2.163	0.5059
	0.45	1.058	2.117	0.5027
	0.50	1.065	2.062	0.5007
1.15	0.40	1.111	2.210	0.5096
	0.45	1.127	2.171	0.5055
	0.50	1.139	2.123	0.5025
	0.55	1.147	2.065	0.5006
1.10	0.40	1.186	2.261	0.5145
	0.45	1.208	2.231	0.5098
	0.50	1.228	2.193	0.5060
	0.55	1.243	2.145	0.5030
	0.60	1.255	2.087	0.5010
	0.65	1.260	2.017	0.5000
1.05	0.40	1.277	2.319	0.5210
	0.45	1.308	2.299	0.5158
	0.50	1.338	2.272	0.5114
	0.55	1.365	2.238	0.5077
	0.60	1.389	2.196	0.5046
	0.65	1.410	2.143	0.5023
	0.70	1.424	2.079	0.5006
1.00	0.40	1.390	2.385	0.5296
	0.45	1.436	2.378	0.5243
	0.50	1.481	2.367	0.5197
	0.55	1.527	2.350	0.5158
	0.60	1.573	2.330	0.5123
	0.65	1.621	2.305	0.5093
	0.70	1.670	2.276	0.5068
	0.75	1.720	2.243	0.5047

图 4 一组 f_{2k} , m_1 , m_2 图解

2. 坝内最小 K_{min} 值的折面不会通过坝顶平面，只限于坝坡范围以内。

3. 在坝坡范围内找到的 K_{min} 折面与 y 无关，且并非唯一的，即存在一个具有 K_{min} 的区域。极限折面界通过坝址 B 及坝肩点 A ，折坡为已知值 m_1, m_2 。在此界限内有无数 m_1, m_2 相同的折面，如图5中 $BCA, BC'A', B'C''A \dots$ 都有同一 K_{min} 值。这一点结论与一般看法

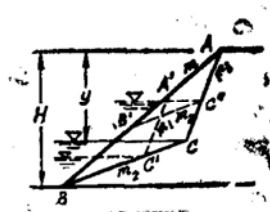


图5 K_{min} 的折面区域

相反。这是由于公式本身假定的前提所造成，即由于各土体视为刚体(不考虑应变与应力的关系)，并处于极限平衡状态；简化未知量只满足静力平衡而不顾及力矩平衡，从而导出相似关系而有 K_{min} 与 y 无关的结果。这是否完全合理，尚待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 天津大学主编，水工建筑物，水利出版社，1981年。
- [2] 清华大学水利系编，农田水利工程，科学出版社，1977年。
- [3] 湖南省水利学校主编，水工建筑物，水利出版社，1980年。
- [4] 王鸿兴，对一个无粘性土坝折线法边坡稳定计算公式的分析与讨论，华东水利学院学报，1984年第3期。
- [5] 陈祖煜，土坡稳定分析通用条分法及其改进，岩土工程学报，第5卷，第4期，1983年。