

挡土墙后粘性填土的土压力计算

赵 恒 惠

(湖南省交通规划勘察设计院, 长沙)

提 要

本文根据库伦原理, 推导出了一个比较简单的计算粘性土土压力的公式。对无粘性土也适用。

一、前 言

重力式挡土墙, 由于取材容易, 施工简单, 因此, 在我国一直得到了广泛的应用。然而, 对作用于挡土墙土压力, 计算方法虽多, 但都有缺陷。目前对无粘性土, 一般均采用库伦公式, 实践证明误差不大。但对于粘性土的土压力, 目前还没有一个比较精确、简单的计算方法。我国现行的各种规范所采用的方法, 也不完全一致。建筑部门规定采用楔体试算法; 交通部门规定可采用朗肯(Rankine)理论公式, 或等值摩擦角法, 只是在需要精确计算时, 才采用楔体试算法。这是因为楔体试算法考虑的因素较多, 一般认为还比较完善, 但由于在设计的过程中, 需要试算, 仍感费时。本文根据库伦原理, 对挡土墙后的土压力进行了分析, 推导出了一个比较简单的计算公式。

二、填土表面为水平时的土压力

(一)公式推导

设有一墙背为倾斜的挡土墙, 墙背后的填土表面为一水平面, 楔形土体 ABC 表面有水平平均布荷载 q 。挡土墙承受垂直于墙面的正压力和顺着墙面的下滑力。选用填土表面为 x 轴, 与 x 轴相垂直、并且通过墙背面某一计算深度的点为 y 轴。楔形土体的受力情况及符号意义见图 1。根据图中的几何关系, 可写出楔体自重表达式为

$$W = W_1 + W_2 = \frac{1}{2} \gamma y^2 \tan \theta + \frac{1}{2} \gamma y^2 \tan \rho$$

式中 γ ——土的容重;

其余符号意义见图 1。

当楔体处于极限平衡时, 挡土墙和静止土体对楔体的阻力分别为

$$F = \frac{1}{\cos \rho} (c' y + E \tan \delta)$$

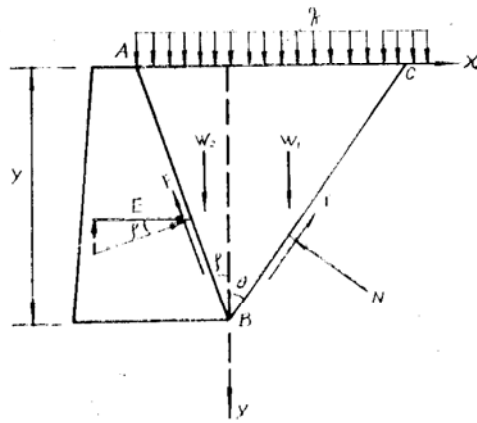


图1 作用于楔形土体上的力

$$T = cl + N \operatorname{tg} \phi$$

式中 F ——墙背阻力；

T ——静止土体对楔体的阻力，即滑裂面上的剪力；

E ——墙背上的正压力在 x 向的分力；

N ——滑裂面上的正压力；

δ, ϕ ——分别为墙背对土体的摩擦角和土体的内摩擦角；

c', c ——分别为墙背与土体间的粘结力和土体内的粘聚力；

l ——滑裂面 BC 的长度。

墙背阻力 F 是由两部份组成的。其一是粘结阻力。另一是摩擦阻力。

由于影响 δ 的因素比较多，因而各种方法的取值也不一样。有的取 $\delta = \frac{2}{3}\phi$ （见文献[1]），有的取 $\operatorname{tg} \delta = \frac{2}{3}\operatorname{tg} \phi$ （见文献[2]），有的取值还小些，视影响因素而定，一般为 $\frac{1}{3}\phi \sim \frac{3}{4}\phi$ （见文献[3, 4]）。关于 c' 的取值，资料较少。在楔体试算法中（见文献[1]），均取 $\delta = \frac{2}{3}\phi$ ， $c' = \frac{2}{3}c$ 。为考虑各种影响因素（如墙背的倾斜程度、粗糙程度等）。在本公式推导中，采用 $\operatorname{tg} \delta = \eta \operatorname{tg} \phi$ ， $c' = \eta c$ 。其中 η 为0~1之间的系数，视影响因素而定。由此、墙背阻力，又可用下式表示：

$$F = \frac{\eta}{\cos \rho} (cy + E \operatorname{tg} \phi)$$

根据土体的受力情况，分别列出 x, y 向诸分力的平衡方程。即

$$\Sigma y = Q + W - F \cos \rho - T \cos \theta - N \sin \theta - E \operatorname{tg} \rho = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma x = T \sin \theta - N \cos \theta + E - F \sin \rho = 0 \quad (2)$$

式中 Q ——作用于楔形土体表面的均载总和， $Q = qy(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta)$ 。

将 W, F, Q, T 诸式代入平衡方程式(1)，(2)联立求解，消去 N ，则

$$\frac{qy(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) - \frac{1}{2}\gamma y^2(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) - cy - E\operatorname{tg}\rho - \eta(cy + E\operatorname{tg}\phi)}{E - \eta(cy + E\operatorname{tg}\phi)\operatorname{tg}\rho + cy\operatorname{tg}\theta}$$

$$= \frac{\operatorname{tg}\phi + \operatorname{tg}\theta}{1 - \operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta}$$

整理上式得

$$\left(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy\right)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho)\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\phi - \left(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy\right)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) +$$

$$+ \left[1 + \eta + \operatorname{tg}^2\theta - \eta\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\phi - \eta\operatorname{tg}\rho(\operatorname{tg}\phi + \operatorname{tg}\theta)\right]cy$$

$$= \left[(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) - (1 + \eta)(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta)\right]E$$

从而求得极限平衡时,挡土墙上的正压力在 x 方向的分量为

$$E = \frac{\left(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy\right)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho)(\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\phi - 1) + [1 + \eta + \operatorname{tg}^2\theta - \eta\operatorname{tg}\theta\operatorname{tg}\phi - \eta\operatorname{tg}\rho(\operatorname{tg}\phi + \operatorname{tg}\theta)]cy}{(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) - (1 + \eta)(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta)}$$

(3)

令

$$\omega = \frac{(\operatorname{tg}\rho + \operatorname{tg}\theta)(1 - \operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta)}{(1 - \eta\operatorname{tg}^2\phi)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) + (1 + \eta)(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta)}$$

$$\psi = \frac{1 + \eta + \operatorname{tg}^2\theta - \eta\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta - \eta\operatorname{tg}\rho(\operatorname{tg}\phi + \operatorname{tg}\theta)}{(1 - \eta\operatorname{tg}^2\phi)(\operatorname{tg}\theta + \operatorname{tg}\rho) + (1 + \eta)(\operatorname{tg}\phi - \operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta)}$$

则

$$E = \frac{1}{2}\omega\gamma y^2 + \omega qy - \psi cy \quad (4)$$

将式(3)对 θ 微分,并令 $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$,因分母不能为零,则分子必须为零。即

$$[(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)\operatorname{tg}\theta + (\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)\operatorname{tg}\rho - (1 + \eta)\operatorname{tg}\phi + (1 + \eta)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta][2(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta + (\frac{1}{2}\gamma y + qy^2)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi - (\frac{1}{2}\gamma y^2 + qyy) + (2\operatorname{tg}\theta - \eta\operatorname{tg}\phi - \eta\operatorname{tg}\rho)cy]$$

$$- [(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}^2\theta\operatorname{tg}\phi + (\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta - (\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}\theta$$

$$- (\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}\rho + (1 + \eta + \operatorname{tg}^2\theta - \eta\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta - \eta\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi - \eta\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\theta)cy][(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)$$

$$+ (1 + \eta)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi] = 0$$

将上式展开化简,合并同类项,并消去公因子 $(\frac{1}{2}\gamma y^2 + qy)\operatorname{tg}\phi + cy$,则

$$(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)\operatorname{tg}^2\theta + (1 + \eta)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}^2\theta - 2(1 + \eta)\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\theta + 2(\eta\operatorname{tg}^2\phi - 1)\operatorname{tg}\rho\operatorname{tg}\theta$$

$$+ (1 + \eta) + \eta\operatorname{tg}^2\phi\operatorname{tg}^2\rho + \eta\operatorname{tg}^2\rho - \operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\rho - \eta\operatorname{tg}\phi\operatorname{tg}\rho = 0$$

从而求得产生最大主动土压力时的滑裂角为

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(1+\eta) \operatorname{tg} \phi - (\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) \operatorname{tg} \rho \pm \sqrt{(1+\eta) \sec^2 \phi \sec^2 \rho (1 - \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \rho)}}{\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1 + (1+\eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi} \quad (5)$$

因系主动土压力, 根号前取负号。

当墙背为直立(即 $\rho = 0$) 时。

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(1+\eta) \operatorname{tg} \phi - \sec \phi \sqrt{1+\eta}}{\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1}$$

当墙背为直立且光滑(即 $\eta = 0$, $\rho = 0$) 时,

$$\operatorname{tg} \theta = \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) \quad \text{此时}$$

$$E = \left(\frac{1}{2} \gamma y^2 + qy \right) \operatorname{tg}^2 \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right) - 2cy \operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{\phi}{2} \right)$$

这就是朗肯公式。

欲求土体对挡土墙背面的正压力强度在 x 方向的分量, 则将式(4)对 S 微分(S 为 $\overline{AB}$ 的长度, $y = S \cos \rho$), 于是

$$e = (\omega \gamma y + \omega q - \psi c) \cos \rho \quad (6)$$

将式(6)除以 $\cos \rho$, 则求得沿 y 轴分布的正压力强度在 x 方向的分量为

$$\sigma_3 = \omega \gamma y + \omega q - \psi c \quad (7)$$

当 $\sigma_3 = 0$ 时, 从式(7)中, 可以得到正压力强度零点的高度

$$y_0 = \frac{\psi c}{\omega \gamma} - \frac{q}{\gamma} \quad (8)$$

当 $y = 0$ 时, 求得其最大拉力强度为

$$\sigma_3 = \omega q - \psi c \quad (9)$$

于是求得拉力区的总拉力为

$$E' = - \frac{1}{2\omega \gamma} (\omega q - \psi c)^2 \quad (10)$$

由于自然条件对土壤性质影响很大, 土体在这种拉力的作用下, 容易造成裂缝。因此, 这种拉力是靠不住的。像其他计算土压力的方法一样, 在土压力的计算中, 不考虑拉力的作用。对此, 有两种处理办法。

其一是推力代替法。众所周知, 具有粘聚力的半无限土体, 在受到水平拉伸时, 土体内将出现拉力区。在极限平衡时, 其拉力区的高度为 $y_0 = \frac{2c}{\gamma} \operatorname{tg} \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right)$ 。这种拉力, 对竖直岸坡, 起着稳定的作用, 它使得竖直岸坡的直立高度, 可达 $2y_0$, 如果因某种原因, 使这种拉

力消失,只要我们在外部沿着拉力的方向,施加等量的推力,则竖直岸坡,仍然不会崩塌。挡土墙后拉力区的出现,也是由于土的粘聚力引起的,它使得按式(4)求得的上压力,只反映出 $2y_0$ 以下的土压力, $2y_0$ 以上土的稳定,是由这种拉力承担了。如果不计土体的拉力,而由外部施加等量的推力(即挡土墙的压力)代替,则仍将使土体处于平衡状态,而不改变其他诸力的大小和方向。为此,挡土墙上的正压力在 x 方向的分量为

$$E = \frac{1}{2} \omega \gamma y^2 + \omega q y - \psi c y + \frac{1}{2\omega\gamma} (\omega q - \psi c)^2 \quad (11)$$

当 $q = 0$, $\rho = 0$, $\eta = 0$ 时,上式则变为

$$E = \frac{1}{2} \gamma y^2 \tan^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) - 2cy \tan(45^\circ - \frac{\phi}{2}) + \frac{2c^2}{\gamma} \quad (12)$$

式(12)与不计拉力作用时的朗肯公式(见文献[5])完全一样。

其二是均载置换法。把正压力强度零点以上的土体,作为均载,其均载 $q_0 = \gamma y_0$,此时,土体的受力情况如图2所示。将坐标轴 x ,移至正压力零点,并以 x' 表示之。按图2所示诸

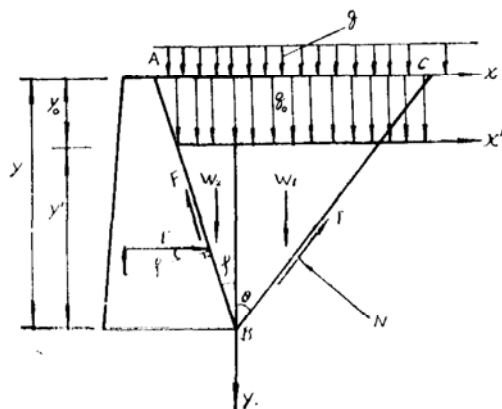


图2 均载置换后土体的受力情况

力,并用 $q' = q + q_0$ 作为合成均载,用 $y' = y - y_0$ 代入平衡方程式(1),(2),则可求得

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2} \omega \gamma y'^2 + \omega q' y' - \psi c y' \\ &= \frac{1}{2} \omega \gamma (y - y_0)^2 + \omega q' (y - y_0) - \psi c (y - y_0) \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中的 ω , ψ 仍然是式(4)中的 ω , ψ 。

用这两种方法计算出来的结果,完全一样。

从式(13)可以看出,如果对 y 微分,则可求得沿 y 轴分布的正压力强度在 x 方向的分量

$$\sigma_3 = \omega \gamma y' + \omega q' - \psi c \quad (14)$$

当 $y' = 0$ 时, $\omega q' = \psi c$, 当 $y' \neq 0$ 时, 式(13)中的后两项,总是等量增加,从而互相抵消了。故式(13), (14)又可简化为

$$E = \frac{1}{2} \omega \gamma y'^2 = \frac{1}{2} \omega \gamma (y - y_0)^2 \quad (15)$$

$$\sigma_3 = \omega \gamma (y - y_0) \quad (16)$$

所以,用均载置换法计算土压力比用推力代替法要更简便些。

求得 E 以后,除以 $\cos \rho$,就求得了土体对挡土墙的正压力。再与 $F = \frac{\eta}{\cos \rho} [c(y - y_0) + E \operatorname{tg} \phi]$ 向量相加,即可求得作用于挡土墙上的合成土压力

$$P = \sqrt{\left(\frac{E}{\cos \rho}\right)^2 + F^2} = \frac{1}{\cos \rho} \sqrt{E^2 + \eta^2 [c(y - y_0) + E \operatorname{tg} \phi]^2} \quad (17)$$

这就是计算主动土压力的一般公式。

若楔形土体 ABC 承受的外力,仍如图1所示,但 T 及 F 反向。当土体处于极限平衡状态时,作用于挡土墙上的正压力在 x 方向的分量为

$$E = \frac{(\frac{1}{2} \gamma y^2 + qy)(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta)(1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta) + [1 + \eta + \operatorname{tg}^2 \theta + \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta + \eta \operatorname{tg} \rho (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \theta)]cy}{(1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi)(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta) - (1 + \eta)(\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta)} \quad (18)$$

令 $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$, 则求得最小被动土压力时的滑裂角为

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(1 + \eta) \operatorname{tg} \phi + (\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) \operatorname{tg} \rho \pm \sqrt{(1 + \eta) \sec^2 \phi \sec^2 \rho (1 + \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \rho)}}{1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi + (1 + \eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi} \quad (19)$$

因系被动土压力,根号前取正号。

当 $\rho = 0$, $\eta = 0$ 时,

$$E = (\frac{1}{2} \gamma y^2 + qy) \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \frac{\phi}{2}) + 2cy \operatorname{tg} (45^\circ + \frac{\phi}{2}) \quad (20)$$

作用于挡土墙上的合成被动土压力为

$$P = \frac{1}{\cos \rho} \sqrt{E^2 + \eta^2 (cy + E \operatorname{tg} \phi)^2} \quad (21)$$

(二)各种计算方法比较

1. 实测数据及本文计算公式的验算

1977年,我院承担了沅江纸厂的挡土墙设计。根据因地制宜、就地取材的原则,决定采用浆砌块石挡土墙。挡土墙座落在比较坚硬的红色粘土上,墙后用开挖出来的红色粘土回填。为了合理地选定挡土墙的断面尺寸,我们在长达300余米的岸线中,事先截取15m作试验挡土墙,试验挡土墙的断面如图3所示。

在15m长的挡土墙中,在墙背埋设5排压力盒,每排间距离3m,压力盒的压力测定面均面向水平方向,以便直接测得其水平方向的土压力。对挡土墙进行了长达一年的试验观测。在这些数据中,我们选取中间一排压力盒在4月18日和5月31日的观测成果,列入表1。

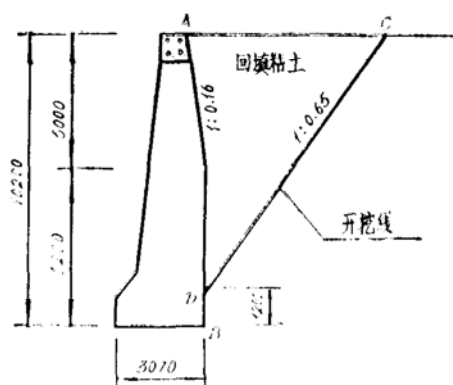


图3 试验挡土墙及填土断面
(图中尺寸以mm计)

表1

测点高程 (m)	4月18日表面无均载		5月31日表面均载 1 t/m^2	
	测时水位 (m)	土压力 (t/m^2)	测时水位 (m)	土压力 (t/m^2)
35.5 34.5 33.5 32.5 30.5 29.5 28.5 27.9 26.5 25.3	28.6		27.0	

又根据现场及室内土工试验测定, 土壤的物理力学性质如表2。

表2

土质类别	容重 $\gamma(\text{t/m}^3)$	粘聚力 $c(\text{t/m}^2)$	内摩擦角 ϕ°
原状粘土	2.0	5.0	25
回填粘土(天然状态)	1.8	2.0	15
回填粘土(淹没状态)	0.89	1.7	5

根据测定的这些数据, 用本文公式, 按三种情况进行了计算。在处理不同土层时, 和通常使用的办法一样, 把上层土作为均载, 来计算下层土的土压力。在确定浆砌块石墙背与填土间的摩擦阻力和粘结阻力时, 采用 $\eta = \frac{2}{3}$ 。计算程序是先按式(5)求出 $\text{tg}\theta$ (采用开挖面即

为滑裂面时,在本例中,其 $\operatorname{tg}\theta = 0.65$),再求出系数 ω , ψ ,然后分别按推力代替法和均载置换法进行计算,求出作用于挡土墙上的正压力在 x 方向(即水平向)的分量 E ,再与墙背阻力在 x 方向的分量相加,从而求得挡土墙上的土压力在 x 方向的分量。两种方法计算结果完全一致。为了检验本方法的可靠程度,除与实际测定的土压力进行比较外,还用文献[6]中规定的三种方法进行计算。

2.朗肯公式

作用于墙背的土压力强度为

$$\sigma_3 = (q + \gamma H) \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) - 2c \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\phi}{2})$$

当 $\sigma_3 < 0$ 时,取 $\sigma_3 = 0$,即不计拉力。

按规范,本公式只能用于铅直墙背,或计算垂直面上的土压力。在本例中,上部5 m范围内,为1:0.16的仰斜墙背,下部才为铅直墙背,但仰斜角甚小,在使用本公式时忽略之。

3.等值摩擦角法

按库伦公式,主动土压力

$$E = \frac{1}{2} \gamma H (H + 2h_0 K_q) K$$

式中

$$h_0 = \frac{q}{\gamma}; \quad K_q = 1;$$

$$K = \frac{\cos^2(\phi_D - \alpha)}{\cos^2 \alpha \cos(\alpha + \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi_D + \delta) \sin \phi_D}{\cos(\alpha + \delta) \cos \alpha}} \right]^2}$$

其中 ϕ_D 按下式求之:

当计算水位以上粘土的 ϕ_D 时

$$\operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\phi_D}{2}) = \sqrt{\frac{\gamma H_1^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\phi}{2}) - 4cH \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\phi}{2}) + \frac{4c^2}{\gamma}}{\gamma H^2}}$$

当计算水位以下粘土的 ϕ_D' 时

$$\operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\phi_D'}{2}) = \sqrt{\frac{\gamma' H_2^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\phi'}{2}) - 4c' H_2 \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\phi'}{2}) + 2q' H_2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\phi'}{2})}{\gamma' H_4^2 - \gamma' H_2^2}}$$

式中 H_1 ——淹没区以上的土体高度;

H_2 ——淹没部份的土体高度;

q' ——地面超载及上部土重;

H_4 ——计算土压力时土体的总高度($H_4 = H_3 + H_2$);

γ', ϕ', c' ——分别为淹没土的容重,内摩擦角,粘聚力;

$$H_3 = \frac{q + \gamma H_1}{\gamma'}; \quad \delta = \frac{2}{3} \phi_D \text{ (或 } \frac{2}{3} \phi_D').$$

4. 楔体试算法

按W. C. 亨延顿著的《土压力和挡土墙》一书的方法计算。挡土墙与填土间的粘结力及摩擦角, 均取等于同类土间的粘结力及内摩擦角的 $2/3$ 。

以上四种方法的计算结果, 列于表 3。

从表中可以看出: 各种计算方法所得的结果出入颇大, 而本文所述方法与楔体试算法, 则相差无几, 且与实测的土压力较为接近。又由于朗肯公式或库伦公式, 都是假定回填土在墙后足够远的距离内完全是匀质的, 滑裂面能在此填土内发生, 且当这一滑裂面形成时, 产生的侧压力是最大的。因而当开挖面小于产生最大土压力的滑裂角时, 这两种方法都不适用。而本文所述方法与楔体试算法, 是取土体为任意滑裂角的, 故适用于任意滑裂角的土体。还需指出, 理论土压力与实测土压力, 两者虽较为接近, 但土压力的分布却相差较大。

表 3

计算方法	计算情况	滑裂面能自由形成	滑裂面受开挖面的限制	
		填土为天然湿度(t)	4月18日测试条件(t)	5月31日测试条件(t)
1	本文公式	24.27	17.94	15.36
2	楔体试算法	24.2	18.0	15.2
3	等值内摩擦角法	26.2	不适用	不适用
4	朗肯公式	32.7	不适用	不适用
5	实测土压力		18.405	16.136

说明: 用第 1~4 项方法计算土压力时, 由于墙后挖方在底部有 1.2m 高铅直陡坡, 因土质甚好, 对墙几乎不产生土压力, 故忽略不计。

三、填土表面为倾斜时的土压力

如果填土表面不是一个水平面, 而是一个与水平面相交成 β 角的倾斜面时, 则如图 4 所示, 仍选用填土表面为 x 轴, 以与 x 轴相垂直, 并通过墙背某一计算深度的点为 y 轴, 按作用于土体上的诸力, 分别列出 x , y 向诸分力的极限平衡方程, 即

$$\Sigma y = (Q + W) \cos \beta - F \cos \rho - T \cos \theta + N \sin \theta + E \tan \rho = 0 \quad (22)$$

$$\Sigma x = E + T \sin \theta - F \sin \rho - N \cos \theta - (Q + W) \sin \beta = 0 \quad (23)$$

将式(22), (23)联立求解, 按照上述推导的方法, 可求得作用于挡土墙上的正压力在 x 方向的分量

$$E = \frac{\left(\frac{1}{2} \gamma y^2 + qy \right) (\tan \theta + \tan \rho) [(1 - \tan \phi \tan \theta) \cos \beta + (\tan \phi + \tan \theta) \sin \beta] -}{(1 - \eta \tan^2 \phi) (\tan \rho + \tan \theta) +} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{-[1 + \eta + \tan^2 \theta - \eta \tan \phi \tan \theta - \eta \tan \rho (\tan \phi + \tan \theta)] cy}{+ (1 + \eta) (\tan \phi - \tan \rho \tan \phi \tan \theta)} \quad (24)$$

或者
$$E = \frac{1}{2} \omega \gamma y^2 + \omega q y - \psi c y \quad (25)$$

式中
$$\omega = \frac{(\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \rho) [(1 - \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta) \cos \beta + (\operatorname{tg} \phi + \operatorname{tg} \theta) \sin \beta]}{(1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi)(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta) + (1 + \eta)(\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta)}$$

$$\psi = \frac{1 + \eta + \operatorname{tg}^2 \theta - \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta - \eta \operatorname{tg} \rho (\operatorname{tg} \phi + \operatorname{tg} \theta)}{(1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi)(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta) + (1 + \eta)(\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta)}$$

若倾斜面坡角 $\beta = 0$, 则公式(24)即变为公式(3)。

令 $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$, 则可求得产生最大主动土压力时的滑裂角为

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(1 + \eta) \operatorname{tg} \phi - (\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) \operatorname{tg} \rho \pm \sqrt{(1 + \eta) \sec^2 \rho \sec^2 \phi \{ (1 - \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \rho) - \xi [(\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) + (1 + \eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi] \}}}{\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1 + (1 + \eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi} \quad (26)$$

式中
$$\xi = \frac{\sin \beta}{(\operatorname{tg} \phi \cos \beta - \sin \beta) + \frac{2c}{\gamma y + 2q}} \quad (27)$$

因系主动土压力, 根号前取负号。

系数 ξ 是一个包含变量 y 的函数, 它随 y 值的增大而增大。因此, 当其他因素不变时, 通过墙背各不同深度点的滑裂面, 是互不平行的, 这与填土表面为水平的情况是不一样的。当 $\beta = 0$ 时, 式(26)即变为式(5)。

正压力零点以上拉力区的高度, 仍可用 $x_0 = \frac{\psi c}{\omega \gamma} - \frac{q}{\gamma}$ 表示之。然后, 再按上节中所述的方法, 计算土压力。

若楔形土体 ABC 承受的外力, 仍如图4所示, 但 T 及 F 反向。当土体处于极限平衡状态时, 作用于挡土墙上的正压力在 x 方向的分量为

$$E = \frac{\left(\frac{1}{2} \gamma y^2 + q y \right) (\operatorname{tg} \theta + \operatorname{tg} \rho) [(1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta) \cos \beta - (\operatorname{tg} \theta - \operatorname{tg} \phi) \sin \beta] +}{(1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi)(\operatorname{tg} \rho + \operatorname{tg} \theta) -} \rightarrow$$

$$\leftarrow \frac{+ [1 + \eta + \operatorname{tg}^2 \theta + \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta + \eta \operatorname{tg} \rho (\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \theta)] c y}{- (1 + \eta)(\operatorname{tg} \phi - \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \theta)} \quad (28)$$

令 $\frac{\partial E}{\partial \theta} = 0$, 则求得最小被动土压力时的滑裂角为

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(1 + \eta) \operatorname{tg} \phi + (\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) \operatorname{tg} \rho + \sqrt{(1 + \eta) \sec^2 \phi \sec^2 \rho \{ (1 + \eta \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \rho) + \xi [(\eta \operatorname{tg}^2 \phi - 1) + (1 + \eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi] \}}}{1 - \eta \operatorname{tg}^2 \phi + (1 + \eta) \operatorname{tg} \rho \operatorname{tg} \phi} \quad (29)$$

式中 ξ 仍按式(27)求之, 这样可求得合成被动土压力为

$$P = \frac{1}{\cos \rho} \sqrt{E^2 + \eta^2 (c y + E \operatorname{tg} \phi)^2} \quad (30)$$

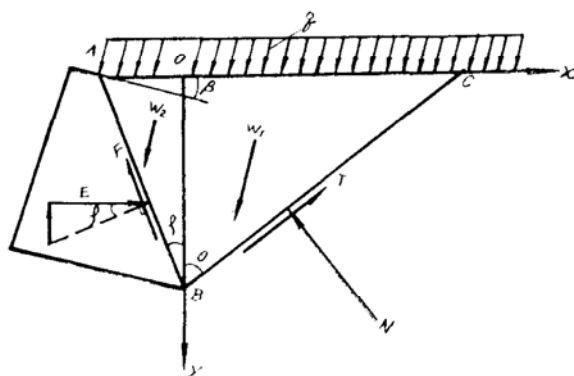


图4 作用于楔形土体上的力

【例】 为便于比较, 现选用文献[1]中图19-3(见第224页)为例, 该图所示的挡土墙及填土表面如图5所示。

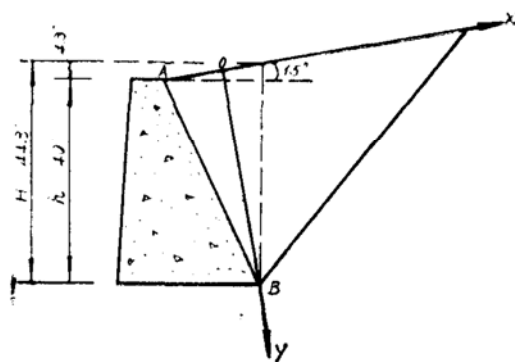


图5 墙和试算土体

回填粘性土的主要物理力学指标为

$$\gamma = 100 \text{ lb/ft}^3$$

$$\phi = 10^\circ$$

$$c = 600 \text{ lb/ft}^2$$

取用的 $\eta = \frac{2}{3}$

原书按楔体试算法进行了计算。根据其计算结果, 可得作用于挡土墙上的合成土压力 $P = 59.6 \text{ klb}$

现按本文所述公式, 求得其合成土压力 $P = 57.4 \text{ klb}$ 。

可见两种方法的计算结果, 比较接近, 相对误差为3.7%。

四、问题讨论

1. 本文在计算墙背阻力的时候, 对 c , $\text{tg}\phi$ 值采用了等同折减, 并用折减系数 η 表示。这是基于目前在计算粘性土的土压力中, 对 c , ϕ 值采用了等同折减这一事实的。由于粘性土

经扰动后再回填,其 c , ϕ 值均较原状粘性土大为降低。一般回填粘性土的 ϕ 值大都在 20° 以下, $\text{tg}20^\circ = 0.364$,把 ϕ 角化为弧度,求得其相对误差为

$$\Delta = \frac{0.364 - 0.349}{0.349} = 0.043$$

对于摩擦阻力的影响还不到5%,所以,对于墙背阻力的影响是不大的。对于土压力的影响则更小了。

2.从式(8)中可以看出,正压力强度零点以上拉力区的高度 y_0 是由许多因素决定的,除 c , γ , ϕ 之外,还有 ρ , η 等。这与表3中的其他三种计算方法不同,他们都是采用(当土体表面无均载时) $y_0 = \frac{2c}{\gamma} \text{tg}(45^\circ + \frac{\phi}{2})$ 。

在本文方法中,如果把式(8)中的 ω , ψ 展开,便可求得

$$y_0 = \frac{c}{\gamma} \left[\frac{1 + \text{tg}^2\theta}{(\text{tg}\rho + \text{tg}\theta)(1 - \text{tg}\phi \text{tg}\theta)} + \frac{\eta}{\text{tg}\rho + \text{tg}\theta} - \frac{\eta \text{tg}\rho(\text{tg}\phi + \text{tg}\theta)}{(\text{tg}\rho + \text{tg}\theta)(1 - \text{tg}\phi \text{tg}\theta)} \right]$$

只有当 $\eta = 0$, $\rho = 0$,且产生最大土压力的滑裂角 $\text{tg}\theta = \text{tg}(45^\circ - \frac{\phi}{2})$ 时,才能得到 $y_0 = \frac{2c}{\gamma} \text{tg}(45^\circ + \frac{\phi}{2})$,可以证明: $\eta = 0$, $\rho = 0$ 时的 y_0 值为最小值; $\rho = 0$, $\eta \neq 0$ 时, y_0 随 η 的增大而增大; $\eta \neq 0$, $\rho \neq 0$ 时, y_0 既随 η 的增大而增大,又随 ρ 的增大而减小。

因此,在求主动土压力时,对于仰斜墙背,其正压力在 x 方向的分量 E 将较铅直墙背为大,而对于俯斜墙背,则较小。

3.从式(3)和式(24)中,可以看出,作用于挡土墙上的正压力,在填土表面为水平时,是按直线规律分布的,在填土表面为倾斜时,由于 ξ 是一个包含变量 y 的函数,因此,正压力就不按直线规律分布。实际上即使填土表面为水平,由试验测得的土压力也不是按直线规律分布的。至于合成土压力 P ,由于粘结阻力的影响,则不论填土表面为水平或为倾斜,都不是按直线规律分布的。然而,为了简化计算,我们仍可假定土压力是按直线规律分布的。因此,仍可认为土压力的合力是通过三角形或梯形压力图形的形心。合力作用点究竟如何取值为宜,仍是一个值得研究的问题。

4.本文所述方法,虽然主要适用于粘性土,但对无粘性土,也仍然适用。只是由于一般在使用库伦公式中,取墙与土体间的摩擦角 $\delta = \eta\phi$ 。而本文方法是取 $\text{tg}\delta = \eta \text{tg}\phi$ 。值得指出的是,文献[2]中也是这样取值的。这两种取值方法,对计算结果的影响是不大的。若将库伦公式中对 δ 的取值方法改过来,则计算结果是一样的。

参 考 文 献

- [1] 亨廷顿, W. C., 土压力和挡土墙, 张式琛、熊剑等译, 人民交通出版社, 1973年。
- [2] Terzaghi, Karl, and Peck, Ralph B., Soil Mechanics in Engineering Practice, Second Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1967.
- [3] 达尔科夫 A. B., 库兹涅佐夫 B. И., 土压力及挡土墙的计算, 裘鼎福译, 人民交通出版社, 1954年。
- [4] 第一机械工业部等, 建筑结构设计手册, 中国工业出版社, 1973年。
- [5] 崔托维奇, H. A., 土力学, 方黎译, 地质出版社, 1954年, 第284页。
- [6] 中华人民共和国交通部, 港口工程技术规范, 人民交通出版社, 1975年。

The Computation of Earth Pressure of Cohesive Backfill on Retaining Wall

Zhao Heng-hui

(Hunan Exploration and Design Institute of Communication, Changsha)

Abstract

According to Coulomb's theory, this article presents a simplified formula for the computation of earth pressure of cohesive backfill. The formula can also be used to compute the earth pressure of sandy soils.