

单轴压缩圆柱状岩石试件 应力分布均匀性的研究

白世伟 林世胜 朱维申

(中国科学院武汉岩体土力学研究所)

提 要

本文介绍单轴压缩圆柱状岩石试件内应力状态的一种轴对称有限元分析成果。由于采用了节理单元模拟试件端部的接触边界,可反映出变形过程中试件同接触材料的相对错动,因此得到的结果比前人的分析更合理。其次本文论证了直接在压力机的承压板间压缩试件必然导致不均匀的应力分布,即使减少试件端部的摩擦约束也无济于事。本文还证明了在压力机的承压板同试件间插入高径比不小于1.0的刚性垫块就能在试件内获得均匀应力分布。当试件端部接触边界上的切向刚度系数达到 10^4kg/cm^3 时,试件内轴向应力误差将小于1%,最大径向应力将小于轴向压应力的3%。本文最后给出了实现这一指标的技术途径和部份试验结果。

一、导 言

单轴压缩圆柱状岩石试件是实验室测定岩石力学特性的常规试验项目。由于试件端面的摩擦约束和试验技术的不当,往往造成试件内(尤其是端部)应力分布不均匀。局部形成三向压缩或出现拉应力。这将给准确测定岩石力学参数和研究岩石的破坏机制带来不良影响。为了改善试件内的应力分布不均匀的情况,人们进行了大量的工作。早在1902年就有人按不同的端面约束条件计算试件内应力并获得了不同的结果^[1]。但这些解析解相互各异并与实际情况有较大出入的重要原因是难于给出适当的边界约束条件。七十年代有人开始用有限元法计算实验条件下试件的内应力状态^[2,8],对几何边界进行了更灵活的处理,但在试件与压力机承压板的接触面上引入了位移连续的假定,因而结果仍不能令人十分满意。其次在试验技术方面,一种作法只要求试件中部能获得均匀的单一应力。布雷斯(Brace)采用“狗骨型”试件研究脆性岩石的破坏^[4],茂木(Mogi)采用环氧树脂逐步扩大试件端部断面的试件以减少局部应力集中^[5]均属此列。这样作固然可以较准确地测定弹性模量、泊桑比等力学参数,但对研究岩石强度和破坏机制仍难满足要求。另一种作法是从改进实验技术着手,如在试件端部涂上润滑材料,或在压力机承压板与试件间插入一与试件直径相同的刚性垫块,或设计特殊的压力机压头^[1],试验技术的改进收到了明显的效果。潘(S.D.Peng)用插入刚性垫块的方法在花岗岩圆柱试件的单向压缩试验时得到了基本均匀的应力分布^[6,8]。卡拉勃尔(M.Al-Chalabi)用光弹试验证实了试体内的应力分布^[7]。回顾这段历史使我们看到,虽然这些研究工作取得了较大的进展,但仍未获得理想的成果。为寻求各种实验条件下更合理分析方法

和使试件受力处于均匀应力状态的技术途径, 仍有许多工作需要继续探讨。

二、理论分析

以往的研究者导出的解析解各不相同的主要原因是他们假定的边界条件不同, 有的假定端面保持固定, 有的假定端面任何一点不膨胀等等^[1]。这些假定对具体试验条件来说往往是不够确切的。因此为了真实地反映客观实际, 我们编制了轴对称有限元程序来分析单轴压缩条件下圆柱状岩石试件内的应力状态。这种数值分析方法比解析方法的优越性在于能考虑材料性质的变化和对几何边界进行更灵活的模拟。而且在试件端面同压力机承压板接触处设置了节理单元。两种不同的材料(岩石同钢)以平整光滑的表面相接触, 在外荷载作用下两种材料将具有不同的变形特性, 而这时的接触界面采用古德曼(Goodman)节理单元模型^[6]即零厚度的四节点矩形节理单元是十分恰当的。允许接触边界上两种材料在变形过程中可以相对运动, 并用法向刚度系数 K_n 和切向刚度系数 K_s 来表征接触边界上的相互约束程度, 这样的处理将更灵活而准确地反映试件端部的实际状态。

模拟计算中反映出三种不同的试验方法: ①把岩石试件直接放在压力机的承压板间加载; ②在试件同承压板间插入直径与试件相同、高径比从0.5变到1.0的刚性垫块; ③在试件同承压板间插入直径与试件相同的薄柔性垫层。相应这三种试验方法的有限元网格示于图1。

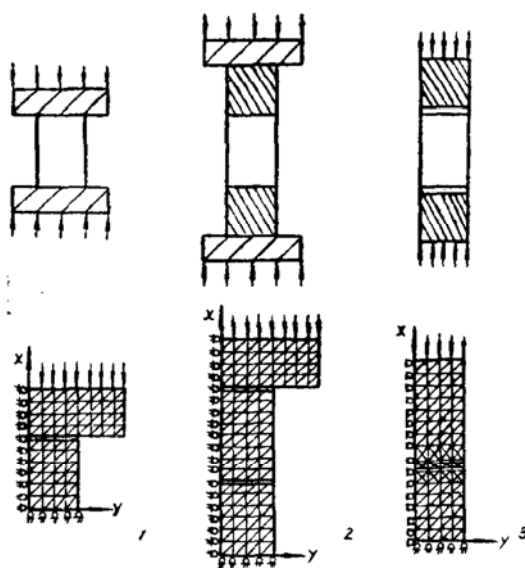


图1 相应于三种实验方法的有限元计算网格

对上述三种试验方法计算采用力学参数示于表1。

其中 E ——弹性模量;
 ν ——泊桑比;
 $\left(-\frac{h}{2R}\right)$ ——高桑比。

脚标表示材料: 岩石的参数加脚标1; 插入试件同承压间的垫块参数加脚标2; 承压板的参数加脚标3。岩石端面的刚度系数表为 K_{s1} 、 K_{n1} , 承压板同垫块材料间的刚度系数表为 K_{s2} 、 K_{n2} 。这些参数均由实验测定。

表1

三种试验方法的计算力学参数

试 验 方 法	E_1	E_2	E_3	ν_1	ν_2	ν_3	K_{n1}	K_{n2}	K_{s1}	K_{s2}	$\left(\frac{h}{2R}\right)_{\text{试}}$	$\left(\frac{h}{2R}\right)_{\text{垫}}$
I	3×10^5	2.1×10^6		0.28	0.28		10^6		$10^2 \sim 10^8$			
II—1	3×10^5	10^6	2.1×10^6	0.28	0.32	0.28	10^6	10^6	$10^3 \sim 10^6$	10^6	1.5	1.0
II—2	3×10^5	2.1×10^6	2.1×10^6	0.28	0.28	0.28	10^6	10^6	$10^3 \sim 10^6$	10^6	1.5	1.0
II—3	3×10^5	2.1×10^6	2.1×10^6	0.28	0.28	0.28	10^6	10^6	4×10^4	10^6	1.5~2.5	0.5
II—4	3×10^5	2.1×10^6	2.1×10^6	0.28	0.28	0.28	10^6	10^6	4×10^4	10^6	1.5~2.5	1.0
II—5	7.3×10^5	9.5×10^6	2.1×10^6	0.28	0.28	0.27	10^6	10^6	4×10^4	10^6	1.5	1.0
III	8.5×10^5	2×10^4	2.1×10^6	0.28	0.35	0.28	10^2	10^2	10^6	10^6		

对每种实验方法的计算结果都归纳出这样一些资料：①试件端面上各节点的应力集中系数 $\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$, $\frac{\sigma_R}{\sigma_1}$, $\frac{\tau_{xR}}{\sigma_1}$ 。其中 σ_x , σ_R , τ_{xR} 分别代表轴向应力、径向应力和剪应力, σ_1 是平均轴向应力；②圆柱状试件表面上的轴向应变 ϵ_x 和切向应变 ϵ_θ 。随试件柱面母线上不同位置而变化；③试件纵剖面上径向拉应力区和压应力区的划分；④试件上下端面相对于承压板与垫块的剪切错动。

图2表示试件直接在压力机承压板间加载的计算结果。可以看出：①轴向应力在试件端

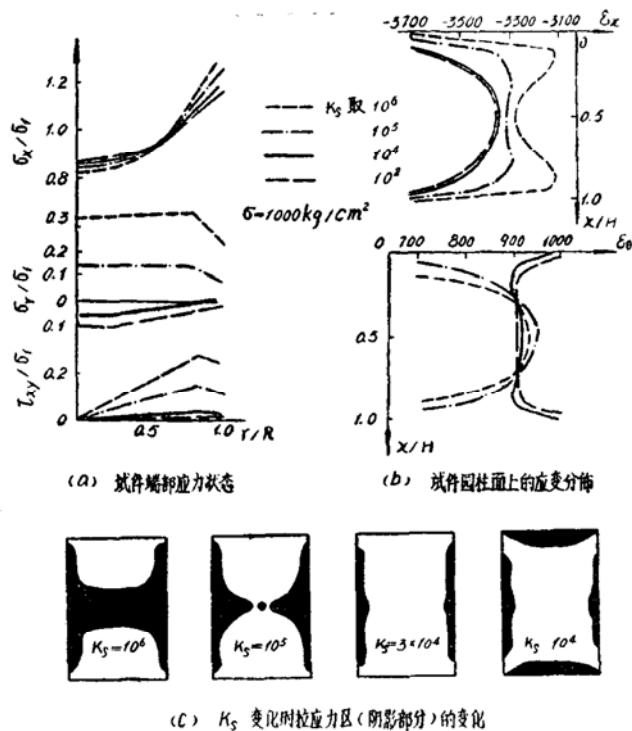


图2 第一种实验方法的计算结果

面极不均匀, 当改善端面的光滑程度使 K_{s1} 达到 10^4 kg/cm^2 时, $\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$ 仍可高达 1.20；②试

件内有较大的拉应力。当 K_s 较大(即试件端面粗糙不平)时试件端部是压应力, 当 K_s 较小(即试件端面光滑平整)时试件端部有径向拉应力; ③试件表面的应变分布极不均匀, 并且试件两端的表面轴向应变比试件中部的表面轴向应变大, 潘在实验中观察到的现象与此相吻合。

图3和图4为插入刚性垫块材料的计算结果。图3是插入铜垫块, 图4是插入钢垫块。此时应力状态有明显的改善: ①轴向应力趋于均匀, 当试件端面较为粗糙时($K_s = 10^6 \text{ kg/cm}^2$) $\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$ 小于 1.03; ②试件表面的中部轴向应变(ϵ_x)大于两端, 这是端部约束的结果。而且当试件端面趋于光滑时则应变分布趋于均匀; ③试件端面上始终存在着径向压应力。当 K_s 降低到 10^4 kg/cm^2 时, $\frac{\sigma_R}{\sigma_1}$ 降低到 1.03 即改善试件端面的光滑平整程度可以促使试件内应力趋于均匀。

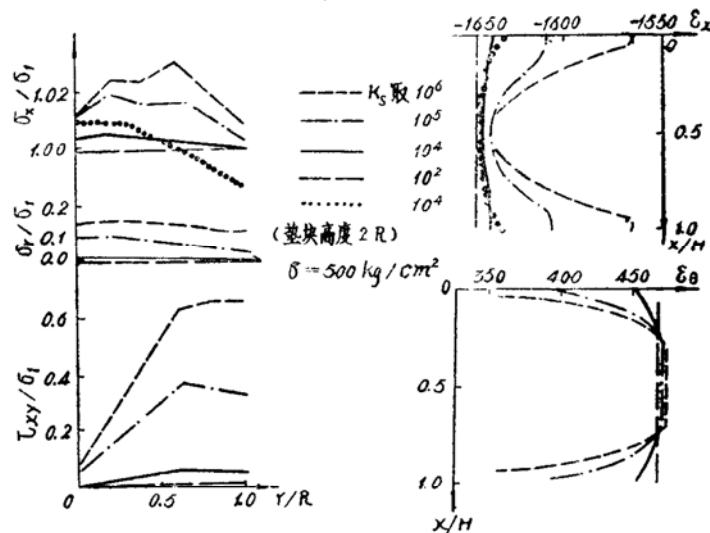


图3 第二种实验方法的计算结果(铜垫块)

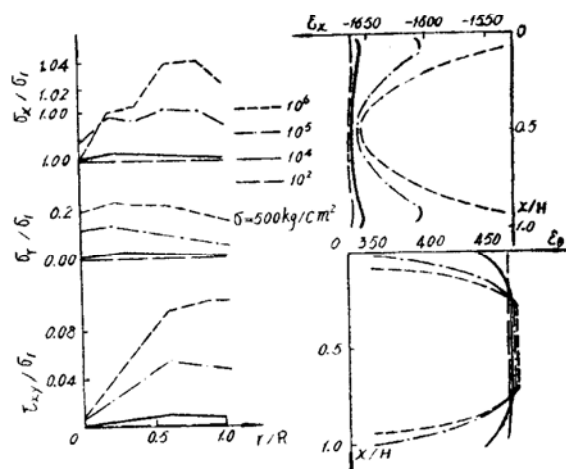


图4 第二种实验方法的计算结果(钢垫块)

图5表示在试件端面插入柔性垫层(橡皮或塑料)这种试验方法的计算结果。柔性垫层在试件内引起极不均匀的应力分布,端面应力集中超过两倍($\frac{\sigma_x}{\sigma} > 2$),并出现相当大的径向拉应力;而侧向位移是由于柔性垫层侧向膨胀的牵引作用造成的。

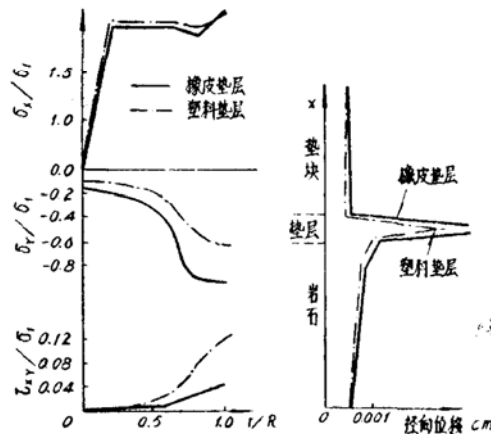


图5 第三种实验方法的计算结果

三、实验研究

(一)刚度系数(K_s 、 K_n)的测定

平整的岩石试件端面与平整的压力机承压板(或刚性垫块)相接触的情况,用零厚度节理单元来模拟是适当的。但是在正压力作用下接触面厚度的变化是十分微小的。位移测量是采用精度为 10^{-4} mm 的调频式电感位移计。花岗岩试件与铜垫块材料接触界面上的法向刚度系数 K_n 实测曲线如图6。由此求得花岗岩与铜接触面的 K_n 约为 4.1×10^5 kg/cm³。计算分析表明 K_n 变化对试件内应力分布影响不大,故对于用三种实验方法计算时,接触面上的切向刚度系数一般取为 10^6 kg/cm³。

切向刚度系数反映了节理顶面和底面相对变形的特征。图7是经磨床加工过后两端面最大不平整度小于 0.002 mm 的岩石试件与铜垫块接触界面上测得的 K_s 的部份结果。图中横标为剪应力作用下底面与顶面的相对错动量,纵坐标表示相应的剪应力。由于受实验框架刚度的限制,最高正应力只加到 650 kg/cm²,这时测得 $K_s = 8.7 \times 10^3$ kg/cm³。若再增加实验时的正应力, K_s 将继续增加。故对磨床加工后两端面最大不平整度小于 0.002 mm 的试件端面切向刚度系数 K_s 取为 10^4 kg/cm³ 是适当的。

(二)岩石试件与刚性垫块相对错动量的测定

用节理单元模拟岩石端面接触条件的出发点是考虑到岩石试件与上下压板(或刚性垫块)在外载作用下变形的不连续性。因此测量接触界面上下岩石和垫块相对侧向错动量将能判断设置节理单元是否合理。试验装置如图8,用线性良好、精度为 2×10^{-4} mm 的钢环位移计测量距界面 5 mm 处侧向位移。图9是实验所得的 $P-\epsilon$ 曲线,其中 P 为荷载, ϵ 为钢环位移计读数。由于接触面上的 K_s 随正应力增加而变大,故图9是一条弯曲的曲线。

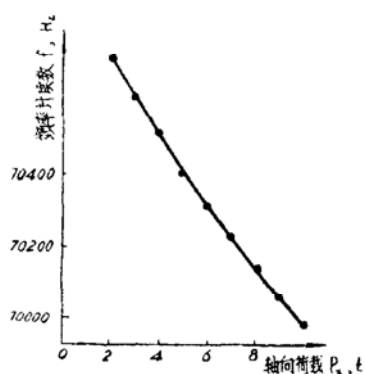
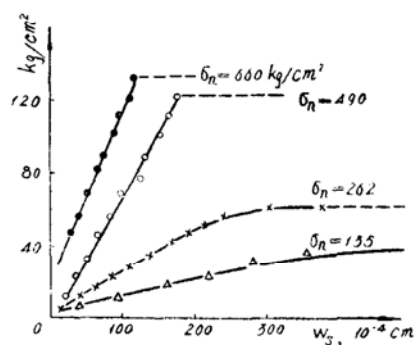
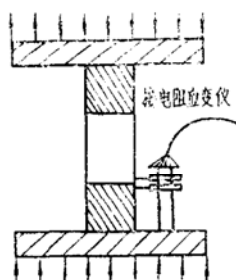
图6 K_s 实测曲线图7 K_s 实测曲线

图8 测定接触面上的相对错动

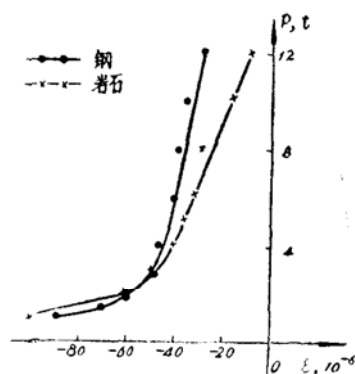


图9 相对错动的实测曲线

表2显示了一组砂岩试件测量的结果。

表2 轴向荷载为500kg/cm²时相对错动量

试件编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\Delta V (10^{-3} \text{mm})$	2.13	1.82	3.8	6.4	5.36	2.28	5.6	6.87	3.2	2.28	3.4

试验表明错动的确存在, 平均错距为 $4.13 \times 10^{-3} \text{mm}$ 。

用同样精度的位移传感器测量离界面不同距离处的侧向位移, 变化轴向荷载情况下部份结果如图10。其中 V ——侧向位移, h ——离界面的距离, 虚线为计算结果, 连续实线为考虑界面位移保持连续的计算结果, 间断实线为实测结果。

表3为实测结果。

表3 轴向应力为500kg/cm²时相对错动量

离界面距离(mm)	+8	+2	+1	-2	-6
侧向位移(10^{-3}mm)	4.45	4.35	4.4	0.95	0.55

(三) 圆柱状试件表面的应变分布

倘若试体内实现了均匀应力分布, 则试件表面的应变分布也是均匀的。对部份金属试件

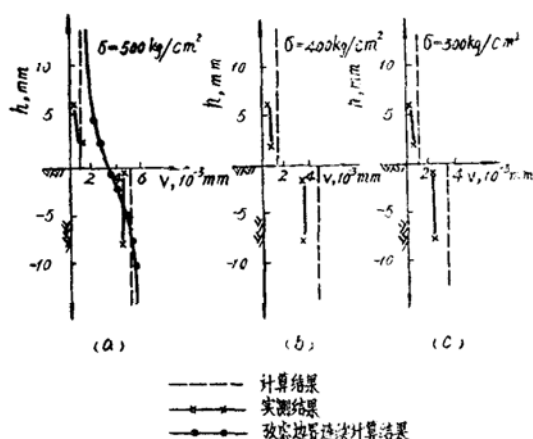


图10 实测资料同计算值的比较

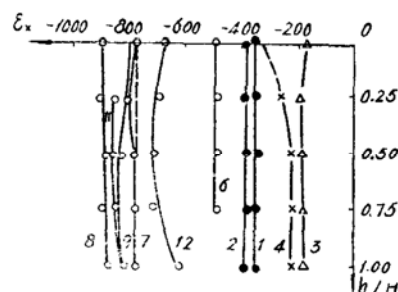


图11 试件表面的均匀应变分布

和较为致密均匀的花岗斑岩和砂岩进行检验。试验方法是沿试件圆柱母线贴 5 片电阻应变片，在试件同承压板间插入高径比为 1，直径与岩石试件相同的钢垫块，岩石和垫块端面都经磨平，使其最大不平整度小于 0.002mm (砂岩小于 0.02mm)。部份结果示于图 11 和表 4，除个别测点外，最大偏差一般小于 4%，这是试件基本上实现了均匀分布的证明。

表 4

试件表面应变分布的部份实测结果

	试件材料	试验序号	垫块材料	各测点应变量($\mu\epsilon$)					2, 3, 4 点平均值	最大偏差	轴向应力 σ_z
				1	2	3	4	5			
1	铜	9	铜	367	356	353	359	350	356	0.031	360
2	铜		合金铝	372	385	383	391	387	386	0.036	360
3	钢	13	钢	175	204	188	178	174	190	0.08	360
4	合金铝	12	铜	341	243	218	226	214	231	0.48	360
5	花岗斑岩	4	铜	462	421	448	457	397	442	0.10	360
6	花岗斑岩	7	钢	497	491	497	488		492	0.01	360
7	花岗斑岩	11	钢	786	804	771	779	774	785	0.024	500
8	砂岩	7	钢	898	910	880	888	869	893	0.027	500
9	砂岩	9	钢	803	806	843	841	818	830	0.033	500
10	砂岩	13	钢	801	815	840	863	833	839	0.045	500
11	砂岩	14	钢		846	853	845	822	848	0.031	500
12	大理岩		钢	683	698	720	721	623	713	0.12	500

四、讨 论

1. 对于直接在压力机承压板间压缩岩石试件的试验方法，图 2(a) 表明试件端面轴向

应力极不均匀($\frac{\sigma_x}{\sigma}$ 高达1.20以上), 并且始终存在较大的径向拉应力, 即试件始终处于三向应力状态。

图2(c)还显示了另一个重要特征。当试件端面比较粗糙时(K_s 较大), 则试件中部出现径向拉应力, 两端呈现径向压应力。当试件两端面相当光滑平整(K_s 较小)时, 试件两端出现径向拉应力, 中部呈现径向压应力, 即 K_s 变化时, 试件内拉应力区和压应力区互换了位置。这个现象给我们重要的启示。即当试件端面粗糙时, 被单向压缩的圆柱试件因中部的径向拉应力而首先破坏。显示出尖端相对的圆锥状破坏, 此时试件内的应力分布与布雷迪(Brady)^[2]的分析一致。若改善试件端部的光滑程度, 则试件内的应力分布与布雷迪模型相反, 试件可能因端部径向拉应力作用而呈纵向劈裂破坏。因此, 虽然可以通过减少试件端面的粗糙度而在实验中观察到的是纵向劈裂破坏, 但不能把它误认为试件内的应力分布已趋均匀。改善试件端部的光滑程度无助于试件内应力均匀分布的实现。其原因是承压板比试件的直径大得多, 在外荷载作用下承压板外缘发生挠曲, 由此在试件端面四周形成嵌入约束。

但是, 目前仍有大量试验研究采用这种几何不匹配的试验方法, 只不过选用了高径比为2.0~2.5的试件, 图12示出高径比为2.0, 端面 $K_s = 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 的试件中 $\frac{\sigma_x}{\sigma_1} > \pm 0.03, \frac{\sigma_R}{\sigma_1} > \pm 0.03$ 的区域。可以看出, 虽然试件中部的应力是均匀的, 但两端一定范围内应力是不均匀的。

2. 图13^[7]所示的各解析解反映出试件端面的应力是极不均匀的。而潘^[6]用插入直径与试件相同刚性垫块的方法从实验上获得了圆柱试件中基本均匀的应力分布。对于这种方法的合理性尚无充分的理论分析。而本文用包含节理单元的有限元计算成功地解决了这一问题。

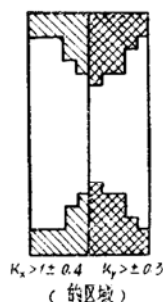


图12 高径比为2.0的试件内不均匀应力区域

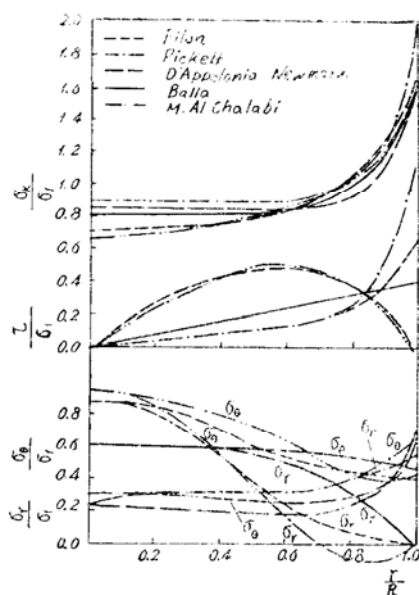


图13 解析解得到的端面应力分布

图3和图4表明加入直径与试件相同刚性垫块的方法, 当试件端部比较光滑(K_s 达到

10^4kg/cm^2),就能使试件内轴向应力的最大误差小于1%,径向压应力(此时试件内无径向拉应力存在)小于轴向应力的3%,剪应力小于轴向应力的1%。也就是说采用这种试验方法,当试件端面达到一定的光滑平整程度时,则试件内的应力基本上是均匀的。

图14把卡拉勃尔1974^[7]获得的解析解同图4得到的有限元结果加以比较。可见有限元分析如实地反映了试件内的均匀应力分布。

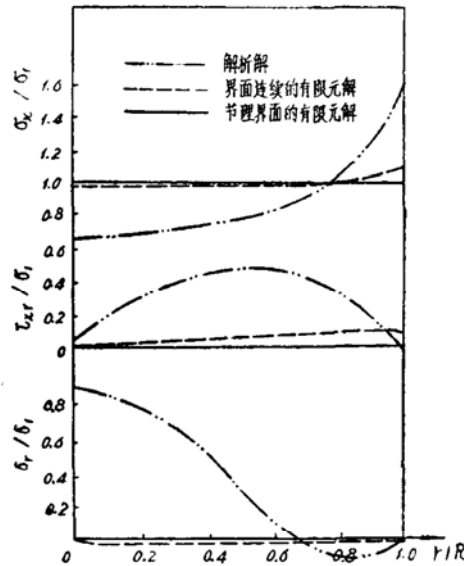


图14 解析解同有限元分析的比较

实验研究已经证实,试件同垫块材料因侧向膨胀不同而产生相对错动(虽然端部摩擦阻碍这种错动)。表2所列砂岩试件端面相对于垫块的平均错动量 $4.13 \times 10^{-3} \text{mm}$,而有限元计算值为 $4 \times 10^{-3} \text{mm}$,图10把实验结果同计算结论加以比较,都明确无误地显示出试件同垫块材料径向变形的不连续性。正因为如此,把试件端面设计成节理单元,恰好如实地反映了端部特征。

3.反映节理单元特征的两个参量 K_n 和 K_s 对试件内应力分布影响的程度是不同的。 K_n 的变化对试件应力分布影响不大。而从图2~图4所示的结果可以看出,一旦试验方法选定以后, K_s 的大小将是影响试件内应力分布是否均匀的关键性指标。试验和计算结果都证实当 $K_s = 10^4 \text{kg/cm}^2$ 时,对于插入刚性垫块的试验方法来讲,试件内的应力基本上是趋于均匀的。

实验研究表明,经过磨床加工的试件端面,其最大不平整度小于0.002mm的圆柱试件同刚性垫块接触界面的 K_s 接近 10^4kg/cm^2 。

4.计算结果表明,一旦采用了插入刚性垫块的试验方法和控制了试件端面的 $K_s = 10^4 \text{kg/cm}^2$ 以后,试件内的应力分布已趋均匀,试件高径比对试件内应力分布的影响甚微,故试件高径比取为1.5:1就可以了。

计算还比较了改变垫块高径比对应力分布的影响,计算表明垫块高径比不应小于1.0。

五、结 语

1.从理论上分析单轴压缩条件下的圆柱状岩石试件的应力分布,由于未能找出一种能确

切反映端面边界状态的边界条件,因此在各种不同假定条件下的解析解不能得到一致的结果,也无法论证什么是较合理的实验方法。而本文提出的包含节理单元的空间轴对称有限元分析则有效地解决了这一问题。用节理单元模拟岩石试件与垫块材料的接触面,允许侧向膨胀过程中在端面上有相互错动发生,用 K_n , K_s 描述端面的约束程度,这就较为确切地反映了边界状态。

试验结果证明了接触面侧向膨胀引起的位移不连续性,也证明了有限元分析的一系列推论。

2.在压力机承压板间直接进行压缩岩石试件是最不可取的试验方法。纵使减少端面摩擦影响也无助于改善试件的应力状态。因为承压板比试件大得多,几何尺寸不匹配是造成试件内不均匀的三向应力状态的主要原因。

在承压板与岩石试件间插入直径与试件相同的刚性垫块是获得均匀应力分布的有效方法。但应避免在试件端面插入低模量材料(塑料、橡皮等)。否则会在试件内引起很大的径向拉应力。

3.在加入与试件直径相同的刚性垫块的同时,改善端面摩擦条件是进一步提高试件内应力均匀程度的关键。 $K_s = 10^4 \text{ kg/cm}^2$ 时,径向应力小于轴向应力的3%,剪应力小于轴向应力的1%,而轴向应力的误差小于1%。试验表明,经磨床加工的试件,端面最大不平整度小于0.002mm,与刚性垫块接触面上的切向刚度系数可以接近 10^4 kg/cm^2 。

4.采用了正确的试验方法之后,试件的高径比对应力状态的影响甚微,取高径比为1.5的试件就可以了。但刚性垫块的高径比不应小于1.0。

参 考 文 献

- [1] Vutukuri, V.S., Lama, R.D., and Saluja, S.S., Handbook on Mechanical Properties of Rocks, Trans. Tech. Pub., Vol.1, 1974.
- [2] Brady, B.T., Effects of Inserts on the Elastic Behaviour of Cylindrical Materials Loaded between Rough End-plates, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 8, No. 4, 1971, pp.357~369.
- [3] Radhakrishnan, N., Analysis of Triaxial Tests by the Finite Element Method, Applications of the Finite Element Method in Geotechnical Engineering, Vol. III, 1972, pp.949~1004.
- [4] Brace, W.F., Brittle Fracture of Rocks, in State of Stress in the Earth's Crust, Ed. by W.R. Judd, New York, Elsevier, 1964, pp.111~174.
- [5] 茂木清夫, 岩石力学と地震, 1979.
- [6] Peng, S.D. and Johnson, A.M., Crack Growth and Faulting in Cylindrical Specimens of Chemsford Granite, Int. J. Rock Mech, Min. Sci., Vol. 9, No. 1, 1972, pp. 37~81.
- [7] Alchalabi, M. and Huang, C.L., Stress Distribution within Circular Cylinders in Compression, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol.11, No.1, 1974, pp.45~56.
- [8] Goodman, Richard E. etc., A Model for Mechanics of Jointed Rock, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, May, 1968, pp.637~658.
- [9] Peng, S.D., Stresses within Elastic Circular Cylinders Loaded Uniaxially and Triaxially, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., Vol. 8, No. 5, 1971, pp.399~432.

Uniformity of Stress Distributions in Rock Cylinder Specimen under Uniaxial Compression

Bai Shi-wei Ling Shi-shing Zhu Wei-shen

(Institute of Rock and Soil Mechanics, Academia Sinica Wuhan)

Abstract

This paper presents an axial symmetric finite element analysis of rock cylinder under uniaxial compression and gives the new results which are more reasonable than early ones of other workers. Because the joint elements have been applied in this analysis for simulating the interfaces, the relative sliding along the interfaces can be considered. It is demonstrated that the experimental method of making a specimen keep direct touch with the platens of the testing machine must induce to an ununiform stress distribution for this specimen even if the friction on the end surfaces of specimen is reduced. It is proved that stress distribution in specimen could get much more uniform by inserting stiff inserters of height-to-diameter ratio of 1.0 between the specimen and the platens. If the tangential stiffness coefficient K_t at the interfaces between the end surfaces of specimen and the inserters should reaches 10^4kg/cm^3 , deviation of axial stress is less than 1%, the ratio of radial stress to axial stress is less than 3%, and the ratio of shear stress to axial stress is less than 1%. Finally, the technical way to obtain these indications and the part of testing results are given.