

应力路径对填土应力应变关系 的影响及其应用

刘祖德 陆士强 杨天林 李柏乔

(武汉水利电力学院)

提 要

本文对若干砂性土和粘性土进行了多种应力路径条件下的三轴试验,以揭示应力路径对填土的应力-应变特性的影响。并针对土坝实际应力变化情况,着重探讨了等应力比(σ_1/σ_3 比值为常数)应力路径条件下土的应力-应变关系的规律性。提出了较接近于等应力比试验实测成果的经验模型,并用之于研究土坝在施工期的应力及变位分布,得出应力路径对土坝变位分布计算成果有重大影响。本文还将考虑应力路径的经验模型与邓肯-张不考虑应力路径的双曲线模型在土坝有限元计算中的应用作了对比。

一、前 言

常用的填土计算模型是非线性弹性模型,如Duncan-Chang的双曲线模型^[1],也有采用弹塑性模型^[2]。这些模型都有一个共同的假定,认为模型与应力路径无关。亦即相同的应力则有相同的应变,或模型中使用的计算参数和函数与应力路径无关。一些常用的著名的模型中大都没有考虑应力路径的影响,而对这个问题国内外研究者的看法并不一致。本文试图从应力路径对填土的应力应变关系的影响进行初步的探索。上述与应力路径无关的假定在填土中是否适用只能通过试验来检验。为此选用了两种砂代表填土中透水料,其物理性质见表1和图1,砂土按相对密度为70%制备试样;一种低塑性粘土代表填土的不透水料,其物理性质见表2,按干容重分别为1.73和1.76g/cm³、含水量均为16%制备粘土试样。

表1

砂 土 名 称	比 重	有效粒径(mm)	不均匀系数	最大孔隙比	最小孔隙比
小 浪 底 砂	2.68	0.16	3.56	0.678	0.357
平 潭 砂	2.65	0.33	1.61	0.877	0.610

表2

土 名	比 重	塑性指数	颗 粒 组 成 (%)		
			0.25~0.05 (mm)	0.05~0.005 (mm)	<0.005 (mm)
小浪底西河清 低塑性粘土	2.72	8	21	56	23

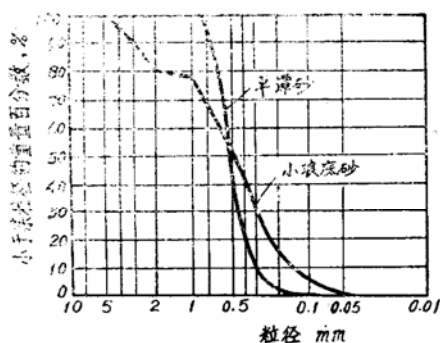


图 1

砂土在应变控制式三轴剪切仪上进行饱和排水剪试验, 其试验成果以有效应力来表示; 粘土在应力控制式三轴剪切仪上进行非饱和和不排水剪试验, 用以研究心墙施工期间的性状, 其试验成果以总应力来表示。

二、应力路径对应力-应变关系的影响

为了研究应力路径对土的应力-应变关系的影响, 对砂土和粘土均进行了多组不同应力路径的试验。这些试验的应力路径示意可参见图 2(a) 和图 2(b)。此外还进行了一些变应力比的试验。砂土的试验成果可见表 3, 4 及图 3, 4。

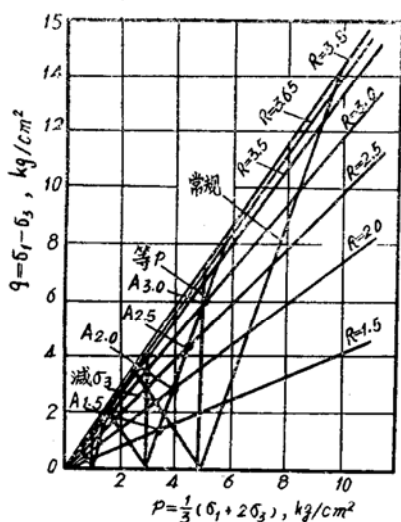


图 2(a)

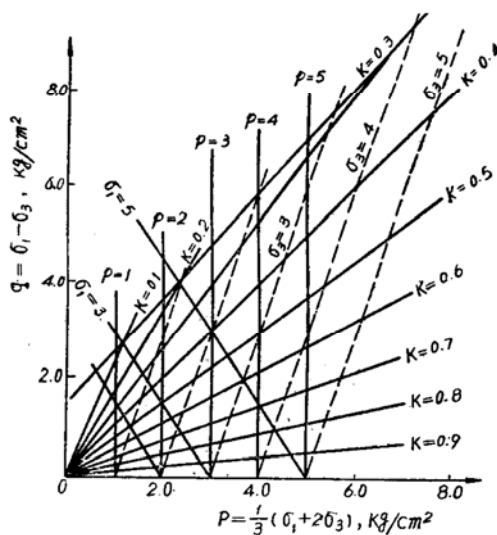


图 2(b)

表 3 中给出小浪底砂的一些应力路径交点处的应变值, 而图 3 中曲线①, ②, ③分别表示平潭砂的等应力比试验和 $\sigma_3 = 5, 3, 1 \text{ kg/cm}^2$ 的常规剪切试验在交点处的应变差值与应力比 $R (= \sigma_1/\sigma_3)$ 的关系曲线。从表 3 和图 3 中可以看出, 对砂土来说, 应力路径对应变值是有显著影响的, 特别在图 3 上当 R 增加到接近破坏时, 应变差值迅速增大。 ϵ_{oct} 的差值为负值, 其变化趋势没有前者大。另外, 在等应力比加荷的路径下, 试样基本无剪胀现象 (除接近破坏线的应力路径外); 而在常规剪切试验中, 几乎一开始就很快地表现出显著的剪胀性, 见图 4。综上所述, 这两种应力路径下的应力-应变关系相差很大。不同的应力路径的应力值相同而应变值显著不同说明应力路径对应力-应变关系是有影响的, 在砂土的非线性弹性模型中采用与应力路径无关的假定必然给计算成果带来误差。

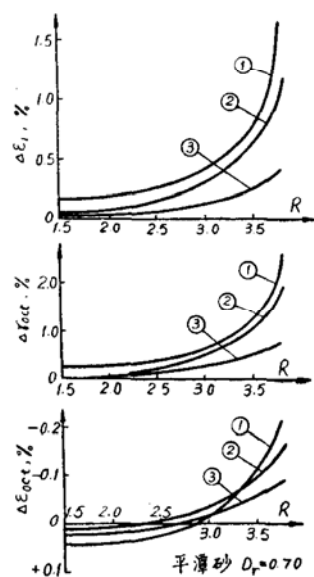


图3

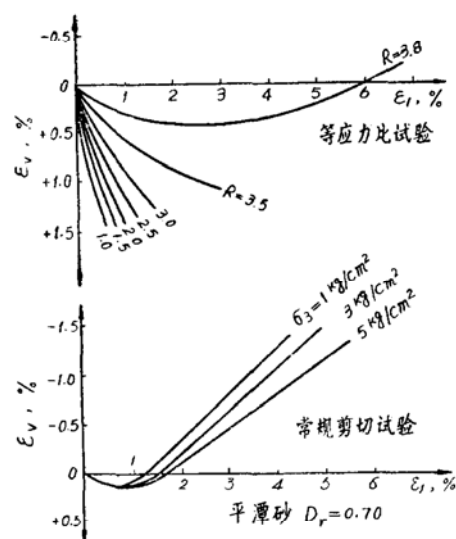


图4

表3

应力点	试验种类	八面体正应变 $\varepsilon_{oct}(\%)$	八面体剪应变 $\gamma_{oct}(\%)$
A(1.66, 2.00)	减 σ_3	0.68	1.36
	常规	0.52	1.65
B(3.00, 3.00)	减 σ_3	0.99	1.12
	等P	0.74	1.69
C(3.67, 2.00)	减 σ_3	0.99	0.48
	常规	0.96	0.80
D(5.00, 6.00)	等P	1.30	3.13
	常规	1.03	3.30

注：小浪底砂 $D_r=0.70$

另外如取一些应力路径的交点，见图2(a)，求得交点处不同的应力路径的塑性增量方向，见表4。则可以看出不同的应力路径塑性增量的方向是不同的，也就是说至少塑性势函数要受到应力路径的影响；如果采用相适应流动规则的话，当然屈服函数也和应力路径有关了。

试验表明，砂土和击实粘土的应力-应变关系在双对数坐标图上表现为直线或折线，见图5, 6, 7。因而应力-应变关系可以写成指数函数

$$\sigma_1 = a\varepsilon_1^b \quad (1)$$

式中 σ_1, ε_1 ——分别为大主应力和大主应变；
 a, b ——试验参数。

表 4

应 力 点		$A_{1.5}$	$A_{2.0}$	$A_{2.5}$	$A_{3.0}$
塑性剪切应变 增量 $\Delta\gamma^p$	等 应 力 比	0.037	0.081	0.132	0.249
	常 规	0.308	0.429	0.404	0.944
体积应变增量 $\Delta\varepsilon_v$	等 应 力 比	0.21	0.18	0.19	0.19
	常 规	0.27	0.33	0.20	0.23
塑性体积应变 增量 $\Delta\varepsilon_v^p$	等 应 力 比	0.30	0.271	0.28	0.28
	常 规	0.35	0.394	0.241	0.281
塑性应变增量 的方向 α^*	等 应 力 比	7°	16°40′	25°12′	41°40′
	常 规	41°20′	47°28′	49°26′	73°24′

* α 定义为 $\text{tg}^{-1}(\Delta\gamma^p/\Delta\varepsilon_v^p)$

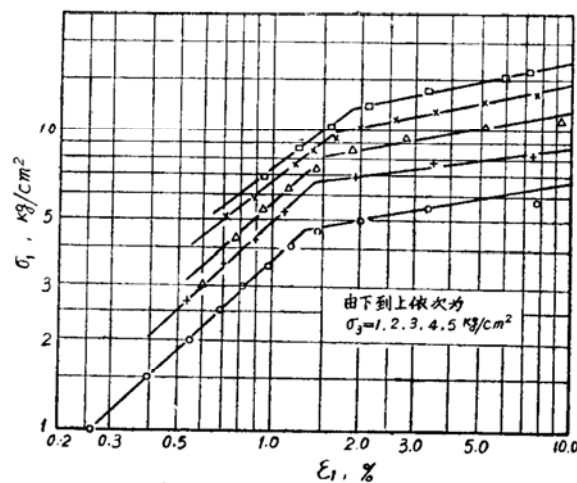


图 5

根据试验结果,对于击实粘土,可参照村山朔郎和阿鲁拉那旦等人建议的方法,取双对数坐标上折线的拐点作为土的屈服点,并取转折处有代表性的点的轴向应变 ε_1 为土的屈服限,记为 ε_y 。它的意义是土屈服的起点。 ε_y 是随不同的应力路径有所不同,并随应力比 $\eta(=q/P)$ 的增加而减小。这是因为偏应力 q 所占的比重大时,土体相对地容易进入塑性状态。具体来说,常规剪切试验的 ε_y 随 σ_3 的增大而增大,有较好的半对数关系

$$\varepsilon_y = \alpha + \beta \log \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) \quad (2)$$

式中 p_a ——大气压力, 1kg/cm^2

α, β ——试验参数,对于本次试验所用土料,当干容重为 1.73g/cm^3 时, $\alpha = 0.0123$, $\beta = 0.0085$ 。

等应力比试验的屈服限和 K 值有良好的线性关系

$$\varepsilon_y = \alpha' + \beta' K \quad (3)$$

式中 K ——应力比值, 即 $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1}{R}$;

α' , β' ——试验参数, 对于本次试验所用土料, 当干容重为 1.73g/cm^3 时, $\alpha' = 0.0106$, $\beta' = 0.0146$ 。

对图2(b)上各交点的应变值分析后发现当 $e_1 \leq e_y$ 时, 等应力比(等 K)应力路径和常规剪切(等 σ_3)应力路径在各交点上的应变差值是随机的, 并且其均值为零, 参见图8。结合其它的统计分析, 可以认为这两种应力路径下, 应力-应变关系与应力路径无关。但当 $e_1 > e_y$ 时, 应变差值显著增大, 但由于点数很少还不能归纳出具体的规律, 其总的趋势是 e_{1K} 大于 $e_{1\sigma_3}$, 而 e_{vK} 小于 $e_{v\sigma_3}$, 这和砂土的试验结果是吻合的, 正好反映了低塑性粘性土的特征。所以击实粘土在屈服限以内, 在 p , q 均增加的范围, 可以认为应力-应变关系不受应力路径的影响。但如超过屈服限或者是减压的应力路径(本文从略), 即需要考虑到应力路径的影响。

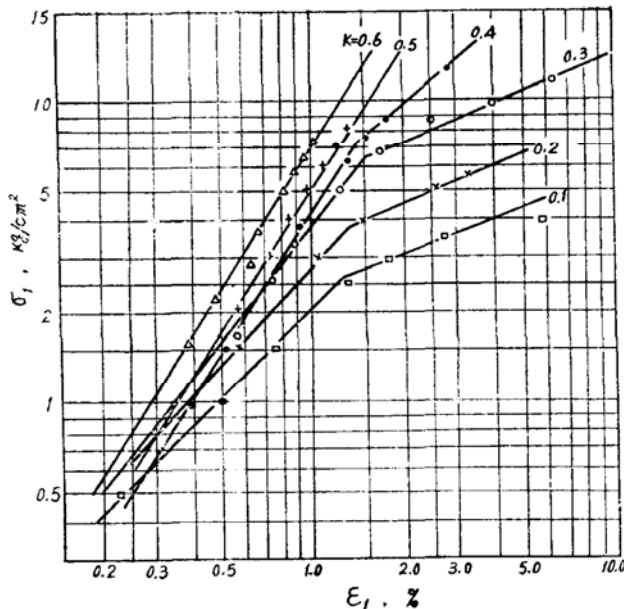


图6

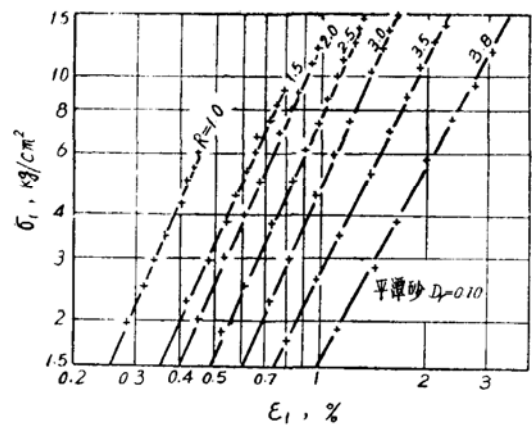


图7

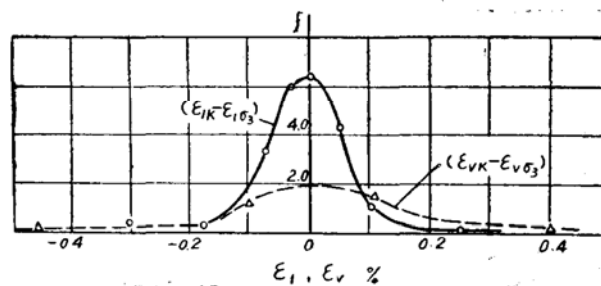


图8

三、等应力比应力路径的规律性

既然砂土和一定条件下击实粘土的应力-应变关系和应力路径有关,那么如何正确地把应力路径这个因素引入计算模型中是一个值得深入研究的课题。在这个问题得到完善解决之前,一个合理的和可行的办法是试验时模拟土体实际的主要应力路径来求得填土模型的有关计算参数。

现将土坝建筑过程中一些代表性单元的主应力比的变化情况表示在图9上。图9(a)为一土坝的实测值,图9(b)为一典型土坝断面的代表性部位的计算值。从中可以看出各单元的主应力比的变化是不大的,可以把 $R_d (= \Delta\sigma_1 / \Delta\sigma_3)$ 分段视为常数。它和等应力比试验的应力路径比较接近,而与常规剪切试验的应力路径相差较大。至于地基的应力路径则更符合于等应力比的应力路径。在承受外荷前的正常固结状态下的地基中的应力可以认为是沿着等应力比 K_0 的应力路径变化,施加外荷后未进入极限平衡状态前地基中各点应力按弹性理论计算时,其主应力增量的比值是不变的。进入极限平衡状态后,其应力值则沿破坏线变化,这一段的主应力增量比值也是不变的。因而可以认为等应力比的应力路径比较接近于土体实际的应力路径。

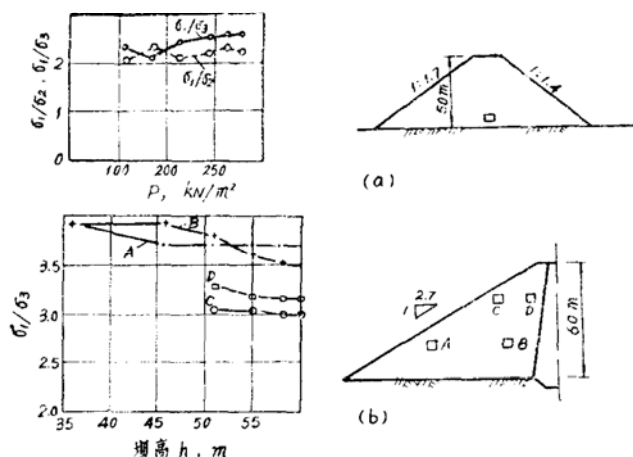


图9

根据试验结果,在等应力比的试验中,无论砂土或粘土,其 σ_1 和 ε_1 均有良好的指数关系,亦即在双对数坐标中为一直线簇或折线簇,见图6和图7。

σ_1 与 ε_1 的关系见式(1)。无论对砂土或粘土,在材料相对密度和干容重一定的条件下,其试验参数 a 和 b 仅仅是应力比 R 或 K 的简单函数。例如对于 $D_r = 0.70$ 的平潭砂,有

$$a = \begin{cases} 52.66 \times 10^4 & \text{当 } R \leq 1.5 \text{ 时} \\ 52.66 \times 10^4 - 0.2(R-1.5)^{2.8} & \text{当 } R > 1.5 \text{ 时} \end{cases}$$

$$b = \begin{cases} 2.30 & \text{当 } R \leq 2.4 \text{ 时} \\ \frac{1}{3.77} \left[8.68 - (R-2.4)^2 \right] & \text{当 } R > 2.4 \text{ 时} \end{cases}$$

对于本次试验所用的低塑性击实粘土 $\gamma_d = 1.76 \text{ g/cm}^3$, 且有 $K_0 \approx 0.43$; $\varepsilon_y = 0.0138 + 0.01K$ 。

当 $K \leq K_0$, $\varepsilon_1 \leq \varepsilon_y$ 时,

$$\text{则 } a = 10^{2+3.87K}$$

$$b = 0.86 + 1.28K$$

当 $K \leq K_0$, $\varepsilon_1 > \varepsilon_y$ 时,

$$\text{则 } a = 10^{2+3.87K(0.014+0.01K)^{0.86+0.58K}}$$

$$b = 0.20 + 0.70K$$

当 $K > K_0$ 时,

$$a = 2.07 \times 10^4 K - 0.47 \times 10^4$$

$$b = 1.52$$

由于实际上土体中各部位的应力比是有所变化的, 为了探索怎样恰当地反映这些变化, 对砂土进行了变应力比(变 R)试验。在图10中表示出 $R_d (= \Delta\sigma_1 / \Delta\sigma_3)$ 由一个值变到另一个值时的路径以及它们相应的应力-应变关系曲线。以下把这种路径的试验简称为变应力比试验。它们同本段 R_d 值相同的等应力比路径的应力-应变曲线有着较好的平行关系。这样, 前者的应力-应变曲线就可以用后者的简单叠加求得, 并使得土体不同部位的单元能够在计算中随时考虑应力路径变化的影响。

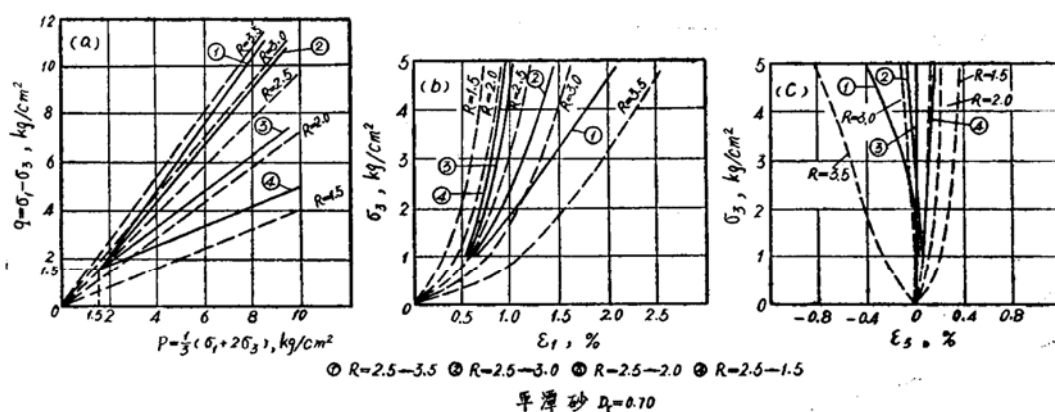


图10

四、指数模型的应用

由于比较接近于填土实际应力路径的等应力比试验, 其轴向应力 σ_1 和轴向应变 ε_1 之间的关系近似于指数函数关系, 故把采用这种应力路径的非线性弹性模型简称为指数模型。

在轴对称条件下, 广义虎克定律为

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E}(\sigma_1 - 2\mu\sigma_3) \\ &= \frac{1}{E}\sigma_1(1 - 2\mu K)\end{aligned}\quad (4)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} \left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3) \right] \quad (5)$$

将式(4)改写成增量形式为

$$E_t = \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} (1 - 2\mu K) \quad (6)$$

在 K 不变时, μ 与 ε_1 的关系不大, 可以视为常数, 将式(1)代入式(6)则有

$$E_t = a \cdot b \cdot \varepsilon_1^{b-1} (1 - 2\mu K) \quad (7)$$

这是指数模型中计算切线模量的公式。

泊桑比同样可以利用式(4), (5)求得, 整理后得

$$\mu = \frac{\frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \sigma_1 - \sigma_3}{2 \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \sigma_3 - \sigma_3 - \sigma_1} \quad (8)$$

写成增量形式得

$$\mu_t = \frac{\frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} - K}{2K \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} - 1 - K} = \frac{R \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} - 1}{2 \frac{d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} - R - 1} \quad (9)$$

根据等应力比试验资料, 对砂土可得

$$\mu_t = F + G\sigma_3 \quad (10)$$

式中 F, G ——为试验参数。

对 $D_r = 0.7$ 的平潭砂

$$F = \begin{cases} 0.2 & (R \leq 2.4) \\ 0.18R - 0.23 & (R > 2.4) \end{cases}$$

$$G = 0.017$$

对 $\gamma_d = 1.73 \text{ g/cm}^3$ 的西河清粘土

$$\mu_t = 0.60 - 0.56K$$

对一典型尺寸的中型心墙坝进行有限元法的计算,土坝的断面见图11。为了和常用的双曲线模型相比较,计算了三个方案,见表5。

表5

土 坝 部 位	计 算 模 型		
	第 一 方 案	第 二 方 案	第 三 方 案
心 墙	双 曲 线 模 型	双 曲 线 模 型	指 数 模 型
坝 壳	双 曲 线 模 型	指 数 模 型	指 数 模 型

由一、二方案可以看出坝壳按不同模型计算时对心墙的影响,从二、三方案则可以排除坝壳的影响,得到心墙按两个不同模型计算的情况。双曲线模型计算参数的确定,是控制 e_1 在2%以下,取一条近似直线,所得参数如表6所示,部分参数和指数模型共用。

计算的最大主应力 σ_1 和垂直位移 u_y 的等值线图见图12,13。从图上可以看出三个方案的应力及位移的分布情况是相似的,但位移的数值却相差较大。

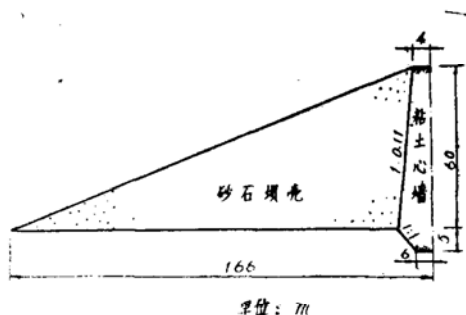


图11

表6

土 类	γ (g/cm^3)	ϕ ($^\circ$)	c (kg/cm^2)	R_f	K	n	E_i (kg/cm^2)	μ_i	G	F	p_c (kg/cm^2)
西河清粘土	2.03	27.3	0.93	0.80	536	0.27	439	0.42	0.51	0.26	0.50
平潭砂土	$\gamma_d = 1.56$	36.5	0	0.80	812	0.76	479	0.48	0.49	0	0.50

为了粗略检验成果的合理性,选取了靠近坝体中部的第88号结点进行分析,它的应力路径如图9(b)中的曲线B,可以看出,这是比较接近 K_0 状态的(对 $D_r=70\%$ 的平潭砂, $K_0 \approx 0.33$ 或 $R_0 \approx 3.0$)。通过按 K_0 条件逐级加荷,用分层综合法进行计算求得的沉降值为12.42cm。按指数模型(方案三)电算的结果为15.39cm;按双曲线模型(方案一)电算的结果仅为1.44cm。显然指数模型的计算值与按 K_0 条件估算的计算值比较接近,又因为它 K 值比 K_0 值要小一些,所以变形大是合理的;而双曲线模型的计算值则相差很大,反映了应力路径的较显著的影响;另外,这还和常规剪切试验的应力-应变关系在小应变范围内并不符合双曲线函数有关。

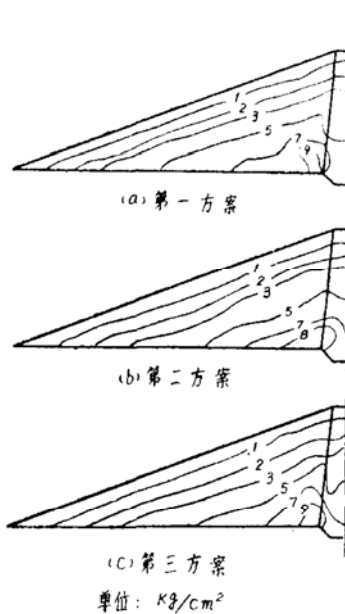


图12

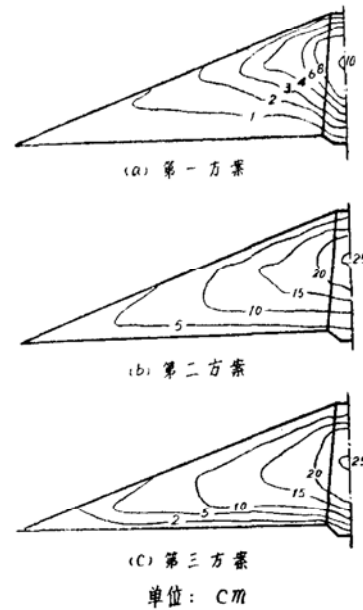


图13

参 考 文 献

- [1] Lee, K.L. and Izzat, M.I., Static Stresses by Linear and Nonlinear Methods, Jr. of the Geotechnical Engineering Div., Proc. of ASCE, GT9, 1975.
- [2] Cathie, D.N. and Dungar, R., Evaluation of Finite Element Predictions for Constructional Behaviour of a Rockfill Dam, Jr. of Civil Engineering, 1978, Part 2.

The Influence of Stress Path on the Stress-strain Behavior of Earthfills and its Application

Liu Zu-de, Lu Shi-qiang, Yang Tian-lin and Li Bai-qiao

(Wuhan Institute of Hydraulic and Electric Engineering)

Abstract

For the purpose of exposing the influences of stress path on the stress-strain behaviors of earth fill, a lot of experiments were performed in the triaxial shear apparatus by using a variety of stress paths on various specimens of different soil types, involving cohesionless, also cohesive.

According to the practical variation of stress distribution in the earth-rock dams, the laws of the stress-strain relationships under the condition of constant stress ratio ($\sigma_1/\sigma_3 = \text{const.}$) stress path were emphatically discussed.

An exponential model, which better reflects the results obtained from the experiments under the condition of constant stress-ratio path, was suggested.

The application of this model to calculate the stress and displacement distributions

in an earth dam during construction period comes to the conclusion that the stress path exerts an important influence on the displacement distribution in earth dam, rather than the stress distribution.

In this paper, a comparative work was presented, taking stress path in consideration or leaving it out in the finite element method calculation of earth dams (i.e. comparison of exponential model with Duncan-Chang model).