

# 半刚性基层与刚性面层联结状态对刚性路面荷载应力的影响分析

俞建荣 陈荣生

(东南大学交通运输系, 南京, 210018)

金志强

(江苏省交通厅公路局, 南京, 210005)

**文 摘** 本文应用空间有限元理论, 模拟半刚性基层与刚性路面层间联结状态, 提出层间联结剪切损伤变量。应用空间有限元理论与弹性半空间体解析解相结合的方法, 将半刚性基层刚性路面视为弹性半空间地基上的双层弹性体, 分析半刚性基层与刚性面层层间联结状态对荷载应力的影响。计算结果表明层间联结状态对荷载应力有十分显著的影响。

**关键词** 刚性路面, 半刚性基层, 层间联结状态, 荷载应力。

## 1 前 言

在半刚性基层上浇筑水泥混凝土面层是目前高等级水泥混凝土路面常用的结构。我国水泥混凝土路面设计理论以弹性半空间地基薄板小挠度理论为基础, 在面层与基层层间假定为完全滑动的前提下, 用薄板有限元法计算荷载应力, 完全忽略基层与面层层间联结对荷载应力的影响。由于利用薄板有限元理论, 一方面难于考虑层间水平联结的作用, 同时也无法把半刚性基层作为一个独立的结构层次加以分析。故在现有的设计理论中采用基层顶面综合回弹模量概念, 把半刚性基层这一具有一定板体性的独立结构层次综合归结为弹性半空间地基, 由此得到“在刚性路面下通过修筑基层提高基础综合回弹模量, 可略减薄面层, 但为数有限, 因而不经济的”结论<sup>[1]</sup>。

众所周知, 路面结构各结构层层间水平联结均有一定的粘结力, 或摩擦力、或水平剪切力, 只是其量值不同而已。被人们日益重视的碾压混凝土路面, 由于其振动碾压成型的特点, 层间联结则完全不同于普通水泥混凝土路面。如果说普通水泥混凝土路面水平联结作用可以被忽略的话, 那么, 碾压混凝土路面由于面层与基层粗骨料间互相嵌挤形成一层嵌挤夹层, 其层间水平联结作用是不容忽视的。

## 2 层间联结及其力学性质

碾压混凝土路面采用振动碾压施工工艺, 面层与基层粗骨料互相嵌挤, 且经胶结体胶结, 粘结成整体。所以碾压混凝土路面层间联结已不是简单的接触问题, 而是由上层碾压混凝土

材料、下层处治碎石类半刚性基层材料以及层间封层材料等多种材料组成的夹层问题。上、下层粗骨料互相嵌挤使得夹层具有相当高的抗剪强度。

夹层的力学机理十分复杂,在重复荷载应力和变温应力作用下,在板边缩缝处、胀缝处以及板的其它不同部位,其剪切力学特性可以呈现各种可能的复杂情况。由面层材料,基层材料和封层材料经振动碾压而成的夹层,其材料的力学性质将取决于三种组成材料的力学性质,以及施工工艺水平。为能描述夹层材料的力学性质,本文提出采用两种材料弹性矩阵的加权和作为夹层材料的弹性矩阵,即

$$[D]_{\text{夹}} = \beta_{\text{上}}[D]_{\text{上}} + \beta_{\text{下}}[D]_{\text{下}} \quad (1)$$

式中  $[D]_{\text{上}}, [D]_{\text{下}}$  分别为碾压混凝土材料和半刚性基层材料的弹性矩阵;  $\beta_{\text{上}}, \beta_{\text{下}}$  为相应的权数。碾压混凝土材料的弹性模量比半刚性基层材料高出一个数量级,因此,夹层材料的力学性质主要取决于半刚性基层材料。

夹层以剪切为主要破坏形式,可用库仑定律来描述,即引起层间滑动所需的剪切应力  $\tau_{\text{max}}$  与垂直正应力成正比:

$$\tau_{\text{max}} \leq c + \sigma \tan \varphi$$

式中  $c$  为夹层材料的凝聚力;  $\varphi$  为夹层材料的内摩擦角。夹层在重复荷载应力和变温应力作用下,其材料微结构不断受损,使层间联结状态向部分结合甚至完全分离式状态渐进发展。

为模拟夹层材料渐进破损过程,引入剪切损伤变量,即剪切弹性模量的相对劣变量,用数学式表示为

$$\omega = \frac{G_0 - G}{G_0} \quad (2)$$

式中  $G_0$  为夹层材料初始剪切弹性模量;  $G$  为夹层材料受损后的剪切弹性模量。改变上式,剪切模量  $G$  可表示为

$$G = (1 - \omega) G_0 \quad (3)$$

由损伤变量  $\omega$  可定义夹层联结状态为结合式( $\omega = 0$ ),部分结合式( $0 < \omega < 1$ )及分离式( $\omega = 1$ )。

### 3 分析原理

半刚性基层刚性路面结构由土基、基层和面层组成。将土基视为弹性半空间地基,基层和面层视为有限尺寸的双层弹性体,弹性半空间地基采用解析解,有限尺寸双层弹性体应用空间有限元法分析。空间有限元采用常规六面体八结点等参元<sup>[2]</sup>。

为形成弹性半空间地基刚度矩阵,由布辛尼斯克(J. Boussinesq)公式,假定在结点  $i$  四周的地基反力是均匀分布的,用集中力  $P_i$  引起  $i$  结点的垂直位移为

$$w_{ii} = F_{ii} P_i$$

$$F_{ii} = \frac{(1 - \mu_0^2)}{\pi a E_0} \left| \frac{a}{b} \ln \left( \sqrt{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2} + \frac{b}{a} \right) + \ln \left( \sqrt{1 + \left(\frac{a}{b}\right)^2} + \frac{a}{b} \right) \right| \quad (4)$$

集中力  $P_i$  引起其它点  $n$  处的垂直位移为

$$w_{ni} = F_{ni} P_i$$

$$F_{ni} = \frac{1 - \mu_0^2}{\pi E_0 d_{ni}} \quad (5)$$

式中  $d_{ni}$  为  $n$  点离  $i$  点的距离。与空间六面体单元对应的各结点垂直位移可用矩阵表示为

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & & & \\ F_{21} & F_{22} & & \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} & \\ F_{41} & F_{42} & F_{43} & F_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}$$

或  $\{w\}^e = [F_s]\{p\}^e$  (6)

由式(6)可得弹性半空间地基刚度矩阵为

$$[K_s]' = ([F_s]^e)^{-1} \quad (7)$$

则  $\{p\}^e = ([F_s]^e)^{-1}\{w\}^e$  (8)

结构整体有限元刚度矩阵由所有单元刚度矩阵叠加得到。

$$[K] = \sum_{e=1}^{NE} [k]^e \quad (9)$$

将地基反力作为一种结点力施加于单元结点, 可得

$$\{F\} - \{p\} = [K]\{\delta\} \quad (10)$$

由式(8) 及(10) 整理得

$$\{F\} = ([K] + [K_s])\{\delta\} \quad (11)$$

式(11)表明结构分析整体刚度矩阵应为有限元整体刚度矩阵与地基刚度矩阵的叠加。有限元刚度矩阵一般为稀疏带状矩阵, 采用一维紧缩存储方法。地基刚度矩阵为对称满矩阵。若两矩阵完全叠加, 势必使最大半带宽猛增数倍甚至数十倍, 既浪费内存又浪费机时, 且无法在微机实现, 应用受到限制。为解决上述缺陷, 本文采用叠加与迭代相结合的方法, 简述如下:

将地基刚度矩阵分解成两个矩阵, 一个矩阵为与有限元刚度矩阵有相同的半带宽, 且带内元素与地基刚度矩阵相同; 另一个矩阵有限元带宽外元素与地基刚度矩阵完全相同, 而带内元素全部为零元素, 即

$$[K_s] = [K_s]_1 + [K_s]_2$$

由式(11)得

$$\{F\} - [K_s]_2\{\delta\} = ([K] + [K_s]_1)\{\delta\}$$

取迭代格式

$$\begin{aligned} \{F\} - \{F_s\}_i &= ([K] + [K_s]_1)\{\delta\}_i \\ \{F_s\}_i &= [K_s]_2\{\delta\}_{i-1} \end{aligned} \quad (12)$$

对于初次迭代取  $\{F_s\}_0 = \{0\}$ 。如果迭代前后两次位移的相对误差控制在小于 0.01 范围内, 迭代只需几次。

## 4 层间联结单元

层间联结有接触和夹层两种, Goodman 单元能较好地模拟接触面上的滑动<sup>[3]</sup>。Desai 提出的薄层单元不仅能克服 Goodman 单元相重叠的缺陷, 同时也能很好地模拟夹层的力学性质, 包括拉开、滑移和分离等。本文在 Desai 薄层单元的基础上进一步引入拉密常数

$$\lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}$$

注意到

$$\lambda + 2G = \frac{E(1-\mu)}{(1+\mu)(1-2\mu)}, \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

则夹层单元的弹性矩阵为

$$[D]_{\text{夹}} = \begin{vmatrix} \lambda + 2(1-\omega)G & & & & & \\ & \lambda & & & & \\ & & \lambda + 2(1-\omega)G & & & \\ & & & \lambda & & \\ & & & & \lambda + 2(1-\omega)G & \\ & & & & & 0 \\ & & & & & & (1-\omega)G \\ & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & (1-\omega)G \\ & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 \\ & & & & & & & & & & & (1-\omega)G \end{vmatrix} \quad \text{对 称}$$

## 5 考例及精度分析

根据上述理论应用 FORTRAN 语言编制了弹性半空间地基上多层弹性体半解析空间有限元应力分析程序 FEM3P。

【考例 1】四边固定的正方形薄板, 在中点受集中荷载  $P$ , 用矩形薄板单元和空间有限元算出的最大挠度  $w_{\max}$  如表 1 所示, 表中误差为有限元解与理论解的相对差值。

表 1 薄板元与空间元计算结果

| 计算模型  | 单元数 | 结点数  | $w_{\max}/(PL/D)$ | 误差(%)  |
|-------|-----|------|-------------------|--------|
| 矩形薄板元 | 256 | 289  | 0.00567           | + 1.25 |
| 空间元   | 968 | 1587 | 0.00558           | - 0.36 |
| 理论解   | —   | —    | 0.00560           | —      |

【考例 2】弹性半空间地基水泥混凝土板, 厚度 22cm, 边长 500cm, 边宽 300cm, 混凝土弹性模量  $E_c = 30\text{GPa}$ , 泊松比  $\mu_c = 0.15$ , 地基回弹模量  $E_s = 100\text{MPa}$ , 泊松比  $\mu_s = 0.35$ 。分别在板中受集中荷载  $P = 70\text{kN}$ , 边长中点处受 BZZ-100 标准单圆当量均布荷载  $q$ , 用薄板单元和空间有限元算出的最大挠度和最大主应力如表 2 所示。

表 2 弹性半空间地基板计算结果对比

| 计算模型  | 单元数 | 结点数 | 板中集中力              |                            | 板边均布荷载                     |                            |
|-------|-----|-----|--------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
|       |     |     | $w_{\max}$<br>(cm) | $\sigma_{\max}^+$<br>(MPa) | $\sigma_{\max}^+$<br>(MPa) | $\sigma_{\max}^-$<br>(MPa) |
| 矩形薄板元 | 60  | 77  | 0.0315             | 2.05                       | —                          | —                          |
|       | 30  | 42  | —                  | —                          | 2.01                       | 2.01                       |
|       | 72  | 90  | —                  | —                          | 2.19                       | 2.19                       |
| 空间元   | 408 | 819 | 0.0364             | 2.20                       | —                          | —                          |
|       | 162 | 300 | —                  | —                          | 1.82                       | 1.96                       |
|       | 286 | 504 | —                  | —                          | 2.02                       | 2.08                       |

以上两考例结果表明, 空间有限元应力分析程序 FEM3P 是可靠的。混凝土薄板为有限尺寸板块, 半刚性基层水平方向一般视为无限, 有限单元法只能取有限范围内的半刚性基层进行分析, 故会有一定的误差。经大量计算结果分析, 基层所取的计算范围其超出上层板块部分大于 1.5m 时, 计算结果已稳定。

上层板厚方向剖分三层已有相当好的精度。基层厚度方向划分三层以上对计算结果几乎没有影响。在水平方向必须划分足够多的单元才能得到好的解答。

## 6 层间联结影响分析

### 6.1 计算参数

取图 1 所示半刚性基层碾压混凝土路面结构, 碾压混凝土板块尺寸为 375cm × 800cm, 计算荷载取 BZZ-100 标准轴载, 荷载图式用矩形代替当量圆。荷载作用位置为板纵缝边长中点处, 如图 2 所示, 利用对称性取二分之一板块进行有限元荷载应力分析。

|       |                    |                    |              |
|-------|--------------------|--------------------|--------------|
| 碾压混凝土 | $h = 22\text{cm}$  | $E = 30\text{GPa}$ | $\mu = 0.15$ |
| 夹 层   | $h = 0.5\text{cm}$ | $E = ?$            | $\mu = ?$    |
| 基 层   | $h = ?$            | $E = 1\text{GPa}$  | $\mu = 0.15$ |
| 土 基   |                    | $E = 30\text{MPa}$ | $\mu = 0.35$ |

图 1 半刚性基层碾压混凝土路面结构

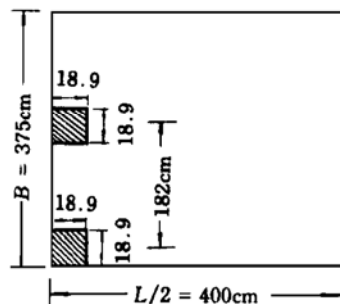


图 2 荷载图式

### 6.2 结果分析

#### (1) 分离式

考虑碾压混凝土面层与基层层间联结状态为分离式, 此时夹层剪切损伤变量  $\omega = 1$ 。按弹性半空间地基分离式双层体, 由空间有限元法分析基层厚度变化对上层板底最大主应力的影响。计算结果见图 3。从计算结果可看出, 对于分离式状态, 随着基层厚度的增加上层板底的最大主应力没有明显的降低, 这与由弹性半空间地基薄板有限元理论得出的结论相一致。

#### (2) 结合式

层间联结状态为结合式时, 取  $\omega = 0$ 。计算结果表明, 随着基层厚度的增加板底最大主应力快速下降。如图 3 所示。这显示如果基层与面层具有良好的联结状态, 提高基层强度对降低面层荷载应力有十分显著的作用。比较结合式、分离式结果, 还可看到, 由两种模式计算得到的应力其差别随基层厚度的增加而加大。

#### (3) 部分结合式

部分结合式是实际路面结构中最普遍的联结状态。图 3 分离式、结合式应力计算结果夹层剪切损伤变量取不同数值可以模拟包括接触状态在内的各种复杂的联结状态, 根据室内外推板实测层间抗剪强度和滑动摩擦系数以及层间剪应力分析结果, 将部分结合式进一步分为粘结嵌挤状态和滑动摩擦状态。粘结嵌挤状态在层间剪切破坏之前, 滑动摩擦状态在层间

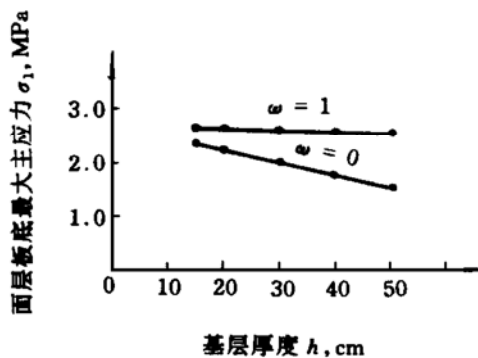


图 3 分离式、结合式应力计算结果

剪切破坏之后。粘结嵌挤状态具有剪切硬化现象, 即夹层剪切弹性模量随剪切变形增加而降低, 但剪应力随变形增加而增加。

图4为各种不同联结状态时部分结合式的板底最大荷载应力比分离式状态时应力降低的百分率。结果显示, 当受损夹层剪切模量仅为初始模量的50%时, 应力降低的百分率几乎接近结合式, 因而两者相差无几。根据荷载应力分析和室内外试验实测结果, 在板边长中点的临界荷载位置, 其联结状态处在  $0 < \omega < 0.5$  之间。因此, 就荷载而言, 对于碾压混凝土路面板与半刚性基层的联结状态可视为结合式。

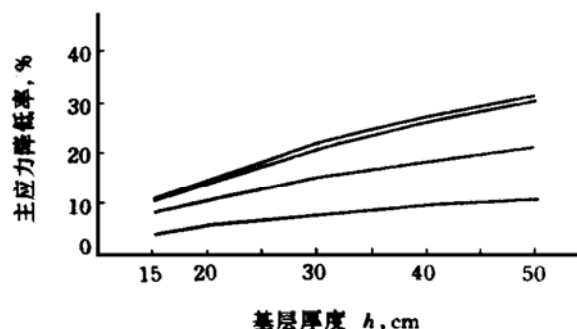


图4 层间联结状态对应力的影响

对于滑动摩擦的临界状态, 随着基层厚度的增加不同板底最大主应力比分离式降低5%~12%。可见, 即使是普通水泥混凝土路面, 完全忽略层间摩擦力的作用也过于保守。

## 7 结论

(1) 层间薄层联结单元可真实地模拟结合式、部分结合式和分离式等各种联结状态, 同时也可模拟脱空现象。比 Goodman 单元具有更多的优越性。

(2) 半刚性基层刚性路面在层间联结状态良好的情况下, 提高基层强度对降低面层板底应力有显著的作用。

(3) 碾压混凝土路面层间联结可视为结合式。

## 参 考 文 献

- 1 交通部公路规划设计院等编.《水泥混凝土路面设计理论和参数》研究报告集. 1982. 1~ 25.
- 2 华东水利学院编. 弹性力学问题的有限单元法. 修订版. 北京: 水利电力出版社, 1978. 102~ 149.
- 3 Goodman R F. A Model for the Mechanics of Jointed Rock. ASCE, 1970, **96**(SM5): 263~ 272.

## Effect of Joint State of Interface in between Rigid Concrete Plate and Semi-Rigid Base on Stress in Pavement

Yu Jian-rong

Chen Rong-sheng

(Institute of Communication, Southeast University, Nanjing)

Jin Zhi-qiang

(The Highway Bureau, the Communication Department of Jiangsu Province, Nanjing)

**Abstract** In this paper, the contact condition on interface between rigid concrete plate and semi-rigid base is simulated by three dimensional finite element method. Shearing damage variable for interface is put up. The results proved that the contact state in the interface has notable effect on stress in pavement.

**Key words** rigid pavement, semi-rigid base, joint and interface, load stress.