

直墙拱形隧道围岩粘弹性位移解析解*

薛 琳

(青岛建筑工程学院, 266033)

1 引言

近期, 围岩粘弹性位移理论分析, 在连续介质力学基础上, 以新概念和新方法推导出符合五种粘弹性力学模型(Maxwell 模型, Kelvin 模型, Kelvin-Voigt 模型, Poynting-Thomson 模型和 Burgers 模型)任意形状隧道围岩粘弹性位移解析解, 使相应的解析法反演理论取得了重要进展^[1-7]。

岩体介质的蠕变柔量和广义蠕变柔量是反映隧道围岩变形性质的物理量, 它们与围岩变形的时间有关, 分别用 $J_1(t)$ 和 $J_2(t)$ 表示。这两个物理概念的建立使影响围岩变形的地应力和几何因素与物理因素分离开来, 分别用两类不同性质的函数表示, 即地应力几何函数和岩体介质的蠕变柔量及广义蠕变柔量。于是, 得到任意形状隧道(硐室、巷道)围岩粘弹性位移的复变函数表示式^[2]

$$u(t) + iv(t) = x_1(\zeta)J_1(t) + x_2(\zeta)J_2(t) \quad (1)$$

式中 $x_1(\zeta)$ 和 $x_2(\zeta)$ 为与应力边界条件和隧道孔口几何形状有关的解析函数, 它可以由对应的弹性问题的复变函数方法确定。其中

$$\begin{aligned} x_1(\zeta) &= \varphi_1(\zeta) - \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\varphi_1(\zeta)} - \overline{\phi_1(\zeta)} \\ x_2(\zeta) &= 6\varphi_1(\zeta) \end{aligned} \quad (2)$$

这里, $\omega(\zeta)$ 为 z 平面(垂直隧道轴线的物理平面)上非圆形孔口外域变换到 ζ 平面(数学平面)上单位圆外域(或内域)的映射函数; $\varphi_1(\zeta)$ 和 $\phi_1(\zeta)$ 为复势函数。

水平方向和竖直方向围岩粘弹位移分量为

$$\begin{aligned} u(t) &= u_1(\rho, \theta)J_1(t) + u_2(\rho, \theta)J_2(t) \\ v(t) &= v_1(\rho, \theta)J_1(t) + v_2(\rho, \theta)J_2(t) \end{aligned} \quad (3)$$

式中 $u_i(\rho, \theta)$, $v_i(\rho, \theta)$, $i = 1, 2$, 为地应力几何函数。其中, $u_i(\rho, \theta) = \operatorname{Re} x_i(\zeta)$; $v_i(\rho, \theta) = \operatorname{Im} x_i(\zeta)$ 。这里, ρ, θ 为 z 平面上点的曲线坐标或 ζ 平面上点的极坐标。现在研究这个问题的关键是求出各类非圆形隧道(硐室、巷道)围岩粘弹性位移解析解。其中直墙拱形隧道在地下结构工程中应用十分广泛。因而, 本文主要讨论直墙拱形隧道围岩粘弹性位移解析解。具体方法是应用傅里叶级数展开法, 求出收敛很快的直墙拱形隧道孔口的映射函数。

其中直墙拱形隧道在地下结构工程中应用十分广泛。因而, 本文主要讨论直墙拱形隧道围岩粘弹性位移解析解。具体方法是应用傅里叶级数展开法, 求出收敛很快的直墙拱形隧道孔口的映射函数。以新的粘弹性围岩位移理论方法得到符合 Maxwell 模型, Kelvin 模型, Kelvin-Voigt 模型, Poynting-Thomson 模型和 Burgers 模型的深埋软岩直墙拱形隧道(硐室、

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 49372153)和冶金部教育司资助项目。

到稿日期: 1994-12-16。

巷道) 围岩粘弹性位移解析解。这些理论解力学概念清晰, 数学方法简单, 对粘弹性岩体力学理论研究及其反演方法与应用的研究都有一定的意义。

2 映射函数

如图1所示直墙拱形隧道, 在深埋软岩中开挖。设地应力场均匀分布, 竖直方向地应力分量为 q , 水平方向地应力分量为 λq 。这里 λ 为侧压力系数。孔口几何参数及坐标如图2所示。

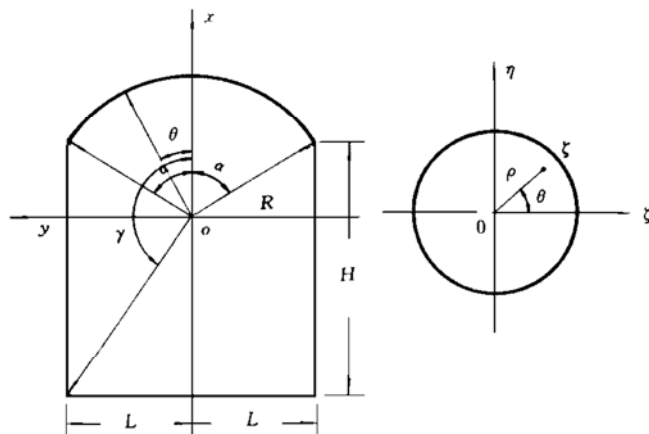
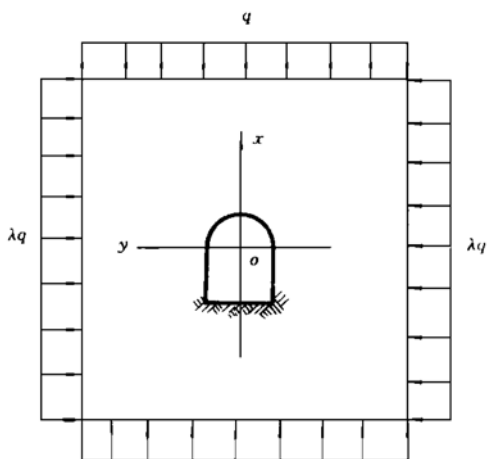


图1 直墙拱形隧道及均匀分布地应力场

图2 孔口几何参数坐标

将孔口边界曲线的 x, y 坐标分别写成自变量 θ 的函数

$$x = \begin{cases} R \cos \theta & 0 \leq \theta < \alpha \\ L \operatorname{ctg} \theta & \alpha \leq \theta < \gamma \\ R \cos \alpha - H & \gamma \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (4)$$

$$y = \begin{cases} R \sin \theta & 0 \leq \theta < \alpha \\ L & \alpha \leq \theta < \gamma \\ (R \cos \alpha - H) \operatorname{tg} \theta & \gamma \leq \theta \leq \pi \end{cases} \quad (5)$$

将式(4)和(5)展开为傅里叶级数, 得

$$\begin{aligned} x &= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta \\ y &= \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin n\theta \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x \cos n\theta d\theta = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\alpha} R \cos \theta \cos n\theta d\theta + \int_{\alpha}^{\gamma} L \operatorname{ctg} \theta \cos n\theta d\theta + \int_{\gamma}^{\pi} (R \cos \alpha - H) \cos n\theta d\theta \right]$$

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} x d\theta = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\alpha} R \cos \theta d\theta + \int_{\alpha}^{\gamma} L \operatorname{ctg} \theta d\theta + \int_{\gamma}^{\pi} (R \cos \alpha - H) d\theta \right]$$

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} y \sin n\theta d\theta = \frac{2}{\pi} \left[\int_0^{\alpha} R \sin \theta \sin n\theta d\theta + \int_{\alpha}^{\gamma} L \sin n\theta d\theta + \int_{\gamma}^{\pi} (R \cos \alpha - H) \operatorname{tg} \theta \sin n\theta d\theta \right]$$

其中各系数的积分结果为

$$A_0 = \frac{2}{\pi} \left[R \sin \alpha + L (\ln \sin \gamma - \ln \sin \alpha) + (R \cos \alpha - H) (\pi - \gamma) \right]$$

$$A_1 = \frac{1}{\pi}R(\alpha + \frac{1}{2}\sin 2\alpha) + \frac{2}{\pi}(H - R\cos\alpha)\sin\gamma + a_1$$

$$\text{式中 } a_1 = \frac{2L}{\pi} \left| \ln \lg \frac{1}{2} \gamma - \ln \lg \frac{1}{2} \alpha + \cos \gamma - \cos \alpha \right|$$

$$A_2 = \frac{1}{\pi}R \left| \frac{1}{3}\sin 3\alpha + \sin \alpha \right| + \frac{1}{\pi}(H - R\cos\alpha)\sin 2\gamma + a_2$$

$$\text{式中 } a_2 = \frac{2L}{\pi} \left| \frac{1}{2}\cos 2\theta + \ln \sin \theta \right| \Big|_{\alpha}^{\gamma}$$

$$A_n = \frac{R\sin(n+1)\alpha}{\pi(n+1)} + \frac{R\sin(n-1)\alpha}{\pi(n-1)} + \frac{2}{n\pi}(H - R\cos\alpha)\sin n\gamma + a_n$$

$$\text{式中 } a_n = \frac{2L}{\pi} \left| \sum_{k=0}^m \left| \frac{1}{n-2k} \cos(n-2k)\theta + \frac{1}{n-2k-2} \cos(n-2k-2)\theta \right| \right|_{\alpha}^{\gamma} + a_i$$

$$\text{这里当 } n \text{ 为奇数时, } m = \frac{n-3}{2}; \quad a_i = a_1; \quad \text{当 } n \text{ 为偶数时, } m = \frac{n-4}{2}; \quad a_i = a_2$$

$$B_1 = \frac{1}{\pi}R \left| \alpha - \frac{1}{2}\sin 2\alpha \right| - \frac{2L}{\pi}(\cos \gamma - \cos \alpha) + b_1$$

$$\text{式中 } b_1 = \frac{2}{\pi}(R\cos\alpha - H) \left| \ln \left| \lg \frac{3\pi}{4} \right| - \ln \left| \lg \left(\frac{1}{2}\gamma + \frac{\pi}{4} \right) \right| + \sin \gamma \right|$$

$$B_2 = \frac{1}{\pi}R \left| -\frac{1}{3}\sin 3\alpha + \sin \alpha \right| - \frac{1}{\pi}L(\cos 2\gamma - \cos 2\alpha) + b_2$$

$$\text{式中 } b_2 = \frac{2}{\pi}(R\cos\alpha - H) \left| \pi - \gamma + \frac{1}{2}\sin 2\gamma \right|$$

$$B_n = -\frac{R\sin(n+1)\alpha}{\pi(n+1)} + \frac{R\sin(n-1)\alpha}{\pi(n-1)} - \frac{2L}{n\pi}\cos n\theta \Big|_{\alpha}^{\gamma} + b_n$$

$$\text{式中 } b_n = \frac{2}{\pi}(R\cos\alpha - H) \left| \sum_{k=0}^m (-1)^k \left| \frac{1}{n-2k} \sin(n-2k)\gamma - \frac{1}{n-2k-2} \sin(n-2k-2)\gamma \right| - (-1)^m b_i \right|$$

$$\text{这里当 } n \text{ 为奇数时, } m = \frac{n-3}{2}; \quad b_i = b_1; \quad \text{当 } n \text{ 为偶数时, } m = \frac{n-4}{2}; \quad b_i = b_2。 \text{以复坐标表示孔口曲线, 边界记为 } \sigma, \text{ 则}$$

$$Z = x + iy = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos n\theta + iB_n \sin n\theta) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \sigma^n + d_n \sigma^{-n}) \quad (7)$$

$$\text{式中 } c_n = (A_n + B_n)/2 \quad d_n = (A_n - B_n)/2 \quad c_0 = A_0/2 \quad \sigma = e^{i\theta}$$

将 z 平面上直墙拱形孔口外域变换到 ζ 平面上单位圆内域的映射函数为

$$z = \omega(\zeta) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n \zeta^n + d_n \zeta^{-n}) \quad (8)$$

$$\text{式中 } \zeta = \rho e^{i\theta}; \quad \rho \leq 1。 \text{实际应用时, 式(8)取有限项。}$$

3 围岩粘弹性位移解析解

3.1 地应力几何函数

根据木斯海立什维方法^[8], 可以求得式(2)中的复势函数 $\varphi_1(\zeta)$ 和 $\phi_1(\zeta)$ ^[9]

$$\varphi_1(\zeta) = \frac{1}{2}Q_1 \left| c_0 + \sum_{n=1}^N (c_n \zeta^n + d_n \zeta^{-n}) \right| + \sum_{n=1}^N (d_n Q_2 - c_n Q_1) \zeta^n \quad (9)$$

$$\phi_1(\zeta) = -Q_2 \left| c_0 + \sum_{n=1}^N (c_n \zeta^n + d_n \zeta^{-n}) \right| + \sum_{n=1}^N (c_n Q_2 - d_n Q_1 - g_n) \zeta^n \quad (10)$$

$$\text{式中 } Q_1 = \frac{q(\lambda+1)}{2}; \quad Q_2 = \frac{q(1-\lambda)}{2};$$

$$g_n = \frac{1}{c_1} \left| \sum_{k=2}^N k c_k g_{n-k+1} + \sum_{k=1}^N d_{n-k+1} k (d_k Q_2 - c_k Q_1) \right|$$

其中 $g_0 = 0^{[9]}$ 。将式(8)写成三角式, 分开实部和虚部, 则

$$\omega(\zeta) = \omega_R(\rho, \theta) + i \omega_I(\rho, \theta) \quad (11)$$

$$\text{式中 } \omega_R(\rho, \theta) = c_0 + \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n + d_n \rho^{-n}) \cos n\theta; \quad \omega_I(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n - d_n \rho^{-n}) \sin n\theta$$

$$\omega'(\zeta) = \omega'_R(\rho, \theta) + i \omega'_I(\rho, \theta)$$

$$\text{式中 } \omega'_R(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^N n \left| c_n \rho^{n-1} \cos(n-1)\theta - d_n \rho^{n-1} \cos(n+1)\theta \right|$$

$$\omega'_I(\rho, \theta) = \sum_{n=1}^N n \left[c_n \rho^{n-1} \sin(n-1)\theta + d_n \rho^{n-1} \sin(n+1)\theta \right]$$

将式(9)和(10)写成三角式, 分开实部和虚部, 即

$$\phi_1(\zeta) = \phi_{1R}(\rho, \theta) + i \phi_{1I}(\rho, \theta) \quad (12)$$

$$\text{式中 } \phi_{1R}(\rho, \theta) = \frac{1}{2} Q_1 \left| c_0 + \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n + d_n \rho^{-n}) \cos n\theta \right| + \sum_{n=1}^N (d_n Q_2 - c_n Q_1) \rho^n \cos n\theta$$

$$\phi_{1I}(\rho, \theta) = \frac{1}{2} Q_1 \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n - d_n \rho^{-n}) \sin n\theta + \sum_{n=1}^N (d_n Q_2 - c_n Q_1) \rho^n \sin n\theta$$

$$\phi_1(\zeta) = \phi_{1R}(\rho, \theta) + i \phi_{1I}(\rho, \theta) \quad (13)$$

$$\text{式中 } \phi_{1R}(\rho, \theta) = \frac{1}{2} Q_1 \sum_{n=1}^N n \left| c_n \rho^{n-1} \cos(n-1)\theta - d_n \rho^{n-1} \cos(n+1)\theta \right|$$

$$+ \sum_{n=1}^N n (d_n Q_2 - c_n Q_1) \rho^{n-1} \cos(n-1)\theta$$

$$\phi_{1I}(\rho, \theta) = \frac{1}{2} Q_1 \sum_{n=1}^N n \left| c_n \rho^{n-1} \sin(n-1)\theta + d_n \rho^{n-1} \sin(n+1)\theta \right|$$

$$+ \sum_{n=1}^N n (d_n Q_2 - c_n Q_1) \rho^{n-1} \sin(n-1)\theta$$

$$\phi_1(\zeta) = \phi_{1R}(\rho, \theta) + i \phi_{1I}(\rho, \theta) \quad (14)$$

$$\text{式中 } \phi_{1R}(\rho, \theta) = -Q_2 \left| c_0 + \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n + d_n \rho^{-n}) \cos n\theta \right| + \sum_{n=1}^N (c_n Q_2 - d_n Q_1 - g_n) \rho^n \cos n\theta$$

$$\phi_{1I}(\rho, \theta) = -Q_2 \sum_{n=1}^N (c_n \rho^n - d_n \rho^{-n}) \sin n\theta + \sum_{n=1}^N (c_n Q_2 - d_n Q_1 - g_n) \rho^n \sin n\theta$$

地应力几何函数为

$$\left. \begin{aligned} u_1(\rho, \theta) &= \phi_{1R}(\rho, \theta) - f_R(\rho, \theta) - \phi_{1R}(\rho, \theta) \\ u_2(\rho, \theta) &= 6 \phi_{1R}(\rho, \theta) \\ v_1(\rho, \theta) &= \phi_{1R}(\rho, \theta) - f_I(\rho, \theta) - \phi_{1I}(\rho, \theta) \\ v_2(\rho, \theta) &= 6 \phi_{1I}(\rho, \theta) \end{aligned} \right| \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } f_R(\rho, \theta) &= \operatorname{Re} \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\phi_1(\zeta)} = \frac{A(\rho, \theta) \phi_{1R}(\rho, \theta) + B(\rho, \theta) \phi_{1I}(\rho, \theta)}{[\omega'_R(\rho, \theta)]^2 + [\omega'_I(\rho, \theta)]^2} \\ f_I(\rho, \theta) &= \operatorname{Im} \frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)} \overline{\phi_1(\zeta)} = \frac{B(\rho, \theta) \phi_{1R}(\rho, \theta) - A(\rho, \theta) \phi_{1I}(\rho, \theta)}{[\omega'_R(\rho, \theta)]^2 + [\omega'_I(\rho, \theta)]^2} \\ A(\rho, \theta) &= \omega_R(\rho, \theta) \omega'_R(\rho, \theta) - \omega_I(\rho, \theta) \omega'_I(\rho, \theta) \\ B(\rho, \theta) &= \omega_I(\rho, \theta) \omega'_R(\rho, \theta) + \omega_R(\rho, \theta) \omega'_I(\rho, \theta) \end{aligned}$$

3.2 粘弹性岩体介质蠕变柔量和广义蠕变柔量

Maxwell 岩体介质的蠕变柔量和广义蠕变柔量为^[6]

$$\begin{aligned} J_1^M(t) &= \frac{1}{E} + \frac{1}{\eta} t \\ J_2^M(t) &= \frac{1-2\mu}{2E} \left[1 - \nu \exp\left(-\beta \frac{t}{\tau_r}\right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

式中 E 为弹性模量; η 为粘滞系数; μ 为泊桑比; τ_r 为松弛时间; $\nu = \frac{1-2\mu}{3-2\mu}$, $\beta = \frac{2}{3-2\mu}$ 。

Kelvin 岩体介质蠕变柔量和广义蠕变柔量为

$$\begin{aligned} J_1^K(t) &= \frac{1}{E} \left| 1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau_d}\right] \right| \\ J_2^K(t) &= \frac{\nu}{E} \left| 1 - \exp\left[-\frac{t}{\tau_d}\right] \right| \end{aligned} \quad (17)$$

式中 τ_d 为延迟时间。Kelvin Voigt 和 Poynting-Thomson 岩体介质蠕变柔量和广义蠕变柔量为

$$\begin{aligned} J_1^T(t) &= \frac{1}{E_L} + \left| \frac{1}{E_e} - \frac{1}{E_L} \right| \exp\left[-\frac{t}{\tau_d}\right] \\ J_2^T(t) &= \frac{\nu}{\beta E_e + \nu E_L} \left| 1 + \nu \left| \frac{E_L}{E_e} - 1 \right| \exp\left[-\frac{\beta t}{\tau_r} - \frac{\nu t}{\tau_d}\right] \right| \end{aligned} \quad (18)$$

式中 E_e 为瞬时弹性模量; E_L 为长期弹性模量。Burgers 岩体介质蠕变柔量和广义蠕变柔量为

$$\begin{aligned} J_1^B(t) &= \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} \left| 1 - \exp\left[-\frac{E_2}{\eta_2} t\right] \right| \\ J_2^B(t) &= \frac{1-2\mu}{2E_1} \left| \frac{1}{\tau_p - \tau_Q} \right| \left| \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \frac{1}{\tau_Q} + \tau_Q - \tau_m \right| \exp\left[-\frac{t}{\tau_Q}\right] \\ &\quad - \left| \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \frac{1}{\tau_p} + \tau_p - \tau_m \right| \exp\left[-\frac{t}{\tau_p}\right] + 1 \end{aligned} \quad (19)$$

式中 $\tau_p = \tau_a + \sqrt{\tau_a^2 - \tau_b^2}$; $\tau_Q = \tau_a - \sqrt{\tau_a^2 - \tau_b^2}$; $\tau_a = \frac{1}{2} \left| \frac{\eta_1}{\beta E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2} \right|$;

$$\tau_b = \sqrt{\frac{\eta_1 \eta_2}{\beta E_1 E_2}}; \quad \tau_m = \frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2}$$

3.3 直墙拱形隧道围岩粘弹性位移解析解

将式(15)和式(16), (17), (18), (19)分别代入式(3), 可得到五种粘弹性岩体直墙拱形隧道围岩位移解析解。当隧道未开挖时, 初始地应力粘弹性位移的复变函数表示为^[2]

$$u_0(t) + i v_0(t) = x_{01}(\zeta) J_1(t) + x_{02}(\zeta) J_2(t) \quad (20)$$

式中 $x_{01}(\zeta) = Q_2 \overline{\omega(\zeta)}$; $x_{02}(\zeta) = -3Q_1 \omega(\zeta)$ 。

直墙拱形隧道围岩初始地应力粘弹性位移分量为

$$\left. \begin{aligned} u_0(t) &= [Q_2 J_1(t) - 3Q_1 J_2(t)] \omega_R(\rho, \theta) \\ v_0(t) &= [-Q_2 J_1(t) - 3Q_1 J_2(t)] \omega_T(\rho, \theta) \end{aligned} \right| \quad (21)$$

直墙拱形隧道开挖引起的围岩粘弹性位移分量为

$$\left. \begin{aligned} u^K(t) &= u(t) - u_0(t) = \sum_{i=1}^2 [u_i(\rho, \theta) - u_{oi}(\rho, \theta)] J_i(t) \\ v^K(t) &= v(t) - v_0(t) = \sum_{i=1}^2 [v_i(\rho, \theta) - v_{oi}(\rho, \theta)] J_i(t) \end{aligned} \right| \quad (22)$$

式中 $u_{01}(\rho, \theta) = Q_2 \omega_R(\rho, \theta)$; $u_{02}(\rho, \theta) = -3Q_1 \omega_R(\rho, \theta)$ $v_{01}(\rho, \theta) = -Q_2 \omega_T(\rho, \theta)$;
 $v_{02}(\rho, \theta) = -3Q_1 \omega_T(\rho, \theta)$ 这里的 $u_{oi}(\rho, \theta)$ 和 $v_{oi}(\rho, \theta)$ 为初始地应力几何函数。

4 结 语

本文应用傅里叶级数展开法, 求出了收敛很快的直墙拱形隧道孔口的映射函数。以新概念和新方法推导出符合 Maxwell 模型, Kelvin 模型, Kelvin-Voigt 模型, Poynting-Thomson 模型和 Burgers 模型深埋软岩直墙拱形隧道围岩粘弹性位移解析解。其理论解法在力学方法上有普遍性。对于任意形状孔口的非圆形隧道, 只要由复变函数书籍中查到现成的映射函数或由弹性力学书籍中查到现成的映射函数和确定应力边界条件下的复势函数, 则易于求得式(22)中地应力几何函数 $u_i(\rho, \theta)$, $v_i(\rho, \theta)$ 和初始地应力几何函数 $u_{oi}(\rho, \theta)$, $v_{oi}(\rho, \theta)$, 笔者在另一篇论文中详细讨论了确定这些地应力几何函数的数值分析方法^[10]。而各类粘弹性岩体介质的蠕变柔量 $J_1(t)$ 和广义蠕变柔量 $J_2(t)$, 在本文中已全部给出。于是由式(22)可以得到深埋软岩多种形状非圆形隧道因开挖引起的围岩粘弹性位移解析解。

参 考 文 献

- 1 薛琳. 圆形隧道围岩蠕变柔量的确定及粘弹性力学模型识别. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(4): 338~345.
- 2 薛琳, 罗有仁. 伯格模型围岩位移反分析的解析方法. 见: 郑颖人等主编. 第五届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集. 武汉: 武汉测绘大学出版社, 1994. 235~242.
- 3 薛琳, 罗有仁. 隧道围岩地应力侧压力系数反分析的解析方法. 青岛建筑工程学院学报, 1994, 15(2): 73~81.
- 4 薛琳, 杨志法. 隧道周围粘弹性岩土介质蠕变柔量反演. 中国科学院地质研究所工程地质力学开放研究实验室 1992 年年报. 北京: 地震出版社, 1993. 178~191.
- 5 薛琳. 岩体粘弹性力学模型的判定定理与应用. 岩土工程学报, 1994, 16(5): 1~10.
- 6 薛琳, 杨志法. 粘弹性岩体力学参数的解析解. 中国科学院地质研究所工程地质力学开放研究实验室 1992 年年报. 北京: 地震出版社, 1993. 71~85.
- 7 薛琳, 罗有仁. 圆形隧道粘弹性围岩力学参数的解析解. 见: 郑颖人等主编. 第五届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集. 武汉: 武汉测绘大学出版社, 1994. 361~369.
- 8 徐芝纶. 弹性力学. 北京: 人民教育出版社, 1979. 129~134.
- 9 孙钧, 侯学渊. 地下结构. 北京: 科学出版社. 1987. 224~228.
- 10 薛琳, 王荣. 应用边界元法确定围岩粘弹性位移的新方法. 工程力学, 1996 年增刊. 北京: 清华大学出版社, 第二卷. 261~266.