

# 无限长圆柱饱和多孔热弹性介质的固结解

白 冰

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 根据一个典型的热-水-力耦合的线性热弹性固结控制方程, 研究无限长圆柱饱和多孔介质在外力和温度耦合作用下的固结问题, 给出了温度、孔压、体积应变、径向位移、应变和应力等在 Laplace 变换域内的表达式, 并通过数值逆变换进行求解。利用这一解答, 分析了常温度荷载和变温度荷载两种情况下圆柱热固结的演化过程。这一解答可为室内试验结果的分析提供依据。

**关键词:** 多孔热弹性介质; 轴对称问题; 温度荷载; 固结理论; 解答

**中图分类号:** TU41      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2010)11-1665-06

**作者简介:** 白 冰(1966-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 现主要从事复杂环境条件下岩土介质力学特性的研究。

E-mail: [Baibing66@263.net](mailto:Baibing66@263.net)。

## Consolidation solutions of a saturated porothermoelastic cylinder with infinite length

BAI Bing

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** A coupled thermo-hydro-mechanical consolidation theory is proposed for a saturated porous cylinder with infinite length. The expressions of the field variations in Laplace transformation space are deduced such as temperature, pore pressure, volumetric strain, radial displacement, strain and stress, etc. Then, the time domain solutions are obtained by a numerical inversion scheme. Using the solutions, the evolution processes of thermal consolidation for a cylinder under axisymmetric conditions are studied for both constant and variable thermal loading conditions. These analytical results can provide some reasonable explanations for experimental results.

**Key words:** porothermoelastic media; axisymmetric problem; thermal loading; consolidation theory; solution

## 0 引 言

饱和多孔介质在外力和温度耦合作用下的固结问题在核废料处置、地热资源开发、热泵技术的应用和石油开采等方面有十分重要的应用价值。为此, 许多学者依据不同的控制方程, 发展了不同形式的多孔热弹性介质的固结理论及其求解方法<sup>[1-6]</sup>, 其边界条件也多种多样。

这些理论大多以 Thersghi (1925) 或 Biot (1941) 在等温条件下的控制方程为基础, 通过增加温度项, 形成了所谓的热-水-力(THM)耦合问题。例如, Kurashige<sup>[1]</sup>研究了球域中注水情形下的热弹性问题, 在控制方程中考虑了液体流动对热能传输的影响。McTigue<sup>[2]</sup>讨论了加热井孔的热弹性问题, 给出常热源及随时间增长至稳定热流两种情形下的解析解。白冰<sup>[3]</sup>对外力荷载和温度荷载同时作用条件下的一维热固结问题进行求解。Chen 等<sup>[4]</sup>以一个核废料储库的物理模型作为分析对象, 对缓冲材料的热能传输和水分迁

移的耦合作用过程进行解析求解。Abousleiman 和 Ekbote<sup>[5]</sup>以及 Kanj 和 Abousleiman<sup>[6]</sup>给出横观各向同性材料热力学问题的一般控制方程并分析了中空圆柱的热力学特性。

目前, 笔者已研制了一个圆柱形土样的热固结试验装置。为配合室内试验条件下热固结演化过程中某些物理现象的解释, 并进而提供热固结特性参数的测试方法, 本文根据一个典型的热-水-力耦合的线性热弹性固结控制方程<sup>[7]</sup>, 建立无限长轴对称饱和多孔介质热固结问题的一种理论求解方法。利用这一解答不但可以分析圆柱热固结的演化过程, 也可以分析室内试验结果与理论分析结果的差异性。

## 1 控制方程

关于饱和多孔介质热-水-力耦合控制方程的基



式中  $D$  为关于变量  $s$  的任意函数。

将式 (14) 代入式 (11), (12), 可分别得

$$a_2 \nabla^2 \bar{p} + a_3 s \bar{q} + a_4 s \bar{p} = a D s , \quad (15)$$

$$b_1 \nabla^2 \bar{q} + b_3 s \bar{q} + b_4 s \bar{p} = b D s , \quad (16)$$

式中,  $a_2 = k/g_w$ ,  $a_3 = Y - ab/M$ ,  $a_4 = -a_p - a^2/M$ ,  $b_1 = K/T_0$ ,  $b_3 = -Z - b^2/M$ ,  $b_4 = Y - ab/M$ 。

定义热固结系数  $c = -a_2/a_4 = k/[g_w(a_p + a^2/M)]$ , 热扩散系数  $K = -b_1/b_3 = (K/T_0)/(Z + b^2/M)$ 。

由式 (15) 可得

$$\bar{q} = \frac{f_1}{s} \nabla^2 \bar{p} + f_2 \bar{p} + f_3 D , \quad (17)$$

式中,  $f_1 = -a_2/a_3$ ,  $f_2 = -a_4/a_3$ ,  $f_3 = a/a_3$ 。

将式 (17) 代入式 (16) 可得

$$g_1 \nabla^4 \bar{p} + g_2 s \nabla^2 \bar{p} + g_3 s^2 \bar{p} + g_4 s^2 D = 0 , \quad (18)$$

式中,  $g_1 = b_1 f_1$ ,  $g_2 = b_1 f_2 + b_3 f_1$ ,  $g_3 = b_3 f_2 + b_4$ ,  $g_4 = b_3 f_3 - b$ 。

式 (18) 的通解可写成<sup>[7, 13]</sup>

$$\begin{aligned} \bar{p} = & A_1 I_0(\sqrt{sX}r) + B_1 K_0(\sqrt{sX}r) + A_2 I_0(\sqrt{sh}r) + \\ & B_2 K_0(\sqrt{sh}r) - \frac{g_4}{g_3} D , \end{aligned} \quad (19)$$

式中  $I_0$  和  $K_0$  分别为零阶第一类和第二类变形 Bessel 函数;  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$  和  $B_2$  均为关于变量  $s$  的任意函数, 而  $X = (-g_2 - \sqrt{g_2^2 - 4g_1g_3})/(2g_1)$ ,  $h = (-g_2 + \sqrt{g_2^2 - 4g_1g_3})/(2g_1)$ 。

当  $r = 0$  时,  $K_0(\cdot) = \infty$ , 而由于各场量 (如式 (19) 中孔压  $p$ ) 均应有界, 故可得  $B_1 = 0$ ,  $B_2 = 0$ , 于是有

$$\bar{p} = A_1 I_0(\sqrt{sX}r) + A_2 I_0(\sqrt{sh}r) - \frac{g_4}{g_3} D . \quad (20)$$

将式 (20) 代入式 (17), 可得

$$\begin{aligned} \bar{q} = & (f_1 X + f_2) A_1 I_0(\sqrt{sX}r) + \\ & (f_1 h + f_2) A_2 I_0(\sqrt{sh}r) + (f_3 - f_2 \frac{g_4}{g_3}) D . \end{aligned} \quad (21)$$

将式 (20) 和式 (21) 代入式 (14), 可得

$$\bar{e}_v = E_1 A_1 I_0(\sqrt{sX}r) + E_2 A_2 I_0(\sqrt{sh}r) + E_3 D , \quad (22)$$

式中,  $E_1 = [a + b(f_1 X + f_2)]/M$ ,  $E_2 = [a + b(f_1 h + f_2)]/M$ ,  $E_3 = -a g_4/(M g_3) + b(f_3 - f_2 g_4/g_3)/M + 1$ 。

### 3.2 位移、应变和应力

利用式 (7) ~ (9) 以及控制方程在 Laplace 变换域上的解答 (式 (20) ~ (22)) 可以得到位移  $u_r$ 、应变  $e_{rr}$ ,  $e_{jj}$  和应力  $s_{rr}$ ,  $s_{jj}$ ,  $s_{zz}$  在 Laplace 变换域上的表达式。根据弹性力学理论, 径向位移为

$$\bar{u}_r = \frac{E_1 A_1}{\sqrt{sX}} I_1(\sqrt{sX}r) + \frac{E_2 A_2}{\sqrt{sh}} I_1(\sqrt{sh}r) + \frac{E_3}{2} D r , \quad (23)$$

式中  $I_1$  为一阶第一类变形 Bessel 函数。

应变和应力的表达式为

$$\begin{aligned} \bar{e}_{rr} = & E_1 A_1 [I_0(\sqrt{sX}r) - \frac{I_1(\sqrt{sX}r)}{\sqrt{sX}r}] + \\ & E_2 A_2 [I_0(\sqrt{sh}r) - \frac{I_1(\sqrt{sh}r)}{\sqrt{sh}r}] + \frac{E_3}{2} D , \end{aligned} \quad (24)$$

$$\bar{e}_{jj} = \frac{E_1 A_1}{\sqrt{sX}r} I_1(\sqrt{sX}r) + \frac{E_2 A_2}{\sqrt{sh}r} I_1(\sqrt{sh}r) + \frac{E_3}{2} D , \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_{rr} = & -2G \{ \frac{E_1 A_1}{\sqrt{sX}r} I_1(\sqrt{sX}r) + \\ & \frac{E_2 A_2}{\sqrt{sh}r} I_1(\sqrt{sh}r) + \frac{E_3}{2} D \} + M D , \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_{jj} = & -2G \{ E_1 A_1 [I_0(\sqrt{sX}r) - \frac{1}{\sqrt{sX}r} I_1(\sqrt{sX}r)] + \\ & E_2 A_2 [I_0(\sqrt{sh}r) - \frac{1}{\sqrt{sh}r} I_1(\sqrt{sh}r)] + \frac{E_3}{2} D \} + M D , \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \bar{s}_{zz} = & -2G \{ E_1 A_1 I_0(\sqrt{sX}r) + \\ & E_2 A_2 I_0(\sqrt{sh}r) + E_3 D \} + M D . \end{aligned} \quad (28)$$

显然, 当  $r = 0$  时,  $I_1(\cdot) = 0$ , 故式 (20) ~ (23) 自动满足隐含条件  $\partial \bar{p} / \partial r = 0$ ,  $\partial \bar{q} / \partial r = 0$ ,  $\partial \bar{e}_v / \partial r = 0$ ,  $\bar{u}_r(0, t) = 0$ 。

### 3.3 待定函数的确定

在上述解析解中, 式 (20) ~ (22) 以及式 (23) ~ (28) 涉及到  $A_1$ ,  $A_2$  和  $D$  共 3 个关于  $s$  的待定函数, 可根据边界条件确定。由式 (5) 可知: 当  $t > 0$  时,  $\bar{q}(a, t) = \bar{q}_a$ ,  $\bar{p}(a, t) = 0$  和  $\bar{s}_{rr}(a, t) = p_a(t)$ , 故由式 (21), (20) 和 (26) 可得

$$A_1 r I_0(\sqrt{sX}a) + A_2 q I_0(\sqrt{sh}a) + D v = \bar{q}_a , \quad (29)$$

$$A_1 I_0(\sqrt{sX}a) + A_2 I_0(\sqrt{sh}a) + D u = 0 , \quad (30)$$

$$A_1 \frac{-2G E_1}{\sqrt{sX}a} I_1(\sqrt{sX}a) + A_2 \frac{-2G E_2}{\sqrt{sh}a} I_1(\sqrt{sh}a) + D w = \bar{p}_a , \quad (31)$$

式中  $r = f_1 X + f_2$ ,  $q = f_1 h + f_2$ ,  $u = -g_4/g_3$ ,  $v = f_3 - f_2 g_4/g_3$ ,  $w = M - G E_3$ 。

于是, 可得方程组

$$\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{q}_a \\ 0 \\ \bar{p}_a \end{bmatrix} . \quad (32)$$

解线性方程组式 (32) 即可得到 3 个待定函数。

式 (32) 中, 各系数的表达式为  $d_{11} = r I_0(\sqrt{sX}a)$ ,  $d_{12} = q I_0(\sqrt{sh}a)$ ,  $d_{13} = v$ ,  $d_{21} = I_0(\sqrt{sX}a)$ ,  $d_{22} = I_0(\sqrt{sh}a)$ ,  $d_{23} = u$ ,  $d_{31} = -2G E_1 I_1(\sqrt{sX}a)/(\sqrt{sX}a)$ ,  $d_{32} = -2G E_2 I_1(\sqrt{sh}a)/(\sqrt{sh}a)$ ,  $d_{33} = w$ 。

### 3.4 真实空间上的解

式 (20) ~ (28) 给出各场量在 Laplace 变换域上的解答。可利用数值方法求其逆变换, 即可得到真实空间上的解答。关于 Laplace 逆变换的求解方法, 已有许多学者进行过研究<sup>[7, 10, 13]</sup>, 包括 Jaeger 法 (1956)、Stehfest 法(1970)及 Gauss-Legendre 法等。其中, 基于函数概率密度理论的 Stehfest 法由于有较高的精度和稳定性而得到广泛应用<sup>[2, 7, 13]</sup>。本文亦采用这一方法。

## 4 计算结果和分析

### 4.1 物理参数

饱和多孔介质的力学、热学和水力基本参数为<sup>[5, 10]</sup>: 孔隙率  $n=0.4$ , 弹性模量  $E=6.0\times 10^5 \text{ Pa}$ , 泊松比  $\nu=0.3$ , 参考温度  $T_0=0^\circ\text{C}$ , 土颗粒的体积模量  $K_s=2\times 10^{10} \text{ Pa}$ , 水的体积模量  $K_w=5\times 10^9 \text{ Pa}$ , 土颗粒热膨胀系数  $\alpha_s=1.5\times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ , 水的热膨胀系数  $\alpha_w=2.0\times 10^{-4}/^\circ\text{C}$ , 土颗粒的比热  $c_s=0.8 \text{ J}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$ , 水的比热  $c_w=4.2 \text{ J}/(\text{g}\cdot^\circ\text{C})$ , 水的密度  $\rho_w=1.0\times 10^6 \text{ g}/\text{m}^3$ , 土颗粒的密度  $\rho_s=2.6\times 10^6 \text{ g}/\text{m}^3$ , 热传导系数  $K=0.5 \text{ W}/(\text{m}\cdot^\circ\text{C})$ , 水力耦合系数  $\alpha=1.0$ 。

圆柱体半径  $a=0.05 \text{ m}$  (见图 1)。实际上, 本文解答中的外力和温度均可随时间而变化, 这里为分析方便, 假定侧壁作用恒定的径向压力, 取  $p_a(t)=100 \text{ kPa}$ 。为模拟室内试验中土柱侧壁温度的施加过程, 假定温度荷载随时间呈指数规律增加 (见图 2), 即

$$q_a(t)=q_0[1-\exp(-wt)] \quad (33)$$

式中  $q_0=100^\circ\text{C}$ ,  $w=-0.00384 \text{ s}^{-1}$ 。

实际上, 由式 (33) 可知, 当加热时间  $t=3, 10, 20 \text{ min}$  时, 温度荷载分别达到  $50, 90, 99^\circ\text{C}$ , 并很快趋于  $100^\circ\text{C}$ , 此为室内试验常见的实际温度加载情形

(记为情形 1)。而当  $w=0$  时, 式 (33) 即为常温度荷载的情形 (记为情形 2), 即  $q_a(t)=100^\circ\text{C}$ , 这在简化计算中常常用到。

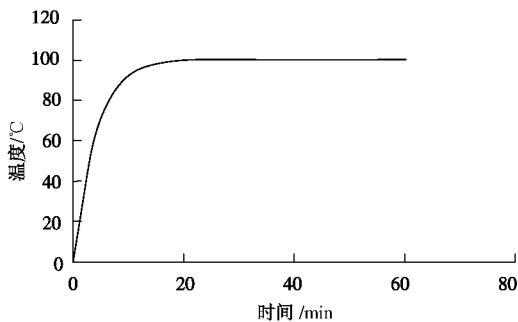


图 2 温度荷载变化过程

Fig. 2 Thermal loading with time

### 4.2 热力学响应

图 3~6 给出圆柱饱和多孔介质在外力和温度耦

合作用下温度、孔压、位移和径向应力等的分布规律 (包括情形 1 和情形 2)。这里, 时间因数定义为  $T=tk/a^2$  ( $a$  为圆柱体半径)。由图 3 可以看出, 圆柱体内部温度 (这里取  $c/k=1$ ) 随时间因数逐渐增大 (即由等温状态转化为非等温状态)。当时间较长时 (如  $T=1$ , 即  $t=244 \text{ min}$ ), 沿半径方向的温度分布逐渐趋于一致, 即圆柱体温度又逐渐由非等温状态转化为等温状态 (此时, 温度处于一个较高的状态)。由图 3 还可以看出, 在耦合固结作用的初期 (如  $T=0.01, 0.1$ , 即分别对应于  $2.44 \text{ min}, 24.4 \text{ min}$ ), 变温度荷载作用下的温度演化滞后于常温度荷载作用的情形, 但在后期 (如  $T=1$ ) 两者趋于一致。

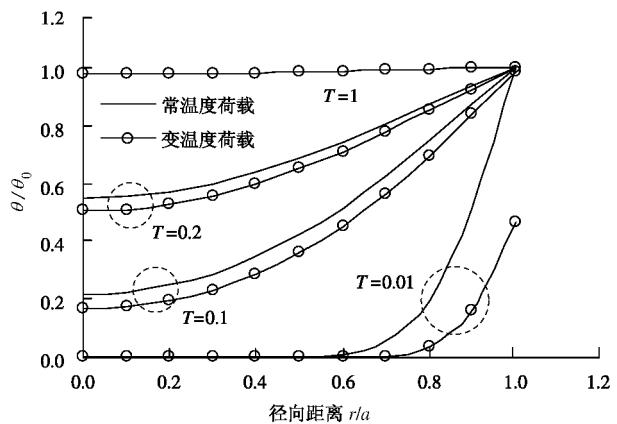


图 3 温度沿径向距离分布

Fig. 3 Distribution of temperature along radial distance

由图 4 可以看出, 随时间因数的增大, 圆柱体内部的孔压逐渐消散。而且, 情形 1 的孔压消散过程也略滞后于情形 2 的孔压消散过程。当然, 在沿半径方向, 孔压的分布是不均匀的, 这与利用室内常规试验进行有关问题的分析时常假定的试样内孔压为均匀分布有很大差别, 由此带来的影响值得重视。

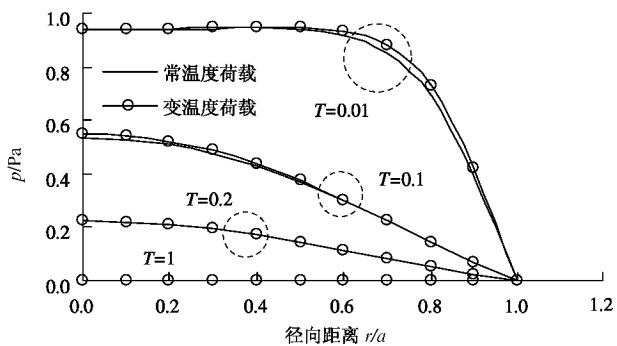


图 4 孔压沿径向距离分布

Fig. 4 Distribution of pore pressure along radial distance

由于孔压在不同径向距离位置处的消散率相差很大 (图 4), 因此在固结过程的初始阶段, 圆柱体不同径向距离处的位移是极不均匀的 (图 5, 如  $T=0.01$ ,

0.1), 即在靠近圆柱体表面处较大。但当时间因数较大时(如  $T=1$ ), 不同径向距离处的应变将趋于均匀(即位移沿径向距离呈线性分布), 当然此时圆柱体内的孔压也趋于消散。

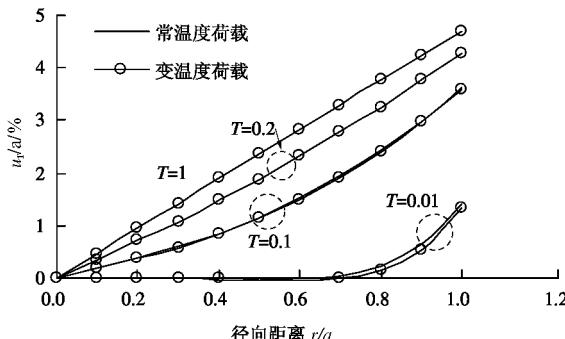


图 5 径向位移沿径向距离分布

Fig. 5 Distribution of radial displacement along radial distance

事实上, 在固结过程中, 不同径向距离处的径向应力  $\sigma_{rr}$  也是不均匀的(图 6)。特别是, 在  $r=0$  处, 径向应力  $\sigma_{rr}$  先有所减小(如在常温度荷载下, 当  $T$  由 0.01 增加到 0.1 时,  $\sigma_{rr}/p_a$  由 0.933 减小至 0.917), 然后才开始逐渐增大(如当  $T$  由 0.1 增大到 0.2 时,  $\sigma_{rr}/p_a$  由 0.917 增大至 0.964), 并逐渐趋于径向外力荷载  $p_a=100 \text{ kPa}$ (即当  $T$  增大到 1 时,  $\sigma_{rr}/p_a=1$ )。可以看出, 饱和多孔介质在外力荷载和温度荷载耦合作用下, 由于孔压的存在及其消散的快慢不同, 圆柱体内力的分布与连续介质弹性力学的解答并不一致。

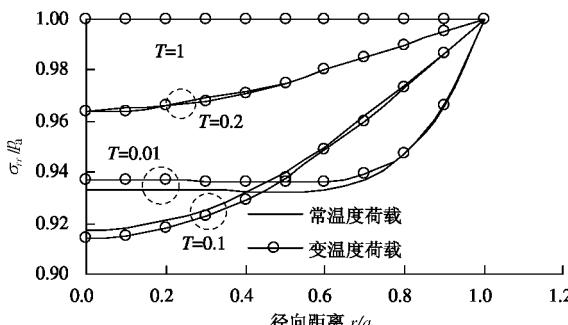


图 6 径向应力沿径向距离分布

Fig. 6 Distribution of radial stress along radial distance

#### 4.3 温度和外力耦合作用下的应力特征

图 7 (a) 给出温度荷载与外力荷载耦合( $q_a(t)=100^\circ\text{C}$ ,  $p_a(t)=100 \text{ kPa}$ )作用下应力(径向应力  $\sigma_{rr}$ 、切向应力  $\sigma_{jj}$ 、轴向应力  $\sigma_{zz}$ )的分布特征(取  $c/k=1$ )。图 7 (b) 给出只有温度荷载作用( $q_a(t)=100^\circ\text{C}$ , 无外力荷载)下应力的分布特征。

由图 7 (a) 可以看出在固结过程中(如  $T=0.1$ )三种应力( $\sigma_{rr}$ ,  $\sigma_{jj}$ ,  $\sigma_{zz}$ )的分布并不是均匀的。当孔压完全消散后, 它们的应力分布为:  $\sigma_{rr}/p_a=1$ ,  $\sigma_{jj}/p_a=1$ ,  $\sigma_{zz}/p_a=1.22$ 。

由图 7 (b) 可以看出, 当只有恒定温度荷载作用

时, 在圆柱体表面附近处, 出现负的切向应力  $\sigma_{jj}$  和轴向应力  $\sigma_{zz}$ (即产生沿切向和轴向的拉应力), 此时圆柱体表面有被拉裂破坏的趋势。这是由温度荷载作用下固体颗粒的热膨胀效应(即圆柱体局部的体积增大趋势)所引起的。当然, 随着后期圆柱体逐渐趋于等温状态, 由温度作用所引起的内部附加应力也将趋于消失(如  $T=1$  的情况)。

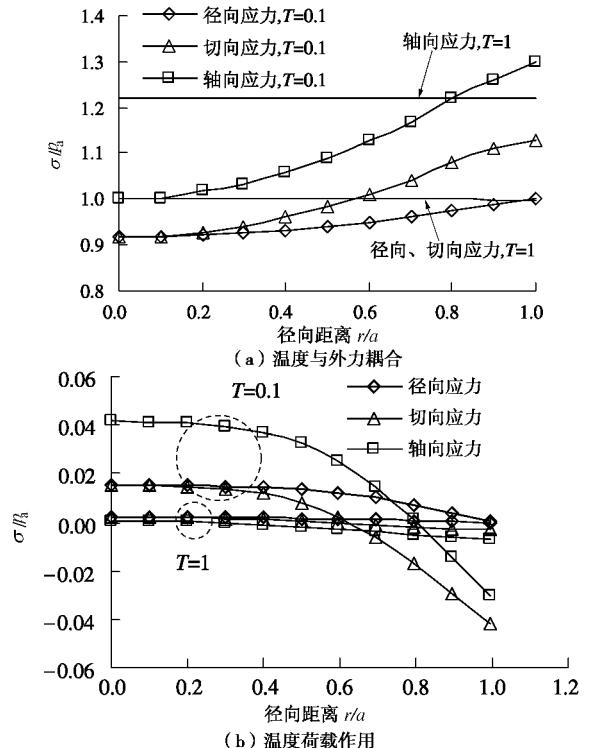


图 7 径向、切向、轴向应力的分布特征

Fig. 7 Distribution of radial, tangential and axial stresses

#### 4.4 介质透水性对孔压演化的影响

图 8 给出饱和多孔介质的透水性对计算结果的影响。可以看出, 随着  $c/k$  的增大, 孔压的消散速率加快。但应该注意到, 在固结的初期(如  $T=0.002$ , 即  $t=29.3 \text{ s}$ ), 在离圆柱体表面较近处的局部范围内(如  $r/a=0.7 \sim 0.85$ ) 的孔压值反而大于离圆柱体表面较远处的孔压值。

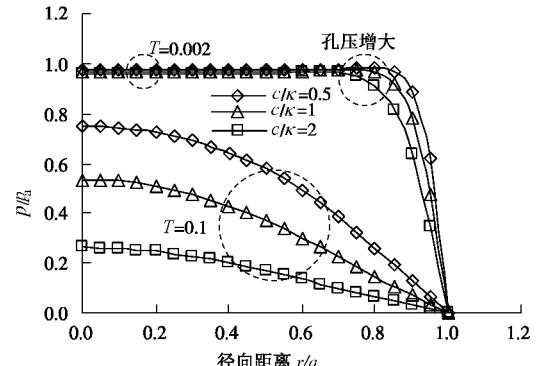


图 8 多孔介质透水性对孔压的影响

Fig. 8 Effect of permeability on pore pressure

## 5 结 论

(1) 建立一个无限长圆柱饱和多孔介质在外力和温度耦合作用下的固结理论, 给出温度、孔压、体积应变、径向位移、应变和应力等的表达式。

(2) 计算表明, 随时间因数增大, 圆柱体内部的温度逐渐增大, 最终使沿半径方向的温度趋于一致, 此时圆柱体将由非等温状态转化为等温状态。此外, 变温度荷载作用下温度演化过程滞后于常温度荷载作用的情况。

(3) 随时间因数增大, 孔压逐渐消散, 而沿半径方向上孔压的分布是不均匀的, 从而使得圆柱体不同径向距离处的应变也是不均匀的。但是, 当时间因数较大时, 不同径向距离处的位移将沿径向距离呈线性分布。

(4) 在外力荷载和温度荷载作用下, 饱和多孔介质(即圆柱体内)应力的分布特征比较复杂, 与连续介质弹性力学的解答并不一致。

(5) 在固结的初期, 离开圆柱体表面较近处局部范围内的孔压值反而大于离开圆柱体表面较远处的孔压值。

## 参 考 文 献:

- [1] KURASHIGE M. A thermoelastic theory of fluid-filled porous materials[J]. International Journal of Solids Structure, 1989, **25**(9): 1039 - 1052.
- [2] MCTIGUE D F. Flow to a heated borehole in porous, thermoelastic rock: analysis[J]. Water Resources Research, 1990, **26**(8): 1763 - 1774.
- [3] 白 冰. 岩土颗粒介质非等温一维热固结特性研究[J]. 工程力学, 2005, **22**(5): 186 - 191. (BAI Bing. One-dimensional thermal consolidation characteristics of geotechnical media under non-isothermal condition[J]. Engineering Mechanics, 2005, **22**(5): 186 - 191. (in Chinese))
- [4] CHEN G J, LEDESMA A. Coupled solution of heat and moisture flow in unsaturated clay barriers in a repository geometry[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2007, **31**(8): 1045 - 1065.
- [5] ABOUSLEIMAN Y, EKBOTE S. Solutions for the inclined borehole in a porothermoelastic transversely isotropic medium[J]. Journal of applied Mechanics, 2005, **72**(2): 102 - 114.
- [6] KANJ M, ABOUSLEIMAN Y. Porothermoelastic analyses of anisotropic hollow cylinders with applications[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2005, **29**(1): 103 - 126.
- [7] BAI Bing. Fluctuation responses of saturated porous media subjected to cyclic thermal loading[J]. Computers and Geotechnics, 2006, **33**(4): 396 - 403.
- [8] BAI M, ABOUSLEIMAN Y. Thermoporoelastic coupling with application to consolidation[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1997, **21**(2): 121 - 132.
- [9] GIRAUD A, HOMAND F, ROUSSET G. Thermoelastic and thermoplastic response of a double-layer porous space containing a decaying heat source[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **22**(2): 133 - 149.
- [10] WANG Y, PAPAMICHOS E. Thermal effects on fluid flow and hydraulic fracturing from wellbores and cavities in low-permeability formations[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, **23**(15): 1819 - 1834.
- [11] SMITH D W, BOOKER J R. Green's function for a fully coupled thermoporoelastic materials[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1993, **17**(2): 139 - 163.
- [12] 白 冰. 饱和多孔介质热-水-力控制方程耦合项的意义及耦合影响分析[J]. 岩土力学, 2006, **27**(4): 519 - 524. (BAI Bing. Effects of coupling schemes of thermo-hydro-mechanical governing equations for saturated porous medium[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(4): 519 - 524. (in Chinese))
- [13] ZHOU Y, RAJAPAKSE R K N D, GRAHAM J. Coupled consolidation of a porous medium with a cylindrical or a spherical cavity[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, **22**(6): 449 - 475.
- [14] 白 冰. 岩土介质非稳态热固结耦合问题的热源函数法[J]. 力学学报, 2004, **36**(4): 427 - 434. (BAI Bing. Heat source function method for coupling analyses of thermal consolidation in saturated soil[J]. ACTA Mechanica SINICA, 2004, **36**(4): 427 - 434. (in Chinese))