

钻地武器侵彻岩石滑动摩擦系数影响及计算研究

吴华杰^{1,2}, 王明洋², 吴春梅¹, 王江波¹

(1. 总参工程兵第四设计研究所, 北京 100850; 2. 解放军理工大学工程兵工程学院, 江苏 南京 210007)

摘 要: 根据岩石介质在钻地弹侵彻时所产生的变形和破坏现象, 将弹体侵彻近区分为破坏区和弹性区以及裂纹区, 利用内摩擦介质侵彻近区运动学方程式, 考虑弹体在岩石介质中的滑动摩擦系数, 求得弹头阻力。同时, 引入质量守恒方程, 得出弹体的比例尺度换算关系。再根据牛顿运动定律建立弹体的运动方程, 得到侵彻深度表达式, 结合经验公式的试验深度, 近似得出弹体在岩石介质中滑动摩擦系数的计算表达式。计算表明, 滑动摩擦系数选取对钻地弹侵彻深度有较大影响, 进而分析了弹体改变对滑动摩擦系数的影响。通过与经验公式的对比验证, 说明本文岩石中滑动摩擦系数计算公式具有很好的精确性、实用性, 为弹体战斗部的设计提供了有力的参考。

关键词: 钻地弹; 岩石; 侵彻; 滑动摩擦系数

中图分类号: O385 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2009)12-1845-06

作者简介: 吴华杰(1978-), 男, 四川仪陇人, 博士, 主要从事岩土及结构工程的研究工作。E-mail: huajiew@163.com。

Influence and calculation of friction coefficient of sliding of projectile penetration into rock

WU Hua-jie^{1,2}, WANG Ming-yang², WU Chun-mei¹, WANG Jiang-bo¹

(1. No. 4 Engineering Design and Research Institute, Headquarters of General Staff of PLA, Beijing 100850, China; 2. Engineering Institute, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: Based on the deformation and failure phenomena of the projectile penetration into rock, the zone near the cavity of penetration is divided into failure, elasticity and crack zone. Considering the influence of friction coefficient of sliding, the resistance of warheads is gotten by use of the dynamic equation of intrinsic friction medium near the cavity of penetration. The relation of scale conversion is gotten by use of the mass conservation equation. The expression of depth of penetration is gotten by means of the motion equation of projectiles according to the Newton's law of motion. Considering the examination data from empirical formulas, the expression of friction coefficient of sliding is gotten. Through the calculation, the choice of coefficient has rather great influence on the depth of projectile penetration. Then the influence of the change of projectiles on the coefficient is analyzed. By comparing the calculated results with experimental formulas, the sliding friction calculation formulas have highly accurate and practical characters and will provide the strong reference for the design of warheads.

Key words: projectile; rock; penetration; friction coefficient of sliding

0 前 言

岩石是典型的内摩擦介质材料, 这些材料大多数具有共同的性状, 即均是由许多颗粒牢固连接在一起的聚集体, 其变形性状尽管取决于裂纹的存在及扩展、构造单元的大小、拓扑结构及相互作用等微观和细观水平性质, 但在宏观水平上具有黏结力、内摩擦、膨胀特性, 最主要的是导致行为的非线性^[1]。

在防护工程实践中, 主要运用经验性的岩石侵彻计算公式。它基于弹体的侵彻试验, 并对试验数据进行相关分析, 建立计算弹体侵彻结果的经验公式。目前国内广泛使用的侵彻公式是修正的别列赞半经验公

式^[2], 其公式的准确性主要取决于侵彻系数 K_q 等效的准确性。美国著名的桑迪亚国家实验室于 1997 年推出了最新修订的 Young 公式^[3-4], 在其适用范围内与试验结果较为吻合。这些纯经验方法的主要缺点是, 当比例变化极大或超越出进行试验范围时的其它原始参数变化极大时, 结果的换算是不可靠的, 且其参数取值缺乏坚实物理基础。

在以往研究以及相关资料查阅中, 对于滑动摩擦系数的确定均没有明确的计算和解释, 尤其是在国内

基金项目: 国家自然科学基金国家杰出青年科学基金项目(50825403)

收稿日期: 2008-08-19

外常用的经验公式中,均没有提到滑动摩擦系数的影响因素^[5]。对于它的确定,基本上以经验和试验数据为主。这主要是由于早期弹体尺寸较小,速度较低,侵彻能力有限,滑动摩擦系数对侵彻深度预估影响较小。而通过本文研究发现,由于钻地弹在质量、尺度以及速度上发生了较大的改变,具有很强的侵彻能力,滑动摩擦系数的选取对侵彻深度的预估具有较大的影响。因此,对于钻地弹在岩石中侵彻,滑动摩擦系数是必须考虑的因素。

本文根据文献[6~7]的研究,将弹体侵彻近区分为破坏区和弹性区,利用内摩擦介质侵彻近区运动学方程式,通过理论解析方法,提出钻地弹在岩石等内摩擦介质的侵彻模型,并结合试验数据,近似得出岩石中滑动摩擦系数计算公式,并分析弹体变化的影响,使本文计算公式具有坚实的物理基础,宽广的尺度效应,为弹体战斗部的设计提供了有力的参考。

为了满足实际需要,考虑目前主要钻地武器发展方向以及宽广的弹体尺度效应,本文讨论范围:介质为岩石,弹体质量 10~3000 kg,弹体直径 0.1~0.5 m,弹头的长径比 $l_d/d = 1.5 \sim 5$,弹体着靶速度 300~1500 m/s。

1 侵彻阻抗计算

侵彻阻抗的计算采用球腔膨胀理论假设。弹体侧面每一点的压力与同空心球腔内表面上的压力相等,空心球腔内表面的压力可由一维问题的解得到^[8]。如图 1 所示的模型,OA 为弹体对称轴到弹体表面的距离,OB 为弹体对称轴到自由表面的距离。OB 与弹体侧面正交于点 A。一般说来,不同点的球或球腔的尺寸是不同的,也就是说弹体表面上相应点的压力也是不同的。

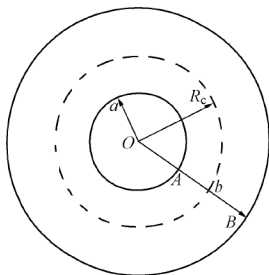


图 1 弹体侵彻模型等效图

Fig. 1 Equivalent model of projectile penetration

破碎区介质的运动方程在球坐标系下其形式为

$$\rho_0 \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r}, \quad (1)$$

式中, ρ_0 为介质的初始密度(密度变化的影响可以忽

略), v 为径向质点速度, σ_r , σ_θ 为径向及环向应力分量。

近区的介质内摩擦状态采用 Mohr-Coulomb 塑性条件,在球坐标系下此条件为 $\sigma_r - \sigma_\theta = -2c \cos \varphi + (\sigma_r + \sigma_\theta) \sin \varphi$, 即

$$\sigma_\theta = \alpha^* \sigma_r + \tau_0, \quad \tau_0 = \frac{2c \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}, \quad \alpha^* = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi}. \quad (2)$$

把式(2)代入到式(1)中,利用关系式 $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} -$

$$\Re \frac{\sigma_r}{r} = r^\Re \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\sigma_r}{r^\Re} \right), \quad \Re = -2(1 - \alpha^*), \quad \text{并引入}^{[1]}$$

$v = C_p^* \left(\frac{a}{r} \right)^2$, $v(a, t) = \dot{a}$, 积分后得到破坏区内径向应力的一般解:

$$\sigma_r^p = \frac{2}{\Re + 4} \rho_0 v^2(r, t) - \frac{2\dot{a}}{\Re + 1} \rho_0 C_p^* \frac{a}{r} + \frac{2\tau_0}{\Re} + r^\Re C(t), \quad (3)$$

式中, $C(t)$ 为时间的任意函数。本文上标 P, f, e 分别表示破碎区、裂纹区、弹性区。

当 $\varphi = 0$, $\alpha^* = 1$, 条件式(2)就转化为 Tresca-Venant 塑性条件,因此,在压力较大情况下,近区破碎介质状态采用 Tresca 塑性条件可以相当完善地描述。此时,式(3)一般解的形式如下:

$$\sigma_r^p = 2\tau_0 \ln r - 2\rho_0 C_p^* \frac{\dot{a}a}{r} + \frac{1}{2} \rho_0 v^2(r, t) + C(t). \quad (4)$$

利用在 $r = b$ 处 σ_r 的连续条件积分,并令 $\lambda_{s1} = 2\tau_s^e + 2\tau_0 \ln \frac{b}{a}$, $\lambda_{d1} = 2(1 - \frac{a}{b})$, $\lambda_{e1} = \frac{1}{2} \left[1 - \left(\frac{a}{b} \right)^4 \right]$, 弹体上的阻应力可表示为

$$p = \sigma_n = \lambda_{s1} + \lambda_{d1} \rho_0 C_p^* \dot{a} - \lambda_{e1} \rho_0 \dot{a}^2. \quad (5)$$

上式中第一项表征介质强度的影响,第二项表征介质惯性的影响,即弹头受到的动阻力的影响。通过计算,处于内摩擦状态的介质对弹头的侵彻动阻力要比处于近似流体状态的介质大一些。第三项表征弹体表面介质向后喷射的影响。如对岩石介质,当弹体速度 $v_0 \geq 1200$ m/s 时,第三项对侵彻深度影响不大(误差小于 5%),可忽略第三项的影响,即

$$\sigma_n = \lambda_{s1} + \lambda_{d1} \rho_0 C_p^* \dot{a}. \quad (6)$$

破碎区内和裂纹区内的位移可直接由质量守恒方程得到。在球坐标系下质量守恒方程其 Euler 形式为

$$\frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial r} r^3 = \frac{\rho_0}{\rho} (r - w)^2. \quad (7)$$

对于弹体的侵彻计算,对于弹性区,采用不可压缩条件 $\frac{dw}{dr} + 2\frac{w}{r} = 0$, 利用径向裂纹区与弹性区的位移边界连续条件 $w^f(c) = w^e(c)$, 考虑径向裂缝区的边界 c 处 $w \ll c$, 近似为 $w^f(c) = \frac{a^3}{3c^2}$ 。此连续条件的表

达式为 $\frac{a^3}{3c^2} = \frac{\tau_s^* b^2}{2c\mu[1-(\frac{c}{R})^3]}$ 。由此可得 $\frac{a}{b} = \eta_2 \sqrt[4]{\frac{a}{\Delta}}$
 $= \eta_2 \chi$, 右边分母项中 Δ 表征了强度特征参数对应的破坏块体平均尺寸。因此, 正是 $\frac{a}{b}$ 揭示了不同口径弹体侵彻同一种介质的比例换算关系。

2 垂直侵彻深度计算

细长侵彻体母线方程形式为 $a = f(x)$, 其中 x 轴原点是侵彻体的尖顶并且方向沿对称轴向上。等式(6)右侧值 $\dot{a}$ 用 $\dot{a}_1$ 值替代, 可得到截面 h_1 上作用在侵彻体表面的压力公式

$$\sigma_n = \lambda_s + \lambda_a \rho_0 C_p^* f'(x) \dot{h} \quad (8)$$

作用在侵彻体垂直方向上的作用力 $F = 2\pi \int_0^h \sigma_n f(x) f'(x) dx$ 。作用在侵彻体垂直方向上的

摩擦力 Q 将等于 $Q = 2\pi \mu_0 \int_0^h \sigma_n f(x) dx$ 。因此, 在存在摩擦的情况下, 作用在侵彻体垂直方向上的合力 $F_z = F + Q$ 。

不失一般性, 研究张开角为 $2\beta_0$ 的细长锥体的侵彻。这一问题的意义不仅是问题的本身, 试验和计算表明, 侵彻体头部的长径比 $\frac{l_d}{d}$ 而非其形状 (头部长度 $l_d = r_0 \cot \beta_0$ 和截面直径 $d = 2r_0$ 的关系) 对侵彻过程有重要影响。根据上述公式可以推得锥体的侵彻阻力为

$$F_z = 2\pi \int_0^{l_d} x \tan^2 \beta_0 \kappa_0 \sigma_n dx = A + B\dot{h} \quad (9)$$

式中, $\kappa_0 = 1 + \mu_0 \cot \beta_0$, μ_0 为弹体的滑动摩擦系数; $A = 2\tau_s^* d^2 \frac{\cot \beta_0}{\lambda_1} [\frac{9}{8} - \frac{1}{2} \ln(\eta_2 \chi)]$, $B = d^2 \frac{1}{\lambda_1} \frac{1}{\lambda_2} \frac{1}{K_q}$,

λ_1 和 λ_2 为弹形系数, $\lambda_1 = \frac{2\sqrt{1+\cot^2 \beta_0}}{\pi \kappa_0}$, $\lambda_2 =$

$1/(1 - \frac{8}{9} \eta_2 \chi)$, $K_q = \frac{1}{\rho_0 C_p^*}$ 为介质侵彻系数, c_p^* 为压缩波在介质的破碎区中传播的速度。

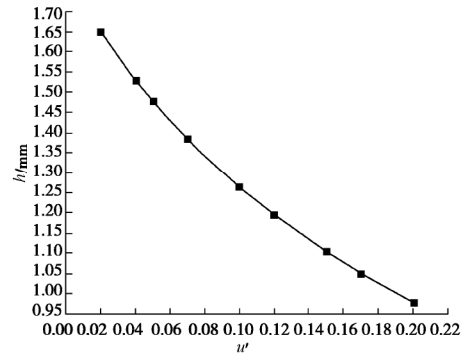
假设弹体质量为 m , 由运动微分方程 $m\ddot{h} = -F_z = -(A + B\dot{h})$, 可得到侵彻速度受阻力降为 v_1 时刻的深度 h_1 , $h_1 = \frac{m}{B} \left[(v_0 - v_1) - \frac{A}{B} \ln \left(\frac{A + Bv_0}{A + Bv_1} \right) \right]$, 也可求得侵彻深度

$$h = \frac{m}{B} \left[v_0 - \frac{A}{B} \ln \left(1 + \frac{B}{A} v_0 \right) \right] \quad (10)$$

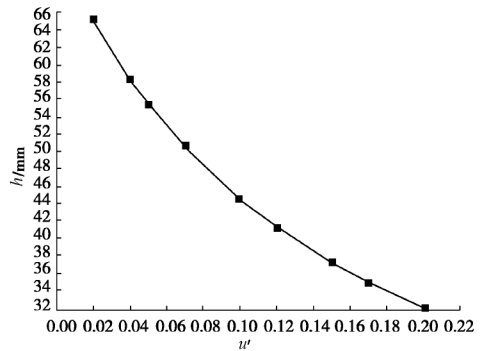
值得指出的是上述理论导出的公式与 Bernard 公式^[9-11]在形式上完全相似。

3 滑动摩擦系数取值对弹体侵彻深度影响

采用本文深度计算式(10), 图 2(a)为俄制 R-530 加榴炮弹以 450 m/s 垂直侵彻 II 级岩石的随滑动摩擦系数变化的侵彻深度曲线。可以看出, 在条件一定, 利用公式(10), 在介质滑动摩擦系数从 0.02~0.2 的一个量级递增的情况下, 侵彻深度由 1.66 m 呈曲线递减到 0.95 m 深度。系数选取差一个量级, 侵彻深度为 1.73 倍关系。图 2(b)为大型钻地弹美制 GBU-28/B 以 1200 m/s 垂直侵彻 II 级岩石的侵彻深度随滑动摩擦系数变化的深度曲线。在考虑滑动摩擦系数从 0.02~0.2 的一个量级递增的情况下, 侵彻深度由 65 m 呈曲线递减到 32 m。系数选取差一个量级, 侵彻深度为 2 倍关系。



(a) 俄制 R-530 以 450 m/s



(b) 美制 GBU-28/B 以 1200 m/s

图 2 摩擦系数变化与侵彻深度曲线

Fig. 2 Relationship between change of friction coefficient and penetration depth

通过计算可以得出弹体与岩石介质的滑动摩擦系数的变化对弹体侵彻深度的影响较大, 尤其对于钻地武器, 由于其侵彻深度较大, 摩擦系数选取上微小的差别往往会造成侵彻深度计算结果米级别的差别。

4 岩石中滑动摩擦系数的确定

弹体侵彻岩石的试验已有不少的相关资料, 但缺

表 1 弹种参数

Table 1 Main parameters of projectiles

弹种	M71	R-530	M106	AN-M59A1	GBU-16/B	GBU-28/B
质量	10.67	40.33	90.72	481	447	2132
弹径	0.09	0.152	0.203	0.383	0.356	0.3683
弹头长径比	1.43	2.04	1.2	0.84	1.94	3.26
弹种	美制 90 mm 自行加农炮	俄制 152 mm 加榴炮	美制 203 mm 榴弹炮	美制半穿 甲炸弹	美制宝石路 II 精确制导炸弹	美制宝石路 III 精确制导炸弹

乏现役的大尺寸钻地弹, 并且试验资料缺乏系统性。美国桑迪亚国家实验室从 1960 年开始研究侵彻项目。几十年来, 进行了约 3000 次试验, 建立了重要的试验数据库。试验中, 弹重 13.6~2267.6 kg, 撞击速度高达 1340 m/s, 弹径 50.8~762 mm, 其中对于岩石中的侵彻试验占到试验总数的 7%, 即约 200 次试验, 提出了著名的 Young 公式^[3-4], 其对于岩石中的弹体侵彻深度试验具有一定的代表性。

本文以 Young 公式作为试验值, 结合本文具有宽广尺度的侵彻计算公式, 计算出弹体侵彻岩石的滑动摩擦系数值。结合实际需要, 选取目前国外常用弹种以及钻地武器, 得出典型弹体在不同岩石中着靶速度与滑动摩擦系数关系, 如表 1 和图 3。

由计算可以看出, 在介质条件一定, 侵彻速度大于 300 m/s 的情况下, 弹体与介质的滑动摩擦系数随速度变化影响基本上不大。对于弹头长径比在 2 左右的弹体, 在侵彻岩石的过程中, 滑动摩擦系数基本上可以看作是一个恒定的值, 而长径比小于 1 的弹种, 随着着靶速度的增加, 滑动摩擦系数不断减小。总体上而言, 各类弹体均为随着着靶速度的增大, 滑动摩擦系数变化越小, 在侵彻速度达到某一个高速情况下, 滑动摩擦系数将趋于一个定值。

通过以上试验数据, 采用本文公式近似给出弹体在岩石中滑动摩擦系数计算公式如下:

$$\mu_0 = \frac{26200k_q \lambda_2 m^{0.17}}{d^{0.6} l_n^{0.6} (f_c Q)^{-0.27}} - \frac{0.315}{l_n} \quad (m < 182 \text{ kg}), \quad (11)$$

$$\mu_0 = \frac{12000k_q \lambda_2 m^{0.32}}{d^{0.6} l_n^{0.6} (f_c Q)^{-0.27}} - \frac{0.315}{l_n} \quad (m > 182 \text{ kg}), \quad (12)$$

式中, m 为弹体质量 (kg), $l_n = l_d / d$ 为弹头长径比 (m), d 为弹体直径 (m), f_c 为岩石无侧限抗压强度 (MPa), Q 为岩石质量指标。

通过本文滑动摩擦系数计算式 (11), (12) 得出典型弹种在不同级别岩石中的滑动摩擦系数, 并与 Young 公式试验计算深度取得的数值对比如表 2。

由计算结果看出, 公式与大多数试验结果吻合, 但对于 M106 以及 AN-M5961 误差很大, 这主要是由于这两种弹的长径比分别为 1.2 以及 0.84, 均小于本文滑动摩擦系数公式讨论的钻地弹长径比大于 1.5 的

考虑范围。

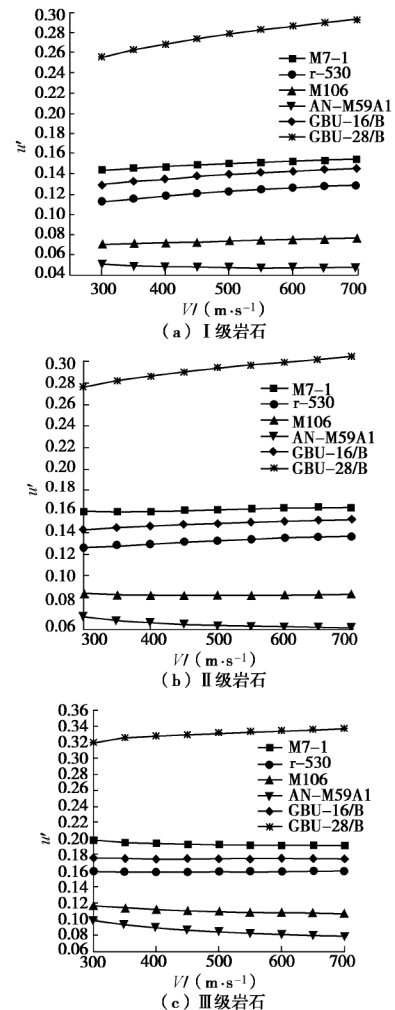


图 3 典型弹体着靶速度与滑动摩擦系数关系

Fig. 3 Relationship between velocity of projectile penetration and friction coefficient of sliding

5 岩石中弹体对滑动摩擦系数的影响

由上述计算可以看出, 在速度大于 300 m/s 情况下, 介质强度、弹体的质量、半径、长径比的综合因素对弹体滑动摩擦系数影响较大。通过本文公式计算可以得出如下规律: 随着岩石抗压强度的提高, 弹体在介质中的滑动摩擦系数呈下降趋势。岩石抗压强度越高, 下降越明显。当弹体的质量发生增加时, 介质

表 2 滑动摩擦系数试验结果与本文公式结果对比

Table 2 Comparison between test results and calculated results by formulas

岩石	弹体 M71		弹体 R-530		弹体 M106	
	试验	本文公式	试验	本文公式	试验	本文公式
I 级	0.15	0.172	0.122	0.136	0.0739	0.122
II 级	0.1618	0.188	0.1326	0.147	0.0829	0.137
III 级	0.194	0.2036	0.159	0.1595	0.111	0.153
岩石	弹体 AN-M59A1		弹体 GBU-16/B		弹体 GBU-28/B	
	试验	本文公式	试验	本文公式	试验	本文公式
I 级	0.055	0.128	0.139	0.148	0.277	0.271
II 级	0.0555	0.148	0.1487	0.16	0.2928	0.286
III 级	0.0862	0.168	0.1757	0.173	0.3306	0.3

的滑动摩擦系数呈上升趋势,小口径的弹体的滑动摩擦系数明显大于大口径弹体。随着长径比的增加,滑动摩擦系数呈下降趋势,其中大型弹种的下降趋势明显大于小型弹种,在弹头长径比继续增大时,滑动摩擦系数将趋向一个定值。当弹体的直径发生变化,滑动摩擦系数呈递减趋势,如图 4。

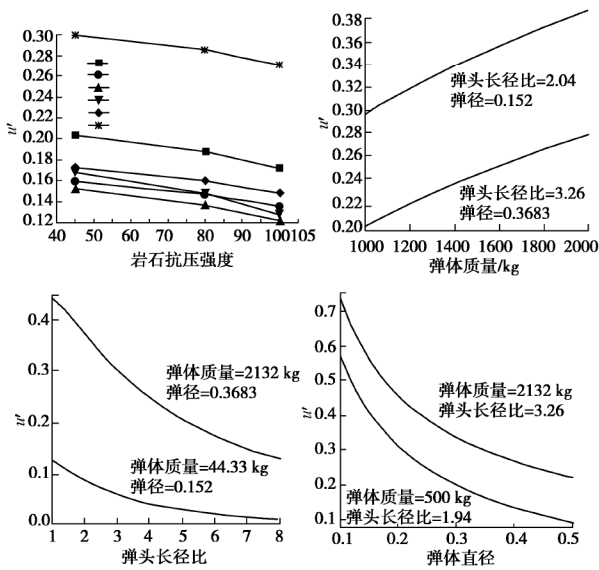


图 4 岩石中弹体对滑动摩擦系数影响

Fig. 4 Influence of projectiles on friction coefficient of sliding in rock

6 考虑摩擦力影响的钻地武器侵彻岩石计算公式验证

在上述分析的基础上,将本文的滑动摩擦系数计算公式结果与本文侵彻深度计算公式相结合,计算得出钻地弹 GBU-28/B 对于二级岩石的侵彻深度,并与经典的侵彻深度计算公式进行对比如图 5。通过与国内外经验公式的验证,可以看出,对于新型钻地武器

GBU-28/B 侵彻岩石,别列赞公式计算结果明显趋于保守,这与别列赞公式的适用范围有很大关系,本文公式计算结果与 Bernard 公式以及 Young 公式结果比较接近,尤其是对于中高质量的岩石,本文公式与 Young 以及 Bernard 公式符合得很好。

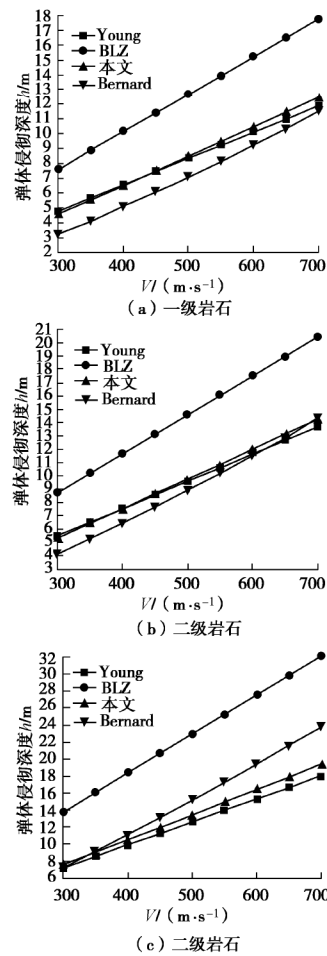


图 5 GBU-28/B 侵彻岩石对比验证

Fig. 5 Validation of GBU-28/B penetration into rock

7 结 论

弹体侵彻岩石是一个非常复杂的过程,采用理论计算以及机理推导,对弹体在岩石中的侵彻机理进行了研究,在提出了具有坚实物理基础的侵彻公式基础上,结合 Young 公式作为试验数据,对滑动摩擦系数的影响因素进行了分析研究,近似给出弹体在岩石中的滑动摩擦系数计算公式。分析得出:

(1) 在弹体着靶速度大于 300 m/s 时,弹体在岩石介质中的滑动摩擦系数变化不大。

(2) 滑动摩擦系数随着随弹体的质量增加而增大;而随着岩石抗压强度、弹体的直径增大、长径比的增大的提高而下降;其中大型弹种的下降趋势明显大于小型弹种,在弹头长径比继续增大时,滑动摩擦系数将趋向一个定值。

通过以上的分析,定量地说明了弹体在岩石介质中侵彻的滑动摩擦系数变化的一般规律,阐述了介质强度、弹体质量、弹径以及长径比变化等方面对弹体侵彻岩石介质的影响。同时,通过对比验证,说明本文岩石中滑动摩擦系数计算公式具有很好的精确性、实用性,为弹体战斗部的设计提供了有力的参考。

参考文献:

- [1] 葛 涛,王明洋. 坚硬岩石在强冲击荷载作用近区的性状研究[J]. 爆炸与冲击, 2007, 27(4): 306 - 311. (GE Tao, WANG Ming-yang. Characters near strong impact loading zone in hard rock[J]. Explosion and Shock Wave, 2007, 27(4): 306 - 311. (in Chinese))
- [2] 钱七虎. 防护结构计算原理[M]. 南京: 工程兵工程学院, 1981. (QIAN Qi-hu. The calculation thoery of protection structure[M]. Nanjing: Engineering Institute, PLA University of Science and Technology, 1981. (in Chinese))
- [3] YOUNG C W. Depth prediction for earth penetrating projectiles[J]. J Soil Mesh and Foundation Div, 1969, SM3: 803 - 817.
- [4] YOUNG C W. Penetration equations, sandia national laboratories, albuquerque[R]. SAND-97-2426(1997).
- [5] TRIANDAFILIDS G E. Report to defense nuclear agency[R]. DNA-5417F, 1976.
- [6] 王明洋, 钱七虎. 弹体对混凝土介质侵彻、贯穿的比例换算关系[J]. 爆炸与冲击, 2004, 24(2): 97 - 103. (WANG Ming-yang, QIAN Qi-hu. The scale conversion of projectiles prnrteation and perforative into rock[J]. Explosion and Shock Wave, 2004, 24(2): 97 - 103. (in Chinese))
- [7] 王明洋, 戎晓力, 钱七虎, 葛 涛. 弹体在岩石中侵彻与贯穿计算原理[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(11): 1811 - 1816. (WANG Ming-yang, RONG Xiao-li, QIAN Qi-hu, GE Tao. Calculation principle for penetration and perforation of projectiles into rock[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(11): 1811 - 1816. (in Chinese))
- [8] FORRESTAL M J, LONGSCOPE D B, NORWOOD F R A. Model to estimate forces on conical penetrators into dry porous rock[J]. J Appl Mech, 1981, 48: 25 - 29.
- [9] BERNARD R S. Empirical analysis of projectile penetration in rock[R]. AD-A047989, 1977.
- [10] BERNARD R S. Depth and motion prediction for earth penetrators[R]. AD-A056701, 1978.
- [11] BERNARD R S, CREIGHTON D. Projectile penetration in soil and rock, analysis for non-normal impact[R]. AD-A081044, 1979.