

表 4 新旧分类土名称对照表

《土工试验规程》1978年分类法		《工业与民用建筑地基 基础设计规范》分类	《土工试验操作规程》(1962)分类
符 号	土 类 名 称		
CL	低液限粘质土	轻亚粘土	砂壤土, 轻、中、重粉质砂壤土, 轻壤土, 中壤土
CI	中液限粘质土	亚粘土	轻、中、重粉质壤土, 壤土
CH	高液限粘质土	粘土	粘土, 重粘土
ML	低液限粉质土	——	——
MI	中液限粉质土	少部分亚粘土	砂质粘土, 粉质粘土
MH	高液限粉质土	少部分粘土	粉质粘土, 砂质粘土
OL	低液限有机质土	有机质淤泥	有机质土
OH	高液限有机质土	淤泥	有机质土

邓肯模型的改进

王 复 来

(电力部西北勘测设计院)

前 言

邓肯(Duncan)等人用有限单元法对土石坝等土工建筑物中应变强化土料作非线性的应力应变分析,提出了一个简单实用的模型。该模型考虑了工程实践经验,运用常规试验技术,取得了近似的、但尚能令人满意的成果。它的主要缺点是不能反映中主应力、应力轨迹以及凝聚性土在拉压复合应力作用下的特性,这些问题对实际应用影响较大。本文做了某些改进,使模型能反映凝聚性土的抗张拉能力,并且能按试验成果准确反映无侧限压力作用下应力与应变的关系。

一、双曲线族的模量关系

双曲线应力应变关系。康得纳(Kondner)与柴拉斯高(Zelasko)在1963年指出,凝聚性土和无凝聚性土的应力应变关系,可以精确地表达为双曲线(见图1a)^[1,2]。其方程式为:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (1)$$

式中 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ ——主应力差;

ε_1 ——轴应变;

E_i ——初始模量,为曲线初始点的斜率;

$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ ——主应力差极限，为应变趋于无限大的主应力差。

作三轴压缩试验，在给定侧限压力 σ_3 下，可得 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 与 ε_1 的双曲线关系。 E_i 与 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 可按图16中的直线在座标上的截距和斜率的倒数确定。

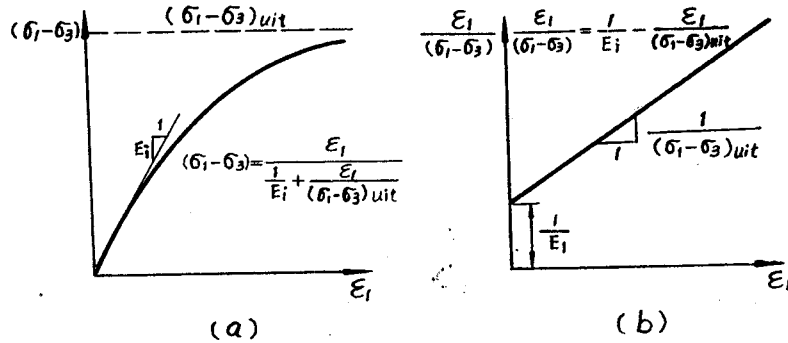


图1 双曲线应力应变关系

初始模量。詹布(Janbu)通过试验研究在1963年指出，凝聚性土和无凝聚性土的初始模量都是侧限压力的指数函数[3]，并提出下式：

$$E_i = K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (2)$$

式中 p_a ——大气压力，单位应与 E_i 、 σ_3 相同；

K ——无因次基数；

n ——无因次指数。

除了饱和土作不排水压缩试验的情况，上式都通用。但是，此式却不能准确表达凝聚性土在小主应力接近零或为负值(在允许拉应力范围内)的初始模量。通过无侧限压力($\sigma_3 = 0$)的三轴压缩试验成果可以明显看出，初始模量 $E_i > 0$ ，决不是用此式算得的结果 $E_i = 0$ 。考虑到凯兹弟(Kezdi)在作了一系列抗拉试验研究后，曾于1973年提出：土的抗拉强度和抗压强度具有共同特性^[4]。故建议改用下式表达初始模量与侧限压力的指数函数关系：

$$E_i = K p_a \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a} \right)^n \quad (3)$$

式中 σ_t 是土的抗拉强度，其它符号意义同前，但必需按图2所示的方法确定 K 、 n 值。即将 $\frac{E_i}{p_a}$ 作

为对数纸的纵轴，将 $\frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a}$ 作为对数纸的横轴，则与各个 σ_3 相应的 $\frac{E_i}{p_a} \sim \frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a}$ 点要在对数纸上呈一直线，此线在纵轴上的截距是 $\lg K$ ，斜率是 n 。

抗剪强度。在工程实践中，必须控制建筑物各部位土体的应变。对于变形强化的土体，通常规定15—20%应变为屈服强度，相应的应力通称为“抗剪强度”，或在三轴试验中称为“破坏应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ ”。应力超过抗剪

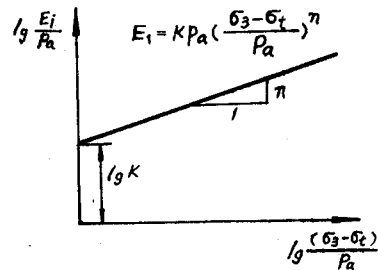


图2 初始模量与侧限压力的关系

强度, 亦即应变超过屈服应变的土体, 就认为发生了“塑流”。在塑流状态下应变强化的(如呈双曲线应力应变关系的)土体承受应力的能力仍是有增无减, 只不过是应变的增长率远远大于应力的增长率, 切线模量显著降低, 并在接近主应力差极限时趋近于零。

为便于判断发生塑流, 引入抗剪强度 $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, 并用“破坏比 R_f ”, 将它与应力差极限 $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 相联系。这样就可以在各个侧限压力 σ_3 下, 用抗剪强度表达应力差极限。其关系为:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f (\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} \quad (4)$$

由于屈服应变为有限值, 故抗剪强度必然小于应力差极限, 即 R_f 小于 1, R_f 值一般为 0.6 ~ 0.95。

库伦—摩尔(Coulomb-Mohr)准则。众所周知, 已知各个小主应力 σ_3 作用下土体的抗剪强度, 根据库伦—摩尔准则就可以确定此土体的抗剪强度参数, 即内摩擦角 φ 和凝聚力 c 。确定了抗剪强度参数 φ 和 c , 按库伦—摩尔准则就可以将抗剪强度表达为小主应力 σ_3 的函数:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (5)$$

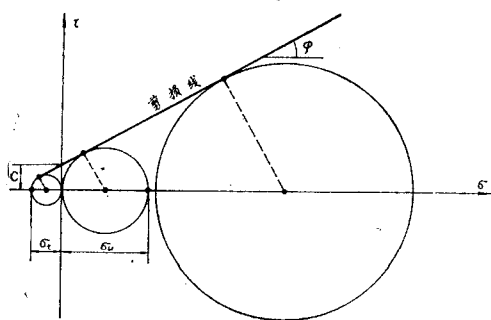


图3 库伦—摩尔准则与拉压复合应力

抗拉强度。按库伦定律, 摩尔圆的包络线应呈直线, 常被称为库伦—摩尔包络线, 或剪损线。此线不延伸到拉应力区, 因为发生的拉应力在远小于此包线的强度下就可能破坏。对此, 不少人都进行了研究。凯兹弟通过一系列的土料张拉和弯曲试验, 在1973年提出^[4], 在拉压复合应力范围内, 若用两个一维应力状态(即 $\sigma_3 = 0$ 与 $\sigma_1 = 0$)的摩尔圆的公切线来表达(见图3), 不会有很大的误差。他还认为: 一种土的张拉和压缩的强度特性, 都同样的随土、水、气三相而变化,

且可以近似地定量表示为:

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_t} = -\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (6)$$

式中 $\tan^2\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)$ 即所谓“流值”,

σ_u 、 σ_t 为一维应力状态下的压缩与张拉强度。由此, 库伦—摩尔准则就可以近似地应用于满足抗拉强度的拉压复合应力范围内, 并可以近似地认为抗拉强度

$$\sigma_t = -\frac{2c}{\tan\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right)}$$

或

$$\sigma_t = -2c \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (7)$$

切线模量。在每个小主应力为常数的应力应变关系曲线上, 任一点的切线模量为:

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \epsilon_1} \quad (8)$$

对(1)式进行微分, 得:

$$E_t = \frac{1}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right]^2} \quad (9)$$

还由(1)式可得:

$$\varepsilon_1 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{E_i \left[1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right]} \quad (10)$$

将该值代入(9)式得:

$$E_t = E_i \left[1 - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \right]^2 \quad (11)$$

再将(3)、(4)、(5)、(7)式代入, 即得与邓肯和张(Chang)提出的计算模型(5)相似的包含 K 、 n 、 R_f 、 φ 、 c 五个参数的表达成 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 与 σ_3 的函数的切线模量计算式:

$$E_t = K p_a \left[\frac{\sigma_3 + 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{p_a} \right]^n \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \varphi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right]^2 \quad (12)$$

应力发挥度。在计算中常用应力发挥度 s 衡量土体强度发挥的程度

$$s = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (13)$$

如果 $s < 1.0$, 则土体抗剪强度尚未充分发挥; $s = 1.0$ 强度恰好全部发挥; $s > 1.0$, 则土体发生塑流, s 值愈大塑流变形愈大, 但该值不超过 $\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}$ 。

二、双曲线族的泊松比关系

双曲线的轴应变与径应变的关系。在三轴压缩试验中, 试样周围的侧限压力 σ_3 都相同, 所以径应变 ε_3 也都相同。试验时, 在给定的 σ_3 下, 可以方便地测得轴应变 ε_1 , 这样就可以用下式算得径应变

$$\varepsilon_3 = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_1}{2} \quad (14)$$

邓肯和库尔霍(Kulhawy)在1972年提出, 轴应变 ε_1 与径应变 ε_3 的关系也可以表达为双曲线方程[6、7](见图4a):

$$\varepsilon_1 = -\frac{\varepsilon_3}{\nu - d\varepsilon_3} \quad (15)$$

式中 ν_1 ——初始泊松比

d ——反映泊松比随 ε_1 或 σ_1 增大速率的无因次系数。此两值可按图4b中所绘直线在纵座标的截距和斜率确定。

初始泊松比。邓肯和库尔霍对一些土的应力应变试验数据加以分析, 发现 ν_i 通常都随侧限压力 σ_3 的增大而减小, 可表达成下式:

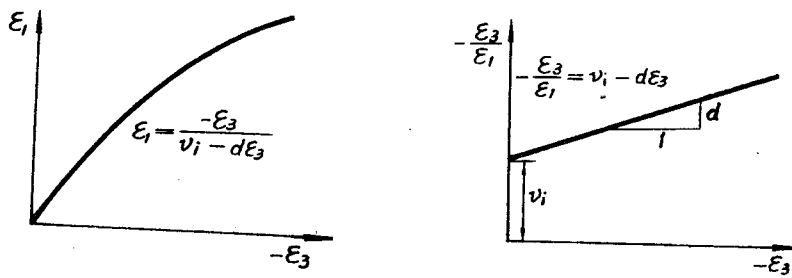


图4 双曲线的轴应变与径应变的关系

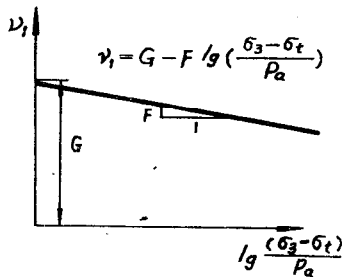
$$\nu_1 = G - F \log \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) \quad (16)$$

式中 G ——无因次系数, 其值为一个大气压力下的 ν_1 值; F ——无因次系数, 反映 ν_1 随 σ_3 变化的速率。

与确定初始模量 E_1 的情况相似此式不能确切表示小主应力接近零或为负值的情况, 所以建议也改用下式计算初始泊松比:

$$\nu_1 = G - F \log \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a} \right) \quad (17)$$

式中符号意义同前, 但必需如图5所示用半对数纸的方法确定参数值。将 ν_1 作为纵轴, 将



$\frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a}$ 作为对数横轴, 则与各个 σ_3 相应的 $\nu_1 \sim \frac{\sigma_3 - \sigma_t}{p_a}$ 点必将在半对数纸上呈直线, 此线在横座标为 0 的纵轴上的截距是 G , 斜率是 F 。

切线泊松比。在每个小主应力为常数的轴应变与径应变的关系曲线上, 任一点的切线泊松比为:

$$\nu_t = - \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial \varepsilon_1} \quad (18)$$

图5 初始泊松比与侧限压力的关系

由(15)式可得:

$$\varepsilon_3 = - \frac{\nu_1 \varepsilon_1}{1 - d \varepsilon_1} \quad (19)$$

进行微分, 得

$$\nu_t = \frac{\nu_1}{(1 - d \varepsilon_1)^2} \quad (20)$$

再将(17)与(7)式代入上式, 即得用 G 、 F 、 d 、 φ 、 C 五个参数表达成 σ_3 与 ε_1 的函数的切线泊松比计算式:

$$\nu_t = \frac{G - F \log \left(\frac{\sigma_3 + 2 \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{p_a} \right)}{(1 - d \varepsilon_1)^2} \quad (21)$$

另将前面的(3)、(4)、(5)、(7)式代入(10)式, 知:

$$\varepsilon_1 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{K p_a \left[\frac{\sigma_3 + 2c \tan\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}{p_a} \right] \left\{ 1 - \frac{R_f(1 - \sin\varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2cc\cos\varphi + 2\sigma_3\sin\varphi} \right\}} \quad (22)$$

代入(21)式, 又得用 G 、 F 、 d 、 φ 、 c 、 R_f 、 K 、 n 八个参数表达成 σ_3 与 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的函数的切线泊松比计算式:

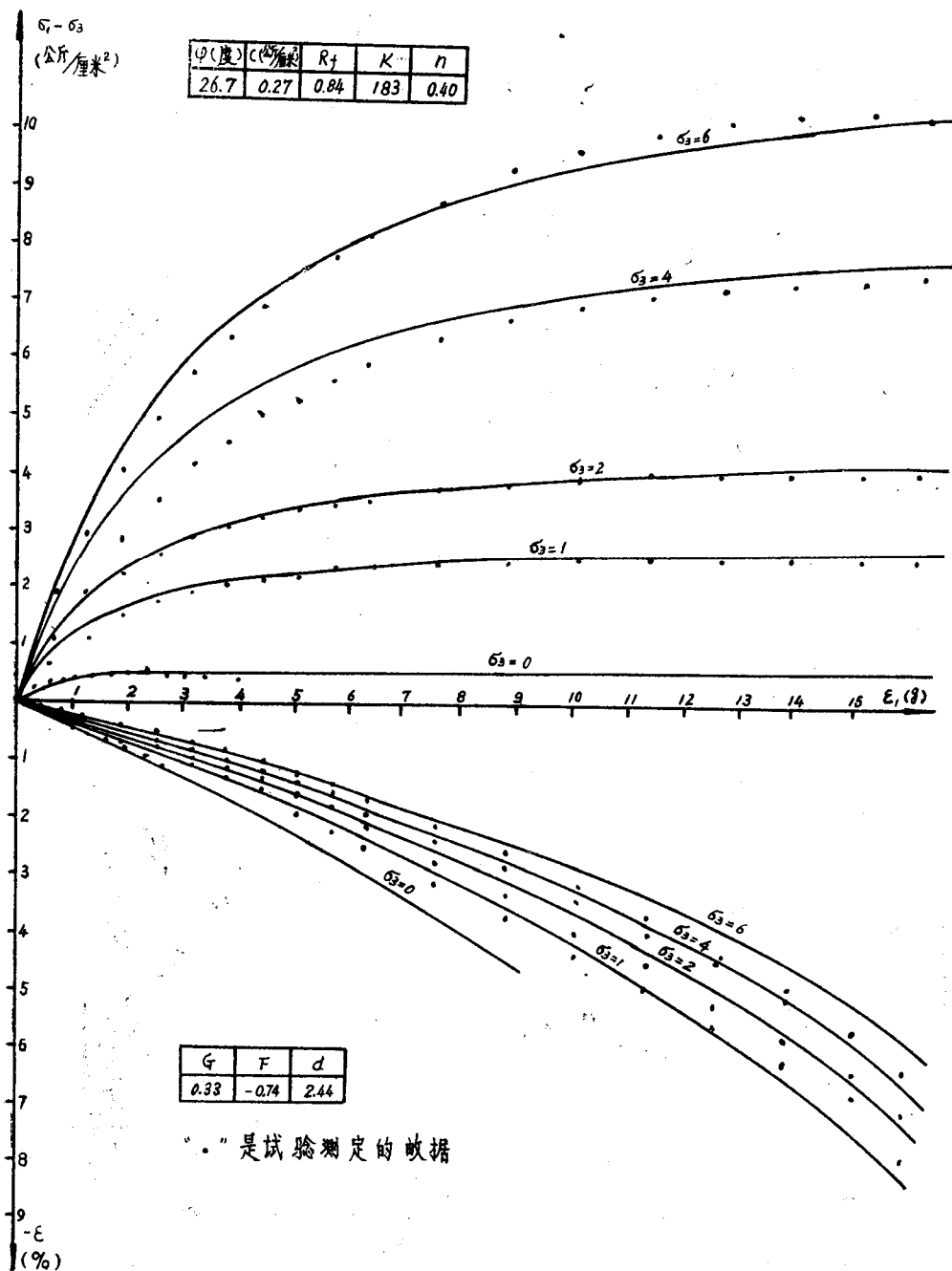


图6 压实重粉质壤土用双曲线族表达的应力应变关系

$$\nu_t = \frac{G - F \log \left\{ \frac{\sigma_3 + 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{p_a} \right\}}{(\sigma_1 - \sigma_3)d} \quad (23)$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{\left[K p_a \left\{ \frac{\sigma_3 + 2c \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right)}{p_a} \right\}^n \left(1 - \frac{R_f(1 - \sin \varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos \varphi + 2\sigma_3 \sin \varphi} \right) \right]^2} \right\}^2$$

如土体发生剪胀, $\nu > 0.5$ 。饱和土在不排水试验中, 土体是不可能压缩的, $\nu = 0.5$ 。在这此情况下都可以令: $G = 0.495$, $F = 0$, $d = 0$, 即将泊松比表达为常数值0.495。

三、实 例

图6是用双曲线族表达应力应变关系的实例。此例是用压实的重粉质土(干容重为 1.7 t/m^3)土样饱和度约85%, 作了5组饱和固结排水剪切试验, 取平均值整理的结果。这些资料是水电部第五工程局试验室提供的三轴压缩试验成果。

结 语

对邓肯模型的改进, 是反映凝聚性土在拉压复合应力区的特性。为不涉及目前尚不成熟的抗拉试验, 引用了凯兹弟研究成果来近似地估算抗拉强度。由于引入此非独立参变数, 故在确定 K 、 n 、 G 、 F 四个参数时不同于原模型, 但其物理意义仍相似。改进的模型仍用 K 、 n 、 R_f 、 φ 、 c 、 G 、 F 、 d 八个参数表达应力与应变以及轴应变与径应变的关系的两个双曲线族。这些参数可根据常规三轴压缩试验的资料确定。它能比较合理与准确地反映试验成果, 且仍具有简单实用的特点。

参 考 文 献

- [1] Kondner, R. L., "Hyperbolic stress-strain Response cohesive soils," Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol. 89, No. SM1, 1963, pp. 115—143.
- [2] Kondner, R. L. and zelasko, J. S., "A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for sands," Proceedings, 2nd Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Brazil, Vol. 1, 1963, pp. 289—324.
- [3] Janbu, N., "Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests," European Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Wiesbaden, Germany, vol. 1, 1963, pp. 19—25.
- [4] Kezdi, A., "Tensile and Flex. ural strength of Earth Dam Materials," Transactions, Eleventh International Congress on Large Dams, Vol. II, Madrid, Spain, 1973.
- [5] 邓肯和张, "土的应力与应变非线性分析", 水利水运科技情报, 1973年增刊2期。
- [6] 库尔霍和邓肯, "奥罗维尔坝的应力和位移", 水利水运科技情报, 1973年3期。
- [7] Seed, H. B., Duncan, J. M. and Idriss, I. M., "Criteria and Methods for static and Dynamic Analysis of Earth Dams", International Symposium on Criteria and Assumptions for Numevical. Analysis of Dams, 8—11, Sept, 1975, univevsity of Wales, Swansea, V. K. .