

ISSN 1000 - 4548  
CODEN YGXUEB

# 岩土工程学报

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

第 44 卷      第 5 期 (总 378 期)  
Vol. 44      No. 5 (Total 378)

5

2022

主 办

中国水利学会    中国土木工程学会  
中国力学学会    中国建筑学会  
中国水力发电工程学会    中国振动工程学会

ISSN 1000-4548



05>

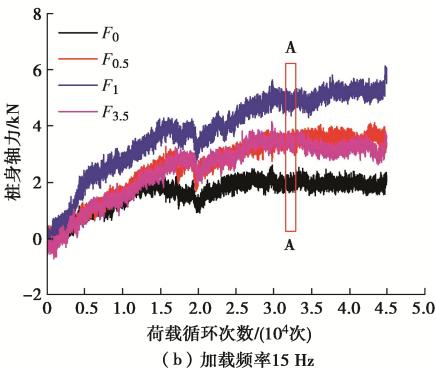


图 7 桩身平均轴力随荷载循环次数的变化曲线  
Fig. 7 Average axial forces of pile against loading cycles

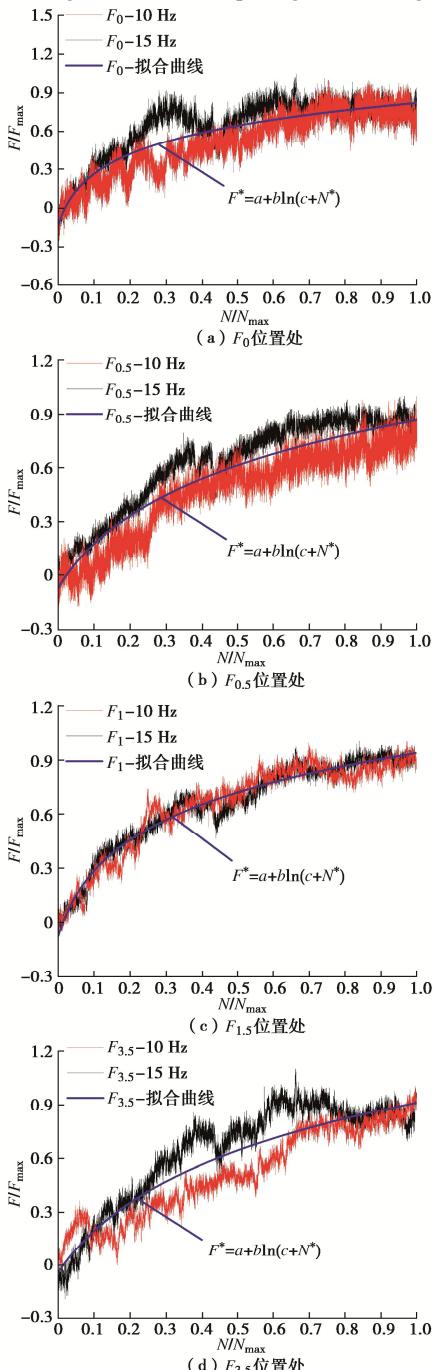


图 9 归一化桩身轴力时程曲线

Fig. 9 Nomalization of average axial force of pile versus loading cycles

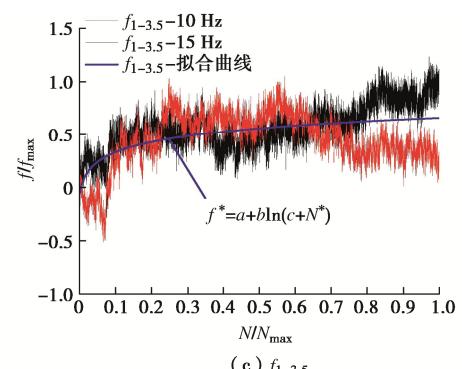
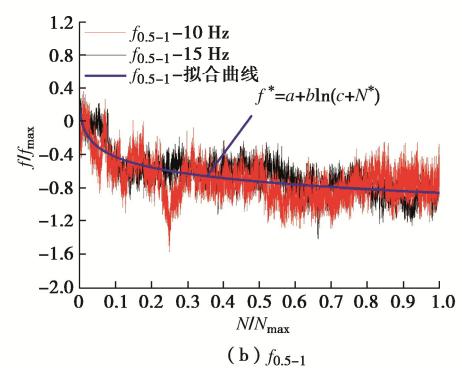
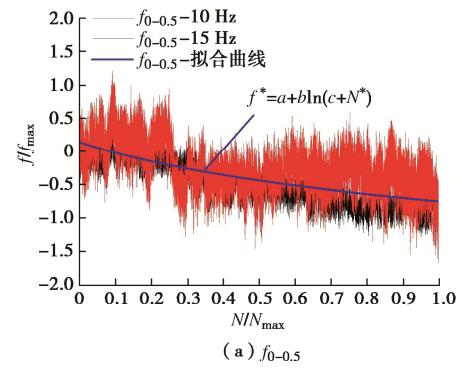


图 11 归一化桩侧动摩阻力时程曲线

Fig. 11 Nomalization of average friction of pile shaft

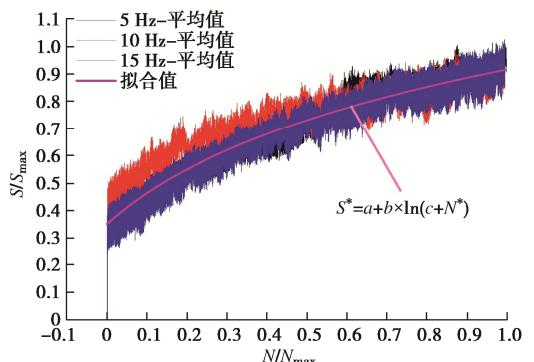


图 14 归一化沉降与荷载循环次数之比的关系

Fig. 14 Relationship between nomalization of settlement ratio and loading cycle ratio

# 《岩土工程学报》第十三届编委会名单

2021年5月15日 北京

|       |           |     |               |     |                   |     |              |             |
|-------|-----------|-----|---------------|-----|-------------------|-----|--------------|-------------|
| 名誉编委: | 周 镜       | 孙 钧 | 魏汝龙           | 殷宗泽 | 李广信               |     |              |             |
| 主任:   | 陈生水       |     |               |     |                   |     |              |             |
| 副主任:  | 蔡正银       | 龚晓南 | 孔令伟           | 宫剑飞 | 陈祖煜               | 张建民 |              |             |
| 编委:   | (以汉语拼音为序) |     |               |     |                   |     |              |             |
|       | 白 冰       | 蔡国军 | 蔡袁强           | 蔡正银 | 陈国兴               | 陈锦剑 | 陈仁朋          | 陈生水         |
|       | 陈育民       | 陈云敏 | 陈正汉           | 陈祖煜 | 程展林               | 崔新壮 | 杜修力          | 杜延军         |
|       | 冯世进       | 冯夏庭 | 高福平           | 高文生 | 高玉峰               | 宫剑飞 | 龚晓南          | 何满潮         |
|       | 洪振舜       | 胡黎明 | 黄茂松           | 蒋明镜 | 孔纲强               | 孔令伟 | 赖远明          | 李典庆         |
|       | 李 霞       | 李运辉 | 梁发云           | 刘汉龙 | 刘 润               | 刘松玉 | 路德春          | 马 巍         |
|       | 明经平       | 缪林昌 | 邵生俊           | 沈 强 | 沈水龙               | 施 斌 | 施建勇          | 宋二祥         |
|       | 唐朝生       | 汪小刚 | 王复明           | 王兰民 | 王立忠               | 王明洋 | 王 睿          | 王卫东         |
|       | 王 媛       | 韦昌富 | 翁孟嘉           | 吴宏伟 | 谢和平               | 谢永利 | 徐长节          | 王玉杰         |
|       | 薛 强       | 杨春和 | 杨光华           | 杨 峻 | 杨 庆               | 杨仲轩 | 姚仰平          | 徐永福         |
|       | 詹良通       | 张 嘎 | 张鸿儒           | 张建红 | 张建民               | 张璐璐 | 张伟文          | 于玉贞         |
|       | 郑 刚       | 郑 宏 | 郑俊杰           | 周创兵 | 周小平               | 朱 斌 | 朱合华          | 俞 绥         |
|       | 邹维列       |     |               |     |                   |     |              |             |
|       | M. Arroyo |     | M. D. Bolton  |     | J. C. Chai        |     | Ta-teh Chang | J. Chu      |
|       | G. Crosta |     | Y. J. Cui     |     | D. Frost          |     | W. D. Guo    | J. Han      |
|       | L. Laloui |     | F. H. Lee     |     | X. S. Li          |     | A. Murakami  | Y. Nakata   |
|       | F. Nicot  |     | C. O'Sullivan |     | J. C. Santamarina |     | S. Utili     | C. Viggiani |
|       | J. H. Yin |     | H. S. Yu      |     | F. Zhang          |     |              |             |
| 主编:   | 蔡正银       |     |               |     |                   |     |              |             |
| 副主编:  | 汪小刚       | 杨春和 | 明经平           |     |                   |     |              |             |
| 责任编辑: | 明经平       | 李运辉 | 胡海霞           | 孙振远 | 黄贤沙               |     |              |             |

## 岩土工程学报

(月刊 1979 年创刊)

第 44 卷第 5 期 (总 378) 2022 年 5 月出版

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

(Monthly, Started in 1979)

Vol. 44, No. 5 (Total No. 378) Published in May 2022

|           |   |          |  |
|-----------|---|----------|--|
| 主 管       | 中国科学技术协会  |          |  |
| 主 办       | 中国水利学会  | 中国土木工程学会 |  |
|           | 中国力学学会  | 中国建筑学会   |  |
|           | 中国水力发电工程学会                                      | 中国振动工程学会 |  |
| 承 办       | 南京水利科学研究院                                       |          |  |
| 编 辑 出 版   | 《岩土工程学报》编辑部                                     |          |  |
|           | 地址: 南京虎踞关 34 号, 210024                          |          |  |
|           | 电话: (025) 85829534, 85829556 传真: (025) 85829555 |          |  |
|           | 电子信箱: ge@nhri.cn                                |          |  |
| 主 编       | 蔡正银   |          |  |
| 印 刷       | 江苏河海印务有限公司                                      |          |  |
| 发 行 范 围   | 公开发行  |          |  |
| 订 阅       | 全国各地邮局(南京邮局总发行)                                 |          |  |
| 国 外 总 发 行 | 中国国际图书贸易总公司(北京 399 信箱)                          |          |  |
|           | 国外发行代号 MO 0520                                  |          |  |

网 址 [www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)

### Competent Authority:

China Association for Science and Technology

### Sponsors:

Chinese Hydraulic Engineering Society, China Civil Engineering Society, The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, The Architectural Society of China, Chinese Society for Hydropower Engineering and Chinese Society for Vibration Engineering

### Published under the Auspices of Nanjing Hydraulic Research Institute

### Edited and Published by

Editorial Office of Chinese Journal of Geotechnical Engineering  
Address: 34 Hujuguan, Nanjing 210024, China  
Tel: 86-25-85829534, 85829556 Fax: 86-25-85829555  
E-mail: ge@nhri.cn

### Editor-in-Chief:

CAI Zheng-yin

Printed by Jiangsu Hohai Printing Limited Company

### Overseas Distributor:

China International Book Trading Corporation  
P. O. Box 399, Beijing, China

Web Site: [www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)

广告登记 江苏省工商行政管理局登记编号: 广登 32000000054

# 《岩土工程学报》征稿简则

本刊于1979年创刊，是中国水利学会、中国土木工程学会、中国力学学会、中国建筑学会、中国水力发电工程学会、中国振动工程学会联合主办的学术性科技期刊。本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”（中国科技核心期刊）及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引Ei Compendex数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库JST”等国际数据库收录。本刊网址（[www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)）全文发布本刊所有刊载文章。

## 1 宗旨及内容

(1) 本刊旨在促进学科理论和实践的发展、促进海内外学术交流、加速科研成果向现实生产力转化。

(2) 刊登土力学和岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。

(3) 本刊为月刊，主要栏目有：黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

## 2 来 稿

(1) 来稿应符合科技论文写作惯例和基本要求，作者自留底稿。请优先采取网络在线投稿（[www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)），本刊保留书面投稿（一式两份）和电子邮件投稿（[ge@nhri.cn](mailto:ge@nhri.cn)）。

(2) 来稿一般在3个月内提出处理意见，请不要一稿两投，若3个月后仍未收到稿件处理通知，作者有权自行处理来稿。

(3) 来稿注明作者姓名、性别、出生年月、出生地、学历、学位、技术职称、简历以及研究课题、单位全称及所属部门、地址、电话、传真、电子信箱及邮编等。

(4) 署名者应为稿件执笔人或稿件内容的主要责任者。

(5) 稿件可能涉及机密资料时应由作者单位出具非泄密证明。

(6) 凡被海内外正式出版物公开发表或已录用的稿件本刊不再受理。

## 3 稿件选用和清稿体例

(1) 稿件文责由作者自负。编者对稿件内容和论点不作改动。稿件一经选用应由第一作者参考审阅意见、稿面质疑、本刊体例作必要的修改补充或删减。文图、资料、数据力求准确无误，一次定稿。

(2) 作者收到稿件录用通知后，应在45天内将修改清稿（WORD排版打印）连同同意发表稿件的作者声明一并寄回本部，并在线上载或E-mail发送修改清稿的电子文件。

(3) 修改清稿版面，黄文熙讲座和综述文章一般不超过15页，论文一般不超过9页，短文和工程实录不超过7页，焦点论坛不超过2页，讨论不超过1页。

(4) 稿件一经发表即付稿酬，并按发表文章页数收取版面费。

(5) 凡本刊刊登的稿件均收入相应期刊光盘版及期刊网，并与印刷稿一次性付稿酬。

(6) 本刊版面为A4开本，双栏排版，版芯为25.4 cm×17.8 cm。

(7) 文章清稿层次体例为：中文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词、中图分类号、文献标识码、文章编号、作者简介；英文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词；基金项目及编号（首页下注）；正文（按1.2.3, 1.1 1.2 1.3, (1)(2)(3), a b c分章节）；参考文献。

(8) 图表设计恰当，具自明性；先见引文，后见图表；表名和图名一律中英文并列。表格用三线表。单栏图幅宽为8.0 cm，双栏图幅宽为17.0 cm。插图比例宜适当，图面宜清晰，线条宜均匀，主线选5号线，坐

标线选4号线，辅助线选3号线，图中汉字为小5号宋体字，图中字符务必与正文一致。

(9) 计量单位使用我国法定计量单位，公式及中外文字符务必分清大小写，正斜体，黑白体，上下角标等，易混淆字符第一次出现时用铅笔注明。

(10) 摘要应写成报道性内容，直接阐明研究的目的、方法、结果和结论，具独立性和自明性，以300字左右为宜。摘要应排除本学科领域中常识性内容，引言中出现的内容不宜写入摘要；不对论文的内容作自我评价；不要简单重复题目中已有的信息；不出现数学公式、化学结构式、插图和表格，不引入参考文献序号。关键词选词规范，以3~8个为宜。鼓励内容较为丰富详细的英文摘要，且语法正确、术语规范。

(11) 参考文献限于作者亲自阅读、本文明确引用、公开发表或有案可查者。参考文献全部列于文后，按正文首次引用的先后次序编号，并在正文引用处右上角注明参考文献序号。多次引用同一著者的同一文献时，在正文标注首次引用的文献序号，并在序号的“[]”外著录引文页码。原始语种非英文参考文献后同时附相应的英文项目，并注明其原始语种。参考文献著录项目、体例如下：

a) 专著（普通图书、会议文集、学位论文、报告、汇编、标准等）：[参考文献序号] 主要责任者. 题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识]. 其他责任者. 版本项. 出版地：出版者, 出版年：引文页码[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

b) 专著中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者. 析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识]. 析出文献其他责任者//专著主要责任者. 专著题名：其他题名信息. 版本项. 出版地：出版者, 出版年：析出文献起止页码[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

c) 连续出版物（期刊、报纸等）中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者. 析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识]. 连续出版物题名：其他题名信息, 年, 卷(期)：起止页码[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

d) 专利：[参考文献序号] 专利申请者或所有者. 专利题名：专利号[文献类型标识/文献载体标识]. 公告日期或公开日期[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

e) 电子资源：[参考文献序号] 主要责任者. 题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识]. 出版地：出版者, 出版年：引文页码（更新或修改日期）[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

外文文献著录规则同中文文献。外国人名，姓前名后，名用缩写，不加缩写点。

注：①文献类型标识：M—普通图书，C—会议录，G—汇编，N—报纸，J—期刊，D—学位论文，R—报告，S—标准，P—专利，DB—数据库，CP—计算机程序，EB—电子公告，A—档案，CM—舆图，DS—数据集，Z—其他。②文献载体标识：MT—磁带，DK—磁盘，CD—光盘，OL—联机网络。③a),b),c),d) 4项中文献属于原始电子资源的著录“文献载体标识、引用日期、获取和访问路径”项，文献属于二次电子资源的不著录；e)项电子资源指除a),b),c),d) 4项中包含的文献类型以外的电子资源；“数字对象唯一标识符”依照原文献如实著录，“获取和访问路径”项中已包含的省略。

## 4 退 稿

(1) 未录用稿件一般以E-mail发送退稿通知。

(2) 作者收到稿件录用通知3个月仍未寄回修改清稿又未向编辑部说明情况者，即视为作者自动撤稿。

(3) 退稿不承诺提供审阅意见。

## 5 本刊编辑部

本刊编辑部设在南京水利科学研究院科技信息研究中心。地址：南京市虎踞关34号，邮政编码：210024，电话：(025) 85829534, 85829556, 85829553, 85829543，传真：(025) 85829555，电子信箱：[ge@nhri.cn](mailto:ge@nhri.cn)，网址：[www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)。  
(2019年12月修订)

## 目 次

### 论 文

- 高级切线模量法及其在地基沉降计算中的应用 ..... 杨光华, 李卓勋, 王东英, 李志云, 姜燕 (787)  
复合衬垫中污染物一维瞬态扩散-对流运移规律研究 ..... 冯世进, 彭明清, 陈樟龙, 陈宏信 (799)  
水平动荷载作用下海洋大直径管桩动力响应解析解 ..... 郑长杰, 林浩, 曹光伟, 丁选明, 施鲁宝 (810)  
基于实测的挤密砂桩复合地基沉降算法研究 ..... 寇晓强, 于健, 薛新伟, 宋神友, 高潮 (820)  
斜直交替基坑支护桩现场实测及机理研究 ..... 刘畅, 马力遥, 郑刚, 闫城东, 杨宇航 (827)  
基于离心模型试验与数值计算的超高陡加筋土填方边坡稳定性分析 ..... 任洋, 李天斌, 杨玲, 魏大强, 唐杰灵 (836)  
基于空间分布的边坡位移测量数据质量评估方法研究 ..... 陈思宇, 张嘎 (845)  
改进屈服面和旋转硬化准则的各向异性黏土塑性模型 ..... 李梦姿, 蔡国庆, 赵成刚 (851)  
土-地下结构相互作用的三维弱耦合有效应力分析法 ..... 赵凯, 夏高旭, 王彦臻, 赵丁凤, 庄海洋, 陈国兴 (861)  
不同中主应力系数和负温条件下冻结砂土真三轴试验研究 ..... 马芹永, 黄坤, 马冬冬, 姚兆明, 周兆曦 (870)  
液化夹层场地地铁车站结构离心机振动台试验方案设计 ..... 张梓鸿, 许成顺, 闫冠宇, 杜修力, 李洋, 周燕国 (879)  
颗粒特性对材料小应变动力特性的影响 ..... 黄志鹏, 魏晓, 潘坤, 杨仲轩 (889)  
基于颗粒破碎耗能的粗粒料剪胀方程研究 ..... 吴二鲁, 朱俊高, 陆阳洋, 钱彬 (898)  
桩顶水平动荷载作用下水-桩-土相互作用的解析解 ..... 赵密, 黄义铭, 王丕光, 徐海滨, 杜修力 (907)  
隔离桩对隧道开挖诱发土体竖向位移牵制效应的理论分析 ..... 曹利强, 陈湘生, 张顶立, 苏栋 (916)  
根系形态和层次结构对根土复合体力学特性影响研究 ..... 徐华, 袁海莉, 王歆宇, 王栋, 陈建勋, 荣才权 (926)  
考虑围压效应和强度脆性跌落的岩石全应力-应变曲线统计损伤模拟方法 ..... 张超, 曹文贵, 赵衡, 贺敏 (936)

### 短 文

- 考虑干密度影响的压实黄土土水特征与渗透特性试验研究 ..... 张林, 李同录, 陈存礼 (945)

- 法向循环荷载下筋土界面的剪切应力规律及预测 ..... 王军, 朱晨, 刘飞禹, 孔剑捷, 姚嘉敏 (954)

- 长期列车荷载下无砟轨道 X 形桩-筏复合地基动力响应模型试验 ..... 孙广超, 李建林, 孔纲强, 罗雅, 王乐华, 邓华锋 (961)

- 基于密实核理论的 TBM 盘形滚刀磨损预测模型研究 ..... 余磊, 张社荣, 和孙文, 王超, 李雷, 景勇, 刘勇 (970)

### 简讯

- 2022 年黄文熙讲座(第 25 讲)学术报告会通知(第 2 号) ..... (809)

- 第七届全国工程安全与防护学术会议(2 号通知) ..... (860)

- 彩色插图索引 ..... (878)

- 《岩土工程学报》征订启事 ..... (915)

- 《岩土工程学报》第十三届编委会名单 ..... (扉页 I)

- 征稿简则 ..... (扉页 II)

## CONTENTS

### PAPERS

|   |   |
|---|---|
| Advanced tangent modulus method and its application to calculation of foundation settlement .....   | YANG Guang-hua, LI Zhuo-xun, WANG Dong-ying, LI Zhi-yun, JIANG Yan (787)                  |
| One-dimensional transport of transient diffusion-advection of organic contaminant through composite liners .....                                    | FENG Shi-jin, PENG Ming-qing, CHEN Zhang-long, CHEN Hong-xin (799)                        |
| Analytical solution for dynamic response of offshore large-diameter pipe piles subjected to horizontal dynamic loads .....                          | ZHENG Chang-jie, LIN Hao, CAO Guang-wei, DING Xuan-ming, LUAN Lu-bao (810)                |
| Settlement calculation method for sand compaction piles under water based on in-situ measurement .....  | KOU Xiao-qiang, YU Jian, XU Xin-wei, SONG Shen-you, GAO Chao (820)                        |
| Field measurement and mechanism of inclined and vertical piles in foundation pits .....   | LIU Chang, MA Li-yao, ZHENG Gang, YAN Cheng-dong, YANG Yu-hang (827)                      |
| Stability analysis of ultra-high-steep reinforced soil-filled slopes based on centrifugal model tests and numerical calculation .....               | REN Yang, LI Tian-bin, YANG Ling, WEI Da-qiang, TANG Jie-ling (836)                       |
| Quality evaluation for measured data of slope displacement based on its spatial distribution .....  | CHEN Si-yu, ZHANG Ga (845)  |
| Anisotropic elastoplastic model for clays with improved yield surfaces and rotational hardening rule .....  | LI Meng-zhi, CAI Guo-qing, ZHAO Cheng-gang (851)  |
| Three-dimensional loosely coupled effective stress method for seismic soil-structure interactions .....   | ZHAO Kai, XIA Gao-xu, WANG Yan-zhen, ZHAO Ding-feng, ZHUANG Hai-yang, CHEN Guo-xing (861) |
| True triaxial tests on frozen sandy soil under different intermediate principal stress coefficients and negative temperatures .....                 | MA Qin-yong, HUANG Kun, MA Dong-dong, YAO Zhao-ming, ZHOU Zhao-xi (870)                   |
| Experimental design for dynamic centrifuge tests on a subway station structure in liquefied interlayer site .....                                   | ZHANG Zi-hong, XU Cheng-shun, YAN Guan-yu, DU Xiu-li, LI Yang, ZHOU Yan-guo (879)         |
| Effects of particle characteristics on small-strain dynamic properties of granular materials .....  | HUANG Zhi-peng, WEI Xiao, PAN Kun, YANG Zhong-xuan (889)                                  |
| Dilatancy equation for coarse-grained soils incorporating particle breakage energy .....  | WU Er-lu, ZHU Jun-gao, LU Yang-yang, QIAN Bin (898)                                       |
| Analytical solution for water-pile-soil interaction under horizontal dynamic loads on pile head .....   | ZHAO Mi, HUANG Yi-ming, WANG Pi-guang, XU Hai-bin, DU Xiu-li (907)                        |
| Theoretical investigation of restraint effect of isolation piles on vertical ground displacements due to tunneling under the plane state .....      | CAO Li-qiang, CHEN Xiang-sheng, ZHANG Ding-li, SU Dong (916)                              |
| Influences of morphology and hierarchy of roots on mechanical characteristics of root-soil composites .....   | XU Hua, YUAN Hai-li, WANG Xin-yu, WANG Dong, CHEN Jian-xun, RONG Cai-quan (926)           |
| Statistical damage simulation method for complete stress-strain path of rocks considering confining pressure effect and strength brittle drop ..... | ZHANG Chao, CAO Wen-gui, ZHAO Heng, HE Min (936)  |
| <b>NOTES</b>  |   |
| Soil-water characteristics and permeability of compacted loess considering effects of dry density .....   | ZHANG Lin, LI Tong-lu, CHEN Cun-li (945)  |
| Shear strength of reinforced soil interface under normal cyclic loading and its prediction .....  | WANG Jun, ZHU Chen, LIU Fei-yu, KONG Jian-jie, YAO Jia-min (954)                          |
| Model tests on dynamic response of ballastless track X-shaped pile-raft foundation under long-term train loads .....                                | SUN Guang-chao, LI Jian-lin, KONG Gang-qiang, LUO Ya, WANG Le-hua, DENG Hua-feng (961)    |
| Prediction model for TBM disc cutter wear based on dense core theory .....  | SHE Lei, ZHANG She-rong, HE Sun-wen, WANG Chao, LI Lei, JING Yong, LIU Yong (970)         |
| <b>NEWS</b> ..... (809, 860, 878, 915)  |   |
| <b>Members of Editorial Board of Chinese Journal of Geotechnical Engineering</b> .....  | (head page I)   |
| <b>Invitation for original papers</b> .....   | (head page II)  |

DOI: 10.11779/CJGE202205001

# 高级切线模量法及其在地基沉降计算中的应用

杨光华<sup>1, 2, 3</sup>, 李卓勋<sup>1</sup>, 王东英<sup>2, 3</sup>, 李志云<sup>2, 3</sup>, 姜燕<sup>2, 3</sup>

(1. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510640; 2. 广东省水利水电科学研究院, 广东 广州 510610;  
3. 广东省岩土工程技术研究中心, 广东 广州 510610)

**摘要:** 切线模量法方法简单、参数少, 易于工程应用, 研究表明在计算常规尺寸的基础时具有较好的精度, 而对于筏板这样的大尺寸基础时, 当计算深度较深时, 存在计算沉降偏大的问题。为此提出了考虑初始切线模量沿深度增大的高级切线模量法, 通过与实际工程案例和小应变有限元数值计算方法结果比较, 高级切线模量法能更符合实际, 进一步发展完善了切线模量法。

**关键词:** 切线模量法; 地基沉降; 有限元; 小应变硬化土模型

中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0787-12

作者简介: 杨光华(1962—), 男, 广东罗定人, 博士, 教授级高级工程师, 博士生导师, 主要从事本构理论、基础工程、软土工程及基坑工程等方面的研究、设计及咨询工作。E-mail: 1084242143@qq.com。

## Advanced tangent modulus method and its application to calculation of foundation settlement

YANG Guang-hua<sup>1, 2, 3</sup>, LI Zhuo-xun<sup>1</sup>, WANG Dong-ying<sup>2, 3</sup>, LI Zhi-yun<sup>2, 3</sup>, JIANG Yan<sup>2, 3</sup>

(1. Department of Civil Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China; 2. Guangdong Research Institute of Water Resources and Hydropower, Guangzhou 510610, China; 3. The Geotechnical Engineering Technology Center of Guangdong Province, Guangzhou 510610, China)

**Abstract:** The tangent modulus method proposed by YANG Guang-hua is simple, with few parameters and easy for engineering application. The researches have shown that it has better accuracy when calculating the foundations with conventional dimensions, but for the large-sized foundations such as rafts, the calculated settlement is too large. For this reason, an advanced tangent modulus method considering the increase of the initial tangent modulus extension depth is proposed. The comparison with the actual engineering case and the calculated results by the finite element method of the small-strain hardening soil model shows that the advanced tangent modulus method can be more realistic. This further develops and improves the tangent modulus method.

**Key words:** tangent modulus method; foundation settlement; finite element; small-strain hardening soil model

## 0 引言

对于地基设计而言, 怎样准确地计算地基沉降一直是岩土工程中的一大难题, 虽然现在已发展出很多先进的计算方法, 如有限元法等, 但由于土体的复杂性, 土的本构模型的选择往往对计算结果有较大的影响, 复杂的本构模型, 如小应变硬化土(HSS)模型<sup>[1]</sup>, 需大量参数来支撑计算的精确性, 简单模型如线弹性模型则很难反映出土体的非线性弹塑性的特点。因此, 要如何准确地计算地基的变形与沉降还是一个非常值得研究的问题。在工程实践中, 现行的地基沉降计算方法最常用的是国家规范中半理论半经验的分层总和法<sup>[2]</sup>:

$$s = \psi_s s' = \psi_s \sum_{i=1}^n \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \bar{a}_i - z_i \bar{a}_{i-1}) \quad . \quad (1)$$

该方法的优点是简便, 考虑了土体层状分布的特点, 而分层总和法的缺点则在于没有考虑土体的非线性与原状性。该方法的修正经验系数 $\psi_s = 0.2 \sim 1.4$ 。对坚硬地基, 修正经验系数取小值, 最小为0.2, 说明理论计算得出的沉降值要比实测值偏大, 从而采用小于1的经验系数进行修正; 而当地基比较软弱时, 理论计算的值则偏小, 则取修正经验系数大于1。这是因为硬土室内试验测得的变形参数比原状土的小, 而软

表1 有限元小应变硬化土模型参数取值

Table 1 Mechanical parameter of soil for small strain hardened model

| 土层   | $\gamma$<br>/(kN·m <sup>-3</sup> ) | $\nu_{ur}$ | $c$<br>/kPa | $\varphi$<br>(°) | $K_0^{nc}$ | $P^{\text{ref}}$<br>/kPa | $G_0^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{50}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $\gamma^{0.7}$ |                       |
|------|------------------------------------|------------|-------------|------------------|------------|--------------------------|----------------------------|---------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------|----------------|-----------------------|
| 伦敦黏土 | 18.44                              | 0.2        | 2           | 24               | 0.59       | 100                      | 0.5                        | 40                                    | 6.73                          | 8                                    | 16             | $9.68 \times 10^{-4}$ |

土具有较强的非线性。针对这一问题, 杨光华<sup>[3]</sup>依据原位压板载荷试验, 提出了原状土沉降计算的切线模量法, 其假设压板载荷试验曲线为一双曲线方程:

$$p = \frac{s}{a + bs} \quad . \quad (2)$$

建立了原状土的切线模量与荷载水平关系的切线模量方程:

$$E_t = \left(1 - R_f \frac{p}{p_u}\right)^2 E_{t0} \quad . \quad (3)$$

该方法计算时需要用到的参数较少, 只需要土的黏聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  以及初始切线模量  $E_{t0}$  共 3 个参数即可计算地基的非线性沉降, 初始切线模量  $E_{t0}$  可由式(2)的  $a$  计算得到, 见后面的式(5), 地基极限承载力  $p_u$  可由  $c$  和  $\varphi$  计算得到。该法具有简便优点的同时, 也具有较高的精度, 许多实际案例<sup>[4]</sup>已证明了其实用性。由于参数来自于原位试验, 切线模量法既克服了室内试样扰动, 又考虑了荷载水平的影响, 比较符合土的变形特性, 极大的推进了地基非线性沉降计算方法的发展。

在切线模量法中, 影响土体切线模量  $E_t$  的主要因素为作用于地基的荷载  $p$ 、地基极限承载力  $p_u$  以及土体的初始切线模量  $E_{t0}$ 。当深度增大时, 荷载  $p$  由于应力扩散而减小, 地基极限承载力  $p_u$  则随深度的增加会增大, 在原状土切线模量法中初始切线模量  $E_{t0}$  由于被视为土体本身性质决定的模量参数, 它不随深度变化, 取值一般为 2 倍的变形模量  $E_0$ <sup>[5-6]</sup>。然而, 由土的 Duncan-Chang 模型可知<sup>[7]</sup>, 土的初始模量是随围压的增大而增大的, 则深层土的初始切线模量  $E_{t0}$  应该是随深度而增大的。当基础尺寸较小时, 由于荷载影响深度较浅, 这个规律对计算结果影响不大, 但是当基础尺寸较大时, 随着荷载影响深度的增大,  $E_{t0}$  沿深度增加可能会对计算结果造成较大的影响。为解决这一问题, 本文在切线模量法的基础上挖掘出初始切线模量  $E_{t0}$  随深度变化的规律, 提出了高级切线模量法, 并将这一成果应用于实际工程中, 进一步完善了原状土的切线模量法。

## 1 切线模量法在不同基础尺寸下与小应变模型等数值方法结果的比较

现运用有限元分析方法, 采用小应变硬化土(HSS)模型、莫尔-库仑模型以及线弹性模型对某一土体不同尺寸的压板荷载试验进行模拟, 并与切线模

量法算得的结果进行对比。为方便分析, 本次计算中将土层设为均质土层, 参考一种伦敦黏土的参数, 各本构模型参数取值见表 1~3。莫尔-库仑模型与线弹性模型的模量取变形模量, 具体为式(5)中计算出地表处初始切线模量  $E_{t0}$  的 1/2。

表2 莫尔-库仑模型参数取值

Table 2 Mechanical parameters for Mohr Coulomb model

| 土层   | $\gamma$<br>/(kN·m <sup>-3</sup> ) | $\nu$ | $c$<br>/kPa | $\varphi$<br>(°) | $E$<br>/MPa |
|------|------------------------------------|-------|-------------|------------------|-------------|
| 伦敦黏土 | 18.44                              | 0.3   | 2           | 24               | 7.3         |

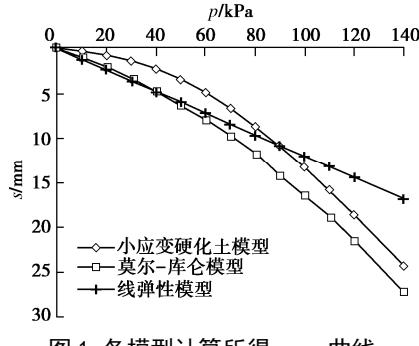
表3 线弹性模型参数取值

Table 3 Mechanical parameters for linear elastic model

| 土层   | $\gamma$ /(kN·m <sup>-3</sup> ) | $\nu$ | $E$ /MPa |
|------|---------------------------------|-------|----------|
| 伦敦黏土 | 18.44                           | 0.3   | 7.3      |

### 1.1 小尺寸压板的对比

对地表位置 1 m×1 m 压板载荷试验进行模拟, 压板上方分级加载时, 将荷载设为每级 10 kPa, 观察上方荷载为 10~120 kPa 时压板底部沉降的情况, 各模型计算结果如图 1。

图1 各模型计算所得  $p-s$  曲线Fig. 1  $p-s$  curves calculated by various models

为了确定切线模量法的参数, 现用图 1 中小应变硬化土模型所得  $p-s$  曲线进行该土体  $E_{t0}$  的计算, 对  $p-s$  曲线进行双曲线拟合, 得到  $s/p-s$  的线性拟合结果见图 2, 线性拟合方程为

$$\frac{s}{p} = 0.0056s + 0.0548 \quad , \quad (4)$$

相对应式(2),  $b=0.0056$ ,  $a=0.0548$ , 由此可求得地表处土体的初始切线模量  $E_{t0}$ <sup>[3]</sup>, 即

$$E_{t0} = \frac{D(1-\mu)^2 \omega}{a} = 14.61 \text{ MPa} \quad . \quad (5)$$

这样, 结合表 1 土体的  $c$ 、 $\varphi$  值即可得到切线模量法的 3 个参数。然后采用切线模量法计算该工况的  $p-s$  曲线, 计算时基础宽度  $b=1$  m, 埋深  $d=0$  m, 基础施加每级荷载增量为 10 kPa, 即  $\Delta p=10$  kPa, 分层

厚度  $\Delta h = 0.5 \text{ m}$ , 取压板以下每层土的中心点位置进行计算, 计算深度  $h$  取  $10 \text{ m}$ , 可分为 20 层。以第一层荷载计算  $p=10 \text{ kPa}$  为例说明计算过程。其中计算时选取的  $E_{t0}$  为由式(5)计算出的结果, 取  $14.61 \text{ MPa}$ 。

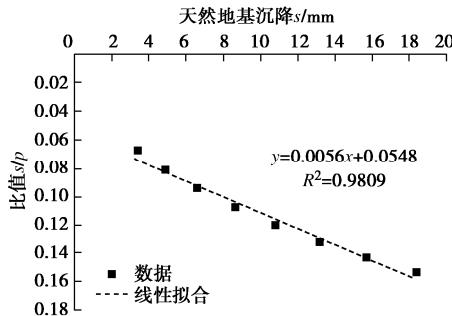


图 2  $s$  与  $s/p$  拟合曲线

Fig. 2 Fitting curves of  $s$  and  $s/p$

基础中心点不同深度土体的附加应力用弹性力学的方法计算。第一级荷载下, 第一层土计算深度  $z_1 = 0.25 \text{ m}$ , 其附加应力系数  $K_c = 0.9299$ , 则该深度处附加应力:  $\Delta\sigma_1 = 9.299 \text{ kPa}$ ,  $p_u = 169.9 \text{ kPa}$ 。

该层土的切线模量为  $E_{t1} = 13.06 \text{ MPa}$ 。则第一层的沉降  $\Delta s_1 = 0.36 \text{ mm}$ 。

第二层土计算深度  $z_1 = 0.75 \text{ m}$ , 附加应力系数  $K_c = 0.4842$ , 则该深度处附加应力  $\Delta\sigma_2 = 4.84 \text{ kPa}$ ,  $p_u = 258.5 \text{ kPa}$ 。

该层土的切线模量为  $E_{t2} = 14.07 \text{ MPa}$ 。则第二层的沉降为  $\Delta s_2 = 0.17 \text{ mm}$ 。

以此类推, 可求得每一层土的沉降值, 将每一层土的沉降值叠加, 最终求得第一级荷载  $10 \text{ kPa}$  下土体的最终沉降值:  $s_1 = 0.8 \text{ mm}$ 。

由于有限元计算时基础为刚性基础, 而切线模量法计算时为柔性基础(未考虑基础刚性), 故最终计算结果也应考虑基础刚性, 在计算结果的基础上乘以系数 0.8 作为最终结果, 即  $s'_1 = 0.64 \text{ mm}$ 。

重复以上过程, 可求得每级荷载下的沉降值, 根据计算结果绘制  $p-s$  曲线, 与有限元方法计算结果对比见图 3。绘制出当  $p=50 \text{ kPa}$  时压板中心点以下土体沉降随深度变化的曲线( $H-S$  曲线)对比图见图 4。

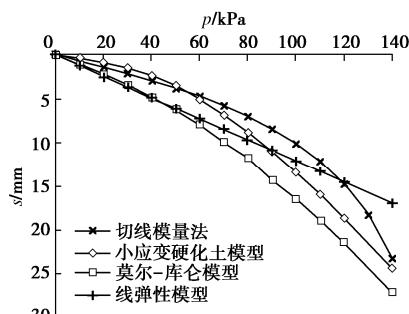


图 3 各方法  $p-s$  曲线对比图( $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ )

Fig. 3 Comparison of  $p-s$  curves by various methods ( $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ )

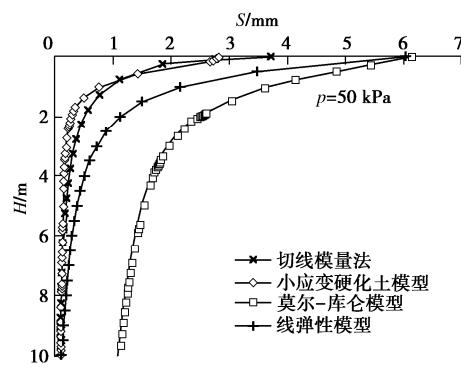


图 4 各方法  $H-S$  曲线对比图( $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ )

Fig. 4 Comparison of  $H-S$  curves by various methods ( $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$ )

图中结果表明: 对应这个压板尺寸时, 几种方法算得的最终沉降量比较接近, 用切线模量法计算沉降时, 荷载的影响深度也比较接近小应变硬化土模型, 影响深度较小, 符合实际情况, 而莫尔-库仑模型以及线弹性模型计算出的影响深度较大。

## 1.2 不同基础尺寸的对比

为比较不同基础尺寸的影响, 现用 PLAXIS 3D 软件分别对尺寸为  $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ ,  $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ ,  $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ ,  $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  压板地表位置的载荷试验进行模拟, 其中压板仍采用 2D 板单元, 弹性模量取  $1 \times 10^{12} \text{ kPa}$ , 厚度取  $2 \text{ m}$ , 由于基础尺寸改变, 为更好表现土体沉降的非线性, 计算荷载范围变为  $10 \sim 200 \text{ kPa}$ , 由于  $E_{t0}$  不随压板尺寸变化, 故用切线模量法计算沉降时  $E_{t0}$  依旧采用  $14.61 \text{ MPa}$ , 计算结果仍旧考虑基础刚度, 即最终结果乘以系数 0.8,  $R_f$  取值都为 1.0, 计算所得基础底部中心点位置土体  $p-s$  曲线对比见图 5~8, 当  $p=50 \text{ kPa}$  时的  $H-S$  曲线对比见图 9~12。由上述图可见, 当基础较大( $10 \text{ m}$  以上)时, 切线模量法、莫尔-库仑模型以及线弹性模型计算所得最终沉降量相比小应变硬化土模型会偏大, 且荷载影响深度也偏大。但对常规尺寸的基础(如  $6 \text{ m}$ ), 切线模量法计算能取到较好的效果。

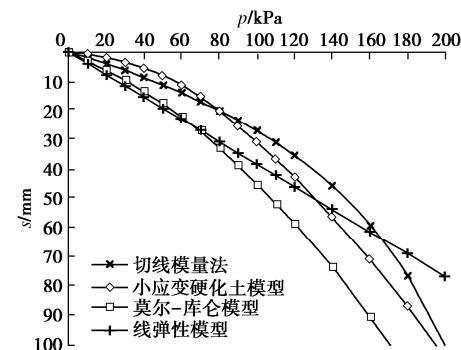
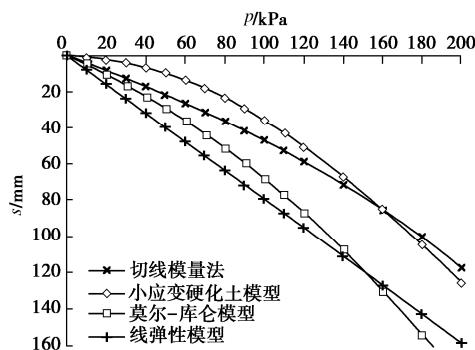
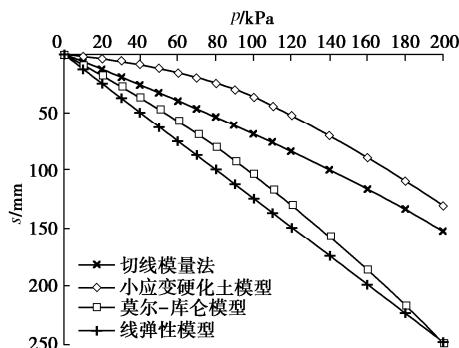
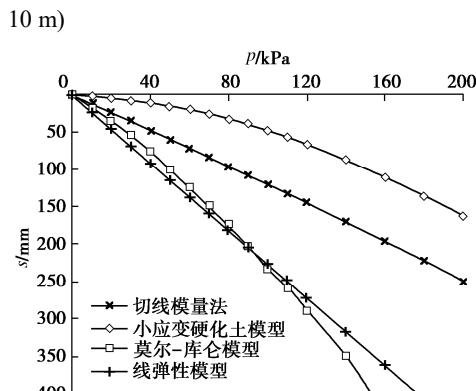
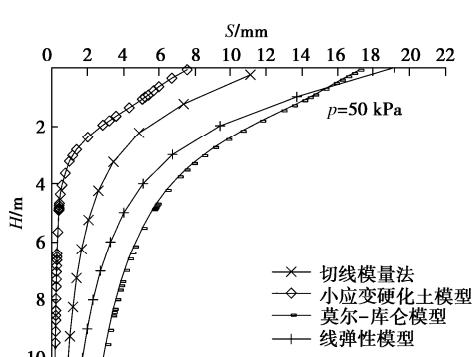
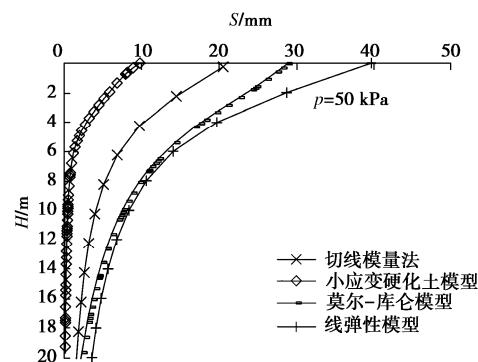
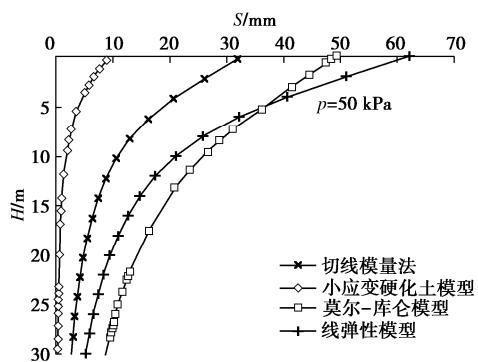
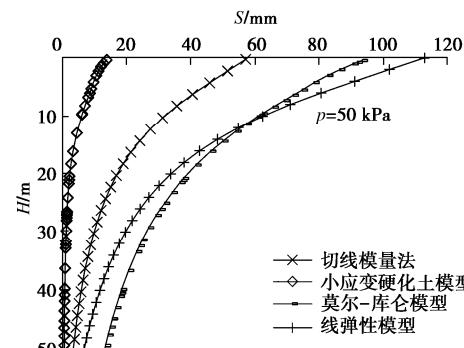


图 5 各方法  $p-s$  曲线对比图( $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ )

Fig. 5 Comparison of  $p-s$  curves by various methods ( $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ )

图 6 各方法  $p$ - $s$  曲线对比图( $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ )Fig. 6 Comparison of  $p$ - $s$  curves by various methods ( $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ )图 7 各方法  $p$ - $s$  曲线对比图( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )Fig. 7 Comparison of  $p$ - $s$  curves by various methods ( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )图 8 各方法  $p$ - $s$  曲线对比图( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )Fig. 8 Comparison of  $p$ - $s$  curves by various methods ( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )图 9 各方法  $H$ - $S$  曲线对比图( $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ )Fig. 9 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods ( $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ )图 10 各方法  $H$ - $S$  曲线对比图( $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ )Fig. 10 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods ( $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ )图 11 各方法  $H$ - $S$  曲线对比图( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )Fig. 11 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods ( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )图 12 各方法  $H$ - $S$  曲线对比图( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )Fig. 12 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods ( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )

以上结果表明，在土体沉降计算中，当基础尺寸较小时，荷载影响深度较浅，考虑  $E_{10}$  随深度变化并不怎么影响计算结果，而当基础尺寸较大时，荷载影响深度大，如假定  $E_{10}$  不变，计算所得最终沉降量相比小应变硬化土模型则偏大较多。因此考虑  $E_{10}$  随深度变化的影响会更合理和符合实际。

## 2 高级切线模量法

### 2.1 $E_{10}$ 随深度变化的规律研究

由于小应变硬化土模型考虑了模量随深度的变化, 为研究  $E_{t0}$  随深度变化的规律, 以下采用有限元方法用小应变硬化土模型对该问题进行研究。研究思路为在不同深度做固定尺寸的压板试验, 求得压板在不同埋深时底部中心点位置土体的  $p-s$  曲线, 而后根据各  $p-s$  曲线计算不同深度土体的初始切线模量  $E_{t0}$ , 以此研究  $E_{t0}$  沿深度变化的规律。

小应变硬化土模型参数用表 1 给出的值。由于以上已计算出表层土的  $E_{t0}$  值, 故只需计算位于深层时土体的  $E_{t0}$  值。试验步骤为将压板垂直向下平移  $nm$ , 不考虑土体卸载的影响, 对压板分级加载, 按照计算 0 m 埋深时的方法依次计算  $1\text{m} \times 1\text{m}$  压板埋深为 1~7 m 的各情况, 将所算得的所有  $p-s$  曲线绘制于 1 张图, 见图 13。图中显示, 压板埋置深度越深时, 施加相同荷载时压板所产生的沉降则越小, 在埋深为 0 m 时, 在压板上方施加 100 kPa 的荷载, 压板底部的沉降为 13.18 mm, 而在埋深为 7 m 时, 就算施加 100 kPa 的荷载, 压板底部沉降则很小。用以上的双曲线方程拟合各深度所得的  $p-s$  曲线, 最后计算出  $E_{t0}$  随深度变化的值如表 4 所示, 绘制成图则见图 14。表 4  $K_0$  的倒数即为  $a$  值,  $K_0$  相当于曲线的初始刚度。

表 4 1 m×1 m 压板  $E_{t0}$  随深度变化情况

Table 4 Variation of  $E_{t0}$  of  $1\text{m} \times 1\text{m}$  plate with buried depth

| $H/\text{m}$ | $K_0$ | $E_{t0}/\text{MPa}$ | $a$    | $b$    |
|--------------|-------|---------------------|--------|--------|
| 0            | 18.25 | 14.61               | 0.0548 | 0.0056 |
| 1.0          | 28.82 | 23.08               | 0.0347 | 0.0022 |
| 1.5          | 32.15 | 25.75               | 0.0311 | 0.0020 |
| 2.0          | 39.84 | 31.90               | 0.0251 | 0.0018 |
| 2.5          | 46.73 | 37.42               | 0.0214 | 0.0014 |
| 3.0          | 48.08 | 38.50               | 0.0208 | 0.0013 |
| 4.0          | 54.95 | 44.00               | 0.0182 | 0.0013 |
| 5.0          | 61.73 | 49.43               | 0.0162 | 0.0009 |
| 6.0          | 64.52 | 51.66               | 0.0155 | 0.0008 |
| 7.0          | 69.93 | 56.00               | 0.0143 | 0.0007 |

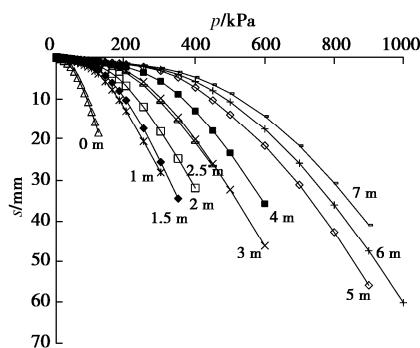


图 13 压板在不同埋深处的荷载 - 沉降曲线

Fig. 13 Load-settlement curves of plate at different buried depths

由表 4 可得,  $b$  随深度增加逐渐减小, 由于  $p_u=1/b$ , 则  $p_u$  随深度的增加而增大, 符合实际规律。 $E_{t0}$  也随深度的增加而变大, 如图 14 所示。

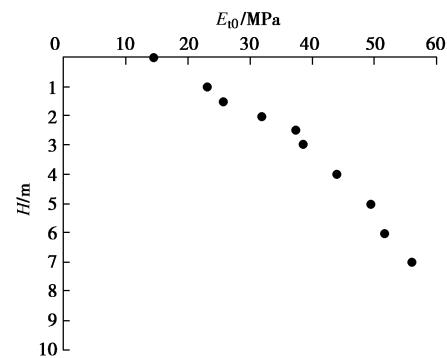


图 14 不同埋深处的  $E_{t0}$

Fig. 14  $E_{t0}$  at different buried depths

## 2.2 高级切线模量法

Mohr-Coulomb 强度准则为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2\sigma_3 \sin \varphi + 2c}{1 - \sin \varphi} \quad . \quad (6)$$

强度随围压增大而增大, 不同围压下, 强度之比值为

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_{f_1}}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{f_2}} = \frac{\sigma_{31} \sin \varphi + c \cos \varphi}{\sigma_{32} \sin \varphi + c \cos \varphi} \quad . \quad (7)$$

$E_{t0}$  的变化也类似于随围压增大而增大, 参考 Duncan-Chang 模型和小应变硬化土模型, 引入指数函数, 提出  $E_{t0}$  随深度的变化关系式:

$$E_{t0} = E'_{t0} \left( \frac{p + c \cot \varphi}{p_0 + c \cot \varphi} \right)^m \quad . \quad (8)$$

式中  $p$  为要计算深度  $h$  处的土体自重应力,  $p=\gamma h$ ;  $E'_{t0}$  为某深度  $h_0$  处已知的初始切线模量;  $p_0$  为初始自重应力, 为  $\gamma h_0$ ,  $h_0$  为  $E'_{t0}$  对应的深度;  $c$  为黏聚力,  $\varphi$  为内摩擦角,  $m$  为系数。当  $E'_{t0}$  无实测数据时, 可取 2 倍的变形模量  $E_0$ , 据实例计算验证, 此时对应的  $p_0$  取 20 kPa 是一个较为合适的选择。对于砂土,  $c=0$ , 又只有地表  $E'_{t0}$  实测数据进而无法进行计算时, 也可用  $p=20$  kPa 进行计算, 即增大系数最小值为 1。

为确定式 (8) 中系数  $m$  的取值, 现对图 14 中  $E_{t0}$  与  $H$  的散点关系进行拟合, 可以得到该工况下的系数  $m=0.4$ , 拟合结果见图 15。

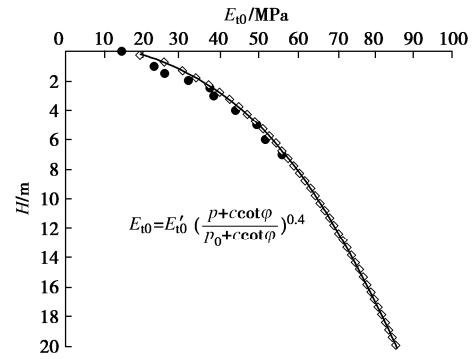


图 15  $E_{t0}$  与  $H$  拟合图

Fig. 15 Fitting of  $E_{t0}$  and  $H$

根据以上考虑, 切线模量法  $E_t$  计算式变为

$$E_t = \left(1 - R_f \frac{p}{p_u}\right)^2 \left(\frac{p + c \cot \varphi}{p_0 + c \cot \varphi}\right)^m E'_{t0} \quad . \quad (9)$$

这就是地基沉降计算的高级切线模量法。该式参数少且物理意义明确，可以用压板试验确定，保证了参数的原位特性，又较好反映了土的非线性特性。

### 2.3 压板尺寸与 $m$ 的关系研究

为讨论  $m$  与压板尺寸的关系，现进行压板尺寸分别为  $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 、 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$  的  $E_{t0}$  与  $H$  关系计算，并将  $m=0.4$  代入式（8）中与散点图进行对比，见图 16、17，图中显示，在压板尺寸不同时，拟合结果依旧比较接近，可以发现  $m$  的值与压板尺寸无关，是由土层的属性决定的。

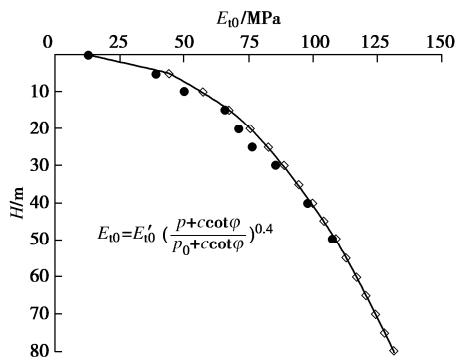


图 16  $E_{t0}$  与  $H$  拟合图( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )

Fig. 16 Fitting of  $E_{t0}$  and  $H$  ( $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ )

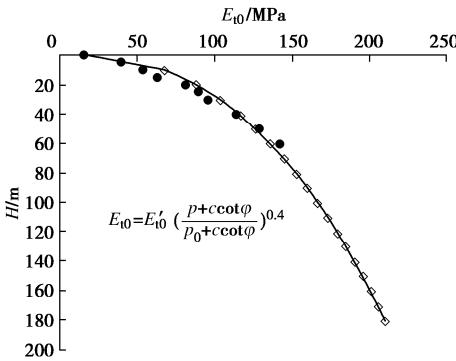


图 17  $E_{t0}$  与  $H$  拟合图( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )

Fig. 17 Fitting of  $E_{t0}$  and  $H$  ( $20\text{ m} \times 20\text{ m}$ )

## 3 高级切线模量法与其他方法的对比

### 3.1 $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ 压板的对比

为验证高级切线模量法的实用性，用以上的案例参数，计算  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  尺寸压板无埋深时底部中心点位置土体的  $p-s$  曲线以及  $H-S$  曲线，基础宽度  $b=1\text{ m}$ ，埋深  $d=0\text{ m}$ ，基础施加每级荷载增量为  $10\text{ kPa}$ ，即  $\Delta p=10\text{ kPa}$ ，分层厚度  $\Delta h=0.5\text{ m}$ ，取每层土的中心点位置进行计算，计算深度  $h$  取  $10\text{ m}$ ，可分为  $20$  层。以第一层荷载计算  $p=10\text{ kPa}$  为例说明计算过程。其中计算时选取的  $E_{t0}$  为由式（8）计算出的结果。

第一级荷载下，第一层土计算深度为  $z_1=$

$0.25\text{ m}$ ，附加应力系数  $K_c=0.9299$ ，则该深度处附加应力  $\Delta\sigma_1=9.299\text{ kPa}$ ， $p_u=169.9\text{ kPa}$ （按  $p_u=cN_c+\gamma_0dN_q+\frac{1}{2}\gamma bN_y$  计算）。

将  $h=0.25$  代入式（8）得该层土的切线模量， $E_{t0}$  为  $19.38\text{ MPa}$ ， $E_{tl}=17.32\text{ MPa}$ 。则第一层的沉降为  $\Delta s_1=0.27\text{ mm}$ 。

第二层土计算深度为  $z_1=0.75\text{ m}$ ，附加应力系数  $K_c=0.4842$ ，则该深度处附加应力  $\Delta\sigma_2=4.84\text{ kPa}$ ， $p_u=258.5\text{ kPa}$ 。

该层土的切线模量  $E_{t2}=24.69\text{ MPa}$ （此处  $h=0.75\text{ m}$  代入式（8）， $E_{t0}$  已变为  $25.64\text{ MPa}$ ）。则第二层的沉降为  $\Delta s_2=0.10\text{ mm}$ 。

以此类推，可求得每一层土的沉降值，将每一层土的沉降值叠加，可以在最终求得第一级荷载  $10\text{ kPa}$  下土体的最终沉降值  $s_1=0.47\text{ mm}$ 。

同样对计算结果考虑基础刚性，乘以系数  $0.8$ ，作为最终结果，即  $s'_1=0.376\text{ mm}$ 。

重复以上过程，可求得每级荷载下的沉降值，根据计算结果绘制该压板尺寸下的  $p-s$  曲线并与原切线模量法以及有限元各方法的计算结果进行对比，见图 18 所示。当  $p=50\text{ kPa}$  时沉降  $s$  随深度  $H$  的变化情况对比见图 19，切线模量  $E_t$  随深度的变化对比见图 20。图中表明当压板尺寸为  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  时，用高级切线模量法计算的结果与原切线模量法差别不大，各级荷载计算得到的最终沉降量都比较接近有限元小应变硬化土模型得出的值，沉降  $S$  随深度  $H$  的变化情况也相差不大。虽然两种方法计算深层土的  $E_t$  时结果差别很大，但由于压板尺寸较小，荷载影响深度也较小，所以深部的  $E_t$  变化情况对计算结果影响并不大。

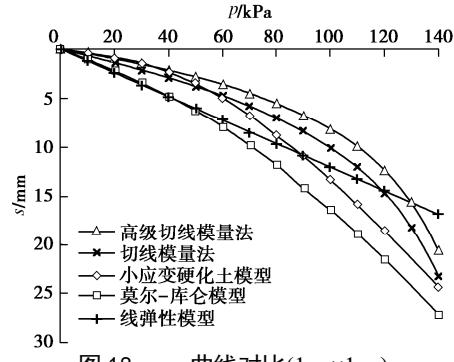
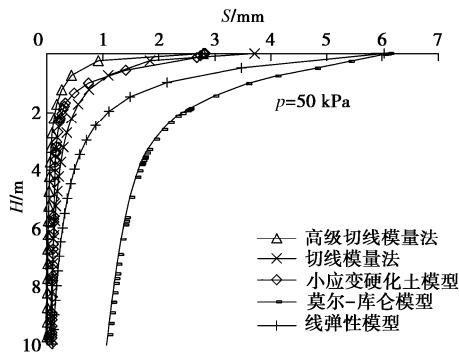
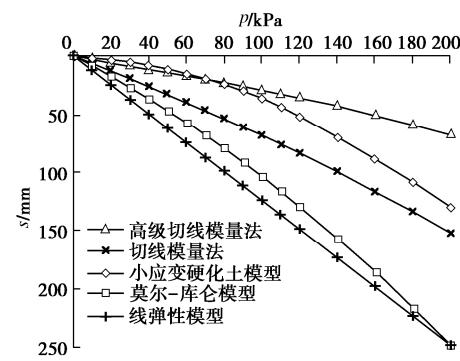
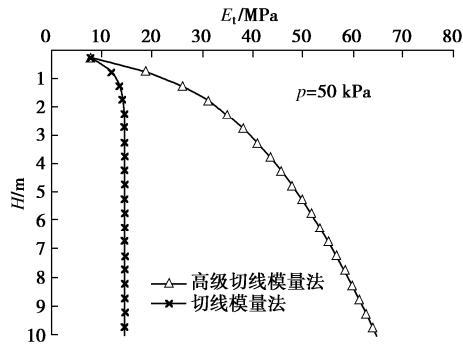
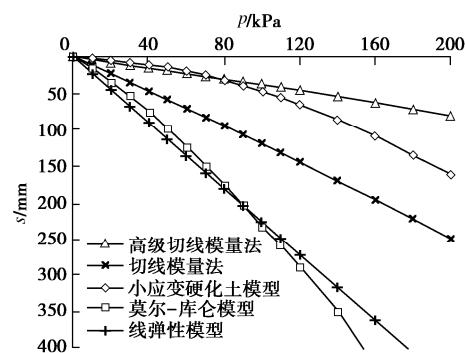
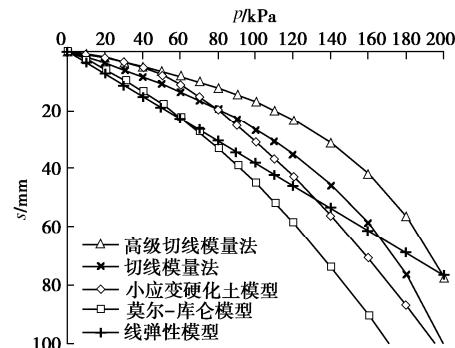
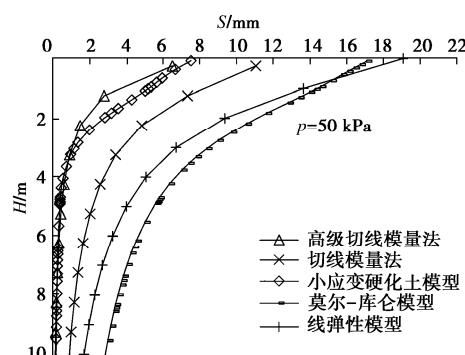
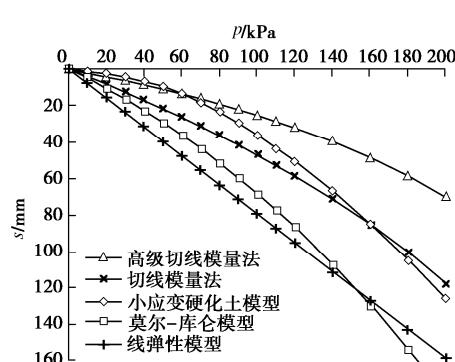
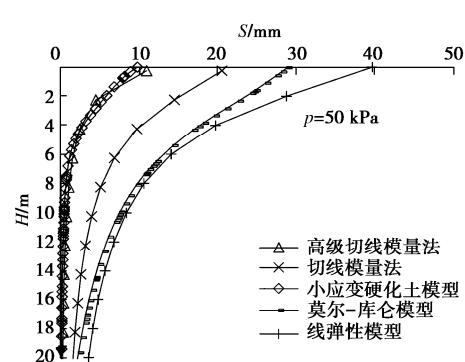


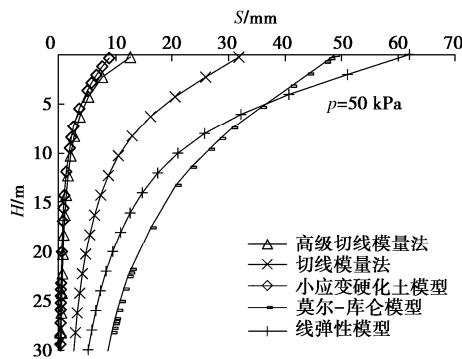
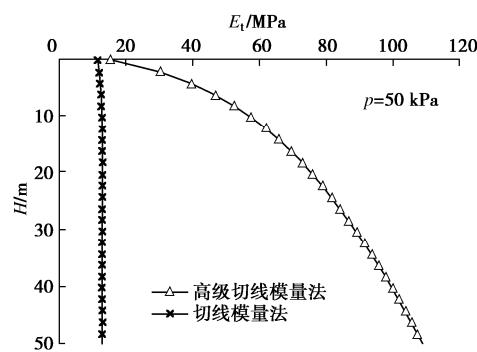
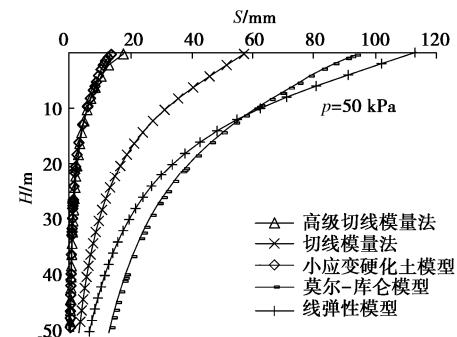
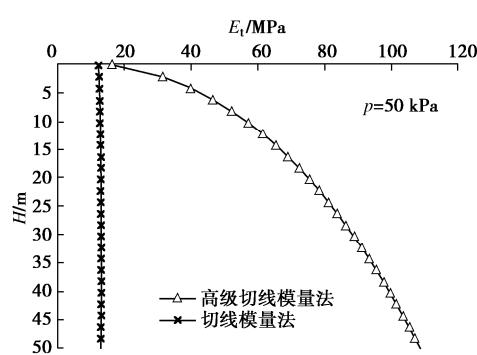
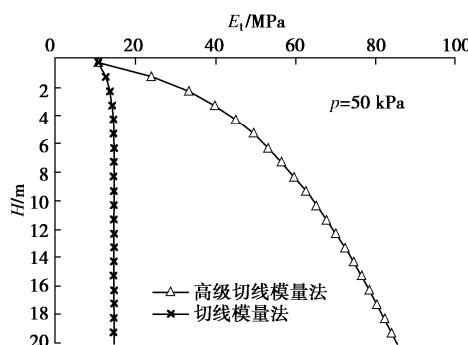
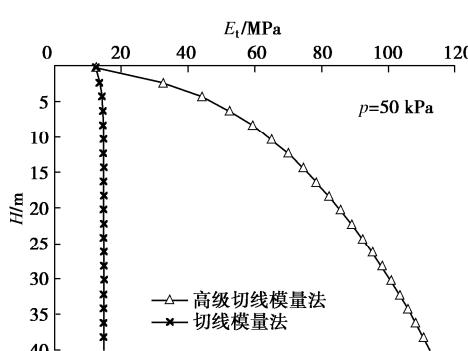
图 18  $p-s$  曲线对比( $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ )

Fig. 18 Comparison of  $p-s$  curves ( $1\text{ m} \times 1\text{ m}$ )

### 3.2 其他尺寸基础的对比

现同时对  $3\text{ m} \times 3\text{ m}$ 、 $6\text{ m} \times 6\text{ m}$ 、 $10\text{ m} \times 10\text{ m}$ 、 $20\text{ m} \times 20\text{ m}$  尺寸基础的情况进行相同计算，可做出各尺寸压板底部中心点位置土体的  $p-s$  曲线对比，见图 21~24，当  $p=50\text{ kPa}$  时的  $H-S$  曲线对比见图 25~28， $E_t$  随深度的变化对比见图 29~32。图中显示，在基础

图 19  $H$ - $S$  曲线对比( $1\text{m}\times 1\text{m}$ )Fig. 19 Comparison of  $H$ - $S$  curves ( $1\text{m}\times 1\text{m}$ )图 23  $p$ - $s$  曲线对比( $10\text{m}\times 10\text{m}$ )Fig. 23 Comparison of  $p$ - $s$  curves ( $10\text{m}\times 10\text{m}$ )图 20  $E_t$ - $H$  曲线对比( $1\text{m}\times 1\text{m}$ )Fig. 20 Comparison of  $E_t$ - $H$  curves ( $1\text{m}\times 1\text{m}$ )图 24  $p$ - $s$  曲线对比图( $20\text{m}\times 20\text{m}$ )Fig. 24 Comparison of  $p$ - $s$  curves ( $20\text{m}\times 20\text{m}$ )图 21  $p$ - $s$  曲线对比( $3\text{m}\times 3\text{m}$ )Fig. 21 Comparison of  $p$ - $s$  curves ( $3\text{m}\times 3\text{m}$ )图 25  $H$ - $S$  曲线对比图( $3\text{m}\times 3\text{m}$ )Fig. 25  $H$ - $S$  curve comparison ( $3\text{m}\times 3\text{m}$ )图 22  $p$ - $s$  曲线对比图( $6\text{m}\times 6\text{m}$ )Fig. 22 Comparison of  $p$ - $s$  curves ( $6\text{m}\times 6\text{m}$ )图 26  $H$ - $S$  曲线对比图( $6\text{m}\times 6\text{m}$ )Fig. 26 Comparison of  $H$ - $S$  curves ( $6\text{m}\times 6\text{m}$ )

图 27  $H - S$  曲线对比图( $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ )Fig. 27 Comparison of  $H - S$  curves ( $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ )图 31  $E_t - H$  曲线对比图( $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ )Fig. 31 Comparison of  $E_t - H$  curves ( $10 \text{ m} \times 10 \text{ m}$ )图 28  $H - S$  曲线对比图( $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ )Fig. 28 Comparison of  $H - S$  curves ( $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ )图 32  $E_t - H$  曲线对比图( $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ )Fig. 32 Comparison of  $E_t - H$  curves ( $20 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ )图 29  $E_t - H$  曲线对比图( $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ )Fig. 29 Comparison of  $E_t - H$  curves ( $3 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ )图 30  $E_t - H$  曲线对比图( $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ )Fig. 30 Comparison of  $E_t - H$  curves ( $6 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ )

## 4 工程实例验证

### 4.1 工程实例一

该工程<sup>[8-9]</sup>为新建两座  $5 \times 10^4 \text{ m}^3$  油罐, 对其中一座油罐 (ST102 油罐) 进行试验研究, 该油罐直径 60 m, 受充水荷载, 在各级充水荷载下油罐中心点地表沉降情况如图 33 所示。为分析油罐中心点在各级充水荷载下地基深层土的变形情况, 以深层土实测变形  $S$  为横坐标, 埋深  $H$  为纵坐标, 绘制出在各级荷载下地基深层土的沉降实测曲线如图 34 所示。

为方便计算, 在计算时将土近似分为 3 层, 第一层土为粉质黏土, 厚度为 12 m, 第二层为淤泥质黏土, 厚度为 18 m, 最下层为砂质粉土。土的基本力学性质见表 5, 其中变形模量  $E_0$  是根据文献[5, 10]所计算出

的经验值。用有限元方法计算沉降时, 莫尔-库仑模型以及线弹性模型参数取值见表 6, 7, 小应变硬化土模型参数取值见表 8, 取  $E_{\text{ed}}=E_{50}=E_0$ ,  $E_{\text{ur}}=3E_{50}$ ,  $G_0=1.5E_{\text{ur}}$ , 一般取  $\gamma_{0.7}=2\times 10^{-4}$ 。PLAXIS 软件有限元模型见图 35, 其中基础采用 2D 板单元, 厚度为 2 m, 弹性模量取  $1\times 10^{12}$  kPa。

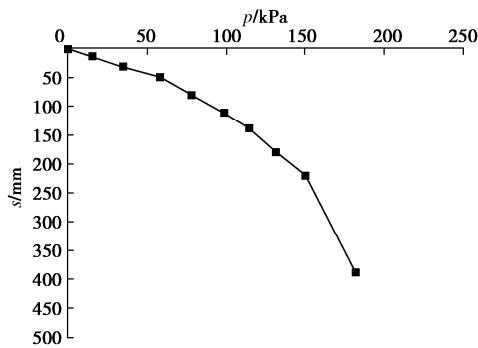
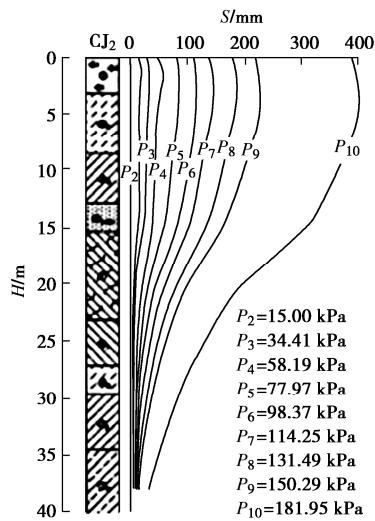
图 33 实测  $p$ - $s$  曲线Fig. 33 Measured  $p$ - $s$  curves图 34 不同充水荷载下  $H$ - $S$  曲线Fig. 34  $H$ - $S$  curves under different water-filling loads

表 5 土的基本力学参数

Table 5 Mechanical parameters of soil

| 土体名称  | $\gamma$<br>$(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$ | $c$<br>$(\text{kPa})$ | $\varphi$<br>$(^\circ)$ | $e$  | $E_{\text{s1-2}}$<br>$/\text{MPa}$ | $E_0$<br>$/\text{MPa}$ |
|-------|---|-----------------------|-------------------------|------|------------------------------------|------------------------|
| 粉质黏土  | 18.5  | 18.3                  | 19.5                    | 1.15 | 7.5                                | 14                     |
| 淤泥质黏土 | 17.6  | 7.5                   | 5.8                     | 1.20 | 3                                  | 4.1                    |
| 砂质粉土  | 18.3  | 10                    | 20                      | 1    | 7.4                                | 14                     |

表 6 莫尔-库仑模型参数取值

Table 6 Mechanical parameters for Mohr Coulomb model

| 土层        | $\gamma$<br>$(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$ | $\nu$ | $c$<br>$(\text{kPa})$ | $\varphi$<br>$(^\circ)$ | $E$<br>$/\text{MPa}$ |
|-----------|---|-------|-----------------------|-------------------------|----------------------|
| 粉质黏土      | 18.5  | 0.3   | 18.3                  | 19.5                    | 14                   |
| 淤泥质<br>黏土 | 17.6  | 0.3   | 7.5                   | 5.8                     | 4.1                  |
| 砂质粉土      | 18.3  | 0.3   | 10                    | 20                      | 14                   |

表 7 线弹性模型参数取值

Table 7 Mechanical parameters for linear elastic model

| 土层    | $\gamma$<br>$(\text{kN}\cdot\text{m}^{-3})$ | $\nu$ | $E$<br>$/\text{MPa}$ |
|-------|---|-------|----------------------|
| 粉质黏土  | 18.5  | 0.3   | 14                   |
| 淤泥质黏土 | 17.6  | 0.3   | 4.1                  |
| 砂质粉土  | 18.3  | 0.3   | 14                   |

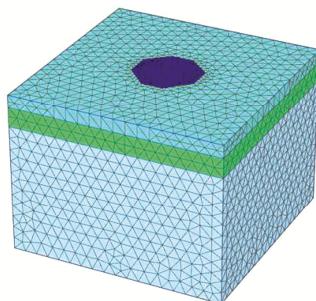


图 35 有限元模型图

Fig. 35 Finite element model diagram

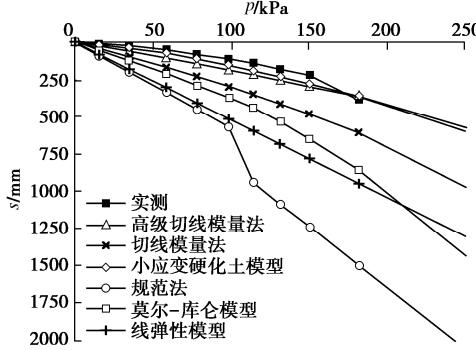
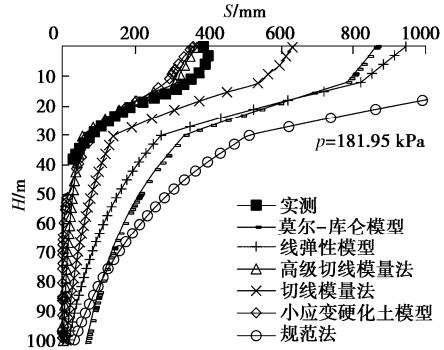
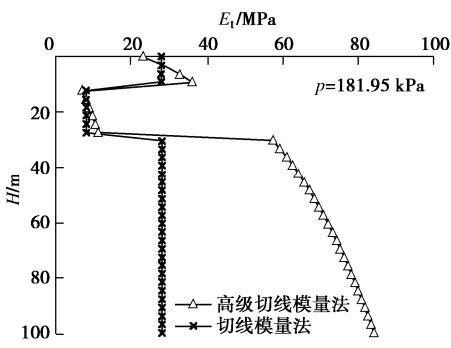
用各方法计算基础中心点位置土体的  $p$ - $s$  曲线, 用切线模量法计算时,  $E_{\text{t0}}$  取 2 倍的变形模量  $E_0$ , 不同的土层取的  $E_{\text{t0}}$  也不同。高级切线模量法不同深度的  $E_{\text{t0}}$  取值按式 (8) 计算,  $E'_{\text{t0}}$  取  $2E_0$ ,  $p_0$  取 20 kPa,  $m$  取 0.3, 其中下层土  $E_{\text{t0}}$  计算时不考虑上层土的影响, 直接按深度计算, 如计算淤泥质黏土层的分层沉降时, 首先需确定计算层对应的深度, 如 20 m 埋深处, 再将该深度 ( $h=20$  m) 对应的自重应力  $p$  和初始切线模量  $E'_{\text{t0}}$  代入式 (8), 按参数  $c=7.5$  kPa、 $\varphi=5.8^\circ$  计算该深度处的  $E_{\text{t0}}$ 。用两种切线模量法计算时, 分层厚度为 3 m 一层, 荷载按实测的分级方式分级, 竖向应力按均质弹性解计算, 计算各分层沉降, 然后叠加, 如 3.1 节所述, 各土层  $R_f$  取值都为 1.0。计算过程中, 0~12 m 深度的土层取  $\varphi=19.5^\circ$  计算  $N_\gamma$ ,  $N_q$ ,  $N_c$ , 12~30 m 深度的土层取  $\varphi=5.8^\circ$  计算  $N_\gamma$ ,  $N_q$ ,  $N_c$ , 30 m 以下深度的土层取  $\varphi=20^\circ$  计算  $N_\gamma$ ,  $N_q$ ,  $N_c$ , 按照不同土层的  $E_{\text{t0}}$  分别计算不同深度土层的实际切线模量  $E_{\text{t}}$ , 最终计算深度为 200 m。

规范法计算沉降时, 采用式 (1) 计算, 分层厚度为每层 6 m, 计算深度为 200 m, 其中压缩模量采用表 5 中的  $E_{\text{s1-2}}$  值, 修正系数  $\psi_s$  根据国家规范<sup>[2]</sup>中规定取值, 在  $p<114.25$  kPa 时,  $\psi_s$  取 0.7, 当  $p\geq 114.25$  kPa 时,  $\psi_s$  取 1.0。

两种切线模量法以及规范法的最终沉降计算结果都考虑基础刚度影响, 乘以系数 0.8, 最终得到的基础底部中心点位置土体  $p$ - $s$  曲线对比如图 36 所示, 充水荷载为 181.95 kPa 时, 不同方法计算的  $H$ - $S$  曲线见图 37, 两种切线模量法的  $E_{\text{t}}$  对比见图 38。图中显示, 有限元小应变硬化土模型与高级切线模量法算出的结果近似, 也最接近实测值。而其他方法计算的结果比实测值大较多, 用来计算沉降则过于保守。

表 8 小应变硬化土模型参数取值  
Table 8 Mechanical parameters of soil for small-strain hardening model

| 土层    | $\gamma$<br>( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ) | $v_{ur}$ | $c$<br>(kPa) | $\phi$<br>(°) | $K_0^{\text{nc}}$ | $p^{\text{ref}}$<br>/kPa | $m$ | $G_0^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{\text{oed}}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{\text{s0}}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $E_{\text{ur}}^{\text{ref}}$<br>/MPa | $\gamma^{0.7}$     |
|-------|---|----------|--------------|---------------|-------------------|--------------------------|-----|----------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------|
| 粉质黏土  | 18.50   | 0.2      | 18.3         | 19.5          | 0.6662            | 100                      | 0.8 | 63.0                       | 14                                    | 14.0                                 | 42.0                                 | $2 \times 10^{-4}$ |
| 淤泥质黏土 | 17.60   | 0.2      | 7.5          | 5.8           | 0.8989            | 100                      | 0.8 | 18.1                       | 4.1                                   | 4.1                                  | 12.3                                 | $2 \times 10^{-4}$ |
| 砂质粉土  | 18.30   | 0.2      | 10.0         | 20.0          | 0.6580            | 100                      | 0.5 | 63.0                       | 14                                    | 14.0                                 | 42.0                                 | $2 \times 10^{-4}$ |

图 36 不同方法  $p$ - $s$  曲线对比Fig. 36 Comparison of  $p$ - $s$  curves of different methods图 37 不同方法  $H$ - $S$  曲线对比图Fig. 37 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods图 38  $E_t$ - $H$  曲线对比图Fig. 38 Comparison of  $E_t$ - $H$  curves by various methods

#### 4.2 工程实例二

该项目<sup>[11]</sup>是南非德班的海上游行假日酒店，从1982年中期开始规划建设，并于1985年4月开业。场地被海滩沉积物、夹层砂、港口河床的粉砂和粉质黏土以及地下约50~60 m处的白垩纪砂岩所覆盖，土层根据性质的不同可分为5层，地层简化图见图39，基本力学参数见表9，其中各参数取值依据如下：砂

土内摩擦角 $\phi$ 值是根据广东省《建筑地基基础设计规范》<sup>[12]</sup>推荐的砂土标贯击数 $N$ 值与内摩擦角 $\phi$ 值关系式 $\phi = \sqrt{20N} + 15$ 计算所得，变形模量 $E_0$ 则根据文献[5]通过地基承载力反算得到，粉质黏土与白垩纪砂岩参数也据文献[5]通过地基承载力反算得到。

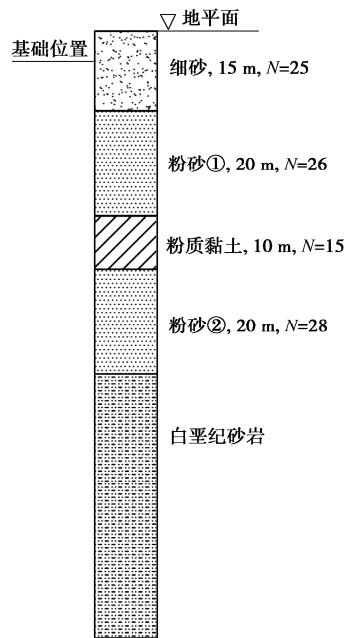


图 39 地层分布图

Fig. 39 Distribution of soil strata

表 9 土的基本力学参数

Table 9 Mechanical parameters of soil

| 土体名称  | $\gamma$<br>( $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$ ) | $c$<br>(kPa) | $\phi$<br>(°) | $E_0$<br>/MPa |
|-------|---|--------------|---------------|---------------|
| 细砂    | 18.5  | 0            | 37            | 44.4          |
| 粉砂①   | 18.5  | 0            | 38            | 48.7          |
| 粉质黏土  | 18.5  | 25           | 22            | 27.0          |
| 粉砂②   | 18.5  | 0            | 39            | 67.3          |
| 白垩纪砂岩 | 18.5  | 150          | 38            | 250.0         |

基础设计时采用筏板基础，基础长68.5 m，宽36.4 m，厚度2 m，基础埋深为6.4 m，基础上总应力为220 kPa，基础底部中心点位置土体最终沉降量为33.4 mm，测得土体沉降 $S$ 随埋深 $H$ 变化的规律如图40所示。

用有限元方法计算土体沉降时，莫尔-库仑模型以及线弹性模型参数取值见表10, 11，其中莫尔-库仑模型与线弹性模型的模量取变形模量，小应变硬化

土模型参数取值见表 12。PLAXIS 建模见图 41, 基础采用 2D 板单元, 厚度为 2 m, 弹性模量取  $1 \times 10^{12}$  kPa。计算时施工步骤分为 3 步: ①初始应力场分析; ②开挖并位移清零; ③加载。

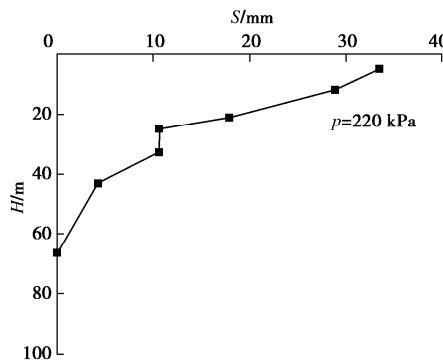
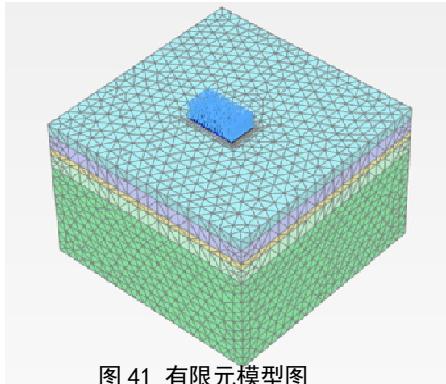
图 40 实测  $H$ - $S$  曲线Fig. 40 Measured  $H$ - $S$  curves

图 41 有限元模型图

Fig. 41 Diagram of finite element model

表 10 莫尔-库仑模型参数取值

Table 10 Parameters for Mohr Coulomb model

| 土层    | $\gamma$<br>( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $\nu$ | $c$<br>/kPa | $\phi$<br>( $^{\circ}$ ) | $E$<br>/MPa |
|-------|---|-------|-------------|--------------------------|-------------|
| 细砂    | 18.5  | 0.3   | 0           | 37                       | 44.4        |
| 粉砂①   | 18.5  | 0.3   | 0           | 38                       | 48.7        |
| 粉质黏土  | 18.5  | 0.3   | 25          | 22                       | 27.0        |
| 粉砂②   | 18.5  | 0.3   | 0           | 39                       | 67.3        |
| 白垩纪砂岩 | 18.5  | 0.3   | 150         | 38                       | 250.0       |

用切线模量法计算时,  $E_{t0}$  取 2 倍的变形模量  $E_0$ , 高级切线模量法不同深度  $E_{t0}$  取值按式(8)计算, 其中  $E'_{t0}$  取  $2E_0$ ,  $p_0$  取 20 kPa,  $m$  取 0.3, 下层土  $E_{t0}$  计算时不考虑上层土的影响, 直接按深度计算, 分层厚度为 5 m 一层, 荷载分 5 级加载, 每级为 44 kPa, 总荷

载为 220 kPa, 各土层  $R_f$  取值都为 1.0, 按照不同土层的  $E_{t0}$  分别计算不同深度土层的实际切线模量  $E_t$ , 最终计算深度则为 200 m, 两种方法考虑基础刚度乘系数 0.8, 计算得出基础底部中心点位置土体沉降量分别为 82.32, 36.21 mm。

表 11 线弹性模型参数取值

Table 11 Parameters for linear elastic model

| 土层    | $\gamma$<br>( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $\nu$ | $E$ /MPa |
|-------|---|-------|----------|
| 细砂    | 18.5  | 0.3   | 44.4     |
| 粉砂①   | 18.5  | 0.3   | 48.7     |
| 粉质黏土  | 18.5  | 0.3   | 27.0     |
| 粉砂②   | 18.5  | 0.3   | 67.3     |
| 白垩纪砂岩 | 18.5  | 0.3   | 250.0    |

不同方法计算的  $H$ - $S$  曲线见图 42, 两种切线模量法的  $E_t$  对比见图 43。图中显示, 小应变硬化土模型与高级切线模量法算出的结果较接近实测值, 而其他方法计算的结果比实测值大较多, 进一步证明了高级切线模量法的实用性。

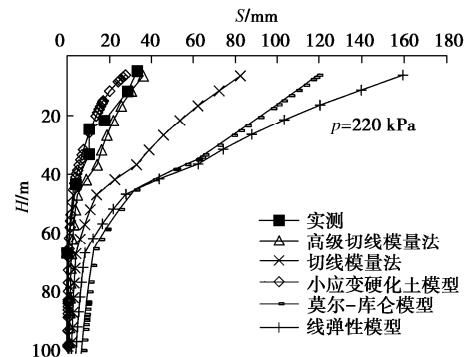
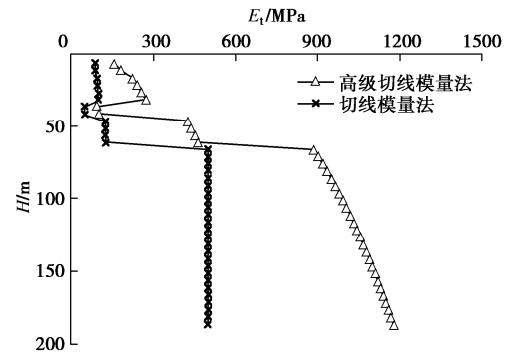
图 42 不同方法  $H$ - $S$  曲线对比图Fig. 42 Comparison of  $H$ - $S$  curves by various methods图 43  $E_t$ - $H$  曲线对比图Fig. 43 Comparison of  $E_t$ - $H$  curves by various methods

表 12 小应变硬化土模型参数取值

Table 12 Parameters of soil for small-strain hardening model

| 土层    | $\gamma$<br>( $\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$ ) | $\nu_{ur}$ | $c$<br>/kPa | $\phi$<br>( $^{\circ}$ ) | $K_0^{nc}$ | $p^{ref}$<br>/kPa | $m$ | $G_0^{ref}$<br>/MPa | $E_{oed}^{ref}$<br>/MPa | $E_{50}^{ref}$<br>/MPa | $E_{ur}^{ref}$<br>/MPa | $\gamma^{0.7}$     |
|-------|---|------------|-------------|--------------------------|------------|-------------------|-----|---------------------|-------------------------|------------------------|------------------------|--------------------|
| 细砂    | 18.5  | 0.2        | 0           | 37                       | 0.398      | 100               | 0.5 | 199.8               | 44.4                    | 44.4                   | 133.2                  | $2 \times 10^{-4}$ |
| 粉砂①   | 18.5  | 0.2        | 0           | 38                       | 0.384      | 100               | 0.5 | 438.3               | 48.7                    | 48.7                   | 146.1                  | $2 \times 10^{-4}$ |
| 粉质黏土  | 18.5  | 0.2        | 25          | 22                       | 0.625      | 100               | 0.8 | 121.5               | 27.7                    | 27.7                   | 81.0                   | $2 \times 10^{-4}$ |
| 粉砂②   | 18.5  | 0.2        | 0           | 39                       | 0.371      | 100               | 0.5 | 302.8               | 67.3                    | 67.3                   | 201.9                  | $2 \times 10^{-4}$ |
| 白垩纪砂岩 | 18.5  | 0.2        | 150         | 38                       | 0.384      | 100               | 0.5 | 1125.0              | 250                     | 250                    | 750.0                  | $2 \times 10^{-4}$ |

## 5 结 论

本文在切线模量法的基础上, 提出了考虑初始切线模量沿深度增加的高级切线模量法, 通过用小应变硬化土模型数值方法探究  $E_{t0}$  随深度的变化参数  $m$ 。主要得出 3 点结论。

(1) 用切线模量法计算最终沉降量时, 对于常规尺寸, 如小于 6 m 的基础来说影响不大, 能够取得较好的效果。

(2) 对于边长大于 10 m 这样大尺寸的筏板基础, 当计算深度较深时, 常规切线模量法计算出的沉降量偏大。

(3) 初步的应用表明, 考虑初始切线模量沿深度增加的高级切线模量法是更合理的地基沉降计算方法, 结果与小应变硬化土模型和实测值比较接近。同时, 该法简单方便, 参数少且物理意义明确, 易确定, 更好地反映了土的非线性变形特性, 可以方便地用原位试验确定参数, 使确定的参数能反映原位土的特性, 保证了参数的可靠性, 为地基沉降计算提供了先进可靠而又非常简单的方法, 是很值得发展完善的方法。

如何针对不同土, 更合理地确定高级切线模量法中初始切线模量指数  $m$  还需进一步地研究探讨, 并需要更多的工程验证。

## 参考文献:

- [1] 王海波, 徐明, 宋二祥. 基于硬化土模型的小应变本构模型研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(1): 39–43, 136. (WANG Hai-bo, XU Ming, SONG Er-xiang. A small strain constitutive model based on hardening soil model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(1): 39–43, 136. (in Chinese))
- [2] 建筑地基基础设计规范: GB 50007—2011[S]. 2012. (Code for Design of Building Foundation: GB 50007—2011[S]. 2012. (in Chinese))
- [3] 杨光华. 地基非线性沉降计算的原状土切线模量法[J]. 岩土工程学报, 2006, 28(11): 1927–1931. (YANG Guang-hua. Nonlinear settlement computation of the soil foundation with the undisturbed soil tangent modulus method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28(11): 1927–1931. (in Chinese))
- [4] 杨光华, 王俊辉. 地基非线性沉降计算原状土切线模量法的推广和应用[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 1): 33–37. (YANG Guang-hua, WANG Jun-hui. Application of undisturbed soil tangent modulus method for computing nonlinear settlement of soil foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(S1): 33–37. (in Chinese))
- [5] 杨光华. 根据经验地基承载力反算土的强度和变形参数[J]. 广东水利水电, 2002(1): 3–6. (YANG Guang-hua. According to the experience of foundation bearing capacity to inverse the strength and deformation parameters of soil[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower, 2002(1): 3–6. (in Chinese))
- [6] 杨光华. 深基坑支护结构的实用计算方法及其应用[M]. 北京: 地质出版社, 2004. (YANG Guang-hua. Practical Calculation Method of Retaining Structures for Deep Excavations and Its Application[M]. Beijing: Geological Publishing House, 2004. (in Chinese))
- [7] DUNCAN J M, CHANG C Y. Nonlinear analysis of stress and strain in soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1970, 96(5): 1629–1653.
- [8] 赵同顺, 周波. 大型油罐地基变形特性的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(6): 1037–1043. (ZHAO Tong-shun, ZHOU Bo. Deformation behaviors of soft foundation under large oil tank[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(6): 1037–1043. (in Chinese))
- [9] 赵同顺.  $5 \times 10^4 \text{ m}^3$  大型油罐岩土工程实录[C]// 第五届全国岩土工程实录交流会岩土工程实录集, 2000, 南京. (ZHAO Tong-shun. Geotechnical engineering record of  $5 \times 10^4 \text{ m}^3$  large oil tank[C]// The 5th National Geotechnical Engineering Record Exchange Conference, 2000, Nanjing. (in Chinese))
- [10] 舒武堂, 李国胜, 蒋涛. 武汉地区淤泥质软土、黏性土的压缩模量与变形模量的相关关系[J]. 岩土工程界, 2004, 7(7): 29–30. (SHU Wu-tang, LI Guo-sheng, JIANG Tao. The correlativity between the compression model and elastic model for silt and clay in Wuhan[J]. Geotechnical Engineering World, 2004, 7(7): 29–30. (in Chinese))
- [11] C M PLANT G W. The settlement performance of a raft supporting a 27-storey hotel on estuarine deposits in Durban[J]. Civil Engineering = Siviele Ingenieurswese, 1990, 32(6).
- [12] 建筑地基基础设计规范: DBJ15—31—2016[S]. 2016. (Design Code for Building Foundation: DBJ15—31—2016[S]. 2016. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205002

# 复合衬垫中污染物一维瞬态扩散 - 对流运移规律研究

冯世进, 彭明清, 陈樟龙, 陈宏信

(同济大学地下建筑与工程系岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200029)

**摘要:** 采用 GMB (土工膜) /GCL (膨润土防水毯) /SL (土质垫层) 复合衬垫全瞬态扩散 - 对流运移解析模型, 考察了对流区域对污染物运移计算结果的影响; 探讨了用渗滤液水头高度替代衬垫水头差的简化计算的可行性; 探究了土工膜类型对复合衬垫防污阻隔性能的影响; 分析了对流、扩散、吸附作用对渗沥液中典型有机污染物运移规律的影响。研究结果表明: ①渗沥液水头为 10, 5, 3, 0.3 m 的情况下, 采用全局对流模型相比局部对流模型的击穿时间相应分别高出了 233%, 151%, 111%, 24%; ②采用渗沥液水头替代水头差的简化计算结果是可行的; ③采用 f-HDPE 土工膜的复合衬垫, 其击穿时间比采用 PVC, LLDPE, HDPE 的分别提高了 36%, 33%, 22%; ④渗沥液水头为 10, 5, 1 m 时, 忽略对流作用会使击穿时间分别被高估 68%, 34%, 6%; ⑤孔洞频数由 2.5 增大到 50, 30, 10, 5 个/ ( $10^3 \text{ m}^2$ ), 击穿时间分别缩短了 54%, 41%, 16%, 6%; ⑥SL 有效扩散系数降低 90%, 衬垫击穿时间提高了 2~6 倍; SL 吸附系数从 1 mL/g 提升到 5, 15, 30, 50 mL/g, 击穿时间分别提升了 311%, 1086%, 2249%, 3798%。以上对复合衬垫防污阻隔机理的研究结果, 可为实践中衬垫的使用和改进提供一定的参考和建议。

**关键词:** 垃圾填埋场; 复合衬垫; 扩散; 对流; 吸附; 运移规律; 土工膜

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0799-11

作者简介: 冯世进(1978—), 男, 博士, 教授, 主要从事环境岩土方向的教学和科研工作。E-mail: fsjg@tongji.edu.cn。

## One-dimensional transport of transient diffusion-advection of organic contaminant through composite liners

FENG Shi-jin, PENG Ming-qing, CHEN Zhang-long, CHEN Hong-xin

(Department of Geotechnical Engineering, Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200029, China)

**Abstract:** Using the fully transient diffusion-advection transport model for transport of organic contaminant in GMB/GCL/SL composite liner, a series of parameter sensitivity studies are conducted to analyze the influences of several important parameters on the barrier performance of the composite liner. The results show that: (1) When the leachate head is 10, 5, 3 and 0.3 m, the breakthrough time obtained by the full advection model is higher by 233%, 151%, 111% and 24% than that obtained by the local advection model, respectively. (2) It is appropriate to use  $h_w$  as an alternative for  $h_d$  for simplification. (3) The breakthrough time of the composite liner with f-HDPE geomembrane is 36%, 33% and 22% higher than that with PVC, LLDPE and HDPE, respectively. (4) When the leachate head is 10, 5 and 1 m, the breakthrough time will be overestimated due to ignoring the effects of advection by 68%, 34% and 6%, respectively. (5) When the frequency of holes increases from 2.5 to 50, 30, 10 and 5  $\text{ha}^{-1}$ , the breakthrough time decreases by 54%, 41%, 16% and 6%, respectively. (6) The effective diffusion coefficient of SL decreases by 90%, and the breakthrough time of the liner increases by 2~6 times. The adsorption coefficient of SL increases from 1 mL/g to 5, 15, 30 and 50 mL/g, and the breakthrough time increases by 311%, 1086%, 2249% and 3798%, respectively. The above research results may provide some reference and suggestions for the use and improvement of the liner in practice.

**Key words:** landfill; composite liner; molecular diffusion; advection; adsorption; transport law; geomembrane

## 0 引言

复合衬垫通常由土工膜 (GMB)、膨润土防水毯 (GCL) 以及土质垫层 (SL) 等组成, 用来阻隔填埋场渗沥液中污染物的外泄, 以防对周边的自然环境造

成污染<sup>[1-8]</sup>。有机污染物是填埋场渗沥液中有害物质的

基金项目: 国家自然科学基金杰出青年基金项目 (41725012); 国家重点研发计划项目 (2020YFC1808104); 国家自然科学基金重点项目 (41931289); 国家自然科学基金面上项目 (42077250)

收稿日期: 2021-05-18

重要组成，在较低浓度就可能有很强的毒性<sup>[9-11]</sup>。完整土工膜是无机污染物的优异阻隔材料，但研究表明一些可挥发有机物（VOCs）可轻易穿透土工膜材料<sup>[10-19]</sup>。此外，土工膜由于施工等原因会不可避免地存在一定的孔洞缺陷，从而形成渗沥液的泄露。这对土工膜作为渗沥液中有机污染物的有效阻隔提出了挑战。因此，研究有机污染物穿过复合衬垫的运移规律，对于揭示复合衬垫防污阻隔性能具有重要意义。

尽管不少学者提出了溶质穿过层状介质的扩散-对流解析模型，但衬垫中污染物的全瞬态扩散-对流运移解析模型很长一段时间被局限于单层或双层模型<sup>[7, 20-24]</sup>。部分学者提出了一些半稳态-半瞬态半解析模型尝试对三层结构中的运移进行模拟<sup>[25]</sup>。近来提出了三层结构的瞬态解答方法<sup>[8, 26-28]</sup>。然而，对于三层衬垫结构中污染物全瞬态运移规律的研究还未系统展开。

本文基于三层全瞬态解析模型，①考察模型考虑的对流区域对污染物在复合衬垫中运移计算结果的影响；探讨以往研究模型将渗沥液水头高度假设为衬垫水头差的合理性；探究了不同类型土工膜对 GMB/GCL/SL 复合衬垫防污阻隔性能的影响；②通过对衬垫各层材料特性及相关运移参数(例如各层扩散系数、分布系数或分配系数、结构厚度等)，以及服役环境等因素(例如渗沥液水头高度、褶皱长度等)的参数敏感性分析，揭示了有机污染物在 GMB/GCL/SL 复合衬垫中分子扩散-对流-线性吸附运移规律。

## 1 三层复合衬垫瞬态解析运移模型

如图 1 所示，复合衬垫系统由 GMB，GCL 和 SL 共 3 个独立水平层组成。采用分离变量法和传递矩阵法，对于污染物在 GMB/GCL/SL 三层复合衬垫中的运移问题，Feng 等<sup>[8]</sup>将以往常用的准稳态模型提升到了全瞬态模型，并对该模型进行了详细有效的验证。对流作用和分子扩散作用在三层中均有发生，而吸附作用仅在 GCL 和 SL 层中发生。 $L_{\text{gmb}}$ ,  $L_{\text{gcl}}$ ,  $L_{\text{sl}}$  分别代表 GMB, GCL 和 SL 的厚度； $L_{\text{cl}}$  是复合衬垫的厚度； $h_w$  是复合衬垫表面以上渗沥液水头的高度。模型采用了以下假设：①渗沥液中的污染物浓度恒定在  $C_0$ <sup>[29]</sup>；② GCL 和 SL 均饱和且均质<sup>[30-31]</sup>；③污染物符合沿  $z$  轴的一维运移过程<sup>[24]</sup>；④忽略有机污染物的降解作用<sup>[24]</sup>；⑤GCL 和 SL 中污染物满足线性平衡吸附<sup>[32]</sup>。

考虑孔洞发生在褶皱上造成的渗沥液渗漏情况，有机污染物穿过 GMB 层瞬态的扩散-对流控制方程为<sup>[8]</sup>

$$\frac{\partial C_{\text{gmb}}(z, t)}{\partial t} = D_{\text{gmb}} \frac{\partial^2 C_{\text{gmb}}(z, t)}{\partial z^2} - \frac{v_a}{K_g} \frac{\partial C_{\text{gmb}}(z, t)}{\partial z}, \quad (1)$$

式中， $C_{\text{gmb}}(z, t)$  为均一化土工膜内  $t$  时刻在空间  $z$  位置

处污染物的质量浓度， $D_{\text{gmb}}$  为污染物在完整土工膜中的分子扩散系数， $v_a$  为通过孔洞发生对流渗漏的达西流速， $K_g$  为入渗界面处渗沥液和 GMB 间的污染物浓度分配系数。

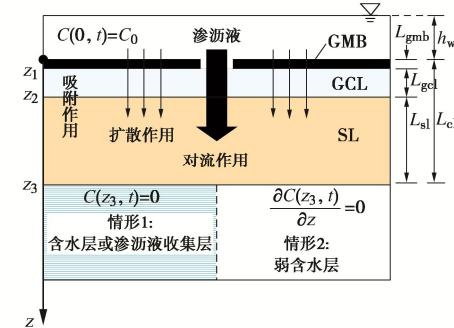


图 1 渗沥液中污染物分子扩散-对流-吸附运移穿过 GMB/GCL/SL 复合衬垫的模型示意图<sup>[8]</sup>

Fig. 1 Mathematical model for pollutant migration through composite liner<sup>[8]</sup>

渗沥液中污染物在 GMB 的入渗界面发生浓度重分配过程，假定该过程为瞬时完成，可描述为<sup>[33-34]</sup>

$$C_{\text{gmb}}(0, t) = C_0 K_g. \quad (2)$$

污染物穿过 GCL 的扩散-对流-线性吸附瞬态运移控制方程为

$$\frac{\partial C_{\text{gcl}}(z, t)}{\partial t} = \frac{D_{\text{gcl}}}{R_{\text{d,gcl}}} \frac{\partial^2 C_{\text{gcl}}(z, t)}{\partial z^2} - \frac{v_{\text{gcl}}}{R_{\text{d,gcl}}} \frac{\partial C_{\text{gcl}}(z, t)}{\partial z}, \quad (3)$$

式中， $C_{\text{gcl}}(z, t)$  为在时间  $t$  时，GCL 在  $z$  位置的孔隙水中污染物的质量浓度， $D_{\text{gcl}}$  为 GCL 的有效扩散系数， $v_{\text{gcl}}$  为 GCL 中的渗流速度， $R_{\text{d,gcl}}$  为 GCL 的阻滞因子，

$$R_{\text{d,gcl}} = 1 + \frac{\rho_{\text{d,gcl}} K_{\text{d,gcl}}}{n_{\text{gcl}}}, \quad (4)$$

其中， $\rho_{\text{d,gcl}}$  为 GCL 的干密度， $n_{\text{gcl}}$  为 GCL 的孔隙率， $K_{\text{d,gcl}}$  为 GCL 的分布系数，反映了 GCL 的吸附能力。

GMB 和 GCL 间的连续性条件可表示为

$$\frac{C_{\text{gmb}}(L_{\text{gmb}}, t)}{K'_g} = C_{\text{gcl}}(L_{\text{gmb}}, t), \quad (5)$$

$$D_{\text{gmb}} \frac{\partial C_{\text{gmb}}(L_{\text{gmb}}, t)}{\partial z} = n_{\text{gcl}} D_{\text{gcl}} \frac{\partial C_{\text{gcl}}(L_{\text{gmb}}, t)}{\partial z}, \quad (6)$$

其中， $K'_g$  为污染物在 GMB 和 GCL 间的浓度分配系数，与  $K_g$  相等<sup>[18]</sup>。

污染物通过 SL 运移的控制方程为<sup>[26]</sup>

$$\frac{\partial C_{\text{sl}}(z, t)}{\partial t} = \frac{D_{\text{sl}}}{R_{\text{d,sl}}} \frac{\partial^2 C_{\text{sl}}(z, t)}{\partial z^2} - \frac{v_{\text{sl}}}{R_{\text{d,sl}}} \frac{\partial C_{\text{sl}}(z, t)}{\partial z}, \quad (7)$$

其各参数含义与 GCL 层(式(3))对应参数的含义类似。

GCL 和 SL 的连续性条件可以表示为

$$C_{\text{gcl}}(L_{\text{gmb}} + L_{\text{gcl}}, t) = C_{\text{sl}}(L_{\text{gmb}} + L_{\text{gcl}}, t), \quad (8)$$

$$n_{\text{gcl}} D_{\text{gcl}} \frac{\partial C_{\text{gcl}}(L_{\text{gmb}} + L_{\text{gcl}}, t)}{\partial z} = n_{\text{sl}} D_{\text{sl}} \frac{\partial C_{\text{sl}}(L_{\text{gmb}} + L_{\text{gcl}}, t)}{\partial z} \quad (9)$$

复合衬垫下方可能存在的底部边界条件有

$$C_{\text{sl}}(L_{\text{cl}}, t) = 0 \quad (\text{Dirichlet 边界}) , \quad (10)$$

$$\frac{\partial C_{\text{sl}}(L_{\text{cl}}, t)}{\partial z} = 0 \quad (\text{Neumann 边界}) . \quad (11)$$

这些底部边界条件能够合理地模拟污染物通过复合衬垫底部的运移情况<sup>[35]</sup>。式(10)可表示渗漏检测层或地下水收集导排层, 该层可瞬间移除系统底部所有污染物。式(11)代表了不可渗透的基础层<sup>[29]</sup>。

衬垫中污染物背景浓度为零, 即初始条件为

$$\begin{bmatrix} C_{\text{gmb}}(z, 0) \\ C_{\text{gcl}}(z, 0) \\ C_{\text{sl}}(z, 0) \end{bmatrix} = 0 \quad . \quad (12)$$

参考文献[26], 通过归一化方法可将上述模型转化为归一化模型, 结合分离变量法和传递矩阵法, 可得到模型的纯解析解答为

$$C_i(z, t) = u_i(z)C_0 + w_i(z, t) \quad (i = 1, 2, 3) , \quad (13)$$

式中,  $i$  为层号, 1, 2, 3 代表 GMB, GCL 和 SL 层的参数,  $u_i(z)$ ,  $w_i(z, t)$  为稳态子问题和瞬态子问题的解答。详细求解过程参见文献[26]。

图 2 是通过土工膜褶皱上的孔洞渗漏液发生渗漏的示意图。对于这种孔洞在褶皱上的情况, 其复合衬垫的体积渗漏量简化计算公式为<sup>[36]</sup>

$$Q_{v,h} = \frac{2h_d L_w}{l} \left[ kb_w + \sqrt{kl\theta} \right] , \quad (14)$$

式中,  $L_w$  为联通褶皱的长度,  $h_d$  为渗漏液水头差,  $l$  为 GCL 和土质衬垫厚度之和,  $k$  为土工膜下卧各层的调和平均渗透系数,  $\theta$  为土工膜与其紧密接触的下卧层之间的界面透射系数, 又称导水率。为简化计算过程, 通常将渗漏液水头差简化为土工膜上渗漏液水头高度, 本文也采用了该简化方法。

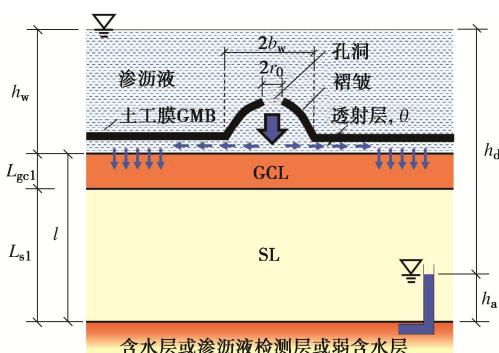


图 2 渗漏液通过土工膜孔洞发生渗漏示意图

Fig. 2 Process of leakage of leachate via hole on geomembrane

对于调和平均渗透系数的计算公式为

$$k = \frac{L_{\text{gcl}} + L_{\text{sl}}}{L_{\text{gcl}}/k_{\text{gcl}} + L_{\text{sl}}/k_{\text{sl}}} \quad . \quad (15)$$

则对于一个孔洞频率为  $m_h$  的复合衬垫, 以孔洞缺陷方式通过该复合衬垫的达西流速为<sup>[37]</sup>

$$v_a = \frac{m_h Q_{v,h}}{A} , \quad (16)$$

式中,  $A$  为考察区域面积。

根据质量守恒定律, 各层间的渗流速度  $v_s$  与达西流速  $v_a$  有如下关系:

$$v_a = nv_s \quad . \quad (17)$$

从而可得到各层的渗流速度。尽管文献[26]提出了该模型, 但其主要研究内容主要关注于方法本身的特性, 而对于三层衬垫结构中污染物全瞬态运移规律还未有系统性研究。

本文将依托 GMB/GCL/SL 复合衬垫中污染物瞬态运移模型, 系统研究对流作用、扩散和吸附作用对污染物在复合衬垫中运移的影响。选取甲苯作为填埋场渗沥液中的典型有机污染物<sup>[9, 25, 29, 38-40]</sup>, 其中土质垫层 SL 定为土壤保护层 (AL), 若未特别说明, 本文后续计算模型对象均指 GMB/GCL/SL 复合衬垫, 所需计算参数参见表 1。渗沥液中甲苯浓度假设稳定在 5 mg/L。饮用水中甲苯最大允许浓度为 0.7 mg/L<sup>[40-41]</sup>, 当衬垫底部孔隙水中甲苯浓度达到该阈值则认为衬垫被击穿。从开始发生运移到衬垫被击穿所经历的时间被定义为击穿时间  $t_{br}$ 。土工膜上的单位公顷孔洞出现的频数  $m_h$  被设定为 2.5 个。GMB 和 GCL 之间的界面透射率即导水率  $\theta$  取为  $2 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ <sup>[25]</sup>。褶皱半宽  $b_w$  和关联贯通长度  $L_w$  取为 0.1, 500 m<sup>[25, 42-43]</sup>。GMB/GCL/SL 复合衬垫下卧层选为常见的弱含水层, 适用 Neumann 边界。

表 1 GMB/GCL/SL 复合衬垫材料特性和服役环境参数

Table 1 Parameters for GMB/GCL/SL composite liner system

| 参数   | GMB                   | GCL                  | SL                      |
|--|-----------------------|----------------------|-------------------------|
| 厚度 $L/\text{mm}$   | 0.0015 <sup>[8]</sup> | 0.01 <sup>[8]</sup>  | 0.30 <sup>[44]</sup>    |
| 孔隙度 $n$  | —                     | 0.70 <sup>[8]</sup>  | 0.40 <sup>[45]</sup>    |
| 干密度 $\rho_d/(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$               | —                     | 0.79 <sup>[8]</sup>  | 1.62 <sup>[8, 45]</sup> |
| 扩散系数 $D/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$        | 0.003 <sup>[8]</sup>  | 3.0 <sup>[8]</sup>   | 8.0 <sup>[8]</sup>      |
| 分配系数 $K_g$   | 100 <sup>[8]</sup>    | —                    | —                       |
| 分布系数 $K_d/(\text{mL} \cdot \text{g}^{-1})$                 | —                     | 8.7 <sup>[46]</sup>  | 1.60 <sup>[47]</sup>    |
| 渗透系数 $k/(10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})$           | —                     | 0.01 <sup>[44]</sup> | 100 <sup>[8]</sup>      |
| 渗漏液水头高度 $h_w/\text{m}$                                     |                       | 1                    |                         |
| 土工膜上孔洞分布密度 $m_h$   |                       | 2.5 <sup>[8]</sup>   |                         |
| 褶皱长度 $L_w/\text{m}$  |                       | 500 <sup>[8]</sup>   |                         |
| 界面穿透系数 $\theta/(10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1})$ |                       | 2 <sup>[8]</sup>     |                         |
| 甲苯最大允许浓度 $C_a/(\text{mg} \cdot \text{L}^{-1})$             |                       | 0.7 <sup>[8]</sup>   |                         |
| 渗沥液中甲苯浓度 $C_0/(\text{mg} \cdot \text{L}^{-1})$             |                       | 5 <sup>[8]</sup>     |                         |
| 衬垫中甲苯背景浓度 $C_{ini}/(\text{mg} \cdot \text{L}^{-1})$        |                       | 0 <sup>[8]</sup>     |                         |

## 2 对流范围、水头差假设和土工膜类型对运移计算结果的影响

由于饮食习惯或受经济水平限制导致填埋场结构存在缺陷等原因,中国部分地区以及众多发展中国家的垃圾填埋场中的渗沥液的水头长期处于较高水平,这意味着其底部衬垫系统长期受到高渗沥液水头的作用。用于减弱乃至阻隔衬垫中对流作用的土工膜,由于施工、结构特点乃至老化等作用会存在一定的孔洞缺陷。高水头作用下,经过这些缺陷发生的对流渗漏对复合衬垫长期的防污屏障性能的影响值得设计和施工从业人员的注意。

### 2.1 对流范围

一般采用式(14)计算复合衬垫单孔体积渗漏量,采用式(16)计算衬垫的达西流速。该模型假设通过孔洞渗漏的液体均匀地对流通过下层衬垫的整个区域。为便于区分,本文将该常用模型称为全局达西对流模型。若通过土工膜孔洞发生的渗漏继续向GCL以及SL层发生对流的过程在横向扩展很小,极端情况假设为仅在孔洞覆盖的范围内发生对流,则该有限范围内的达西流速为

$$v_a = k_z h_d / l, \quad (18)$$

式中,  $k_z$  为  $z$  方向的渗透系数,在 GMB/GCL/SL 系统中可认为是土工膜下卧层的调和渗透系数。这种假设对流仅在孔洞局部发生的模型,为便于区分,本文称其为局部达西对流模型。

本节首先考察全局达西流速模型和局部达西流速模型对计算结果的影响;其次考察采用渗沥液水头  $h_w$  替代渗沥液水头差  $h_d$  的简化计算过程的适用性。为此选取了 4 个渗沥液水头高度 ( $h_w$  为 0.3, 3, 5, 10 m)。

假定弱含水层顶面水头高度为零,由几何关系得到渗沥液水头差矩阵为 [0.61 3.31 5.31 10.31] m。由式(15)计算得到调和平均渗透系数为  $0.31 \times 10^{-9}$  m/s。对于全局达西对流模型,采用式(16)计算得到达西流速矩阵为  $[0.0833 0.452 0.725 1.41] \times 10^{-9}$  m/s;对于局部达西对流模型,采用式(18)计算得到达西流速矩阵为  $[0.61 3.31 5.31 10.31] \times 10^{-9}$  m/s。

采用全局和局部达西对流模型计算所得不同水头差作用下的衬垫击穿曲线分别如图 3(a), (b) 中虚线所示。全局计算模型下 10.31, 5.31, 3.31, 0.61 m 水头差对应的衬垫击穿时间为 7.0, 8.8, 9.7, 11.4 a (图 3(a) 虚线), 而采用局部达西对流模型则为 2.1, 3.5, 4.6, 9.2 a (图 3(b) 虚线)。全局对流模型相比局部对流模型的击穿时间相应分别高出 233%, 151%, 111%, 24%。

局部对流模型相比全局对流模型得到的击穿时间更小,是击穿时间的一个下限值,采用局部对流模型是一个更严格保守的策略。可根据实际工程对环境安全水平的要求判断是否采用该更保守的模型。例如填埋场下有下穿隧道的情况。

### 2.2 水头差假设

为计算简便,已有研究<sup>[8, 21-22, 26, 46, 48]</sup>通常假设穿过衬垫的水头损失  $h_d$  等于渗沥液水头  $h_w$ (即假设衬垫出口处的压力水头和土工膜下卧层厚度相等),本节将对该水头差简化假设的可行性进行了检验。

采纳该简化假设的衬垫上下水头差  $h_d$  为 0.3, 3, 5, 10 m, 不采纳该简化假设的最大水头差则为  $h_d$  为 0.61, 3.31, 5.31, 10.31 m。采用该假设,则全局达西对流模型计算所得达西流速为  $[0.041 0.41 0.683 1.37] \times 10^{-9}$  m/s, 局部达西对流模型所得的达西流速为  $[0.3 3 5 10] \times 10^{-9}$  m/s, 计算结果分别如图 3 (a), (b) 中的实线所示。结果表明,除低水头情况的局部达西对流情况外,实线和相应的虚线十分贴近,表明用水头  $h_w$  替代  $h_d$  计算击穿曲线的简化整体是可行的,尤其对于全局达西对流模型的情况。若无特别说明,本文所采用均为全局达西模型,也都采用了水头差假设。

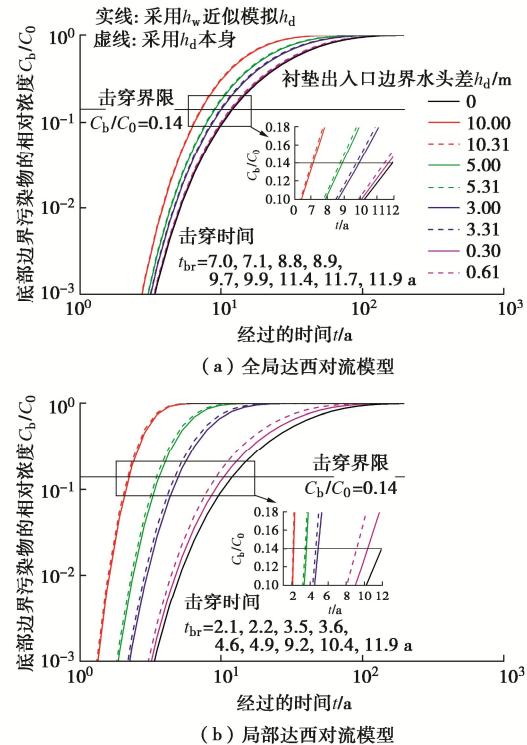


图 3 GMB/GCL/SL 衬垫击穿曲线

Fig. 3 Breakthrough curves of GMB/GCL/SL

### 2.3 土工膜类型

本节选用了 PVC, LLDPE, HDPE, f-HDPE 共 4 种类型的土工膜, 相应运移参数见图 4。图中曲线是

采用这些土工膜的 GMB/GCL/SL 复合衬垫击穿曲线。结果显示, 采用 PVC, LLDPE, HDPE, f-HDPE 土工膜的复合衬垫击穿时间分别为 10.7, 10.9, 11.9, 14.5 a, 可见按阻隔性能的由弱到强土工膜的排序为 PVC < LLDPE < HDPE < f-HDPE。其中, 表面氟化 f-HDPE 土工膜对复合衬垫防污阻隔性能的提升效果显著, 其击穿时间相比 PVC、LLDPE 和 HDPE 的分别提升了 36%, 33%, 22%。填埋场衬垫中采用最普遍的为 HDPE 土工膜, 本文其他研究分析选用的也为该类型。

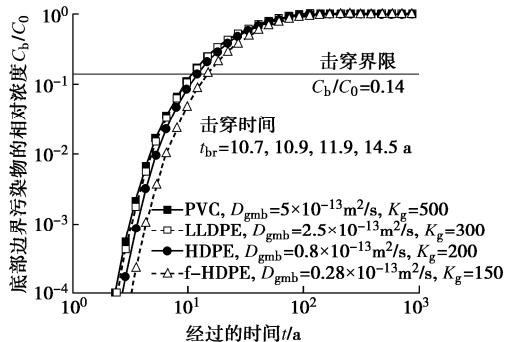


图 4 配置各类型土工膜的复合衬垫的击穿曲线

Fig. 4 Breakthrough curves of GMB/GCL/SL with different types of GMB

### 3 对流作用对污染物运移的影响

本节结合 Rowe 等对复合衬垫土工膜发生孔洞及褶皱的试验统计结果, 分析了渗沥液水头、土工膜上孔洞分布密度、连通褶皱长度、土工膜与 GCL 的接触条件以及各结构层的几何厚度对对流作用, 乃至 GMB/GCL/SL 复合衬垫服役寿命的影响。

#### 3.1 渗沥液水头

图 5 (a) 展示了在不同渗沥液水头高度作用下复合衬垫的击穿曲线。当水头为 10, 5, 1, 0.1, 0 m 时, 衬垫的击穿时间分别为 7.1, 8.9, 11.2, 11.8, 11.9 a。可见忽略对流作用, 对于渗沥液水头为 10, 5, 1 m 的复合衬垫, 其击穿时间分别会被高估 68%, 34%, 6%。而当渗沥液水头为 0.1 m 时, 高估率不到 1%。

美国环保署 (USEPA) 建议填埋场渗沥液水头控制在 0.3 m 以内, 若满足该标准, 则对流对衬垫服役寿命的影响几乎可以忽略不计。反言之, 当前大量高水头服役环境下的填埋场复合衬垫, 对流作用对其服役寿命的削弱作用显然不可忽略。

#### 3.2 孔洞分布密度

Giroud 等<sup>[49]</sup>和 Rowe 等<sup>[46]</sup>的研究表明, 施工过程严格遵守施工质量控制 (CQC) 和施工质量保证 (CQA) 程序, 并且设置土工膜保护层以减轻土工膜所承受的张力的情况下, 采用 2.5~5 个/(10<sup>3</sup> m<sup>2</sup>) 的孔洞频率计算渗漏量进行衬垫设计是较为合理。徐亚等<sup>[50]</sup>对统计了中国 80 个填埋场衬垫孔洞频率情况,

发现即使是具有专业施工资质并且具备专业的防渗施工经验公司施工, 漏洞频率依然高达 19 个/(10<sup>3</sup> m<sup>2</sup>)。图 5 (b) 展示了不同孔洞分布频率情况下复合衬垫的击穿曲线。1000 m<sup>2</sup> 土工膜上的孔洞频数为 50, 30, 10, 5, 2.5 的情况下复合衬垫击穿时间分别为 5.2, 6.6, 9.4, 10.5, 11.2 a。孔洞频数从 2.5 增大到 50, 30, 10, 5, 其击穿时间分别缩短了 54%, 41%, 16%, 6%。可见, 控制孔洞的发生频率对于复合衬垫在长期服役过程中发挥稳定有效的防污屏障性能具有重要意义。

#### 3.3 褶皱长度和接触条件

图 5 (c) 展示了连通褶皱长度 5 个取值 (L<sub>w</sub> 为 2000, 1000, 100, 10, 0 m) 情况下复合衬垫的击穿曲线, 其对应的击穿时间分别为 9.4, 10.5, 11.8, 11.9, 11.9 a。可见褶皱不大于 100 m 时, 对流作用对衬垫击穿时间的影响可忽略不计。褶皱长度增大 10 倍, 对于从 10 m 增大到 100 m 和从 100 m 增大到 1000 m 的两种情况, 击穿时间分别降低了不足 1% 和约 11%。说明褶皱长度只有达到足够大时, 才可能对衬垫的击穿时间产生足够影响。当褶皱长度为 2000 m 时, 相比于无孔洞渗漏情况, 击穿时间缩短了 21%。表明当连通的褶皱长度达到足够长时, 即使孔洞发生频数在 2.5, 仍然需要考虑对流作用对复合衬垫服役寿命的影响。

图 5 (d) 展示了 GMB-GCL 界面穿透系数在 4 个取值水平下复合衬垫的击穿曲线。由图可见一般情况下接触条件对复合衬垫的击穿时间影响较小, 当穿透系数缩小了 100 倍 (从 2×10<sup>-10</sup> 降低到 0.02×10<sup>-10</sup> m<sup>2</sup>/s), 击穿时间 (11.2, 11.7 a) 也仅延长了不足 5%。

#### 3.4 结构层几何厚度

图 5 (e) ~ (g) 分别展示了 GMB, GCL 和 SL 的厚度对复合衬垫击穿时间的影响。如图 5 (e) 所示, GMB 厚度由 1 mm 增大到 3 mm, 复合衬垫的击穿时间由 10.9 a 延长到 11.9 a, 增大了 9%。可见从扩散的角度看, 土工膜厚度对于延长复合衬垫的击穿时间具有一定影响。如图 5 (f) 所示, GCL 的厚度由 5 mm 增大到 10 mm, 击穿时间仅从 10.5 a 增大到 11.2 a, 增长了不到 7%。综上可见, GMB 以及 GCL 的厚度由于可变化范围较窄, 其厚度对复合衬垫击穿时间的影响较为有限。

然而, 如图 5 (g) 所示, 土质垫层的厚度对复合衬垫最终的击穿时间具有显著的影响, SL8 个不同厚度取值 (0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2 m), 其对应的复合衬垫击穿时间分别为 8.0, 28.5, 60.0, 100.8, 149.9, 206.7, 269.3, 337.8 a。随着 SL 厚度逐渐增大, 其每增加 0.25 m, 击穿时间分别会增长 256%, 111%, 68%, 49%, 38%, 30%, 25%, 可见当土质垫层厚度较小时, 增加其厚度对击穿时间的提

升效果十分明显，也意味着设置适当厚度的土壤缓冲层对于复合衬垫击穿时间的提升效果显著。

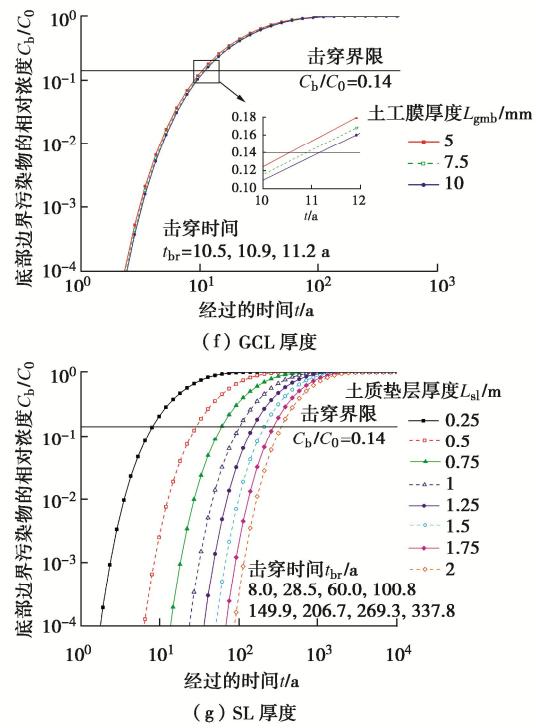
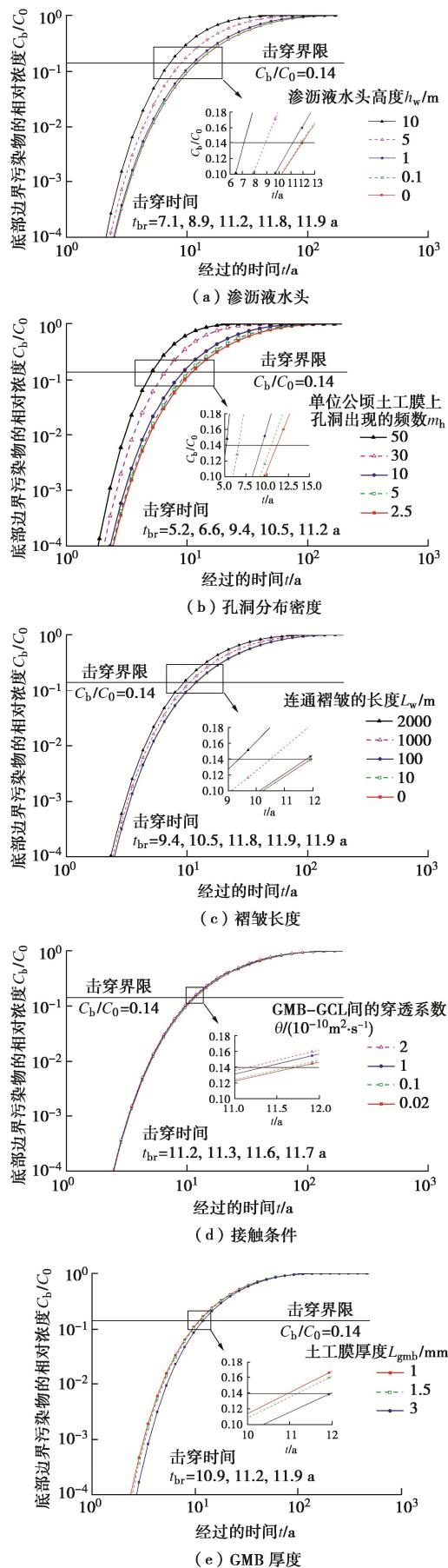


图 5 对流作用的影响

Fig. 5 Effects of advection

#### 4 分子扩散作用对污染物运移的影响

本节拟考察污染物在各层阻隔材料中的扩散性能对复合衬垫防污阻隔性能的影响。有机污染物在土工膜的晶体间隙，以及在 GCL 以及 SL 等多孔介质的孔隙水中会发生分子扩散。衡量分子扩散在其中运移速度的宏观物理参数，对于土工膜该参数为分子扩散系数，而对于多孔介质其为有效扩散系数。

##### 4.1 GMB 的扩散系数

如图 6 (a) 所示，衬垫的击穿时间随着土工膜中的扩散系数的减小而逐渐增大， $D_{\text{gmb}}$  为  $100 \times 10^{-14}$ ,  $50 \times 10^{-14}$ ,  $10 \times 10^{-14}$ ,  $5 \times 10^{-14}$ ,  $1 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$  时，复合衬垫的击穿时间为 4.6, 4.7, 5.9, 7.1, 13.9 a。可见随着土工膜扩散系数的减小，衬垫击穿时间的增加并不是一个线性的过程。例如，当土工膜扩散系数均减小一半，对于从  $100 \times 10^{-14}$  减半到  $50 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$  的情况击穿时间（分别为 4.6, 4.7 a）增加了 2%，而对于从  $10 \times 10^{-14}$  到  $5 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$  的情况击穿时间（分别为 5.9, 7.1 a）增加了 20%。当土工膜扩散系数均减小到原来的 1/5，对于从  $50 \times 10^{-14}$  到  $10 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$  的情况击穿时间（分别为 4.7, 5.9 a）增加了 26%，而对于从  $5 \times 10^{-14}$  到  $1 \times 10^{-14} \text{ m}^2/\text{s}$  的情况击穿时间（分别为 7.1, 13.9 a）增加了 96%。

由此可见，复合衬垫的击穿时间即服役寿命对于土工膜扩散系数较大的情况敏感性较低，而土工膜扩

散系数已经较小则敏感性很高。换言之, 当土工膜扩散系数较大时, 降低污染物在土工膜中的扩散系数对于增大复合衬垫的击穿时间(即提升衬垫的防污阻隔性能乃至服役寿命)具有一定效果, 但并不显著; 而当土工膜扩散系数已经足够小, 继续降低土工膜的扩散系数能显著延长复合衬垫的服役寿命。因此, 开发和研制低扩散系数特性的土工膜材料, 对于提高复合衬垫防污屏障长期服役性能具有重要意义。

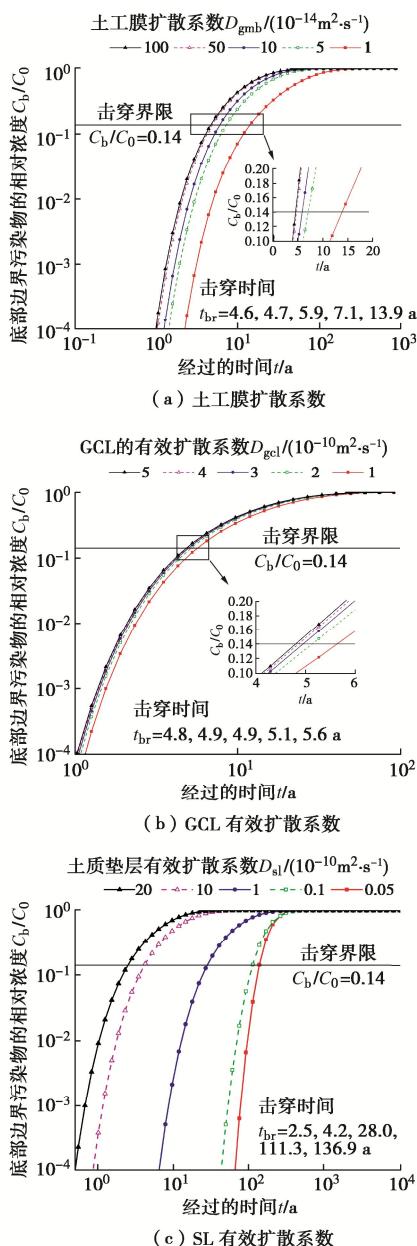


图 6 分子扩散作用的影响

Fig. 6 Effects of molecular diffusion

#### 4.2 GCL 有效扩散系数

图 6(b) 展示的是在 5 个 GCL 有效扩散系数取值水平( $D_{gcl}$  为  $5 \times 10^{-10}$ ,  $4 \times 10^{-10}$ ,  $3 \times 10^{-10}$ ,  $2 \times 10^{-10}$ ,  $1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ ) 下复合衬垫的击穿曲线。如图所示,

GCL 有效扩散系数的减小一定程度延长了衬垫击穿时间, 这与减小污染物在土工膜中的扩散系数对衬垫击穿时间影响规律类似。即, 当 GCL 有效扩散系数在较小的情况下, 继续降低污染物在 GCL 中的有效扩散系数能更加显著提升衬垫长期阻隔性能。

#### 4.3 SL 有效扩散系数

图 6(c) 展示了 5 个不同土层有效扩散系数取值情况下( $D_{sl}$  为  $20 \times 10^{-10}$ ,  $10 \times 10^{-10}$ ,  $1 \times 10^{-10}$ ,  $0.1 \times 10^{-10}$ ,  $0.05 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ ) 复合衬垫的击穿曲线。由大到小的有效扩散系数对应的击穿时间分别为 2.5, 4.2, 28.0, 111.3, 136.9 a。SL 层的有效扩散系数降低到原来的 1/10, 对于  $D_{sl}$  从  $10 \times 10^{-10}$  降低到  $1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ , 复合衬垫击穿时间(分别为 4.2, 28.0 a)提升了 567%; 而对于  $D_{sl}$  从  $1 \times 10^{-10}$  降低到  $0.1 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$ , 复合衬垫击穿时间(分别为 28.0, 111.3 a)提升了 298%。显然, 污染物在 SL 层中有效扩散系数的大小能显著地影响复合衬垫的击穿时间。

### 5 吸附作用对污染物运移的影响

#### 5.1 GMB 的分配系数

渗沥液与土工膜相接触, 渗沥液中的有机污染物会受到土工膜的吸附作用, 因而渗沥液中有机污染物会在渗沥液和土工膜表面发生浓度重分配。这种浓度重分配过程, 本质上是土工膜对渗沥液中污染物的一个吸附过程, 其分配结果可简单用分配系数来描述。图 7(a)展示了土工膜分配系数 5 个取值( $K_g$  为 1000, 800, 500, 300, 100)情况下复合衬垫的击穿曲线。分配系数由 1000 降低到 300, 击穿时间提升极小, 可忽略不计; 由 300 降低到 100, 击穿时间(10.8, 11.2 a)也仅提升了 4%。结果表明土工膜分配系数对复合衬垫击穿时间的影响可忽略不计。

#### 5.2 GCL 的分布系数

采用了瞬时线性吸附模型描述污染物在多孔介质中的吸附过程。关键参数即分布系数  $K_d$  是吸附浓度和溶解浓度的比值。图 7(b) 是 GCL 层中污染物分布系数在 5 个取值( $K_{d,gcl}$  为 1, 5, 15, 30, 50 mL/g)水平下复合衬垫的击穿曲线。 $K_{d,gcl}$  从 1 mL/g 增大到 50 mL/g, 击穿时间(11.0, 11.9 a)也仅增加了 8%, 可见在扩散-对流-吸附耦合作用下, GCL 中的吸附作用对 GMB/GCL/SL 复合衬垫服役寿命的影响同样较为有限。

#### 5.3 SL 的分布系数

图 7(c) 是 SL 层对污染物分布系数在 5 个取值( $K_{d,sl}$  为 1, 5, 15, 30, 50 mL/g)情况下复合衬垫的击穿曲线。

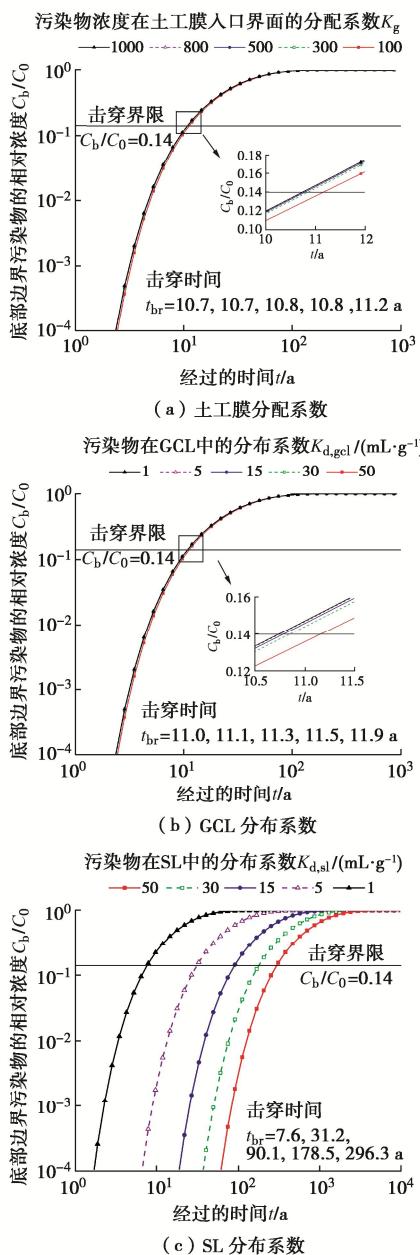


图 7 吸附作用的影响

Fig. 7 Effects of molecular diffusion

如图 7 所示, 土层对其中污染物的吸附作用显然对复合衬垫击穿时间产生了显著的影响,  $K_{d,sl}$  为 1, 5, 15, 30, 50 mL/g 时复合衬垫的击穿时间分别为 7.6, 31.2, 90.1, 178.5, 296.3 a。土层吸附系数从 1 mL/g 提升到 5, 15, 30, 50 mL/g, 复合衬垫击穿时间的提升率分别高达 311%, 1086%, 2249%, 3798%。因此, 提高衬垫土层对污染物的吸附性能, 对于提升衬垫长期服役性能效果显著。

需特别指出的是, 本文采用瞬时线性吸附模型, 该模型假设土颗粒对污染物的吸附能力是无限的, 而实际情况一般会存在一个最大吸附量, 因此本研究得到的结果可作为吸附能力处于理想状态下的一组结

果, 对于浓溶液, 实际吸附效果会低于上述结果。

## 6 结 论

本文依托 GMB/GCL/SL 扩散 - 对流 - 线性吸附瞬态运移模型, 对潜在影响衬垫防污阻隔性能的重要参数展开了敏感性分析; 随后, 对比了局部和全局对流模型, 以及土工膜类型对衬垫防污阻隔性能的影响。得到 8 点主要结论。

(1) 渗沥液水头为 10, 5, 3, 0.3 m 的情况下, 采用全局对流模型相比局部对流模型的击穿时间相应分别高出了 233%, 151%, 111%, 24%, 采用局部对流模型相比全局对流模型计算所得的击穿时间更小, 是击穿时间的一个下限值, 采用局部对流模型是一个更加严格、保守的方法。

(2) 为简化计算, 将穿过衬垫的水头损失  $h_d$  假设等于渗沥液水头  $h_w$  预测污染物穿过复合衬垫的迁移过程, 该假设是可行的。

(3) 按阻隔性能的由弱到强土工膜的排序为 PVC < LLDPE < HDPE < f-HDPE。表面氟化 f-HDPE 土工膜能显著提升复合衬垫防污阻隔性能, 采用其的 GMB/GCL/SL 复合衬垫的击穿时间相比采用 PVC, LLDPE, HDPE 的分别提升了 36%, 33% 和 22%。

(4) 渗沥液水头为 10, 5, 1 m 时, 忽略对流作用, 复合衬垫的击穿时间分别会被高估 68%, 34%, 6%。当渗沥液水头为 0.1 m 时, 高估率不到 1%。若渗沥液水头控制在 0.3 m 以内, 对流对衬垫服役寿命的影响几乎可以忽略不计, 而若不低于 1 m, 即使对于施工质量控制良好的情况, 对流对衬垫击穿时间的影响也不可忽略。

(5) 孔洞频数由 2.5 增大到 50, 30, 10, 5 个/(10<sup>3</sup> m<sup>2</sup>), 复合衬垫击穿时间分别缩短了 54%, 41%, 16%, 6%, 可见控制孔洞的发生频次对复合衬垫防污阻隔性能具有重要意义。当褶皱长度为 2000 m 时, 击穿时间相比无对流情况缩短了 21%。表明当连通的褶皱长度足够长时, 即使孔洞发生频数仅 2.5, 仍需考虑对流作用对复合衬垫服役寿命的影响。而当褶皱长度不大于 100 m 时, 对流作用对于衬垫击穿时间的影响可忽略不计。此外, GMB-GCL 接触条件的影响也较小。

(6) SL 层有效扩散系数能显著影响复合衬垫的击穿时间, 当其降低 90%, 复合衬垫的击穿时间可提高 2~6 倍。当 GMB 扩散系数较小时, 降低 GMB 扩散系数对于延长复合衬垫的击穿时间效果显著。GCL 有效扩散系数的变化范围有限, 对提升复合衬垫击穿时间的效果较小。

(7) SL 吸附作用可显著提升复合衬垫的防污阻

隔性能, SL 吸附系数从 1 mL/g 提升到 5, 15, 30, 50 mL/g, 复合衬垫击穿时间分别提升了 311%, 1086%, 2249%, 3798%。而 GMB 吸附作用对复合衬垫击穿时间的影响几乎可忽略不计。GCL 吸附作用对击穿时间有一定的影响, 但效果较小。

(8) 配置 8 个不同厚度 SL (0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5, 1.75, 2 m) 的 GMB/GCL/SL 复合衬垫, SL 每增加 0.25 m, 其击穿时间增长率分别为 256%, 111%, 68%, 49%, 38%, 30%, 25%。可见总体上土质垫层的厚度对复合衬垫的击穿时间具有显著的提升作用, 且当土质垫层厚度较小时, 增加其厚度对击穿时间的提升效率十分显著。土工膜厚度由 1 mm 增大到 3 mm 时, 复合衬垫的击穿时间由 10.9 a 延长到 11.9 a, 增大了 9%。GCL 的厚度由 5 mm 增大到 10 mm, 击穿时间从 10.5 a 增大到 11.2 a, 增长了不到 7%。土工膜以及 GCL 的厚度由于变化范围较为有限, 其厚度对复合衬垫的击穿时间的影响较为有限。

## 参考文献:

- [1] BARROSO M, TOUZE-FOLTZ N, VON MAUBEUGE K, et al. Laboratory investigation of flow rate through composite liners consisting of a geomembrane, a GCL and a soil liner[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2006, **24**(3): 139 – 155.
- [2] BOUAZZA A, BOWDERS J. Geosynthetic Clay Liners for Waste Containment Facilities[M]. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [3] VARANK G, DEMIR A, YETILMEZSOY K, et al. Estimation of transport parameters of phenolic compounds and inorganic contaminants through composite landfill liners using one-dimensional mass transport model[J]. Waste Management, 2011, **31**(11): 2263 – 2274.
- [4] EL-ZEIN A, MCCARROLL I, TOUZE-FOLTZ N. Three-dimensional finite-element analyses of seepage and contaminant transport through composite geosynthetics clay liners with multiple defects[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2012, **33**: 34 – 42.
- [5] PARK M G, EDIL T B, BENSON C H. Modeling volatile organic compound transport in composite liners[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, **138**(6): 641 – 657.
- [6] HOOR A, ROWE R K. Potential for desiccation of geosynthetic clay liners used in barrier systems[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(10): 1648 – 1664.
- [7] GUAN C, XIE H J, WANG Y Z, et al. An analytical model for solute transport through a GCL-based two-layered liner considering biodegradation[J]. Science of the Total Environment, 2014, **466/467**: 221 – 231.
- [8] FENG S J, PENG M Q, CHEN H X, et al. Fully transient analytical solution for degradable organic contaminant transport through GMB/GCL/AL composite liners[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2019, **47**(3): 282 – 294.
- [9] KJELDSEN P, BARLAZ M A, ROOKER A P, et al. Present and long-term composition of MSW landfill leachate: a review[J]. Critical Reviews in Environmental Science and Technology, 2002, **32**(4): 297 – 336.
- [10] EDIL T B. A review of aqueous-phase VOC transport in modern landfill liners[J]. Waste Management, 2003, **23**(7): 561 – 571.
- [11] ISLAM M Z, ROWE R K. Effect of geomembrane ageing on the diffusion of VOCS through HDPE geomembranes[C]// The First Pan American Geosynthetics Conference & Exhibition, 2008(March): 459 – 467.
- [12] PARK J K, NIBRAS M. Mass flux of organic chemicals through polyethylene geomembranes[J]. Water Environment Research, 1993, **65**(3): 227 – 237.
- [13] PRASAD T V, BROWN K W, THOMAS J C. Diffusion coefficients of organics in high density polyethylene (HDPE)[J]. Waste Management & Research, 1994, **12**(1): 61 – 71.
- [14] ROWE R K, HRAPOVIC L, KOSARIC N. Diffusion of chloride and dichloromethane through an HDPE geomembrane[J]. Geosynthetics International, 1995, **2**(3): 507 – 536.
- [15] SANGAM H P, ROWE R K. Migration of dilute aqueous organic pollutants through HDPE geomembranes[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2001, **19**(6): 329 – 357.
- [16] TOUZE-FOLTZ N, ROSIN-PAUMIER S, MAZÉAS L, et al. Diffusion of volatile organic compounds through an HDPE geomembrane[C]// Geo-Frontiers Congress 2011, 2011, Dallas.
- [17] MCWATTERS R S, ROWE R K. Permeation of volatile organic compounds through EVOH thin film membranes and coextruded LLDPE/EVOH/LLDPE geomembranes[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141**(2): 04014091.
- [18] ROWE R K, SAHELI P T, RUTTER A. Partitioning and

- diffusion of PBDEs through an HDPE geomembrane[J]. *Waste Management (New York)*, 2016, **55**: 191 – 203.
- [19] ROWE R K, JONES D D, RUTTER A. Polychlorinated biphenyl diffusion through HDPE geomembrane[J]. *Geosynthetics International*, 2016, **23**(6): 408 – 421.
- [20] 谢海建, 楼章华, 陈云敏, 等. 污染物通过 GCL/AL 防渗层的对流-弥散解析解[J]. *科学通报*, 2010, **55**(21): 2148 – 2155. (XIE Hai-jian, LOU Zhang-hua, CHEN Yun-min, et al. An analytical solution to contaminant advection and dispersion through a GCL/AL liner system[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2010, **55**(21): 2153 – 2163. (in Chinese))
- [21] 谢海建, 陈云敏, 楼章华. 污染物通过有缺陷膜复合衬垫的一维运移解析解[J]. *中国科学: 技术科学*, 2010, **40**(5): 486 – 495. (XIE Hai-jian, CHEN Yun-min, LOU Zhang-hua. An analytical solution to contaminant transport through composite liners with geomembrane defects[J]. *Scientia Sinica Technologica*, 2010, **40**(5): 486 – 495. (in Chinese))
- [22] LI Y C, CLEALL P J. Analytical solutions for advective-dispersive solute transport in double-layered finite porous media[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2011, **35**(4): 438 – 460.
- [23] 张文杰, 黄依艺, 张改革. 填埋场污染物在有限厚度土层中一维对流 - 扩散 - 吸附解析解[J]. *岩土工程学报*, 2013, **35**(7): 1197 – 1201. (ZHANG Wen-jie, HUANG Yi-ji, ZHANG Gai-ge. Analytical solution for 1D advection-diffusion-adsorption transport of landfill contaminants through a soil layer with finite thickness[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2013, **35**(7): 1197 – 1201. (in Chinese))
- [24] CHEN Y M, WANG Y Z, XIE H J. Breakthrough time-based design of landfill composite liners[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2015, **43**(2): 196 – 206.
- [25] XIE H J, THOMAS H R, CHEN Y M, et al. Diffusion of organic contaminants in triple-layer composite liners: an analytical modeling approach[J]. *Acta Geotechnica*, 2015, **10**(2): 255 – 262.
- [26] FENG S J, PENG M Q, CHEN Z L, et al. Transient analytical solution for one-dimensional transport of organic contaminants through GM/GCL/SL composite liner[J]. *Science of the Total Environment*, 2019, **650**: 479 – 492.
- [27] PENG M Q, FENG S J, CHEN H X, et al. Analytical model for organic contaminant transport through GMB/CCL composite liner with finite thickness considering adsorption, diffusion and thermodiffusion[J]. *Waste Management*, 2021, **120**: 448 – 458.
- [28] PENG M Q, FENG S J, CHEN H X, et al. An analytical solution for organic pollutant diffusion in a triple-layer composite liner considering the coupling influence of thermal diffusion[J]. *Computers and Geotechnics*, 2021, **137**: 104283.
- [29] CHEN Y M, XIE H J, KE H, et al. An analytical solution for one-dimensional contaminant diffusion through multi-layered system and its applications[J]. *Environmental Geology*, 2009, **58**(5): 1083 – 1094.
- [30] BENSON C H, DANIEL D E, BOUTWELL G P. Field performance of compacted clay liners[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1999, **125**(5): 390 – 403.
- [31] STARK T D. Evaluation of a four-component composite landfill liner system[J]. *Environmental Geotechnics*, 2017, **4**(4): 257 – 273.
- [32] ROWE R K. Geosynthetics and the minimization of contaminant migration through barrier systems beneath solid waste[C]//Proceedings of the 6th International Conference on Geosynthetics, 1998, Atlanta.
- [33] LEO A, HANSCH C, ELKINS D. Partition coefficients and their uses[J]. *Chemical Reviews*, 1971, **71**(6): 525 – 616.
- [34] SANGAM H P, ROWE R K. Effect of surface fluorination on diffusion through a high density polyethylene geomembrane[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2005, **131**(6): 694 – 704.
- [35] FOOSE G J. Transit-time design for diffusion through composite liners[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2002, **128**(7): 590 – 601.
- [36] ROWE R K, CHAPPEL M J, BRACHMAN R W I, et al. Field study of wrinkles in a geomembrane at a composite liner test site[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2012, **49**(10): 1196 – 1211.
- [37] ROWE R K, BRACHMAN R W I. Assessment of equivalence of composite liners[J]. *Geosynthetics International*, 2004, **11**(4): 273 – 286.
- [38] FOOSE G J, BENSON C H, EDIL T B. Equivalency of composite geosynthetic clay liners as a barrier to volatile organic compounds[C]//Proceedings of Geosynthetics. 1999, Boston.

- [39] FOOSE G J, BENSON C H, EDIL T B. Analytical equations for predicting concentration and mass flux from composite liners[J]. Geosynthetics International, 2001, **8**(6): 551 – 575.
- [40] XIE H J, JIANG Y S, ZHANG C H, et al. Steady-state analytical models for performance assessment of landfill composite liners[J]. Environmental Science and Pollution Research, 2015, **22**(16): 12198 – 12214.
- [41] ACAR Y B, HAIDER L. Transport of low-concentration contaminants in saturated earthen barriers[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1990, **116**(7): 1031 – 1052.
- [42] CHAPPEL M J, ROWE R K, BRACHMAN R W I, et al. A comparison of geomembrane wrinkles for nine field cases[J]. Geosynthetics International, 2012, **19**(6): 453 – 469.
- [43] ROWE R K. Short- and long-term leakage through composite liners[J]. Can Geotech J, 2012, **49**(2):141 – 169.
- [44] 生活垃圾卫生填埋处理技术规范: GB 50869—2013[S]. 2014. (Technical Code for Municipal Solid Waste Sanitary Landfill: GB 50869—2013[S]. 2014. (in Chinese))
- [45] XIE H J, LOU Z H, CHEN Y M, et al. An analytical solution to contaminant advection and dispersion through a GCL/AL liner system[J]. Chinese Science Bulletin, 2011, **56**(8): 811 – 818.
- [46] ROWE R K. Long-term performance of contaminant barrier systems[J]. Géotechnique, 2005, **55**(9): 631 – 678.
- [47] LAKE C B, ROWE R K. A comparative assessment of volatile organic compound (VOC) sorption to various types of potential GCL bentonites[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2005, **23**(4): 323 – 347.
- [48] XIE H J, JIANG Y S, ZHANG C H, et al. An analytical model for volatile organic compound transport through a composite liner consisting of a geomembrane, a GCL, and a soil liner[J]. Environmental Science and Pollution Research International, 2015, **22**(4): 2824 – 2836.
- [49] GIROUD J P, BONAPARTE R. Geosynthetics in liquid-containing structures[M]// Geotechnical and Geoenvironmental Engineering Handbook. Boston: Springer, 2001.
- [50] 徐亚, 能昌信, 刘玉强, 等. 垃圾填埋场 HDPE 膜漏洞密度及其影响因素的统计分析[J]. 环境工程学报, 2015, **9**(9): 4558 – 4564. (XU Ya, NAI Chang-xin, LIU Yu-qiang, et al. Statistical analysis on density of accidental-hole in landfill liner system[J]. Chinese Journal of Environmental Engineering, 2015, **9**(9): 4558 – 4564. (in Chinese))

## 2022年黄文熙讲座(第25讲)学术报告会通知(第2号)

由中国水利水电科学研究院和流域水循环模拟与调控国家重点实验室承办的2022年黄文熙讲座(第25讲)学术报告会将于2022年5月8日(星期日)在北京中国水利水电科学研究院举行。

### 一、会议时间和地点

会议时间: 2022年5月8日(星期日)

会议地点: 中国水利水电科学研究院A座1238会议室(北京市海淀区复兴路甲一号)

### 二、主办和承办单位

主办单位: 《岩土工程学报》编委会

承办单位: 中国水利水电科学研究院

流域水循环模拟与调控国家重点实验室

### 三、参会方式

根据疫情防控要求, 本次黄文熙讲座学术报告会采用线下

线上结合方式召开。现场参会代表按相关防疫政策限制人数, 仅限京内人员。无法现场参会的代表可以通过下方直播链接线上参会观看会议直播。衷心感谢各位专家的理解与支持。



2022年黄文熙讲座直播二维码

### 四、会议联系人

田继雪 010-68786293, 15910917077, tianjx@iwhr.com;  
朱凯斌 18612925869。

DOI: 10.11779/CJGE202205003

# 水平动荷载作用下海洋大直径管桩动力响应解析解

郑长杰<sup>1, 2</sup>, 林 浩<sup>1, 2</sup>, 曹光伟<sup>3</sup>, 丁选明<sup>3</sup>, 袁鲁宝<sup>\*4</sup>

(1. 福建工程学院土木工程学院, 福建 福州 350118; 2. 福建省土木工程新技术与信息化重点实验室, 福建 福州 350118;  
3. 重庆大学土木工程学院, 重庆 400045; 4. 中国海洋大学环境科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

**摘要:** 考虑桩-土-流体耦合振动, 研究了谐和激振水平动荷载作用下的海洋大直径管桩振动响应问题。将桩周和桩芯海水考虑为无黏性不可压缩流体建立其控制方程求得海水速度势解析表达式, 继而得到作用于桩身动水压力表达式。将土体看作黏弹性介质建立桩周土和桩芯土控制方程, 对土体方程直接解耦求解, 得到桩周土和桩芯土位移和抗力表达式。利用桩-土体位移连续条件、桩-流体速度连续条件以及桩身边界条件, 求解得到了水平谐振荷载下海洋大直径管桩位移解析解, 并提出了桩顶水平动力柔度因子概念。将理论解所得结果与有限元结果对比, 验证了本文解的正确性。分析了海水动水压力、埋入海水段桩长、管桩内外半径、桩身模量、土体模量等参数对海洋大直径管桩水平动力响应特性的影响。

**关键词:** 海洋工程; 大直径管桩; 水平振动; 动水压力; 柔度因子

中图分类号: TU473.1 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0810-10

作者简介: 郑长杰(1989—), 男, 博士, 教授, 主要从事桩基动力学与岩土地震工程方面的研究工作。E-mail: zcj@fjut.edu.cn。

## Analytical solution for dynamic response of offshore large-diameter pipe piles subjected to horizontal dynamic loads

ZHENG Chang-jie<sup>1, 2</sup>, LIN Hao<sup>1, 2</sup>, CAO Guang-wei<sup>3</sup>, DING Xuan-ming<sup>3</sup>, LUAN Lu-bao<sup>4</sup>

(1. School of Civil Engineering, Fujian University of Technology, Fuzhou 350118, China; 2. Fujian Provincial Key Laboratory of Advanced Technology and Informatization in Civil Engineering, Fuzhou 350118, China; 3. College of Civil Engineering, Chongqing University, Chongqing 400045, China; 4. College of Environmental Science and Technology, Ocean University of China, Qingdao 266100, China)

**Abstract:** The vibration response of offshore large-diameter pipe piles subjected to harmonic horizontal dynamic loads is studied by considering the pile-soil-seawater coupled vibration. The governing equations for the outer and inner seawater are established, and the analytical expressions for the velocity potential of the seawater are obtained, then the expressions for the hydrodynamic seawater pressure acting on the pile body are obtained. Considering the soil as the viscoelastic medium, the governing equations for the outer and inner soil are established. The coupled equations are directly solved, and the expressions for the displacement and resistance of the outer and inner soil are obtained. By using the displacement continuous condition at pile-soil interfaces, velocity continuous condition at pile-seawater interfaces and boundary conditions of piles, the analytical solution for the displacement of the offshore large-diameter pipe piles under horizontal dynamic loads is obtained, and the horizontal dynamic compliance factor of pile top is defined. The solution is compared with the FEM results to verify the correctness. The effects of hydrodynamic seawater pressure, length of pile embedded in seawater, outer and inner pile radii, pile modulus and soil modulus on the horizontal dynamic characteristics of offshore large-diameter pipe piles are analyzed.

**Key words:** ocean engineering; large-diameter pipe pile; horizontal vibration; hydrodynamic pressure; compliance coefficient

## 0 引言

中国正积极推进海洋强国战略, 海洋资源开发产业发展十分迅速, 高桩码头、跨海桥梁、海洋平台、风电机组、输电塔等海上构筑物不断涌现, 各种大直径管桩也因各自的优点和特点广泛应用于上述大型海

基金项目: 国家自然科学基金项目(52178318, 52008059); 福建省自然科学基金项目(2021J011056); 福建省科协青年人才托举工程(GY-Z20176)

收稿日期: 2021-05-06

\*通信作者(E-mail: luanlub@163.com)

洋工程中。海上构筑物存在复杂的荷载条件, 海上构筑物的桩基础不仅需要承受上部结构的自重荷载, 同时需要承受风荷载、波浪力、水流力、地震作用等水平动荷载, 在极端环境工况下, 巨大的水平向荷载会引起桩基础发生较大的水平变形, 使得风机停机、油气平台倾斜失效。此外, 当桩基础和上部结构一阶自振频率与这些动荷载的激振频率接近时, 容易发生共振, 在基础和结构中引起更大的内力从而导致其产生崩塌破坏。研究水平动荷载作用下海洋工程中大直径管桩的受荷机理, 对于中国科技兴海的战略发展具有重要的科学意义和工程实用价值。

近几十年, 广大学者对水平动荷载下桩的动力响应问题开展了深入的研究。早期应用最广泛的计算模型是Winkler模型<sup>[1-2]</sup>, 其将桩周土和桩底土对桩的作用简化为弹簧和阻尼器的形式, 但Winkler模型的缺点是不能真正的考虑桩-土耦合振动, 且在实际工程中难以精确的确定模型参数取值。后来Novak等<sup>[3]</sup>提出平面应变假定建立了简化桩土耦合振动理论, 并基于这一理论展开了各种桩基振动特性的基础性研究, 得到了许多重要结论。Novak平面应变理论的缺陷是忽略了土体内部纵向应力梯度的变化, 应用到实际工程中时难免带来误差。与之相比, 将土体视为三维连续介质, 严格考虑桩土耦合作用及桩侧土竖向应力梯度变化的桩振动解析理论, 在理论上更为精确。Novak等<sup>[4]</sup>将土体考虑为一个有限厚度的土层并考虑土体纵向应力梯度变化, 得到了水平动载作用下刚性支承桩振动响应解析解。余俊等<sup>[5]</sup>将土体考虑为饱和两相介质, 通过引入势函数对Biot动力固结方程解耦, 研究了饱和土中端承桩的水平振动响应。章敏等<sup>[6]</sup>则研究了非饱和土中端承桩的水平振动特性。

以上这些研究均假定桩完全埋入土体中, 然而海洋桩基多采用高桩的形式<sup>[7-8]</sup>, 其变形机理与完全埋入式桩基有明显的差异。许多学者曾对动荷载下高桩基础水平动力响应问题进行了研究。马宏旺等<sup>[9]</sup>采用数值模拟的方法研究了循环荷载作用下海上风电单桩基础水平动力特性。任青等<sup>[10]</sup>基于动力Winkler模型, 提出了考虑桩顶竖向荷载的海洋群桩基础水平振动模型。Hu等<sup>[11]</sup>研究了考虑桩身轴力的饱和土地基中高桩基础的水平动力响应。

上述研究都是将高桩基础未埋入土中部分桩体考虑为自由段, 而海洋桩基础其上部桩身是埋入海水中, 桩身水平振动引起海水动水压力会对桩的水平振动特性产生影响。付鹏等<sup>[12-13]</sup>在徐汉忠<sup>[14]</sup>针对水中圆柱梁水平振动响应研究的基础上系统研究了海洋高桩基础水平振动响应问题, 得到了一些有益的结论。但其研

究是针对实心桩, 而海洋工程中得到广泛应用的大直径管桩由于其薄壁中空的特性及桩芯土的存在与实心桩振动特性存在显著差异<sup>[15]</sup>。本文假设海水为无黏性不可压缩流体, 考虑海洋大直径管桩与土体及流体的相互作用, 求解得到了海洋大直径管桩基础水平振动响应解析解, 并分析了其水平振动响应特性, 本文研究成果可为海洋大直径管桩基础的工程设计提供参考。

## 1 定解问题的建立

本文计算模型如图1所示, 桩长为H, 外半径为r<sub>1</sub>, 内半径为r<sub>2</sub>的大直径管桩埋入上覆海水下卧刚性基岩的黏弹性土层中。海水深度和土层厚度分别为H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub>。管桩桩顶受到谐和激振水平荷载P $e^{i\omega t}$ 作用, 其中P为水平荷载幅值,  $\omega$ 为荷载频率, t为时间。

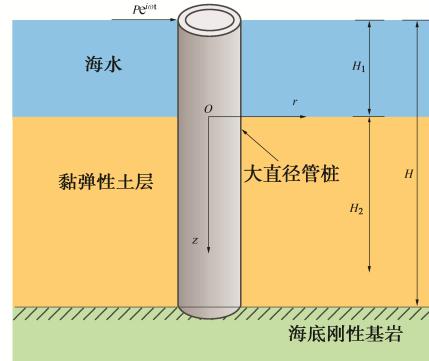


图1 桩-土-海水系统计算模型示意图

Fig. 1 Conceptual model for pile-soil-seawater system

### (1) 流体运动控制方程

将海水假定为无黏性不可压缩流体, 其控制方程为拉普拉斯方程, 在柱坐标系下可表示为

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_j}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} = 0 , \quad (1)$$

式中,  $\phi_j$ 为海水速度势函数,  $j = 1, 2$ 。当 $j = 1$ 时, 上述方程和参数对应桩周海水, 当 $j = 2$ 时, 其对应管桩内壁腔内海水。

### (2) 土体运动控制方程

根据弹性动力学理论, 忽略土体竖向位移, 建立桩周土和桩芯土在柱坐标系上的运动控制方程为

$$G^* \nabla^2 u_{rj} + (\lambda^* + G^*) \frac{\partial e_j}{\partial r} - \frac{G^*}{r^2} \left( 2 \frac{\partial u_{\theta j}}{\partial \theta} + u_{rj} \right) + G^* \frac{\partial^2 u_{rj}}{\partial z^2} = -\rho_s \omega^2 u_{rj} , \quad (2)$$

$$G^* \nabla^2 u_{\theta j} + (\lambda^* + G^*) \frac{\partial e_j}{r \partial \theta} - \frac{G^*}{r^2} \left( u_{\theta j} - 2 \frac{\partial u_{rj}}{\partial \theta} \right) + G^* \frac{\partial^2 u_{\theta j}}{\partial z^2} = -\rho_s \omega^2 u_{\theta j} , \quad (3)$$

式中,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$  为拉普拉斯算子,  $u_{rj}(r, \theta, z)$ ,  $u_{\theta j}(r, \theta, z)$  为土体径向和切向位移;  $\lambda^* = \lambda(1+2i\beta_s)$ ,  $G^* = G(1+2i\beta_s)$  为土体复拉梅常数, 其中  $i = \sqrt{-1}$ ,  $\beta_s$  为土体阻尼比,  $\rho_s$  为土体密度,  $e_j = \frac{\partial u_{rj}}{\partial r} + \frac{u_{rj}}{r} + \frac{\partial u_{\theta j}}{r \partial \theta}$  为土体体应变, 同理,  $j = 1, 2$ 。当  $j = 1$  时, 上述方程和参数对应桩周土, 当  $j = 2$  时, 其对应管桩内壁桩芯土。

### (3) 管桩水平振动方程

埋入海水和土层段的管桩控制方程分别为

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 u_{pw}}{\partial z^4} - \rho_p A_p \omega^2 u_{pw} + f_{w1} + f_{w2} = 0 \quad (-H_1 \leq z \leq 0), \quad (4)$$

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 u_{ps}}{\partial z^4} - \rho_p A_p \omega^2 u_{ps} + f_{s1} + f_{s2} = 0 \quad (0 \leq z \leq H_2), \quad (5)$$

式中,  $u_{pw}$ ,  $u_{ps}$  为埋入海水段和埋入土层段的管桩水平位移,  $f_{w1}$ ,  $f_{w2}$  为作用于单位长度桩身的海水动水压力,  $f_{s1}$ ,  $f_{s2}$  为作用于单位长度桩身的土体抗力,  $E_p^* = E_p(1+2i\beta_p)$  为管桩复弹性模量, 其中  $E_p$  为桩弹性模量,  $\beta_p$  为桩身材料阻尼比,  $I_p$  为管桩截面惯性矩,  $A_p$  为管桩截面面积,  $\rho_p$  为桩身材料密度。

## 2 方程求解

### 2.1 海水运动方程求解

#### (1) 桩周海水运动方程求解

基于分离变量法, 海水速度势函数可表示为

$$\phi_1 = R_1(r)\Phi_1(\theta)Z_1(z)i\omega e^{i\omega t}. \quad (6)$$

为简便起见, 下文表达式中省略时间因子  $e^{i\omega t}$  项。

式(1)的通解为

$$\phi_1 = [A_{w1}I_m(hr) + B_{w1}K_m(hr)] \cdot [C_{w1}\sin(m\theta) + D_{w1}\cos(m\theta)] \cdot [E_{w1}\cos(hz) + F_{w1}\sin(hz)]i\omega, \quad (7)$$

式中,  $I_m(hr)$ ,  $K_m(hr)$  分别为第一类和第二类  $m$  阶修正贝塞尔函数,  $A_{w1}$ ,  $B_{w1}$ ,  $C_{w1}$ ,  $D_{w1}$ ,  $E_{w1}$ ,  $F_{w1}$  为待定系数。

海水边界条件假定为

$$\phi_1|_{z=-H_1} = 0, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad (9)$$

$$\phi_1|_{r \rightarrow \infty} < \infty. \quad (10)$$

将式(7)代入上述边界条件可得

$$\phi_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{wn} K_1(h_n r) \cos(h_n z) i\omega \cos \theta, \quad (11)$$

式中,  $h_n = \frac{(2n-1)\pi}{2H_1}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ 。

海水中的动水压力为

$$q_1 = -\rho_w \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{wn} K_1(h_n r) \cos(h_n z) \cos \theta, \quad (12)$$

式中,  $\rho_w$  为海水密度。

作用于单位长度桩身的海水动水压力为

$$f_{w1} = \int_0^{2\pi} q_1 \Big|_{r=r_1} r_1 \cos \theta d\theta = \pi r_1 \rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{wn} K_1(h_n r_1) \cos(h_n z). \quad (13)$$

#### (2) 桩芯海水运动方程求解

与桩周海水方程求解过程类似, 可求得桩芯海水速度势函数通解为

$$\phi_2 = [A_{w2}I_1(hr) + B_{w2}K_1(hr)] \cdot [C_{w2}\sin(m\theta) + D_{w2}\cos(m\theta)] \cdot [E_{w2}\cos(hz) + F_{w2}\sin(hz)]i\omega, \quad (14)$$

式中,  $A_{w2}$ ,  $B_{w2}$ ,  $C_{w2}$ ,  $D_{w2}$ ,  $E_{w2}$ ,  $F_{w2}$  为待定系数。

桩芯海水边界条件假定为

$$\phi_2|_{z=-H_1} = 0, \quad (15)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad (16)$$

$$\phi_2|_{r=0} < \infty, \quad (17)$$

将式(14)代入以上边界条件, 可得

$$\phi_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{w2n} I_1(h_n r) \cos(h_n z) i\omega \cos \theta. \quad (18)$$

桩芯海水动水压力为

$$q_2 = \rho_w \frac{\partial \phi_2}{\partial t} = -\rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{w2n} I_1(h_n r) \cos(h_n z) \cos \theta. \quad (19)$$

作用于单位长度桩身的海水动水压力为

$$f_{w2} = \int_0^{2\pi} q_2 \Big|_{r=r_2} r_2 \cos \theta d\theta = -\pi r_2 \rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{w2n} I_1(h_n r_2) \cos(h_n z). \quad (20)$$

### 2.2 土体运动方程求解

#### (1) 桩周土体运动方程求解

对方程(2)、(3)进行微分变换  $\frac{\partial(2)}{\partial r} + \frac{(2)}{r} + \frac{\partial(3)}{r \partial \theta}$ ,

可得

$$(\lambda^* + 2G^*) \nabla^2 e_1 + G^* \frac{\partial^2 e_1}{\partial z^2} + \rho \omega^2 e_1 = 0. \quad (21)$$

通过分离变量法容易得到方程(21)的通解为

$$e_1 = [A_{s11}K_m(q_1 r) + B_{s11}I_m(q_1 r)] \cdot [C_{s11}\sin(m\theta) + D_{s11}\cos(m\theta)] \cdot [E_{s11}\sin(gz) + F_{s11}\cos(gz)], \quad (22)$$

式中,  $q_1^2 = \frac{G^* g^2 - \rho \omega^2}{\lambda^* + 2G^*}$ ,  $A_{s11}$ ,  $B_{s11}$ ,  $C_{s11}$ ,  $D_{s11}$ ,  $E_{s11}$ ,  $F_{s11}$  为待定系数。

桩周土边界条件假定为

$$\frac{\partial u_{r1}}{\partial z}|_{z=0} = \frac{\partial u_{\theta1}}{\partial z}|_{z=0} = 0, \quad (23)$$

$$u_{r1}|_{z=H_2} = u_{\theta1}|_{z=H_2} = 0, \quad (24)$$

$$u_{r1}|_{r \rightarrow \infty} = u_{\theta1}|_{r \rightarrow \infty} = 0 \quad . \quad (25)$$

将式(22)代入边界条件可得

$$e_1 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{s11n} K_1(q_{1n}r) \cos(g_n z) \cos \theta \quad , \quad (26)$$

$$\text{式中, } g_n = \frac{(2n-1)\pi}{2H_2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

$u_{r1}$ ,  $u_{\theta1}$  可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_{r1}(r, \theta, z) &= \bar{u}_{r1}(r, z) \cos \theta \\ u_{\theta1}(r, \theta, z) &= \bar{u}_{\theta1}(r, z) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

将式(26), (27)代入式(2), (3)并分别相加和相减得到

$$\begin{aligned} G^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} - \frac{4}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_1 + \rho \omega^2 U_1 \\ = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^* + G^*) A_{s11n} q_{1n} K_2(q_{1n}r) \cos(g_n z) \quad , \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) V_1 + \rho \omega^2 V_1 \\ = \sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^* + G^*) A_{s11n} q_{1n} K_0(q_{1n}r) \cos(g_n z) \quad , \quad (29) \end{aligned}$$

$$\text{式中, } U_1 = \bar{u}_{r1} + \bar{u}_{\theta1}, \quad V_1 = \bar{u}_{r1} - \bar{u}_{\theta1}.$$

基于分离变量法并考虑上文土体边界条件, 可得

$$U_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [\gamma_n A_{s11n} K_2(q_{1n}r) + A_{s12n} K_2(q_{2n}r)] \cos(g_n z), \quad (30)$$

$$V_1 = \sum_{n=1}^{\infty} [\gamma_n A_{s11n} K_0(q_{1n}r) + A_{s13n} K_0(q_{2n}r)] \cos(g_n z), \quad (31)$$

$$\text{式中, } q_{2n}^2 = \frac{G^* g_n^2 - \rho \omega^2}{G^*}, \quad \gamma_n = \frac{(\lambda^* + G^*) q_{1n}}{G^*(q_{1n}^2 - g_n^2) + \rho \omega^2},$$

$A_{s12n}$ ,  $A_{s13n}$  为待定系数。

考虑土体体应变定义, 可得

$$A_{s13n} = -A_{s12n} \quad . \quad (32)$$

因此桩周土位移  $u_{r1}$ ,  $u_{\theta1}$  可表示为

$$u_{r1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \gamma_n A_{s11n} \frac{K_2(q_{1n}r) + K_0(q_{1n}r)}{2} + A_{s12n} \frac{K_2(q_{2n}r) - K_0(q_{2n}r)}{2} \right] \cos(g_n z) \cos \theta \quad , \quad (33)$$

$$u_{\theta1} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \gamma_n A_{s11n} \frac{K_2(q_{1n}r) - K_0(q_{1n}r)}{2} + A_{s12n} \frac{K_2(q_{2n}r) + K_0(q_{2n}r)}{2} \right] \cos(g_n z) \sin \theta \quad . \quad (34)$$

桩周土与管桩交界面处的连续条件可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_{r1} &= u_p \cos \theta \\ u_{\theta1} &= -u_p \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

将式(33), (34)代入式(35), 可得

$$A_{s12n} = \delta_{1n} A_{s11n}, \quad (36)$$

$$\text{式中, } \delta_{1n} = -\frac{\gamma_n K_2(q_{1n}r)}{K_2(q_{2n}r)}.$$

根据式(33), (34)可求得桩周土应力为

$$\begin{aligned} \sigma_{r1} &= \sum_{n=1}^{\infty} A_{s11n} \left\{ \left[ (\lambda^* + 2G^*) K_1(q_{1n}r) - 2G^* \gamma_n \frac{K_2(q_{1n}r)}{r} \right] - \right. \\ &\quad \left. 2G^* \delta_{1n} \frac{K_2(q_{2n}r)}{r} \right\} \cos(g_n z) \cos \theta, \quad (37) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta1} &= -G^* \sum_{n=1}^{\infty} A_{s11n} \left\{ 2\gamma_n \frac{K_2(q_{1n}r)}{r} + \right. \\ &\quad \left. \delta_{1n} \left[ q_{2n} K_1(q_{2n}r) + 2 \frac{K_2(q_{2n}r)}{r} \right] \right\} \cos(g_n z) \sin \theta. \quad (38) \end{aligned}$$

进而可求得单位长度桩身受到的桩周土体抗力为

$$\begin{aligned} f_{s1} &= -\int_0^{2\pi} (\sigma_{r1} \cos \theta - \tau_{r\theta1} \sin \theta) \Big|_{r=r_1} r_1 d\theta \\ &= -\pi r_1 \sum_{n=1}^{\infty} A_{s11n} [(\lambda^* + 2G^*) K_1(q_{1n}r_1) + \\ &\quad G^* \delta_{1n} q_{2n} K_1(q_{2n}r_1)] \cos(g_n z) \quad . \quad (39) \end{aligned}$$

## (2) 桩芯土体运动方程求解

与求解桩周土方程过程类似, 容易求得桩芯土体应变通解为

$$e_2 = [A_{s21} K_m(q_1 r) + B_{s21} I_m(q_1 r)] \cdot [C_{s21} \sin(m\theta) + D_{s21} \cos(m\theta)] \cdot [E_{s21} \sin(gz) + F_{s21} \cos(gz)], \quad (40)$$

桩芯土边界条件假定为

$$\frac{\partial u_{r2}}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{\partial u_{\theta2}}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0, \quad (41)$$

$$u_{r2} \Big|_{z=H_2} = u_{\theta2} \Big|_{z=H_2} = 0, \quad (42)$$

$$u_{r2} \Big|_{r \rightarrow \infty} = u_{\theta2} \Big|_{r \rightarrow \infty} = 0. \quad (43)$$

将式(40)代入边界条件可得

$$e_2 = \sum_{n=1}^{\infty} A_{s21n} I_1(q_{1n}r) \cos(g_n z) \cos \theta. \quad (44)$$

$u_{r2}$ ,  $u_{\theta2}$  可表示为

$$\left. \begin{aligned} u_{r2}(r, \theta, z) &= \bar{u}_{r2}(r, z) \cos \theta \\ u_{\theta2}(r, \theta, z) &= \bar{u}_{\theta2}(r, z) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

类似桩周土求解过程, 可得

$$\begin{aligned} G^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} - \frac{4}{r^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) U_2 + \rho \omega^2 U_2 \\ = -\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^* + G^*) A_{s21n} q_{1n} I_2(q_{1n}r) \cos(g_n z) \quad , \quad (46) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G^* \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) V_2 + \rho \omega^2 V_2 \\ = -\sum_{n=1}^{\infty} (\lambda^* + G^*) A_{s21n} q_{1n} I_0(q_{1n}r) \cos(g_n z) \quad , \quad (47) \end{aligned}$$

$$\text{式中, } U_2 = \bar{u}_{r2} + \bar{u}_{\theta2}, \quad V_2 = \bar{u}_{r2} - \bar{u}_{\theta2}.$$

方程(46), (47)的解为

$$U_2 = \sum_{n=1}^{\infty} [-\gamma_n A_{s21n} I_2(q_{1n}r) + A_{s22n} I_2(q_{2n}r)] \cos(g_n z), \quad (48)$$

$$V_2 = \sum_{n=1}^{\infty} [-\gamma_n A_{s21n} I_0(q_{1n}r) - A_{s22n} I_0(q_{2n}r)] \cos(g_n z), \quad (49)$$

因此桩芯土位移  $u_{r2}$ ,  $u_{\theta2}$  可表示为

$$u_{r2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\gamma_n A_{s21n} \frac{I_2(q_{1n}r) + I_0(q_{1n}r)}{2} + A_{s22n} \frac{I_2(q_{2n}r) - I_0(q_{2n}r)}{2} \right] \cos(g_n z) \cos \theta, \quad (50)$$

$$u_{\theta2} = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -\gamma_n A_{s21n} \frac{I_2(q_{1n}r) - I_0(q_{1n}r)}{2} + A_{s22n} \frac{I_2(q_{2n}r) + I_0(q_{2n}r)}{2} \right] \cos(g_n z) \sin \theta. \quad (51)$$

类似地, 基于桩芯土与管桩交界面处的连续条件可求得

$$A_{s22n} = \delta_{2n} A_{s21n}, \quad (52)$$

$$\text{式中, } \delta_{2n} = \frac{\gamma_n I_2(q_{1n}r_0)}{I_2(q_{2n}r_0)}.$$

单位长度桩身受到的桩芯土体抗力为

$$f_{s2} = \int_0^{2\pi} (\sigma_{r2} \cos \theta - \tau_{r\theta2} \sin \theta) \Big|_{r=r_2} r_2 d\theta \\ = \pi r_2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{s2n} [(\lambda^* + 2G^*) I_1(q_{1n}r_2) - G^* \delta_{2n} q_{2n} I_1(q_{2n}r_2)] \cos(g_n z). \quad (53)$$

### 2.3 管桩水平振动方程求解

将上文求得的桩周和桩芯海水动水压力和土体抗力代入管桩控制方程(4), (5)中, 可得

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 u_{pw}}{\partial z^4} - \rho_p A_p \omega^2 u_{pw} + \pi r_1 \rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{w1n} K_1(h_n r_1) \cos(h_n z) + \pi r_2 \rho_w \omega^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{w2n} I_1(h_n r_2) \cos(h_n z) = 0, \quad (54)$$

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 u_{ps}}{\partial z^4} - \rho_p A_p \omega^2 u_{ps} - \pi r_1 \sum_{n=1}^{\infty} A_{s1n} [(\lambda^* + 2G^*) K_1(q_{1n}r_1) + G^* \delta_{1n} q_{2n} K_1(q_{2n}r_1)] \cos(g_n z) \pi r_2 \sum_{n=1}^{\infty} A_{s2n} [(\lambda^* + 2G^*) I_1(q_{1n}r_2) - G^* \delta_{2n} q_{2n} I_1(q_{2n}r_2)] \cos(g_n z) = 0. \quad (55)$$

式(54), (55)解的形式为

$$u_{pw} = N_{w1} \sin(kz) + N_{w2} \cos(kz) + N_{w3} \sinh(kz) + N_{w4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{w1n} A_{w1n} \cos(h_n z) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{w2n} A_{w2n} \cos(h_n z), \quad (56)$$

$$u_{ps} = N_{s1} \sin(kz) + N_{s2} \cos(kz) + N_{s3} \sinh(kz) + N_{s4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{s1n} A_{s1n} \cos(g_n z) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{s2n} A_{s2n} \cos(g_n z), \quad (57)$$

$$\text{式中, } k^4 = \frac{\rho_p A_p \omega^2}{E_p^* I_p}, \quad \zeta_{w1n} = \frac{\pi r_1 \rho_w \omega^2 K_1(h_n r_1)}{E_p^* I_p (h_n^4 - k^4)}, \quad \zeta_{w2n} = \frac{\pi r_2 \rho_w \omega^2 I_1(h_n r_2)}{E_p^* I_p (h_n^4 - k^4)},$$

$$\zeta_{s1n} = -\frac{\pi r_1 [(\lambda^* + 2G^*) K_1(q_{1n}r_1) + G^* \delta_{1n} q_{2n} K_1(q_{2n}r_1)]}{E_p^* I_p (g_n^4 - k^4)}, \quad \zeta_{s2n} =$$

$$\frac{\pi r_2 [(\lambda^* + 2G^*) I_1(q_{1n}r_2) - G^* \delta_{2n} q_{2n} I_1(q_{2n}r_2)]}{E_p^* I_p (g_n^4 - k^4)}.$$

由管桩与海水流体交界面处速度连续条件及与土体交界面处位移连续条件:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \Big|_{r=r_1} = \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \Big|_{r=r_2} = \frac{\partial u_{pw}}{\partial t} \cos \theta, \quad (58)$$

$$u_{r1} \Big|_{r=r_1} = u_{r2} \Big|_{r=r_2} = u_{ps} \cos \theta. \quad (59)$$

将桩周、桩芯海水速度势和土体位移表达式以及管桩位移表达式代入, 可得

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{w1n} \eta_{w1n} \cos(h_n z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{w2n} \eta_{w1n} \cos(h_n z) \\ = N_{w1} \sin(kz) + N_{w2} \cos(kz) + N_{w3} \sinh(kz) + N_{w4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{w1n} A_{w1n} \cos(h_n z) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{w2n} A_{w2n} \cos(h_n z), \quad (60)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_{s1n} \eta_{s1n} \cos(g_n z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_{s2n} \eta_{s2n} \cos(g_n z) \\ = N_{s1} \sin(kz) + N_{s2} \cos(kz) + N_{s3} \sinh(kz) + N_{s4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{s1n} A_{s1n} \cos(g_n z) - \sum_{n=1}^{\infty} \zeta_{s2n} A_{s2n} \cos(g_n z), \quad (61)$$

$$\text{式中, } \eta_{w1n} = -\frac{h_n}{2} [K_0(h_n r_1) + K_2(h_n r_1)], \quad \eta_{w2n} = \frac{h_n}{2} [I_0(h_n r_2) + I_2(h_n r_2)], \\ \eta_{s1n} = \gamma_n \frac{K_2(q_{1n}r_1) + K_0(q_{1n}r_1)}{2} + \delta_{1n} \frac{K_2(q_{2n}r_1) - K_0(q_{2n}r_1)}{2}, \\ \eta_{s2n} = -\gamma_n \frac{I_2(q_{1n}r_2) + I_0(q_{1n}r_2)}{2} + \delta_{2n} \frac{I_2(q_{2n}r_2) - I_0(q_{2n}r_2)}{2}.$$

由式(60), (61)容易得到

$$A_{w2n} = \frac{\eta_{w1n}}{\eta_{w2n}} A_{w1n}, \quad (62)$$

$$A_{s2n} = \frac{\eta_{s1n}}{\eta_{s2n}} A_{s1n}. \quad (63)$$

将式(62)代入式(60), 式(63)代入式(61), 可得

$$N_{w1} \sin(kz) + N_{w2} \cos(kz) + N_{w3} \sinh(kz) + N_{w4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_{w1n} \eta_{w2n} + \zeta_{w2n} \eta_{w1n}}{\eta_{w2n}} A_{w1n} \cos(h_n z) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{w1n} A_{w1n} \cos(h_n z), \quad (64)$$

$$N_{s1} \sin(kz) + N_{s2} \cos(kz) + N_{s3} \sinh(kz) + N_{s4} \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\zeta_{s1n} \eta_{s2n} + \zeta_{s2n} \eta_{s1n}}{\eta_{s2n}} A_{s1n} \cos(g_n z) = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{s1n} A_{s1n} \cos(g_n z). \quad (65)$$

将式(64)两边同时乘以  $\cos(h_n z)$  并在区间  $[-H_1, 0]$  上积分, 式(65)同时乘以  $\cos(g_n z)$  并在区间  $[0, H_2]$  上积分, 可得

$$A_{w1n} = \eta_{w2n} (\chi_{w1n} N_{w1} + \chi_{w2n} N_{w2} + \chi_{w3n} N_{w3} + \chi_{w4n} N_{w4}), \quad (66)$$

$$A_{s1n} = \eta_{s2n} (\chi_{s1n} N_{s1} + \chi_{s2n} N_{s2} + \chi_{s3n} N_{s3} + \chi_{s4n} N_{s4}), \quad (67)$$

式中

$$\begin{aligned}\chi_{w1n} &= \frac{2 \int_{-H_1}^0 \sin(kz) \cos(h_n z) dz}{H_1(\eta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})}, \\ \chi_{w2n} &= \frac{2 \int_{-H_1}^0 \cos(kz) \cos(h_n z) dz}{H_1(\eta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})}, \\ \chi_{w3n} &= \frac{2 \int_{-H_1}^0 \sinh(kz) \cos(h_n z) dz}{H_1(\eta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})}, \\ \chi_{w4n} &= \frac{2 \int_{-H_1}^0 \cosh(kz) \cos(h_n z) dz}{H_1(\eta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})}, \\ \chi_{s1n} &= \frac{2 \int_0^{H_2} \sin(kz) \cos(g_n z) dz}{H_2(\eta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})}, \\ \chi_{s2n} &= \frac{2 \int_0^{H_2} \cos(kz) \cos(g_n z) dz}{H_2(\eta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})}, \\ \chi_{s3n} &= \frac{2 \int_0^{H_2} \sinh(kz) \cos(g_n z) dz}{H_2(\eta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})}, \\ \chi_{s4n} &= \frac{2 \int_0^{H_2} \cosh(kz) \cos(g_n z) dz}{H_2(\eta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})}.\end{aligned}$$

继而可得到:

$$A_{w2n} = \eta_{w1n}(\chi_{w1n}N_{w1} + \chi_{w2n}N_{w2} + \chi_{w3n}N_{w3} + \chi_{w4n}N_{w4}), \quad (68)$$

$$A_{s2n} = \eta_{s1n}(\chi_{s1n}N_{s1} + \chi_{s2n}N_{s2} + \chi_{s3n}N_{s3} + \chi_{s4n}N_{s4}). \quad (69)$$

至此可得到埋入海水段和埋入土层段的管桩桩身位移、转角、弯矩和剪力的表达式为

$$\begin{aligned}u_{pw} &= N_{w1}[ \sin(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w1n} \cos(h_n z) ] + N_{w2}[ \cos(kz) - \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w2n} \cos(h_n z) ] + N_{w3}[ \sinh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w3n} \cos(h_n z) ] + \\ &\quad N_{w4}[ \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w4n} \cos(h_n z) ],\end{aligned} \quad (70)$$

$$\begin{aligned}\phi_{pw} &= N_{w1}[ k \cos(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w1n} h_n \sin(h_n z) ] + N_{w2}[ -k \sin(kz) + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w2n} h_n \sin(h_n z) ] + N_{w3}[ k \cosh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w3n} h_n \sin(h_n z) ] + \\ &\quad N_{w4}[ k \sinh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w4n} h_n \sin(h_n z) ],\end{aligned} \quad (71)$$

$$\begin{aligned}\frac{M_{pw}}{E_p^* I_p} &= N_{w1}[ -k^2 \sin(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w1n} h_n^2 \cos(h_n z) ] + N_{w2}[ -k^2 \cos(kz) + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w2n} h_n^2 \cos(h_n z) ] + N_{w3}[ k^2 \sinh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w3n} h_n^2 \cos(h_n z) ] + \\ &\quad N_{w4}[ k^2 \cosh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w4n} h_n^2 \cos(h_n z) ],\end{aligned} \quad (72)$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_{pw}}{E_p^* I_p} &= N_{w1}[ -k^3 \cos(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w1n} h_n^3 \sin(h_n z) ] + N_{w2}[ k^3 \sin(kz) - \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w2n} h_n^3 \sin(h_n z) ] + N_{w3}[ k^3 \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w3n} h_n^3 \sin(h_n z) ] + \\ &\quad N_{w4}[ k^3 \sinh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{w4n} h_n^3 \sin(h_n z) ],\end{aligned} \quad (73)$$

$$\begin{aligned}u_{ps} &= N_{s1}[ \sin(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s1n} \cos(g_n z) ] + N_{s2}[ \cos(kz) - \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s2n} \cos(g_n z) ] + N_{s3}[ \sinh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s3n} \cos(g_n z) ] + \\ &\quad N_{s4}[ \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s4n} \cos(g_n z) ],\end{aligned} \quad (74)$$

$$\begin{aligned}\phi_{ps} &= N_{s1}[ k \cos(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s1n} g_n \sin(g_n z) ] + N_{s2}[ -k \sin(kz) + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s2n} g_n \sin(g_n z) ] + N_{s3}[ k \cosh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s3n} g_n \sin(g_n z) ] + \\ &\quad N_{s4}[ k \sinh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s4n} g_n \sin(g_n z) ],\end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned}\frac{M_{ps}}{E_p^* I_p} &= N_{s1}[ -k^2 \sin(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s1n} g_n^2 \cos(g_n z) ] + N_{s2}[ -k^2 \cos(kz) + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s2n} g_n^2 \cos(g_n z) ] + N_{s3}[ k^2 \sinh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s3n} g_n^2 \cos(g_n z) ] + \\ &\quad N_{s4}[ k^2 \cosh(kz) + \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s4n} g_n^2 \cos(g_n z) ],\end{aligned} \quad (76)$$

$$\begin{aligned}\frac{Q_{ps}}{E_p^* I_p} &= N_{s1}[ -k^3 \cos(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s1n} g_n^3 \sin(g_n z) ] + N_{s2}[ k^3 \sin(kz) - \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s2n} g_n^3 \sin(g_n z) ] + N_{s3}[ k^3 \cosh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s3n} g_n^3 \sin(g_n z) ] + \\ &\quad N_{s4}[ k^3 \sinh(kz) - \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_{s4n} g_n^3 \sin(g_n z) ],\end{aligned} \quad (77)$$

式中,  $\kappa_{w1n} = (\zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})\chi_{w1n}$ ,  $\kappa_{w2n} = (\zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})\chi_{w2n}$ ,  $\kappa_{w3n} = (\zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})\chi_{w3n}$ ,  $\kappa_{w4n} = (\zeta_{w1n}\eta_{w2n} + \zeta_{w2n}\eta_{w1n})\chi_{w4n}$ ,  $\kappa_{s1n} = (\zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})\chi_{s1n}$ ,  $\kappa_{s2n} = (\zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})\chi_{s2n}$ ,  $\kappa_{s3n} = (\zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})\chi_{s3n}$ ,  $\kappa_{s4n} = (\zeta_{s1n}\eta_{s2n} + \zeta_{s2n}\eta_{s1n})\chi_{s4n}$ 。

桩顶边界条件为

$$M_{pw} \Big|_{z=-H_1} = 0 \quad Q_{pw} \Big|_{z=-H_1} = P e^{i\omega t}, \quad (78)$$

桩底边界条件为

$$u_{ps} \Big|_{z=H_2} = 0 \quad \phi_{ps} \Big|_{z=H_2} = 0. \quad (79)$$

同时管桩满足如下连续条件:

$$\left. \begin{array}{l} u_{pw} \Big|_{z=0} = u_{ps} \Big|_{z=0}, \\ \phi_{pw} \Big|_{z=0} = \phi_{ps} \Big|_{z=0}, \\ M_{pw} \Big|_{z=0} = M_{ps} \Big|_{z=0}, \\ Q_{pw} \Big|_{z=0} = Q_{ps} \Big|_{z=0} \end{array} \right\} \quad (80)$$

将式(70)~(77)确定的桩身位移、转角、弯矩和剪力表达式代入边界条件和连续条件式(78)~(80)得到一个八元一次线性方程组,求解这一线性方程组可得到待定系数 $N_{w1}$ , $N_{w2}$ , $N_{w3}$ , $N_{w4}$ , $N_{s1}$ , $N_{s2}$ , $N_{s3}$ , $N_{s4}$ ,将得到的系数带回原方程即可得到桩身位移和应力解析解。

### 3 对比验证与参数分析

#### 3.1 对比验证

为了验证本文解的正确性,将本文理论解与有限元模拟结果对比,图2为利用ABAQUS软件建立的桩-土-海水系统数值分析模型,桩-土-海水参数按照3.2节所列数据进行赋值,为避免边界反射效应的影响,桩周土和海水径向距离设置为桩半径的20倍,并在土体外侧采用无限元边界,海水外侧采用非反射边界。有限元模型中桩采用B31梁单元,土体采用C3D8R单元,海水采用AC3D8声单元,桩-土和桩-海水界面设置Embedded接触,土-海水界面设置Tie接触,而后建立稳态动力分析步对其频域响应特性进行分析。图3所示为本文理论解与有限元计算结果得到的桩顶柔度因子实部对比情况,从图中可以看出,本文理论解与有限元模拟计算结果较为吻合,从而进一步验证了本文解的正确性。

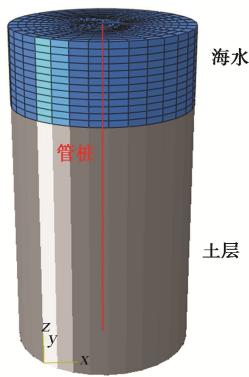


图2 桩-土-海水系统数值分析模型

Fig. 2 Numerical model for pile-soil-water system

#### 3.2 桩顶水平动力柔度因子特性分析

根据式(70)可得在桩顶作用谐振荷载 $P e^{i\omega t}$ 下的桩顶水平位移,定义桩顶水平动力柔度因子 $C_{hh}$ :

$$C_{hh} = \frac{u_{pw}|_{z=-H_1}}{P}, \quad (81)$$

式中, $C_{hh}$ 为单位水平荷载作用下桩顶产生的水平位移幅值,即是表征桩顶柔度的参数。下文对海洋大直径管桩基础桩顶柔度因子特性进行分析,主要分析动水压力、海水深度、桩内外半径、桩土模量、桩土阻尼比等参数对桩顶柔度因子的影响。参数分析中,如

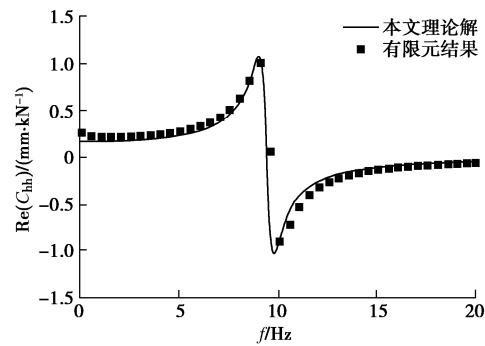


图3 本文理论解与有限元模拟得到的桩顶柔度因子实部对比

Fig. 3 Comparison of dynamic compliance coefficient between present solution and FEM simulation

何其他特殊说明,计算参数取值为 $H_2 = 20$  m,  $H_1/H_2 = 0.3$ ,  $r_1 = 0.5$  m,  $r_2 = 0.8 r_1$ ,  $E_p = 30$  GPa,  $G = 50$  MPa,  $\rho_p = 2400$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_s = 1600$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_w = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\beta_p = 0.025$ ,  $\beta_s = 0.05$ ,  $v_s = 0.3$ 。

图4给出了考虑海水动水压力及不考虑动水压力时海洋管桩桩顶水平动力柔度因子随频率的变化情况。

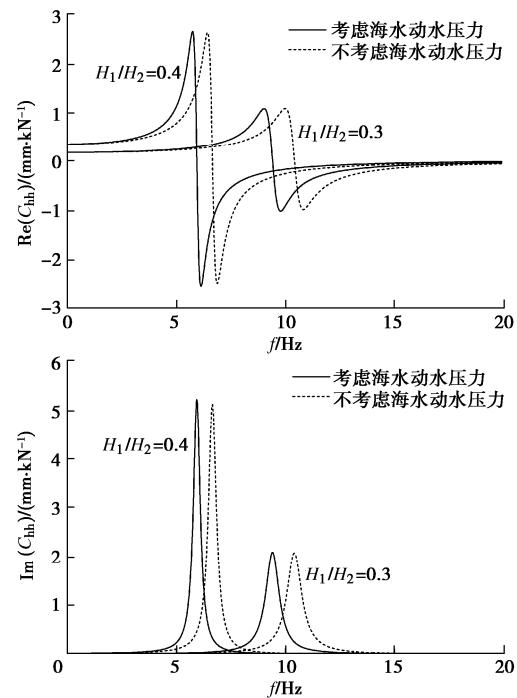


图4 动水压力对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 4 Effects of hydrodynamic pressure on horizontal dynamic compliance coefficient

与完全埋入式桩基础不同,海洋高桩基础的桩顶水平动力柔度因子存在共振现象,在低于共振频率时,桩顶柔度因子一直随频率增大而逐渐增大,实部表示真实的柔度,虚部表示吸收振动能量的阻尼,在达到

共振频率时其实部和虚部数值极大, 这对海洋桩基础上部结构的水平承载性能是极其不利的, 需要在其动力设计中考虑这一现象。从图4可以看出, 考虑海水动水压力计算的得到的桩顶水平动力柔度因子的共振频率比不考虑动水压力时小, 即海水动水压力作用使得桩更容易在较低频率时发生共振。同时可以发现, 海水动水压力对桩顶水平动力柔度因子共振幅值影响不大。

图5给出了埋入海水段桩身长度对桩顶水平动力柔度因子的影响, 可以看出, 当埋入海水段桩身很短 ( $H_1/H_2 = 0.1$ ) 时, 桩顶柔度因子基本没有发生共振, 此时更接近于完全埋入式桩的柔度因子特性, 随着埋入海水段桩身长度逐渐增大, 低频段桩顶柔度幅值显著增大, 同时桩顶柔度因子共振现象变得显著, 同时其共振频率显著减小且共振幅值显著增大。图6, 7给出了管桩外半径和内半径对桩顶水平动柔度因子的影响, 可以发现, 随着外半径增大, 低频段桩顶柔度幅值显著减小, 桩顶柔度因子的共振频率增大, 共振幅值减小, 而随着内半径与外半径比值的减小, 低频段桩顶柔度幅值减小, 同时桩顶柔度因子共振频率和共振幅值也减小, 这种减小趋势随着内外半径比值继续减小逐渐减弱, 管桩的桩顶柔度因子共振频率和共振幅值显著大于实心桩。

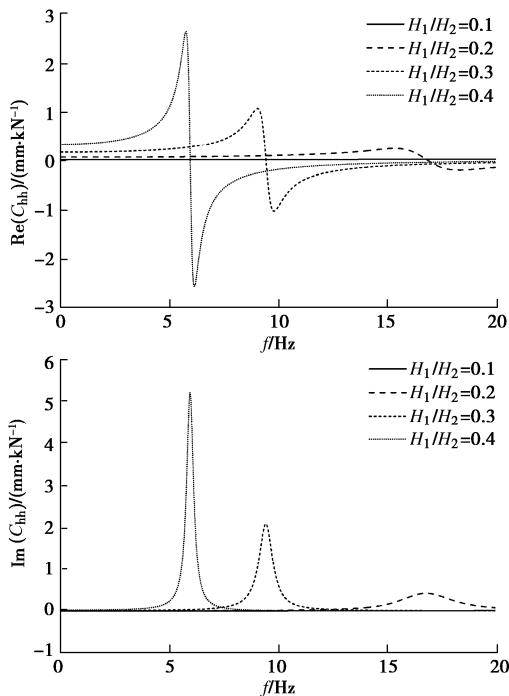


图5 埋入海水段长度对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 5 Effects of length of pile embedded in seawater on horizontal dynamic compliance coefficient

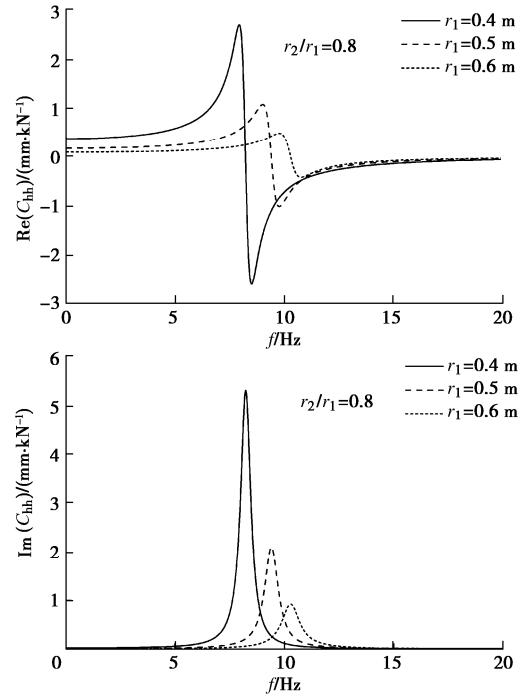


图6 管桩外半径对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 6 Effects of outer pile radius on horizontal dynamic compliance coefficient

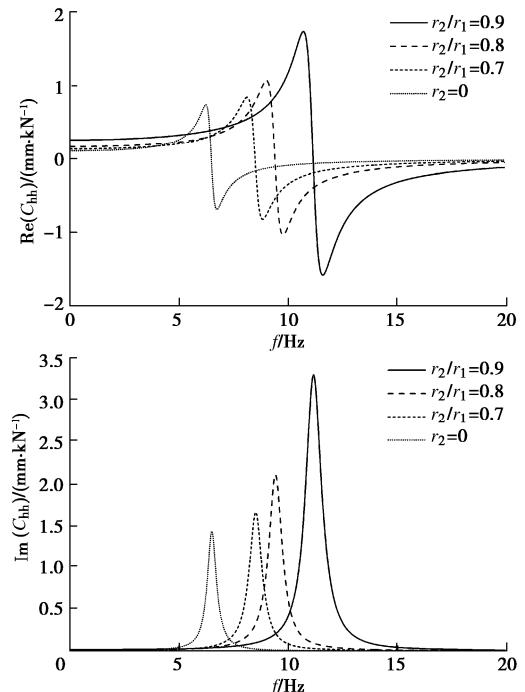


图7 管桩内外半径比值对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 7 Effects of ratio of inner to outer pile radii on horizontal dynamic compliance coefficient

图8, 9给出了桩身弹性模量和土体剪切模量对桩顶水平动力柔度因子的影响, 随着桩身弹性模量的增大, 低频段桩顶柔度幅值显著减小, 桩顶柔度因子的共振频率增大, 共振幅值显著减小, 而随着土体剪切模量的增大, 低频段桩顶柔度幅值减小, 桩顶柔度因

子的共振频率增大，其共振幅值略有增大，但当土体剪切模量增大到较大值时，其对低频段桩顶柔度幅值和桩顶柔度因子共振幅值的影响不再明显。

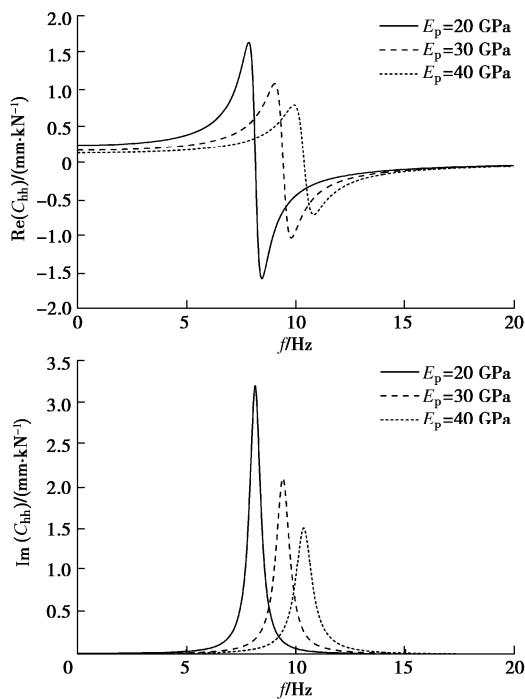


图 8 桩身弹性模量对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 8 Effects of elastic modulus of pile on horizontal dynamic compliance coefficient

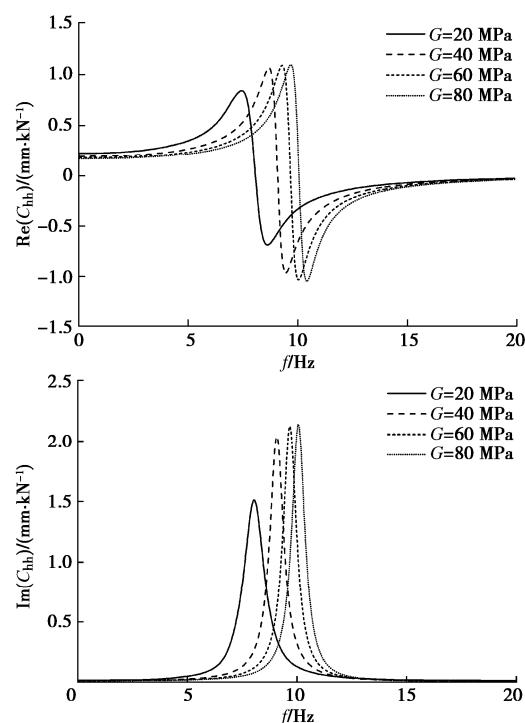


图 9 土体剪切模量对桩顶水平动力柔度因子的影响

Fig. 9 Effects of elastic modulus of pile on horizontal dynamic compliance coefficient

## 4 结 论

本文考虑海水动水压力作用和桩-土-流体耦合振动，求解得到了黏弹性地基中海洋大直径管桩水平动力响应解析解，基于所得解对大直径管桩桩顶动力柔度因子进行了参数分析，得出 3 点结论。

(1) 海水动水压力作用使得桩更容易在较低频率时发生共振，但对桩顶水平动力柔度因子共振幅值影响不大。

(2) 埋入海水段桩身长度增大，低频段桩顶柔度幅值显著增大，同时桩顶柔度因子共振频率显著减小且共振幅值显著增大。管桩外半径增大，桩顶柔度因子的共振频率减小，共振幅值增大，内半径与外半径比值减小，桩顶柔度因子共振频率和共振幅值也减小。

(3) 桩身弹性模量增大，桩顶柔度因子的共振频率增大，共振幅值显著减小，土体剪切模量增大，低频段桩顶柔度幅值减小，桩顶柔度因子的共振频率增大。

## 参 考 文 献：

- [1] NOGAMI T, OTANI J, KONAGAI K, et al. Nonlinear soil-pile interaction model for dynamic lateral motion[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **118**(1): 89 - 106.
- [2] 胡安峰, 谢康和, 应宏伟, 等. 黏弹性地基中考虑桩体剪切变形的单桩水平振动解析理论[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(9): 1515 - 1520. (HU An-feng, XIE Kang-he, YING Hong-wei, et al. Analytical theory of lateral vibration of single pile in visco-elastic subgrade considering shear deformation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(9): 1515 - 1520. (in Chinese))
- [3] NOVAK M, ABOUL-ELLA F, NOGAMI T. Dynamic soil reactions for plane strain case[J]. Journal of the Engineering Mechanics Division, 1978, **104**(4): 953 - 959.
- [4] NOVAK M, NOGAMI T. Soil-pile interaction in horizontal vibration[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, **5**(3): 263 - 281.
- [5] 余俊, 尚守平, 李忠, 等. 饱和土中端承桩水平振动动力响应分析[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(3): 408 - 415. (YU Jun, SHANG Shou-ping, LI Zhong, et al. Dynamical characteristics of an end bearing pile embedded in saturated soil under horizontal vibration[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(3): 408 - 415. (in Chinese))
- [6] 章敏, 王星华, 冯国瑞. 非饱和土中端承桩水平振动特

- 性研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(2): 409 – 422. (ZHANG Min, WANG Xing-hua, FENG Guo-rui. Horizontal vibration of an end-bearing pile in unsaturated soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(2): 409 – 422. (in Chinese))
- [7] 朱斌, 朱瑞燕, 罗军, 等. 海洋高桩基础水平大变位性状模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(4): 521 – 530. (ZHU Bin, ZHU Rui-yan, LUO Jun, et al. Model tests on characteristics of ocean and offshore elevated piles with large lateral deflection[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(4): 521 – 530. (in Chinese))
- [8] 陈仁朋, 顾明, 孔令刚, 等. 水平循环荷载下高桩基础受力性状模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(11): 1990 – 1996. (CHEN Ren-peng, GU Ming, KONG Ling-gang, et al. Large-scale model tests on high-rise platform pile groups under cyclic lateral loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(11): 1990 – 1996. (in Chinese))
- [9] 马宏旺, 杨峻, 陈龙珠. 长期反复荷载作用对海上风电单桩基础的影响分析[J]. 振动与冲击, 2018, **37**(2): 121 – 126, 141. (MA Hong-wang, YANG Jun, CHEN Long-zhu. Effects of long-term cyclic loadings on offshore wind turbine monopile foundation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, **37**(2): 121 – 126, 141. (in Chinese))
- [10] 任青, 黄茂松, 韩东晓. 考虑轴力的部分埋入群桩基础水平振动特性[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(9): 1932 – 1944. (REN Qing, HUANG Mao-song, HAN Dong-xiao. Lateral vibration properties of partially embedded pile groups foundation considering axial forces[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(9): 1932 – 1944. (in Chinese))
- [11] HU A F, FU P, XIA C Q, et al. Lateral dynamic response of a partially embedded pile subjected to combined loads in saturated soil[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2017, **35**(6): 788 – 798.
- [12] 付鹏, 胡安峰, 李怡君, 等. 海洋高桩基础水平振动特性分析[J]. 振动与冲击, 2019, **38**(17): 88 – 94. (FU Peng, HU An-feng, LI Yi-jun, et al. Horizontal vibration characteristics of offshore elevated piles[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, **38**(17): 88 – 94. (in Chinese))
- [13] 付鹏, 胡安峰, 李龙, 等. 成层地基中海洋高桩基础水平动力阻抗分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, **38**(增刊2): 3790 – 3798. (FU Peng, HU An-feng, LI Long, et al. Lateral dynamic impedance of offshore elevated piles in layered soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, **38**(S2): 3790 – 3798. (in Chinese))
- [14] 徐汉忠. 圆柱梁与水体耦联受迫谐振的解析解[J]. 振动工程学报, 1989, **2**(4): 88 – 92. (XU Han-zhong. Analytical solution of forced harmonic vibrations of cylinders in water[J]. Journal of Vibration Engineering, 1989, **2**(4): 88 – 92. (in Chinese))
- [15] 郑长杰, 刘汉龙, 丁选明, 等. 饱和黏性土地基中现浇大直径管桩水平振动响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(8): 1447 – 1454. (ZHENG Chang-jie, LIU Han-long, DING Xuan-ming, et al. Analytical solution of horizontal vibration of cast-in-place large-diameter pipe piles in saturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(8): 1447 – 1454. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205004

# 基于实测的挤密砂桩复合地基沉降算法研究

寇晓强<sup>1, 2, 3</sup>, 于健<sup>1, 2, 3</sup>, 薛新伟<sup>1, 2, 3</sup>, 宋神友<sup>4</sup>, 高潮<sup>1, 2, 3</sup>

(1. 中交天津港湾工程研究院有限公司, 天津 300222; 2. 港口岩土工程技术交通行业重点实验室, 天津 300222;

3. 天津市港口岩土工程技术重点实验室, 天津 300222; 4. 广东省公路建设有限公司, 广东 中山 528400)

**摘要:** 挤密砂桩作为深水原位处理地基新技术在港珠澳大桥和深中通道工程中得到了大量应用。对挤密砂桩复合地基水下原位载荷试验测试的桩土应力分布情况进行分析, 在加载过程中实测桩土应力比始终维持为 6 左右。对大面积水下堆载过程中的复合地基沉降进行了现场实测, 对实测资料进行了统计分析, 与现有的理论计算方法进行了比较, 认为现有普遍应用的日本规范推荐算法, 在置换率低于 50% 时, 其计算结果相对实测值偏大, 当置换率高于 50% 时, 该方法不再适用。提出了基于实测的挤密砂桩沉降修正计算方法, 并建议桩土应力比取值范围为 5~6.3。

**关键词:** 挤密砂桩; 沉降算法; 桩土应力比; 现场实测; 沉降折减比

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0820-07

**作者简介:** 寇晓强(1982—), 男, 高级工程师, 硕士, 主要从事跨海通道人工岛及沉管隧道地基与基础等方面的科研工作。E-mail: ytkouxq@163.com。

## Settlement calculation method for sand compaction piles under water based on in-situ measurement

KOU Xiao-qiang<sup>1, 2, 3</sup>, YU Jian<sup>1, 2, 3</sup>, XU Xin-wei<sup>1, 2, 3</sup>, SONG Shen-you<sup>4</sup>, GAO Chao<sup>1, 2, 3</sup>

(1. CCCC Tianjin Port Engineering Institute, Ltd., Tianjin 300222, China; 2. Key Laboratory of Port Geotechnical Engineering, Ministry of Transport, PRC, Tianjin 300222, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical Engineering of Tianjin, Tianjin 300222, China; 4. Guangdong Highway Construction Co., Ltd., Zhongshan 528400, China)

**Abstract:** The sand compaction pile which is an efficient foundation treatment method under water is used in Hongkong-Zhuhai-Macao Bridge and Shenzhen-Zhongshan Link. A large number of in-situ tests such as underwater plate load tests and surcharge preloading tests under water are implemented. The in-situ values of pile-soil stress ratio in the underwater plate load tests are discussed, and the values of pile-soil stress ratio are kept to 6 in the process of loading. The settlement of the sand compaction pile ground in the process of surcharge preloading under water is monitored, and the values of settlement are comparatively analyzed to those by the available calculation method recommended in the Japanese standard. It is illustrated that the available calculation method in the Japanese standard is conservative when the replacement rate is less than 50%, and is not suitable for the practice when the replacement rate is more than or equal to 50%. A modified settlement calculation method based on the in-situ measurement is proposed and illustrated, and the values of pile-soil stress ratio are suggested in the range of 5 to 6.3.

**Key words:** sand compaction pile; settlement calculation method; pile-soil stress ratio; in-situ measurement; reduction factor of settlement

## 0 引言

水下挤密砂桩复合地基工法作为一种新型地基处理技术, 以其可直接、快速、显著地提高软弱地基承载能力的独特优势, 特别适合应用于外海筑港及人工岛建设。该工法是在砂桩船上通过振动设备和管腔增压装置把砂强制压入水下软弱地基中, 经过振动拔管、回打、挤密扩径, 形成挤密砂桩<sup>[1-3]</sup>。

从加固原理上看, 通过挤密砂桩的置换、挤密、

排水作用, 增加地基强度, 加快地基固结, 减少结构物沉降, 可有效提高地基的承载能力和抗液化能力<sup>[4]</sup>。

张曦等<sup>[5-6]</sup>通过离心模型试验等方法对挤密砂桩加固机理、破坏模式及沉降计算方法等进行了讨论, 认为现有日本规范推荐的沉降计算方法是符合实际情况的。沈才华等<sup>[7]</sup>通过考虑砂桩挤密体积变化, 提出

基于扩孔理论的砂桩和桩周土压缩模量计算方法, 认为陆上挤密砂桩的桩土应力比为2~3适宜。王延宁等<sup>[8]</sup>通过对水下挤密砂桩进行原型载荷试验, 认为采用日本规范计算的沉降量偏大, 建筑地基处理规范提出的计算方法与实测值接近, 但由于载荷试验的影响深度问题, 其未考虑桩底下卧层沉降的影响。

近年来水下挤密砂桩在国内逐步得到应用, 国内对挤密砂桩设计与计算多是沿用日本研究成果, 对相关设计参数的实际应用和验证性研究尚显欠缺。日本挤密砂桩规范<sup>[9]</sup>推荐了相关沉降计算方法, 认为挤密砂桩沉降与桩土应力比、面积置换率等有关, 但随着施工工艺的改进, 挤密砂桩的应用也更富多元化, 相应推荐公式的计算结果也显得不能应对更多布置形式要求。

挤密砂桩在港珠澳大桥岛隧工程中被广泛的应用, 本文通过对港珠澳大桥岛隧段挤密砂桩复合地基沉降实测资料的梳理, 结合必要的理论分析, 对挤密砂桩的沉降规律进行了探讨, 形成基于实测的挤密砂桩沉降计算方法, 为今后挤密砂桩在工程中的应用提供设计依据, 对今后挤密砂桩工法在大型外海工程设计实践中的应用具有指导意义。

## 1 挤密砂桩复合地基现场实测研究

### 1.1 挤密砂桩复合地基水下原位载荷试验

为了进一步研究验证挤密砂桩复合地基承载及沉降性能, 在置换率相似, 满足工期要求的情况下, 选择在港珠澳大桥西人工岛救援码头位置(图1)进行了水下挤密砂桩复合地基载荷试验。

该区域挤密砂桩直径1.6 m, 间距1.8 m, 呈正方形布置, 置换率62%。砂桩桩顶标高-15.0 m, 桩底标高-37.0 m。砂桩顶面铺设1.0 m厚碎石垫层。岛头段沉管碎石底的最大基底应力约150 kPa, 试验加载至340 kPa(2.3倍设计值, 承压板底平均应力), 承压板面积5.4 m×5.4 m。

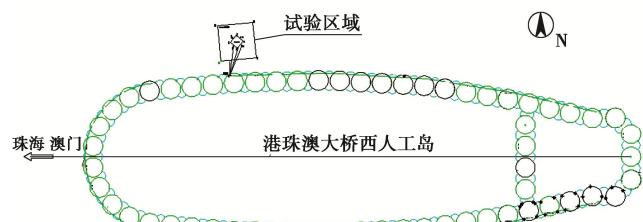


图1 试验区位置

Fig.1 Location of plate load tests

试验中共埋设土压力盒4个, 孔隙水压力计1个(用于滤除潮汐产生的孔压变化并计算有效应力), 如

图2所示, 分别埋设于砂桩顶面和桩间土表面, 用于监测砂桩顶面应力与桩间土应力随荷载的施加过程变化规律。

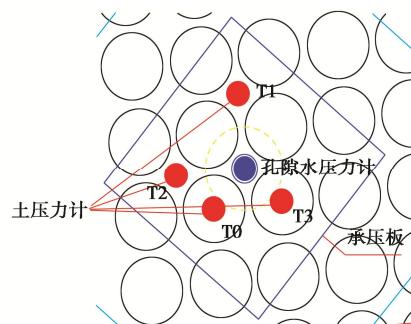


图2 土压力计及孔压计埋设位置

Fig. 2 Position of soil pressure cells and pore pressure gauges

桩土应力比随荷载施加过程变化如图3所示, 随着荷载的施加, 桩土应力比稳定为6左右, 卸载过程中, 砂桩相对于桩间土呈现更为明显的弹性变形特性, 故在卸载回弹过程中砂桩部分承载逐渐增大, 桩土应力比呈现明显增大趋势, 卸载至最小值52 kPa时, 桩土应力最大, 约为11.3。

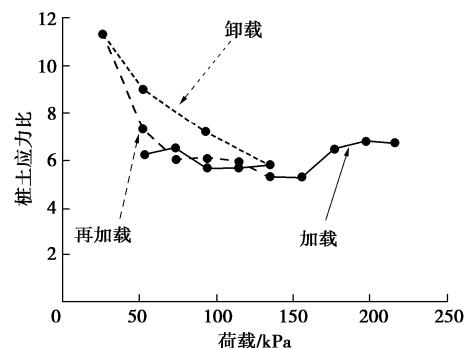


图3 桩土应力比随荷载施加过程变化曲线

Fig. 3 Development of pile-soil stress ratio in process of loading and reloading

在卸载过程中, 由砂桩主要承受荷载的趋势越来越明显, 而卸载后再加载回到正常持续加载过程后, 桩土应力比变化范围始终维持为5.3~6.7。考虑到实测区域载荷板面积范围内砂桩置换率与整体区域内置换率存在一定误差, 经过面积修正后得到桩土应力比确定为6.3。

### 1.2 挤密砂桩复合地基水下原位堆载现场实测

港珠澳大桥岛隧过渡段采用挤密砂桩复合地基的形式对隧道下部软土地基进行加固处理, 挤密砂桩打设完成后为保证后期沉管安放沉降均匀, 特在靠近人工岛区域软土层深厚的挤密砂桩段进行了堆载预压处理<sup>[10]</sup>, 挤密砂桩置换率自人工岛向隧道依次为70%, 55%, 42%, 水下堆载按照不同置换率分为3

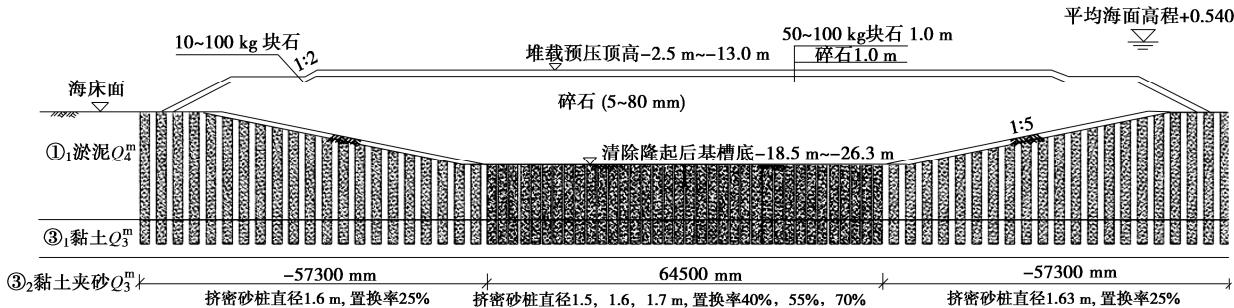


图4 水下堆载断面图

Fig. 4 Section of surcharge preloading under water

个堆载区。

堆载断面形式如图4所示，挤密砂桩直径为1.6, 1.5, 1.7 m, 分别对应置换率为42%, 55%, 70%, 桩身穿过第一、二大层淤泥层, 桩端进入第三大层黏土层, 隧道两侧基槽放坡采用置换率为25%的挤密砂桩进行处理, 堆载材料主要选用直径5~80 mm碎石, 水下堆载高度为13.3~16.0 m。

在堆载过程中, 采用水下自动化监测技术<sup>[10-11]</sup>对水下堆载复合地基沉降情况进行了现场实测, 测点位置如图5所示。

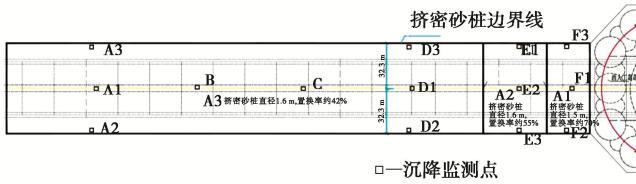


图5 堆载区实测点位布置

Fig. 5 In-situ points of surcharge preloading area

置换率为42%的挤密砂桩复合地基加载与沉降关系曲线如图6所示, 通过对堆载过程的沉降观测, 挤密砂桩复合地基在加载初期沉降迅速发生, 加载后期沉降速率即收敛至较小值, 加载期内沉降占总沉降的79%, 在满载后4个月沉降基本收敛。

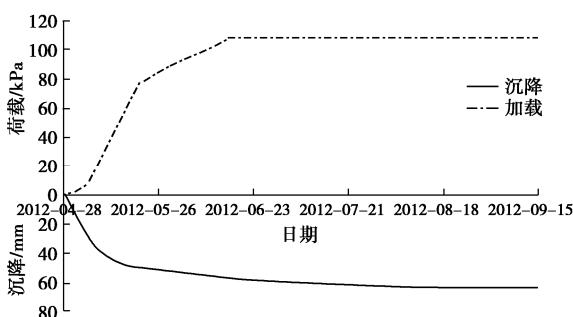


图6 置换率42%挤密砂桩复合地基沉降-加载时程曲线

Fig. 6 Development of settlement at replacement ratio of 42%

堆载过程中各个测点的实测最终沉降与分层总和法理论计算结果比较如图7所示, 从堆载过程的实

测结果可以发现, 由于在海底淤泥质软土地层打设了强度较高的挤密砂桩, 地基沉降相对于天然地基大大减小。

原有天然地基理论计算沉降为189~423 mm, 打设不同置换率挤密砂桩(42%, 55%, 70%)后复合地基区域实测沉降降至28~75 mm, 显著提高了地基刚度。

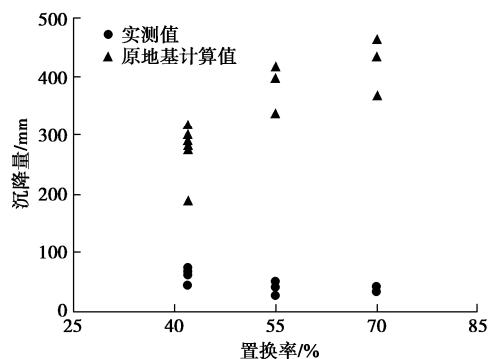


图7 实测沉降与原地基计算沉降对比

Fig. 7 Comparison between in-situ values and original ground calculations

随着置换率的提高, 实测沉降与理论计算沉降量比越来越小, 说明地基加固消除沉降的效果随着置换率的提高越来越好。在置换率70%的挤密砂桩复合地基实测沉降量仅为34~45 mm。

## 2 水下挤密砂桩沉降算法

挤密砂桩复合地基形成后, 密实的桩体取代了同体积的软弱黏土, 由于桩体的强度和抗变形性能等优于桩间土, 所形成的复合地基的承载能力就比原来的天然地基大, 沉降量也比天然地基小, 提高了地基的整体稳定性和抗破坏能力。荷载作用下, 由于复合地基中桩体的变形模量和强度较大, 传递给地基的附加应力会随着桩和桩间土发生等量的变形而逐渐集中到桩体上, 同时桩间土承担的荷载相应减少。

根据不同土层性质, 砂桩发挥着不同的作用, 当

挤密砂桩进入相对硬层时, 因砂桩的压缩模量大于软土的压缩模量, 由基础传给复合地基的外荷载随着桩等量变形而逐渐集中到桩体上, 因此上部结构的荷载由挤密砂桩承担一大部分, 其余的荷载由桩间软土承担。正是由于外荷载在砂桩与桩间土的分布变化以及土体的复杂性, 目前挤密砂桩复合地基的沉降计算理论多采用半理论半经验的方法。

## 2.1 挤密砂桩复合地基沉降算法

现有比较常用的挤密砂桩复合地基计算方法主要以日本规范推荐的计算方法, 港珠澳大桥岛隧工程的挤密砂桩设计<sup>[12]</sup>即沿用日本规范推荐算法, 其计算挤密砂桩复合地基的沉降公式为

$$S_1 = \beta_c \sum_{i=1}^k m'_{vi} \Delta P_i h_i , \quad (1)$$

式中,  $S_1$  为复合地基沉降量,  $\beta_c$  为沉降折减比,  $m'_{vi}$  为第  $i$  土层的体积压缩系数,  $\Delta P_i$  为第  $i$  土层的平均附加应力,  $h_i$  为第  $i$  土层的厚度。

置换率  $m < 50\%$  时,

$$\beta_c = \frac{1}{1 + (n - 1)m} ; \quad (2)$$

置换率  $m \geq 50\%$  时,

$$\beta_c = 1 - m . \quad (3)$$

式中  $n$  为桩土应力比, 根据试验结果取 6.3;  $m$  为砂桩面积置换率。

从式(1)~(3)可以看出, 挤密砂桩复合地基沉降主要与桩土应力比和置换率有关。

从机理上看, 挤密砂桩复合地基总沉降由两个方面组成, 如图 8 所示, 龚晓南<sup>[13]</sup>提出复合地基沉降计算主要包括挤密砂桩桩身范围内复合地基沉降和下卧层沉降, 沉降计算方法为

$$S = S_1 + S_2 , \quad (4)$$

式中,  $S$  为复合地基总沉降,  $S_1$  为复合地基基层沉降,  $S_2$  为下卧层沉降。

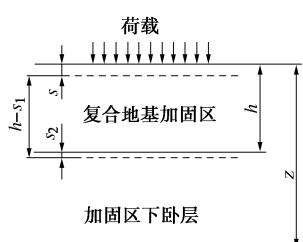


图 8 复合地基沉降示意图

Fig. 8 Settlements of composite foundation

下卧层沉降的计算由于复合地基加固区的存在, 需要对下卧层应力扩散效应进行考虑, 如图 9 所示, 考虑扩散后, 再基于分层总和方法计算下卧层沉降。

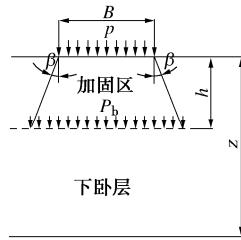


图 9 复合地基下卧层荷载传递

Fig. 9 Delivering stress of underlying clay

关于下卧层传递荷载  $P_b$  可由下式计算<sup>[9]</sup>:

$$P_b = \frac{BDp}{(B + 2h \tan \beta) + (D + 2h \tan \beta)} , \quad (5)$$

式中,  $p$  为复合地基上部作用荷载,  $\beta$  为复合地基应力扩散角 (下同),  $B$  为复合地基上荷载作用宽度,  $D$  为复合地基上荷载作用长度,  $h$  为复合地基加固区厚度。

而下卧层沉降可由下式计算:

$$S_2 = \sum_{i=1}^k m'_{vi} \Delta P'_i h'_i , \quad (6)$$

式中,  $S_2$  为复合地基下卧层沉降量,  $m'_{vi}$  为土层的体积压缩系数,  $\Delta P'_i$  为计算下卧层各土层附加应力,  $h'_i$  为下卧层第  $i$  土层厚度。

## 2.2 理论计结果与实测结果的对比

采用日本推荐的沉降计算式(1)~(6)对港珠澳大桥岛隧过渡段挤密砂桩复合地基各实测点位的总沉降量进行计算, 计算结果如表 1 所示, 在置换率 42%~70% 时, 计算挤密砂桩层沉降量为 46.9~160.6 mm, 计算下卧层沉降量为 0.0~18.6 mm。计算总沉降量与实测结果对比如图 10 所示, 置换率分别为 42%, 55%, 70% 时, 不同置换率下现有理论公式计算结果与实测结果的符合性存在显著差异。

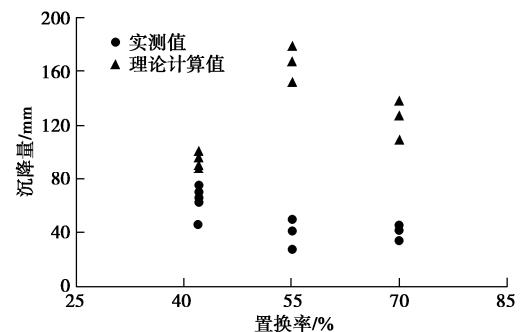


图 10 不同置换率实测沉降与理论计算沉降结果对比

Fig. 10 Comparison between in-situ values and calculations by formula in Japanese standard under different replacement ratios

由于各个测点下的地层分布存在差异, 各个测点处的计算结果与实测结果的对比如图 11 所示, 可以明显发现, 在置换率小于 50% 时, 实测值略小于计算值, 而在置换率大于 50% 的情况下, 即置换率分别为 55%, 70% 时, 实测值与理论计算差异明显, 总体上理论计

算值较实测值偏大。

表 1 港珠澳大桥人工岛挤密砂桩水下堆载预压理论沉降计算与实测沉降对比

Table 1 Comparison between in-situ measured values at Hongkong-Zhuhai-Macao Bridge and calculations by formula in Japanese standard

| 置换率/% | 测点编号 | 水下堆载高度 | 挤密砂桩层沉降/mm | 下卧层沉降量/mm | 总沉降量/mm | 实测沉降量/mm |
|-------|------|--------|------------|-----------|---------|----------|
|       |      | /m     | /mm        | /mm       | /mm     | /mm      |
| 42    | A1   | 14.5   | 79.9       | 15.9      | 95.8    | 64.9     |
| 42    | A3   | 14.5   | 46.9       | 16.7      | 63.6    | 62.6     |
| 42    | B    | 15.5   | 71.7       | 16.3      | 87.9    | 64.1     |
| 42    | D1   | 13.7   | 76.1       | 14.6      | 90.7    | 45.8     |
| 42    | D2   | 13.5   | 85.9       | 14.5      | 100.4   | 68.6     |
| 42    | D3   | 13.3   | 73.9       | 14.2      | 88.1    | 74.7     |
| 55    | E1   | 14.4   | 150.1      | 16.3      | 166.4   | 49.8     |
| 55    | E2   | 14.4   | 151.9      | 0         | 151.9   | 27.9     |
| 55    | E3   | 14.4   | 160.6      | 17.3      | 177.9   | 41.6     |
| 70    | F1   | 15.6   | 109.7      | 0         | 109.7   | 33.9     |
| 70    | F2   | 16.0   | 119.0      | 18.6      | 137.6   | 44.6     |
| 70    | F3   | 15.5   | 108.4      | 18.5      | 126.9   | 41.9     |

注: 表中部分位置下卧层沉降为 0 的区域, 下卧层地层主要为中砂, 这里不计人沉降计算。

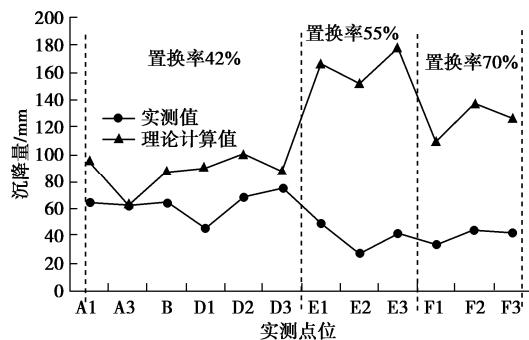


图 11 各点位实测沉降与理论计算沉降结果对比

Fig. 11 Comparison between in-situ values and calculations by formula in Japanese standard at different points

出现这种现象的原因首先在于日本规范中推荐挤密砂桩层计算方法的误差, 在地质情况相差不大的情况下, 置换率大于 50%时挤密砂桩层计算沉降量确比置换率小于 50%时的情况大(尤其在 55%置换率时), 日本规范的计算方法需要进一步的论证。

另一个原因与计算公式中所采用的桩土应力比的选取有关, 日本规范推荐的桩土应力比  $n$  的取值范围为 3~5, 通过现场试验得到的实测桩土应力比值为 6.3, 明显大于日本经验的取值范围, 应力比为 6 左右的情况在同类高置换率挤密砂桩模型试验中也得到了

验证<sup>[14]</sup>, 实际工程中桩土应力比增大的原因应与现有施工工艺的改进有关, 在同为海相淤泥质地层条件下, 桩身密实性和刚度进一步增大。

### 3 基于实测的沉降计算修证

#### 3.1 沉降计算公式的讨论与修正

日本规范中推荐的挤密砂桩复合地基沉降计算结果主要取决于式(2), (3)中的折减比  $\beta_c$  的计算值。当置换率小于等于 50%时, 折减比  $\beta_c$  是置换率  $m$  和桩土应力比  $n$  的函数, 而通过现场载荷试验挤密砂桩复合地基的桩土应力比为 6.3, 即  $n=6.3$ 。

可将折减比理论计算式(2), (3)与实测数据进行比较, 如图 12 所示。按照式(2)进行计算的  $\beta_c$ , 在桩土应力比  $n$  取 4~6.3 时, 与实测值有一定差距, 而在置换率  $m \geq 50\%$  时, 式(3)与实测值差异明显, 基本不能代表实测数据。

Ahn 等<sup>[15]</sup>认为日本规范计算结果偏大, 并提出将式(2)的结果作为上限, 假设在砂桩沉降为零时作为下限, 取平均的计算方法对置换率  $< 50\%$  的挤密砂桩进行计算:

$$\beta_c = \frac{1}{1+(n-1)m} \left(1 - \frac{m}{2}\right) \quad (7)$$

式(7)计算结果与实测对比如图 12 所示, 该结果在取桩土应力比为 6.3 的情况下, 在置换率  $m < 50\%$  时, 与实测值比较接近, 当  $m \geq 50\%$  时, 也与实测差距较大。

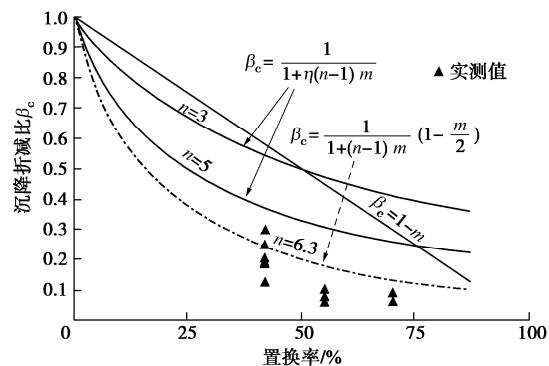


图 12 沉降折减比  $\beta_c$  基于实测的拟合修正

Fig. 12 Modification of reduction factor based on in-situ measurement

基于以上分析, 这里提出沉降折减比  $\beta_c$  的修正公式:

$$\beta_c = \frac{1}{1+\eta(n-1)m} \quad (8)$$

式中,  $n$  为桩土应力比, 可根据实际工程试验选取, 或在 5~6.3 选取, 港珠澳大桥实测值为 6.3,  $m$  为挤密砂桩置换率,  $\eta$  为修正系数, 当  $m < 50\%$  时, 取 1~1.5,

当  $m \geq 50\%$  时, 取 3.0。

根据式(8)修正公式进行推算的  $\beta_c$ , 推算结果如图 13 所示, 当  $n=6.3$ ,  $\eta=1.5$  时, 置换率为 42% 时与实测值较为接近, 当  $n=6.3$ ,  $\eta=3.0$  时, 置换率  $m \geq 50\%$  时与实测值拟合较好。

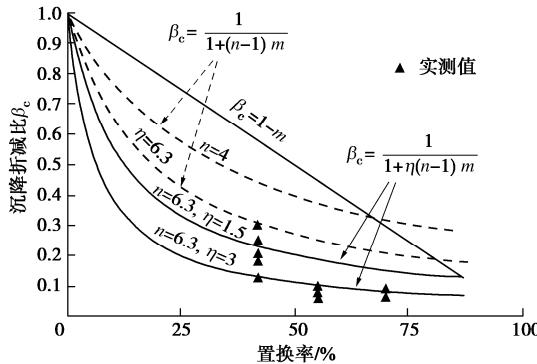


图 13 沉降折减比  $\beta_c$  基于实测的拟合修正

Fig. 13 Modification of reduction factor based on in-situ measurement

### 3.2 修正公式计算与实测对比

采用式(1), (8) 对港珠澳大桥岛隧过渡段现场挤密砂桩复合地基各实测点位进行沉降计算, 计算结果与实测值对比如图 14 所示, 计算值与实测数据符合较好, 基本可达到预测现场实际沉降的目的。

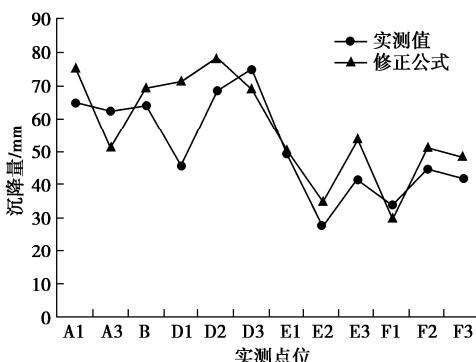


图 14 修正公式计算结果与实测结果对比

Fig. 14 Comparison between in-situ values and calculations by modified formula

### 3.3 修正算法应用于其他工程的验证

进一步验证式(8)的有效性, 对深中通道工程挤密砂桩复合地基沉降进行对比验算, 深中通道西人工岛救援码头挤密砂桩复合地基采用与港珠澳同样挤密砂桩工艺, 桩径 1.6 m, 间距 1.75 m, 置换率为 65%。现场实测挤密砂桩复合地基沉降量在 204~258 mm。

图 15 为采用式(8)推算的沉降折减比  $\beta_c$  与深中通道实测数据的对比情况, 可以发现在深中通道置换率 65% 的情况下, 修正算法与实测数据基本吻合。说明在不同工程, 不同地质条件下, 修正验算法与实测

数据拟合良好。

通过式(1), (4), (8) 联合计算深中通道救援码头区域内理论总沉降量为 211 mm, 理论计算总沉降量与实测对比如表 2 所示, 可见, 修正算法在不同工程中与实测数据均比较接近。

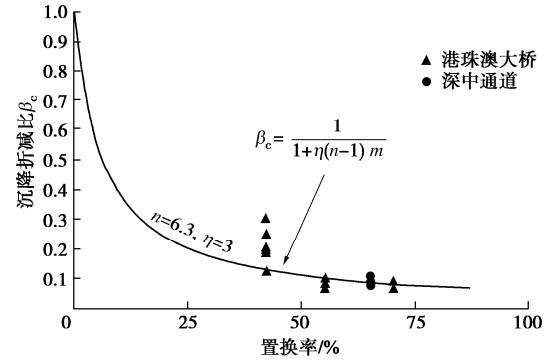


图 15 修正算法与不同工程实测结果的验证

Fig. 15 Comparison between in-situ values and calculations by modified formula

表 2 深中通道西人工岛救援码头实测沉降与理论计算对比

Table 2 Comparison between in-situ values and calculations by modified formula in Shenzhen-Zhongshan Link

| 实测点位 | 置换率/% | 实测沉降量/mm | 日本规范结果/mm | 理论计算沉降量/mm ( $n=6.3$ , $\eta=3$ ) |
|------|-------|----------|-----------|-----------------------------------|
| CJ1  | 65    | 231      | 682       | 211                               |
| CJ2  | 65    | 225      | 682       | 211                               |
| CJ3  | 65    | 210      | 682       | 211                               |
| CJ4  | 65    | 205      | 682       | 211                               |
| CJ5  | 65    | 258      | 682       | 211                               |

## 4 结 论

本文在现场原型试验和原位实测的基础上, 对现有的日本经验推荐的沉降计算方法进行修正优化, 通过与现场实测数据的对比验证了该修正方法的有效性。主要得出 3 点结论。

(1) 日本规范推荐的经验公式, 在置换率小于 50% 的情况下, 计算结果接近实测值, 相对偏保守, 在置换率  $\geq 50\%$  的情况下, 计算结果与实测差异较大, 不建议采用该方法进行计算。

(2) 随着现有水下挤密砂桩施工工艺的改进发展, 砂桩桩身密实度和刚度也进一步提高, 原日本经验中桩土应力比  $n$  取值范围为 3~5, 根据现场试验结果, 建议桩土应力比取值范围为 5~6.3。

(3) 按照本文推荐的挤密砂桩复合地基沉降修正公式进行计算, 可较好地拟合现场实测结果, 可为后续相关工程设计提供参考。

需要说明的一点是, 本文讨论的挤密砂桩均为海上大型专用砂桩施工船舶为基础形成的水下挤密砂桩复合地基工艺, 陆上或其他设备工艺的挤密砂桩沉降

计算还有待于进一步研究。

### 参考文献:

- [1] 林 鸣, 梁 衡, 刘晓东, 等. 海上挤密砂桩工法及其在港珠澳大桥岛隧工程的应用[J]. 中国港湾建设, 2012, 32(4): 72 - 77. (LIN Ming, LIANG Heng, LIU Xiao-dong, et al. Method for construction of offshore sand compaction piles and its application for island and tunnel project for Hongkong-Zhuhai-Macao bridge[J]. China Harbour Engineering, 2012, 32(4): 72 - 77. (in Chinese))
- [2] TERASHI Masaaki. Design and construction of sand compaction piles[M]. Japan: Geology Engineering Society, 2009.
- [3] 莫景逸, 黄晋申. 挤密砂桩在海洋接岸地基加固工程中的应用[J]. 水运工程, 2009(1): 62 - 68. (MO Jing-yi, HUANG Jin-shen. Application of sand compacted pile for ground treatment of oceanic shore protection engineering works[J]. Port & Waterway Engineering, 2009(1): 62 - 68. (in Chinese))
- [4] HARADA K, OHBAYASHI J. Development and improvement effectiveness of sand compaction pile method as a countermeasure against liquefaction[J]. Soils and Foundations, 2017, 57(6): 980 - 987.
- [5] 张 曦, 吴心怡, 尹海卿. 水下挤密砂桩加固机理及沉降计算方法[J]. 中国港湾建设, 2010, 30(增刊 1): 148 - 150. (ZHANG Xi, WU Xin-ji, YIN Hai-qing. Reinforcing mechanism and settlement calculation method of sand compaction pile under the water[J]. China Harbour Engineering, 2010, 30(S1): 148 - 150. (in Chinese))
- [6] 张 曦, 吴心怡, 时蓓玲, 等. 水下挤密砂桩复合地基破坏模式的离心试验研究[J]. 中国港湾建设, 2016, 36(5): 21 - 24. (ZHANG Xi, WU Xin-ji, SHI Bei-ling, et al. A study on failure mode of composite foundation with marine sand compaction pile by centrifugal test[J]. China Harbour Engineering, 2016, 36(5): 21 - 24. (in Chinese))
- [7] 沈才华, 王 媛, 李鹤文, 等. 基于扩孔理论的挤密砂桩复合地基桩土应力比计算方法[J]. 岩土力学, 2017, 38(10): 2873 - 2880. (SHEN Cai-hua, WANG Yuan, LI He-wen, et al. Determination of pile-soil stress ratio for compaction foundation using cavity expansion theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(10): 2873 - 2880. (in Chinese))
- [8] 王延宁, 蒋斌松, 肖新伟, 等. 挤密砂桩加固水下软土大型原位载荷试验研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 320 - 326. (WANG Yan-ning, JIANG Bin-song, XU Xin-wei, et al. Experiment study of underwater sand compaction pile composite ground based on in situ load test[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(S1): 320 - 326. (in Chinese))
- [9] The Overseas Coastal Area Development Institute of Japan. Technical Standards and Commentaries for Port and Harbor Facilities in Japan[S]. 2009.
- [10] 张怡戈, 王 娟. 外海挤密砂桩复合地基水下堆载预压加固效果监测及分析[J]. 中国港湾建设, 2015, 35(11): 20 - 24. (ZHANG Yi-ge, WANG Juan. Monitoring and analysis of reinforcement effect of stack preloading for sand compaction pile composite foundation in open sea[J]. China Harbour Engineering, 2015, 35(11): 20 - 24. (in Chinese))
- [11] 王延宁, 蒋斌松, 张 强, 等. 沉管基础岛-隧过渡段地基处理设计及试验验证[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37( 增刊 2): 4297 - 4307. (WANG Yan-ning, JIANG Bin-song, ZHANG Qiang, et al. Foundation treatment design and experimental study for immersed tube tunnel at the island-tunnel joint part[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(S2): 4297 - 4307. (in Chinese))
- [12] 李建宇, 梁 衡. 港珠澳大桥岛隧工程隧道基础沉降计算及参数选取[J]. 水运工程, 2013(7): 84 - 89. (LI Jian-yu, LIANG Heng. Settlement calculation method and parameters selection of tunnel foundation for island-tunnel project of HZMB[J]. Port & Waterway Engineering, 2013(7): 84 - 89. (in Chinese))
- [13] 龚晓南. 复合地基理论及工程应用[M]. 中国建筑工业出版社, 2007: 56 - 57. (GONG Xiao-nan. Theory of composite foundations and engineering applications[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2007: 56 - 57. (in Chinese))
- [14] 朱小军, 孔伟阳, 李文帅. 高置换率挤密砂桩模型试验与承载力计算方法研究[J]. 公路, 2017, 62(8): 1 - 7. (ZHU Xiao-jun, KONG Wei-ying, LI Wen-shuai. Study of model tests and calculation methods of bearing capacity on high replacement ratio sand compacted pile[J]. Highway, 2017, 62(8): 1 - 7. (in Chinese))
- [15] AHN J, KIM Y T. Consolidation behavior and stress concentration ratio of SCP composite ground[J]. Marine Georesources & Geotechnology, 2012, 30(1): 63 - 85.

DOI: 10.11779/CJGE202205005

# 斜直交替基坑支护桩现场实测及机理研究

刘 畅<sup>1, 2</sup>, 马力遥<sup>1</sup>, 郑 刚<sup>1, 2</sup>, 闫城东<sup>1</sup>, 杨宇航<sup>1</sup>

(1. 天津大学建筑工程学院, 天津 300072; 2. 滨海土木工程结构与安全教育部重点实验室, 天津 300072)

**摘要:** 斜直交替基坑支护结构是利用冠梁将交替布置的竖直悬臂桩与倾斜桩连接到一起形成的无支撑支护体系。已有工程实测表明, 斜直交替支护具有较好的抗倾覆和变形控制能力, 然而目前还缺乏从桩身受力角度对斜直交替支护受力机理进行系统研究。结合天津市某基坑工程进行斜直交替支护桩现场监测, 首次对支护斜桩的桩身受力进行测试和分析, 在此基础上利用 PLAXIS 有限元软件进行数值建模, 对斜桩轴力发挥机理以及斜桩倾斜角度、斜直桩排布形式对支护性能的影响展开研究。结果表明, 斜直交替支护比单排倾斜桩和双排桩支护桩的桩身轴力更大, 斜桩对直桩存在着斜撑效应, 且斜撑效应对支护结构变形的控制效果明显, 斜撑效应的发挥主要来源于斜桩与被动区土体相对位移产生桩侧摩阻力; 同时发现增大斜桩倾斜角度有利于增强斜桩的斜撑效应, 使得支护桩侧移减小, 但同时支护桩的桩身最大正弯矩会增加; 此外, 在用桩量相同的情况下, 不同斜直桩组合及布置形式对支护变形影响较小, 采用一斜两直的布置形式, 能够在降低施工难度的同时减少直桩的受力。

**关键词:** 基坑支护; 斜直交替桩; 机理分析; 桩身轴力

中图分类号: TU473 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0827-09

作者简介: 刘 畅(1974—), 女, 副教授, 博士, 主要从事桩基础、基坑工程、地下工程研究工作。E-mail: lclc74@163.com。

## Field measurement and mechanism of inclined and vertical piles in foundation pits

LIU Chang<sup>1, 2</sup>, MA Li-yao<sup>1</sup>, ZHENG Gang<sup>1, 2</sup>, YAN Cheng-dong<sup>1</sup>, YANG Yu-hang<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 2. Key Laboratory of Coast Civil Structure Safety, Ministry of Education, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The inclined and vertical support for foundation pits is a kind of unsupported support system, which is formed by using the crown beam to connect the vertical cantilever pile and the inclined pile. The measured results of the existing projects show that the inclined and vertical alternate support has better anti-overturning and deformation control capability. However, there is still a lack of systematic research on the mechanism of inclined and vertical alternate support from the perspective of pile stress. Based on the field tests on the inclined and vertical alternate support piles in a foundation pit project in Tianjin, the forces of the inclined pile are monitored and analyzed. On this basis, the numerical modeling is carried out by using the finite element software PLAXIS. The mechanism of the axial forces of the inclined pile and the influences of the inclined angle and the arrangement of the inclined and vertical piles on the supporting performance are studied. The results show that the axial forces of the pile shaft are greater than those of the single-row inclined piles and double-row support piles, and the effect of inclined support is obvious to the deformation control of the support structures. The effect of inclined support is mainly due to the relative displacement of the inclined pile and the soil in the passive area to produce the side friction resistance of the pile. At the same time, it is found that increasing the inclined angle of the inclined pile is conducive to the inclined support of the inclined pile, which makes the lateral displacement of the support pile decrease, but the maximum positive bending moment of the pile shaft will increase at the same time. In addition, under the same amount of piles, different arrangements of inclined and vertical piles have small influences on the deformation of the support. The arrangement of one inclined and two vertical piles can reduce the stress of the vertical pile and the construction difficulty.

**Key words:** foundation pit support; inclined and vertical pile; mechanism analysis; axial force of pile shaft

## 0 引言

随着城市的大规模建设, 基坑工程的数量和规模不断扩大, 面临的周边环境也随之复杂<sup>[1]</sup>。对于大面积基坑的开挖, 传统内支撑或桩锚的支护形式存在造

价高、工期长等问题, 而常用的无支撑支护如放坡、

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)项目(2010CB732106); 国家自然科学基金项目(51108312)

收稿日期: 2021-03-09

悬臂排桩预留反压土等支护方法也存在支护结构变形较大等问题，仅适用于基坑深度较小的情况<sup>[2]</sup>。

将传统悬臂直桩倾斜一定角度可以形成倾斜桩支护，已有一些学者对倾斜桩支护进行了研究，研究表明倾斜支护桩相比直桩支护能更好地控制基坑开挖产生的桩身变形，并且能优化桩身的受力特性。倾斜桩支护也被应用于一些实际工程当中<sup>[3-8]</sup>。进一步将倾斜桩与直桩通过冠梁进行组合，形成斜直交替支护体系。目前，这种技术已经在几个基坑工程中尝试使用，实践表明其能有效控制支护结构的受力和位移，已有一些学者利用数值模拟和模型试验对倾斜桩与斜直交替桩等支护形式的受力变形特性进行了对比研究，结果表明斜直交替桩的抗变形能力优于单排倾斜桩<sup>[9-13]</sup>。斜直交替支护结构在无支撑支护中有较为明显的优势，但目前针对斜直交替支护的研究大多是对不同支护形式的支护桩桩身位移以及弯矩进行分析对比，对斜桩在支护结构中的受力分析不够深入，缺少对斜桩轴力发挥机制的探讨。对此，本文选取天津市某基坑工程进行斜直交替桩支护结构的现场试验，并结合有限元模拟计算与分析，对斜直交替支护的作用机理进行了探讨，并对不同斜桩倾角以及布桩方式对支护结构受力变形的影响进行了分析。

## 1 现场试验与有限元验证

### 1.1 试验概况

选取天津市津南区某基坑工程开展斜直交替桩支护的现场原位监测，该区域地层自上而下主要为素填土、黏土、淤泥质粉质黏土和粉质黏土，场地土层分布，参数如表 1 所示。

基坑开挖深度 8 m，由于基坑开挖面积达 39900 m<sup>2</sup>，周长达 805 m，内支撑加排桩的支护形式经济性较差且工期长，宜采用无支撑支护形式，而场地区域的土层性质较差，在基坑开挖范围内存在 5.8 m 厚的淤泥质粉质黏土层，为了基坑变形控制要求，采用了

上部放坡 2.5 m 结合斜直交替桩的支护形式。

基坑平面布置如图 1 所示，东侧采用二级放坡支护，第一级土坡宽 6 m，深 4 m，留设 5 m 宽放坡平台，第二级土坡宽 8 m，深 4 m；基坑北、西、南三侧采用图 2 放坡+斜直交替预制桩支护的形式，其中放坡 2.5 m，斜直交替桩挡土 5.5 m，采用 375 mm×500 mm 预制矩形空心桩，桩长 12 m，直桩入土深度 6.6 m，相邻直桩与斜桩间距 650 mm，斜桩向基坑内倾斜 20°，桩顶设置 1200 mm×600 mm 帽梁连接斜桩及直桩形成整体三角形体系抵抗土压力。

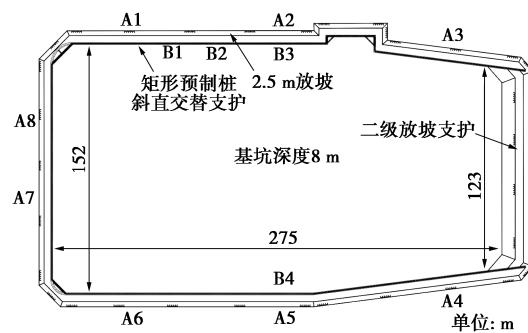


图 1 基坑平面及监测布点图

Fig. 1 Plan of foundation pit and layout of monitoring points

现场试验测量主要内容包括基坑开挖引起的支护桩桩顶和桩身水平位移及桩身轴力，A1—A8 为支护桩测斜点，B1—B4 为支护桩轴力测点，每个测点包括斜直桩各一根。桩身轴力采用在预制桩空孔内固定焊接有钢筋应力计钢筋，并在孔内灌注混凝土的方式进行测量，测量位置分别对应图 3 桩身-1, -5.5, -8 m 深度。桩身水平位移采用在预制桩空孔内放置测斜管的方法进行测量。

### 1.2 试验结果分析

基坑于 2019 年 12 月进行支护桩帽梁的施工，2020 年 1 月 10 日进行坑内土体的开挖，由基坑中心位置同时向东西方向开挖，至 1 月 19 日，上部 2.5 m 放坡部分开挖完毕，此过程中 A2, A5 测点的桩顶水

表 1 试验场地土层物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of soil layers in test site

| 土层                     | 层厚 /m | 含水率 w/% | 重度 /(kN·m <sup>-3</sup> ) | 孔隙比 e | 压缩模量 E <sub>s1-2</sub> /MPa | 直剪固结快剪                   |                          |
|------------------------|-------|---------|---------------------------|-------|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                        |       |         |                           |       |                             | 黏聚力 c <sub>cu</sub> /kPa | 内摩擦角 φ <sub>cu</sub> (°) |
| ① <sub>2</sub> 素填土     | 2.4   | 30.59   | 18.6                      | 0.94  | 3.59                        | 20.51                    | 11.72                    |
| ③ <sub>1</sub> 黏土      | 1.7   | 32.87   | 18.7                      | 0.96  | 3.91                        | 16.47                    | 12.69                    |
| ⑥ <sub>1</sub> 淤泥质粉质黏土 | 5.8   | 36.17   | 18.5                      | 1.03  | 3.68                        | 14.80                    | 12.94                    |
| ⑥ <sub>2</sub> 粉质黏土    | 5.0   | 29.80   | 19.2                      | 0.84  | 4.93                        | 16.99                    | 18.62                    |
| ⑥ <sub>3</sub> 粉土      | 0.8   | 24.74   | 19.9                      | 0.70  | 11.73                       | 7.87                     | 31.12                    |
| ⑦ 粉质黏土                 | 2.3   | 23.43   | 20.1                      | 0.66  | 5.44                        | 18.82                    | 17.21                    |
| ⑧ <sub>1</sub> 粉质黏土    | 1.5   | 23.19   | 20.2                      | 0.67  | 5.52                        | 22.68                    | 14.16                    |
| ⑧ <sub>2</sub> 粉砂      | 3.2   | 17.26   | 20.9                      | 0.52  | 13.68                       | 5.15                     | 35.47                    |
| ⑨ <sub>1</sub> 粉质黏土    | 4.0   | 23.82   | 20.1                      | 0.68  | 5.56                        | 21.22                    | 16.41                    |
| ⑨ <sub>2</sub> 粉砂      | 5.2   | 21.67   | 20.3                      | 0.62  | 13.27                       | 5.84                     | 32.83                    |
| ⑪ <sub>2</sub> 粉砂      | 8.4   | 21.55   | 20.2                      | 0.63  | 14.30                       | 5.64                     | 33.79                    |

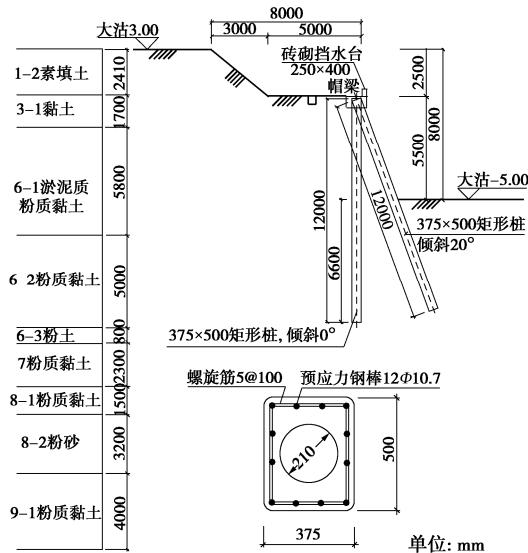


图 2 基坑剖面图

Fig. 2 Profile of foundation pit

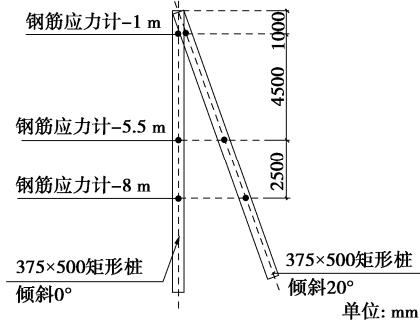


图 3 钢筋应力计位置

Fig. 3 Position of bar stress meters

位移小幅增加。后续 3 月 9 日—3 月 28 日进行基坑剩余 5.5 m 开挖, 基坑开挖完成时如图 4, 在开挖过程中各测点的桩顶水平位移增量较为明显, 在基坑开挖结束后, 桩顶水平位移逐渐趋于稳定。基坑各测点桩顶水平位移随开挖的变化曲线如图 5 所示, 桩顶最大水平位移为 17 mm。



图 4 20° 斜直交替桩

Fig. 4 Inclined and vertical alternate piles with angle of 20°

整理基坑开挖结束时各测点处支护桩测斜结果如图 6, 斜直交替桩的桩身变形模式不同于传统悬臂排桩支护<sup>[14]</sup>, 直桩和斜桩的最大侧移均发生在距离桩顶 4 m 左右深度处, 与带水平支撑的支护结构变形模式类似。其中 A5 测点处的支护桩变形最大, 直桩最

大侧移为 24.3 mm, 斜桩最大侧移为 22.9 mm, 表明斜直交替支护桩在此基坑中的支护效果较好, 可以有效控制软土基坑的变形。

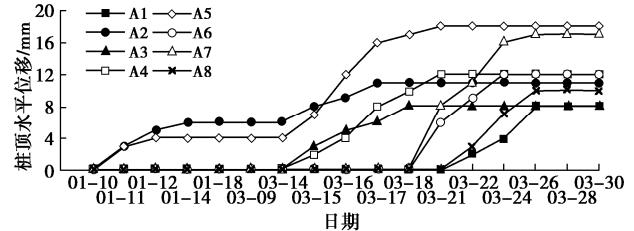


图 5 桩顶水平位移随开挖的变化曲线

Fig. 5 Variation curves of horizontal displacement at pile top with excavation

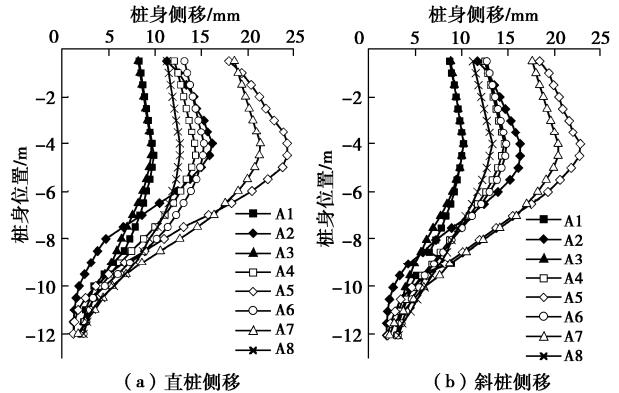


图 6 桩身水平位移曲线

Fig. 6 Curves of horizontal displacement of piles

图 7 是基坑开挖结束时的支护桩桩身轴力曲线。开挖结束时斜直交替支护的直桩受拉, 斜桩受压, 且斜桩所受的压力在坑底以下变化较大, 随深度增加不断减小。

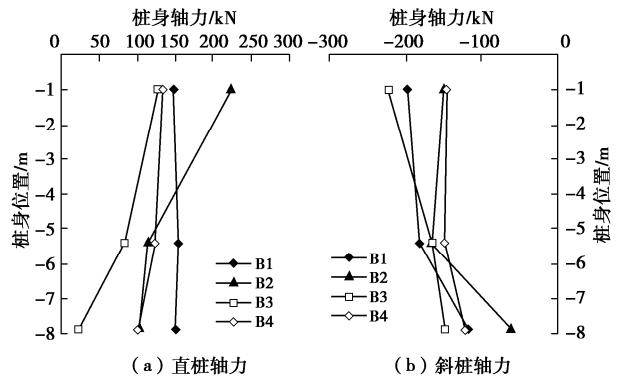


图 7 桩身轴力曲线

Fig. 7 Curves of axial force of pile shaft

### 1.3 有限元建模及参数

采用 Plaxis2D 有限元软件对基坑的开挖过程进行数值分析, 建立图 8 所示平面应变模型, 并按对称性取基坑宽度的一半进行分析。模型左侧边界与支护桩水平距离取为 40 m, 约 5 倍基坑开挖深度。模型侧面边界设置水平向约束, 底面边界设置水平和竖向约束。土体本构模型采用小应变土体硬化模型 (HSS 模型)<sup>[15-16]</sup>, 土层计算参数见表 2。

表 2 土体材料计算参数

Table 2 Parameters of soil materials

| 土层名称                   | 厚度 /m | 重度 /(kN·m <sup>-3</sup> ) | $c_{cu}$ /kPa | $\varphi_{cu}$ /( $^{\circ}$ ) | $E_{50}$ /MPa | $E_{oed}$ /MPa | $E_{ur}$ /MPa | $G_{0\ ref}$ /MPa |
|------------------------|-------|---------------------------|---------------|--------------------------------|---------------|----------------|---------------|-------------------|
| ① <sub>2</sub> 素填土     | 2.4   | 18.6                      | 20.51         | 11.72                          | 3.8           | 3.8            | 26.6          | 106.4             |
| ③ <sub>1</sub> 黏土      | 1.7   | 18.7                      | 16.47         | 12.69                          | 4.1           | 4.1            | 28.7          | 114.8             |
| ⑥ <sub>1</sub> 淤泥质粉质黏土 | 5.8   | 18.5                      | 14.80         | 12.94                          | 3.8           | 3.8            | 30.4          | 121.6             |
| ⑥ <sub>2</sub> 粉质黏土    | 5.0   | 19.2                      | 16.99         | 18.62                          | 5.1           | 5.1            | 35.7          | 142.8             |
| ⑥ <sub>3</sub> 粉土      | 0.8   | 19.9                      | 7.87          | 31.12                          | 12.5          | 12.5           | 62.5          | 187.5             |
| ⑦粉质黏土                  | 2.3   | 20.1                      | 18.82         | 17.21                          | 5.6           | 5.6            | 39.2          | 156.8             |
| ⑧ <sub>1</sub> 粉质黏土    | 1.5   | 20.2                      | 22.68         | 14.16                          | 5.7           | 5.7            | 39.9          | 159.6             |
| ⑧ <sub>2</sub> 粉砂      | 3.2   | 20.9                      | 5.15          | 35.47                          | 14.5          | 14.5           | 72.5          | 217.5             |
| ⑨ <sub>1</sub> 粉质黏土    | 4.0   | 20.1                      | 21.22         | 16.41                          | 5.7           | 5.7            | 39.9          | 159.6             |
| ⑨ <sub>2</sub> 粉砂      | 5.2   | 20.3                      | 5.84          | 32.83                          | 13.9          | 13.9           | 69.5          | 208.5             |
| ⑪ <sub>2</sub> 粉砂      | 13.0  | 20.2                      | 5.64          | 33.79                          | 14.8          | 14.8           | 74.0          | 222.0             |

斜直交替支护桩的直桩按截面等刚度原则等效为板单元模拟, 等效厚度取为 328 mm, 重度为 25 kN/m<sup>3</sup>, 弹性模量为 38 GPa, 泊松比取 0.2; 斜桩采用嵌固式梁单元进行模拟, 斜桩与直桩顶部设置为刚性连接模拟帽梁作用。基坑施工过程按照实际施工顺序进行模拟。

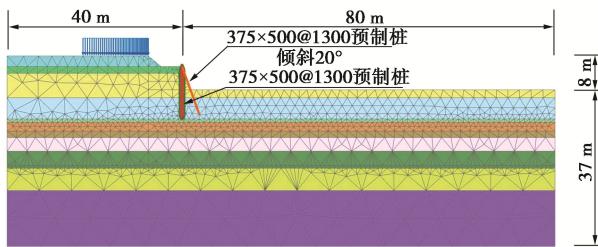
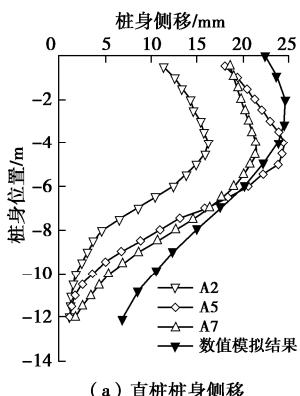


图 8 有限元计算模型

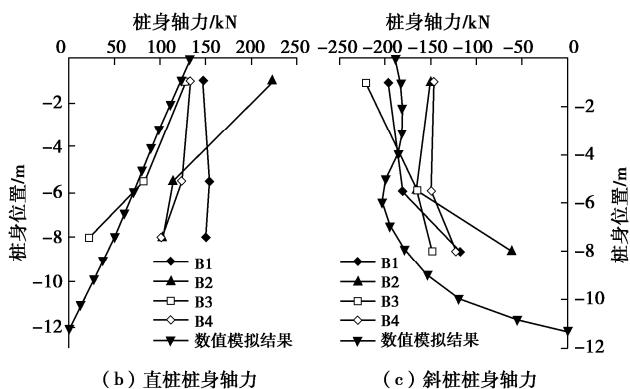
Fig. 8 Finite element model

#### 1.4 工程实测与数值模拟结果对比分析

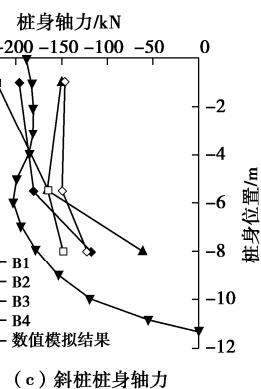
图 9 为基坑开挖结束时, 斜直交替支护桩变形和轴力实测值与数值计算结果的对比, 数值模型计算的直桩桩身水平位移与现场试验实测结果较为接近, 直桩的变形类似于带水平支撑的排桩支护, 且计算与实测结果的桩身轴力均为斜桩受压力, 直桩受拉力, 两种结果规律一致, 说明该数值分析方法可靠且适用于进一步建立模型来进行斜直交替支护形式的机理研究。



(a) 直桩桩身侧移



(b) 直桩桩身轴力



(c) 斜桩桩身轴力

图 9 数值模拟结果与实测结果对比

Fig. 9 Comparison between numerical and measured results

## 2 斜直交替支护受力变形规律及作用机理分析

### 2.1 斜直交替支护结构作用机理

目前针对斜直交替支护的研究表明斜直交替支护结构受力机理存在三大支护效应<sup>[17]</sup>, 分别是图 10 所示刚架效应、重力效应和斜撑效应。刚架效应指斜直交替支护桩通过桩顶冠梁连接形成三角形的刚架支护体系, 从而提高支护结构的稳定性及抗变形能力; 重力效应指支护桩之间的土体可以平衡部分倾覆力矩, 提升支护结构的稳定性; 斜撑效应是指斜桩通过桩侧摩阻力的发挥来传递支撑力, 起到类似于斜撑的作用。这三种支护效应的共同作用使得斜直交替支护的稳定性和抗变形能力提高。

### 2.2 斜直交替桩的斜撑效应分析

为了进一步分析斜直交替支护结构的受力变形规律和斜撑效应的作用, 将斜直交替支护与单排悬臂支护、单排倾斜桩支护、双排桩支护的桩身变形和受力进行对比, 有限元模型尺寸和土层参数仍然采用模拟现场试验的数值模型, 保持不同支护形式的单位长度用桩量和桩长不变, 如图 11 所示。其中单排桩支护的桩间距为 0.65 m, 双排桩支护和斜直交替支护的桩

间距为 1.3 m, 为了保证双排桩支护和斜直交替支护的桩间土范围相同, 双排桩的排距设为 2 m。

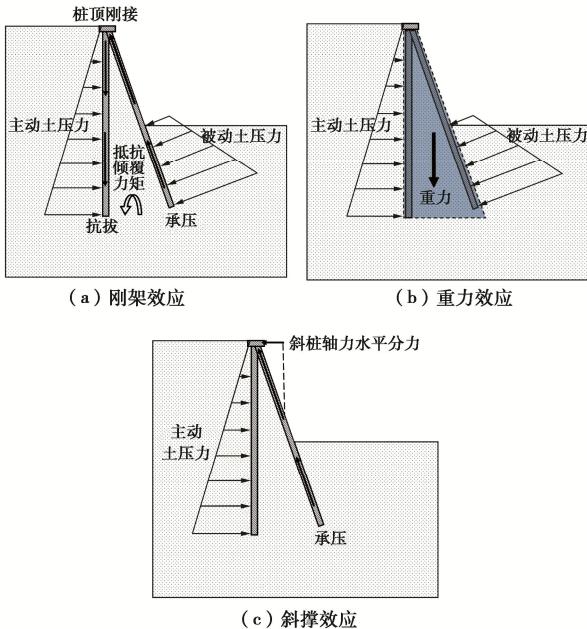


图 10 斜直交替支护作用机理示意图

Fig. 10 Schematic diagram of action mechanism of inclined and vertical alternate support

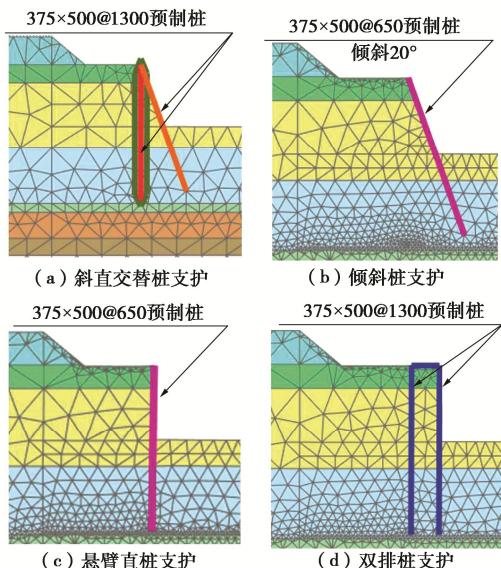


图 11 计算模型示意图

Fig. 11 Schematic diagram of model

将基坑开挖结束时不同支护形式的桩身水平位移和弯矩结果整理至图 12。单排倾斜桩与悬臂直桩的弯矩只出现在背靠基坑一侧, 而双排桩支护与斜直交替支护的桩身弯矩存在反弯点, 弯矩的分布更类似于带内支撑的排桩支护, 这是由于双排桩支护和斜直交替支护都是通过连梁或冠梁将两排支护桩顶刚接, 形成能够抵抗侧向力的刚架, 从而使得支护桩在侧向土压力的作用下产生反弯点。

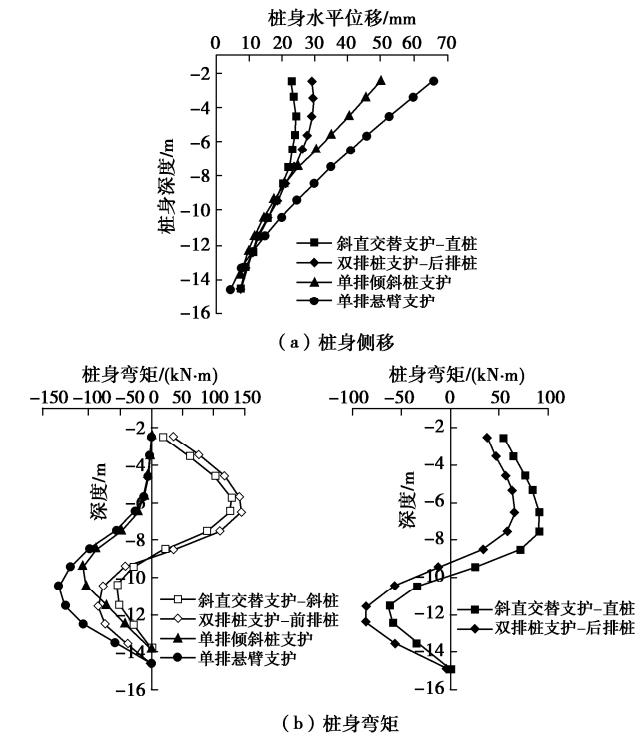


图 12 不同支护形式的桩身侧移和弯矩曲线

Fig. 12 Curves of lateral displacement and bending moment of piles with different support forms

在图 13 不同支护形式的桩身轴力中, 除斜直交替支护直桩和双排桩支护后排桩受拉力外, 其余支护桩桩身均产生轴向压力, 其中单排倾斜桩和悬臂直桩所受轴向压力较斜直交替支护斜桩和双排桩支护前排桩小, 且在桩顶处的轴力接近于 0。对比双排桩支护和斜直交替支护, 两者均可通过后排桩(直桩)受拉, 前排桩(斜桩)受压形成抵抗支护结构倾覆的力偶<sup>[18]</sup>, 发挥支护结构的刚架效应, 从而提高支护结构的抗变形能力和稳定性; 斜直交替支护的斜桩与直桩均在开挖结束时产生了较大的桩身轴力, 其中斜桩作用在冠梁上的轴力可以在直桩桩顶产生较大的水平分力, 起到水平支撑的作用, 即产生斜撑效应。

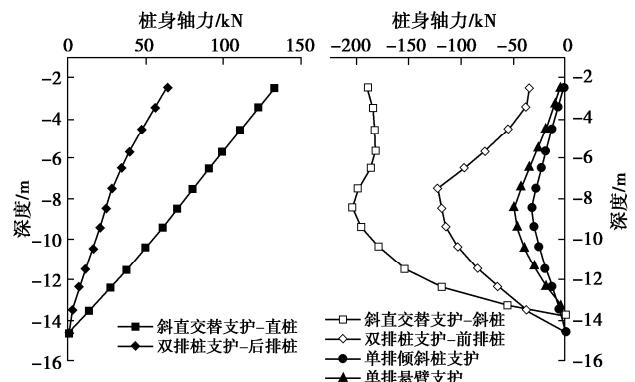


图 13 不同支护形式的桩身轴力曲线

Fig. 13 Curves of axial force of piles with different support forms

斜直交替支护斜撑效应的发挥主要是靠斜桩与开挖面以下土体相对位移产生桩侧摩阻力，由于桩体发挥侧摩阻力需要的桩土相对位移较小，所以斜撑效应能够在支护结构变形较小的时候得以发挥，起到平衡部分主动区土压力的作用。图 14 中斜桩的侧摩阻力还会对桩周土体产生反作用力，此反作用力与坑内土体隆起的方向相反，所以斜撑效应的发挥还能限制坑内土体的隆起，从而减小基坑的整体变形，提高支护结构的整体稳定性。本次数值模拟基坑开挖结束时的斜桩桩顶处轴力为 189.2 kN，相当于提供 64.7 kN 的水平分力，合算到每延米为 49.7 kN/m，斜撑效应的发挥较为明显，此时斜直交替支护的桩身水平位移和坑底隆起最大值均小于其余 3 种支护形式，说明斜撑效应能显著起到减小坑底隆起以及支护结构变形的作用。

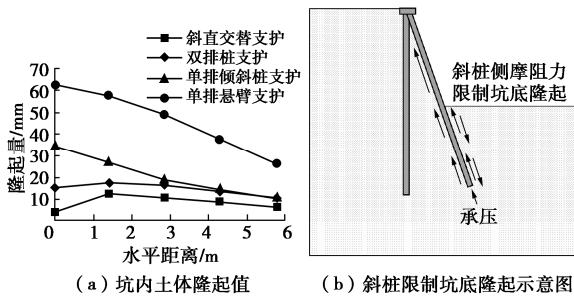


图 14 不同支护形式的坑内土体隆起

Fig. 14 Soil uplift in foundation pit with different support forms

### 3 斜桩轴力发挥机制分析

为了探究斜直交替支护中斜桩轴力的分布规律，在保持有限元模型尺寸不变的前提下建立斜桩桩侧极限摩阻力为 40, 80, 120 kPa 的数值分析模型，分别对应斜桩桩底处土体为淤泥质黏土、粉质黏土和粉砂，另外还补充对比了桩侧极限摩阻力为 0 kPa 时的结果，研究斜桩侧摩阻力的发挥对斜直交替支护桩的影响。

如图 15 当斜桩侧壁完全光滑时，斜直交替支护的变形较桩侧有摩阻力的情况明显增大，桩身的变形模式也近似于悬臂排桩支护的变形模式。对比图 16 中桩侧极限摩阻力为 40, 80, 120 kPa 时的斜直交替桩斜桩的桩身轴力和侧摩阻力，可以看出随着桩侧极限摩阻力的增大，斜桩靠近桩端处的侧摩阻力明显增大。

对比单排倾斜桩与斜直交替桩的轴力可以看出，在桩侧最大摩阻力为 80 kPa 时，斜直交替支护的斜桩最大轴力是单排倾斜桩支护的 3 倍以上，且单排倾斜桩在坑底以上部分的斜桩轴力随深度减小而减小，桩顶处的轴力接近于 0。

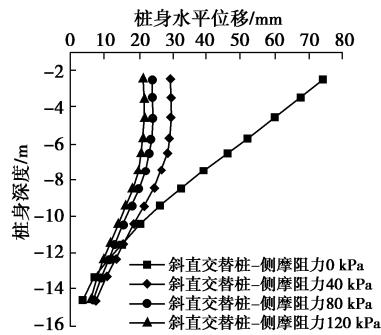


图 15 不同斜桩最大侧摩阻力的直桩桩身侧移图

Fig. 15 Horizontal displacements of piles with different maximum side frictions

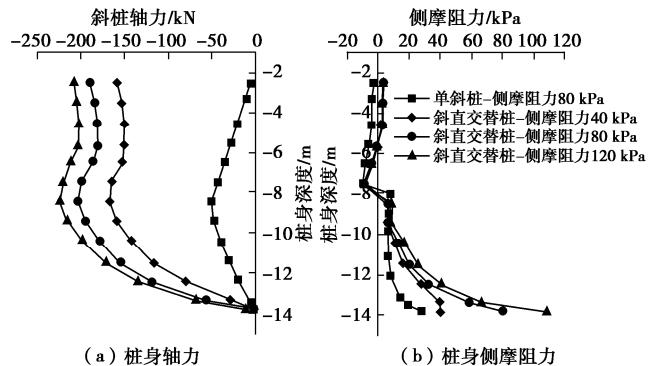


图 16 不同最大侧摩阻力的斜桩桩身轴力与侧阻力

Fig. 16 Axial forces and lateral resistances of inclined pile with different maximum lateral frictions

提取斜直交替支护的斜桩桩身以及周围土体的竖向位移至图 17 (a)，将桩周土体和桩身的竖向位移进行对比，斜桩在 -11.5 m 深度以下部分的桩身位移向下，-11.5 m 以上部分的桩身竖向位移向上，这表明斜桩在开挖变形过程中绕 -11.5 m 深度处产生顺时针旋转的趋势。斜桩周围土体除了桩底附近后侧土体产生沉降外，其余部分土体均产生向上的位移，斜桩前侧土体在坑底附近处产生较大的隆起。桩后侧土在 -5~ -8 m 深度处产生相对桩身向下的竖向位移，斜桩在此处受到负侧摩阻力作用。

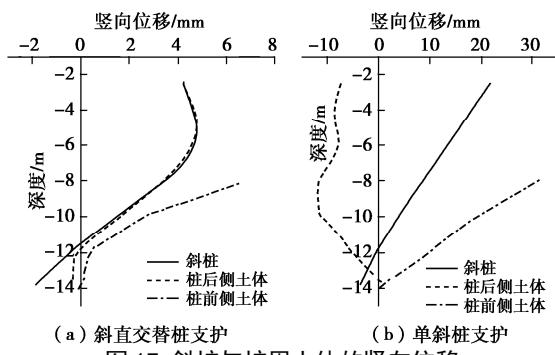


图 17 斜桩与桩周土体的竖向位移

Fig. 17 Vertical displacements of inclined pile and soil around pile

由图 18, 19 斜直交替支护的土体竖向位移云图和总位移矢量图可看出，直桩桩后侧土体产生沉降变

形, 桩间土体大部分产生回弹, 仅在靠近斜桩桩底处有小部分土体产生沉降, 回弹进一步抑制了围护结构位移。斜桩桩后侧的土体位移与斜桩自身的总位移近乎相同, 所以斜桩轴力的主要原因为斜桩与桩前侧的土体发生相对位移, 影响轴力大小的因素主要有坑底以下土体的桩极限侧阻力和桩土相对位移量。

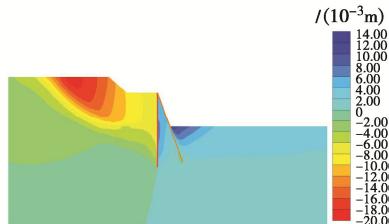


图 18 斜直交替支护的土体竖向位移云图

Fig. 18 Nephogram of vertical displacement of soil mass with inclined and vertical alternate support

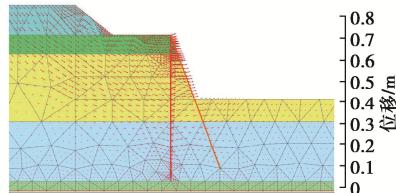


图 19 斜直交替支护的土体总位移矢量图

Fig. 19 Vector diagram of total displacement of soil mass with inclined and vertical alternate support

当采用单排斜桩支护时, 斜桩的桩身轴力在坑底处达到最大值, 提取桩周土体竖向位移至图 17(b), 图中斜桩后侧土体产生沉降, 前侧土体产生回弹, 这就使得在坑底以上的斜桩产生负摩阻力, 因此在坑底以上部分, 单斜桩支护的斜桩桩身轴力随深度减小而减小。

综上可以得出结论, 斜直交替支护相比单斜桩支护能更有效的发挥斜桩轴向抗压的能力, 利用斜桩的斜撑作用抵抗整个支护体系的变形, 并且坑底土体对应的桩极限侧阻力增大能进一步提高斜桩轴力, 从而更好地发挥斜桩的斜撑作用, 因此实际工程中可以考虑采取提高桩土间摩阻力的措施来充分发挥斜桩的斜撑效应, 以减小斜直交替支护变形。

## 4 斜直交替支护的参数优化分析

### 4.1 斜桩倾角对斜直交替支护的影响分析

保持有限元模型尺寸不变, 改变斜桩倾斜角度为 $5^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$ , 探究斜直交替支护不同斜桩倾斜角度的受力与变形规律。

整理基坑开挖结束后支护桩变形和受力结果至图 20 和表 3。斜桩倾斜 $10^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $25^\circ$ ,  $30^\circ$  时直桩桩顶水平位移相较于倾斜 $5^\circ$  时分别减小了 26.6%, 48.6%, 66.2%, 73.9%, 79.4%。当斜桩倾斜

角度小于 $20^\circ$  时, 直桩桩身最大水平位移出现在桩顶处; 当斜桩倾斜角度大于等于 $20^\circ$  时, 直桩桩身最大水平位移出现在桩顶以下、坑底以上位置, 且最大位移所在深度随斜桩倾斜角度增大而增大。斜桩倾斜角度的增加能明显减小桩顶水平位移, 但位移的减小速率随斜桩倾斜角度增加而减小。

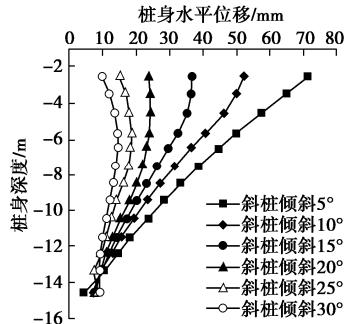


图 20 不同斜桩倾角时的直桩桩身水平位移图

Fig. 20 Horizontal displacements of vertical pile with different inclined angles

表 3 不同斜桩倾角的支护桩桩身最大轴力与弯矩

Table 3 Maximum axial forces and bending moments of support piles with different inclined angles

| 斜桩倾角/(°) | 桩身最大正弯矩/(kN·m) |       | 桩身最大负弯矩/(kN·m) |        | 斜桩最大轴力/kN | 直桩最大轴力/kN |
|----------|----------------|-------|----------------|--------|-----------|-----------|
|          | 斜桩             | 直桩    | 斜桩             | 直桩     |           |           |
| 5        | 70.4           | 8.1   | -169.3         | -164.4 | -87.5     | 73.5      |
| 10       | 116.8          | 34.4  | -117.7         | -109.8 | -112.9    | 95.6      |
| 15       | 134.3          | 74.3  | -71.5          | -80.7  | -151.8    | 112.0     |
| 20       | 130.0          | 90.9  | -54.2          | -62.1  | -203.7    | 133.1     |
| 25       | 92.1           | 115.6 | -40.0          | -40.6  | -224.1    | 143.0     |
| 30       | 63.4           | 150.3 | -21.4          | -18.7  | -235.3    | 151.1     |

表 3 中随着斜桩倾斜角度增加, 直桩和斜桩的桩身轴力均逐渐增大, 且斜桩桩身最大压力大于直桩桩身最大拉力。当斜桩倾斜角度小于 $20^\circ$  时, 随着斜桩倾斜角度增大, 直桩和斜桩的桩身最大负弯矩逐渐减小, 最大正弯矩逐渐增大, 反弯点位置下移至开挖面以下。当斜桩倾斜角度大于等于 $20^\circ$  时, 直桩的最大负弯矩减小, 最大正弯矩增大, 斜桩的最大负弯矩和正弯矩都逐渐减小, 这主要是因为当斜桩倾角较大时, 嵌固深度减小, 斜桩自身作为支护桩的支护效果减弱, 但由于倾斜角度的增大, 斜撑效应增强。

综合以上桩身变形和内力变化规律可知, 斜直交替支护中斜桩倾斜 $20^\circ$  是一个较为合理的角度, 此时斜桩起到了斜撑和支护桩的双重作用, 占用基坑内部较小空间的同时起到了较好的变形控制效果, 且此时的支护桩桩身所受正负弯矩分布较为均匀, 能在一定程度上降低工程造价。

### 4.2 斜直桩排布方式对斜直交替支护的影响分析

采用 Plaxis3D 有限元软件建立图 21 所示不同斜直桩排布方式的数值模型。固定相邻两预制桩间距为

0.65 m, 斜桩倾斜 20°, 土体本构模型采用小应变土体硬化模型, 土层选用天津典型⑥<sub>2</sub>粉质黏土单一土层, 斜直交替支护桩均采用桩单元模拟, 顶部冠梁采用梁单元模拟, 分别计算一斜两直、一斜一直、两斜一直、三斜一直 4 种斜直桩排布方式的桩身内力和变形。

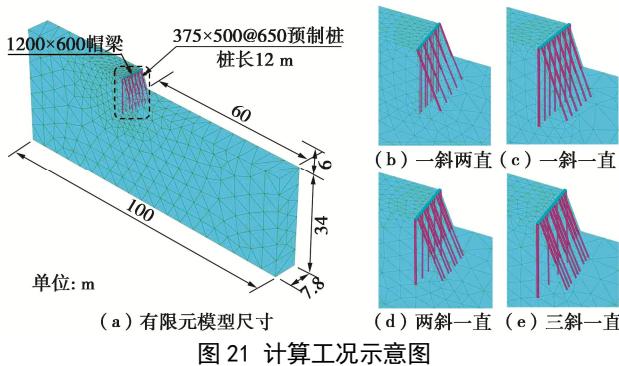


图 21 计算工况示意图

Fig. 21 Schematic diagram of calculation conditions

将计算结果汇总至表 4。4 种排布形式中两斜一直交替支护的直桩桩身水平位移最小, 与桩身变形最大的一斜两直支护相比减小了 4.4 mm (15.9%), 斜直桩排布形式对支护桩的变形存在一定影响但影响较小。将斜桩轴力全部相加并折算成每延米的斜桩轴力, 以衡量不同布置形式的斜撑效应, 由结果可以发现相邻两直桩之间斜桩数量越多, 每延米斜桩轴力越大。三斜一直交替支护的每延米斜桩轴力是一斜两直交替支护的 1.67 倍, 但同时其直桩最大正弯矩是一斜两直交替支护的 1.37 倍, 这是由于三斜一直交替支护的相邻直桩间隔距离较大, 导致斜直桩对桩间土的约束作用减弱, 并且由于直桩数量少, 使得其单根直桩所受最大弯矩大于其余工况下的直桩弯矩, 这也导致三斜一直交替支护的桩身变形控制效果不如一斜一直和两斜一直交替支护。可见在用总桩量相同的情况下增加斜桩数量不能明显减小支护结构变形, 反而会增大直桩所受弯矩。因此实际工程中可以优先选用一斜一直的形式, 变形要求松一点时可采用一斜两直的支护形式, 能够在降低施工难度的同时减少直桩的受力。

表 4 不同斜直桩排布形式的桩身受力与变形

Table 4 Stresses and deformations of piles with different arrangements of inclined and vertical piles

| 斜直桩排布方式 | 直桩弯矩/(kN·m) |       | 每延米的斜桩轴力/(kN·m <sup>-1</sup> ) | 直桩最大水平位移/mm |
|---------|-------------|-------|--------------------------------|-------------|
|         | 最大负弯矩       | 最大正弯矩 |                                |             |
| 一斜两直    | -112.7      | 125.2 | -113.731                       | 27.6        |
| 一斜一直    | -93.1       | 136.3 | -143.667                       | 24.1        |
| 两斜一直    | -104.9      | 149.8 | -171.154                       | 23.2        |
| 三斜一直    | -125.5      | 171.3 | -190.179                       | 25.9        |

## 5 结论

(1) 斜直交替支护的斜桩由于倾角的存在, 桩

身轴力的水平分力能在桩顶处为直桩提供水平支撑作用, 产生斜撑效应。斜撑效应的发挥主要是靠斜桩与开挖面以下土体相对位移产生桩侧摩阻力, 使得斜桩能够在支护结构变形较小时产生较大的桩身轴力, 同时斜桩的侧摩阻力还会对桩周土体产生反作用力, 限制坑内土体的隆起, 从而减小基坑的整体变形, 提高支护结构的整体稳定性。

(2) 坑底土体对应的桩极限侧阻力的增大能进一步提高斜桩轴力, 从而更好地发挥斜桩的斜撑作用, 实际工程中可以考虑采取加固开挖面以下土体以提高桩土间摩阻力的措施来充分发挥斜桩的斜撑效应, 以减小斜直交替支护变形。

(3) 斜直交替支护的斜桩倾角对支护结构的变形有显著影响, 当斜桩倾角由 5° 增加至 30° 时, 斜直交替支护的直桩最大水平位移减少了 56.6 mm, 减小了 79.4%。斜桩倾角越大, 斜桩提供的水平分力越大, 斜直交替支护中的斜撑作用也就越强, 同时随着斜桩倾角增大, 直桩的桩身最大正弯矩增大, 负弯矩减小。斜直交替支护中斜桩倾斜 20° 是一个较为合理的角度, 此时斜直交替支护占用较小空间的同时起到了较好的变形控制效果, 且斜桩桩身所受正负弯矩分布较为均匀, 能在一定程度上降低工程造价。

(4) 在总用桩量相同的情况下, 不同斜直桩布置形式的支护结构变形相差较小。斜桩数量越多, 支护的斜撑作用越强, 但同时相邻直桩的距离增大, 斜直桩对桩间土的约束作用降低, 直桩所受弯矩越大。因此实际工程中可以优先选用一斜一直的形式, 变形要求相对宽松时可采用一斜两直的支护形式, 能够在降低施工难度的同时减少直桩的受力。

## 参考文献:

- [1] 郑刚, 朱合华, 刘新荣, 等. 基坑工程与地下工程安全及环境影响控制[J]. 土木工程学报, 2016, 49(6): 1–24. (ZHENG Gang, ZHU He-hua, LIU Xin-rong, et al. Control of safety of deep excavations and underground engineering and its impact on surrounding environment[J]. China Civil Engineering Journal, 2016, 49(6): 1–24. (in Chinese))
- [2] 陈昆, 闫澍旺, 张智, 等. 不同内支撑支护体系对深基坑开挖变形的影响分析[J]. 天津大学学报(自然科学与工程技术版), 2017, 50(增刊 1): 1–6. (CHEN Kun, YAN Shu-wang, ZHANG Zhi, et al. Impact analysis of deep foundation pit excavation under different bracing system[J]. Journal of Tianjin University (Science and Technology), 2017, 50(S1): 1–6. (in Chinese))
- [3] 郭建芝, 曹华先. 斜桩挡土支护深基坑[J]. 广州建筑, 1997, 25(2): 38–41. (GUO Jian-zhi, CAO Hua-xian. Batter pile

- strutted deep foundation pit[J]. *Guangzhou Architecture*, 1997, **25**(2): 38 - 41. (in Chinese))
- [4] MAEDA T, SHIMADA Y, TAKAHASHI S, et al. Design and construction of inclined-braceless excavation support applicable to deep excavation[C]// International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2013, Paris.
- [5] 孔德森, 张秋华, 史明臣. 基坑悬臂式倾斜支护桩受力特性数值分析[J]. 地下空间与工程学报, 2012, **8**(4): 742 - 747. (KONG De-sen, ZHANG Qiu-hua, SHI Ming-chen. Study on the bearing behavior characteristics of cantilever inclined retaining pile for foundation pit[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2012, **8**(4): 742 - 747. (in Chinese))
- [6] 孔德森, 张秋华, 史明臣. 基坑倾斜支护桩模型试验的数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(增刊2): 408 - 411. (KONG De-sen, ZHANG Qiu-hua, SHI Ming-chen. Numerical simulation of model tests on inclined retaining piles in foundation pit[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(S2): 408 - 411. (in Chinese))
- [7] 孔德森, 张杰, 王士权, 等. 基坑支护倾斜悬臂桩受力变形特性试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2020, **16**(1): 160 - 168. (KONG De-sen, ZHANG Jie, WANG Shi-quan, et al. Experimental study on stress and deformation characteristics of cantilever inclined retaining pile for foundation pit support[J]. *Chinese Journal of Underground Space and Engineering*, 2020, **16**(1): 160 - 168. (in Chinese))
- [8] SEO M, IM J C, KIM C, et al. Study on the applicability of a retaining wall using batter piles in clay[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2016, **53**(8): 1195 - 1212.
- [9] 郑刚, 白若虚. 倾斜单排桩在水平荷载作用下的性状研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(增刊1): 39 - 45. (ZHENG Gang, BAI Ruo-xu. Behaviors study of inclined single row contiguous retaining piles under horizontal force[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, **32**(S1): 39 - 45. (in Chinese))
- [10] 刁钰, 苏奕铭, 郑刚. 主动式斜直交替倾斜桩支护基坑数值研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊1): 161 - 164. (DIAO Yu, SU Yi-ming, ZHENG Gang. Numerical study on oblique-straight alternate piles for active support of excavations[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(S1): 161 - 164. (in Chinese))
- [11] 王恩钰, 周海祚, 郑刚, 等. 基坑倾斜桩支护的变形数值分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊1): 73 - 76. (WANG En-yu, ZHOU Hai-zuo, ZHENG Gang, et al. Numerical analyses of deformation of inclined pile-retained excavations[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(S1): 73 - 76. (in Chinese))
- [12] 刘涛. 倾斜桩在基坑支护中的作用机理和简化计算方法[D]. 天津: 天津大学, 2018. (LIU Tao. The Function Mechanism and Simplified Calculation Method of Inclined Pile in Foundation Pit Support[D]. Tianjin: Tianjin University, 2018. (in Chinese))
- [13] 张秋华. 基坑支护倾斜桩的受力变形特性及其影响因素分析[D]. 青岛: 山东科技大学, 2012. (ZHANG Qiu-hua. Analysis of Deformation Characteristics and Influencing Factors of Inclined Pile in Foundation Pit Support[D]. Qingdao: Shandong University of Science and Technology, 2012. (in Chinese))
- [14] OU C Y, HSIEH P G, CHIOU D C. Characteristics of ground surface settlement during excavation[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1993, **30**(5): 758 - 767.
- [15] JARDINE R J, POTTS D M, FOURIE A B, et al. Studies of the influence of non-linear stress-strain characteristics in soil-structure interaction[J]. *Géotechnique*, 1986, **36**(3): 377 - 396.
- [16] 尹骥. 小应变硬化土模型在上海地区深基坑工程中的应用[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(增刊1): 166 - 172. (YIN Ji. Application of hardening soil model with small strain stiffness in deep foundation pits in Shanghai[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, **32**(S1): 166 - 172. (in Chinese))
- [17] 郑刚, 何晓佩, 周海祚, 等. 基坑斜-直交替支护桩工作机理分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊1): 97 - 100. (ZHENG Gang, HE Xiao-pei, ZHOU Hai-zuo, et al. Working mechanism of inclined-vertical retaining piles in excavations[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2019, **41**(S1): 97 - 100. (in Chinese))
- [18] 徐源, 郑刚, 路平. 前排桩倾斜的双排桩在水平荷载下的性状研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(增刊1): 93 - 98. (XU Yuan, ZHENG Gang, LU Ping. Behaviors of double-row contiguous retaining piles with raking front-row piles under horizontal loads[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, **32**(S1): 93 - 98. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205006

# 基于离心模型试验与数值计算的超高陡加筋土填方边坡稳定性分析

任 洋<sup>1, 2</sup>, 李天斌<sup>1, 2\*</sup>, 杨 玲<sup>1, 3</sup>, 魏大强<sup>1, 2</sup>, 唐杰灵<sup>1, 2</sup>

(1. 成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059; 2. 成都理工大学环境与土木工程学院,  
四川 成都 610059; 3. 四川三河职业学院, 四川 泸州 646200)

**摘要:** 山区机场建设中会出现超高陡(高度达百米且填方坡比陡于1:1)的加筋土填方边坡方案, 针对这类填方边坡稳定性方面的研究较少。以云南某机场的超高陡加筋土填方边坡方案为例, 通过大型土工离心模型试验及数值计算开展天然工况下这类加筋土填方边坡稳定性研究, 获得的主要成果: ①边坡变形破坏以填方土体局部开裂、面板鼓胀和抗滑桩略微外倾为主, 桩顶位移未超过设计允许偏移量; ②边坡顶部以沉降为主, 坡口沉降量最大, 边坡中下部(基础面地形陡变及筋带变短的部位)兼有沉降和少量的侧向水平位移, 坡体变形满足规范要求; ③填方体内的土压力较小, 坡体中下部土压力最大; 筋带的单元轴力基本满足要求, 仅基础界面地形陡变及下部筋带变短部位的少量筋带(数量少于4%)的轴力超过了其设计值。研究表明, 这类超高陡加筋土填方边坡整体稳定性较好。但由于山区机场填方体呈上宽下窄的倒三角形, 坡体中下部基础面地形陡变及筋带变短部位存在局部安全隐患, 后续应优化方案, 进一步增强边坡中下部局部稳定及加筋体内部稳定。相关成果能为山区机场超高陡加筋土填方边坡整体稳定性及后续研究提供参考, 也可为类似离心试验提供借鉴。

**关键词:** 高填方边坡; 加筋土; 离心模型试验; 数值计算; 稳定性

中图分类号: TU441 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0836-09

作者简介: 任 洋(1984—), 男, 博士, 高级实验师, 主要从事地质工程、岩土工程和离心模型试验等方面的教学和科研工作。E-mail: renyang\_0616@163.com。

## Stability analysis of ultra-high-steep reinforced soil-filled slopes based on centrifugal model tests and numerical calculation

REN Yang<sup>1, 2</sup>, LI Tian-bin<sup>1, 2</sup>, YANG Ling<sup>1, 3</sup>, WEI Da-qiang<sup>1, 2</sup>, TANG Jie-ling<sup>1, 2</sup>

(1. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 2. College of Environmental and Civil Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu 610059, China; 3. Sichuan Sanhe College of Professionals, Luzhou 646200, China)

**Abstract:** In airport construction in mountainous areas, there is an ultra-high-steep (100-m slope ratio less than 1:1) reinforced soil-filled slope scheme, but there are few studies on the stability of this kind of slope. Taking the ultra-high-steep reinforced soil-filled slope scheme of an airport in Yunnan Province of China as an example, through the large-scale geotechnical centrifugal model tests and numerical calculation, the stability of the reinforced soil-filled slope under natural conditions is studied. The main results are as follows: (1) The deformation and failure of the slope include local cracking of filled soil, panel bulging and slight extroversion of piles, and the displacement of pile top does not exceed the allowable design deviation. (2) The displacement of the slope at the top is mainly subsidence, with the maximum subsidence at the mouth, and there are settlement and lateral horizontal displacement in the lower and middle parts of the slope at the interface between the reinforcement and the foundation at the steep terrain. The deformation of the slope meets the requirements of the specification. (3) The soil pressure inside the filled slope is lower, and that in the middle part of the slope is the greatest. The axial force basically meets the design requirements, while that of a small number of reinforcement bands at the interface between the reinforcement and the foundation exceeds the design value (less than 4%). The study shows that the overall stability of the ultra-high-steep reinforced soil-filled slope is better.

基金项目: 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室自主研究课题(SKLGP2016Z021, SKLGP2017Z001)

收稿日期: 2021-03-22

\*通信作者(E-mail: ltb@cdut.edu.cn)

However, the filled soil in the mountainous airport is an inverted triangle terrain, and there exist local hidden dangers in the middle and lower parts of the slope (where the terrain of foundation surface changes steeply and the reinforcement band shortens). Subsequently the schemes should be optimized so as to further improve the local stability of the slope and the internal stability of the reinforcement soil. The relevant achievement may provide reference for the stability analysis of ultra-high-steep reinforced soil slope of mountainous airports and other similar centrifugal model tests.

**Key words:** high-fill slope; reinforced soil; centrifugal model test; numerical simulation; stability

## 0 引言

近年来,中国机场交通基础设施建设发展迅猛,有大量已建和拟建机场,如攀枝花机场、铜仁机场、河池机场、泸沽湖机场、云南某机场等。机场建设所需场地面积大,为满足静空要求,往往采用填方来扩宽场地面积,由此出现了大量的高填方边坡。部分高填方边坡按规范要求的稳定综合坡比 $1:1.75\sim1:3$ 进行填筑,如遂宁机场、泸沽湖机场、攀枝花机场高填方边坡等<sup>[1-3]</sup>;也有很多高填方边坡采用加筋填土等方式以较陡的坡比进行填筑,如广西河池机场、湖北神农架机场、日本富士山静冈机场、美国西雅图塔科马国际机场和印度锡金机场加筋填土方边坡等<sup>[4-7]</sup>。

随着山区机场建设向高山峡谷地区发展,为满足飞行和通信条件等要求,机场场址多选在山顶或山脊部位,场地极为狭窄,填方边坡需要采用加筋等方式以非常陡的坡比(综合坡比陡于 $1:1$ )进行填筑,即便如此,填方边坡的高度也会达到甚至超过百米,且填土体多呈上宽下窄的倒三角形。这类超高陡加筋土填方边坡的规模和难度远超现有设计规范和标准,工程技术人员在进行超高陡加筋土挡墙设计时往往采用单级加筋土挡墙的设计理论与方法,安全系数存在较大偏差,导致设计不合理<sup>[8]</sup>。针对这类复杂的岩土工程问题,研究人员常采用数值计算、物理模拟(包括较先进的离心模型试验)或两者相结合的方法来进行研究<sup>[9-11]</sup>,已有一些高填方边坡离心模型试验和数值分析方面的研究成果<sup>[2, 12-14]</sup>。但针对超高陡加筋土填方边坡离心模型试验及稳定性方面的研究较少。

因此,根据研究现状及现实工程建设需求,本文以云南某机场超高陡加筋土填方边坡设计方案为原型,利用成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室的TLJ-500型土工离心机,开展超高陡加筋土填方边坡离心模型试验,并结合有限元数值计算,获得边坡变形破坏现象及特征、沉降及水平位移、土压力和筋带内力等,对超高陡加筋土填方边坡的稳定性进行综合分析。相关成果能为该类超高陡加筋土填方边坡稳定性研究及后续类似离心模型试验提供参考和借鉴。

## 1 原型特征

云南某机场场址位于狭长山脊上,山顶向下均为陡坡,斜坡原始坡度为 $35^\circ\sim50^\circ$ ,局部达 $60^\circ\sim70^\circ$ 。场地上层为第四系粉质黏土,下层基岩由砂岩、石灰岩和燧石灰岩组成。由于场地狭窄,机场建设需进行大量填方,依据民航相关规范<sup>[15-16]</sup>,若按综合坡比 $1:1.75$ 或更缓坡比进行填方则无法收坡,须以更陡的坡比进行填筑。方案设计考虑了多种填方坡比(图1)。不同填方坡比对应的填方边坡垂直高度见表1。

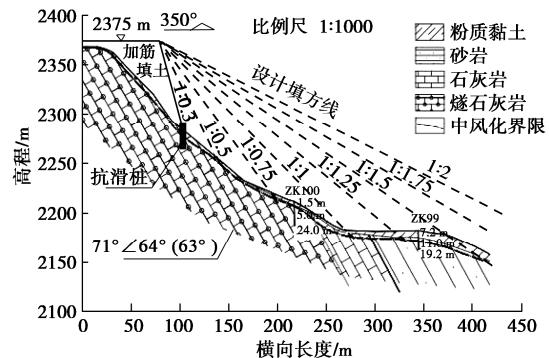


图1 边坡典型地质剖面及填方方案简图

Fig. 1 Diagram of typical geological profile and fill scheme for slope

表1 不同填方坡比及相应的填方边坡垂直高度

Table 1 Different ratios and vertical heights of filled slope

| 填方<br>坡比 | 填方垂直<br>高度 H/m | 填方<br>坡比 | 填方垂直<br>高度 H/m |
|----------|----------------|----------|----------------|
| 1:2      | 无法收坡           | 1:1      | 198            |
| 1:1.75   | 无法收坡           | 1:0.75   | 160            |
| 1:1.5    | 226            | 1:0.5    | 125            |
| 1:1.25   | 201            | 1:0.3    | 98             |

综合机场飞行条件、土石方挖填平衡和填方坡比及高度等,拟定的填方边坡综合坡比拟定为 $1:0.3$ ,按照《民用机场高填方工程技术规范》<sup>[16]</sup>,并参考《高填方地基技术规范》<sup>[17]</sup>,设计方案为“基础开挖+加筋填土+坡脚抗滑桩”。方案设计具体措施为:清除原始边坡表层的覆盖土层,并对基础进行开挖形成台阶式,台阶高 $0.5\text{ m}$ ,横向宽 $0.4\text{ m}$ ;坡脚设置一排抗滑桩,悬臂段长 $15\text{ m}$ ,嵌固段长 $10\text{ m}$ ,桩截面尺寸为 $3\text{ m}\times4\text{ m}$ ,桩间距为 $6\text{ m}$ ,桩间设置挡土板;再进行加筋填土,筋带铺设的竖向间距为 $1\text{ m}$ ;每间隔 $10\sim15$

m 的填土层，铺设一层厚度为 30~50 cm 的砂卵石滤水层，基础界面设置排水通道。

## 2 离心模型设计与制作

### 2.1 试验设备

此次离心模型试验使用成都理工大学地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室的 TLJ-500 大型土工离心机（图 2），其主要技术参数包括<sup>[18]</sup>：最大容量为 500g·t；最大离心加速度 250g；离心机有效半径为 4.5 m；满负荷条件下可连续运转 12 h；最大的模型箱尺寸为 1.2 m×1.0 m×1.2 m。



图 2 TLJ-500 型土工离心机

Fig. 2 TLJ-500 geotechnical centrifuge

### 2.2 相似关系

在模型试验中，模型与原型除了应保持几何相似外，应力、应变也需满足相似要求。为保证模型能够真实反映原型的性状，离心模型试验中各项指标需要和原型呈现某种确定性的对应关系，将这种比例关系称为相似比。表 2 是离心模型试验中的主要物理量及相似比尺。此次离心试验中，模型尺寸（长度、面积、体积）、质量、密度、含水率、重度等均完全相似；基岩（燧石灰岩）、抗滑桩、筋带、坡面面板主要以强度控制，根据强度换算或等效，做到了基本相似；由于模型材料选型及制备等困难，筋带和面板的尺寸未完全相似，其界面参数等也是根据文献和经验取值。

表 2 离心模型试验相似比（原型/模型）

Table 2 Similarity ratios for centrifugal model tests (prototype/  
model)

| 物理量  | 相似比   | 物理量   | 相似比   |
|------|-------|-------|-------|
| 加速度  | $1/n$ | 抗弯刚度  | $n^4$ |
| 长度   | $n$   | 密度    | 1     |
| 面积   | $n^2$ | 应变    | 1     |
| 体积   | $n^3$ | 含水率   | 1     |
| 质量   | $n^3$ | 位移、沉降 | $n$   |
| 应力   | 1     | 内摩擦角  | 1     |
| 弯矩   | $n^3$ | 孔隙比   | 1     |
| 颗粒尺寸 | 1     | 弹性模量  | 1     |
| 惯性时间 | $n$   | 剪切模量  | 1     |

### 2.3 离心模型尺寸

根据前述加筋土填方方案，依据填方边坡原型及规模，考虑筋带尺寸及布置间距、抗滑桩尺寸等因素，本次离心模型试验的相似比尺  $N=110$ ，即模型和原型比为 1:110。通过相似比换算后，加筋土填方边坡离心模型及尺寸如图 3 所示。

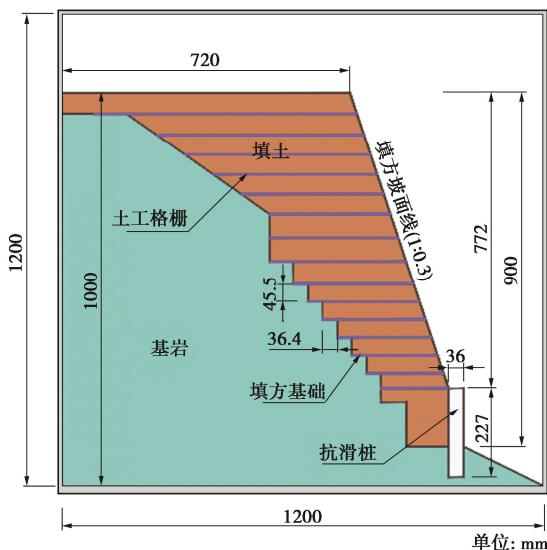


图 3 加筋土填方边坡离心模型及尺寸

Fig. 3 Centrifugal model and sizes of reinforced soil-filled slope

### 2.4 模型材料选取与制备

#### (1) 填土材料

依据《民用机场岩土工程设计规范》和《民用机场高填方工程技术规范》的规定，此次试验填土压实度大于 95%。由于土的最优含水率、级配等因素对土的压实度有直接影响，根据相似换算，模型土的最大粒径小于 2 mm，且级配良好，曲率系数为 1.26。土样通过室内筛分试验、颗粒级配试验、击实试验、含水率测试和直剪试验等综合确定，使模型土材料的主要物理力学参数与原型一致。选用的模型填土材料的配比及主要参数分别见表 3、4。

表 3 模型土的粒径及配比

Table 3 Particle sizes and proportions of model soil

| 粒径/mm | < 0.075 | 0.075~0.25 | 0.25~0.5 | 0.5~1 | 1~2 |
|-------|---------|------------|----------|-------|-----|
|       | 0.075   | ~0.25      | 0.5      | 12    | 18  |
| 配比/%  | 25      | 33         | 12       | 12    | 18  |

表 4 模型填土材料的主要参数

Table 4 Main parameters of model filling materials

| 含水率 /% | 密度 /(g·cm <sup>-3</sup> ) | 黏聚力 c/kPa | 内摩擦角 φ/(°) |
|--------|---------------------------|-----------|------------|
| 11     | 2.02                      | 10.3      | 30.8       |

#### (2) 基岩

主要考虑模型基岩与原型基岩（燧石灰岩）的抗压强度和弹模相似，忽略岩体结构等其它因素。选用

3种相似材料来模拟基岩: 第1种相似材料由重晶石粉、石膏、石英砂、水按一定比例拌和制成; 第2种相似材料为实心砖块; 第3种相似材料为C40混凝土。根据单轴压缩试验, C40混凝土强度与原型基岩强度较相近, 故模型基岩采用C40混凝土来替代。

### (3) 土工格栅

根据已有实践经验, 加筋土边坡中格栅所能发挥出来的强度远小于其断裂拉力, 筋材的模量接近线性, 故在选取模型土工格栅时主要考虑等应变相似和破断强度相似。筋材选用了铁丝网、铁丝纱窗、玻璃纤维、双向塑料土工格栅等, 并完成每种材料的拉伸试验。依据筋带拉伸试验结果, 此次模型试验的筋带选用双向塑料土工格栅, 其尺寸为 $32\text{ mm}\times 32\text{ mm}$ , 拉伸强度为 $20\text{ kN/m}$ 。

### (4) 抗滑桩

原型抗滑桩截面尺寸为 $3\text{ m}\times 4\text{ m}$ , 根据相似换算, 模型桩截面尺寸为 $27\text{ mm}\times 36\text{ mm}$ 。模型抗滑桩的选择和制备主要考虑材料抗弯刚度的相似性, 原型抗滑桩为C30钢筋混凝土桩, 根据《建筑桩基技术规范》(JGJ94—2008), 钢筋混凝土桩的桩身抗弯刚度 $EI=0.85E_cJ_0$ 。经过多种相似材料比选, 最终采用“硬铝合金空心管+灌注微粒混凝土”制备成模型抗滑桩。桩间挡土板主要是起到挡土作用, 承受的压力较小, 因此采用 $1\text{ cm}$ 厚的木模板简化模拟桩间挡土板。

## 2.5 模型测量系统布置

试验过程中, 主要监测模型的沉降、位移及填方体内及桩后土压力等。为避免边界效应影响, 传感器布设剖面尽量远离模型箱侧壁, 考虑到传感器的尺寸效应和线路相互交叉等影响, 最终确定在填方土体内竖向布置了两条监测剖面。测量系统及传感器布置见图4, 具体布设如下: 其中I—I'剖面布置了4个土压力计, 编号由下往上分别为S13—S15和S17, II—II'剖面共布置5个土压力计, 编号由下往上分别为S9—S12和S16, 土压力计的竖向间距为 $100\text{ mm}$ 。坡顶距离箱壁 $500\text{ mm}$ 处布设了两个差动位移传感器, 编号分别WY-1和WY-2。坡体侧面布设了位移标志点, 模型箱侧面布置高清高速摄像系统(PIV系统)。

## 2.6 模型制作

本次模型制作的主要步骤: ①基岩制作。根据基础错台形状, 用混凝土浇筑成形, 混凝土基座砌筑好后养护 $28\text{ d}$ 使其达到所需强度。②抗滑桩及挡土板。浇筑基岩混凝土时, 将模型抗滑桩嵌固段同时埋入混凝土基础内, 使其与基岩成为整体, 然后安装抗滑桩间的挡土板。③加筋土填方。基础界面首先铺设一层粗粒土并夯实, 再继续往土每间隔 $3\text{ cm}$ 分层填筑夯

实, 土体填筑按照密度控制, 并在相应部位埋设传感器、铺设土工格栅等。④填方边坡面板浇筑。填土按设计坡比填筑完后, 在坡面用水泥砂浆制作面板, 养护使其达到设计强度。离心模型制作过程及最终模型见图5。

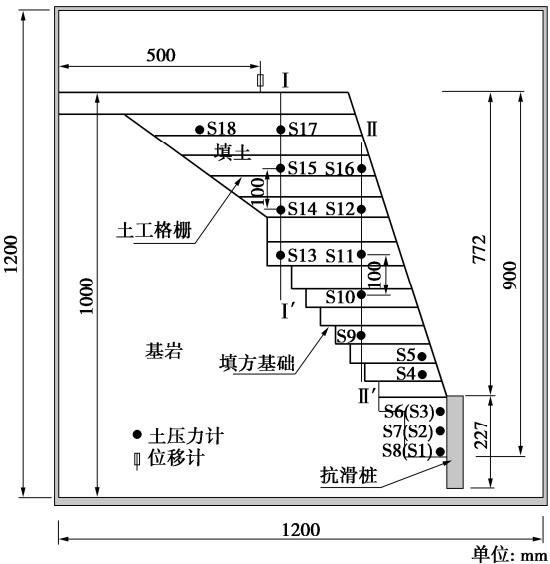


图4 传感器剖面布置图

Fig. 4 Layout of sensors

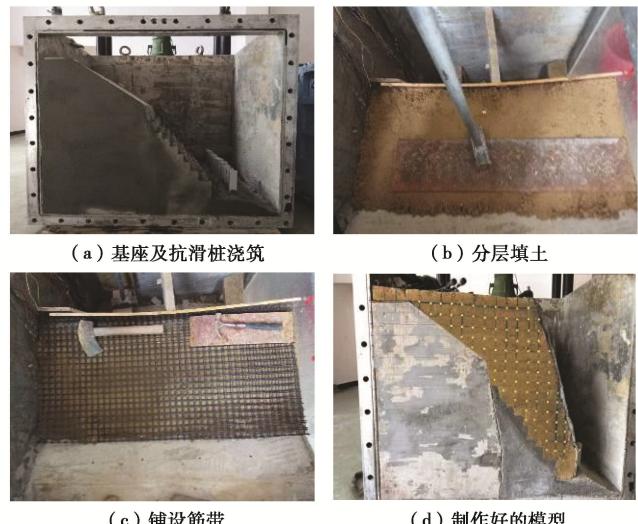


图5 模型制作过程及最终模型

Fig. 5 Model manufacturing process and final model

## 2.7 试验加载过程

此次离心模型试验的加载过程如下: ① $0\text{g}\sim 40\text{g}$ : 离心加速度从 $0\text{g}$ 匀速加载到 $40\text{g}$ , 恒载 $3\text{ min}$ ; ② $40\text{g}\sim 80\text{g}$ , 匀速加载到 $80\text{g}$ , 恒载 $3\text{ min}$ ; ③ $80\text{g}\sim 110\text{g}$ , 匀速加载到 $110\text{g}$ , 恒载 $43\text{ min}$ , 模拟工后沉降 $1\text{ a}$ 。

## 3 试验结果分析

### 3.1 边坡变形破坏特征

离心机加载到 $60\text{g}$ 后, 填筑体坡顶中后部出现了

LF-1 和 LF-2 两条裂缝; 加载到 110g 时, LF-1 和 LF-2 裂缝逐渐扩展横向贯通, 填筑体表面和坡面面板上也出现了多条断续分布的裂缝, 但整个加筋土填方体并未沿着任何裂缝出现整体和局部失稳。

填土体表面的裂缝分布见图 6。坡顶共发育 3 组裂缝, 总体呈直线分布, 局部弧形, 属于张拉裂缝, 无明显下挫。其中, LF-1 裂缝位于填方体与模型箱的接触部位, 裂缝张开 6~8 mm, 分析认为主要是由于模型箱边界效应影响, 填方土体与箱体边缘接触处出现了分离, 此裂缝对边坡稳定不会造成影响。LF-2 裂缝距离坡体后部约 120 mm (基础地形陡变部位), 裂缝张开宽度约 2~4 mm, 裂缝向下延伸约 60 mm, 到地基平台面。LF-3 裂缝由一系列的非连续性的微裂缝组成, 其距离坡体后缘约 300~350 mm, 张开约 2~3 mm, 裂缝向下延伸 30~50 mm。

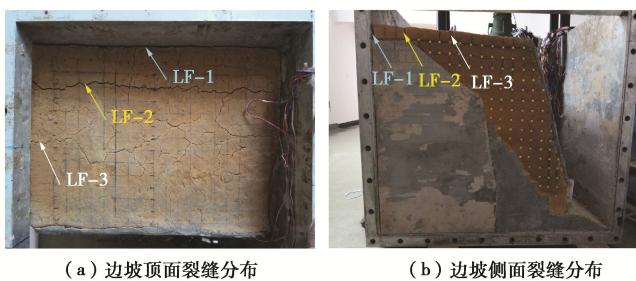


图 6 边坡裂缝分布特征

Fig. 6 Distribution characteristics of cracks in slope

填方边坡斜面(面板侧)存在轻微的鼓胀和开裂, 但面板仍保持整体完好(图 7)。坡面上部混凝土面板有一条长约 30 cm 的裂缝 LF-4, 裂缝总体呈纵向(顺坡向)分布, 张开约 1 mm(图 7(a))。坡面下部左侧混凝土面板局部存在小垮塌和掉块, 但范围很小, 对整个面板未造成损坏。此位置所对应的坡脚 4 根抗滑桩出现向外轻微倾斜, 桩顶向外弯曲倾斜约 1.5~2 mm(图 7(b)), 模型抗滑桩的倾斜量换算成原型约为 165~220 mm, 未超过抗滑桩的设计偏移量(280 mm), 其它抗滑桩几乎没有倾斜, 说明抗滑桩整体工作状态良好。

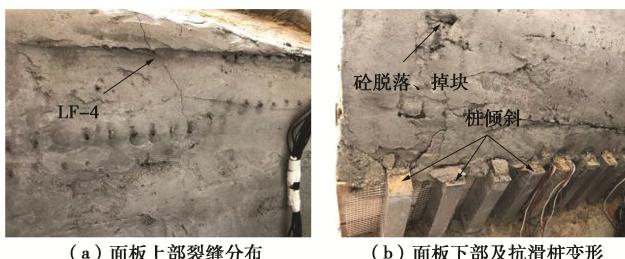


图 7 边坡面板及抗滑桩变形破坏特征

Fig. 7 Deformation and failure characteristics of slope panel and anti-sliding piles

### 3.2 边坡沉降和水平位移特征

填土体顶部沉降用 WY-1 和 WY-2 这两个接触式差动位移传感器来测量, 坡体水平位移通过布置在侧面的位移标志点, 通过高清高速摄像系统观测。

坡顶沉降量随时间和加速度的变化曲线如图 8 所示。由图 8 可知, 随着离心加速度的增加坡顶沉降量不断增大。加速度到 110 g 时, WY-1 测点的沉降量为 12.41 mm, WY-2 测点的沉降量为 13.26 mm; 之后保持 110 g 恒载运行, WY-1 测点的坡顶沉降量呈缓慢增长, 最终沉降量为 14.41 mm, 相当于原型的沉降量 1.585 m; WY-2 测点的沉降量增长小, 最终沉降量为 13.39 mm, 相当于原型沉降量为 1.473 m。除去加载过程中的固结沉降, 110g 恒载后的沉降量约为 2 mm, 对应原型沉降量约 220 mm, 满足规范要求。两个测点的沉降量存在一定差异, 主要由于模型制作时传感器线路布设影响, 造成填土密实度差异所致。

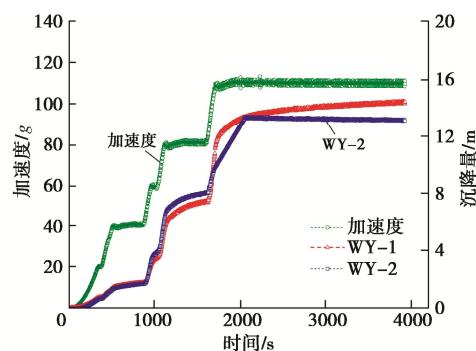


图 8 坡顶沉降随时间及加速度变化曲线

Fig. 8 Variation curves of subsidence of slope top with time and acceleration

利用高清高速摄像系统(PIV)对边坡侧面的变形进行观测, 获得试验前和试验后加筋土填方边坡侧面 PIV 图片(图 9)。

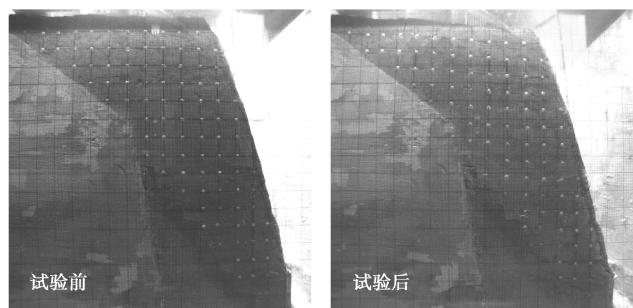


图 9 试验前和试验后的 PIV 图片

Fig. 9 PIV pictures before and after tests

对试验前后模型侧面的 PIV 高清图像进行位移场解译, 得到边坡变形结果(图 10)。

边坡位移矢量说明边坡上部以竖向沉降为主, 下部兼有沉降及侧向位移(图 10(a))。由于整个填方

体呈倒三角形, 填方土体厚度差异大, 边坡后部(左侧)至前部(右侧)的位移量逐渐增大, 位移量最大位置在填方边坡的坡口部位(此处填方体高度最大约90 mm), 此处总位移量约23 mm(图10(b)), 其中最大沉降变形量为22 mm, 相当于原型的沉降量为2.42 m(图10(c)); 水平位移最大的部位为加筋土填方边坡中部(基础面地形陡变及筋带变短部位), 此处的水平位移量约5.5 mm, 对应原型的水平位移为0.6 m(图10(d))。

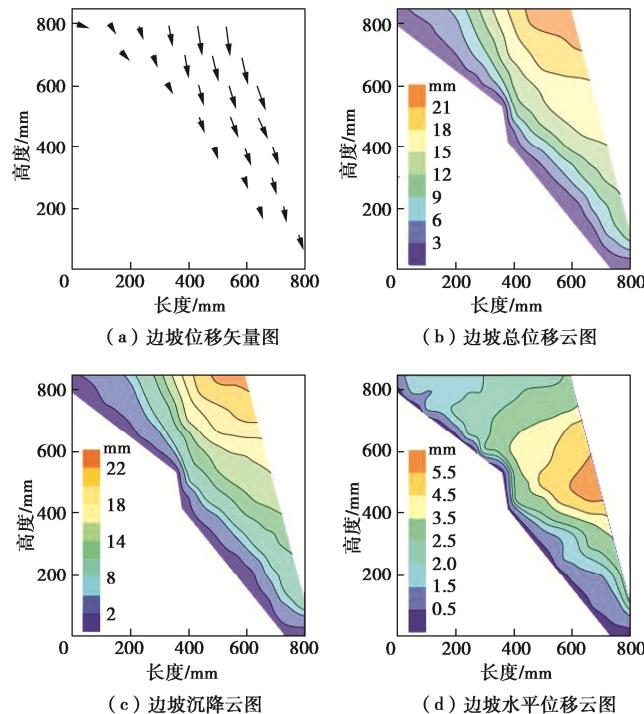


图10 试验前后边坡变形及位移PIV图片解译结果

Fig. 10 Interpreted results of PIV image of deformation and displacement of slope before and after tests

### 3.3 土压力分布特征

#### (1) 填方体内的土压力分布特征

试验过程中S13号传感器损坏。将I—I'剖面和II—II'剖面的土压力数据进行处理, 绘制土压力随埋深变化曲线图11。由图11可以看出, I—I'剖面(靠坡外)的土压力随埋深增大, 土压力值越大, 几乎呈线性增长, 土压力的分布近三角形, 其中埋深最大的S14点的土压力值约500 kPa。II—II'剖面(靠坡内)的土压力总体比I—I'的土压力小, 在埋深30 m范围内呈线性增大, 分布形式近梯形, 上部小下部大, 埋深超过30 m后土压力几乎未增长, 分布形式近矩形, 其中位于中部的S11点的土压力最大约320 kPa。在同等埋深处, I—I'剖面的土压力比II—II'剖面的土压力大。初步分析认为, 加筋土及面板形成了一套较柔性的整体结构, 填土体的变形受到土工格栅筋

带的制约, 有效限制了土体的侧向变形, 使墙后的加筋土体达不到主动极限平衡状态, 筋带分担了相当大的一部分压力, 使加筋填土内的土压力分布形式与无加筋的填土内土压力分布形式存在一定差异。

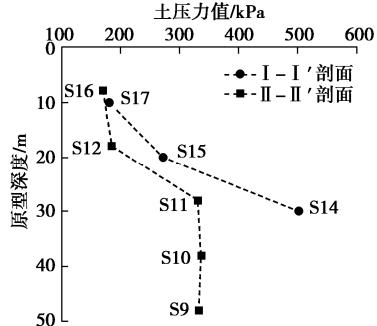


图11 坡体内土压力随埋深变化规律

Fig. 11 Variation of soil pressure with depth in slope

#### (2) 桩后土压力分布特征

绘制模型抗滑桩后的土压力与深度(测点至抗滑桩顶的距离)的关系曲线图12。由图12可知, 布设于填方边坡底部的抗滑桩桩后土压力总体呈梯形分布, 上部小下部大, 抗滑桩上部的土压力值仅为20 kPa, 桩下部的土压力值约125 kPa, 桩后土压力总的来说较小。初步分析认为, 抗滑桩虽然布设于填方体下部, 但是桩后本身的填土很少, 其产生的土压力有限, 虽然桩顶上部有较高的填方土体, 但由于填方边坡度大, 根据第二破裂面理论, 填土体对下部的抗滑桩产生的土压力有限, 再加上部填土里面布设了大量筋带, 限制了土体的变形, 加筋土体达不到主动土压力产生的条件, 故而桩后土压力较小。

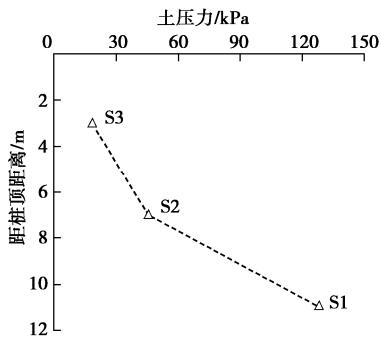


图12 桩后土压力分布规律

Fig. 12 Distribution rules of earth pressure behind piles

## 4 数值计算

使用MIDAS-NX有限元软件进一步开展超高陡加筋土填方边坡数值计算分析。

### 4.1 模型建立

数值模型与加筋土填方边坡原型一致, 建好的有限元模型如图13所示。模型主要包含底部基岩(燧石

灰岩)、加筋填土体(按设计方案布设筋带)、坡面布设面板、坡脚设置一排抗滑桩。模型的边界条件:底部为固定约束边界,模型左右两侧施加法向约束,其余为自由边界。

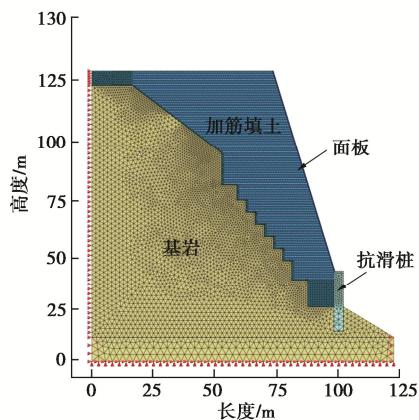


图 13 有限元计算模型

Fig. 13 Finite element model

#### 4.2 材料本构及参数

根据相关研究<sup>[9-10]</sup>,本文填土体单元采用Mohr-Coulomb弹塑性本构模型;土工格栅的本构关系取为线弹性;筋带和土体之间的接触面单元的研究成果也很多,本文采用无厚度的Goodman单元,能较好地模拟接触面之间的变形。材料参数见表5。

表 5 材料参数

Table 5 Material parameters

| 名称  | $E$<br>/MPa | $\mu$ | $\gamma$<br>( $kN \cdot m^{-3}$ ) | $c$<br>/kPa | $\phi$<br>( $^{\circ}$ ) |
|-----|-------------|-------|-----------------------------------|-------------|--------------------------|
| 填土  | 45          | 0.28  | 20.5                              | 8           | 30                       |
| 灰岩  | 13400       | 0.24  | 26.3                              | 1620        | 43.85                    |
| 面板  | 3000        | 0.18  | 23                                | 500         | 50                       |
| 筋带  | 35000       | 0.3   | 12                                | —           | —                        |
| 抗滑桩 | 30000       | 0.17  | 25                                | 500         | 55                       |

#### 4.3 模拟结果分析

加筋土填方边坡稳定性数值计算与离心模型试验相互印证,只考虑天然工况下的边坡稳定性。加筋土填方边坡数值计算结果见图14~17。

边坡稳定性计算结果见图14,搜索的潜在最危险面为加筋填土体和基础的接触界面,该最危险面的稳定性系数为2.05;另外在基础界面地形陡变部位(图14中圈1所示),加筋土体内部出现局部塑性变形,但并未向上延伸贯通,加筋土体下部(图14中圈2所示)也出现了局部塑性变形,这与离心试验面板下部出现鼓胀的结果较吻合。总体而言,该加筋体填方边坡的整体稳定较好,最危险面为加筋体与基岩的接触界面,而出现穿筋体破坏的可能性较小。

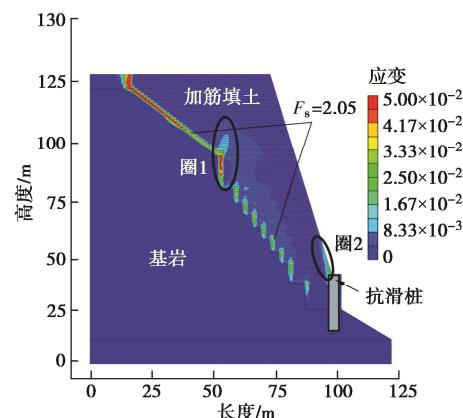


图 14 边坡稳定性计算结果

Fig. 14 Calculated results of slope stability

边坡位移计算结果见图15,整个填方边坡的变形量为57.3 cm(未考虑分层填筑过程),变形最大的部位在坡顶部位。抗滑桩侧向位移见图16,抗滑桩侧向位移主要发生在上部受荷段,桩下部锚固段位移量极小,桩顶最大位移量为15.9 mm,未超过其设计的最大偏移量,说明整个抗滑桩的工作状态良好。总体而言,填方边坡及抗滑桩的变形和位移均满足规范要求,这与离心试验结果基本吻合。

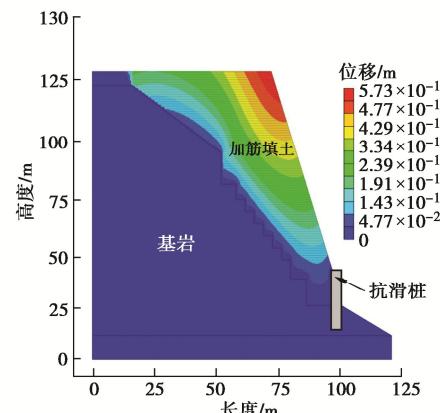


图 15 边坡位移云图

Fig. 15 Cloud map of displacement of slope

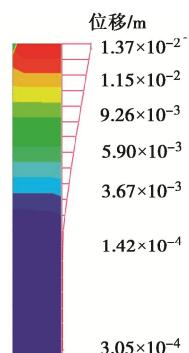


图 16 抗滑桩侧向位移图

Fig. 16 Lateral displacement of pile

填土体内的筋带内力分布见图17。约96%的筋带单元轴力小于550 kN,满足设计要求。潜在最危险面

(加筋填土体和基础接触界面地形陡变部位)的少部分筋带承受的拉力较大, 轴力超过了设计值, 其中在加筋土体中部(图17中黑色线框圈1标出的部位)基础台阶陡变, 筋带端部应力较为集中, 局部最大轴力超过1000 kN; 加筋土体下部(图17中黑色线圈2标出的部位)的筋带变短, 这些部位的筋带轴力较大。初步分析认为, 由于现阶段的基础面台阶开挖设计较粗糙, 造成中部基础面陡变部位少量筋带端部产生了应力集中, 加之填土体呈上宽下窄的倒三角形态, 下部的筋带较短, 筋带的抗拉拔能力不足, 存在局部安全隐患。针对此情况, 建议后期优化填方(包括基础界面台阶开挖形式及尺寸)及筋带布设方案, 中下部短筋带部位可增设锚索, 增强其抗拔能力, 进一步提高加筋土填方边坡的整体和局部稳定。

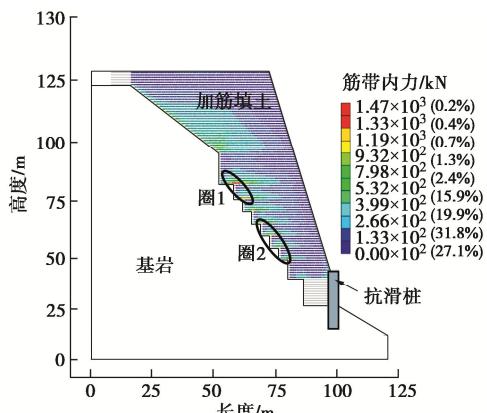


图17 筋带内力图

Fig. 17 Force diagram of reinforcement band

## 5 结论与展望

### 5.1 结 论

(1) 加筋土填方边坡变形破坏包括坡体开裂下沉、坡面面板局部开裂鼓涨及坡脚抗滑桩略微向外倾斜等, 抗滑桩顶侧向位移未超过设计最大偏移量, 整个填方边坡并未有明显的失稳现象和趋势, 边坡整体稳定性较好; 数值计算得到的加筋土填方边坡的稳定性系数为2.05, 满足规范的稳定安全系数要求。

(2) 整个加筋土填方边坡变形以竖向沉降为主, 侧向水平位移相对较小。最大沉降发生在填方高度最大的坡口处, 沉降量约22 mm, 对应原型的沉降量约2.42 m, 其中工后沉降约220 mm; 侧向水平位移最大的位置在边坡中部基础面地形突变及筋带变短的部位(大约H/3~H/2高度处), 水平位移量约为5.5 mm, 对应原型的位移量0.6 m。边坡的工后沉降量在规范允许范围内。

(3) 加筋土填方边坡内的土压力整体较小, 填土内的土压力分布形式为上部近似三角形、下部近似

矩形, 坡体中部基础面地形突变及筋带变短部位的土压力最大, 约500 kPa; 抗滑桩后的土压力呈三角形分布, 且桩后土压力约125 kPa, 小于坡体内的土压力。

(4) 筋带受力基本满足设计要求, 仅在加筋体和基础接触界面这一潜在滑动面中部基础面陡变和下部筋带变短的部位, 少量筋带(数量小于4%)的轴力较大, 超过了设计允许值, 存在局部破坏的可能。

### 5.2 展 望

(1) 本文重点讨论超高陡加筋土填方边坡的整体变形和稳定性问题, 暂未考虑工后更长时间的固结和变形, 后续研究应结合填方方案的优化, 同时考虑填方边坡的长期固结变形等问题。

(2) 现阶段还缺乏筋带与填土界面拉拔试验数据等, 未对坡体内部稳定及筋带的抗拔力等开展深入研究, 后续应补充相关试验和测试, 细化加筋体内部稳定及筋带结构受力分析。

### 参 考 文 献:

- [1] 马丽慧. 遂宁机场高填方边坡稳定性分析[D]. 成都: 成都理工大学, 2013. (MA Li-hui. Research on the Stability of High Embankment Slope of Suining Airport[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2013. (in Chinese))
- [2] 李天斌, 田晓丽, 韩文喜, 等. 预加固高填方边坡滑动破坏的离心模型试验研究[J]. 岩土力学, 2013, 34(11): 3061 - 3070. (LI Tian-bin, TIAN Xiao-li, HAN Wen-xi, et al. Centrifugal model tests on sliding failure of a pile-stabilized high fill slope[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, 34(11): 3061 - 3070. (in Chinese))
- [3] 刘晓哲, 韩文喜. 泸沽湖机场北东端高填方稳定性分析[J]. 地质灾害与环境保护, 2010, 21(3): 42 - 44. (LIU Xiao-zhe, HAN Wen-xi. The stability analysis of high fill slopes in northeast side of Lugu Lake Airport[J]. Journal of Geological Hazards and Environment Preservation, 2010, 21(3): 42 - 44. (in Chinese))
- [4] 王会成. 广西河池机场高填方施工技术[J]. 建筑施工, 2010, 32(11): 1123 - 1125, 1132. (WANG Hui-cheng. Construction technology of high-fill for Guangxi Hechi Airport[J]. Building Construction, 2010, 32(11): 1123 - 1125, 1132. (in Chinese))
- [5] 齐文, 丁一, 梅平. 高填方机场加筋挡土墙施工技术与质量控制[J]. 路基工程, 2010(6): 196 - 198. (QI Wen, DING Yi, MEI Ping. Construction technology and quality control of reinforced retaining wall for high filled airport[J]. Subgrade Engineering, 2010(6): 196 - 198. (in Chinese))
- [6] FUJITA Y, SUGIMOTO T, TSUDA M, et al. High

- geogrid-reinforced soil retaining walls for a new airport[C]// Geosynthetics in Civil and Environmental Engineering, Geosynthetics Asia 2008 Proceedings of the 4th Asian Regional Conference on Geosynthetics in Shanghai, China, 2009, Shanghai.
- [7] STUEDLEIN A W, BAILEY M, LINDQUIST D, et al. Design and performance of a 46-m-high MSE wall[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, **136**(6): 786 – 796.
- [8] 凌天清. 公路高大加筋土挡墙设计方法的研究[J]. 中国公路学报, 2000, **13**(2): 13 – 15, 19. (LING Tian-qing. Research on high reinforced earth retaining wall design methods in highway engineering[J]. China Journal of Highway and Transport, 2000, **13**(2): 13 – 15, 19. (in Chinese))
- [9] SHIN E C, SHIN H S, PARK J J. Numerical simulation and shaking table test of geotextile bag retaining wall structure[J]. Environmental Earth Sciences, 2019, **78**(16): 1 – 17.
- [10] 任非凡, 徐 超, 许 强, 等. 山区超高加筋土路基力学行为的有限元分析[J]. 长江科学院院报, 2014, **31**(3): 101 – 105. (REN Fei-fan, XU Chao, XU Qiang, et al. Finite element analysis on the mechanics behavior of super-high reinforced earth embankment in mountainous areas[J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2014, **31**(3): 101 – 105. (in Chinese))
- [11] 沈珠江. 关于土力学发展前景的设想[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(1): 110 – 111. (SHEN Zhu-jiang. Development prospect of soil mechanics[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(1): 110 – 111. (in Chinese))
- [12] 张军辉, 黄湘宁, 郑健龙, 等. 河池机场填石高填方土基工后沉降离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(4): 773 – 778. (ZHANG Jun-hui, HUANG Xiang-ning, ZHENG Jian-long, et al. Centrifugal model tests on post-construction settlement of high embankment of Hechi Airport[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(4): 773 – 778. (in Chinese))
- [13] 梅 源, 胡长明, 魏弋峰, 等.  $Q_2$ 、 $Q_3$ 黄土深堑中高填方地基变形规律离心模型试验研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(12): 3473 – 3481. (MEI Yuan, HU Chang-ming, WEI Yi-feng, et al. A centrifugal test study of the deformation of high backfill foundation in deep ravine of  $Q_2$  and  $Q_3$  loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(12): 3473 – 3481. (in Chinese))
- [14] 郑建国, 曹 杰, 张继文, 等. 基于离心模型试验的黄土高填方沉降影响因素分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2019, **38**(3): 560 – 571. (ZHENG Jian-guo, CAO Jie, ZHANG Ji-wen, et al. Analysis of influencing factors of high loess-filled foundations based on centrifugal model tests[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2019, **38**(3): 560 – 571. (in Chinese))
- [15] 民用机场岩土工程设计规范: MH/T 5027—2013[S]. 2013. (Code for Geotechnical Engineering Design of Airpot: MH/T 5027—2013[S]. 2013. (in Chinese))
- [16] 民用机场高填方工程技术规范: MH/T 5035—2017[S]. 2017. (Technical Code for High Filling Engineering of Airport: MH/T 5035—2017[S]. 2017. (in Chinese))
- [17] 高填方地基技术规范: GB51254 — 2017[S]. 2017. (Technical Code for Deep Filled Ground: GB51254—2017[S]. 2017. (in Chinese))
- [18] 任 洋, 李天赋, 赖 林. 强震区隧道洞口段边坡动力响应特征离心振动台试验[J]. 岩土力学, 2020, **41**(5): 1605 – 1612, 1624. (REN Yang, LI Tian-bin, LAI Lin. Centrifugal shaking table test on dynamic response characteristics of tunnel entrance slope in strong earthquake area[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(5): 1605 – 1612, 1624. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205007

# 基于空间分布的边坡位移测量数据质量评估方法研究

陈思宇, 张 嘎\*

(清华大学水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

**摘要:** 滑坡灾害预警依赖于边坡位移等监测数据, 因此数据质量评估具有重要意义。对边坡剖面位移多点测量数据进行了分析, 结果表明边坡在变形破坏过程中一般可划分为不同位移特点的3个区域, 同区域各点的位移测量数据具有相关性并且该相关性随着测点间距离的增加而衰减。基于规律认识, 设计了边坡区域划分算法, 提出一种测点相似度衰减方程, 建立了一种边坡位移大数据质量快速评估方法。针对边坡离心模型试验位移测量结果进行分析, 验证了方法的有效性。该方法更新迭代时间复杂度较低, 能够满足大数据快速处理的要求。

**关键词:** 边坡; 剖面位移; 监测; 大数据; 质量评估

中图分类号: TV22 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0845-06

作者简介: 陈思宇(2000—), 男, 本科生, 主要从事边坡工程研究。E-mail: sy-chen18@mails.tsinghua.edu.cn。

## Quality evaluation for measured data of slope displacement based on its spatial distribution

CHEN Si-yu, ZHANG Ga

(State Key Laboratory of Hydroscience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** The landslide hazard warning relies on the monitoring data such as slope displacement. Therefore, data quality assessment is of great significance in practice. The multi-point measured data of slope profile displacement are analyzed. The results show that the slope can generally be divided into three regions with different displacement characteristics during the deformation and failure. The slope displacements of points in the same area are correlated, and the correlation degree decreases as the distance between the measuring points increases. Accordingly, an algorithm for the slope region division is designed. A correlation decay equation for measuring points is proposed, and then thus a method is set up for the rapid assessment on the quality of large data of slope displacement. The slope displacement measured in a centrifuge model test is analyzed to confirm the effectiveness of the proposed method. The method has low complexity of update iteration time and is suitable for fast processing of big data.

**Key words:** slope; profile displacement; monitoring; big data; quality assessment

## 0 引言

滑坡灾害是重要的地质灾害之一, 每年造成巨大损失, 严重危害人民的生命和财产安全<sup>[1-2]</sup>。而基于实测数据进行边坡灾害预警预报, 是有效预防和减小滑坡灾害的重要途径, 这已被工程实践所证明<sup>[1]</sup>。

随着卫星导航系统、遥感等技术的发展, 针对边坡进行大规模全时段监测已经成为可能<sup>[3]</sup>。然而, 通过监测、试验和计算分析得到的数据, 总是存在着各种原因导致的误差, 需要对监测数据的质量进行甄别。以往对边坡数据误差的识别和数据质量的评估, 主要是依赖于经验性的判断进行人工筛选, 但该方法缺乏理论依据并且无法处理大批量的数据。在自动化处理方面, 常用插值法、小波变换、稳健估计<sup>[4-6]</sup>等数理统计方法检测数据异常。不过需要指出, 边坡的位移等

数据通常在时空上不服从常见的概率分布, 仅靠常规数理统计或者滤波处理等方法难以取得较好效果。

本文基于边坡离心模型试验图像分析得到的边坡位移多点测量数据, 研究了边坡剖面位移的空间分布特性及其规律, 在此基础上提出了一种边坡剖面位移数据有效性甄别与质量评估方法。

## 1 规律分析

### 1.1 位移空间分布特性

边坡的破坏是一个渐进的过程。其在很长一段时

基金项目: 清华大学自主科研计划课题(20207020002); 国家自然科学基金重点项目(52039005)

收稿日期: 2021-04-25

\*通信作者(E-mail: zhangga@tsinghua.edu.cn)

间内发生微小的变形累积并最终在短时间内发生滑动破坏及较大变形<sup>[7]</sup>。

本文基于均质黏性土边坡开挖离心模型试验进行分析<sup>[8]</sup>。该试验采用的边坡模型高 30 cm, 坡度为 1.5 : 1。在 60g 离心加速度条件下于边坡坡脚处进行开挖, 开挖高度 9.6 cm。图 1 给出了该试验测得的边坡剖面各测点位置及测点位移的频率分布。需要指出, 本文中边坡位移、几何尺寸等均基于模型尺寸给出, 可根据模型相似律乘以 60 换算为原型。从图中可以看到, 半数以上测量的位移监测数据都分布在零点附近。较大位移的数据在测点数量上占比很小, 却对滑坡灾害预警具有重要意义。这表明仅从概率统计的角度考虑位移分布特性进而评估数据质量并不是一种有效的途径。

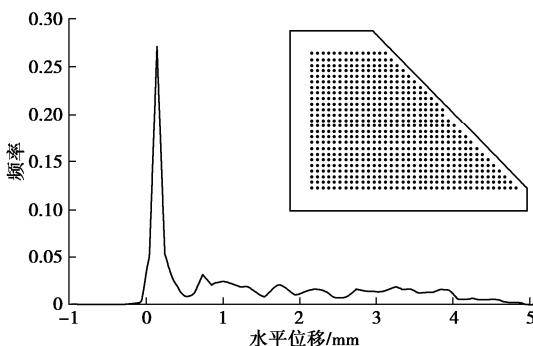


图 1 某离心模型试验测得的边坡位移频率分布直方图

Fig. 1 Histogram of frequency distribution of slope displacement measured in a centrifugal model test

已有研究表明, 边坡剖面位移分布具有显著的区域化特征, 如图 2 所示。边坡在变形破坏过程中一般可划分为 3 个区域<sup>[8-9]</sup>, 分别表现出不同的位移特点。本文将这 3 个区域分别称为基体、过渡区和滑动体。基体的位移一般很小, 有些点已经达到仪器的测量极限, 因此测量数据质量整体偏低。过渡区的位移较为显著且分布梯度较大。滑动体的位移较大, 且位移分布梯度较小, 表现为整体向下滑动。因此, 应针对不同区域分别研究位移测量数据分布特性并得出相关规律性认识。

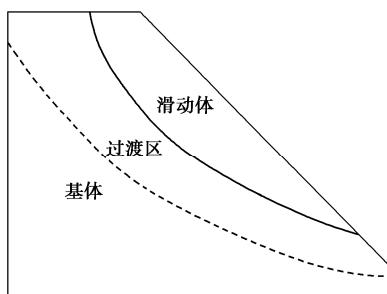


图 2 边坡位移分区示意图

Fig. 2 Diagram of zoning of slope displacement

## 1.2 位移相关性

图 3 展示了某边坡离心模型试验某区域测量位移结果。可以看出, 图中虚线色箭头标识的位移数据与其附近测点位移数据较为接近, 当测点距离增加后, 其位移数据的差异也随之增加。可以推测, 各点的位移测量数据具有一定的相关性, 该相关性随着测点间距离的增加而逐渐衰减。这与地理统计学的相近相似原理相符合。有学者基于该认识使用反距离权重插值法对相近的测点进行插值计算<sup>[10]</sup>。

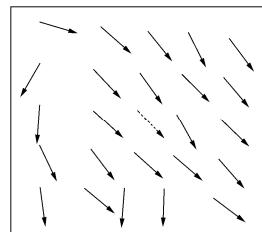


图 3 某边坡离心模型试验某区域测量位移 (中间虚线标记为待评估数据, 周围实线标记为参考数据)

Fig. 3 Measured displacements of a slope in a centrifugal model test

为了定量研究位移相关性规律, 本文提出了相似度的计算公式:

$$s = 1 - \frac{|u - v|}{|u| + |v|}, \quad (1)$$

式中,  $u$  为监测数据,  $v$  为标准数据。该相似度计算公式的特点在于它的取值是在 [0,1] 区间, 并且两个数据在该维度具有相同方向的位移增量时才具有正相似度。从监测数据与标准数据方向相同开始, 随着监测数据不断接近标准数据, 相似度会迅速的增大至 1, 而当监测数据大于标准数据并不断偏离时, 相似度会缓慢减少并且以 0 为极值。图 4 展示了 3 种情况下的数据相似度计算结果, 整体比较符合实际的认知。

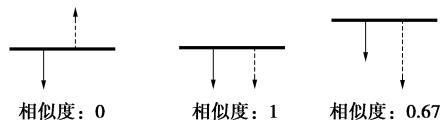


图 4 3 种情况的数据相似度结果

Fig. 4 Data similarity results of three cases

图 5 给出了对离心模型试验中各区域典型点的相似度随距离的变化。可以看到, 各点的相似度均随着距离的增加而减小。其中, 基体区的位移较小, 所以该区域的相似度衰减明显比其他区域快。滑动体区的相似度衰减较慢, 且数值高于其他区域, 这是因为该区域表现为整体运动, 其位移相关性较好。

## 2 分析方法

首先统一数据编码的格式。将边坡上的测点进行

编号后, 第  $i$  个测点的数据表示为  $P_i(X, Y, u_1, u_2, \dots, u_t)$ 。式中, 前两个维度  $X, Y$  表示该测点的位置信息, 后  $t$  个维度表示该测点在  $t$  个时刻的响应信息。本文所建立方法对测点进行空间区域划分以及数据质量的评估, 本质上都是基于这  $t+2$  维度的数据进行分类和预测。

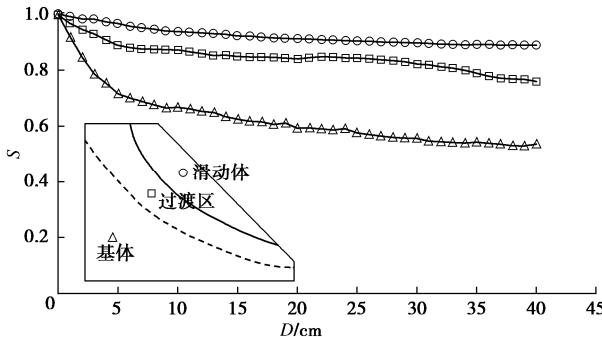


图 5 某离心模型试验典型点的相似度  $S$  随距离  $D$  变化

Fig. 5 Relationship between similarity degree of typical points and point distance in a centrifugal model test

## 2.1 区域划分

常见的对数据进行划分聚类的算法有 K-means、层次聚类和 GMM 高斯混合模型算法等<sup>[11]</sup>。但是, 这些算法对于数据是否包含不同层次的物理信息并不敏感。考虑到边坡位移数据包含了位置信息和时程响应两个层次, 最终划分的区域基于测点位移性质进行划分, 也需要同时满足空间位置关系的约束。为此, 提出了新的算法, 分如下两步加以实现。

### (1) 测点性质的划分

基于层次聚类算法的思想, 首先将相似度尽可能高的测点划分为一类, 假设两条数据分别为

$$\begin{cases} P_i(X_i, Y_i, u_1, u_2, \dots, u_t) \\ P_j(X_j, Y_j, v_1, v_2, \dots, v_t) \end{cases},$$

计算两条数据相似度的原则是用式(1)先算出每个时程响应数据的相似度, 然后以该时刻两条数据平均的位移增量作为权重加权求和,

$$S_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^t \left( 1 - \frac{|u_k - v_k|}{|u_k| + |v_k|} \right) \left( \frac{\Delta_{ik} + \Delta_{jk}}{2} \right)}{\sum_{k=1}^t \left( \frac{\Delta_{ik} + \Delta_{jk}}{2} \right)}, \quad (2)$$

式中,  $\Delta_{ik}, \Delta_{jk}$  为测点  $i$  与测点  $j$  在第  $k$  时间段的位移增量, 其表达式为 (记  $u_0 = v_0 = 0$ )

$$\begin{cases} \Delta_{ik} = |u_k - u_{k-1}| \\ \Delta_{jk} = |v_k - v_{k-1}| \end{cases} \quad (3)$$

因为较大位移的数据在边坡灾害预报预警中非常关键, 在数据评估中将更加关注较大位移的数据响应信息是否一致。

与层次聚类不同的是, 本方法使用的搜寻算法是

以距离优先的原则对数据点进行相似度计算, 为了使得分类的结果在空间上具有一定的连续性, 在计算过程中迭代调整阈值作为数据点划分的依据, 如果相似度计算结果大于该阈值时则认定两测点属于同一类, 反之则计算下一个点。

### (2) 空间位置关系的约束

由于数据本身存在监测误差, 仅根据时程响应信息进行分类得到的结果在空间分布上往往有如下问题:①异常数据点被分类算法单独划分成一类;②同一个类别中的点在空间上分布不连续;③存在过度分类的现象。

针对上述问题, 对第一步的划分结果进行聚类操作。如果一个类中测点的个数少于总测点个数的 5%, 则将这种类定义为“小类”。将所有“小类”中的测点以欧氏距离作为衡量指标, 运用 K-means 算法的思想划分到其他的类中。然后根据进一步的划分结果在适当的运用 KNN 算法<sup>[12]</sup>进行空间迭代, 消除同一类在空间分布上不连续的现象。最后根据需要输出最大的  $K$  类, 与此同时要将其它的类视作“小类”用上述相同的方法划分进最大的  $K$  类中。

图 6 给出了采用本文算法的分区结果。在该算法下将边坡上的测点(图 6(a))分成了 3 个区域(图 6(b))。基体区用红点标记, 过渡区用黄色点标记, 滑动体区用绿色点标记。

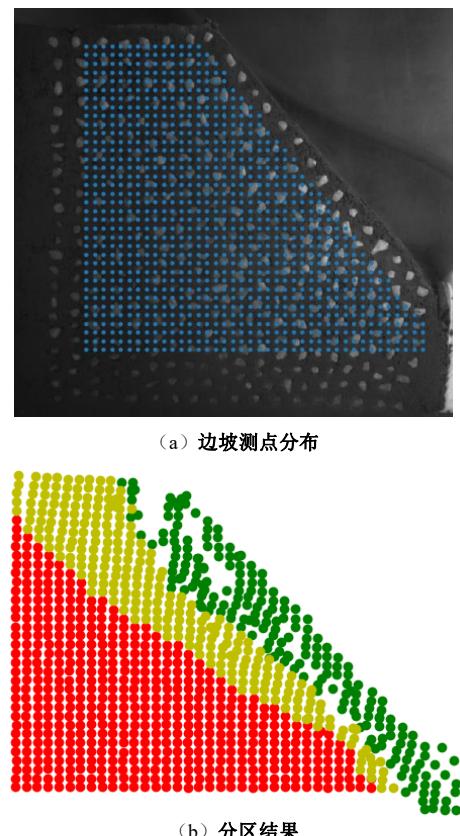


图 6 边坡破坏时测点分区结果

Fig. 6 Zoning of measuring points of a slope

## 2.2 相似度衰减方程

基于相关性衰减规律, 定义同一区域内数据之间的相似度随距离衰减函数为

$$S = k \left( \frac{d_{ij}}{H} \right)^{-\alpha}, \quad (4)$$

式中,  $S$  为总体相似度, 表示测量数据参考权重的大小,  $d_{ij}$  为两数据点间的距离,  $H$  为边坡高度。参数  $k$  的作用是消除数据测量和采集过程中各种因素的影响, 需要根据实际情况确定。参数  $\alpha$  为一个正实数, 其值越大表明相似度衰减得越快。 $K, \alpha$  可通过对每个区域进行预处理得到。需要强调的是, 该式只是统计意义上距离和相关性之间的函数关系, 目的是计算不同参考点之间参考价值的权重。它以距离为衡量标准, 赋予有效范围内每一个数据点不同的参考权重。

在实际的质量评估中, 一般不会用到距离过大的数据点进行分析评估。所以, 只需重点关注短距离内的相似度衰减规律。图 7 给出了各区域在短距离内相似度的公式拟合结果, 并确定了各区域的公式具体参数。

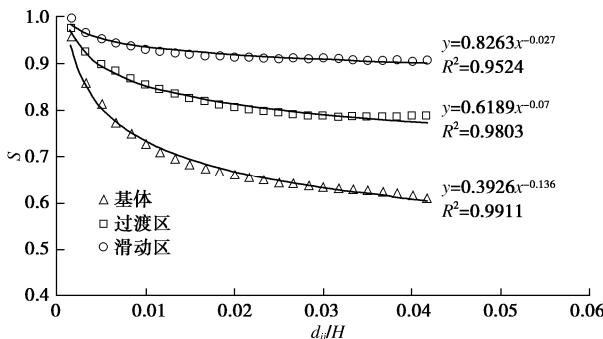


图 7 边坡 3 个区域内相似度与距离的公式拟合结果

Fig. 7 Fitting for relationship between similarity degree and point distance in three regions of a slope

## 2.3 迭代算法

本文方法的迭代流程如下:

### (1) 质量参数初始化

在空间测点区域化完成后, 将每一个时程响应数据表示为  $P_i(X, Y, u, v, C(u), C(v))$ 。式中,  $P_i$  为这个数据的编号, 括号中  $X, Y$  为位置信息,  $u, v$  为水平和竖直两个方向上这一时刻位移的增量。

$C(u), C(v)$  为两个增量的数据质量, 都是  $[0, 1]$  区间的一个实数, 并且初始化为 1。

### (2) 确定参考数据范围

定义一个常数  $\varepsilon$ , 规定在同一区域类别中, 某点到该点的距离小于  $\varepsilon$ , 则认为在评估该测点数据质量时可以作为参考数据。如果范围内的参考数据量过少, 也可以考虑周围的其他数据, 但是需要设定一个数量上界。本文规定最多只参考最近的 5 个测点作为参考数

据。

### (3) 计算数据标准值

将该时刻选中的所有参考数据基于相似度衰减方程 (式 (4)) 进行加权求和, 计算出一个最可能的增量值  $\hat{u}_i$  与  $\hat{v}_i$ :

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_i &= \frac{\sum_j k \left( \frac{d_{ij}}{H} \right)^{-\alpha} \cdot C(u_j) \cdot u_j}{\sum_j k \left( \frac{d_{ij}}{H} \right)^{-\alpha} \cdot C(u_j)} , \\ \hat{v}_i &= \frac{\sum_j k \left( \frac{d_{ij}}{H} \right)^{-\alpha} \cdot C(v_j) \cdot v_j}{\sum_j k \left( \frac{d_{ij}}{H} \right)^{-\alpha} \cdot C(v_j)} , \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中,  $\alpha, k$  为统计意义上的系数, 在不同的区域可以通过对数据进行预处理的方式进行拟合回归得到。例如, 图 7 给出了一个拟合结果, 过渡区的  $\alpha$  的取值为 0.07,  $k$  取值为 0.6189。从式 (5) 可以看出, 采用的权重不仅与两点间的距离有关, 也与参考点本身的数据质量有关, 从而综合考虑了测点位置及数据质量等信息, 使得分析结果更为可靠。

### (4) 更新迭代质量参数

对每条数据的  $C(u), C(v)$  参数进行更新迭代:

$$\left. \begin{aligned} C(u_i)' &= l_r \cdot \left( 1 - \frac{|u_i - \hat{u}_i|}{|u_i| + |\hat{u}_i|} \right) + (1 - l_r) \cdot C(u_i) , \\ C(v_i)' &= l_r \cdot \left( 1 - \frac{|v_i - \hat{v}_i|}{|v_i| + |\hat{v}_i|} \right) + (1 - l_r) \cdot C(v_i) , \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,  $C(u_i)', C(v_i)'$  为更新后的质量参数,  $l_r$  为迭代更新中的学习率, 一般取  $10^{-2}$ 。

### (5) 重复步骤 (2) ~ (4), 收敛判断条件为

$$\max_i \{ |C(u_i) - C(u_i)'|, |C(v_i) - C(v_i)'| \} \leq 0.001. \quad (7)$$

图 8 展示了某数据的质量参数变化曲线。

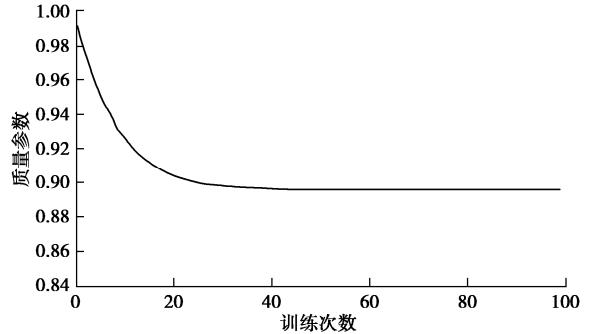


图 8 数据质量分析的收敛过程

Fig. 8 Convergence process of analysis of data quality

本算法主要的计算量是在遍历每一个数据点的过程中需要计算该点的有效范围, 每次迭代的时间复杂

度至多为  $O(n^2)$  级。如果能够提前存储监测数据点两两之间的距离信息, 该迭代算法时间复杂度能够优化至最佳的  $O(n)$  级别, 能够满足对大数据质量快速评估的需求。

### 3 方法有效性验证

图 9 给出了某离心模型试验边坡剖面位移测量数据的分析结果。选取图 9 中的一个小区域, 给出每条数据的质量评估结果 (图 10)。图 10 中的数值越大, 说明其数据质量越高。为了更好的展示质量评估结果, 还分别用不同颜色作为标记。红色结果表示数据质量很低, 而绿色将结果表示数据质量很高。

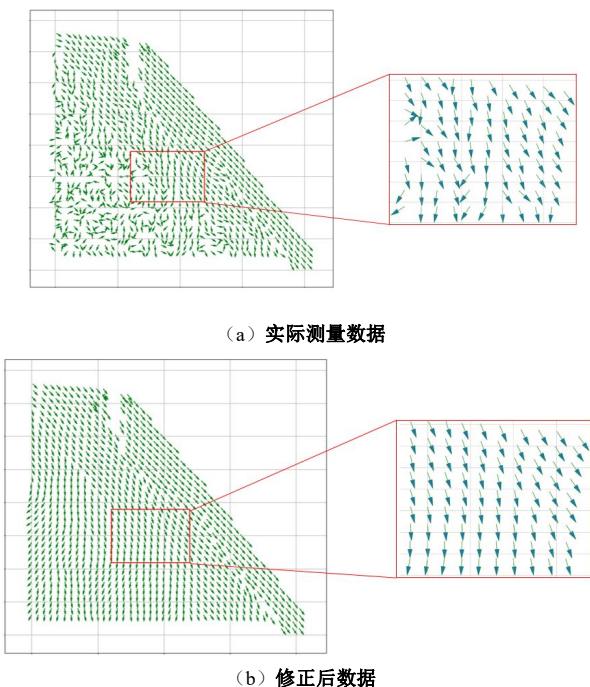


图 9 某离心模型试验数据的分析结果

Fig. 9 Data analysis results of a centrifugal model test



图 10 某离心模型试验数据质量评估结果

Fig. 10 Assessment results of data quality in a centrifugal model test

进一步验证本文方法的有效性, 采用本文方法进行数据质量评估。在边坡离心模型试验位移测量结果的基础上, 人为引入扰动造成部分测点错误的测量结果。图 11 (a) 给出了边坡位移测量结果。将数据质量大于 90% 的位移数据中的一半引入噪声干扰, 扰动

后的数据如图 11 (b) 红色标记的数据所示。将扰动后的数据重新进行质量评估, 就能得到原始数据的质量评估结果和扰动后数据的评估结果之差。为了更好的展示, 重点展示图 11 (b) 中蓝色矩形边框中的数据质量结果 (图 11 (c))。

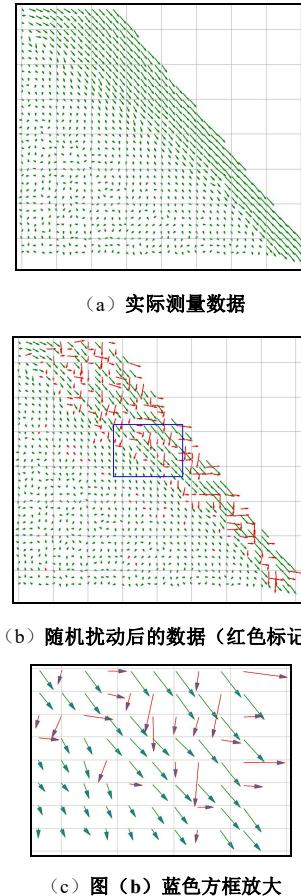


图 11 某时刻边坡位移数测量结果

Fig. 11 Distribution of displacement data at a certain moment

规定两次评估结果差距大于一定阈值时即判断该数据为“错误”, 反之则判定为“可用”。该阈值本文取 0.1。图 12 给出了蓝色矩形边框中数据扰动前和扰动后的两次评估质量结果之差的绝对值, 其中红色标记的是两次评估结果之差大于阈值 0.1 的数据。表 1 给出了边坡所有数据的甄别结果, 一共 1009 条数据中修改了 190 条数据, 其中仅有 4 条未成功识别, 有 8 条数据误判, 误判的原因是该数据周围被扰动的数据太多。总体来看, 本文方法的有效性很高。

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.03 | 0.31 | 0.06 | 0.63 | 0.04 | 0.09 | 0.06 | 0.24 | 0.09 | 0.53 |
| 0.02 | 0    | 0    | 0.50 | 0.28 | 0.23 | 0.05 | 0.07 | 0.24 | 0.07 |
| 0.19 | 0.20 | 0.47 | 0    | 0.05 | 0.10 | 0.27 | 0.26 | 0.05 | 0.64 |
| 0.48 | 0.01 | 0    | 0    | 0    | 0.08 | 0.08 | 0.09 | 0.50 | 0.06 |
| 0.01 | 0.04 | 0.03 | 0.21 | 0    | 0.02 | 0.24 | 0.24 | 0.08 | 0.58 |
| 0    | 0.04 | 0.01 | 0.01 | 0.51 | 0.03 | 0.03 | 0.02 | 0.05 | 0.62 |
| 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.01 | 0    | 0.03 | 0.04 | 0.60 | 0.04 | 0.03 |
| 0    | 0    | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.04 | 0.32 | 0.03 | 0.04 |

图 12 两次质量参数评估结果之差

Fig. 12 Difference between assessment results of two quality parameters

表 1 位移数据有效性甄别结果

Table 1 Validity screening results for slope displacement

| 类别     | 真实修改 | 真实未修改 |
|--------|------|-------|
| 识别成修改  | 186  | 8     |
| 识别成未修改 | 4    | 811   |

## 4 结 论

(1) 基于边坡离心模型试验图像分析得到的边坡剖面位移多点测量数据, 揭示了边坡剖面位移的空间分布特性及其规律: ①边坡剖面在变形破坏过程中一般可划分为 3 个区域, 分别表现出不同的位移特点; ②同一区域各点的位移测量数据具有一定的相关性, 该相关性随着测点间距离的增加而逐渐衰减。

(2) 基于规律认识, 提出了一种边坡剖面位移大数据质量快速评估方法, 包括: ①以监测点的位置和相应时程位移数据作为分类标准, 设计出了边坡区域划分算法, 既满足了对测点性质的划分, 也满足了空间位置的约束条件; ②提出了一种位移相似度衰减方程, 实现了对边坡剖面位移相关性的定量刻画; ③建立了各区域中数据质量参数的迭代算法, 其更新迭代时间复杂度较低, 能够满足大数据快速处理的要求。

(3) 针对边坡离心模型试验剖面位移测量结果进行分析, 验证了方法的有效性。

## 参考文献:

- [1] 尚岳全, 王清, 蒋军, 等. 地质工程学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006. (SHANG Yue-quan, WANG Qing, JIANG Jun, et al. Geological Engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006. (in Chinese))
- [2] 高杰. 激光与 CCD 技术在边坡远程监测中的应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010. (GAO Jie. A Research on Laser and CCD Technology Application of Slope Remote Monitoring[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010. (in Chinese))
- [3] 程胜伟, 段继东, 马科研, 等. 基于北斗智慧云监测平台的高边坡变形控制研究[J]. 施工技术, 2019, 48(增刊 1): 149–151. (CHENG Sheng-wei, DUAN Ji-dong, MA Ke-yan, et al. Research on high slope deformation control based on Beidou smart cloud monitoring platform[J]. Construction Technology, 2019, 48(S1): 149–151. (in Chinese))
- [4] 田雷, 董德明, 魏强, 等. 3 种空间插值方法在道路尘中 Pb 监测数据统计处理中的应用比较[J]. 吉林大学学报(理学版), 2011, 49(5): 964–968. (TIAN Lei, DONG De-ming, WEI Qiang, et al. Comparison of three spatial interpolation methods for statistical processing of lead monitoring data in road dust[J]. Journal of Jilin University (Science Edition), 2011, 49(5): 964–968. (in Chinese))
- [5] 雷孟飞, 周俊华, 汤金毅. 基于小波变换的高边坡变形监测数据误差处理方法[J]. 导航定位学报, 2020, 8(6): 109–113. (LEI Meng-fei, ZHOU Jun-hua, TANG Jin-yi. Application of wavelet transform in error elimination of high slope deformation monitoring[J]. Journal of Navigation and Positioning, 2020, 8(6): 109–113. (in Chinese))
- [6] 陈志江, 杨久东, 张凌云. 稳健估计在地铁沉降监测数据处理中的应用[J]. 华北理工大学学报(自然科学版), 2021, 43(1): 26–31. (CHEN Zhi-jiang, YANG Jiu-dong, ZHANG Ling-yun. Application of robust estimation in data processing of subway subsidence monitoring[J]. Journal of North China University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021, 43(1): 26–31. (in Chinese))
- [7] LUO F Y, ZHANG G. Progressive failure behavior of cohesive soil slopes under water drawdown conditions[J]. Environmental Earth Sciences, 2016, 75(11): 1–12.
- [8] ZHAO Y Y, ZHANG G. Centrifuge modeling of soil slopes overlying bedrock under excavation conditions[J]. Soils and Foundations, 2020, 60(4): 886–897.
- [9] CHEN T Y, LUO F Y, ZHANG G, et al. Study on deformation and failure of slopes under coupled application of water level change and vertical load[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, 80(1): 353–364.
- [10] 汤国安, 杨昕. ArcGIS 地理信息系统空间分析实验教程[M]. 北京: 科学出版社, 2007. (TANG Guo-an, YANG Xin. ArcGIS Geographic Information System Spatial Analysis Experiment Tutorial[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [11] 方开泰, 潘恩沛. 聚类分析[M]. 北京: 地质出版社, 1982. (FANG Kai-tai, PAN En-pe. Cluster Analysis[M]. Beijing: Geological Publishing House, 1982. (in Chinese))
- [12] 闭小梅, 闭瑞华. KNN 算法综述[J]. 科技创新导报, 2009(14): 31. (BI Xiao-mei, BI Rui-hua. Summary of KNN algorithm[J]. Science and Technology Innovation Herald, 2009(14): 31. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205008

# 改进屈服面和旋转硬化准则的各向异性黏土弹塑性模型

李梦姿<sup>1,2</sup>, 蔡国庆<sup>\*1,2</sup>, 赵成刚<sup>2</sup>

(1. 北京交通大学城市地下工程教育部重点实验室, 北京 100044; 2. 北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 基于临界状态理论和旋转硬化法则提出了改进的各向异性模型。首先从恒定应力比加载试验结果出发, 采用对数型插值函数描述土体的变形特性, 通过增加参数  $n$ , 推导出可以呈现多种形状的各向异性土屈服面表达式。屈服面在  $n>1$ ,  $n<1$  和  $n=1$  时分别呈现泪滴形、子弹头形和椭圆形。然后提出了恒定应力比加载时旋转硬化法则边界值表达式, 在各向同性和临界状态下, 该表达式的值最终为 0。该模型在  $n=1$  且不考虑屈服面旋转时, 可以退化为经典的修正剑桥模型。最后运用显示积分算法实现模型的数值化, 并采用恒定应力比加载试验、变换应力路径试验、排水三轴压缩试验、不排水三轴压缩试验和不排水三轴伸长试验对模型进行验证。结果表明, 所提出的各向异性模型能较准确地描述黏性土在一系列应力路径下的体积变形特性、剪切特性和强度特性。

**关键词:** 各向异性; 屈服面; 临界状态; 本构模型

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0851-10

作者简介: 李梦姿(1992—), 女, 博士研究生, 主要从事非饱和土力学相关研究。E-mail: mzli118@163.com。

## Anisotropic elastoplastic model for clays with improved yield surfaces and rotational hardening rule

LI Meng-zhi<sup>1,2</sup>, CAI Guo-qing<sup>1,2</sup>, ZHAO Cheng-gang<sup>2</sup>

(1. Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** A new anisotropic constitutive model is proposed based on the critical state theory and the rotational hardening rule. Firstly, an expression for yield surfaces is developed by employing the non-linear logarithmic function capable of describing volumetric deformation characteristics of anisotropic soils in a wide variety based on the results of the constant stress ratio loading tests. The shape of yield surfaces can be controlled by the introduced parameter  $n$ . The yield surface is elliptical for  $n=1$ , bullet for  $n<1$  and teardrop for  $n>1$ . Then, the expression for the boundary value with rotational hardening rule under the virgin constant stress ratio loading is proposed. Under isotropic loading and critical conditions, the value of the expression reaches zero eventually. The model can be degenerated to the modified Cam-clay (MCC) when  $n=1$  and the rotation of the yield surface is not considered. Finally, the explicit modified Euler method with automatic error control is used to numeralize the model, and the model is verified by the constant stress ratio loading tests, variable stress path tests, drained triaxial compression tests, undrained triaxial compression tests and undrained triaxial extension tests. The results show that the proposed anisotropic constitutive model can accurately describe the volume deformation, shear and strength characteristics of clays under a series of stress paths.

**Key words:** anisotropy; yield surface; critical state; constitutive model

## 0 引言

在不同应力、排水条件和边界条件等因素的影响下, 土体颗粒、孔隙或组构的排列在不同方向上有明显差异, 天然土和重塑土表现出一定程度的各向异性

(初始各向异性)。在加载或变形过程中, 土体的组构随着塑性变形而发生改变, 从而产生新的各向异性(诱导各向异性)。土体的各向异性微观表现为颗粒排列和孔隙结构的不同<sup>[1-2]</sup>。宏观表现为土体的力学性质取決

于应力张量和应变张量的方向; 屈服面的主方向偏离应力主轴方向; 屈服面的形状随各向性的变化而变化<sup>[3]</sup>。倾斜屈服面和旋转硬化法则可以统一描述重塑土的初始各向异性和诱导各向异性。

基金项目: 中央高校基本科研业务费项目(2021CZ109, 2021JBM111, 2020YJS105); 国家自然科学基金项目(U2034204, 52078031); 中建股份科技研发计划(CSCEC-2019-Z-09)

收稿日期: 2021-05-25

\*通信作者(E-mail: guoqing.cai@bjtu.edu.cn)

在临界状态理论框架下,采用类似于剑桥模型的推导方式,通过假定塑性剪切应变和塑性体积应变耦合的功耗散方程和相关联流动法则,得到各向异性模型屈服面和塑性势面表达式<sup>[4]</sup>,能够较好地描述屈服面主方向对应力主轴的偏离。许多各向异性模型<sup>[5-7]</sup>采用该表达式为各向异性模型的屈服面。但该式对屈服面的描述不准确,运用该式计算的不排水三轴试验的应力路径和预测的水平位移也不准确<sup>[3]</sup>。这可能是由于各向异性土屈服面表现出不同的形状。在各向同性模型中,许多学者采用了不同形态的屈服面<sup>[8-10]</sup>。例如,剑桥模型的子弹型、修正剑桥模型的椭圆形以及 Chen 等<sup>[10]</sup>提出的其他形状。Lagioia 等<sup>[11]</sup>基于剪胀和应力比之间的数学关系,提出了一个适用于各向同性土通用的屈服和塑性势面表达式,该表达式可以描述多种形状的屈服面。这些模型,未考虑到组构对屈服面形状的影响。因此可以尝试发展一个形式相对灵活、屈服轨迹形状可以变换的各向异性土屈服面表达式,以实现模型预测功能的改进。

土体是由不规则的土颗粒组成的散粒体结构,在应力作用下表现出各向异性的演化特性。在持续应力作用下,土颗粒通过滑动或滚动调节其排列形式,形成新的各向异性结构以适应应力的变化。这也是各向异性模型建模的核心问题。在目前提出的各种旋转硬化法则中,主要区别在于对不同加载路径土体组构达到的平衡状态的定义。Newson 等<sup>[12]</sup>和 Pestana 等<sup>[6]</sup>假设在平衡状态时,各向异性土的屈服面倾角与施加的恒定应力比加载路径一致。Dafalias 等<sup>[13]</sup>认为屈服面倾斜程度与恒定应力比加载路径偏离静水压力轴的程度成正比,比例系数为小于 1 的常数。Wheeler 等<sup>[3]</sup>、Dafalias 等<sup>[14]</sup>则发现,在应力作用下土体各向异性达到平衡状态时,采用非线性描述屈服面倾角与施加的恒定应力比关系时,本构模型的预测效果更好。

以上模型在土体达到临界状态失稳破坏时对土体组构的描述也存在很大的争议。理论上,对临界状态的试样进行不同应力路径的卸载再加载试验,可以测得临界状态土体的屈服面和流动法则。但由于对试样临界状态的预估和保持非常困难,难以通过试验手段实现试样临界状态特性的测量。Wheeler 等<sup>[3]</sup>、Yang 等<sup>[15]</sup>和 Li 等<sup>[16]</sup>假设在临界状态下土体达到恒定的各向异性组构; Dafalias 等<sup>[14]</sup>推测临界状态下各向异性或各向同性组构存在的可能性; Zhao 等<sup>[17]</sup>和 Fu 等<sup>[18]</sup>采用离散元数值方法对临界状态条件下的土体组构进行研究。然而,这些研究并未得出一致的结论。

在描述各向异性土体变形时,运用单一形式的屈服面和塑性势面预测的三轴不排水试验的应力路径不准确<sup>[19]</sup>,许多模型通过采用非关联流法则<sup>[7, 13, 15]</sup>实现

了对模型预测结果的改进。但是由于增加了需要标定的塑性势面参数,使模型比较复杂。可以选择合适屈服面形态来避免使用非相关联流动法则,发展简单的各向异性模型。

基于以上论述,在假定相关联流动法则的前提下,本文通过引入参数  $n$ ,建立了一个可以描述屈服面形态变化的率无关各向异性模型。在该模型中,假定当剪切变形达到临界状态时,土的各向异性变量为 0,即临界状态时,屈服面会旋转至与静水压力轴同轴,并保持不变。该模型在  $n=1$  且不考虑屈服面旋转时,可以退化为经典的修正剑桥模型。运用显示积分算法实现模型的数值化并通过模型预测结果与恒定应力比加载试验、变换应力路径试验、排水三轴压缩试验、不排水三轴压缩试验和不排水三轴伸长试验的试验结果对比,验证模型的准确性。

## 1 各向异性模型

### 1.1 通用的各向异性土屈服面表达式

(1) 恒定应力比固结阶段,各向异性土的压缩特性

恒定应力比固结即在固结过程中等比例增加平均有效应力  $p'$  和偏应力  $q$  到目标围压,并保持  $\eta=q/p'$  ( $K=\sigma'_3/\sigma'_1=(3-\eta)/(2\eta+3)$ ) 不变,其中,  $\sigma'_1$ ,  $\sigma'_2$  和  $\sigma'_3$  为有效应力分量。在恒定应力比固结路径下,可以产生稳定的初始各向异性组构。试验结果表明,如图 3 (c),在比体积-平均有效应力半对数  $v - \ln p'$  空间,恒定应力比固结的土体变形行为可以通过一组与正常固结线斜率相同,近似平行的压缩曲线簇表示<sup>[14]</sup>,其斜率与应力比大小无关,仅截距受应力比影响。因此可假设各向异性土在恒定应力比固结作用下的比体积 ( $v=1+e$ ,  $e$  为孔隙比) 变化量为

$$de = dv = -\lambda d(\ln p') \quad , \quad (1)$$

式中,  $\lambda$  为土的压缩指数,通过压缩曲线的斜率获得。

(2) 恒定应力比固结后,保持  $p'$  不变的排水剪切阶段,各向异性土的体积变形特性

对于正常固结土或弱超固结土,土体只发生剪切体缩。在平均净应力  $p'$  相同时,恒定应力比  $\eta=a$  固结结束时,土体的孔隙比  $e_a$  最大; 各向异性土剪切到临界状态时,保持体应变不变,设临界状态时土体的孔隙比为  $e_M$ ,其值最小。因此等平均有效应力剪切过程中土体的孔隙比可采用插值形式表示为

$$e = e_a - (e_a - e_M)\psi \quad , \quad (2)$$

式中,  $\psi$  为关于  $\eta$  和  $a$  的函数,且满足  $0 \leq \psi \leq 1$ ,即当  $\eta=a$  时,  $\psi=0$ ; 当  $\eta=M$  时,  $\psi=1$ 。在修正剑桥模型中,  $\psi=\ln(1+\eta^2/M^2)/\ln 2$ ; 在 Ohno 等<sup>[20]</sup>给出的各向同性土本构模型中,  $\psi=\ln(1+\eta^n/M^n)/\ln 2$ ,实质上是采用

了对数型插值函数描述剪胀方程, 使各向同性模型可以适应多种形态的屈服面, 且当  $n=2$  时可退化为修正剑桥模型; 在 Dafalias<sup>[4]</sup>给出的各向异性土的屈服面中,  $\psi=\ln[1+(\eta-\alpha)^2/(M^2-\alpha^2)]/\ln[1+(M-\alpha)/(M+\alpha)]$ 。对于各向异性土, 可假设

$$\psi=\ln\left(1+\frac{((\eta-\alpha)^2)^n}{(M+\alpha)^n(M-\alpha)^n}\right)/\ln\left(1+\frac{(M-\alpha)^n}{(M+\alpha)^n}\right), \quad (3)$$

式中,  $M$  为临界状态应力比,  $n$  为控制屈服面形状的参数。当  $n=1$  时,  $\psi=\ln[1+(\eta-\alpha)^2/(M^2-\alpha^2)]/\ln[1+(M-\alpha)/(M+\alpha)]$ , 即退化为 Dafalias<sup>[4]</sup>的模型形式; 当  $\alpha=0$  时,  $\psi=\ln(1+\eta^{2n}/M^{2n})/\ln 2$ , 即为 Ohno 等<sup>[20]</sup>的模型形式; 当  $n=1$  且  $\alpha=0$  时,  $\psi=\ln(1+\eta^2/M^2)/\ln 2$ , 即为修正剑桥模型 (MCC) 的形式。

对方程 (2) 求导可得

$$de=-(e_\alpha-e_M)d\psi \quad . \quad (4)$$

(3) 任意应力作用下, 各向异性土的变形特性

各向异性土在任意应力状态下的体积变形可分解为恒定应力比固结和等  $p'$  剪切作用下的体积变形, 其固结作用使土体密实并保持稳定的各向异性组构; 而剪切作用可以改变土体内部的孔隙、颗粒或团粒排列方向, 使颗粒之间发生摩擦滑动, 最终导致土体失稳破坏。因此任意应力作用下各向异性土的孔隙比变化量为

$$de=-\lambda d(\ln p')-(e_\alpha-e_M)d\psi \quad , \quad (5)$$

积分得

$$e-e_{\alpha 0}=-\lambda \ln \frac{p'}{p'_{\alpha 0}}-(e_\alpha-e_M)\psi \quad , \quad (6)$$

式中,  $e_{\alpha 0}$  为形成稳定各向异性组构时的初始孔隙比, 相应的平均有效应力为  $p'_{\alpha 0}$ 。

因此各向异性土的总体积应变为  $\varepsilon_v=\frac{e_{\alpha 0}-e}{1+e_{\alpha 0}}$ , 即

$$\varepsilon_v=\frac{\lambda}{1+e_{\alpha 0}} \ln \frac{p'}{p'_{\alpha 0}}+\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}}\psi \quad . \quad (7)$$

(4) 弹性变形特性

本文假设各向异性组构对土体弹性变形的影响可以忽略不计, 土体的弹性行为是各向同性的, 弹性体积应变和弹性剪切应变增量与修正剑桥模型 (MCC) 相同:

$$d\varepsilon_v^e=\frac{\kappa}{1+e_{\alpha 0}} \frac{dp'}{p'}=\frac{dp'}{K} \quad , \quad (8)$$

$$d\varepsilon_s^e=\frac{dq}{3G} \quad , \quad (9)$$

式中,  $\kappa$  为土体在  $e-\ln p'$  空间回弹线斜率 - 回弹指数。

$K=\frac{1+e_{\alpha 0}}{\kappa} p'$  为体积应变模量。 $G=3K(1-2\mu)/(2+2\mu)$  为剪切应变模量,  $\mu$  为泊松比。

### (5) 各向异性土屈服面

由式 (7), (8) 得各向异性土的弹塑性体应变为

$$\varepsilon_v^p=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}} \ln \frac{p'}{p'_{\alpha 0}}+\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}}\psi \quad . \quad (10)$$

因此各向异性土屈服面为

$$f(p',q,\varepsilon_v^p,\alpha)=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}} \ln \frac{p'}{p'_{\alpha 0}}+\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}}\psi-\varepsilon_v^p \quad , \quad (11)$$

当土体到达临界状态  $|\eta|=M$  时,  $\dot{\varepsilon}_v^p=0$ , 此时,

$$\left.\frac{\partial f}{\partial p'}\right|_{|\eta|=M}=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}} \frac{1}{p'}+\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}} \left.\frac{\partial \psi}{\partial p'}\right|_{|\eta|=M}=0 \quad , \quad (12)$$

因此,

$$\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}}=-\left(\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}}\right) / p' \left.\frac{\partial \psi}{\partial p'}\right|_{|\eta|=M} \quad . \quad (13)$$

对式 (3) 求导并带入临界状态条件  $|\eta|=M$ :

$$\frac{\partial \psi}{\partial p'}=\frac{-M}{p' \ln \left(1+\frac{(M-\alpha)^n}{(M+\alpha)^n}\right)} \frac{2n(M-\alpha)^{2n-1}}{(M^2-\alpha^2)^n+(M-\alpha)^{2n}} \quad , \quad (14)$$

令

$$\zeta=\frac{(M^2-\alpha^2)^n+(M-\alpha)^{2n}}{2nM(M-\alpha)^{2n-1}}=\frac{(M-\alpha)}{2nM}\left(1+\frac{(M+\alpha)^n}{(M-\alpha)^n}\right) \quad , \quad (15)$$

则

$$\frac{e_\alpha-e_M}{1+e_{\alpha 0}}=\left(\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}}\right) \zeta \ln \left(1+\frac{(M-\alpha)^n}{(M+\alpha)^n}\right) \quad , \quad (16)$$

因此屈服面为

$$f(p',q,\varepsilon_v^p,\alpha)$$

$$=\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}} \ln \frac{p'}{p'_{\alpha 0}}+\left(\frac{\lambda-\kappa}{1+e_{\alpha 0}}\right) \zeta \ln \left(1+\frac{((\eta-\alpha)^2)^n}{(M^2-\alpha^2)^n}\right)-\varepsilon_v^p \quad , \quad (17)$$

令

$$p'_{\alpha m}=p'_{\alpha 0} \exp \left(\frac{1+e_{\alpha 0}}{\lambda-\kappa} \varepsilon_v^p\right) \quad , \quad (18)$$

则屈服函数可变为

$$f(p',q,\alpha,p'_{\alpha m})=\left(1+\frac{((\eta-\alpha)^2)^n}{(M^2-\alpha^2)^n}\right)^{\zeta}-\frac{p'_{\alpha m}}{p'}=0 \quad , \quad (19)$$

式中,  $\alpha$  为具有应力比类型的变量, 满足  $\alpha < M$ , 控制着屈服面倾角的变化;  $p'_{\alpha m}$  为  $\eta=\alpha$  时的  $p'$  值, 控制着屈服面的大小。临界状态线通过屈服函数的最高点, 即当  $\eta=M$  时,  $\partial f / \partial p'=0$ 。

当  $n=1$  时,  $\zeta=1$ , 屈服函数还可表示为

$$f(p',q,\alpha,p'_{\alpha m})=\left(1+\frac{(\eta-\alpha)^2}{M^2-\alpha^2}\right)-\frac{p'_{\alpha m}}{p'} \quad , \quad (20)$$

式 (20) 与 Dafalias<sup>[4]</sup>和 Wheeler 等<sup>[3]</sup>提出的各向异性模型屈服面一致。

当  $\alpha=0$  时,  $\zeta=1/n$ ,  $p'_{\alpha m}$  即为屈服面与  $p'$  轴的交点, 表示为  $p'_0$ , 各向同性土屈服函数为

$$f(p', q, \alpha, p'_{\text{am}}) = \left(1 + \frac{\eta^{2n}}{M^{2n}}\right)^{\frac{1}{n}} - \frac{p'_0}{p'} = 0 \quad (21)$$

因此, 新的屈服面的最大特点就是通过参数  $n$  的不同值, 改变屈服面的形状。该方法的实质为土体在各向同性体积应变和临界状态体积应变之间选择不同的插值方式, 屈服面的形状则不同, 如图 1 所示, 当  $n < 1$  时, 屈服面为子弹型, 当  $n=1$  时, 屈服面为椭圆形, 当  $n > 1$  时, 屈服面呈现泪滴型, 而且屈服面的形状也会因各向异性参数  $\alpha$  的变化而变化。

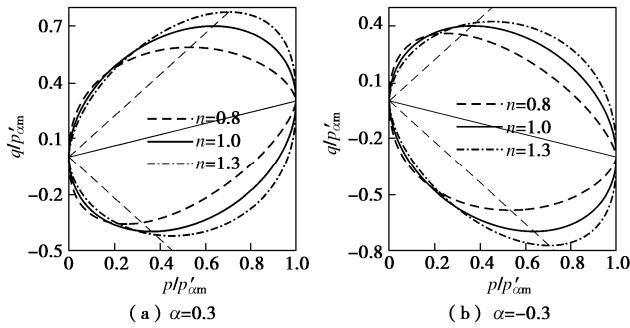


图 1  $M=1.1$ , 屈服面的形状

Fig. 1 Shapes of yield surface varying with parameter  $n$

## 1.2 各向异性土演化法则

### (1) 各向同性硬化

各向异性模型的内变量由  $p'_{\text{am}}$  和  $\alpha$  组成, 分别包含了模型的各向同性硬化和旋转硬化。各向同性硬化描述了屈服面形状随着土体密度的变化产生的伸缩变化, 可通过  $e - \ln p'$  空间的正常固结线求得, 现有的各向异性模型<sup>[3, 15, 21]</sup>大多采用与 MCC 类似的各向同性硬化法则:

$$\dot{p}'_0 = \langle L \rangle \frac{1+e}{\lambda-\kappa} \frac{\partial g}{\partial p} p'_0 \quad , \quad (22)$$

式中,  $L$  为塑性乘子,  $\langle \cdot \rangle$  为 Macauley 括号,  $\langle L \rangle$  可以通过一致性  $\dot{f}=0$  条件获得,  $\langle L \rangle \partial g / \partial p$  是塑性体积应变速率。

但由于旋转硬化法则的引入, 各向异性土的先期固结应力  $p'_{\text{am}}$  随着  $\alpha$  的变化并不总是沿着  $p'$  轴的, 仅采用式 (22) 作为各向异性土的各向同性硬化准则而不做变化, 计算的误差较大。Leroueil 等<sup>[22]</sup>利用当前孔隙比和当前应力状态定义了土的无结构的状态, 修正的剑桥模型各向同性椭圆表示了这种材料状态, Burland<sup>[23]</sup>又将这种材料状态描述为材料的本征状态。本文引入与各向异性方程 (19) 相对应的各向同性椭圆方程 (21) 作为各向异性土的本征屈服面, 则无需引进新的参数即可建立如下关系:

$$p'_0 = p'_{\text{am}} (1 + \alpha^{2n} / M^{2n})^{1/n} \quad . \quad (23)$$

$p'_0$  的硬化直接采用式 (22)。通过式 (22), (23)

把对  $p'_{\text{am}}$  的硬化转化为对各向同性屈服面的硬化, 确保屈服面在旋转时没有过度伸长积累, 尤其可以避免即将达到临界状态时屈服面回转到与静水压力轴  $p'$  一致时的不断膨胀。

### (2) 旋转硬化

土体的当前组构依赖于应力历史, 控制着土体的力学行为。土体所受应力比的变化可引起土体组构的变化, 并产生不可逆的土体变形。塑性各向异性变形引起的组构的变化可用  $\alpha$  的变化表示。

$\alpha$  增量可表示为<sup>[5]</sup>

$$\dot{\alpha} = \langle L \rangle c \frac{1}{p_{\text{at}}} \frac{p'}{p'_{\text{am}}} [\alpha_e(\eta) - \alpha] \quad , \quad (24)$$

式中,  $p_{\text{at}}$  为标准大气压。 $\alpha_e(\eta)$  为恒定应力比加载时  $\alpha$  的平衡值, 当  $\alpha = \alpha_e(\eta)$ ,  $\dot{\alpha} = 0$ 。 $c$  为常数, 控制  $\alpha$  的旋转速率。在当前应力比下, 旋转速率依赖于当前组构与平衡组构之间的差值。这个差值越大, 旋转速率就越快。

$\alpha_e(\eta)$  的形式可通过恒定应力比加载试验数据和临界状态破坏时的土体组构获得。尽管临界状态时, 土体是否有组构存在争议。微观试验<sup>[24]</sup>和数值模拟<sup>[16]</sup>表明, 在接近临界状态时, 土颗粒的片状结构平行于剪切面, 这是高度各向异性的; 而在一维加载阶段, 黏土颗粒的方向逐渐垂直于加载方向。因此, 在土体从一维固结到剪切至临界状态破坏时, 土体组构张量的主方向并不一致, 组构张量发生了主轴旋转。在不考虑土体组构张量主轴旋转的模型中, 假设在临界状态时, 土体各向异性组构的边界值为 0 似乎更简单。即假定当应力水平等于或大于临界状态应力水平时, 土体结构最终不再是各向异性的。这也被 Chen 等<sup>[25]</sup>证明是热力学允许的。

这意味着临界状态时旋转硬化法则不再发生变化, 即当  $\eta=M$  时,  $\dot{\alpha}=0$  且  $\alpha_e(M)=0$ ; 当  $\eta=0$  时,  $\alpha_e(0)=0$ , 即各向同性应力作用下, 最终土体组构也是各向同性的。因此可假设:

$$\alpha_e(\eta) = \eta m_L \left( \exp \left( 1 - \frac{|\eta|}{M} \right) - 1 \right)^{n_L} \quad , \quad (25)$$

即当  $0 < \eta < M$  时,  $\alpha_e(\eta) = \eta m_L \left[ \exp \left( 1 - \frac{\eta}{M} \right) - 1 \right]^{n_L}$ , 当  $-M < \eta < 0$

时,  $\alpha_e(\eta) = \eta m_L \left[ \exp \left( 1 + \frac{\eta}{M} \right) - 1 \right]^{n_L}$ , 当  $|\eta| > M$  时,  $\alpha_e(\eta) = 0$ 。

式中,  $m_L > 0$  和  $n_L > 0$  为模型常数, 且  $\alpha_e(0)=0$ 。图 2 为 Otabiemi clay 的  $\alpha_e$  值随  $\eta/M$  的变化图, 其中倾斜三角形点为 Wheeler 等<sup>[3]</sup>计算所得, 因此所给出的曲线形式能较好地拟合  $\alpha_e$  在压缩侧的变化规律。

表1 Lower Cromer Till (LCT) 和 Kaolin 土的力学参数

Table 1 Mechanical parameters of LCT and Kaolin clay

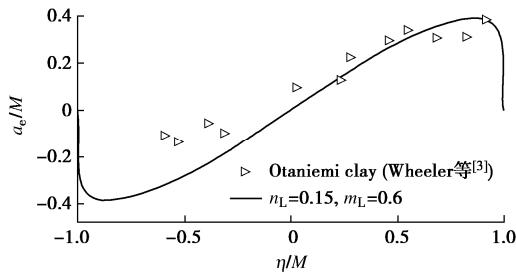
| 试样     | $M_c$ | $M_e$ | $\lambda$ | $\kappa$ | $\mu$ | $c$ | $m_L$ | $n_L$ | $n$ |
|--------|-------|-------|-----------|----------|-------|-----|-------|-------|-----|
| LCT    | 1.18  | 0.95  | 0.066     | 0.0077   | 0.258 | 80  | 0.5   | 0.02  | 1.8 |
| Kaolin | 1.05  | 0.85  | 0.140     | 0.0500   | 0.300 | 100 | 1.0   | 0.15  | 1.5 |

### 1.3 加载指数和塑性模量

采用相关联流动法则, 通过一致性条件  $\dot{f} = 0$  和式(23)~(25)可得到加载指数  $\langle L \rangle$  和塑性模量  $K_p$ :

$$\langle L \rangle = \frac{\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq}{K_p}, \quad (26)$$

$$K_p = - \left( \frac{\partial f}{\partial p'_{am}} \frac{1+e}{\lambda - \kappa} \frac{\partial g}{\partial p} p'_0 / A + \frac{\partial f}{\partial \alpha} \frac{c}{p_{at}} \frac{p'}{p'_{am}} [\alpha_e(\eta) - \alpha] \right). \quad (27)$$

图2 恒定应力比加载时  $\alpha_e$  的值Fig. 2 Values of  $\alpha_e$  at constant stress ratio

### 1.4 模型参数确定

提出的各向异性本构模型需要8个参数: 4个修正剑桥模型参数( $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $G$ 或 $\mu$ ,  $M$ ), 1个用于表示屈服面形状变化的增加参数 $n$ , 另外3个参数( $c$ ,  $m_L$ ,  $n_L$ )描述土体各向异性硬化。这些参数都可以通过常规室内试验得到。例如固结试验可以确定参数( $\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $G$ 或 $\mu$ ), 三轴剪切试验可以确定土样的抗剪强度参数和 $M$ (在压缩侧和伸长侧的 $M$ 分别表示为 $M_c$ ,  $M_e$ ); 完全各向同性固结试样屈服面的最佳拟合或者通过各向同性固结试样的不排水抗剪强度可求得参数 $n$ ; 变换应力比的加载-卸载-再加载试验可以确定参数 $c$ ,  $m_L$ ,  $n_L$ <sup>[13-14]</sup>。模型还包括3个状态参数, 初始比体积 $v_0$ 、初始固结压力 $p'_{am}$ 和初始倾角 $\alpha_0$ , 是描述试样初始状态的参数。土体屈服面的大小和初始倾角由先期应力和应变历史决定。

## 2 模型验证

为了验证各向异性模型的预测能力, 运用matlab软件和Sloan等<sup>[26]</sup>提出的带有自动误差控制的显式修正欧拉法(modified Euler method with automatic error control)实现所建立的各向异性模型的数值化。对不同

应力路径、排水条件的Lower Cromer Till(简化为LCT)<sup>[27]</sup>试验和Kaolin黏土<sup>[28]</sup>不排水试验的力学响应进行预测。试验模型参数的取值如表1。首先, 通过模拟结果与原始恒定应力比固结试验对比, 验证该模型对固结特性的预测能力。其次, 通过改变应力比的固结试验, 验证所提出的旋转硬化法则。然后, 对比不同固结路径下LCT试样的排水和不排水三轴压缩或伸长试验结果和预测结果。最后, 为了说明模型对于黏性土的适用性, 对Kaolin黏土不排水试验进行补充验证。图中线代表预测结果, 点为试验结果。

### 2.1 恒定应力比 $K$ 固结试验

图3(a)为不同应力比固结试样的 $\alpha_e$ 值的拟合结果, 图3(b)为不同应力比固结过程中 $\alpha$ 值的变化, 从图中可以看出固结结束,  $\alpha$ 值均趋向 $\alpha_e$ 值。图3(c), (e)分别为 $e - \ln p'$ 空间和轴向应变-体积应变空间( $\varepsilon_1 - \varepsilon_v$ ), 恒定应力比取不同值( $K$ 为0.4, 0.5, 0.667, 0.8, 1)固结到应力 $p'=233.33$  kPa时, 固结试验结果和所建模型预测结果对比图。在参数 $c=0$ ,  $n=1$ 时, 所建立的模型退化为经典的修正剑桥模型MCC, 图3(d), (f)同时给出了修正剑桥模型的预测结果。Gens<sup>[27]</sup>所给的固结试验结果表示在 $w - \ln p'$ 空间, 其中 $w$ 为含水率, 通过 $w=wG_s/S_r$ ( $G_s=2.65$ 为土颗粒比重,  $S_r=1$ 为饱和度)将试验结果变换为 $e - \ln p'$ 空间。由图可知, MCC模型明显高估了土体的体积应变和竖向应变, 且未能准确预测土体的临界状态; 所建模型的预测结果与Gens<sup>[27]</sup>的试验数据之间一致性较好, 尤其是 $e - \ln p'$ 空间, 较好地再现了恒定应力比固结时, 土体的体积变形特性, 压缩空间沿着临界状态线( $\eta=M$ ,  $K=0.34$ )固结的预测也达到了理想的效果; 在 $\varepsilon_1 - \varepsilon_v$ 空间, 由于采用了相关联流动法则, 当 $K$ 值较小时, 所提出的模型的预测结果与试验结果存在较小偏差, 但对应变变化趋势的预测效果较好。只有在各向同性固结 $K=1$ 时, 由于土体结构不发生旋转硬化,  $\varepsilon_1 - \varepsilon_v$ 是线性的; 在各向异性固结 $K$ 为0.4, 0.5, 0.667, 0.8时,  $\varepsilon_1 - \varepsilon_v$ 是向上弯曲的曲线, 且 $K$ 值越小, 各向异性程度越大, 曲线上弯曲越多, 这与试验结果的变化趋势一致。

### 2.2 应力比变化的再固结试验

变化应力比的再固结试验, 是验证旋转硬化法则正确性较直观的方法。Gens<sup>[27]</sup>对LCT土进行了大量

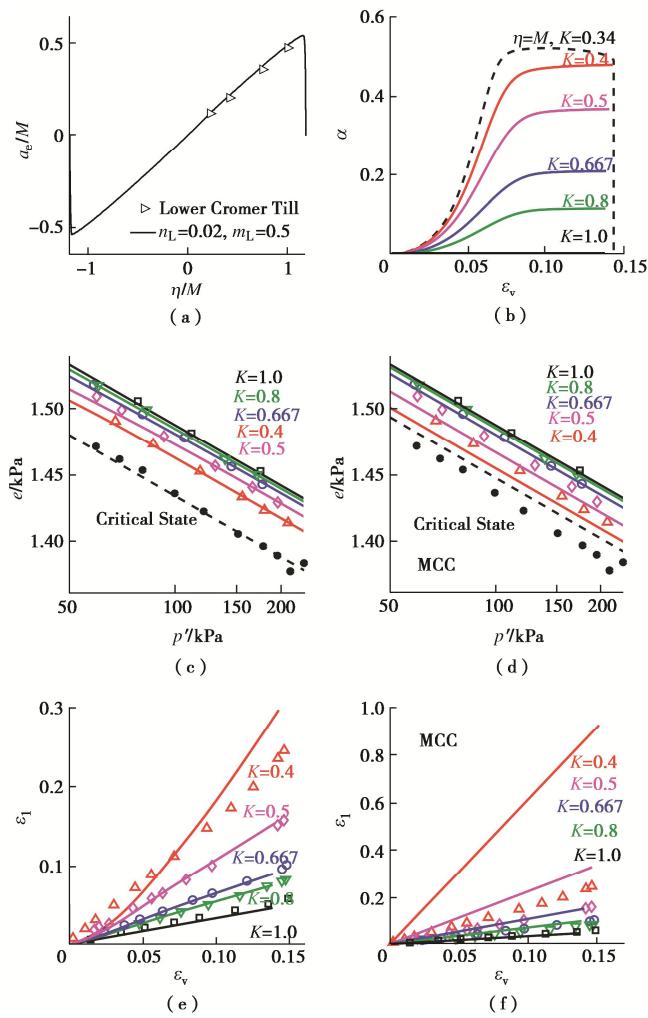
图 3  $K$  固结试验结果<sup>[27]</sup>和预测结果对比图

Fig. 3 Comparison between model predictions and test data for  $K$  consolidation tests

的变化应力比再固结试验，可分为各向同性固结到各向异性固结、各向异性固结到各向同性固结、各向异性固结到各向异性固结三类变化应力路径的加载方式。在本节所有试验路径中， $AB$  段表示第一阶段加载（初始固结）， $BC$  段表示卸载， $CD$  段表示第二阶段再加载（再固结， $K_2$  加载）， $P$  点表示屈服点。

#### (1) 各向同性固结到各向异性固结试验

试样 IN-4 和 IN-5 的应力路径如图 4 (a) 所示。图 4 (b) 及其后面的图中相对体积变化是以卸载结束时 ( $C$  点) 试样的状态为参考计算得到的。在加载的第二阶段由于假定弹性卸载不改变土体组构，因此试验能直观地揭示恒定应力比加载路径下土体的各向异性的演化过程。图 4 (b) 中可以观察到，预测结果和试验结果的一致性较好，在  $K_2$  加载屈服后 ( $P'D'$ ) 的初始阶段，曲线发生了一定程度的弯曲，说明所提出的旋转硬化法则能够较好地反映各向同性固结到各向异性固结土体组构的变化，且加载到一定程度时，土

体的组构稳定，不再发生演化，此时不同  $K_2$  值加载的  $\Delta V - \ln p'$  近似平行，与图 3 (c) 所示的恒定应力比固结试验的结果一致。图 4 (c) 描述了大主应变增量和体积应变增量比  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v$  的演化过程。虽然试验测得的应变增量比  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v$  具有一点的离散性，模型的预测结果较好地捕捉了应变增量比  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v$  的变化趋势。与初始各向同性状态下的  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v = 1/3$  相比， $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v$  的值随着再固结应力比的增大而急剧增大，并逐渐减小趋于稳定。应变比增量  $d\varepsilon_1/d\varepsilon_v$  的变化就越明显，这是由于施加的应力各向异性使土体的组构向相应的组构平衡状态发生较大的调整。所提出的模型可以较好地再现 IN-4 和 IN-5 试样的力学性能。

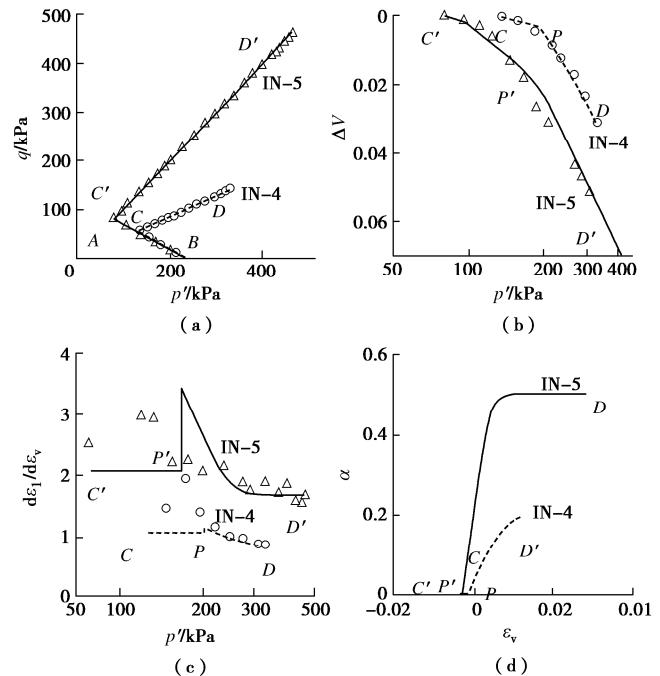
图 4 IN-4 和 IN-5 预测结果和试验结果<sup>[27]</sup>对比

Fig. 4 Comparison between model predictions and test data for reconsolidation tests IN-4 and IN-5

#### (2) 各向异性固结到各向同性固结试验

Gens<sup>[27]</sup>进行的试验 K-4、AM-3 和 K-2 的应力路径如图 5 (a) 所示。上文已分析过  $K$  固结试验，这里仅对各向同性再固结阶段进行预测。如图 5 (b) 所示的体积变形为再固结阶段的初始弹性变形 ( $CP$ ) 和不可逆塑性 ( $PD$ ) 变形。从弹性状态过渡到弹塑性状态对应着图 5 (c) 中应变增量比的突然下降，即塑性应变增量方向的迅速变化。在再固结路径结束时，压缩线 (5 (b))、应变增量比 (5 (d)) 均接近渐近状态，基本达到稳定的各向同性状态。在体积变化中观察到的一些离散点 (5 (b)) 实际上是由于试样 K-4, AM-3 和 K-2 在各向同性再固结过程中弹性区域不同所引起

的。在各向同性固结应力作用下, 各向异性固结试样颗粒重新排列以适应应力变化, 形成新的各向同性组构。因此, 所提出的模型能较好地再现 K-4、AM-3 和 K-2 试验的再固结过程。

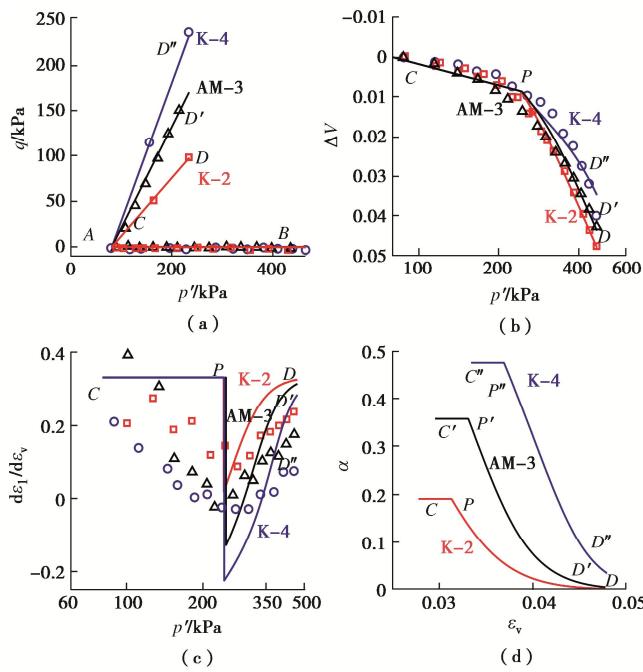


图 5 K-4、AM-3 和 K-2 预测结果和试验结果<sup>[27]</sup>对比

Fig. 5 Comparison between model predictions and test data for reconsolidation tests K-4, AM-3 and K-2

### (3) 各向异性固结到各向异性固结试验

试验 AX-3 和 AN-2 的应力路径如图 6 (a) 所示。图 6 (b) 为 AX-3 和 AN-2 再固结阶段的体积变化图。图 6 (c) 为 AX-3 和 AN-2 在再固结阶段的应变增量比随平均应力  $p'$  的变化图。图 6 (d) 为 AX-3 和 AN-2 在再固结阶段的屈服面倾角随体积应变的变化图。从图中可以看出, 与前文分析一致, 试样一旦开始屈服, 应变速率增量就会急剧变化。再固结比  $K_2$  值越小, 各向异性程度越强, 屈服面和塑性势面向目标倾角连续旋转, 土体组构逐渐发生变化直至稳定。再固结至较大应力时, 试样在第一阶段固结时形成的初始组构完全发生变化, 形成新的稳定组构。对比试验结果和预测结果, 所提出的模型能够准确地预测 LCT 在恒定应力比加载应力路径变化时的力学响应。

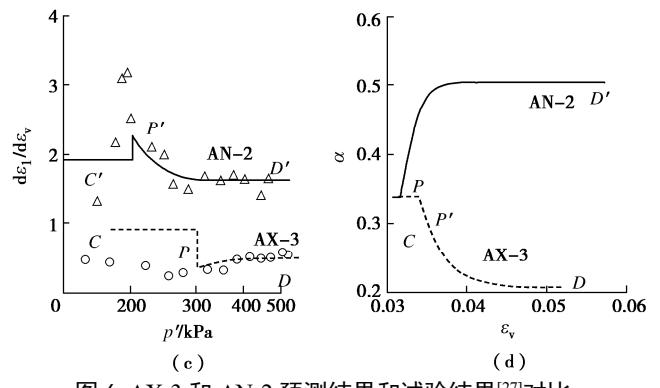
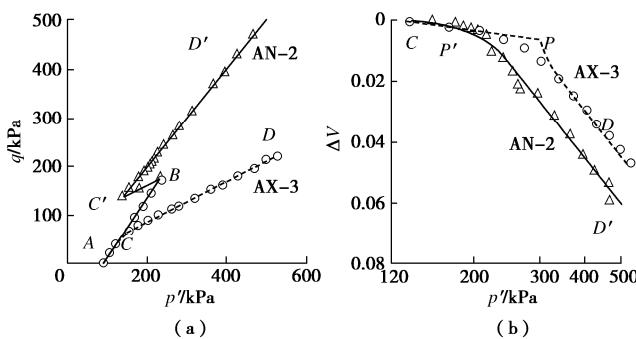
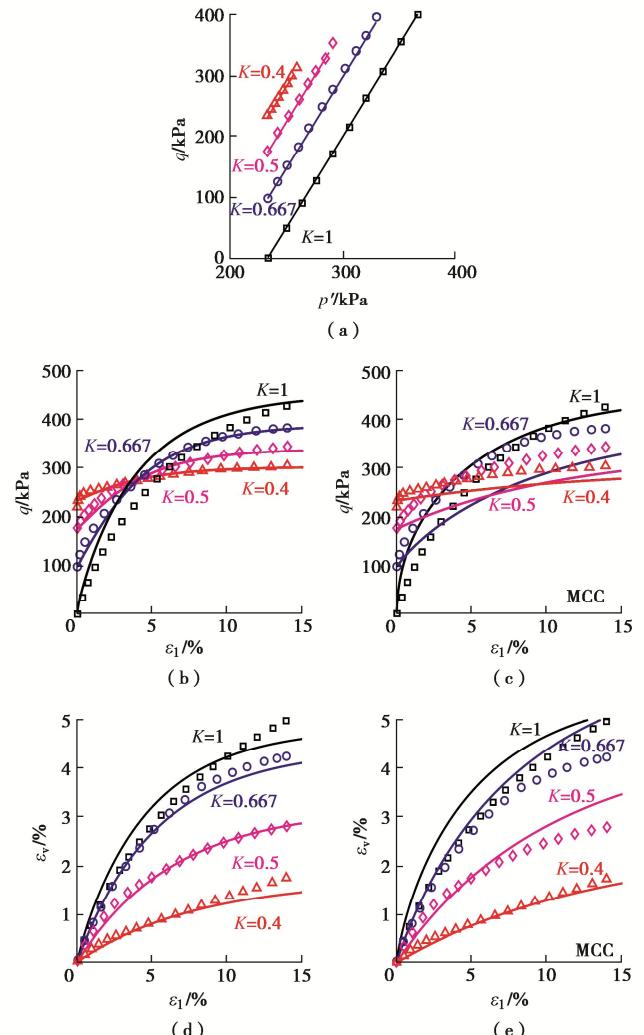


图 6 AX-3 和 AN-2 预测结果和试验结果<sup>[27]</sup>对比

Fig. 6 Comparison between model predictions and test data for reconsolidation tests AX-3 and AN-2

### 2.3 排水试验

图 7 对比了恒定应力比  $K$  固结下形成的各向异性试样的排水三轴压缩试验的试验结果和模型预测结果。图 7 (a) 为试验的剪切应力路径, 在剪切开始时这些试样均处于正常固结状态, 平均有效固结应力为  $p_0=233.3$  kPa,  $K$  分别为 0.4, 0.5, 0.667, 0.8, 1。图 7 (b), (d), (f) 分别从剪切应力应变、体积应变剪切应变和应力比偏应变的角度对比了所建模型的预测结果。图 7 (c), (e), (g) 为剑桥模型的预测结果。



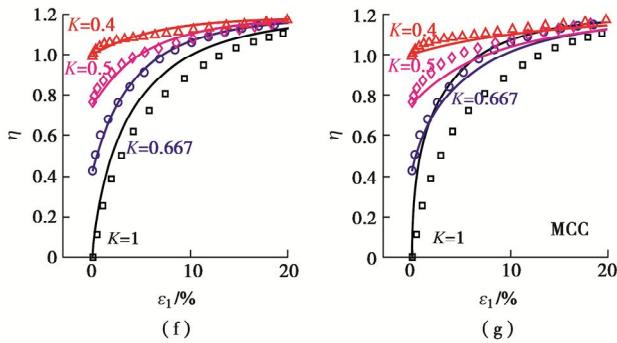


图 7 各向异性土排水试验结果<sup>[27]</sup>与预测结果对比图

Fig. 7 Comparison between model predictions and test data for drained triaxial compression tests with different consolidation stress ratios  $K$  for Lower Cromer Till

通过对对比可知, 所建模型较剑桥模型能够更好地预测正常固结的各向异性土的排水强度、体积应变和剪切应变。

## 2.4 不排水试验

图 8 为初始状态与排水试验一致的各向异性 LCT 试样的不排水三轴压缩和伸长试验的结果图。所建模型较 MCC 能够更合理地对各向异性不排水应力路径(图 8(a))和剪应力发展(图 8(c))进行预测。所建模型预测的伸长试验应力路径, 特别是对于  $K$  值较低的固结试样, 不排水应力路径初始保持恒定的  $p'$  值, 表现为剪切启动时的瞬时弹性变形, 直到应力点到达屈服面, 这与试验结果的差距较大, 但较 MCC 误差较小。这种不一致的结果源于旋转硬化弹塑性理论框架, 在该理论框架中, 旋转角起“双重”作用, 并存在过度的弹性变形<sup>[23]</sup>。而且在压缩侧, 模型未能预测出低  $K$  固结试样的应变软化特性(图 8(c))。这些可能与试验测试技术或模型框架有关, 由于在不排水试验中, 土体颗粒的平移、滚动和翻转等运动所受的影响因素较多, 弹性变形较小且屈服面和塑性势面的差异较大, 可以尝试采用非关联流动法则和边界面模型改进模型的预测结果。在伸长试验接近临界状态时, 所提出的模型能够表现出试验测得的“钩”型应力路径。

Stiphop<sup>[28]</sup>对 Kaolin 黏土的各向同性和各向异性正常固结和超固结试样进行了一系列不排水三轴试验。由于超固结土具有应变软化特性, 需要在模型的基础上建立新的边界面模型。为了简便起见, 本文只考虑正常固结试样。选择  $K$  为 0.57, 0.667, 0.8, 1 等 4 种固结试样进行不排水三轴压缩试验, 应力路径如图 9(a) 所示。图 9 对比了 Kaolin 黏土试样的应力路径、偏应力 - 应变( $q - \varepsilon_1$ )响应和孔隙水压力 - 偏应变( $u_a - \varepsilon_d$ )关系的试验结果与所建模型和 MCC 的预

测结果。与 LCT 相比, 所提出的模型能更好的模拟 Kaolin 黏土在不排水三轴应力路径下的力学响应。模型较好地预测了 Kaolin 黏土在低  $K$  固结试验中表现出应变硬化特性。该模型在 Kaolin 黏土模拟中仍存在伸长侧的不足。

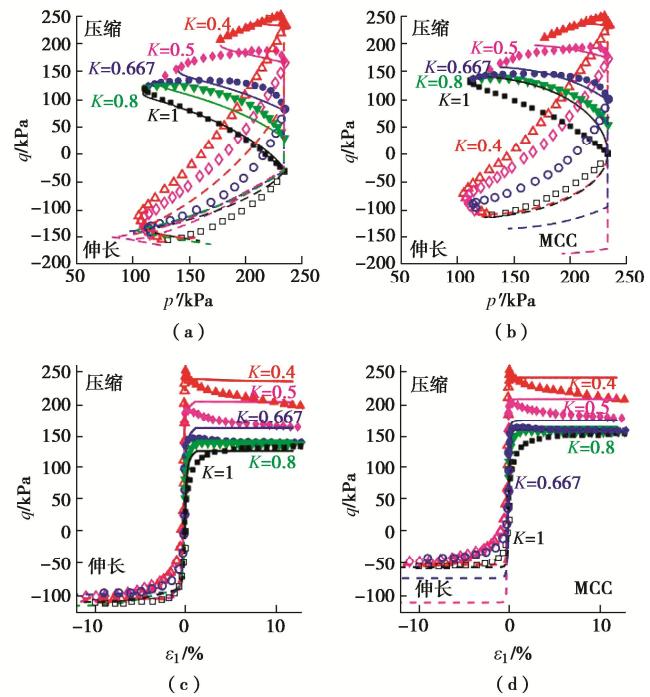
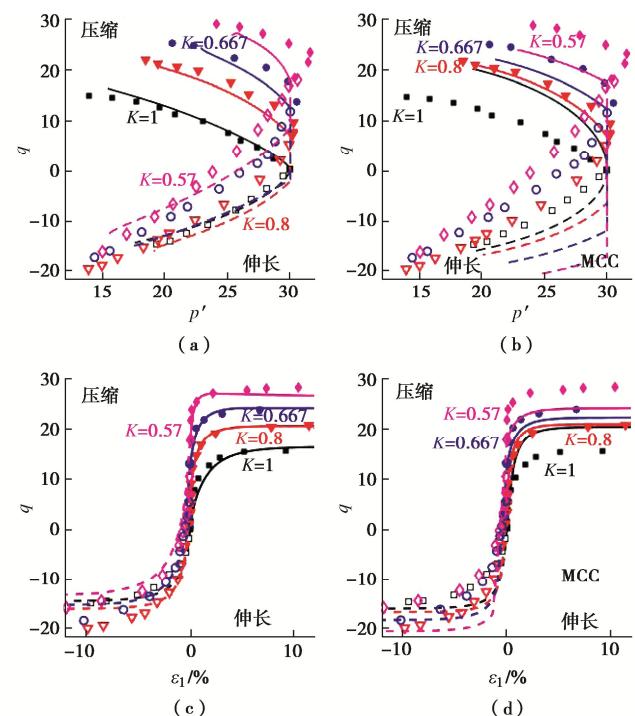


图 8 各向异性 Lower Cromer Till 不排水试验结果<sup>[27]</sup>与预测结果对比图

Fig. 8 Comparison between model predictions and test data for undrained triaxial compression/extension tests with different consolidation stress ratios  $K$  for Lower Cromer Till



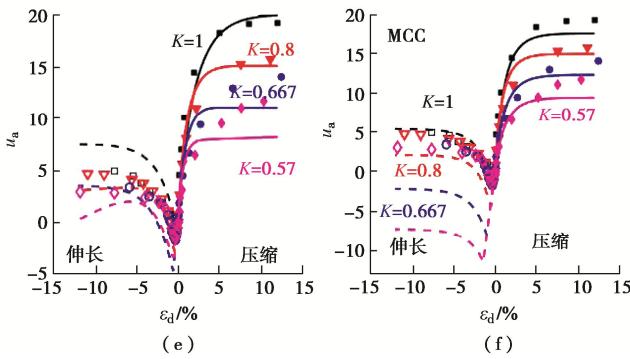


图9 各向异性 Kaolin 不排水试验结果<sup>[28]</sup>与预测结果对比图  
Fig. 9 Comparison between model predictions and test data for undrained triaxial compression/extension tests with different consolidation stress ratios  $K$  for Kaolin

### 3 结语

通过合理的假设各向异性土的各向同性体积应变和临界状态体积应变之间的插值函数和恒定应力比加载土体形成的稳定各向异性结构表达式, 特别是假定临界状态时土体不再具有各向异性结构, 使用相关联流动法则, 建立了黏性土的各向异性本构模型。该模型的主要特点是, 通过适当调整参数  $n$ , 可以获得广泛的屈服面形状, 屈服面可以呈现泪滴形、子弹头形和椭圆形, 且该参数可以通过拟合三轴试验的试验结果获得。在各向同性和临界状态下, 旋转硬化法则边界值表达式为 0。所提出的模型在  $n=1$  且不考虑屈服面旋转时, 可以退化为经典的修正剑桥模型。

采用显示积分算法实现了所建立的黏性土各向异性模型的预测功能。验证了 LCT 在恒定应力比加载试验、变换应力路径试验、排水三轴压缩试验、不排水三轴压缩试验及不排水三轴伸长试验和 Kaolin 黏土在不排水三轴伸长、压缩试验中的响应特性, 结果表明所建立的模型对于黏性土具有较强的适用性。

### 参考文献:

- [1] 尹振宇. 土体微观力学解析模型: 进展及发展[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(6): 993–1009. (YIN Zhen-yu. Micromechanics-based analytical model for soils: review and development[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(6): 993–1009. (in Chinese))
- [2] 张坤勇, 殷宗泽, 梅国雄. 土体各向异性研究进展[J]. 岩土力学, 2004, 25(9): 1503–1509. (ZHANG Kun-yong, YIN Zong-ze, MEI Guo-xiong. Development of soil's anisotropy study[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(9): 1503–1509. (in Chinese))
- [3] WHEELER S J, NÄÄTÄNEN A, KARSTUNEN M, et al. An anisotropic elastoplastic model for soft clays[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(2): 403–418.
- [4] DAFALIAS Y F. An anisotropic critical state soil plasticity model[J]. Mechanics Research Communications, 1986, 13(6): 341–347.
- [5] DAFALIAS Y F, TAIEBAT M. Anatomy of rotational hardening in clay plasticity[J]. Géotechnique, 2013, 63(16): 1406–1418.
- [6] PESTANA J M, WHITTLE A J. Formulation of a unified constitutive model for clays and sands[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1999, 23(12): 1215–1243.
- [7] YANG C, LIU X L, LIU X F, et al. Constitutive modelling of Otaniemi soft clay in both natural and reconstituted states[J]. Computers and Geotechnics, 2015, 70: 83–95.
- [8] 李海潮, 童晨曦, 马博, 等. 基于双参数屈服函数的黏土和砂土非正交单屈服面模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(11): 2319–2327. (LI Hai-chao, TONG Chen-xi, MA Bo, et al. A non-orthogonal single yield surface model for clays and sands based on a two-parameter yield function[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(11): 2319–2327. (in Chinese))
- [9] 陈艳妮, 杨仲轩. 基于热力学理论的超固结黏土边界面模型[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(3): 547–553. (CHEN Yan-ni, YANG Zhong-xuan. Thermodynamics-based bounding surface model for overconsolidated clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, 39(3): 547–553. (in Chinese))
- [10] CHEN Y N, YANG Z X. A family of improved yield surfaces and their application in modeling of isotropically over-consolidated clays[J]. Computers and Geotechnics, 2017, 90: 133–143.
- [11] LAGIOIA R, PUZRIN A M, POTTS D M. A new versatile expression for yield and plastic potential surfaces[J]. Computers and Geotechnics, 1996, 19(3): 171–191.
- [12] NEWSON T A, DAVIES M C R. A rotational hardening constitutive model for anisotropically consolidated clay[J]. Soils and Foundations, 1996, 36(3): 13–20.
- [13] DAFALIAS Y F, MANZARI M T, PAPADIMITRIOU A G. SANICLAY: simple anisotropic clay plasticity model[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2006, 30(12): 1231–1257.
- [14] DAFALIAS Y F, TAIEBAT M. Rotational hardening with and without anisotropic fabric at critical state[J]. Géotechnique, 2014, 64(6): 507–511.
- [15] YANG C, SHENG D C, CARTER J P, et al. Modelling the plastic anisotropy of lower Cromer till[J]. Computers and

- Geotechnics, 2015, **69**: 22 – 37.
- [16] LI X S, DAFALIAS Y F. Anisotropic critical state theory: role of fabric[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2012, **138**(3): 263 – 275.
- [17] ZHAO J, GUO N. Unique critical state characteristics in granular media considering fabric anisotropy[J]. Géotechnique, 2013, **63**(8): 695 – 704.
- [18] FU P C, DAFALIAS Y F. Fabric evolution within shear bands of granular materials and its relation to critical state theory[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2011, **35**(18): 1918 – 1948.
- [19] YILDIZ A, KARSTUNEN M, KRENN H. Effect of anisotropy and destructuration on behavior of Haarajoki test embankment[J]. International Journal of Geomechanics, 2009, **9**(4): 153 – 168.
- [20] OHNO S, IIZUKA A, OHTA H. Two categories of new constitutive model derived from non-linear description of soil contractancy[J]. Journal of Applied Mechanics, 2006, **9**: 407 – 414.
- [21] SIVASITHAMPARAM N, CASTRO J. An anisotropic elastoplastic model for soft clays based on logarithmic contractancy[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2016, **40**(4): 596 – 621.
- [22] LEROUEIL S, VAUGHAN P R. The general and congruent effects of structure in natural soils and weak rocks[J]. Géotechnique, 1990, **40**(3): 467 – 488.
- [23] BURLAND J B. On the compressibility and shear strength of natural clays[J]. Géotechnique, 1990, **40**(3): 329 – 378.
- [24] DELAGE P, LEFEBVRE G. Study of the structure of a sensitive Champlain clay and of its evolution during consolidation[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1984, **21**(1): 21 – 35.
- [25] CHEN Y N, YANG Z X. A bounding surface model for anisotropically overconsolidated clay incorporating thermodynamics admissible rotational hardening rule[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2020, **44**(5): 668 – 690.
- [26] SLOAN S W, ABBO A J, SHENG D C. Refined explicit integration of elastoplastic models with automatic error control[J]. Engineering Computations, 2001, **18**(1/2): 121 – 194.
- [27] GENS A. Stress-strain and Strength of A Low Plasticity Clay[D]. London: University of London, 1982.
- [28] STIPHO A S. Theoretical and Experimental Investigation of the Behavior of Anisotropically Consolidated Kaolin[D]. Wales: Cardiff University, 1978.

## 第七届全国工程安全与防护学术会议 暨中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会理事会换届会议 (2号通知)

**主办单位:** 中国岩石力学与工程学会工程安全与防护分会; 江苏省岩土力学与工程学会。

**承办单位:** 苏州科技大学。

**协办单位:** 中国岩石力学与工程学会岩石动力学专业委员会; 中国地震学会岩土防灾减灾专业委员会; 北京建筑大学湘潭大学; 三峡大学; 江苏省隧道与地下工程技术研究中心; 江苏东华测试技术股份有限公司; 昆山市建设工程质量检测中心。

**会议主题:** 爆炸冲击防灾减灾新理论、新技术。

**会议专题:** ①深部工程建设灾变机理及其动力学; ②岛礁工程长期安全保障理论与技术; ③城市地下空间安全评估与民防技术; ④偶然爆炸冲击致灾机理与灾害防控; ⑤爆炸冲击量测新技术新设备与应用; ⑥工程防震新材料、新结构和新技术; ⑦新型常规武器毁伤效应与防护技术; ⑧地下工程结构与介质相互作用机理。

**会议论文内容、格式要求与发表:** 论文内容要围绕大会主

题, 提倡实用性、创新性和前瞻性, 且在国内外未正式发表过的研究成果, 请严格按照《岩石力学与工程学报》征文要求规范编辑全文。会议学术委员会将组织专家对所提交的论文进行审查, 并精选一定数量的优秀论文推荐到《岩石力学与工程学报》正刊和增刊(EI收录)等期刊, 通过审稿程序的论文, 将在上述期刊正刊或增刊发表。本次学术会议仍对优秀论文进行评奖。

**会议重要日程:** 2022年4月30日论文投稿截止; 2022年7月22日报到; 2022年7月22日晚上召开会员代表大会及分会常务理事会议; 2021年7月22~24日大会学术报告。

**会议秘书处联系方式:** 王源(13951989919), 杨露(13601453240), 丁雪(17551099920), 李晓照(15811102679), 夏晨(17701370715), 李思为(18020269202), E-mail: aqfhfh@163.com, 地址: 南京市秦淮区永智路6号中国云计算创新基地B座318(210001)。

DOI: 10.11779/CJGE202205009

# 土-地下结构相互作用的三维弱耦合有效应力分析法

赵凯<sup>1</sup>, 夏高旭<sup>1</sup>, 王彦臻<sup>\*1</sup>, 赵丁凤<sup>2</sup>, 庄海洋<sup>1</sup>, 陈国兴<sup>1</sup>

(1. 南京工业大学岩土工程研究所, 江苏南京 210009; 2. 中交上海航道勘察设计研究院有限公司, 上海 200120)

**摘要:** 地震波传播至土-结构接触界面时会发生反射与透射现象, 结构周围土体处于往复剪应力和正应力差耦合的三维循环剪切状态。采用三维等效剪应变算法和加卸载判据将一维 Davidenkov 非线性滞回模型与剪切-体积应变耦合的孔压增量模型拓展至三维应力空间。考虑循环加载过程中土骨架循环刚度退化与超静孔隙水压力增长的耦合关系, 建立了三维应力空间中的弱耦合有效应力分析法。基于 ABAQUS 显式求解器, 实现了该有效应力算法, 可应用于大型三维可液化场地中的土-地下结构体系非线性地震反应分析。针对已完成可液化场地三层三跨地铁车站结构试验开展数值模拟, 结果表明: 超静孔隙水压力的累积导致土的性状变化显著影响土-地下结构动力相互作用, 数值模拟得到的土-结构接触界面能量聚焦时刻以及该时刻对应的瞬时卓越频率与振动台试验结果均吻合较好, 提出的三维弱耦合有效应力法能较为理想地反映振动台试验中土-地下结构动力相互作用特性。土骨架有效应力水平显著影响超孔压比的发展规律, 振动台不完备的密度相似比设计会造成模型结构周围地基土与原型的超孔压比分布规律存在差异。

**关键词:** 可液化场地; 土-结构动力相互作用; 弱耦合有效应力分析法; 振动台试验

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0861-09

作者简介: 赵凯(1982—), 男, 教授, 博士, 主要从事岩土地震工程研究。E-mail: zhaokai@njtech.edu.cn。

## Three-dimensional loosely coupled effective stress method for seismic soil-structure interactions

ZHAO Kai<sup>1</sup>, XIA Gao-xu<sup>1</sup>, WANG Yan-zhen<sup>1</sup>, ZHAO Ding-feng<sup>2</sup>, ZHUANG Hai-yang<sup>1</sup>, CHEN Guo-xing<sup>1</sup>

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 210009, China; 2. Shanghai Waterway Engineering Design and Consulting Co., Ltd., Shanghai 200120, China)

**Abstract:** Wave reflection and transmission phenomena occur when seismic ground motion propagates to the soil-structure interface, and the surrounding soil is under three-dimensional (3D) cyclic shearing with reciprocating change of shear stress and normal stress difference. The 3D equivalent shear strain algorithm and the loading-unloading criterion are used to extend the 1D Davidenkov hysteretic model in association with an incremental excess pore water pressure (EPWP) model to the 3D stress state. A weakly coupled effective stress method in 3D stress state is established considering the coupling between the cyclic degradation of soil stiffness and the EPWP generation during cyclic loading. Based on the ABAQUS explicit solver, the proposed method is implemented, allowing to perform nonlinear seismic response analysis of soil-structure interactions in 3D liquefiable site. The numerical simulation is carried out against a shaking table test on the subway station in liquefiable site. The results show that the EPWP generation leads to the degradation of soil stiffness, which significantly affects the dynamic soil-structure interactions. The energy-focusing time at the soil-structure interface obtained by numerical simulation and the corresponding instantaneous predominant frequency are in good agreement with the test results. The proposed effective stress method can capture the dynamic soil-structure interaction characteristics in the shaking table tests. However, the effective stress level at soil skeleton significantly affects the EPWP generation. The incomplete density similarity ratio design of the shaking table tests can cause the distribution of the EPWP ratio in the model soil deviated with the prototype.

**Key words:** liquefiable site; seismic soil-structure interaction; loosely coupled effective stress method; shaking table test

## 0 引言

可液化地基地下结构的地震反应受周围土层复杂的力学过程控制, 主要表现为土的滞回非线性和残余孔压增长引起土的性状变化(动剪切模量降低, 发生

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978335, 51978334); 国家重点研发计划项目(2018YFC1504301)

收稿日期: 2021-06-16

\*通信作者(E-mail: soledadwang@163.com)

循环软化或者液化)。因此,科学地解析强地震动作用下可液化地基-地下结构体系的运动模式及破坏机理,适宜采用动力有效应力分析方法。

目前国内外学者对可液化场地有效应力分析方法进行了系统研究,归纳起来主要有两大类。

### (1) 强耦合非线性有效应力分析法

基于流-固耦合框架,采用先进的弹塑性本构模型(如边界模型和嵌套面模型)计算孔压增长和应力-应变反应,如庄海洋等<sup>[1]</sup>改进了 Elgamal 等<sup>[2]</sup>和 Yang 等<sup>[3]</sup>提出的嵌套面硬化规则和弹塑性模量确定方法,基于 ABAQUS 软件平台对地铁地下车站结构体系精细化建模,系统地研究了地铁地下车站结构体系的非线性地震反应特性。基于两相介质的 Biot 动力固结理论,Khoshnoudian 等<sup>[4]</sup>采用考虑各向同性运动硬化的动弹塑性模型描述土的特性,模拟了可液化地基中内衬隧道的地震反应特性。Bao 等<sup>[5]</sup>通过 FE-FD DBLEAVES 编码程序对大型地铁地下隧道进行了二维地震反应分析。一些学者探讨砂土液化后的土体性质,建立了可描述砂土液化大变形行为的本构模型。王刚等<sup>[6]</sup>基于 DIANA-SWANDYNE II 软件平台,采用能够模拟饱和砂土液化后大应变响应的弹塑性循环本构模型,建立二维模型对阪神地震中破坏的大开车站进行了有效应力分析。王睿等<sup>[7]</sup>基于 OpenSees 有限元计算平台,将液化大变形本构映射在三维空间,发展了一种动力时程有效应力分析法,并将其用于分析可液化地基中桩基础三维模型的震动响应,对比离心机振动台试验,验证了此方法的有效性。基于临界状态框架建立的更为先进的土体本构模型适宜模拟液化土的行为特性,然而存在模型参数较多,求解 Biot 动力方程难度大,数值计算收敛困难等难题。

### (2) 弱耦合非线性有效应力分析法

采用半经验的基于应力或应变的孔压模型与滞回应力-应变模型相耦合方法预测土的强度变化。Tropeano 等<sup>[8]</sup>提出了一种弱耦合形式的有效应力分析方法,通过 SCOSA 平台设计程序进行一维地震反应分析;Olson 等<sup>[9]</sup>基于 Deepsoil V6.1 软件平台建立一维分析模型,使用 GQ/H 土骨架曲线耦合 Dobry 孔压模型,对水平地表液化地震反应进行了广泛验证。Finn 等<sup>[10]</sup>基于其提出的一种弱耦合形式有效应力分析方法设计计算软件 TARA3,可实现场地模型的二维有效应力分析<sup>[11]</sup>。陈国兴等<sup>[12]</sup>、王彦臻等<sup>[13]</sup>实现了 Davidenkov 本构模型与修正 Byrne 孔压增量模型耦合的有效应力算法,通过地下结构精细化建模,应用高效的有限元数值模拟平台 ABAQUS<sup>[14-15]</sup>,系统地研究了输入地震动特性、场地条件等对复杂地铁地下车站

结构体系非线性地震反应特征、结构损伤与空间效应特性的影响。目前,有效应力分析法研究多基于一维剪切模型或二维平面假定,难以充分考虑地震发生时,土-地下结构共同运动产生的空间效应<sup>[16]</sup>。建立精细化三维数值模型,简洁高效、深入全面地揭示地下结构关键部位在地震反应中的受力和变形特点十分必要。

陈国兴等<sup>[12]</sup>、王彦臻等<sup>[13]</sup>将土的非线性滞回模型与剪切-体积应变耦合的孔压增量模型相结合,考虑循环加载过程中循环刚度退化与超静孔隙水压力增长的耦合关系,提出了新的一维场地地震反应的弱耦合非线性有效应力分析方法,通过 1995 年阪神地震 Port Island 液化场地井下台阵强震记录的反演验证了该有效应力分析法的有效性。本文采用适宜于将一维应力-应变关系和孔压增量模型向三维空间扩展的等效剪应变算法及加卸载判据,将该弱耦合非线性有效应力分析方法拓展至三维土-地下结构动力相互作用分析。针对已完成可液化场地三层三跨地铁车站结构振动台试验资料<sup>[17]</sup>,开展了对应模型试验的三维数值模拟。通过三维数值模拟和振动试验结果的对比,既能验证数值分析结果的可靠性,同时也能验证模型试验结果的合理性。

## 1 一维弱耦合有效应力分析法回顾

陈国兴等<sup>[12]</sup>提出的弱耦合场地反应有效应力分析法中,土的初始骨架曲线由 Davidenkov 模型描述:

$$\tau = G \cdot \gamma = G_{\max} \cdot \gamma \cdot [1 - H(\gamma)], \quad (1)$$

式中,

$$H(\gamma) = \left\{ \frac{(\gamma / \gamma_0)^{2B}}{1 + (\gamma / \gamma_0)^{2B}} \right\}^A. \quad (2)$$

骨架曲线上时变剪切模量为

$$G' = \frac{\partial \tau}{\partial \gamma} = G_{\max} \left[ 1 - \left( 1 + \frac{2AB\gamma_r^{2B}}{\gamma_r^{2B} + \gamma^{2B}} \right) \cdot H(\gamma) \right]. \quad (3)$$

由广义 non-Masing 法则<sup>[12]</sup>构造的应力-应变滞回曲线表达式为

$$\tau - \tau_c = G_{\max} \cdot (\gamma - \gamma_c) \cdot \left[ 1 - H \left( \frac{|\gamma - \gamma_c|}{2n} \right) \right]. \quad (4)$$

应力-应变滞回曲线上的时变剪切模量为

$$G' = \frac{\partial(\tau - \tau_c)}{\partial(\gamma - \gamma_c)} = G_{\max} \cdot \left\{ 1 - \left[ 1 + \frac{2AB(2n_c\gamma_r)^{2B}}{(2n_c\gamma_r)^{2B} + |\gamma - \gamma_c|^{2B}} \right] H \left( \frac{|\gamma - \gamma_c|}{2n_c} \right) \right\}, \quad (5)$$

其中,

$$(2n_c\gamma_r)^{2B} = (\gamma_{ex} \pm \gamma_c)^{2B} \cdot \left( \frac{1-R}{R} \right) , \quad (6)$$

$$R = \left( 1 - \frac{\tau_{ex} \pm \tau_c}{G_{max} \cdot (\gamma_{ex} \pm \gamma_c)} \right)^{\frac{1}{A}} . \quad (7)$$

式中  $\tau, \gamma$  为剪应力和剪应变;  $G_{max}$  为初始剪切模量;  $\gamma_c$  为参考剪应变;  $A, B$  为土性相关的无量纲常数;  $n_c$  为滞回圈比例系数;  $\tau_c$  和  $\gamma_c$  为当前加载一卸载反转点的剪应力和剪应变;  $\tau_{ex}$  和  $\gamma_{ex}$  为历史最大剪应力和剪应变; 不规则加载一卸载期间, 滞回圈向上弯曲时“±”取正、向下弯曲时取负, 如图 1 所示。

孔压的增长则是通过耦合由循环剪切作用引起的体应变增量模型及回弹模量公式来刻画<sup>[18]</sup>,

$$\frac{\Delta \varepsilon_{vd}}{\gamma^*} = C_1 \cdot \exp \left( -C_2 \frac{\varepsilon_{vd}}{\gamma^*} \right) , \quad (8)$$

$$\gamma^* = (\gamma - \gamma_{tv})^{C_5} , \quad (9)$$

$$E_r = 100 \sigma'_{c0} m n \exp(-r_u / m) , \quad (10)$$

式中,  $C_1, C_2, C_5, m, n$  为与土性有关的拟合参数,  $\gamma_{tv}$  为体积门槛剪应变,  $E_r$  为土的回弹模量。

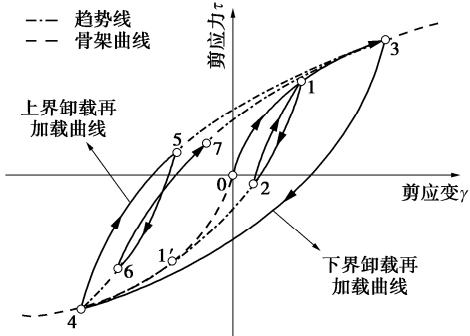


图 1 Davidenkov 模型骨架曲线图

Fig. 1 Davidenkov model skeleton curve

## 2 弱耦合有效应力分析法的三维拓展

上述一维场地地震反应有效应力分析法的核心是土骨架时变剪切模量的计算和孔压增长的预测, 而两者均是剪应变的函数。因此, 将该有效应力分析法由一维空间向三维空间扩展的关键问题是选取能够反映三维应力应变状态的等效剪应变。以应变偏量的第二不变量描述的等效剪应变能综合反映三维空间中土体的应力, 应变关系, 而直接采用应变偏量的第二不变量作为等效剪应变时, 只能描述一维应力-应变关系曲线中应变大于零的部分, 需将等效剪应变改由增量形式通过加卸载判断后再次计算:

$$\gamma_{eq}^{t+\Delta t} = \gamma_{eq}^t + \text{sign} \cdot |\Delta \gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)| , \quad (11)$$

$$\Delta \gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) = \gamma_{gen}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) - \gamma_{gen}^t(e_{ij}^o) , \quad (12)$$

$$\gamma_{gen}^t(e_{ij}^o) = \sqrt{\frac{4}{3} J_{2e}^t(e_{ij}^o)} . \quad (13)$$

式中  $\gamma_{eq}^t, \gamma_{eq}^{t+\Delta t}$  为  $t$  和  $t+\Delta t$  时刻的等效剪应变。加载时,  $\text{sign} = 1$ ; 卸载时,  $\text{sign} = -1$ 。 $\Delta \gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o)$  为等效剪应变增量,  $\gamma_{gen}^t(e_{ij}^o)$  为  $t$  时刻的广义剪应变, 由  $t$  时刻应变偏量的第二不变量  $J_{2e}^t(e_{ij}^o)$  确定。

由式(8)可知, 更新剪切模量时只需得到当前时刻应变与转折点处剪应变差值( $\gamma - \gamma_c$ ), 因此定义式中应变偏量  $e_{ij}^o$ : 以加卸载转折点处的应变张量  $e_{ij,c}$  为起点, 转折点过后计算得到的应变张量为  $e_{ij}$  终点的张量,

$$e_{ij}^o = e_{ij} - e_{ij,c} . \quad (14)$$

在等效剪应变的算法中, 当  $\Delta \gamma_{incre}^{t+\Delta t}(e_{ij}^o) < 0$  时可直接判断应力发生转向, 对于三维应力空间中加卸载判断简单有效。

应力-应变滞回曲线段  $t+\Delta t$  时刻的时变体积模量  $K^t$  可由下式确定,

$$K^t = \frac{2G^t(1+\nu)}{3(1-2\nu)} , \quad (15)$$

式中,  $\nu$  为泊松比。

由此, 对  $t$  时刻的三维空间应力张量  $\sigma_{ij}^t$  进行更新,

$$d\sigma_{ij}^t = C_{ijkl}^t d\varepsilon_{kl}^t , \quad (16)$$

式中,  $C_{ijkl}^t =$

$$\begin{bmatrix} \left( K^t + \frac{4}{3} G^t \right) \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) & 0 & 0 & 0 \\ \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) \left( K^t + \frac{4}{3} G^t \right) \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) & 0 & 0 & 0 \\ \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) \left( K^t - \frac{2}{3} G^t \right) \left( K^t + \frac{4}{3} G^t \right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G^t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G^t \end{bmatrix} .$$

## 3 可液化地铁车站数值模型

### 3.1 三维数值模型

传感器布置如图 2 所示, 相应传感器分别由字母 A、LD 及 W 标识, 分别标识地基土的加速度反应、位移反应及孔压发展。模型结构具体尺寸及主、次观测面布置如图 3 所示, 考虑微粒混凝土的承受能力及结构整体的受力性能, 模型结构附加配重为 480 kg, 具体试验设计见文献[17]。

建立可液化场地三层三跨地铁车站结构的三维有限元模型, 如图 3 所示。ABAQUS/Explicit 求解器中, 条件稳定增量步与单元尺寸直接相关, 各部件网格划分需以均匀为主。根据不同构件的几何形状, 模型土的网格尺寸采用 0.05 m 划分, 可配合后续对比分析时能选到模型地基中传感器的对应位置; 模型结构墙、板的网格尺寸为 0.025 m; 模型结构中柱的竖向网格

表 1 黏土与南京细砂的模型参数

| 土层   | 密度<br>/(g·cm <sup>-3</sup> ) | 动泊<br>松比 | Davidenkov模型 |      |                      |                |                | 孔压增量模型         |                |                |                    |       |       |
|------|------------------------------|----------|--------------|------|----------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|--------------------|-------|-------|
|      |                              |          | A            | B    | a <sub>1</sub>       | a <sub>2</sub> | a <sub>3</sub> | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | γ <sub>uv</sub> /% | m     | n     |
| 黏土   | 1.75                         | 0.49     | 1.2          | 0.35 | 2.5×10 <sup>-4</sup> | 0              | 0              | —              | —              | —              | —                  | —     | —     |
| 南京细砂 | 1.83                         | 0.49     | 1.02         | 0.43 | 4.1×10 <sup>-4</sup> | 0.5            | 0.45           | 1.051          | 0.143          | 1.25           | 0.02               | 0.345 | 6.689 |

尺寸为 0.01 m，横截面网格为 0.003 m。整个结构体系的单元数为 101200 个，节点个数 121300，自由度共 363900。模型土和模型结构的单元类型均采用八结点线性六面体减缩单元（C3D8R 单元），增强型沙漏控制。

的黏土与饱和南京细砂动力特性, Davidkov 模型与剪切-体应变耦合增量模型相关参数列于表 1 中饱和南京细砂的孔压增量模型的参数已由文献[18]给出。试验给出的震前的平均剪切波速为 92.1 m/s, 模拟时模型场地剪切波速随深度的修正如图 3 所示, 最大剪切模量由  $G = \rho V_s^2$  计算。

## (2) 混凝土

动力荷载作用下的混凝土材料可由混凝土塑性损伤模型（CDP 模型）描述，采用非关联多向硬化塑性和各向同性损伤弹性相结合的方法<sup>[19]</sup>来描述混凝土破碎产生的不可恢复的损伤。Chen 等<sup>[14]</sup>采用 CDP 模型来模拟微粒混凝土的动力特性，模拟的应变反应规律与试验结果基本一致。模型结构的总体积为 0.106 m<sup>3</sup>，考虑附加配重后的惯性效应，微粒混凝土的等效密度为 6.486 g/cm<sup>3</sup>。假设混凝土受荷由拉伸转向压缩，裂缝闭合则压缩刚度恢复；受荷由压缩转向拉伸时，出现压碎裂纹则拉伸刚度不可恢复，微粒混凝土 CDP 模型的参数列于表 2 中。

表 2 微粒混凝土 CDP 模型的参数

Table 2 Model parameters of micro-concrete

| 弹性模量<br>$E_o/\text{GPa}$ | 拉伸<br>变量 $\omega_t$ | 压缩<br>变量 $\omega_c$ | 泊松<br>比 | $\psi$<br>( $^{\circ}$ ) | $\varepsilon$ | $f_{\text{bo}}/f_c$ | $K_c$ | $u$   |
|--------------------------|---------------------|---------------------|---------|--------------------------|---------------|---------------------|-------|-------|
| 7.5                      | 0                   | 1                   | 0.18    | 36.31                    | 0.1           | 1.16                | 2/3   | 0.005 |

### (3) 土 - 结构接触面模拟与边界处理

土-结构的动力相互作用主要由结构和地基的相对刚度及两者接触界面变形的传递能力决定。受刚度较大的模型土箱的侧向约束作用，地基与地下结构之间的变形传递能力较强，土与结构的相互作用方式采用 tie 接触形式，并定义刚度较大的模型结构为主面，刚度较小的模型地基为从面；结构梁、板与柱子的接触对中，网格较大的梁、板为主面，网格较小的柱子为从面。

考虑模型地基 - 地下结构体系的惯性作用以及叠层土箱的剪切效应，动力分析步中模型土体四周及底部均设置黏弹性人工边界，并在模型土体底部施加  $x$  方向的地震动。

模拟土-地下结构初始应力场。首先模拟地下结构应力分布：约束土体四周及底部的法向位移，使用传递分析向地下结构模型中传递应力结果以平衡结构

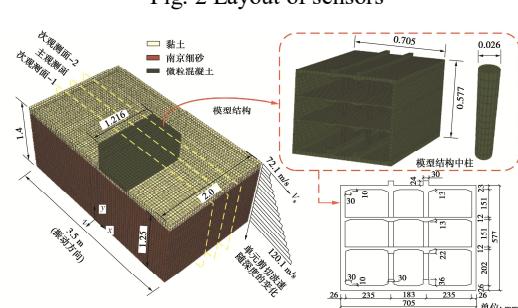


图 3 地基土 – 车站结构的三维有限元分析模型

Fig. 3 3D finite element model for soil-subway station structure

### 3.2 材料模型及参数

### (1) 土体

采用第 1 节中论述有效应力法分析振动台试验中

模型中的应力集中; 其次模拟土体应力分布: 同样约束条件下, 使用传递分析向土体模型中传递应力结果以平衡土体模型的位移。平衡后土体表层最大位移  $7.024 \times 10^{-6}$  m。本次计算时间增量步设置为  $t=2 \times 10^{-6}$  s。

#### (4) 加载工况

试验分别选取 2008 年汶川地震发生时松潘台站和什邡八角地震台站的加速度记录, 经 1:2 时间压缩及幅值调整后, 共计 4 个工况, 如表 3 所示, 未调幅的振动台面输入地震动的加速度时程及傅里叶谱如图 4 所示。

表 3 振动台试验加载工况

Table 3 Schemes of shaking table tests

| 地震动   | 峰值加速度/g | 工况   | 持时/s |
|-------|---------|------|------|
| 松潘波   | 0.1     | SP-1 | 100  |
|       | 0.5     | SP-2 | 100  |
| 什邡八角波 | 0.1     | SF-1 | 100  |
|       | 0.5     | SF-2 | 100  |

## 4 结果对比分析

### 4.1 地基土孔压反应对比

图 5 对比了 PGA 为 0.1g, 0.5g 什邡波与松潘波

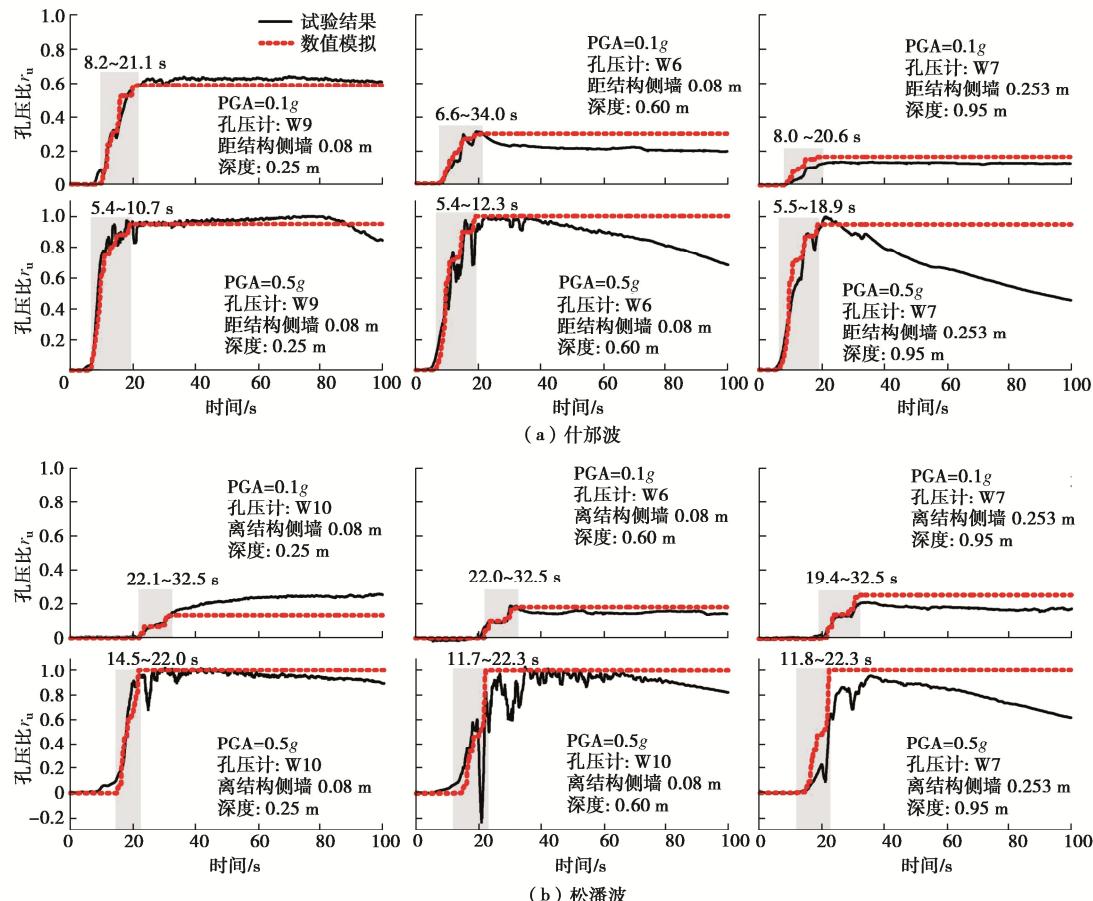


图 5 数值模拟与试验给出的孔压比时程曲线的对比

Fig. 5 Comparison between predicted and measured results for time histories of pore pressure ratios

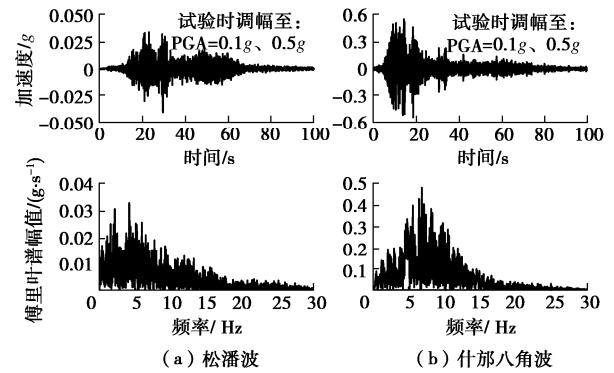


图 4 输入地震动

Fig. 4 Input motions

作用下, 模型结构侧边及结构底部(孔压计 W9、W10、W6 和 W7)测得的孔压比时程与数值模拟得到的孔压比时程。

其中, 图中灰色图层为地基土孔压比从快速发展至完全稳定的时间区间, 为数值模拟结果。可以看出, 对于不同频谱特性及强度的输入地震动, 数值模拟与试验得到的孔压比峰值均能基本吻合。PGA = 0.1g 的什邡波和松潘波作用下, 模型地基土的孔压比基本小于 0.4, 砂土尚未液化并拥有较高的强度; PGA = 0.5g 什邡波和松潘波作用下, 各测点的孔压比均达到 1 或

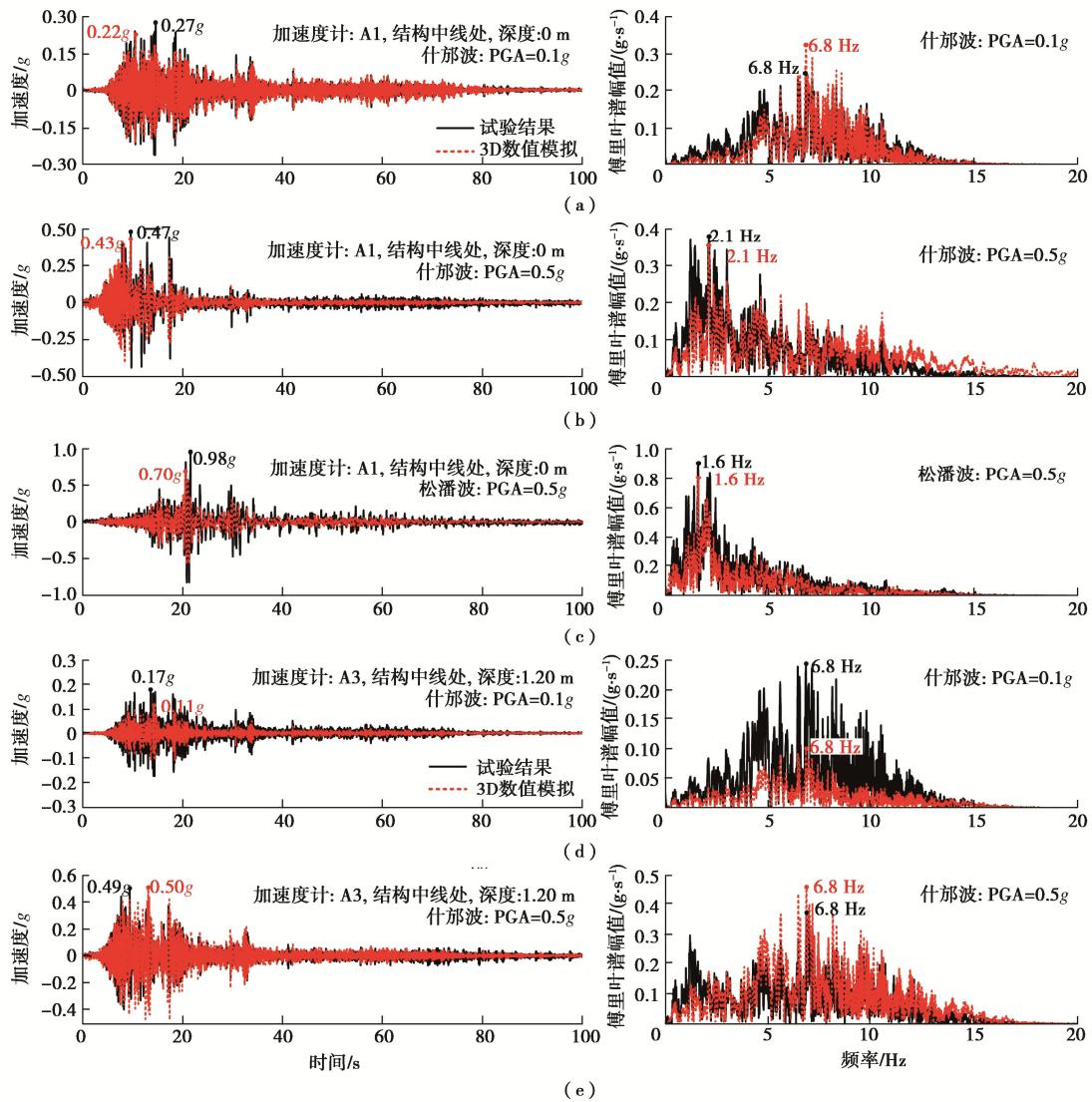


图 6 数值模拟与试验给出的土中加速度计 A1, A3 的加速度时程与 Fourier 谱的对比

Fig. 6 Comparison between predicted and measured results for time histories of acceleration and Fourier spectra for points A1 and A3 in model soil

接近 1, 砂土的液化程度较高。对比各测点的孔压比时程曲线可知, 数值模拟和试验得到的孔压比时程均有明显的门槛现象且出现时间也十分接近, 当输入地震动强度增强时该门槛值变小, 这与孔压增量模型中引入的门槛剪应变的意义一致。其中,  $PGA = 0.1g$  松潘波作用下, 试验给出的孔压比在快速发展后趋于平缓, 随后再次进入快速发展阶段, 数值模拟结果也较好地反映了该工况下孔压比的发展规律。 $PGA = 0.5g$  松潘波作用下, 孔压计 W6 处试验得到的孔压比时程存在明显的振荡反应, 使得试验得到的孔压比的发展时间较数值模拟得到的孔压比的发展时间更长。由于孔压在瞬时降低后迅速恢复, 而数值计算时采用的孔压增量模型主要描述了孔压比的累积过程, 但此阶段数值模拟得到的孔压比均无明显增长。此外, 由图 5 数值模拟得到的不同位置的孔压比时程可知(图中灰

色图层), 随着输入地震动峰值加速度的增大, 地基土孔压比突破门槛的时间更快, 土体完全液化所需的时间也更短。

#### 4.2 地基土加速度反对比

图 6 对比了数值模拟与试验给出的 A1 测点(模型结构中线的地表处)的加速度时程及其傅氏谱。

可以看出, 数值模拟得到的加速度反应的时程、幅值以及傅氏谱均与试验结果一致。加速度计 A1 处:  $PGA$  为  $0.1g$ ,  $0.5g$  什邡波作用下, 数值模拟和试验得到的峰值加速度分别相差  $16.6\%$ ,  $8.1\%$ ;  $PGA = 0.5g$  松潘波作用下, 峰值加速度相差  $28.7\%$ 。加速度计 A3 处:  $PGA$  为  $0.1g$ ,  $0.5g$  什邡波作用下, 数值模拟和试验得到的峰值加速度分别相差  $35.7\%$ ,  $1.8\%$ 。对比  $PGA$  为  $0.1g$ ,  $0.5g$  什邡波作用下加速度计 A1 处的 Fourier 谱可知, 随着输入地震动幅值的增大, 数值模拟和试

验得到的 Fourier 谱的高频成分不断衰减, 低频成分不断放大;  $PGA = 0.5g$  的两条波作用下, 主频均在 1.6~2.4 Hz。当地基发生液化时, 由输入地震动频谱差异引起的地表加速度反应的频域特性差异逐渐减小, 傅里叶谱谱形也趋于一致。加速度计 A3 处,  $PGA$  为  $0.1g$ ,  $0.5g$  的什邡波作用下, 数值模拟和试验得到的 Fourier 谱可知, 随着输入地震动幅值的增大, Fourier 谱除低频发育外, 高频成分仍较为丰富, 主频仍聚焦在 6.8 Hz。

为对比主、次观测面地基土动力反应的差异性, 图 7 给出了  $PGA$  为  $0.1g$ ,  $0.5g$  的什邡波、松潘波作用下数值模拟和试验的对比结果。其中, 峰值加速度放大系数随深度的变化关系分别选取主观测面 A4, A5, A6, A7 加速度计以及两个次观测面对应位置 A9, A11, A10, A12 加速度计。

由图 7 中各工况下振动台试验结果可知, 对于模型结构埋置深度以下的地基土, 主、次观测面的峰值加速度放大系数基本一致, 而在模型结构埋置区域至地表处, 主、次观测面峰值加速度放大系数的差异性较大。究其原因, 可能主要是由振动台模型试验的动力边界模拟不准确造成的。振动台试验采用的框架式叠状剪切箱虽削弱了边界上地震波的反射或散射效应, 仍无法消除模型箱对模型土-地下结构体系振动特性的影响<sup>[20-21]</sup>, 而数值模拟可以较好的模拟半无限场地中地下结构体系的地震反应, 因而所得主、次观测面峰值加速度放大系数随深度的变化规律亦一致。隧道深度之上黏土层表面峰值加速度反应, 试验与数值结果之间的差异较为显著。观察图 6 中模型土表层加速度时程, 发现数值计算峰值加速度发生时间位于砂土层孔压比到达峰值之后, 较之试验结果提前, 推测认为: 加速度计 A1, A3 位于模型土表层, 由于表面土层较软, 加速度计与土层之间发生较大的相对错动, 导致数值模拟结果和试验记录之间存在一定的差距。另外, 本文提出的弱耦合有效应力分析方法不能充分模拟表

层黏土循环刚度退化与超静孔隙水压力增长的耦合关系也是引起差距的一个方面<sup>[21]</sup>。对于表层黏土动力特性的模拟还需进一步的研究。就整体而言, 数值模拟和振动台试验得到的加速度时程和的傅氏谱吻合度较高, 表明数值模拟的效果较为理想。

### 4.3 地基土动力反应时频特性

地基土的加速度和孔压比反应, 存在较为密切的联系。由 Chen 等<sup>[15]</sup>开展的振动台试验结果显示, 地基土的加速度反应达到峰值时的时间几乎与孔压比峰值出现的时刻相近。以  $PGA = 0.5g$  什邡波和松潘波两个工况为例, 对数值模拟和试验给出的主观测面加速度计 A5 处的加速度时程进行时-频-能量变换, 与临近位置处孔压计 W2 的孔压比反应进行对比, 对比如图 8 所示。对于地震反应这一类典型的非平稳信号, HHT 变换可自适应的对其进行分解, 能更细致的表征动力反应的局部特征<sup>[22]</sup>。

由数值和试验给出的加速度反应的时-频-能量谱和孔压比时程关系可得: ①数值模拟和试验中, 瞬时能量最大值均出现在孔压比的快速发展阶段; ②在振动台试验中, 循环剪切作用下砂土的瞬时剪胀使得孔压出现振荡现象, 并伴随加速度反应瞬时能量及瞬时卓越频率(为某一时刻最大瞬时能量所对应的频率)的增加; ③在振动台试验中, 长持时大幅度的孔压消散也将引起瞬时卓越频率的增加; ④在数值模拟中,  $PGA = 0.5g$  松潘波作用下, 瞬时卓越频率随孔压的上升呈现明显的衰减特性。

此外, 对比数值模拟和试验给出加速度反应的时-频-能量谱可知,  $PGA = 0.5g$  什邡波作用下, 试验给出的能量最大值出现在约 10.5 s, 该时刻的瞬时卓越频率约为 6.2 Hz; 数值模拟得到的能量最大值出现在约 9.4 s, 该时刻的瞬时卓越频率约 5.9 Hz。在  $PGA = 0.5g$  松潘波作用下, 试验给出的能量最大值出现在约 22.0 s, 该时刻的瞬时卓越频率约为 2.4 Hz; 数值模拟得到的能量最大值显现在约 22.1 s, 该时刻的瞬时卓

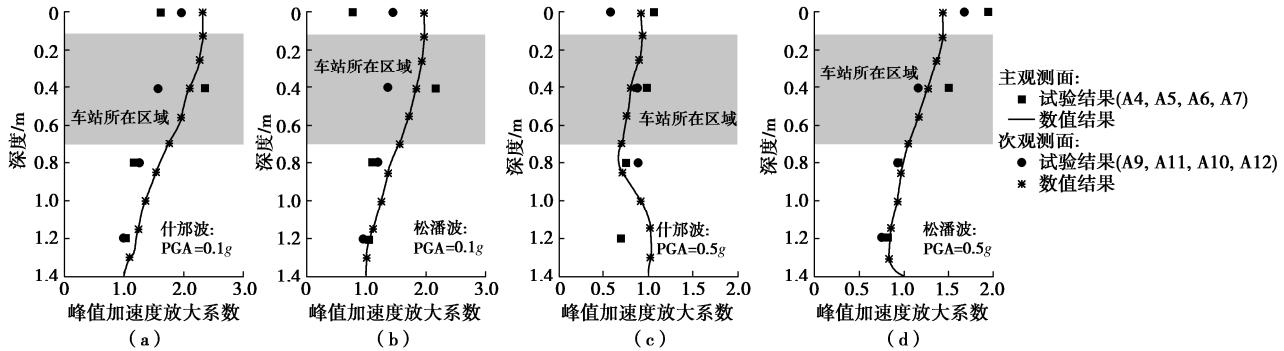


图 7 数值模拟与试验给出的土中峰值加速度放大系数随深度的变化关系

Fig. 7 Comparison between predicted and measured results for peak acceleration amplification factors with model soil depth

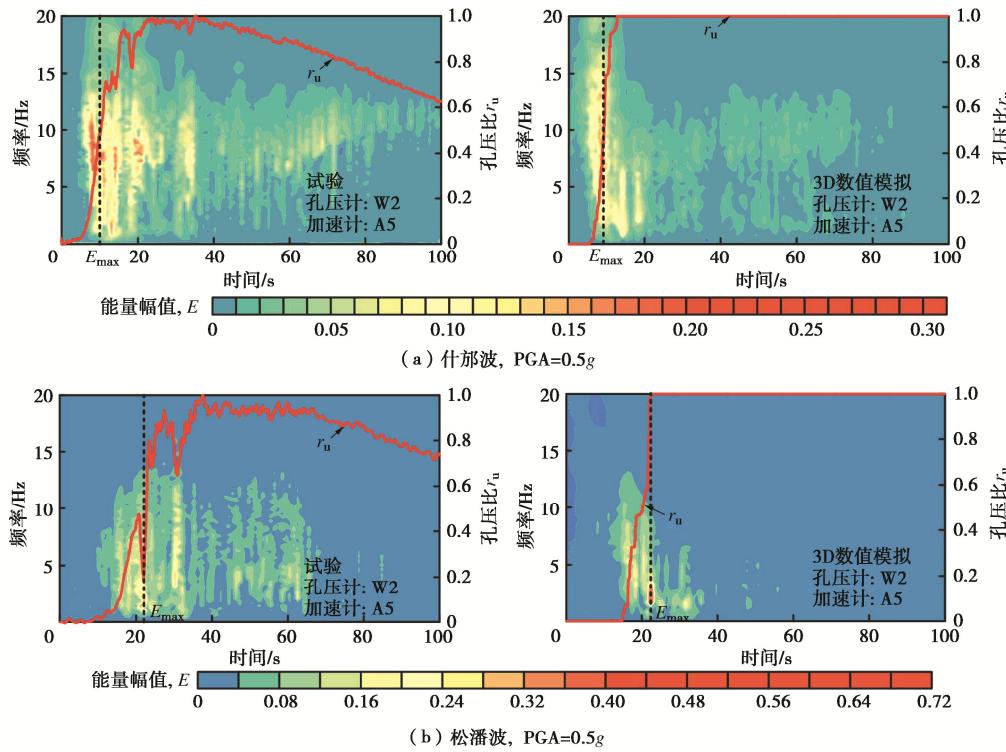


图 8 加速度反应的时-频-能量特性及与孔压比时域发展的相关性

Fig. 8 Relationship between time-frequency-energy spectra of accelerations and time histories of EPWP ratio of model soil

越频率约为 2.0 Hz。综上,循环剪切作用下,虽然砂土瞬时剪胀以及振动过程中的孔压消散对加速度幅值的时域发展特性及孔压消散段的瞬时卓越频率存在影响,但数值模拟得到的能量聚焦时刻以及该时刻对应的瞬时卓越频率与试验结果均接近,考虑残余孔压对动力反应影响的有效应力法能反映振动台试验中地基土动力反应的一些基本特征,可满足实际应用需求。

## 5 结 论

本文采用适宜于将一维应力-应变关系和孔压增量模型向三维空间扩展的等效剪应变算法及加卸载判据,考虑循环加载过程中土骨架循环刚度退化与超静孔隙水压增长的耦合关系,建立了三维土-地下结构动力相互作用分析的弱耦合有效应力法。针对已完成可液化场地三层三跨地铁车站结构振动台试验资料,开展了对应模型试验的三维数值模拟,有 3 点主要结论。

(1) 土的性状变化显著影响土-地下结构动力相互作用。本文提出的三维弱耦合有效应力法可以合理表征饱和砂土超静孔隙水压力上升和土骨架循环刚度退化对土-地下结构动力相互作用的影响规律。循环剪切作用下,土骨架瞬时剪胀以及振动过程中的超孔压消散对地基土加速度幅值的时域发展特性及孔压消散段的瞬时卓越频率存在一定影响,但数值模拟得到的能量聚焦时刻及该时刻对应的瞬时卓越频率与振动台试验结果均吻合较好。

(2) 土骨架有效应力水平显著影响超孔压比的发展规律,同一深度处模型结构底板下部的孔压比峰值小于远离模型结构地基土的孔压比峰值。在模型结构附加质量块后,模型结构下部土体的初始有效围压明显大于原有自由场处土体,造成模型结构下部地基土的孔压比发展较同深度处远离模型结构的地基土孔压比低。振动台试验不完备的密度相似比设计会造成原型与模型结构底部地基土的孔压比分布规律不同。

(3) 本文方法所需要的计算参数少且易于通过试验获取、计算效率高,在大型三维可液化场地土-地下结构相互作用分析中有较大的应用潜力。

## 参 考 文 献:

- [1] ZHUANG H Y, HU Z H, WANG X J, et al. Seismic responses of a large underground structure in liquefied soils by FEM numerical modelling[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015, **13**(12): 3645 - 3668.
- [2] ELGAMAL A, YANG Z H, PARRA E, et al. Modeling of cyclic mobility in saturated cohesionless soils[J]. International Journal of Plasticity, 2003, **19**(6): 883 - 905.
- [3] YANG Z H, ELGAMAL A, PARRA E. Computational model for cyclic mobility and associated shear deformation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(12): 1119 - 1127.
- [4] KHOSHNOUDIAN F, SHAHROUR I. Numerical analysis of the seismic behavior of tunnels constructed in liquefiable

- soils[J]. Soils and Foundations, 2002, **42**(6): 1 - 8.
- [5] BAO X H, XIA Z F, YE G L, et al. Numerical analysis on the seismic behavior of a large metro subway tunnel in liquefiable ground[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2017, **66**: 91 - 106.
- [6] 王刚, 张建民, 魏星. 可液化土层中地下车站的地震反应分析[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(10): 1623 - 1627. (WANG Gang, ZHANG Jian-min, WEI Xing. Seismic response analysis of a subway station in liquefiable soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(10): 1623 - 1627. (in Chinese))
- [7] 王睿, 张建民. 可液化地基中单桩基础的三维数值分析方法及应用[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(11): 1979 - 1985. (WANG Rui, ZHANG Jian-min. Three-dimensional elastic-plastic analysis method for piles in liquefiable ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(11): 1979 - 1985. (in Chinese))
- [8] TROPEANO G, CHIARADONNA A, D'ONOFRIO A, et al. A numerical model for non-linear coupled analysis of the seismic response of liquefiable soils[J]. Computers and Geotechnics, 2019, **105**: 211 - 227.
- [9] OLSON S M, MEI X, HASHASH Y M A. Nonlinear site response analysis with pore-water pressure generation for liquefaction triggering evaluation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2020, **146**(2): 04019128.
- [10] FINN L. Practical studies of the seismic response of a rockfill dam[J]. Buddhist Christian Studies, 1993, **24**: 89 - 100.
- [11] FINN W, YOGENDRAKUMAR M, YOSHIDA N. Comparative assessment of methods for dynamic effective stress analysis[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts. 1989, **8**: 330 - 339.
- [12] CHEN G X, WANG Y Z, ZHAO D F, et al. A new effective stress method for nonlinear site response analyses[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2021, **50**(6): 1595 - 1611.
- [13] 王彦臻, 赵丁凤, 陈国兴, 等. 一维场地地震反应非线性有效应力分析法及其验证[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(3): 502 - 510. (WANG Yan-zhen, ZHAO Ding-feng, CHEN Guo-xing, et al. A new nonlinear effective stress method for one-dimensional seismic site response analysis and its validation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, **43**(3): 502 - 510. (in Chinese))
- [14] CHEN G X, CHEN S, ZUO X, et al. Shaking-table tests and numerical simulations on a subway structure in soft soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2015, **76**: 13-28.
- [15] CHEN G X, CHEN S, QI C Z, et al. Shaking table tests on a three-arch type subway station structure in a liquefiable soil[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015, **13**(6): 1675 - 1701.
- [16] 王国波, 郝朋飞, 孙富学. 地铁车站结构端部效应影响范围研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(8): 1435 - 1445. (WANG Guo-bo, HAO Peng-fei, SUN Fu-xue. Spatial influence scope of end wall of metro station structures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(8): 1435 - 1445. (in Chinese))
- [17] 陈国兴, 左熹, 王志华, 等. 可液化场地地铁车站结构地震破坏特性振动台试验研究[J]. 建筑结构学报, 2012, **33**(1): 128 - 137. (CHEN Guo-xing, ZUO Xi, WANG Zhi-hua, et al. Shaking table test on seismic failure characteristics of subway station structure at liquefiable ground[J]. Journal of Building Structures, 2012, **33**(1): 128 - 137. (in Chinese))
- [18] CHEN G X, ZHAO D F, CHEN W Y, et al. Excess pore-water pressure generation in cyclic undrained testing[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2019, **145**(7): 04019022.
- [19] DSSC. Abaqus/Standard User's Manual, ABAQUS 6.10 Documentation [CP/DK]. Providence, Rhode Island, 2010.
- [20] 陈国兴, 王志华, 左熹, 等. 振动台试验叠层剪切型土箱的研制[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(1): 89 - 97. (CHEN Guo-xing, WANG Zhi-hua, ZUO Xi, et al. Development of laminar shear soil container for shaking table tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(1): 89 - 97. (in Chinese))
- [21] 王军, 蔡袁强, 李校兵. 循环荷载作用下超固结软黏土软化-孔压模型研究[J]. 岩土力学, 2008, **29**(12): 3217 - 3222. (WANG Jun, CAI Yuan-qiang, LI Xiao-bing. Cyclic softening-pore pressure generation model for overconsolidated clay under cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(12): 3217 - 3222. (in Chinese))
- [22] 邱贤阳, 史秀志, 周健, 等. 基于HHT能量谱的高精度雷管短微差爆破降振效果分析[J]. 爆炸与冲击, 2017, **37**(1): 107 - 113. (QIU Xian-yang, SHI Xiu-zhi, ZHOU Jian, et al. On vibration reduction effect of short millisecond blasting by high-precision detonator based on HHT energy spectrum[J]. Explosion and Shock Waves, 2017, **37**(1): 107 - 113. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205010

# 不同中主应力系数和负温条件下冻结砂土真三轴 试验研究

马芹永<sup>1,2,3</sup>, 黄坤<sup>\*1,2,3</sup>, 马冬冬<sup>1,2,3</sup>, 姚兆明<sup>1,2,3</sup>, 周兆曦<sup>1,2,3</sup>

(1. 安徽理工大学省部共建深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室, 安徽 淮南 232001; 2. 安徽理工大学矿山地下工程教育部工程研究中心,  
安徽 淮南 232001; 3. 安徽理工大学土木建筑工程学院, 安徽 淮南 232001)

**摘要:** 为研究冻土在复杂应力路径下的力学性质, 利用自主研发的冻土真三轴仪, 研究了温度和中主应力系数  $b_f$  对冻结砂土强度和变形特性的影响。试验结果表明: 不同试验条件下的偏应力 - 大主应变曲线均表现出应变硬化的特性。当  $0 \leq b_f \leq 0.5$  时, 破坏强度随  $b_f$  的增加而增加, 当  $b_f$  从 0.5 增长到 1 时, 破坏强度表现出降低的趋势, 且  $b_f > 0$  时的强度均大于  $b_f = 0$  的强度。强度随着温度降低呈现出线性增长规律。随着  $b_f$  的增加, 中主应力方向上的变形由膨胀向收缩转变; 小主应力方向始终产生膨胀变形, 且变形速率加快; 体应变均表现出先剪缩后剪胀的特性。应力水平在 30%~95% 区间内的试验点适用于计算 Duncan-Chang 模型参数。

**关键词:** 真三轴; 冻结砂土; 中主应力系数; 力学特性; Duncan-Chang 模型

中图分类号: TU41 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0870-09

作者简介: 马芹永(1964—), 男, 教授, 博士, 主要从事冻土力学与工程方面的研究。E-mail: qymaah@126.com。

## True triaxial tests on frozen sandy soil under different intermediate principal stress coefficients and negative temperatures

MA Qin-yong<sup>1, 2, 3</sup>, HUANG Kun<sup>1, 2, 3</sup>, MA Dong-dong<sup>1, 2, 3</sup>, YAO Zhao-ming<sup>1, 2, 3</sup>, ZHOU Zhao-xi<sup>1, 2, 3</sup>

(1. State Key Laboratory of Mining Response and Disaster Prevention and Control in Deep Coal Mine, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. Engineering Research Center of Underground Mine Construction, Ministry of Education, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 3 School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

**Abstract:** To study the mechanical properties of frozen soil under complex stress paths, the effects of negative temperature and intermediate principal stress coefficient ( $b_f$ ) on the strength and deformation characteristics of frozen sandy soil are studied by using the self-developed true triaxial apparatus. The test results show that the stress-strain relationship under different  $b_f$  values exhibits strain hardening characteristics under three dimensional stress states. The failure strength increases with  $b_f$  increasing from 0 to 0.5 and then decreases when  $b_f$  is in the range of 0.5~1. However, the values are still greater than those under the axial-symmetric stress state ( $b_f = 0$ ). The strength increases linearly with the decline of the negative temperature. With the increase in  $b_f$ , the deformation in the direction of the intermediate principal stress changes from dilative to compressive and that in the direction of the minor principal stress remains dilative throughout. All the volumetric strain curves demonstrate the characteristics of shear shrinkage first and then dilatancy. The test points in the range of 30%~95% stress level are suitable for calculating the Duncan-Chang model parameters.

**Key words:** true triaxial test; frozen sandy soil; intermediate principal stress coefficient; mechanical property; Duncan-Chang model

## 0 引言

冻土是一种温度低于 0℃且含有冰的土岩, 在中国分布广泛, 其中多年冻土和季节性冻土分布面积分别占国土面积的 21.5% 和 53.5%<sup>[1]</sup>。随着人类活动空间的扩展和对资源需求的增加, 以青藏公路、青藏铁路、

中俄输油管线等为代表的寒区重要工程建设如火如荼

基金项目: 国家自然科学基金项目(50874003); 安徽省自然科学基金项目(青年项目)(1908085QE212)

收稿日期: 2021-06-22

\*通信作者(E-mail: kunhuangah@126.com)

地开展<sup>[2-4]</sup>。了解和掌握冻土在复杂应力状态的力学性质, 对冻土区工程的设计、施工和安全运行具有重要的理论和工程意义<sup>[5]</sup>。众多学者借助常规三轴试验系统研究了温度<sup>[6]</sup>、土质<sup>[7]</sup>、含水(冰)量<sup>[8]</sup>、应变率<sup>[9]</sup>以及应力路径<sup>[10]</sup>等因素对冻土力学性质的影响, 并取得丰硕的成果。然而常规三轴试验系统只能施加轴向和环向两个方向的主应力, 主要反映冻土在轴对称应力状态下的强度和变形特性, 不能体现中主应力的影响, 因此不能够还原冻土在实际三维复杂应力状态下的力学性能<sup>[11]</sup>。

大量理论和试验表明, 中主应力对材料的力学特性影响显著<sup>[12-13]</sup>。为深入研究中主应力对岩土材料力学性能的影响, 许多学者借助真三轴试验系统, 对常規土开展了一系列等小主应力  $\sigma_3$  等中主应力系数  $b_f$  试验。随着  $b_f$  的改变, 岩土材料的强度呈现出不同的变化规律。李滨等<sup>[14]</sup>和潘家军等<sup>[15]</sup>研究发现,  $Q_3$  砂黄土和粗粒土的强度均随着  $b_f$  的增长而增长; 而张敏等<sup>[16]</sup>发现砂土的强度随着  $b_f$  的增长呈现出下降的趋势。扈萍等<sup>[17]</sup>对粉细砂的研究表明, 当  $0 \leq b_f \leq 0.5$  时, 强度随着  $b_f$  的增长而增长; 当  $b_f$  增加到 0.75 时, 强度有所下降; 当  $b_f$  为 1 时, 强度又略有提升, 但仍小于  $b_f=0.5$  时的强度。通过分析刘俊新等<sup>[18]</sup>对西南红层泥岩压实粉碎黏土的试验结果发现, 随着  $b_f$  的增长, 其强度表现出先增长后下降的变化规律, 当  $b_f=0.5$  或  $b_f=0.75$  时强度最大。相较于强度随  $b_f$  变化的规律, 各主应力方向的变形规律较为统一, 小主应力方向上均产生膨胀变形, 且随着  $b_f$  的增长, 变形速率显著增加; 当  $b_f$  从 0 增长到 1 时, 中主应力方向的变形由膨胀状态向收缩状态转变<sup>[19-20]</sup>。以上研究结果表明,  $b_f$  对岩土材料的强度和变形特性具有显著影响, 且呈现出不同的变化规律。

然而研究  $b_f$  对冻土力学特性影响较少, 因此有必要研究冻土在复杂应力路径下的强度和变形特性。陈敦等<sup>[21]</sup>借助冻土空心圆柱仪研究  $b_f$  对冻结黏土力学特性的影响, 结果表明随着  $b_f$  的增加, 冻结黏土的轴向强度逐渐降低, 但对剪切强度影响不大; 雷乐乐等<sup>[22]</sup>也发现类似的规律。麻世垄等<sup>[23]</sup>以冻结标准砂为研究对象, 利用冻土真三轴仪开展了等  $\sigma_3$  等  $b_f$  试验, 试验结果表明强度随着  $b_f$  的变化单调递增。然而上述研究并未系统分析  $b_f$  对各主应变及体应变影响, 因此有必要进一步探索冻土在真三轴应力状态下的强度和变形规律。

本文采用自主研制的冻土真三轴仪, 开展了不同温度下的等  $\sigma_3$  等  $b_f$  试验, 分析了  $b_f$  对冻结砂土的强度和变形特性的影响, 通过改进 Duncan-Chang 模型

参数的取值方法, 以预测冻结砂土在真三轴应力状态的应力应变关系。

## 1 真三轴试验

### 1.1 冻土真三轴仪

冻土真三轴仪主要由温度控制系统, 液压伺服加载系统和数字控制系统组成。该试验机一端为固定端, 其余 5 个方向均可以独立控制, 能够实现冻土在复杂应力路径下力学性能试验, 如图 1 所示。荷载传感器和位移传感器测量精度分别为 1 N 和 0.01 mm, 可较准确测量试样各方向的数据。低温加载箱和加载方式如图 2 所示。加载箱的内部尺寸为 500 mm×500 mm×500 mm, 温度范围控制在 -40~+40℃, 低温系统采用二级压缩双机组进行制冷; 加热及热补偿系统采用电阻丝通电加热方式。箱体温度波动度为 ±0.5℃, 控温精度为 0.1℃。压力机采用刚性加载, 加载版采用内错法放置, 试样完全被其覆盖。当试样在外荷载作用下产生变形时, 各加载板同步移动, 可有效的减少各加载板之间的相互干扰。

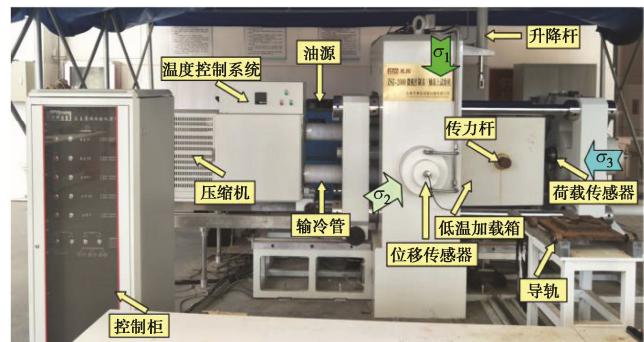


图 1 冻土真三轴试验系统

Fig. 1 True triaxial apparatus for frozen soil

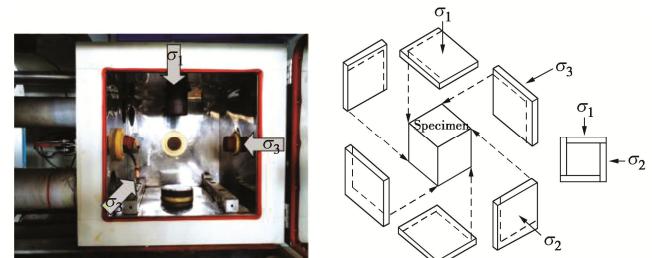


图 2 低温加载箱及加载方式

Fig. 2 Negative temperature box and loading method

### 1.2 试样制备

试验所用砂土取自某煤矿立井冻结壁, 取样深度为 -457 m, 原状含水率为 12.4%。依据土工试验标准 (GB/T 50123—2019) 将扰动后的冻结砂土进行烘干, 破碎, 过 2 mm 筛, 粒径分布如表 1 所示。图 3 为试验土样的 X 射线衍射试验 (XRD) 结果, 土

表 1 砂土粒径分布

Table 1 Particle-size distribution of sandy soils

| 颗粒尺寸/mm | 0~0.075 | 0.075~0.1 | 0.1~0.25 | 0.25~0.5 | 0.5~1.0 | 1.0~2.0 |
|---------|---------|-----------|----------|----------|---------|---------|
| 百分比/%   | 18.82   | 15.72     | 25.07    | 14.69    | 7.52    | 18.18   |

表 2 砂土矿物成份

Table 2 Mineral composition of sandy soil

| 氧化物  | SiO <sub>2</sub> | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | CaO   | Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | K <sub>2</sub> O | TiO <sub>2</sub> | MgO  | Na <sub>2</sub> O | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | SO <sub>3</sub> | 其他   |
|------|------------------|--------------------------------|-------|--------------------------------|------------------|------------------|------|-------------------|-------------------------------|-----------------|------|
| 含量/% | 54.28            | 19.53                          | 11.92 | 8.12                           | 2.20             | 1.68             | 0.96 | 0.47              | 0.37                          | 0.11            | 0.36 |
| 单质   | O                | Si                             | Al    | Ca                             | Fe               | K                | Ti   | Mg                | Na                            | P               | 其他   |
| 含量/% | 45.84            | 25.37                          | 10.34 | 8.52                           | 5.74             | 1.83             | 1.01 | 0.58              | 0.35                          | 0.16            | 0.26 |

样中主要晶体为 SiO<sub>2</sub>, 通过 X 射线荧光光谱分析 (XRF) 检测试验砂土具体成份, 如表 2 所示。依据原状土含水率, 首先称取适量的干土和水拌和均匀后放入保湿皿中浸润 24 h, 然后将湿土放入内部尺寸为 100 mm×100 mm×100 mm 模具中分层击实。在制作试样之前, 彻底清洗模具, 并在模具表面涂上一层凡士林。然后连同模具, 将其放入-20℃的低温箱冻结 1 h 再后脱模。脱模后包裹一层保鲜膜, 以减少在冻结过程中试样水分散失。接着将土样放置在-20℃的低温箱中冻结 24 h, 最后放置在目标温度的低温箱继续冻结 24 h。

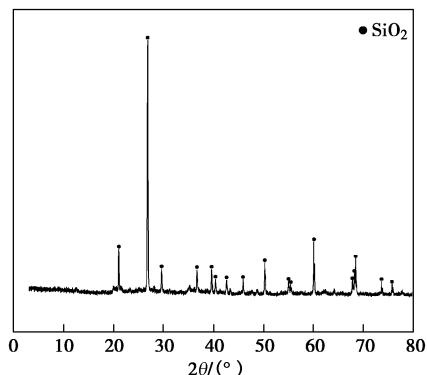


图 3 土样 XRD 分析

Fig. 3 XRD of sandy soil

### 1.3 加载方法

试验开始前将低温加载箱设置成目标温度, 预冷 2 h 后, 然后将安装好的试样放入低温箱内继续冻结 6 h。为减少试验过程板与板以及板与试样之间的摩擦力, 在试样表面的保鲜膜和加载板上均匀涂抹一层凡士林。试验采用应力控制, 首先以 10 N/s 的加载速度将 3 个主应力同步加载至小主应力数值, 并固结 30 min; 维持小主应力恒定, 等比例加载中主应力和大主应力, 直至试样达到破坏状态 ( $\varepsilon_1=15\%$ ), 在加载过程中大主应力保持 10 N/s 的加载速度不变。本文主要研究在不同负温条件下, 中主应力系数对冻结砂土

强度和变形特性的影响。中主应力系数  $b_f$  为

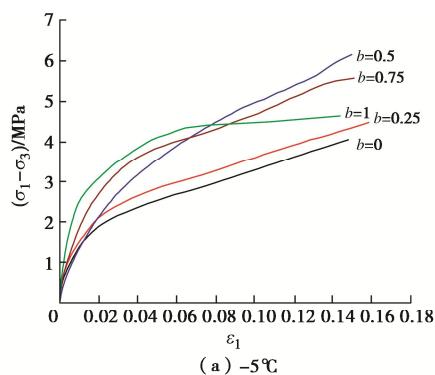
$$b_f = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} \quad . \quad (1)$$

式中,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  分别为大主应力、中主应力和小主应力。

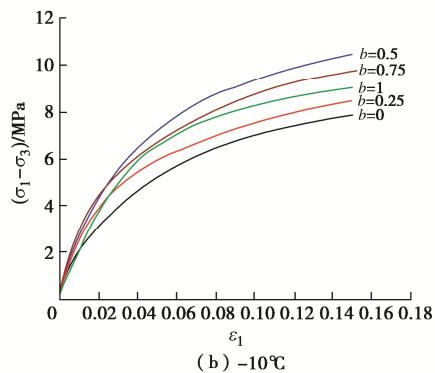
## 2 试验结果与分析

### 2.1 偏应力和大主应变的关系

偏应力 - 大主应变曲线能够综合反映冻结砂土在荷载作用下的强度和变形特性。从图 4 可以发现, 不同试验条件下的偏应力 - 大主应变曲线均呈现出应变硬化特性。当试样处于真三轴应力状态 ( $b_f>0$ ) 时, 破坏强度和曲线的斜率均大于常规三轴应力状态 ( $b_f=0$ ), 这表明中主应力会提升冻土抵抗破坏和变形的能力, 常规三轴的试验结果并不能真正反映冻土的力学特性。



(a) -5℃



(b) -10℃

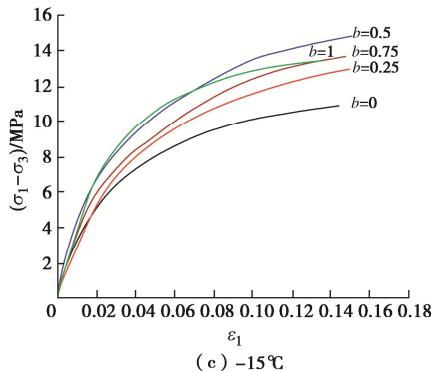


图4 大主应变与偏应力的关系

Fig. 4 Relationship between  $\varepsilon_1$  and  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\text{MPa}$  of frozen sandy soil

## 2.2 中主应变和大主应变的关系

由试验结果可知, 在不同温度下, 主应变之间的关系随中主应力系数的增加, 表现出相同的变化趋势, 选取-5℃的数据进行分析。图5反映了大主应变-中主应变关系随 $b_f$ 变化的规律。当 $b_f=0$ 和 $b_f=0.25$ 时, 中主应变为负值即处于膨胀状态; 当 $b_f=0$ 时, 试样处于常规三轴应力状态, 中主应力方向上的变形快速膨胀且速率较快, 试样抵抗变形的能力较弱; 当 $b_f=0.25$ 时, 变形速率显著降低; 当 $b_f=0.5$ 时, 中主应变略大于零, 近似保持恒定。当 $b_f=0.75$ 和 $b_f=1$ 时, 中主应变为正值, 表现为收缩变形, 且随着 $b_f$ 的增加试样的变形速率显著增大。随着 $b_f$ 增加, 中主应力的约束作用逐渐增强, 因此表现出中主应力方向上的变形由膨胀向收缩转变。

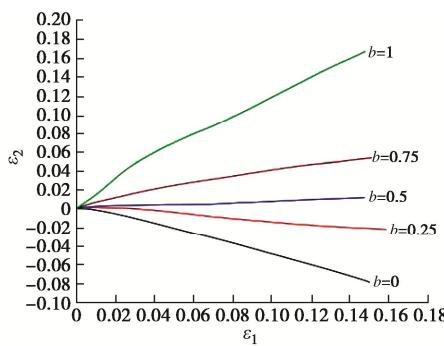


图5 大主应变与中主应变的关系

Fig. 5 Relationship between  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$  of frozen sandy soil

## 2.3 小主应变和大主应变的关系

图6为大主应变与小主应变之间的关系, 由图可知, 小主应变均为负值, 表明试样在小主应力方向均发生膨胀变形。大主应变和小主应变曲线大致呈线性分布, 曲线斜率随 $b_f$ 的增加而增加。这表明, 在相同的大主应变下,  $b_f$ 值越大, 小主应变的绝对值越大, 即冻土试样在小主应力方向越容易产生膨胀变形。由于采用应力控制, 大主应力和中主应力随着加载时间

的增加而增大, 对这两个方向上的挤压作用越强; 而小主应力维持恒定, 不能有效约束该方向的位移, 从而产生较大的膨胀变形。

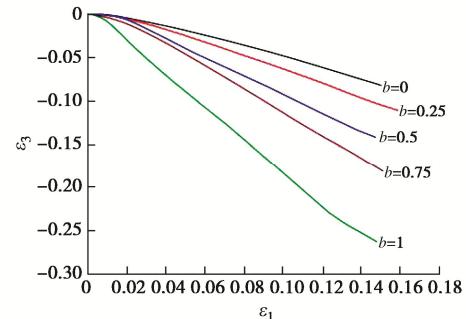


图6 大主应变与小主应变的关系

Fig. 6 Relationship between  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_2$  of frozen sandy soil

图5,6综合反映了中主应变与小主应变和大主应变之间的关系, 当 $b_f < 0.5$ 时, 中主应变为负值, 当 $b_f > 0.5$ 时, 中主应变为正值; 小主应变始终小于零。最小耗能原理能够合理解释上述试验现象, 物体的变形总是朝着消耗能量最小的方向进行, 也就是变形最容易的方向进行。当中主应力与小主应力差距较小时( $0 \leq b_f \leq 0.25$ ), 在加载过程中, 中主应力方向和小主应力方向上发生膨胀变形; 随着中主应力的进一步增加( $0.5 \leq b_f \leq 1$ ), 对中主应力方向的约束增强, 从而产生收缩变形; 相比之下, 小主应力方向的约束较小, 更容易产生膨胀变形。

## 2.4 体应变和大主应变的关系

体应变能够反映出试样的变形特性, 通过图7可看出 $b_f$ 对体应变的影响, 图中正值为剪缩, 负值为剪胀。在不同试验条件下, 冻结砂土的体应变均呈现出先剪缩后剪胀的特性。在初始加载阶段, 冻土内部含有孔隙, 在外荷载的作用下逐渐闭合, 内部颗粒之间的接触更加紧密。随着荷载的增加, 试样所承受的剪应力越来越大, 导致部分冰颗粒和较大砂土颗粒被压碎从而呈现出剪胀的特性。可以看出 $b_f$ 值越大, 试样的峰值体应变越大。在相同时间内, 随着 $b_f$ 值的增加, 增强了对冻土的压缩程度。随着荷载增加, 试样承受的剪应力逐渐增加, 特别是当 $b_f$ 值较高时, 小主应力方向的更容易产生膨胀变形且变形量较大, 内部产生大量不可逆的裂纹, 因而表现出剪胀的特性。

图4~7中所述的应变均为工程应变( $\varepsilon = \Delta l/l_0$ ), 然而试样在进入屈服状态时, 实际的应变即真应变 $\varepsilon_t$ 与工程应变有较大差异。真应变与工程应变的关系为

$$\varepsilon_t = \ln(1+\varepsilon) \quad . \quad (2)$$

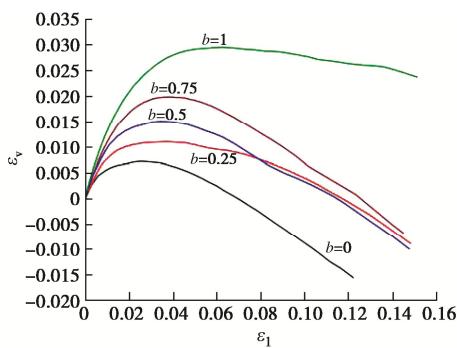


图 7 大主应变与体应变的关系

Fig. 7 Relationship between  $\varepsilon_1$  and  $\varepsilon_v$  of frozen sandy soil

在不同温度下, 真应变和工程应变随中主应力系数的增加表现出相同的变化趋势。从图 8 可以看出, 真应变和工程应变的变化趋势相同。对中主应变而言,

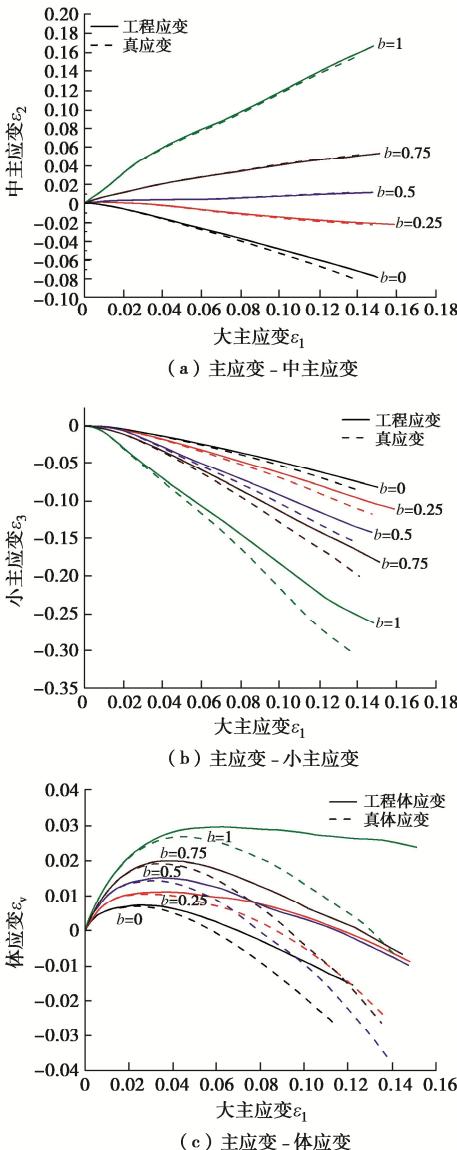
图 8 对比分析中主应力系数对工程应变和真应变的影响  
(-5°C)

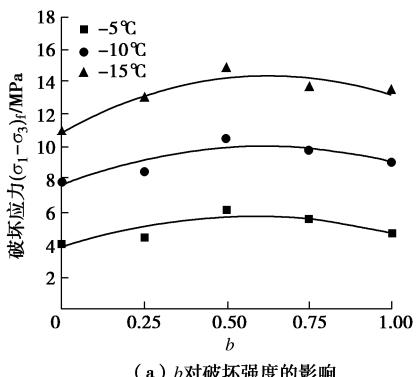
Fig. 8 Comparative analysis of effect of intermediate principal stress coefficient on engineering strain and true strain (-5°C)

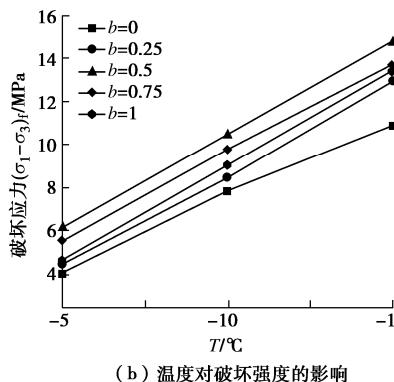
当中主应力系数较小时 ( $b_f$  为 0, 0.25), 真应变的绝对值要大于工程应变; 当中主应力系数较大时 ( $b_f$  为 0.5, 0.75, 1), 真应变略小于工程应变。对于小主应变而言, 真应变的绝对值均比工程应变的绝对值大, 且二者之间的差异随着  $b_f$  的增加而增加。不难发现, 当试样发生膨胀变形时, 真应变的绝对值比工程应变的绝对值要大, 当试样发生收缩变形时, 真应变的绝对值比工程应变的绝对值略小。从图 8(c) 可以看出, 工程体应变与真体应变均随着中主应力系数的增加而增加。在加载初期, 冻土试样处于弹性阶段, 工程体应变和真体应变几乎重合; 但随着荷载的进一步增加, 试样处于屈服阶段, 其内部产生大量裂纹, 导致工程体应变和真体应变的差异逐渐增大。

## 2.5 强度变化规律

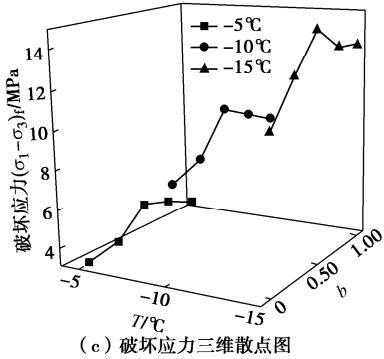
图 9 反映了  $b_f$  和温度对冻结砂土强度的影响规律。从图 9(a) 可知, 在不同温度下, 强度随  $b_f$  的增加均呈现出先升高后降低的趋势, 当  $b_f=0.5$  时强度最大, 表现出明显的区间性。

从大主应变、中主应变和小主应变的关系来看, 当  $b_f$  值较小时, 随着  $b_f$  值的增加, 抑制了中主应力方向上的变形, 有效的限制了偏离中主应力方向裂纹的扩展<sup>[24]</sup>, 从而增强了冻结砂土的强度; 同时中主应力会在冻结砂土试样中产生沿小主应力方向的局部张应力, 但  $b_f$  值较小, 它产生的局部张应力对冻结砂土最终破坏所起的作用较小, 此时增强效应占主导<sup>[25]</sup>。当  $b_f$  值进一步增长,  $b_f$  值的增加使小主应变方向的膨胀变形加剧, 此时减弱效应占主导; Kong 等<sup>[24]</sup>研究表明中主应力与小主应力差值 ( $\sigma_2 - \sigma_3$ ) 的增加促进试样内部裂纹扩展, 降低试样强度。此外, 不同  $b_f$  值对应于不同的试验,  $b_f=0.5$  和  $b_f=1$  时分别对应于简单剪切试验和三轴拉伸试验。试样抗剪能力由冰的强度、土骨架的强度以及冰与矿物颗粒间黏聚力共同决定<sup>[26]</sup>。而当  $b_f=1$  时, 试样处于拉伸状态; 在拉应力作用下, 冰与矿物颗粒间的黏聚力是影响冻土抗拉强度的主要因素, 同时气孔的应力集中作用, 使裂纹迅速扩展, 因此冻结砂土的强度有所降低<sup>[27]</sup>。





(b) 温度对破坏强度的影响



(c) 破坏应力三维散点图

图 9  $b$  和温度对冻结砂土强度影响Fig. 9 Effects of  $b$  and temperature on strength of frozen sandy soil

当  $b_f$  值相同时, 试样的强度随温度的降低线性增长。这主要是由于冻结温度的降低, 减少了冻土内部的未冻水含量, 冻土内部含冰量增长; 同时冰的黏聚力提高, 土颗粒和冰之间的胶结力增强, 宏观上表现出冻土试样强度随温度的降低而增大。

## 2.6 Duncan-Chang 模型

由图 4 可知, 不同试验条件下的偏应力-大主应变曲线均表现出应变硬化的特性, 大致符合双曲线关系。Duncan-Chang 模型以广义胡克定律为基础, 因其形式简单, 参数少, 易于确定而得到广泛应用。因此本文采用该模型来预测冻结砂土在真三轴应力状态下的应力应变关系。模型的数学表达式为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{\lambda + \nu \varepsilon_1} , \quad (3)$$

式中,  $\lambda$ ,  $\nu$  为拟合参数。

通过坐标变换, 式(3)可改写为

$$\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} = \lambda + \nu \varepsilon_1 , \quad (4)$$

$$s = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} . \quad (5)$$

式中,  $s$  为应力水平。

根据《GB/T50123—2019 土工试验方法标准》, 参数  $\lambda$ ,  $\nu$  分别应力水平  $s=70\%$  和  $s=95\%$  两点的连线的截距和斜率。根据宋东等<sup>[28]</sup>研究表明, 在  $70\% \sim 95\%$

应力范围内拟合较好, 但是在初始阶段与试验偏差较大, 且破坏应力比波动较大, 不能全面反映出冻土材料在荷载作用下的强度与变形关系。

结合冻结砂土试验的应力应变曲线的特点, 为提高模型参数的客观性和精确度, 选取  $30\% \sim 95\%$ ,  $40\% \sim 95\%$ ,  $50\% \sim 95\%$ ,  $60\% \sim 95\%$ ,  $70\% \sim 95\%$ ,  $0\% \sim 100\%$  应力水平内的试验点分别计算模型参数, 并将其代入式(3)计算出理论值。通过对理论值和试验值, 选取拟合度较高的曲线, 从而确定合适的试验段。图 10 为不同试验段的理论值与试验结果的对比图。

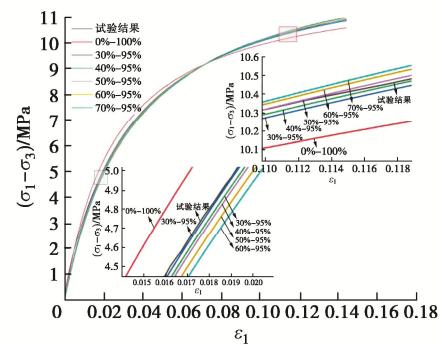


图 10 分段拟合计算结果

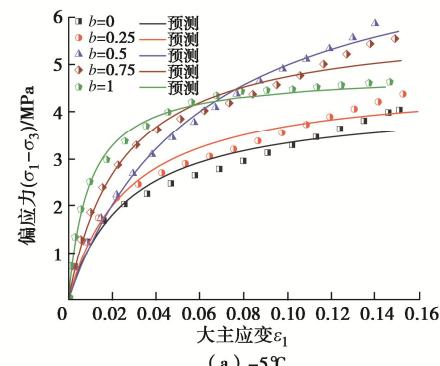
Fig. 10 Calculated results of piecewise fitting

可以看出采用全部点进行参数计算的结果与试验值偏差较大, 这是可能是由于在初始和接近破坏的阶段偏应力-大主应变曲线并不是完全符合双曲线形状造成的<sup>[29]</sup>。在变形前期,  $30\% \sim 95\%$  的计算结果与试验值最接近, 而在后期试验结果介于  $50\% \sim 95\%$  和  $40\% \sim 95\%$  结果之间。为直观判断较优分段区间, 采用累计平方误差  $\delta^2$  进行判定,

$$\delta^2 = \sum_i^n \left[ (\sigma_1 - \sigma_3)_i^{\text{pre}} - (\sigma_1 - \sigma_3)_i^{\text{test}} \right]^2 , \quad (6)$$

式中,  $(\sigma_1 - \sigma_3)_i$ ,  $(\sigma_1 - \sigma_3)_n$  为各分段区间的起始点的偏应力 (MPa)。

当选取  $30\% \sim 95\%$  内的点进行参数计算时, 累计平方误差最小。试验结果与理论结果的对比值, 如图 11 所示。计算参数详见表 3。



(a) -5°C

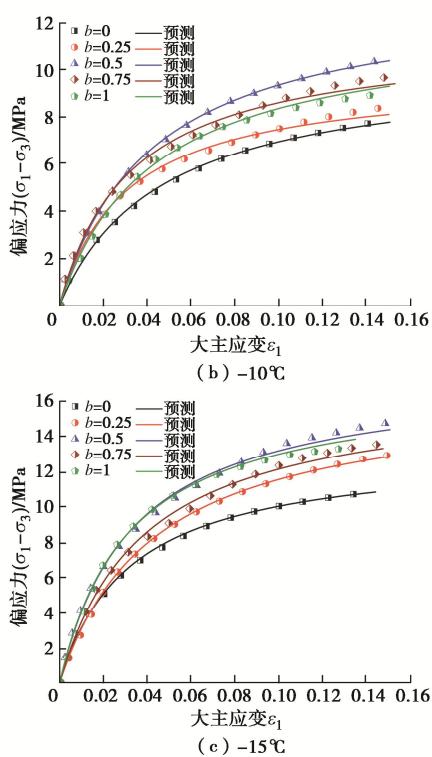


图 11 试验值与理论值对比

Fig. 11 Comparison between experimental and theoretical values

表 3 不同试验条件下的理论参数

Table 3 Theoretical parameters under different test conditions

| 温度/°C | $b$  | $\lambda$ | $\nu$  |
|-------|------|-----------|--------|
| $-5$  | 0    | 0.0063    | 0.2359 |
|       | 0.25 | 0.0057    | 0.2135 |
|       | 0.50 | 0.0073    | 0.1268 |
|       | 0.75 | 0.0041    | 0.1700 |
|       | 1.00 | 0.0049    | 0.2076 |
| $-10$ | 0    | 0.0046    | 0.0983 |
|       | 0.25 | 0.0032    | 0.1025 |
|       | 0.50 | 0.0032    | 0.0756 |
|       | 0.75 | 0.0029    | 0.0878 |
|       | 1.00 | 0.0036    | 0.0837 |
| $-15$ | 0    | 0.0024    | 0.0755 |
|       | 0.25 | 0.0026    | 0.0605 |
|       | 0.50 | 0.0019    | 0.0569 |
|       | 0.75 | 0.0023    | 0.0597 |
|       | 1    | 0.0018    | 0.0586 |

### 3 结 论

(1) 不同试验条件下的应力应变曲线均呈现出应变硬化的特性, 试样处于真三轴应力状态 ( $b_f > 0$ ) 时, 曲线的斜率和破坏强度均大于轴对称应力状态 ( $b_f = 0$ ), 中主应力能够提升冻结砂土抵抗破坏和变形的能力。

(2) 对于中主应变和小主应变而言, 真应变和工程应变随中主应力系数的增加均表现出相同的变化趋

势。当试样发生膨胀变形时, 真应变的绝对值比工程应变的绝对值要大, 当冻结砂土发生收缩变形时, 真应变的绝对值比工程应变的绝对值略小。在变形初期, 真体应变和工程体应变几乎重合, 当试样进入屈服状态时, 二者表现出明显的差异, 真体应变的剪胀程度显著增加。

(3) 当中应力系数  $b_f = 0$  和 0.25 时, 中主应力方向上的变形处于膨胀状态; 当  $b_f = 0.5$  时, 中主应变略大于 0, 且保持恒定; 当  $b_f$  为 0.75, 1 时, 中主应力方向上的变形处于收缩状态。小主应力方向始终发生膨胀变形, 随着  $b_f$  的增加, 变形速率显著提升; 体应变均表现为先剪缩后剪胀的特性, 且剪缩程度增大。

(4) 冻结砂土试样的强度明显依赖于温度, 强度随温度降低呈线性规律变化; 随着  $b_f$  的增长, 强度表现出先增长后降低的试验趋势,  $b_f = 0.5$  时强度最大。不同的应力水平区间对 Duncan-Chang 模型参数的取值影响较大, 选取 30%~95% 应力水平试验点计算得到的参数精度较高, 能够较好的反映冻结砂土在真三轴应力状态下强度和变形规律。

### 参考文献:

- [1] 马芹永. 人工冻结法的理论与施工技术[M]. 北京: 人民交通出版社, 2007. (MA Qin-yong. Theory and Construction Technology of Artificial Freezing Method[M]. Beijing: China Communications Press, 2007. (in Chinese))
- [2] 马芹永. 冻土爆破性与可钻性试验及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007. (MA Qin-yong. Explosion and Drillability Test of Frozen Soil and its Application[M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese))
- [3] WANG F, LI G Y, MA W, et al. Pipeline-permafrost interaction monitoring system along the China-Russia crude oil pipeline[J]. Engineering Geology, 2019, 254: 113 – 125.
- [4] 蔡汉成, 李 勇, 杨永鹏, 等. 青藏铁路沿线多年冻土区气温和多年冻土变化特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(7): 1434 – 1444. (CAI Han-cheng, LI Yong, YANG Yong-peng, et al. Variation of temperature and permafrost along Qinghai—Tibet railway[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, 35(7): 1434 – 1444. (in Chinese))
- [5] 李 鑫, 刘恩龙, 侯 丰. 考虑温度影响的冻土蠕变本构模型[J]. 岩土力学, 2019, 40(2): 624 – 631. (LI Xin, LIU En-long, HOU Feng. A creep constitutive model for frozen soils considering the influence of temperature[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(2): 624 – 631. (in Chinese))
- [6] 孙义强, 孟上九, 王 磊, 等. 负温和初始含水率对冻结粉

- 质黏土力学性质的影响[J]. 应用基础与工程科学学报, 2021, **29**(1): 193–205. (SUN Yi-qiang, MENG Shang-jiu, WANG Miao, et al. Effects of negative temperature and initial moisture content on mechanical properties of frozen silty clay[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2021, **29**(1): 193–205.)
- [7] 齐吉琳, 马 巍. 冻土的力学性质及研究现状[J]. 岩土力学, 2010, **31**(1): 133–143. (QI Ji-lin, MA Wei. State-of-art of research on mechanical properties of frozen soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(1): 133–143. (in Chinese))
- [8] LI Q L, WANG M, FU Q, et al. Short-term influence of biochar on soil temperature, liquid moisture content and soybean growth in a seasonal frozen soil area[J]. Journal of Environmental Management, 2020, **266**: 110609.
- [9] MA Q Y, HUANG K, MA D D. Energy absorption characteristics and theoretical analysis of frozen clay with pre-existing cracks under uniaxial compressive impact load[J]. Cold Regions Science and Technology, 2021, **182**: 103206.
- [10] 周国庆, 赵晓东, 李生生. 不同温度梯度两种应力路径冻结中砂应力-应变特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(3): 338–343. (ZHOU Guo-qing, ZHAO Xiao-dong, LI Sheng-sheng. Stress-strain properties for the frozen media sand at different temperature gradients during two stress paths[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(3): 338–343. (in Chinese))
- [11] 陈 敦, 马 巍, 王大雁, 等. 定向剪切应力路径下冻结黏土变形特性试验[J]. 岩土力学, 2018, **39**(7): 2483–2490. (CHEN Dun, MA Wei, WANG Da-yan, et al. Experimental study of deformation characteristics of frozen clay under directional shear stress path[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(7): 2483–2490. (in Chinese))
- [12] YOSHIKAWA T, NODA T. Triaxial test on water absorption compression of unsaturated soil and its soil-water-air-coupled elastoplastic finite deformation analysis[J]. Soils and Foundations, 2020, **60**(5): 1151–1170.
- [13] FENG X T, GAO Y H, ZHANG X W, et al. Evolution of the mechanical and strength parameters of hard rocks in the true triaxial cyclic loading and unloading tests[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2020, **131**: 104349.
- [14] 李 滨, 刘瑞琦, 冯 振, 等. Q3 砂黄土真三轴强度变形特性研究[J]. 岩土力学, 2013(11): 3127–3133. (LI Bin, LIU Rui-qi, FENG Zhen, et al. Strength and deformation characteristics of Q3 sand loess under true triaxial condition[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013(11): 3127–3133. (in Chinese))
- [15] 潘家军, 程展林, 余 挺, 等. 不同中主应力条件下粗粒土应力变形特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(11): 2078–2084. (PAN Jia-jun, CHENG Zhan-lin, YU Ting, et al. Experimental study on stress-strain characteristics of coarse-grained soil under different intermediate principal stresses[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(11): 2078–2084. (in Chinese))
- [16] 张 敏, 许成顺, 杜修力, 等. 中主应力系数及应力路径对砂土剪切特性影响的真三轴试验研究[J]. 水利学报, 2015, **46**(9): 1072–1079. (ZHANG Min, XU Cheng-shun, DU Xiu-li, et al. True triaxial experimental research on shear behaviors of sand under different intermediate principal stresses and different stress paths[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, **46**(9): 1072–1079. (in Chinese))
- [17] 倪 莹, 黄茂松, 马少坤, 等. 粉细砂的真三轴试验与强度特性[J]. 岩土力学, 2011, **32**(2): 465–470. (HU Ping, HUANG Mao-song, MA Shao-kun, et al. True triaxial tests and strength characteristics of silty sand[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(2): 465–470. (in Chinese))
- [18] 刘俊新, 刘育田. 西南红层泥岩压实粉碎粘土的真三轴试验研究[J]. 浙江工业大学学报, 2015, **43**(3): 283–287, 301. (LIU Jun-xin, LIU Yu-tian. Experimental research on crushed compacted clay from southwest red layers mudstone with true tri-axial apparatus[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2015, **43**(3): 283–287, 301. (in Chinese))
- [19] 姜景山, 左永振, 程展林, 等. 应力状态对粗粒料力学特性影响的大型真三轴试验[J]. 岩土力学, 2020, **41**(11): 3563–3572. (JIANG Jing-shan, ZUO Yong-zhen, CHENG Zhan-lin, et al. Effects of stress state on mechanical properties of coarse granular material using large-scale true triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(11): 3563–3572. (in Chinese))
- [20] 施维成, 朱俊高, 刘汉龙. 中主应力对砾石料变形和强度的影响[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(10): 1449–1453. (SHI Wei-cheng, ZHU Jun-gao, LIU Han-long. Influence of intermediate principal stress on deformation and strength of gravel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(10): 1449–1453. (in Chinese))
- [21] 陈 敦, 马 巍, 穆彦虎, 等.  $\pi$  平面上冻结黏土破坏函数适用性试验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2019, **48**(1): 64–70. (CHEN Dun, MA Wei, MU Yan-hu, et al. Experimental study of the failure function of frozen clay in

- the  $\pi$ -plane[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2019, **48**(1): 64 - 70. (in Chinese))
- [22] 雷乐乐, 王大雁, 王永涛, 等. 定向剪切应力路径下冻结黏土强度特性试验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2018, **50**(6): 103 - 109. (LEI Le-le, WANG Da-yan, WANG Yong-tao, et al. The strength characteristics of frozen clay under the different principal stress directions[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2018, **50**(6): 103 - 109. (in Chinese))
- [23] 麻世奎, 姚兆明, 刘爽, 等. 中主应力系数影响下的冻结砂土损伤本构模型[J]. 煤田地质与勘探, 2020, **48**(5): 130 - 136. (MA Shi-long, YAO Zhao-ming, LIU Shuang, et al. Damaged constitutive model of frozen sand under the influence of intermediate principal stress[J]. Coal Geology & Exploration, 2020, **48**(5): 130 - 136. (in Chinese))
- [24] KONG R, FENG X T, ZHANG X W, et al. Study on crack initiation and damage stress in sandstone under true triaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2018, **106**: 117 - 123.
- [25] 陶振宇, 高延法. 红砂岩真三轴压力试验与岩石强度极限统计[J]. 武汉水利电力大学学报, 1993, **26**(4): 300 - 305. (TAO Zhen-yu, GAO Yan-fa. True triaxial pressure experiment for red sand rock and limit statistics of rock strength[J]. Journal of Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering, 1993, **26**(4): 300 - 305. (in Chinese))
- [26] 张晋勋, 杨昊, 单仁亮, 等. 冻结饱水砂卵石三轴压缩强度试验研究[J]. 岩土力学, 2018, **39**(11): 3993 - 4000, 4016. (ZHANG Jin-xun, YANG Hao, SHAN Ren-liang, et al. Experimental research on triaxial compressive strength of frozen saturated sandy gravel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(11): 3993 - 4000, 4016. (in Chinese))
- [27] 黄星, 李东庆, 明峰, 等. 冻土的单轴抗压、抗拉强度特性试验研究[J]. 冰川冻土, 2016, **38**(5): 1346 - 1352. (HUANG Xing, LI Dong-qing, MING Feng, et al. Experimental study of the compressive and tensile strengths of artificial frozen soil[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2016, **38**(5): 1346 - 1352. (in Chinese))
- [28] 宋东, 余梁蜀, 王晓奇, 等. 低温沥青混凝土邓肯-张模型参数整理方法[J]. 水资源与水工程学报, 2017, **28**(1): 230 - 235. (SONG Dong, YU Liang-shu, WANG Xiao-qi, et al. Collection method of Duncan-Chang model parameters for low temperature asphalt concrete[J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2017, **28**(1): 230 - 235. (in Chinese))
- [29] 冯卫星, 常绍东, 胡万毅. 北京细砂土邓肯-张模型参数试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, **18**(3): 327 - 330. (FENG Wei-xing, CHANG Shao-dong, HU Wan-yi. Experimental study on parameters of duncan-chang model for beijing fine sandy soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, **18**(3): 327 - 330. (in Chinese))

## 彩色插图索引

- DOI: 10.11779/CJGE202205002 一文彩色插图 ..... (后插 1)
- DOI: 10.11779/CJGE202205005 一文彩色插图 ..... (后插 2)
- DOI: 10.11779/CJGE202205006 一文彩色插图 ..... (后插 2)
- DOI: 10.11779/CJGE202205007 一文彩色插图 ..... (后插 3)
- DOI: 10.11779/CJGE202205008 一文彩色插图 ..... (后插 3)
- DOI: 10.11779/CJGE202205009 一文彩色插图 ..... (后插 3)
- DOI: 10.11779/CJGE202205010 一文彩色插图 ..... (后插 4)
- DOI: 10.11779/CJGE202205014 一文彩色插图 ..... (后插 4)
- DOI: 10.11779/CJGE202205016 一文彩色插图 ..... (封 3)
- DOI: 10.11779/CJGE202205019 一文彩色插图 ..... (封 3)
- DOI: 10.11779/CJGE202204020 一文彩色插图 ..... (封 2, 封 3)

DOI: 10.11779/CJGE202205011

# 液化夹层场地地铁车站结构离心机振动台试验方案设计

张梓鸿<sup>1</sup>, 许成顺<sup>\*1</sup>, 闫冠宇<sup>1</sup>, 杜修力<sup>1</sup>, 李洋<sup>2</sup>, 周燕国<sup>3</sup>

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 中国铁道科学研究院集团有限公司, 北京 100081;  
3. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 为深入研究液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应, 依托浙江大学 ZJU400 土工离心机振动台系统, 开展了系列液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应回试验。详细介绍了试验方案和试验流程, 并针对目前国内外尚无液化夹层场地制备先例的现状, 介绍了夹层场地的制备过程、结构防水、离心过程中砂土层初始孔压的释放等技术细节。系列试验最终获得了较为理想的试验效果, 达到了研究液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应的试验目的。整个试验方案设计的介绍将对今后该类型试验的开展提供一定参考。

**关键词:** 液化夹层场地; 地铁车站结构; 地震破坏反应; 试验技术; 试验方案设计

中图分类号: TU433 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0879-10

作者简介: 张梓鸿(1990—), 男, 博士研究生, 主要从事地下结构工程抗震研究。E-mail: zhangzhong@emails.bjut.edu.cn。

## Experimental design for dynamic centrifuge tests on a subway station structure in liquefied interlayer site

ZHANG Zi-hong<sup>1</sup>, XU Cheng-shun<sup>1</sup>, YAN Guan-yu<sup>1</sup>, DU Xiu-li<sup>1</sup>, LI Yang<sup>2</sup>, ZHOU Yan-guo<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;  
2. China Academy of Railway Sciences Corporation Limited, Urban Rail Train Center of CARS, Beijing 100081, China; 3. Key Laboratory  
of Soft Soils and Geoenviromental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** To study the earthquake damage response of a subway station structure in a liquefied interlayer site, a series of dynamic centrifuge tests are carried out using the ZJU400 geotechnical centrifuge facility in Zhejiang University. The test scheme and the process of carrying out the tests are introduced. At the same time, in view of the current situation that there is no precedent for a reference for the preparation of the liquefied interlayer site, many technical details are elaborated, including the preparation of liquefied interlayer site (clay consolidation, sand saturation and assembly of interlayer site), structural waterproof treatment, and releasing initial pore pressure in the sand layer during centrifugal loading. The tests obtain ideal results, thus achieving the experimental goal of studying the earthquake damage response of the subway station structure in the liquefied interlayer site. The introduction to the design process of this test scheme may provide some references for the similar tests in the future.

**Key words:** liquefied interlayer site; subway station structure; earthquake damage response; testing technology; experimental design

## 0 引言

通常认为地下结构在周围土体的约束作用下具有较好的抗震能力, 在地震作用下不易出现严重的破坏<sup>[1-2]</sup>。然而 1995 年阪神地震中, 大量的地下结构遭受了严重的破坏, 大开地铁车站甚至出现了整体塌毁破坏的情况<sup>[3]</sup>, 这引起了国内外专家对于地下结构地震破坏反应的关注。研究表明, 地下结构地震反应与周围土体的变形有直接关系, 场地的特殊性(复杂场地)对地下结构地震破坏反应必然产生十分重要的影响<sup>[4-5]</sup>。液化场地是复杂场地的一种典型形式, 备受国

内外学者的广泛关注。当前中国在建和既有的地下结构位于液化夹层场地的情况较为普遍<sup>[6-8]</sup>, 因此开展局部液化夹层场地地下结构地震破坏反应研究具有十分重要的现实意义。

模型试验方法是分析地下结构抗震问题十分有效

基金项目: 国家重点研发计划项目(2018YFC1504305); 国家自然科学基金面上项目(52078020); 国家自然科学基金青年基金项目(51908553)

收稿日期: 2021-07-01

\*通信作者(E-mail: xcs\_2017@163.com)

的研究手段之一，国内外研究者已开展了大量的模型试验对液化场地地下结构地震破坏反应进行了研究。左熹等<sup>[9]</sup>进行了近远场地震作用下土-地下结构动力相互作用振动台模型试验，试验结果揭示了液化砂土层和黏土层中地铁地下结构的地震响应特性及灾变机制。凌道盛等<sup>[10]</sup>采用离心机振动台试验对液化场地中单层双跨地铁车站结构的地震破坏规律进行了研究，同时基于试验结果对地铁车站结构的地震灾变机理进行了详细阐述。Chian 等<sup>[11]</sup>针对地震作用下液化场地中的地下结构上浮的问题开展了系列离心机振动台试验，深入分析了圆形地下结构埋深和结构尺寸对结构上浮位移的影响规律。Chen 等<sup>[12]</sup>开展了近远场地震作用下可液化场地中三拱立柱式地铁地下车站结构大型振动台模型试验，深入地分析了模型地基的液化反应规律和模型结构的地震破坏反应过程。安军海等<sup>[13]</sup>开展了近远场水平地震作用下可液化地层中盾构扩挖地铁车站结构振动台试验，基于试验结果对盾构扩挖地铁车站结构的地震破坏机制进行了探讨。Lee 等<sup>[14]</sup>针对液化场地中的矩形隧道开展了系列离心机振动台试验，系统分析了场地液化过程中地下结构的上浮机理，同时得出：结构埋深、地震动幅值和频率均会影响结构上浮位移的大小。庄海洋等<sup>[15-16]</sup>开展了系列液化场地地铁车站结构振动台试验，其中液化场地包括水平和倾斜两种类型，系统分析了不同场地类型的液化反应规律和模型结构的地震破坏反应过程。Chen 等<sup>[17]</sup>为研究复杂场地（软土和液化土）条件下不规则截面地铁地下结构的地震响应开展了两组振动台试验，对比了两种场地和模型结构的地震破坏反应规律，探讨了不利场地对地下结构地震破坏过程和灾变机理的影响。

综上，国内外学者围绕液化场地地下结构地震响应开展了诸多普通振动台和离心机振动台试验研究，但其场地均假设为理想的均质液化场地。事实上，黏土与砂土交互的成层场地的制备在离心机试验中具有较多难点，而且当前在国内外相关研究中均无同类试验作为参考。

为研究液化夹层场地地铁车站结构的地震破坏反应，作者开展了两组离心机振动台模型试验。由课题组研究工作<sup>[18-21]</sup>可知：竖向地震动对地下结构的地震破坏反应起着十分重要的作用，为合理考虑上覆土体的竖向惯性效应，其中一组试验中采取在结构上覆土中掺入一定比例钢砂的方式进行近似模拟<sup>[22-23]</sup>，对比竖向地震动联合作用下地下结构的地震反应。本试验重点解决了黏土与砂土交互成层场地的制备、离心过程中砂土层初始孔压的释放和模型结构位移测试等关键性技术问题。同时，文中对地下结构离心机振动

台试验的方案设计流程、设计方法和试验技术等进行了详细介绍，旨在为今后同类试验的开展提供一套系统、完备的试验方法。

## 1 试验目的和方案

试验目的：通过离心机振动台试验系统研究液化夹层场地地下结构地震破坏反应规律，同时考虑竖向地震动的联合作用对地下结构地震破坏反应的影响，从而揭示其灾变机理；基于试验结果对液化夹层场地土-地下结构动力相互作用数值分析模型进行验证。

本次试验共包括两组局部液化夹层场地地铁车站结构地震反应试验，其中一组试验考虑竖向地震动作用对地下结构地震破坏反应的影响。模型场地选用可液化层位于地下结构中部的工况（文中简称液化夹层），结构模型以国内某既有车站的断面形式作为参考。试验采用浙江大学的 ZJU400 离心机振动台设备，其层状剪切模型箱的内部尺寸为 0.73 m(长)×0.33 m(宽)×0.42 m(高)。由于所采用的振动台设备仅能提供水平单向施震，因此，试验通过在结构上覆土中掺入一定比例钢砂的方式近似模拟上覆土的竖向惯性作用。该方法已在前期试验中进行使用，其合理性已经通过数值计算<sup>[24]</sup>和物理模型试验结果<sup>[22-23]</sup>进行了验证。参考前期试验工况<sup>[22]</sup>，选取上覆土体中竖向加速度最大值为 0.4g，即通过增大上覆土体 40% 自重的方式模拟竖向地震动引起的竖向惯性效应；土-结构体系具体细节及编号如图 1 所示。

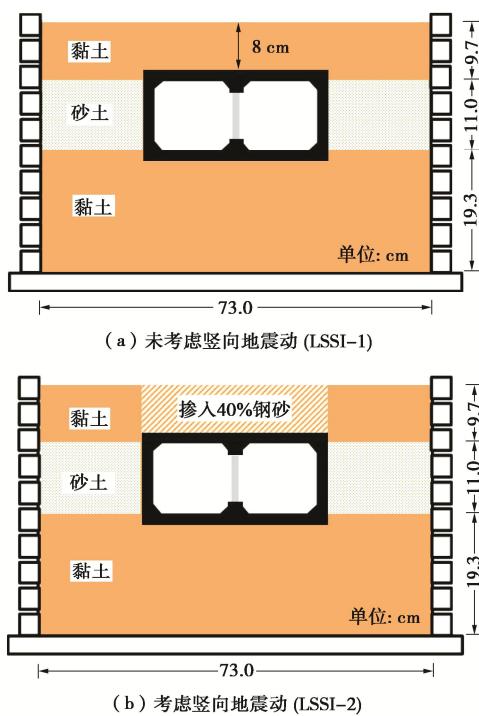


图 1 土-结构模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of soil-structure model system

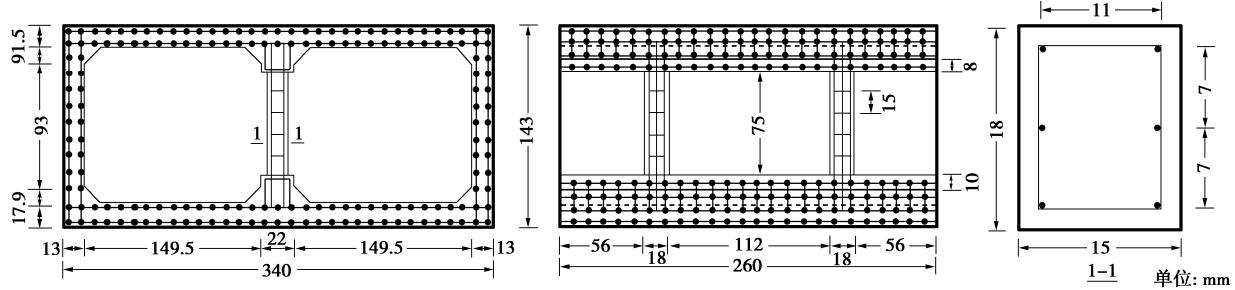


图2 模型结构配筋图

Fig. 2 Reinforcement diagram of model structure

## 2 试验设计介绍

### 2.1 相似比设计

结合实际结构和试验室层状剪切箱尺寸, 试验中几何相似比确定为 1/55 (模型/原型), 相应的重力加速度、水平激振加速度以及动力反应加速度相似比为 55 : 1, 其它相似比参数见表 1。由表 1 可见, 如果选用与原型相同的砂土和孔隙流体, 则会出现动力时间与渗流时间相似比关系上的不一致的情况。为消除这种矛盾, 采用黏度系数为水 55 倍黏度系数的硅油作为孔隙流体。

表1 试验相似比

Table 1 Centrifuge scaling laws

| 物理量                | 量纲系统               | 模型/原型             |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| 质量密度 $\rho$        | $[M][L]^{-3}$      | 1                 |
| 渗透系数 $k$           | $[L][T]^{-2}$      | 55                |
| 输入振动时间 $t$         | $[T]$              | 1/55              |
| 渗透时间 $t_1$         | $[T]^2$            | 1/55 <sup>2</sup> |
| 水头 $H$             | $[L]$              | 1/55              |
| 动孔压 $\mu$          | $[M][L]^{-1}[T]^2$ | 1                 |
| 振动频率 $f$           | $[T]^{-1}$         | 55                |
| 反应加速度 $A$          | $[L][T]^{-2}$      | 55                |
| 反应应力 $\sigma$      | $[M][L]^{-1}[T]^2$ | 1                 |
| 反应应变 $\varepsilon$ | —                  | 1                 |

### 2.2 模型结构制作

结构模型以国内某既有车站的断面形式作为参考, 采用低强度微粒混凝土进行制模, 结构配筋率基本与实际工程结构一致。采用粒径为 2~3 mm 的中细砂及 325 普通硅酸盐水泥配制混凝土, 水泥 : 砂 : 水 = 1 : 3 : 0.8。本次试验模型结构一直处于饱和场地中, 结构的防水问题需要重点关注。如果在模型结构外部直接涂抹玻璃胶或防水喷漆等材料, 将改变土体 - 地下结构作用面的相互作用关系, 对地下结构地震响应具有较大影响。因此, 本试验在微粒混凝土制备过程

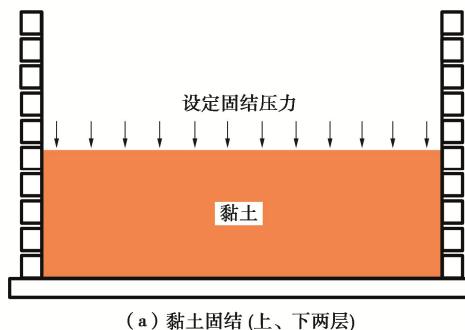
中添加一定质量的新型防渗剂 (水泥质量的 8%), 使混凝土产生良好的材料内部防水效果。试验前对微粒混凝土的强度参数进行了测试, 其抗压强度及弹性模量平均值分别为 20.8 MPa 和 13.04 GPa。

地铁车站模型为单层双跨的矩形框架结构, 几何尺寸为纵向长 260 mm, 宽 340 mm, 高 143 mm。车站模型顶底板和侧墙配筋采用直径为 0.9 mm 的钢丝网片, 网孔间距 9 mm; 中柱纵向钢筋选用 6 根直径为 1.2 mm 的钢丝, 箍筋选用 4 根直径为 0.6 mm 的钢丝, 箍筋间距取 15 mm。整个结构模型的保护层厚度为 2 mm。模型结构尺寸及配筋细节如图 2 所示。

### 2.3 模型场地制备

液化夹层场地的制备需要重点关注以下问题: ①黏土的渗透系数小, 固结时间较长, 及时即使在离心力作用下固结, 其试验成本过高。②成层场地制备过程中, 应关注由于渗透系数极小的上层黏土在离心作用下 (重力) 引起饱和砂土层产生超孔隙水压力的累积问题, 如果超孔隙水压力无法及时消散, 这将导致砂土内部有效应力与实际不符。

液化夹层模型场地共包含底层黏土、中间层液化砂层和上层黏土 3 部分。场地的制备过程主要包括 4 步: ①黏土层的固结 (包括上层和底层黏土); ②结构安装至设计位置; ③中部砂土层的制备与饱和; ④将固结完成的上覆黏土层装配至砂土层与结构上部。场地制备过程示意图如图 3 所示。



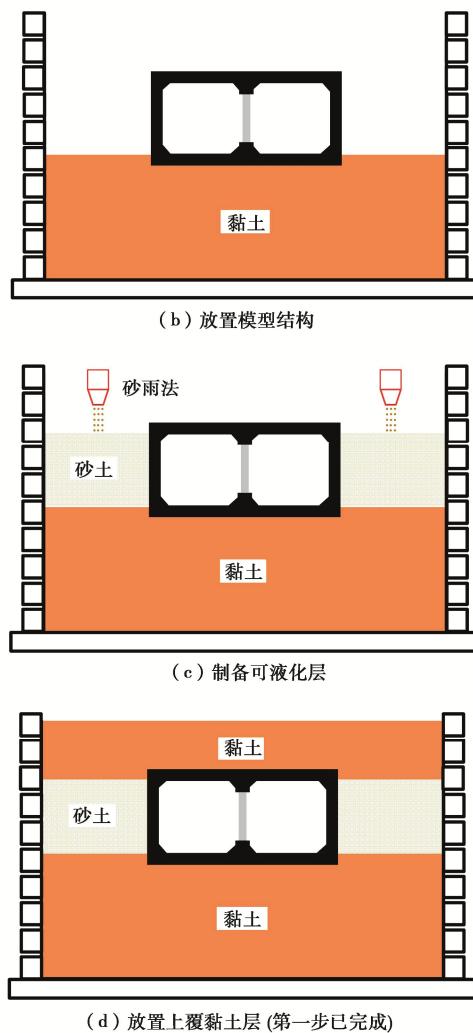


图 3 模型场地的制备过程

Fig. 3 Preparation process of model site

试验中黏土层使用高岭土制备, 高岭土物理参数如表 2 所示。考虑到甲基硅油在黏土中的渗流速度过慢, 在不影响试验目的的前提下, 本试验中黏土层采用水溶液进行饱和。为减少黏土固结对离心机设备的占用周期, 在离心机外提前加压固结制备黏土层。该固结方式不仅便于传感器的精确埋设, 而且也解决了采用离心固结的方式顶部黏土层中的水溶液不可避免的进入到砂土夹层中的关键问题。

表 2 高岭土基本物理参数指标

Table 2 Basic physical parameters of kaolin

| 颗粒相对质量密度 $G_s$ | $\text{SiO}_2$ /% | $\text{Al}_2\text{O}_3$ /% | 液限 /% | 塑限 /% |
|----------------|-------------------|----------------------------|-------|-------|
| 2.68           | 47~53             | 32~38                      | 65.4  | 40.0  |

采用真空搅拌机将高岭土颗粒与去离子水溶液制成泥浆, 制备完成后注入模型箱中; 采用预定的压力在固结仪上进行固结。上、下两层黏土分别在两个模型箱中进行固结, 固结压力分别为 130, 220 kPa; 荷载采用分级加载的形式施加(分别为 7 级和 11 级),

以 24 h 固结仪载荷臂的水平度不变作为每级荷载黏土层固结完成的标准。

采用福建标准砂制作模型场地的液化夹层, 其相关力学参数见表 3 所示, 颗粒级配曲线见图 4。砂土的相对密实度控制为 50%, 采用砂雨法进行制备(如图 3 (c) 所示), 试验前对砂雨装置进行标定, 标定曲线如图 5 所示。

表 3 砂土层物理力学性质

Table 3 Physical properties of model sand

| 参数 | $G_s$ | $e_{\max}$ | $e_{\min}$ | $e$   | $D_{50}$ /mm | $\varphi$ /(°) |
|----|-------|------------|------------|-------|--------------|----------------|
| 数值 | 2.645 | 0.961      | 0.615      | 0.780 | 0.16         | 39             |

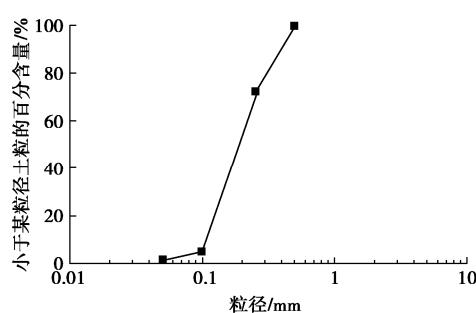


图 4 福建标准砂颗粒级配曲线

Fig. 4 Grain-size distribution curve of standard sand

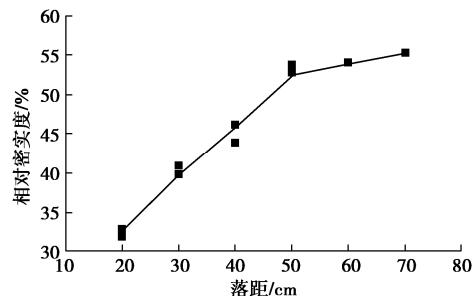


图 5 砂雨装置标定曲线

Fig. 5 Calibration curve of sand-rain device

砂土层在场地中部, 无法从模型箱底部供油对其进行饱和, 本试验采用将供油管插入砂土层的方式饱和砂土。底层黏土固结完成后, 将模型结构嵌入至设计位置, 如图 3 (b) 所示。由于该振动台试验探讨的是地下结构的平面(平面应变)地震反应问题, 所以在砂土层饱和时将供油管放置在结构前、后端部(出平面方向)对模型场地的扰动最小, 因此将注油管放置在图 6 中红色圆形标记的位置; 采用砂雨法制备结构两侧的砂土夹层(如图 3 (c)), 当落砂至预定高度后, 将模型箱整体吊装至真空饱和箱中进行饱和, 控制进油速度为 1 mm/h, 采用较低的注油速度避免冲毁局部砂层, 当硅油液面超过砂层顶面 1 cm 时停止供油, 同时将注油管缓慢拔出。当砂层饱和完成后, 将

固结完成的上层黏土装配至砂土层上部, 如图 3 (d) 所示。

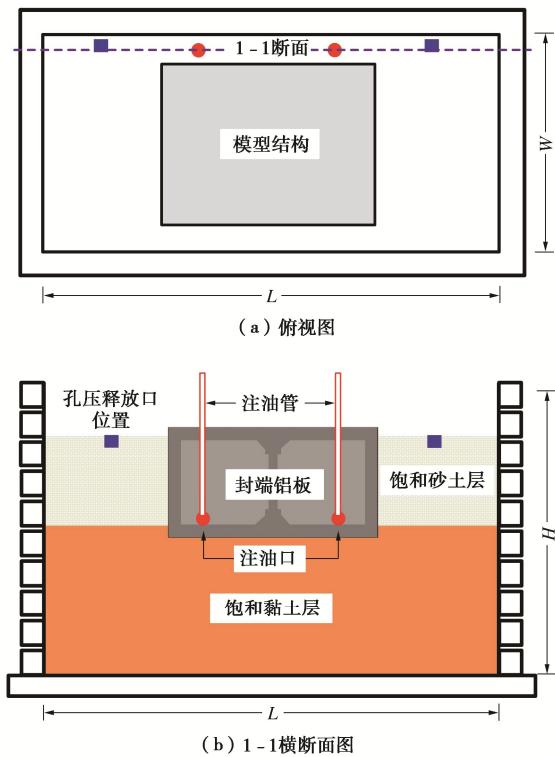


图 6 土 - 结构模型饱和方法示意图

Fig. 6 Schematic diagram of saturation method for soil-structure model

在离心机加速阶段, 上覆黏土层的重力作用使中间砂层产生的超孔隙水压力将导致试验中模型场地的有效应力与实际不符。因此, 需要采用有效的方法在离心机加载阶段释放砂土层固结产生的超孔隙水压力, 保证模型场地具有合理的原始地应力状态。

本试验提出采用磁力阀装置释放砂土层中产生的超孔隙水压力, 其基本设计思路与过程如下: ①将橡胶管提前放置在砂土层顶部(与黏土交界位置), 具体位置如图 6 中正方形蓝色标记所示; 固定橡胶管位置后将加工完成的上部黏土层覆盖在饱和砂土层上, 完成后如图 7 所示。②橡胶管的另一端接到磁力阀的进油端口, 同时利用另一条橡胶管连接磁力阀的出油口与储油容器。③将磁力阀的电源接口通过离心机实验室的外源公共端口(离心机工作端与控制室的导线)与外部电源相连, 通过电源开关随时控制磁力阀; 在离心加速阶段, 打开磁力阀, 使砂土层内产生的超孔压释放, 当离心加速度升至预定值后关闭磁力阀。

为探讨磁力阀装置的试验效果, 将离心机加速阶段砂土层中部(图 8 中 W5 传感器)孔压增长曲线的试验结果和理论计算结果(包括是否释放孔压两种情况)进行对比。如果离心过程中孔压未释放, 则上部

黏土层的压力完全施加在中部砂土层, 计算时其土层密度采用饱和重度; 如果离心过程中释放砂土层的孔压, 则认为上部黏土层与下部砂土层中的孔隙连通, 其土层密度采用浮重度。计算结果如图 9 所示; 对比发现, 试验结果与孔压释放条件下的理论计算结果更为接近, 说明在液化夹层场地中采用磁力阀释放初始孔压的技术效果较为理想。

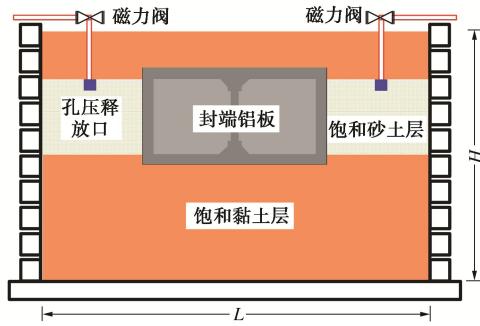


图 7 超孔压释放原理示意图

Fig. 7 Schematic diagram of principle of releasing excess pore pressure

## 2.4 测试传感器布置

本试验采用的传感器主要有加速度计、孔压计、激光位移、土压力以及应变片传感器, 同时为了监控地震过程中, 地铁车站内部的破坏情况, 在结构内部安装了微型摄像头。试验中传感器的整个布设方案如图 8 所示。由于数据采集通道数量的限制, 在试验中能够使用的传感器总数有限, 需要对传感器布设方案进行优化。试验中除柱子应变片外, 其他传感器均布设在模型监测面 II (图 8 (e)) 上, 两根中柱均布设了相同数量的应变片, 由于图形展示不便的原因, 在图 8 (c) 中仅展示了监测面 I 上的 SC1-SC3 应变片, 监测面 III 上的 SC4-SC6 应变片未在图中展示, 两组试验的应变片均采用了 1/4 桥直接测试应变的连接方式。

结构层间位移是评价地下结构抗震性能极为重要的指标, 在本试验中, 创新地提出了在结构内部采用激光位移计与靶标结合的方式直接地测试地下模型结构在地震作用下的层间位移, 其监测原理如图 10 所示; 激光位移计水平放置于结构底板作为发射信号和采集信号的装置, 靶标为采用高强铝合金制作的 L 型的构件, 采用结构胶将该构件的短边固定在结构顶板, 将构件的长边作为激光信号的反射板, 当结构模型的顶底板在地震作用下产生相对位移时, 通过激光发射源至靶标距离的变化直接监测结构的层间相对位移。图 10 中虚线为模型结构变形后示意图, 图中  $\Delta d$  为地震作用下结构顶底的层间相对位移。结构内部传感器实际布置情况如图 11 所示。

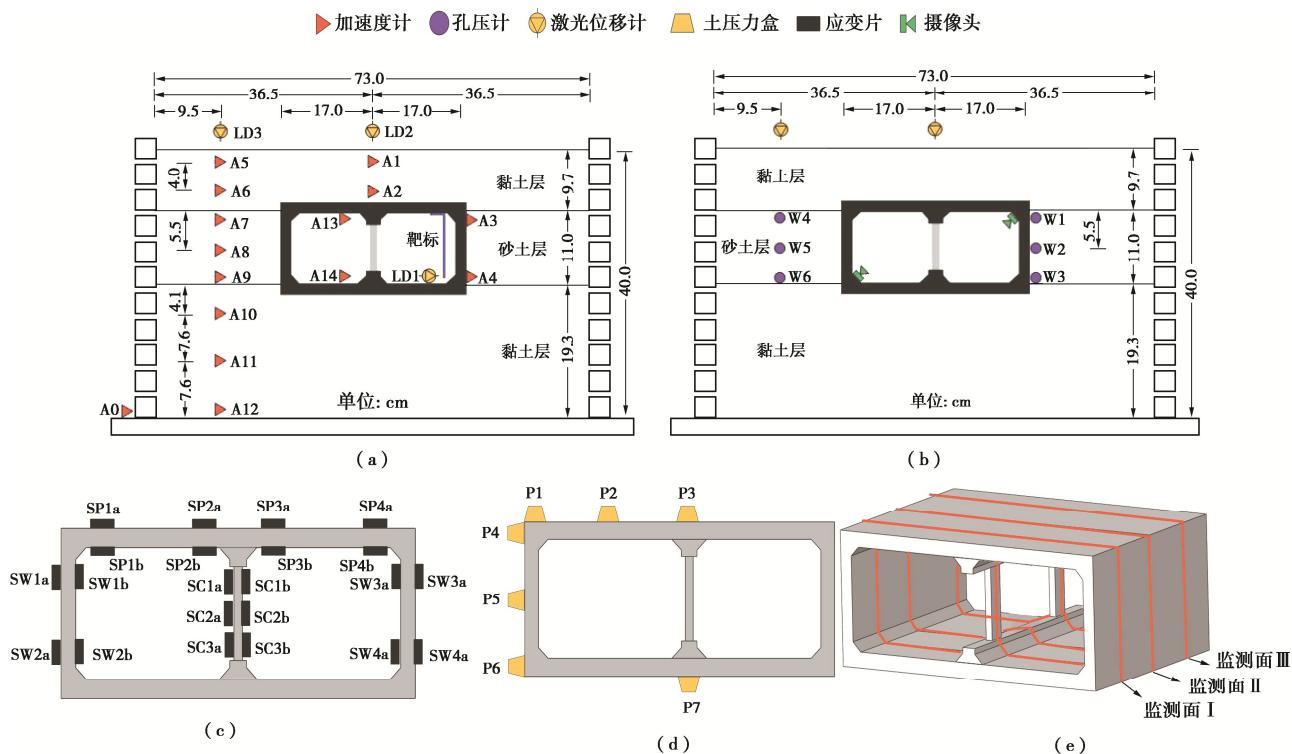


图 8 传感器布置详图

Fig. 8 Diagram of placement of sensors

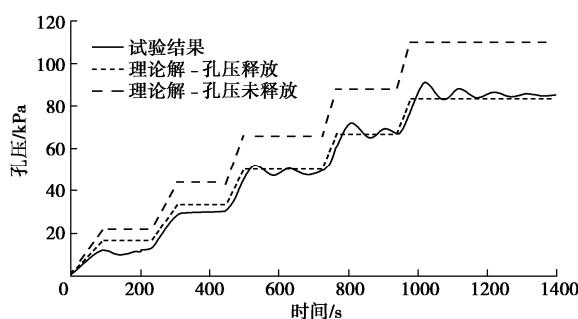


图 9 孔压增长曲线对比

Fig. 9 Comparison of pore pressure growth curves

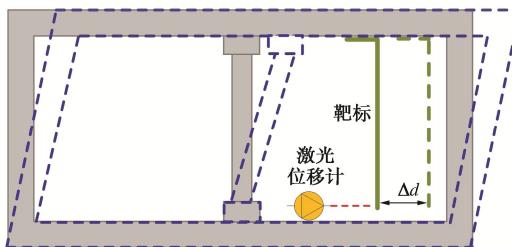


图 10 层间位移测试原理示意图

Fig. 10 Schematic diagram of principle of interlayer displacement tests

## 2.5 加载方案与输入地震动

选取阪神地震中位于大开地铁车站东北约 10 km 的花岗岩上神户大学观测到的地震动记录 (南北方向水平加速度时程记录) 作为本试验的主要地震动输入。

在试验中选取原地震动的前 27.5 s, 峰值分别调整为 0.10~0.72g, 原 Kobe 地震动加速度时程及频谱如图 12 所示; 在每一次输入地震动工况之前, 采用脉冲波对场地剪切波速进行测试, 试验具体工况加载情况见表 4。



图 11 结构内部传感器布置

Fig. 11 Layout of sensors inside structure

表 4 LSSI-1 和 LSSI-2 试验加载工况

Table 4 Loading cases in LSSI-1 and LSSI-2 tests

| 工况号   | 地震动  | 幅值/g      |
|-------|------|-----------|
| 离心机加速 | EQ-0 | —         |
| 阶段一   | EQ-1 | 脉冲 0.05   |
|       | EQ-2 | Kobe 0.10 |
| 阶段二   | EQ-3 | 脉冲 0.05   |
|       | EQ-4 | Kobe 0.32 |
| 阶段三   | EQ-5 | 脉冲 0.05   |
|       | EQ-6 | Kobe 0.52 |
| 阶段四   | EQ-7 | 脉冲 0.05   |
|       | EQ-8 | Kobe 0.72 |
|       | EQ-9 | 脉冲 0.05   |

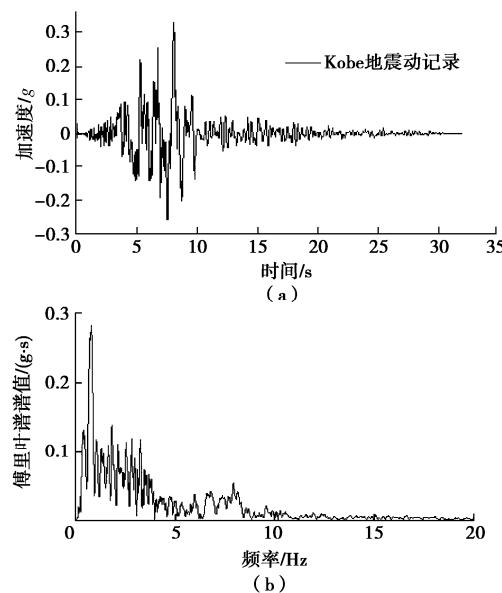


图 12 Kobe 地震动加速度时程及其频谱

Fig. 12 Acceleration records and Fourier spectra of Kobe earthquake

## 2.6 竖向地震作用的试验模拟

对于 LSSI-2 试验, 结构上覆土体中需掺入 40% 附加质量的钢砂模拟竖向地震动对于结构的竖向惯性作用。结构上覆土体不掺钢砂时的总质量约为 11 kg, 增大 40% 自重的上覆土体总质量为 15.4 kg, 分别使用黏土颗粒和钢砂的质量比为 2.76, 7.57 kg (其余质量为水溶液)。

根据课题组前期开展的离心机振动台试验的测试结果<sup>[22-23]</sup>, 发现上覆土体掺入钢砂后模型结构在地震作用下的水平层间位移会出现一定的放大效应, 这主要由于上覆土体中的附加质量增加了地下结构顶底面与土体之间的法向接触力, 这将放大土-结构接触面上的剪力。因此在 LSSI-2 试验中提出在结构的顶、底部黏贴聚四氟乙烯润滑膜的方式减小土-结构界面上剪力, 进而降低地下结构的水平动力反应。

通过估算, 上覆土体对结构的压力作用为  $F_{N1}=1.73 \times 10^7 \text{ N}$ , 上覆土体掺入其土重的 40% 钢砂后对结构的压力作用为  $F_{N1}=2.42 \times 10^7 \text{ N}$ ; 设置  $\mu_1$  为上覆饱和黏土与结构顶面的摩擦系数,  $\beta\mu_1$  为添加聚四氟乙烯薄膜后与结构顶面的摩擦系数。 $\lambda$  为结构顶面添加聚四氟乙烯薄膜的面积与总面积的比值,  $(1-\lambda)$  为未做处理面积比。结构顶面未做平滑处理的剪力为

$$f_1 = \mu_1 F_{N1} \quad (1)$$

经过平滑处理后结构顶面剪力为

$$f_2 = \beta\mu_1 F_{N1}\lambda + \mu_1 F_{N1}(1-\lambda) \quad (2)$$

假设两种情况下的剪力相等, 则得出土-结构接

触面平滑处理的面积比例为

$$\lambda = \frac{\mu_1(F_{N2} - F_{N1})}{F_{N2}(1-\beta)\mu_1} \quad (3)$$

为确定土体与混凝土与聚四氟乙烯的摩擦系数的比例关系, 在试验前期开展了简单的摩擦系数测定试验, 最终得到土体与混凝土与聚四氟乙烯的摩擦系数分别为 0.6, 0.15, 计算可得  $\beta=4$ 。本次摩擦实验较为简单, 所测得的摩擦系数与实际的土-结动力反应过程中摩擦系数存在一定的差别, 该试验的重点为确定土体与两种介质摩擦系数的比例关系。在学者前期大量的关于土体-结构地震反应的数值模拟研究中, 土-结构间的动力摩擦系数均采用 0.4, 因此, 在本次试验方案设计中  $\mu_1$  (土与结构的摩擦系数) 取为 0.4, 计算可得  $\lambda=0.4$ 。LSSI-2 试验中结构顶底部润滑膜的粘贴情况如图 13 所示。



图 13 土-结构顶底接触面平滑处理

Fig. 13 Smoothing treatment of soil-structure contact surface in top and bottom slabs of model structure

## 3 试验效果初步分析

本系列试验最终获得了丰富的数据, 为分析液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应与灾变机理提供了有力保证。但是, 本文的研究重点主要集中在试验方案设计方面, 同时限于篇幅的限制, 本节试验数据分析部分主要对个别孔压、结构层间位移和结构应变数据进行展示。

### 3.1 砂土层的孔压比

图 14 为 LSSI-1 试验中砂土夹层部分测点在 EQ-6 工况下 (0.52g) 的孔压比数据。由于孔压消散时间较长, 因此仅对 0~100 s 的数据进行展示。由图可见, 场地测点的孔压比随着深度的增大而逐渐减小, 说明上层砂土的液化程度高于下层; 液化程度较低的 WP-6 测点的孔压比达到了 0.7, 表明整个砂土夹层在该工况下基本达到了液化状态, 说明本试验液化夹层的设计达到了良好的试验效果。

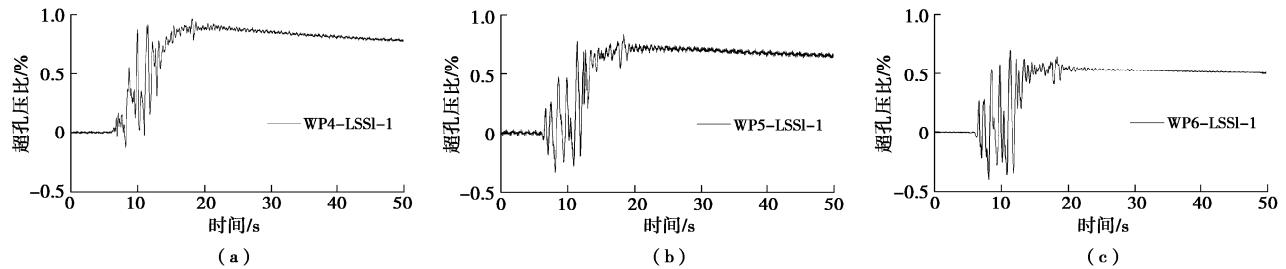


图 14 砂土夹层孔压比

Fig. 14 Pore pressure ratios in sand interlayer

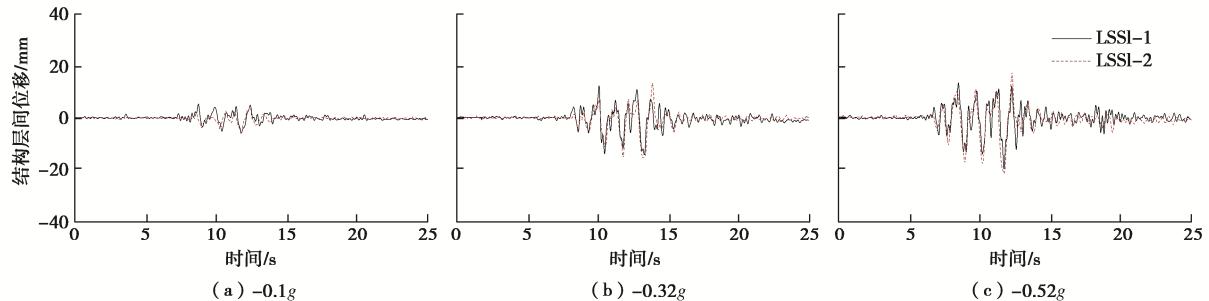


图 15 模型结构层间位移

Fig. 15 Displacements of interlayer of model structure

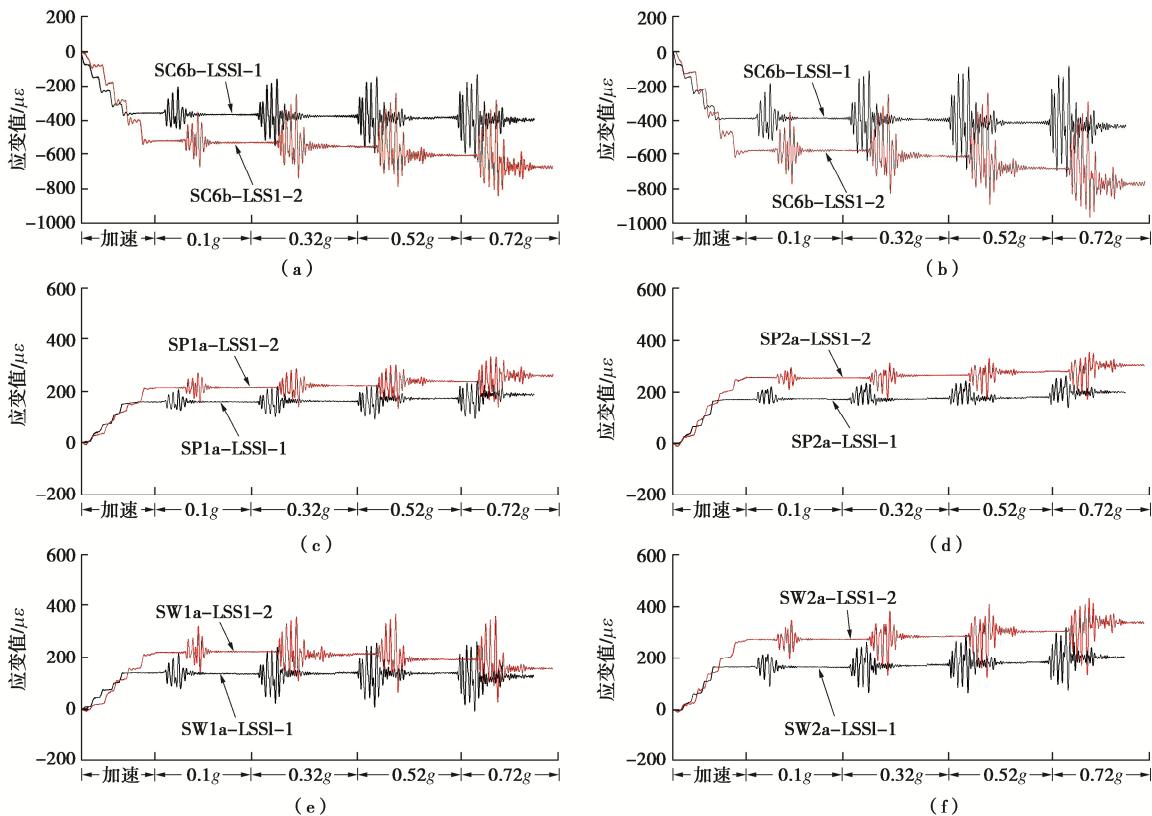


图 16 结构应变对比

Fig. 16 Comparison of structural strains of LSSI-1 and LSSI-2

### 3.2 结构层间位移

图 15 为 3 个地震工况下两组模型结构的层间位移数据, 由图可见两个模型结构的层间位移呈现出较为一致的变化规律, 均随着输入地震动峰值的增加而增

大; 同时表明, 本试验中采用激光位移计与靶标结合使用直接地测试地下模型结构在地震作用下的层间位移的方法获得了较为理想的试验效果, 这可为今后类似试验中地下结构地震层间位移的监测提供参考。

### 3.3 结构应变对比

图 16 为部分典型测点的应变数据,由图可见两组试验中顶板和侧墙均未产生较大的残余应变,说明其损伤相对较轻;而中柱测点均出现了一定的残余应变,尤其对于考虑竖向地震动的 LSSI-2 模型则更为明显;这说明中柱是地铁车站结构的薄弱环节,在地震作用下容易最先出现损伤甚至破坏。根据中柱的应变水平可以间接得出 LSSI-2 结构中柱所受的轴压作用明显大于 LSSI-1 结构,结合中柱的损伤情况可知中柱在高轴压作用下更易产生损伤甚至破坏,由此建议在地铁车站结构抗震设计中应充分考虑竖向地震动作用。

## 4 结语

介绍了液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应离心机振动台试验方案设计方法,文中针对液化夹层场地的制备(黏土固结、砂土饱和与夹层场地的制备)、结构防水、离心过程中砂土层初始孔压的释放和结构层间位移测试等难点问题进行了详细的介绍。系列试验最终获得了较为理想的试验效果,达到了研究液化夹层场地地铁车站结构地震破坏反应的试验目的,本文将为今后类似试验的设计提供参考。

## 参考文献:

- [1] WOOD J H. Earthquake design of rectangular underground structures[J]. Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering, 2007, **40**(1): 1 - 6.
- [2] NISHIOKA T, UNJOH S. A simplified evaluation method for the seismic performance of underground common utility boxes[J]. Proceedings of the 2003 Pacific Conference on Earthquake Engineering, 2003(55): 1 - 8.
- [3] IIDA H, HIROTO T, YOSHIDA N, et al. Damage to Daikai subway station[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**: 283 - 300.
- [4] 中村晋. 地震被害程度の差異に着目した地下鉄の被害要因分析 [J]. 土木学会論文集 I 卷, 2000, 654(I-52): 335 - 354. (NAKAMURA Susumu. Analysis of damage factors of subway based on difference of earthquake damage[J]. Proceedings of the Society of Civil Engineering, 2000, 654(I-52): 335 - 354. (in Japanese))
- [5] KONGAI K, KAMIYA H, NISHIYAMA S. Deformation buildup in soils during the Kobe earthquake of 1995[J]. Seism. Fault-induced Failures, 2001(1): 81 - 90.
- [6] 王胜平, 阎高翔. 南京地铁一号线许府巷—南京站盾构区间地震液化分析[J]. 现代隧道技术, 2001, **38**(2): 19 - 23. (WANG Sheng-ping, YAN Gao-xiang. Analysis on earthquake-caused ground liquefying in shield-driven tunnel section from Xufuxiang Station to Nanjing Station, Nanjing metro[J]. Modern Tunnelling Technology, 2001, **38**(2): 19 - 23. (in Chinese))
- [7] 唐军平, 李建强, 孙双祥, 等. 佛山市城市轨道交通二号线南庄站砂土液化分析及处理措施[J]. 路基工程, 2017(1): 189 - 193, 212. (TANG Jun-ping, LI Jian-qiang, SUN Shuang-xiang, et al. Analysis of sand liquefaction at Nanzhuang Station of Foshan urban rail transit line 2 and treatment measure[J]. Subgrade Engineering, 2017(1): 189 - 193, 212. (in Chinese))
- [8] 蒋清国. 液化地层下地铁工程抗地震液化措施研究[J]. 震灾防御技术, 2015, **10**(1): 95 - 107. (JIANG Qing-guo. Anti-liquefaction measures for subway engineering in liquefiable soil layers[J]. Technology for Earthquake Disaster Prevention, 2015, **10**(1): 95 - 107. (in Chinese))
- [9] 左熹, 陈国兴, 王志华, 等. 近远场地震动作用下地铁车站结构地基液化效应的振动台试验[J]. 岩土力学, 2010, **31**(12): 3733 - 3740. (ZUO Xi, CHEN Guo-xing, WANG Zhi-hua, et al. Shaking table test on ground liquefaction effect of soil-metro station structure under near-and-far field ground motions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(12): 3733 - 3740. (in Chinese))
- [10] 凌道盛, 郭恒, 蔡武军, 等. 地铁车站地震破坏离心机振动台模型试验研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2012, **46**(12): 2201-2209. (LING Dao-sheng, GUO Heng, CAI Wu-jun, et al. Research on seismic damage of metro station with centrifuge shaking table model test[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2012, **46**(12): 2201 - 2209. (in Chinese))
- [11] CHIAN S C, MADABHUSHI S P G. Effect of buried depth and diameter on uplift of underground structures in liquefied soils[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, **41**: 181 - 190.
- [12] CHEN G X, CHEN S, QI C Z, et al. Shaking table tests on a three-arch type subway station structure in a liquefiable soil[J]. Bulletin of Earthquake Engineering, 2015, **13**(6): 1675 - 1701.
- [13] 安军海, 陶连金, 王焕杰, 等. 可液化场地下盾构扩挖地铁车站结构地震破坏机制振动台试验[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(8): 2018 - 2030. (AN Jun-hai, TAO Lian-jin, WANG Huan-jie, et al. Shaking table experiments on seismic response of a shield-enlarge-dig type subway station structure in liquefiable ground[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(8): 2018 - 2030. (in Chinese))

- and Engineering, 2017, **36**(8): 2018 – 2030. (in Chinese))
- [14] LEE C J, WEI Y, CHUANG W Y, et al. Uplift mechanism of rectangular tunnel in liquefied soils[M]. Tokyo: Springer, 2017.
- [15] ZHUANG H Y, CHEN G X, HU Z H, et al. Influence of soil liquefaction on the seismic response of a subway station in model tests[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2016, **75**(3): 1169 – 1182.
- [16] ZHUANG H Y, WANG X, MIAO Y, et al. Seismic responses of a subway station and tunnel in a slightly inclined liquefiable ground through shaking table test[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **116**: 371 – 385.
- [17] CHEN S, TANG B Z, ZHAO K, et al. Seismic response of irregular underground structures under adverse soil conditions using shaking table tests[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **95**: 103145.
- [18] 杜修力, 王 刚, 路德春. 日本阪神地震中大开地铁车站地震破坏机理分析[J]. 防灾减灾工程学报, 2016, **36**(2): 165 – 171. (DU Xiu-li, WANG Gang, LU De-chun. Earthquake damage mechanism analysis of dakai metro station by Kobe earthquake[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2016, **36**(2): 165 – 171. (in Chinese))
- [19] 杜修力, 马 超, 路德春, 等. 大开地铁车站地震破坏模拟与机理分析[J]. 土木工程学报, 2017, **50**(1): 53 – 62, 69. (DU Xiu-li, MA Chao, LU De-chun, et al. Collapse simulation and failure mechanism analysis of the Daikai subway station under seismic loads[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, **50**(1): 53 – 62, 69. (in Chinese))
- [20] 杜修力, 李 洋, 许成顺, 等. 1995 年日本阪神地震大开地铁车站震害原因及成灾机理分析研究进展[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(2): 223 – 236. (DU Xiu-li, LI Yang, XU Cheng-shun, et al. Review on damage causes and disaster mechanism of Daikai subway station during 1995 Osaka-Kobe Earthquake[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(2): 223 – 236. (in Chinese))
- [21] MA C, LU D C, DU X L, et al. Structural components functionalities and failure mechanism of rectangular underground structures during earthquakes[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **119**: 265 – 280.
- [22] XU C S, ZHANG Z H, LI Y, et al. Validation of a numerical model based on dynamic centrifuge tests and studies on the earthquake damage mechanism of underground frame structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **104**: 103538.
- [23] XU C S, ZHANG Z H, LI Y, et al. Seismic response and failure mechanism of underground frame structures based on dynamic centrifuge tests[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2021, **50**(7): 2031 – 2048.
- [24] XU Z G, DU X L, XU C S, et al. Simplified equivalent static methods for seismic analysis of shallow buried rectangular underground structures[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **121**: 1 – 11.
- [25] 许成顺, 李 洋, 杜修力, 等. 上覆土竖向惯性力对浅埋地下框架结构地震损伤反应影响离心机振动台模型试验研究[J]. 土木工程学报, 2019, **52**(3): 100 – 110, 119. (XU Cheng-shun, LI Yang, DU Xiu-li, et al. Dynamic centrifuge tests for influence of vertical inertia force of overburden soil on earthquake damage response of shallow-buried underground frame structures[J]. China Civil Engineering Journal, 2019, **52**(3): 100 – 110, 119. (in Chinese))

DOI: 10.11779/CJGE202205012

# 颗粒特性对材料小应变动力特性的影响

黄志鹏<sup>1</sup>, 魏晓<sup>\*1</sup>, 潘坤<sup>2</sup>, 杨仲轩<sup>1</sup>

(1. 浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江工业大学土木工程学院, 浙江 杭州 310014)

**摘要:** 土体的小应变剪切模量和阻尼比是表征土体动力学特性的重要参数。针对文献中关于砂土颗粒形状与粒径大小对小应变动力特性的影响仍存在争议, 利用能量注入式虚拟质量共振柱, 系统测量了特定形状与粒径的聚碳酸酯颗粒试样的小应变剪切模量和阻尼比。试验结果表明, 颗粒粒径大小对试样的小应变动力学特性影响不大, 而颗粒形状则有显著影响。球形颗粒试样的小应变剪切模量小于椭球颗粒和双球颗粒的试样, 而球形颗粒试样的小应变阻尼比大于椭球、双球颗粒试样。椭球和球形颗粒混合试样的小应变剪切模量和阻尼比则处于两种单一颗粒之间。小应变剪切模量与阻尼比均与颗粒综合规则度存在较好的相关性, 表明综合规则度可用于表征颗粒形状对材料小应变动力特性的影响。

**关键词:** 颗粒特性; 小应变; 剪切模量; 阻尼比; 共振柱; 综合规则度

**中图分类号:** TU43      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2022)05-0889-09

**作者简介:** 黄志鹏(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事土动力学方面的研究。E-mail: zphuang@zju.edu.cn。

## Effects of particle characteristics on small-strain dynamic properties of granular materials

HUANG Zhi-peng<sup>1</sup>, WEI Xiao<sup>1</sup>, PAN Kun<sup>2</sup>, YANG Zhong-xuan<sup>1</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. College of Civil Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310014, China)

**Abstract:** The small-strain shear modulus and damping ratio are the important dynamic properties of granular soils. Controversial views exist regarding the effects of particle shape and size on the small-strain dynamic properties. In this study, the small-strain shear modulus and damping ratio are measured systematically for the specimens formed by polycarbonate particles with well-controlled particle shape and size using the energy injecting virtual mass resonant column system. The test results show that the particle size has few effects on the small-strain shear modulus and damping ratio, while the particle shape has significant impacts. The shear modulus of the specimens of spherical particles is smaller than that of the elliptical particles and the clumped particles under otherwise similar conditions, while the damping ratio of the specimens of spherical particles is higher than that of the specimens of the other two particles. For the mixtures of spherical and elliptical particles, the small-strain shear modulus and damping ratio are between those of the specimens of each type of particles. The overall regularity, quantifying the shape of the particles, can be used to characterize the small-strain properties of the specimens.

**Key words:** particle characteristic; small strain; shear modulus; damping ratio; resonant column; overall regularity

## 0 引言

土体的剪切模量  $G$  和阻尼比  $D$  是土体动力学特性的重要参数, 对分析自然和人为引起的各类振动荷载下的土体响应具有重要意义。 $G, D$  与土体的剪应变  $\gamma$  有关<sup>[1]</sup>, 而土体在小应变条件下 ( $\gamma = 10^{-6} \sim 5 \times 10^{-5}$ ) 基本处于线弹性阶段, 其对应的剪切模量和阻尼比分别为最大模量  $G_{\max}$  和最小阻尼比  $D_{\min}$ 。其中,  $G_{\max}$  可以由  $G_{\max} = \rho V_s^2$  得到, 式中,  $V_s$  为土体的剪切波速,  $\rho$  为土体密度。

已有研究表明, 土体  $G_{\max}$  主要受到围压、孔隙比、

级配特征、土体颗粒形状、应力历史等因素的影响<sup>[2-5]</sup>。在诸多因素中, 围压和孔隙比是影响小应变剪切模量的两个重要参数<sup>[3, 6]</sup>, 通常采用如下表达式:

$$G_{\max} = A \cdot f(e) \cdot \left( \frac{\sigma'}{p_a} \right)^n. \quad (1)$$

式中  $A$  为拟合参数, 反映土体特性以及其他因素的

基金项目: 国家自然科学基金项目(51825803, 52020105003); 高校基本科研业务费专项资金资助项目(2021QNA4021)

收稿日期: 2021-07-05

\*通信作者(E-mail: weixiaos@zju.edu.cn)

影响;  $f(e)$  为孔隙比函数, 反映孔隙比  $e$  的影响;  $\sigma'$  为有效应力;  $p_a$  为参考应力, 取大气压强;  $n$  为幂指数。已有研究表明  $G_{\max}$  随着不均匀系数  $C_u$  增大而减小<sup>[3, 7-8]</sup>。

已有研究对土体颗粒粒径如何影响  $G_{\max}$  和  $V_s$  未有定论。Sharifipour 等<sup>[9]</sup>利用弯曲元测试了 3 种不同粒径 (1~3 mm) 玻璃珠试样的剪切波速  $V_s$ , 发现在相近的孔隙比条件下  $V_s$  随粒径增加而增大。Hardin 等<sup>[10]</sup>利用共振柱对砾石土进行测试后发现  $G_{\max}$  随粒径增大而增大。Menq<sup>[8]</sup>发现砾石土的  $G_{\max}$  随粒径增大而增大, 而砂土的  $G_{\max}$  受粒径影响不大。Wichtmann 等<sup>[3]</sup>测试了一系列不同级配和粒径的砂土和砾石土的  $G_{\max}$ , 发现平均粒径在 0.1~6 mm 范围内变化时  $G_{\max}$  受粒径影响不大。Dutta 等<sup>[11]</sup>、Yang 等<sup>[12]</sup>观察到级配均匀的砂土的  $V_s$  与粒径大小无关。Patel 等<sup>[13]</sup>通过弯曲元测试发现玻璃珠试样的  $V_s$  随粒径增大而减小, 且粉煤灰和炉底灰也表现出此类趋势。

此外, 已有研究关于颗粒形状对  $G_{\max}$  的影响也存在争议。Hardin 等<sup>[2, 14]</sup>对渥太华砂和碎石英 (Crushed quartz) 的  $V_s$  与  $G_{\max}$  进行了测量并指出拟合参数  $A$  和孔隙比函数  $f(e)$  与砂土类型相关, 应力指数  $n$  则不受砂土类型影响。Cho 等<sup>[15]</sup>对文献数据进行整理分析后发现, 颗粒形状会对  $V_s - \sigma'$  关系的拟合参数 (特别是幂指数) 有影响。Payan 等<sup>[16]</sup>认为颗粒形状对孔隙比函数的影响可以忽略不计, 但是颗粒规则程度提高会导致参数  $A$  提高及参数  $n$  下降。Altuhafi 等<sup>[17]</sup>则认为将颗粒形状以外的其他因素影响归一化后, 颗粒越圆润的砂土剪切模量越低。Yang 等<sup>[4]</sup>将颗粒形状不同的砂土筛分至统一级配曲线后测试, 证实了 Altuhafi 等<sup>[17]</sup>的观点, 并发现  $A$  随着颗粒形状的综合规则度 (overall regularity, OR) 提高而下降,  $n$  则上升。类似现象也被其他一些学者观察到<sup>[18-20]</sup>。

针对不同土体, 袁晓铭等<sup>[21]</sup>给出了考虑埋深和应变水平的剪切模量与阻尼比设计表格。其中, 相同应变水平 (包括  $\gamma = 5 \times 10^{-6}$ ) 下砂土的阻尼比推荐值随密实度和埋深增大而减小。然而, 也有数据显示  $D_{\min}$  与孔隙比的关系与前述趋势不同<sup>[6, 8]</sup>。Menq<sup>[8]</sup>认为孔隙比对  $D_{\min}$  的影响较小且不明确, 建议采用以下公式表征  $D_{\min}$ :

$$D_{\min} = D_1 \left( \frac{\sigma'}{p_a} \right)^{-\kappa}, \quad (2)$$

式中,  $D_1$  为拟合参数, 为有效应力等于一个大气压时的阻尼比,  $\kappa$  为幂指数。目前, 对粒径如何影响  $D_{\min}$  的研究存在不一致。Menq<sup>[8]</sup>的试验数据表明  $D_1$  随平均粒径  $d_{50}$  增加而减小, 但 Shin<sup>[22]</sup>发现级配不良的砾

石土与砂土的  $D_{\min}$  无明显区别。Payan 等<sup>[23]</sup>在测量了若干种具有不同级配和平均粒径砂土的  $D_{\min}$ , 发现  $D_1$ ,  $\kappa$  均与颗粒形状具有较好的关联性。此外, 关于颗粒形状对  $D_{\min}$  影响的研究鲜有报道。

综上所述, 颗粒形状和粒径对颗粒材料  $G_{\max}$  与  $D_{\min}$  的影响仍需进一步研究。考虑到天然材料的颗粒形状和粒径难以精确量化和控制, 本文采用特定形状和粒径的聚碳酸酯材料, 巧妙地分离了颗粒形状与粒径对试样动力特性的影响; 进一步地, 利用能量注入式虚拟质量共振柱精确测量试样的  $G_{\max}$  与  $D_{\min}$ , 揭示颗粒形状与粒径对二者的影响规律。

## 1 试验方案

### 1.1 试验材料

本研究采用聚碳酸酯压模得到特定形状与粒径的颗粒 (图 1), 包括直径 2 mm 的圆球 (S2), 直径 3 mm 的圆球 (S3), 短轴 2 mm、长轴 3 mm 的椭球 (E1), 以及由球心距离 1 mm 的两个直径 2 mm 球体重叠形成的双球颗粒 (C1)。颗粒的比重利用排水法测得为 1.19。本研究除了测试 4 种颗粒组成的试样的小应变动力特性外, 还将 S3 与 E1 颗粒以质量比 2:1 或 1:2 混合 (分别记为 S3:E1=2:1 和 S3:E1=1:2), 以研究不同形状颗粒混合对试样小应变动力特性的影响。根据相关资料, 聚碳酸酯材料的杨氏模量和泊松比分别为 2.30 GPa 和 0.39。

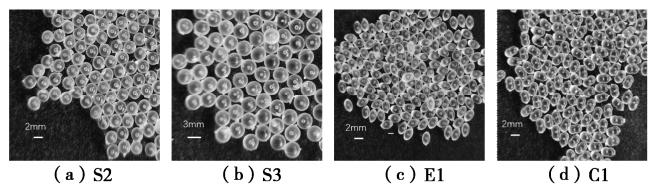


图 1 本研究所采用的聚碳酸酯颗粒

Fig. 1 Poly carbonate particles used in this study

已有研究提出了多种参数来定量描述颗粒形状<sup>[15, 17]</sup>。本研究采用的形状参数与 Liu 等<sup>[4]</sup>一致, 包括球度 (sphericity,  $S$ )、长细比 (aspect ratio,  $AR$ )、圆度 (roundness,  $R$ )、凸度 (convexity,  $C$ ), 其计算公式如下:

$$S = 2\pi R_e / P, \quad (3)$$

$$AR = D^{F\min} / D^{F\max}, \quad (4)$$

$$R = \sum (r_i / N) / r_{\max}, \quad (5)$$

$$C = A / A_{\text{hull}}. \quad (6)$$

式中  $R_e$  为与颗粒投影面积相等的圆形半径,  $P$  为投影周长 (图 2 (a));  $D^{F\min}$  与  $D^{F\max}$  分别为颗粒投影的一对平行切线的最小和最大间距 (图 2 (b));  $r_i$  为突出角点的曲率半径,  $N$  为突出角点数目,  $r_{\max}$  为投影

的最大内接圆半径（图 2 (c)）； $A$  为投影面积， $A_{\text{hull}}$  为投影凹陷被填充后的面积（图 2 (d)）。各颗粒的形状参数见表 1。上述 4 个形状参数仅反映颗粒某一方面的形状特征，为了综合表征颗粒的形状特征，Liu 等<sup>[4]</sup>提出的综合规则度（OR）表征颗粒形状，如下式所示：

$$\text{OR} = (S + \text{AR} + R + C)/4 \quad . \quad (7)$$

对于混合颗粒 ( $S_3 : El = 2 : 1$  和  $S_3 : El = 1 : 2$ ), 其形状可用两种组分的形状参数按混合比例求加权平均得到。

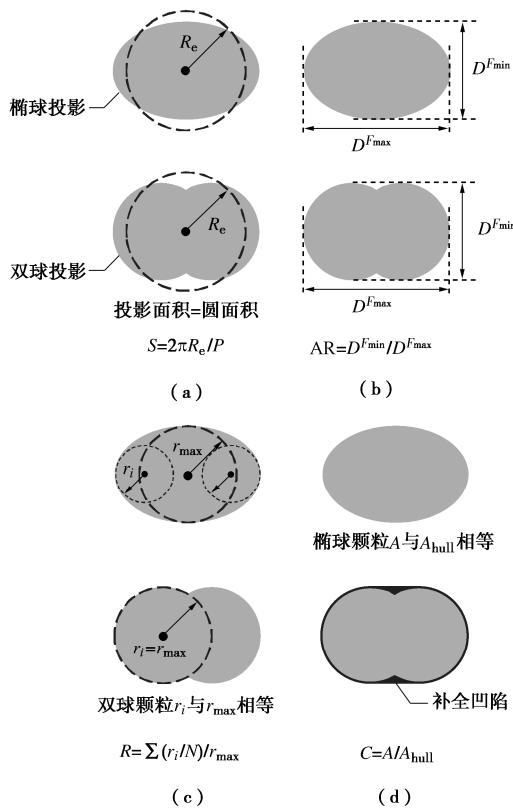


图 2 形状参数的定义与计算方法示意图

Fig. 2 Schematics of calculation of shape parameters

表 1 颗粒形状参数表

Table 1 Shape quantities of particles

| 颗粒种类            | 球度 S | 长细比 AR | 圆度 R | 凸度 C | 综合规则度 OR |
|-----------------|------|--------|------|------|----------|
| S2              | 1.00 | 1.00   | 1.00 | 1.00 | 1.00     |
| S3              | 1.00 | 1.00   | 1.00 | 1.00 | 1.00     |
| E1              | 0.97 | 0.67   | 0.67 | 1.00 | 0.83     |
| C1              | 0.95 | 0.67   | 1.00 | 0.98 | 0.90     |
| S3 : E1 = 2 : 1 | 0.99 | 0.89   | 0.89 | 1.00 | 0.94     |
| S3 : E1 = 1 : 2 | 0.98 | 0.78   | 0.78 | 1.00 | 0.88     |

## 1.2 试验仪器

本文采用能量注入式虚拟质量 (energy injecting virtual mass, EIVM) 共振柱系统<sup>[24-25]</sup> (图 3) 对材料

的小应变动力特性进行测量。该共振柱系统可以简化为图 4 中的试样与顶部质量块，其共振频率同时受到试样刚度以及质量块的极质量惯性矩的影响。当系统在外部扭矩作用下受迫振动时，该扭矩可根据达朗贝尔原理等效为附加质量惯性矩，相当于对系统增加一个虚拟质量块，从而改变了系统的共振频率。因此，可以通过施加不同频率的扭矩使系统在不同频率下产生共振，并依据原系统参数、系统共振频率以及试样尺寸得到试样的剪切模量。同时，如果外部扭矩为系统注入的能量等于系统耗散的能量，系统维持稳定振动，可通过施加的能量求得阻尼值。

相比于其他常见的共振柱测试系统，本文采用的EIVM共振柱系统主要有两方面优势<sup>[25-26]</sup>：①其他共振柱系统需要通过较多的前期扫频振动确认共振频率，可能改变试样的 $G_{\max}$ 和 $D_{\min}$ ，而EIVM系统仅需10~20个振动周期即可获得稳定波形，并得到试样的 $G_{\max}$ 和 $D_{\min}$ ；②其他共振柱系统的阻尼比测量基于振动衰减过程或者半功率带宽法，难以准确定义其对应的剪应变幅值，而EIVM系统通过对土样施加扭矩以维持等幅值振动，所测阻尼比对应的剪应变明确。

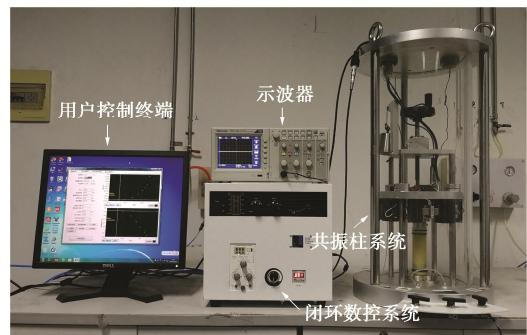


图 3 能量注入式虚拟质量共振柱设备

Fig. 3 EIVM resonant column testing system

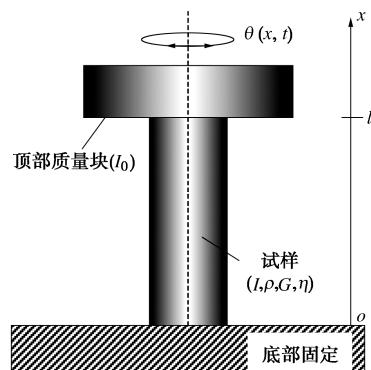


图 4 能量注入式虚拟质量共振柱系统示意图

Fig. 4 Schematics of EIVM resonant column system

### 1.3 试验步骤

试验采用直径 38 mm、高度 81 mm 的圆柱试样。

将洗净风干后的颗粒通过漏斗分 3 层倒入模具内，并通过控制颗粒的下落高度获得不同密实度的试样；对于较密实的试样，还可用橡胶棒敲击模具侧壁进一步提高试样密实度。制样完毕后，对试样施加 25 kPa 负压，拆除模具，测量试样的实际高度与直径。随后，安装压力室，对试样依次施加 50, 100, 200, 400 kPa 围压，并保持试样孔隙与大气连通；在每级围压加载结束后测量试样的小应变动力特性。测试条件如表 2 所示。

表 2 试验方案表

Table 2 Test schemes

| 颗粒种类              | 试样孔隙比                   | 有效应力 /kPa      |
|-------------------|-------------------------|----------------|
| S2                | 0.580/0.605/0.635/0.665 | 50/100/200/400 |
| S3                | 0.580/0.607/0.638/0.667 | 50/100/200/400 |
| E1                | 0.500/0.550/0.575/0.604 | 50/100/200/400 |
| Cl                | 0.500/0.551/0.571/0.603 | 50/100/200/400 |
| S3 : E1<br>=2 : 1 | 0.605                   | 50/100/200/400 |
| S3 : E1<br>=1 : 2 | 0.605                   | 50/100/200/400 |

## 2 试验结果与分析

### 2.1 初始状态对小应变动力特性的影响

4 种单一颗粒的  $G_{\max}$  均随着孔隙比的减小、围压的增加而增加（图 5, 6），并可利用式（1）进行表征，其中孔隙比函数  $f(e)$  可采用如下形式<sup>[2, 27]</sup>：

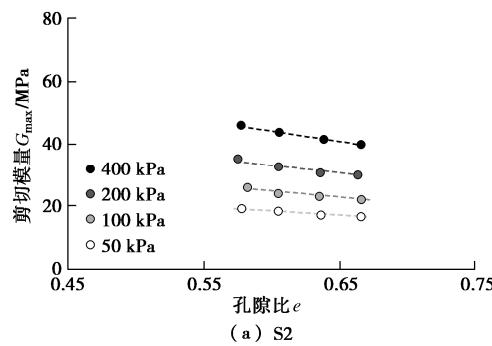
$$f(e) = \frac{(a - e)^2}{1 + e} , \quad (8)$$

式中， $a$  为拟合参数。Hardin 等<sup>[2, 27]</sup>认为参数  $a$  的取值与颗粒形状有关：颗粒形状圆润的天然渥太华砂取  $a = 2.17$ ，而形状尖锐的粉碎渥太华砂取  $a = 2.97$ 。对于本文研究所测数据，若假定参数  $a$  随颗粒特性改变，S2 与 S3 的拟合结果分别为  $a = 2.40$  与  $a = 2.35$ ，E1 与 Cl 则为  $a = 3.17$  和  $a = 3.48$ 。实际上，已有研究指出具有不同特性的颗粒材料可采用固定的  $a$  值<sup>[4]</sup>。根据本文试验结果，取  $a = 2.97$  能得到很好的拟合效果（图 5 虚线）。表 3 总结了  $a = 2.97$  以及  $a$  随不同颗粒变化时的参数  $A$  拟合值，参数  $A$  和  $a$  的取值存在相关性。该现象亦被其他学者观察到<sup>[3]</sup>。

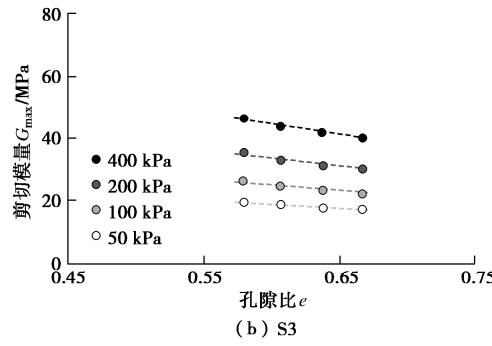
有效应力的影响如图 6 所示，拟合所得应力幂指数  $n$  总结于表 3。其中，S2 和 S3 的  $n$  取值接近，表明粒径对  $n$  值几乎无影响；而 S2 和 S3 的  $n$  值大于 E1 和 Cl 两种颗粒，该结果表明应考虑颗粒形状的影响。

表 3  $G_{\max}$  拟合参数表Table 3 Fitting parameters of  $G_{\max}$ 

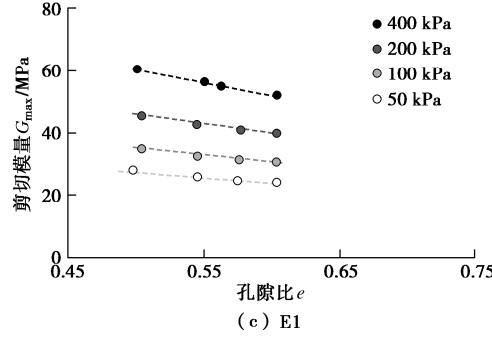
| 类别     | 颗粒种类          | $A$ /MPa | $a$  | $n$   | $R^2$ |
|--------|---------------|----------|------|-------|-------|
| $a$ 固定 | S2            | 7.16     | 2.97 | 0.410 | 0.998 |
|        | S3            | 7.13     | 2.97 | 0.411 | 0.998 |
|        | E1            | 8.72     | 2.97 | 0.378 | 0.998 |
|        | Cl            | 8.35     | 2.97 | 0.392 | 0.998 |
|        | S3 : E1=2 : 1 | 7.51     | 2.97 | 0.396 | 0.997 |
|        | S3 : E1=1 : 2 | 8.13     | 2.97 | 0.380 | 0.997 |
| $a$ 可变 | S2            | 12.54    | 2.40 | 0.409 | 0.999 |
|        | S3            | 13.20    | 2.35 | 0.411 | 0.999 |
|        | E1            | 7.44     | 3.17 | 0.378 | 0.998 |
|        | Cl            | 5.70     | 3.48 | 0.393 | 0.999 |



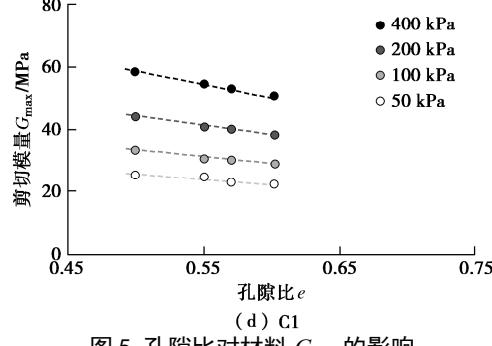
(a) S2



(b) S3

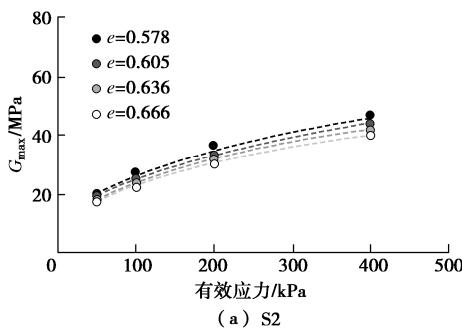


(c) E1

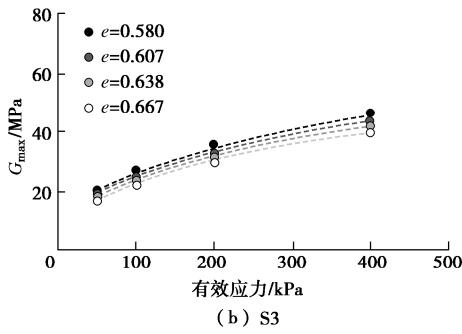


(d) Cl

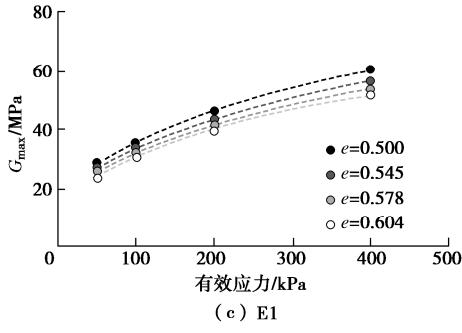
图 5 孔隙比对材料  $G_{\max}$  的影响Fig. 5 Effects of void ratio on  $G_{\max}$  of test materials



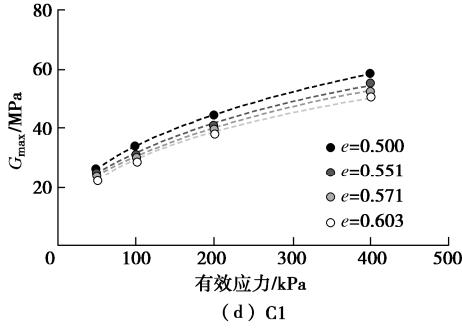
(a) S2



(b) S3



(c) E1



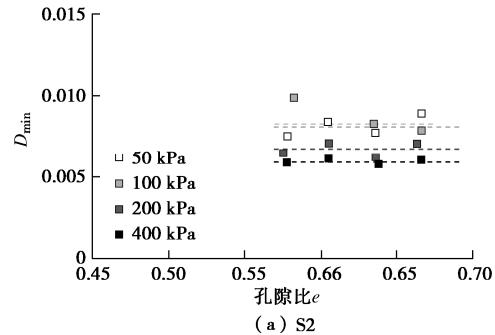
(d) C1

图 6 有效应力对材料  $G_{\max}$  的影响

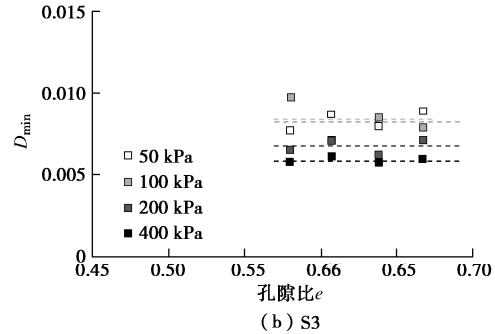
Fig. 6 Effects of effective stress on  $G_{\max}$  of test materials

孔隙比对小应变阻尼比  $D_{\min}$  的影响如图 7 所示。

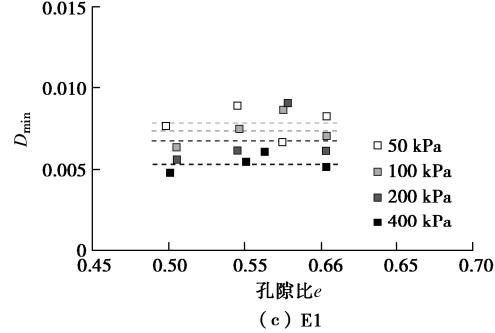
在相同有效应力条件下, 各试样的  $D_{\min}$  随孔隙比增加在一定范围内波动。类似地, Menq<sup>[8]</sup> 和 Senetakis 等<sup>[6]</sup> 未观察到  $D_{\min}$  与孔隙比存在明显的定量关系, 故认为孔隙比对  $D_{\min}$  的影响可以忽略不计。图 7 中虚线代表各有效应力下  $D_{\min}$  的平均值, 且平均值随有效应力增加而下降。进一步地, 图 8 展示 4 种材料的  $D_{\min}$  随有效应力的变化趋势, 并用式 2 拟合得到图中趋势线, 拟合参数见表 4。



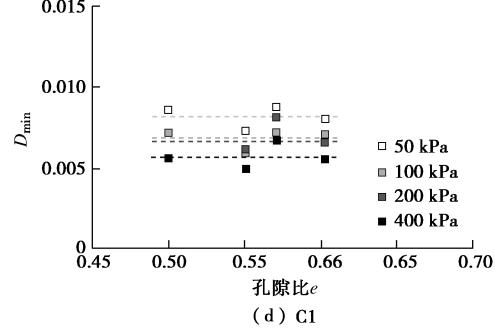
(a) S2



(b) S3



(c) E1



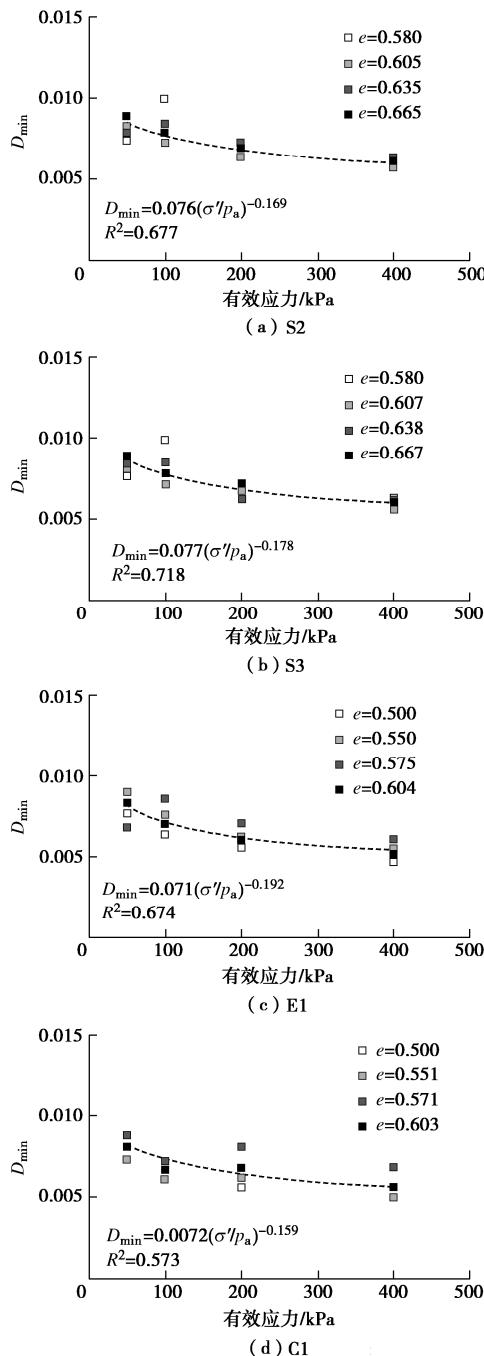
(d) C1

图 7 孔隙比对材料  $D_{\min}$  的影响

Fig. 7 Effects of void ratio on  $D_{\min}$  of test materials

表 4  $D_{\min}$  拟合参数表Table 4 Fitting parameters of  $D_{\min}$ 

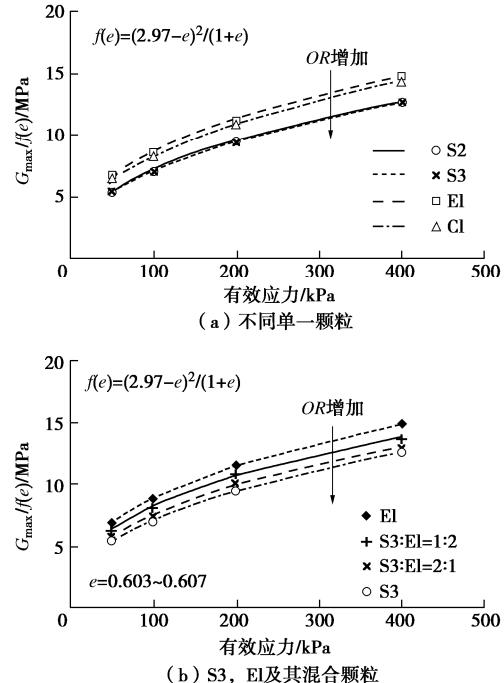
| 颗粒种类          | $D_1$  | $\kappa$ | $R^2$ |
|---------------|--------|----------|-------|
| S2            | 0.0076 | 0.169    | 0.677 |
| S3            | 0.0077 | 0.178    | 0.718 |
| E1            | 0.0071 | 0.192    | 0.674 |
| C1            | 0.0072 | 0.159    | 0.573 |
| S3 : E1=2 : 1 | 0.0071 | 0.151    | 0.962 |
| S3 : E1=1 : 2 | 0.0068 | 0.176    | 0.997 |

图 8 有效应力对材料  $D_{\min}$  的影响Jig. 8 Effects of effective stress on  $D_{\min}$  of test materials

## 2.2 颗粒特性对小应变动力特性的影响

不同颗粒形状和粒径的试样具有不同的孔隙比范围, 可采用  $G_{\max}/f(e)$  消除孔隙比对  $G_{\max}$  的影响。如图 9 所示,  $G_{\max}/f(e)$  随有效应力增加而增加, 且不同颗粒在相同有效应力下具有不同的  $G_{\max}/f(e)$ 。值得注意的是, S2 与 S3 的数据点几乎重合 (图 9 (a)), 表明颗粒直径从 2 mm 增大到 3 mm 对球状颗粒的  $G_{\max}$  几乎无影响, 与一些学者<sup>[3, 11-12]</sup>的试验结果相吻合。在相同有效应力条件下, Cl 试样的  $G_{\max}/f(e)$  略小于 El 而大于球形颗粒 S2 与 S3 (图 9 (a))。考虑到 El 与 Cl 的  $D^{F\min}$  (2 mm) 与  $D^{F\max}$  (3 mm) 界于 S2 和 S3 的粒径

之间, 而颗粒粒径不会影响  $G_{\max}/f(e)$ , 上述试样的  $G_{\max}/f(e)$  差异可以认为是颗粒形状差异所致。图 9 (b) 将混合颗粒的测试结果与两种单一组分的结果进行对比, 可以看出混合颗粒的  $G_{\max}/f(e)$  处于 S3 与 El 之间, 并且曲线随 El 含量增加而向上移动。

图 9 颗粒特性对材料  $G_{\max}$  的影响Fig. 9 Effects of particle characteristics on  $G_{\max}$  of materials

参数  $A$  随着综合规则度 OR 的增大而减小 (图 10 (a)), 表明当试样的孔隙比和有效应力相同时, 颗粒形状越规则, 试样的  $G_{\max}$  越小; 参数  $n$  随着 OR 的增大而增大, 表明颗粒形状越规则的试样  $G_{\max}$  对有效应力的敏感性越高 (图 10 (b))。

与图 9, 10 所示结果相似, Liu 等<sup>[4]</sup>将 4 种石英砂筛至相同级配后 ( $C_u = 1.2$ ,  $D_{50} = 0.256$  mm) 测量试样的  $G_{\max}$ , 发现在相同的孔隙比和有效应力下, 颗粒形状越规则, 试样的  $G_{\max}$  越小; 并从微观力学角度解释该现象, 认为颗粒形状越规则, 则其试样在相同孔隙比和有效应力下的配位数越小, 导致试样  $G_{\max}$  越小。此外, Liu 等<sup>[4]</sup>用式 (1) 拟合  $G_{\max}$  与孔隙比、有效应力的关系; 参数  $A$  随 OR 的增大而减小, 而参数  $n$  随着 OR 的增大而增大, 与本文结论一致。与本文结论不一致的部分文献将在后文中讨论。

取孔隙比接近 ( $e = 0.603 \sim 0.607$ ) 的各组试样  $D_{\min}$  进行对比 (图 11)。如图 11 (a), S2 与 S3 试样的数据点和趋势线基本重合, 表明粒径对试样  $D_{\min}$  的影响可以忽略; 而 El 的数据处于 4 种单一颗粒的最下方、Cl 则处于球形颗粒与 El 颗粒之间, 表明颗粒形状的规则程度降低, 会使试样的  $D_{\min}$  降低。图 11 (b) 显

示混合颗粒试样的  $D_{\min}$  界于两种单一组分之间, 亦表明颗粒形状的规则程度降低会导致试样  $D_{\min}$  降低。利用式(2)对图11所示的数据进行拟合, 并将拟合参数与OR关联, 可发现参数  $D_1$  随着OR的增大呈现增大趋势(图12(a)), 而参数  $\kappa$  随OR增大呈现减小趋势(图12(b))。目前, 文献中对于颗粒粒径和形状如何影响试样的  $D_{\min}$  尚有争论, 将在后文进行讨论。

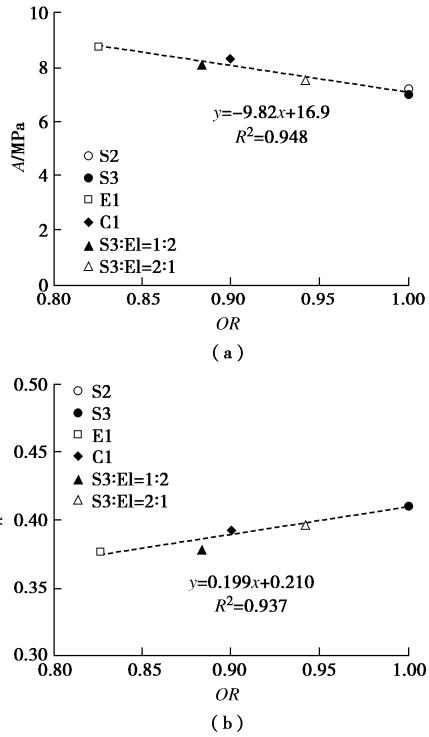


图10 颗粒形状对材料  $G_{\max}$  的影响

Fig. 10 Effects of particle shape on  $G_{\max}$  of test materials

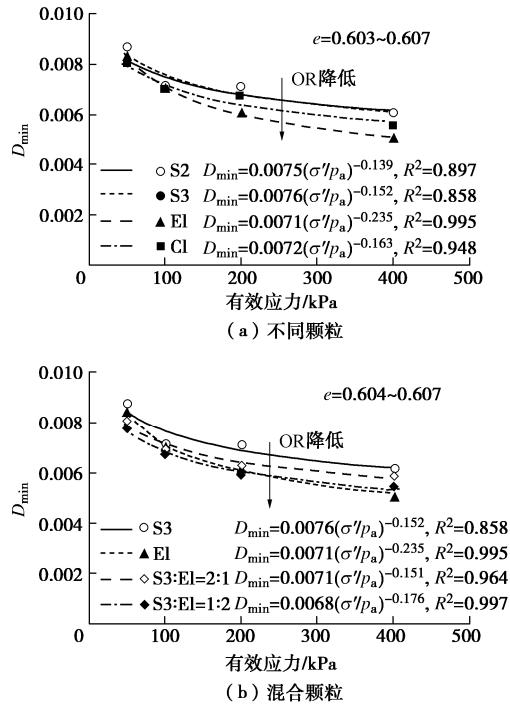


图11 颗粒特性对材料  $D_{\min}$  的影响

Fig. 11 Effects of particle characteristics on  $D_{\min}$  of materials

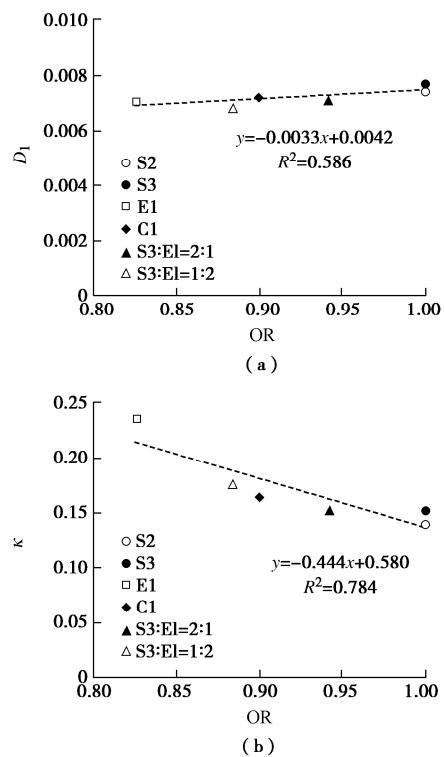


图12 颗粒形状对材料  $D_{\min}$  的影响

Fig. 12 Effects of particle shape on  $D_{\min}$  of test materials

### 3 讨论

本研究采用能量注入式虚拟质量(EIVM)共振柱研究了不同颗粒特性对试样小应变动力性的影响。试验结果表明颗粒形状越规则试样  $G_{\max}$  越小,  $D_{\min}$  越大, 与 Liu 等<sup>[4]</sup>采用均匀级配(不均匀系数  $C_u = 1.2$ )的砂土试验结果一致。当考虑不同级配影响时, Altuhafi 等<sup>[17]</sup>对文献报道的各类砂土的  $G_{\max}$  进行了考虑级配和粒径的归一化处理, 并与颗粒形状参数(球度、长细比、凸度)关联性进行分析, 发现归一化后的剪切模量随颗粒形状参数的增加而减小, 与本文结果一致; 而 Payan 等<sup>[16]</sup>对其所测的几种砂土的  $G_{\max}$  进行考虑级配的归一化处理后, 其得到的趋势则相反。不一致的原因主要有以下3方面。①Altuhafi 等<sup>[17]</sup>和 Payan 等<sup>[16]</sup>所采用的形状参数不同, 可能对分析结果造成一定影响; ②Altuhafi 等<sup>[17]</sup>和 Payan 等<sup>[16]</sup>则分别假定数据库中  $G_{\max}$  正比于  $C_u^{-1}$  和  $C_u^{-1.4}$ , 而  $G_{\max}$  与  $C_u$  的量化关联因数据库不同而发生变化、并无定论(例如 Liu 等<sup>[28]</sup>认为  $G_{\max}$  正比于  $C_u^{-0.42}$ ), 因此 Altuhafi 等<sup>[17]</sup>和 Payan 等<sup>[16]</sup>基于某个假定的关联可能会影响分析结果; ③已有研究一般认为级配和颗粒形状对  $G_{\max}$  的影响相互间不耦合, 但是并没有充分依据。因此, 有必要综合考虑颗粒形状和级配对颗粒材料  $G_{\max}$  的影响开展进一步研究。

Menq<sup>[8]</sup>的试验数据表明  $D_1$  随平均粒径  $d_{50}$  增加而减小, 然而本研究数据表明颗粒粒径对材料的  $D_{\min}$  几乎没有影响。事实上, 前者并未精确量化测试材料的颗粒形状, 因而无法合理评价  $d_{50}$  的影响。此外, Payan 等<sup>[23]</sup>对  $D_{\min}$  试验数据拟合所得的参数  $D_1$  关于  $d_{50}$  与  $C_u$  进行归一化处理后, 发现归一化的参数  $D_1$  随颗粒形状规则度增加而减小, 与图 12 的结果相反。值得注意的是, 在拟合  $D_1$  与形状的关系时, Payan 等<sup>[23]</sup>采用了 Menq<sup>[8]</sup>所提出的与  $d_{50}$  和  $C_u$  的经验关系以排除这两个因素的影响, 却并未验证 Menq<sup>[8]</sup>的经验关系是否适用于该组试验数据, 且目前对于  $d_{50}$  和  $C_u$  如何影响  $D_{\min}$  尚无定论: Menq<sup>[8]</sup>的试验数据表明  $D_1$  随不均匀系数  $C_u$  减小而减小, 但是 Senetakis 等<sup>[6]</sup>则未观察到  $C_u$  对  $D_{\min}$  的一致影响; Menq<sup>[8]</sup>的试验数据表明  $D_1$  随平均粒径  $d_{50}$  增加而减小, 而本研究数据表明颗粒粒径对材料的  $D_{\min}$  几乎没有影响。因此, 还需进一步综合考虑颗粒级配、粒径和形状, 开展相关研究。

## 4 结 论

本文采用能量注入式虚拟质量 (EIVM) 共振柱在不同有效应力、不同孔隙比条件下测试了具有特定形状和粒径的聚碳酸酯颗粒制成试样的小应变剪切模量  $G_{\max}$  和阻尼比  $D_{\min}$ , 并对现有文献中的争议进行了讨论并对后续工作提出了建议。

(1) 试验结果表明不同形状的聚碳酸酯颗粒所成试样的  $G_{\max}$  随孔隙比减小和有效应力增加而增加; 试样的  $D_{\min}$  与孔隙比的关系不明显, 却随着有效应力增加而减小。

(2) 对于所测试的球形颗粒试样, 颗粒粒径对  $G_{\max}$  和  $D_{\min}$  几乎没有影响, 颗粒形状则影响试样的  $G_{\max}$  和  $D_{\min}$ 。当孔隙比和有效应力相同时, 椭球颗粒试样的  $G_{\max}$  最大, 双球颗粒试样次之, 球形颗粒试样的  $G_{\max}$  最小;  $D_{\min}$  则呈现相反的趋势。对于椭球颗粒和球形颗粒的混合材料, 试样  $G_{\max}$  和  $D_{\min}$  界于二者之间。

(3) 颗粒形状的综合规则度 (OR) 可用于表征颗粒形状对颗粒材料  $G_{\max}$  与  $D_{\min}$  的影响。

## 参 考 文 献:

- [1] ISHIHARA K. Soil Behaviour in Earthquake Geotechnics[M]. New York: Oxford University Press, 1996.
- [2] HARDIN B O, RICHART F E Jr. Elastic wave velocities in granular soils[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1963, **89**(1): 33–65.
- [3] WICHTMANN T, TRIANTAFYLLOIDIS T. Influence of the grain-size distribution curve of quartz sand on the small strain shear modulus  $g_{\max}$ [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, **135**(10): 1404–1418.
- [4] LIU X, YANG J. Shear wave velocity in sand: effect of grain shape[J]. Géotechnique, 2018, **68**(8): 742–748.
- [5] GU X Q, YANG J, HUANG M S. Laboratory measurements of small strain properties of dry sands by bender element[J]. Soils and Foundations, 2013, **53**(5): 735–745.
- [6] SENETAKIS K, ANASTASIADIS A, PITILAKIS K. The small-strain shear modulus and damping ratio of quartz and volcanic sands[J]. Geotechnical Testing Journal, 2012, **35**(6): 20120073.
- [7] IWASAKI T, TATSUOKA F. Effects of grain size and grading on dynamic shear moduli of sands[J]. Soils and Foundations, 1977, **17**(3): 19–35.
- [8] MENQ F Y. Dynamic Properties of Sandy and Gravelly Soils[D]. Austin: The University of Texas at Austin, 2003.
- [9] SHARIFIPOUR M, DANO C, HICHER P. Wave velocities in assemblies of glass beads using bender-extender elements[C]// Proceedings of 17th ASCE Engineering Mechanics Conference, 2004, Newark.
- [10] HARDIN B O, KALINSKI M E. Estimating the shear modulus of gravelly soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, **131**(7): 867–875.
- [11] DUTTA T T, OTSUBO M, KUWANO R, et al. Stress wave velocity in soils: apparent grain-size effect and optimum input frequencies[J]. Géotechnique Letters, 2019, **9**(4): 340–347.
- [12] YANG J, GU X Q. Shear stiffness of granular material at small strains: does it depend on grain size?[J]. Géotechnique, 2013, **63**(2): 165–179.
- [13] PATEL A, BARTAKE P, SINGH D. An empirical relationship for determining shear wave velocity in granular materials accounting for grain morphology[J]. Geotechnical Testing Journal, 2009, **32**(1): 1–10.
- [14] HARDIN B O. Dynamic versus static shear modulus for dry sand[J]. Materials Research and Standards, 1965, **5**(5): 232–235.
- [15] CHO G C, DODDS J, SANTAMARINA J C. Particle shape effects on packing density, stiffness, and strength: natural and crushed sands[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(5): 591–602.
- [16] PAYAN M, KHOSHGHALB A, SENETAKIS K, et al. Effect of particle shape and validity of  $G_{\max}$  models for sand: a

- critical review and a new expression[J]. *Computers and Geotechnics*, 2016, **72**: 28 – 41.
- [17] ALTUHAFI F N, COOP M R, GEORGIANNOU V N. Effect of particle shape on the mechanical behavior of natural sands[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2016, **142**(12): 04016071.
- [18] 曾国熙, 顾尧章, 吴建平. 粉煤灰的动剪切模量[J]. 岩土工程学报, 1985, **7**(5): 1 – 9. (ZENG Guo-xi, GU Rao-zhang, WU Jian-ping. Dynamic shear moduli of fly ashes[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1985, **7**(5): 1 – 9. (in Chinese))
- [19] SHIN H, SANTAMARINA J C. Role of particle angularity on the mechanical behavior of granular mixtures[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2013, **139**(2): 353 – 355.
- [20] ATHANASSIADIS A G, MISKIN M Z, KAPLAN P, et al.. Particle shape effects on the stress response of granular packings[J]. *Soft Matter*, 2014, **10**(1): 48 – 59.
- [21] 袁晓铭, 孙锐, 孙静, 等. 常规土类动剪切模量比和阻尼比试验研究[J]. 地震工程与工程振动, 2000, **20**(4): 133 – 139. (YUAN Xiao-ming, SUN Rui, SUN Jing, et al. Laboratory experimental study on dynamic shear modulus ratio and damping ratio of soils[J]. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2000, **20**(4): 133 – 139. (in Chinese))
- [22] SHIN B. Laboratory Investigation of the Stiffness and Damping Properties of Binary and Gap-Graded Mixtures of Granular Soils[D]. Austin: The University of Texas at Austin, 2019.
- [23] PAYAN M, SENETAKIS K, KHOSHGHALB A, et al. Influence of particle shape on small-strain damping ratio of dry sands[J]. *Géotechnique*, 2016, **66**(7): 610 – 616.
- [24] LI X S, YANG W L, SHEN C K, et al. Energy-injecting virtual mass resonant column system[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 1998, **124**(5): 428 – 438.
- [25] YANG Z X, WEN Y X, PAN K. Previbration signature on dynamic properties of dry sand[J]. *Journal of Testing and Evaluation*, 2019, **47**(3): 2167 – 2192.
- [26] 蔡正银, 李相崧. 材料状态对干砂小应变特性的影响[J]. 岩土力学, 2004, **25**(1): 10 – 14. (CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. Effects of material state on the small strain behavior of dry sand[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2004, **25**(1): 10 – 14. (in Chinese))
- [27] HARDIN B O, BLACK W L. Sand stiffness under various triaxial stresses[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1966, **92**(2): 27 – 42.
- [28] LIU X, YANG J, WANG G H, et al. Small-strain shear modulus of volcanic granular soil: an experimental investigation[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, **86**: 15 – 24.

DOI: 10.11779/CJGE202205013

# 基于颗粒破碎耗能的粗粒料剪胀方程研究

吴二鲁<sup>1, 2</sup>, 朱俊高<sup>\*1, 2</sup>, 陆阳洋<sup>3</sup>, 钱彬<sup>3</sup>

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏南京 210024; 2. 河海大学江苏省岩土工程技术工程研究中心, 江苏南京 210024;  
3. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏南京 210024)

**摘要:** 粗粒料颗粒破碎和应力变形的内在联系可以用颗粒破碎耗能反映。研究了三轴试验过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律, 根据此规律对 Ueng 等提出的考虑颗粒破碎的能量平衡方程中的摩擦系数  $M$  进行了修正, 以此解决依据该能量平衡方程计算出的颗粒破碎耗能违反热力学定律的问题。在此基础上, 发展了一个形式简单且适用于粗粒料的剪胀方程。主要结论如下: ①提出的颗粒破碎指标与围压及轴向应变之间的数学关系可以较好地描述三轴试验过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律; ②通过对能量平衡方程中的摩擦系数进行修正实现了颗粒破碎耗能的合理计算, 满足了热力学定律; ③试验结果表明, 剪胀耗能在总的输入功里占比甚微, 在能量平衡方程中可以忽略剪胀耗能; ④  $dE_b/pd\varepsilon_s$  与  $M$  之间存在一个明显的线性关系, 将其代入忽略剪胀耗能的能量平衡方程得到了最终的剪胀方程。研究表明, 该剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为, 而且其数学形式简单, 可以推出其塑性势函数, 为后续考虑颗粒破碎的分数阶本构模型的研究提供了条件。

**关键词:** 粗粒料; 颗粒破碎; 分数阶; 摩擦系数; 剪胀方程

**中图分类号:** TU411      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2022)05-0898-09

**作者简介:** 吴二鲁(1993—), 男, 博士, 主要从事土体基本性质及本构关系、土石坝工程研究。E-mail: 170804010004@hhu.edu.cn。

## Dilatancy equation for coarse-grained soils incorporating particle breakage energy

WU Er-lu<sup>1, 2</sup>, ZHU Jun-gao<sup>1, 2</sup>, LU Yang-yang<sup>3</sup>, QIAN Bin<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210024, China;

2. Jiangsu Research Center for Geotechnical Engineering Technology, Hohai University, Nanjing 210024, China; 3. Geotechnical

Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China)

**Abstract:** The internal relationship between particle breakage and stress deformation of coarse-grained soils can be reflected by the particle breakage energy. The change law of particle breakage of coarse-grained soils during triaxial tests is studied. According to this law, the fraction coefficient  $M$  in the energy balance equation proposed by Ueng and Chen is modified to solve the problem that the particle breakage energy calculated by the energy balance equation violates the thermodynamic law. On this basis, a simple dilatancy equation for coarse-grained soils is developed. The main conclusions are as follows: (1) The proposed mathematical relationship among particle breakage index, confining pressure and axial strain can describe the change law of particle breakage well. (2) The reasonable calculation of particle breakage energy is realized by modifying the fraction coefficient in the energy balance equation, which satisfies the thermodynamic law. (3) The test results show that the ratio of the dilatancy energy to the total input work is very small, so it can be ignored in the energy balance equation. (4) There is an obvious linear relationship between  $dE_b/d\varepsilon_s$  and  $M$ , and a dilatancy equation can be developed by substituting this linear relationship into the energy balance equation, and this dilatancy equation can well simulate the dilatancy behaviors of coarse-grained soils, and its mathematical form is simple enough, so that its plastic potential function can be derived, which provides conditions for the subsequent studies on the fraction-order constitutive model considering particle breakage.

**Key words:** coarse-grained soil; particle breakage; fractional order; friction coefficient; dilatancy equation

## 0 引言

粗粒料作为土石坝工程的主要填筑材料, 其变形

基金项目: 国家自然科学基金委员会雅砻江联合基金项目(U1865104); 长江水科学研究联合基金重点支持项目(U2040221); 高等学校学科创新引智计划项目(111计划)(B13024)

收稿日期: 2021-07-06

\*通信作者(E-mail: zhujungao@hhu.edu.cn)

特性显著影响大坝的安全性<sup>[1]</sup>。粗粒料的剪胀特性是其重要的力学特性之一, 剪胀方程是对粗粒料剪胀性的数学描述, 构建的是剪胀比与应力比之间的数学关系, 亦是构建粗粒料本构模型的重要基础。因此, 构建粗粒料的剪胀方程一直都是建立其本构模型的研究重点。相对于黏土和砂土<sup>[2-4]</sup>, 粗粒料显著的颗粒破碎特性使其剪胀特性更加复杂<sup>[5]</sup>, 所以, 构建合理描述粗粒料剪胀性的剪胀方程需要考虑颗粒破碎的影响。

近年来, 国内外学者对粗粒料的剪胀方程已经做了诸多研究, 其中, 以 Rowe 剪胀方程和剑桥模型剪胀方程两者的改进形式为主<sup>[5-14]</sup>。但是, 就目前的这些剪胀方程而言, 大部分都不能较好地预测粗粒料的剪胀行为, 小部分的剪胀方程虽然可以较好地描述粗粒料的剪胀行为, 却由于其本身的数学形式较为复杂, 无法推出相应的塑性势函数, 那么就不能进一步地利用分数阶非正交性流动法则进行本构模型的构建。分数阶非正交性流动法则是指基于塑性势函数可以得到加载方向或根据屈服函数得到塑性流动方向, 其中加载方向与流动方向的夹角由分数阶导数的阶数确定<sup>[15]</sup>。目前, 分数阶微积分已经被证明是一个解决力学建模难题的有力数学工具, 为此, 笔者拟构建一个考虑颗粒破碎的适用于粗粒料且数学形式简单的剪胀方程, 可以推出相应的塑性势函数, 为后续建立一个考虑颗粒破碎的粗粒料的分数阶本构模型做准备。

在本构模型中引入颗粒破碎参数存在参数过多且将颗粒破碎参数引入本构模型的函数规律适用性不强的缺陷。颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 用颗粒破碎耗能反映粗粒料的颗粒破碎与应力变形之间的内在联系切实可行。Ueng 等<sup>[6]</sup>在 Rowe 剪胀方程<sup>[16]</sup>中引入了颗粒破碎耗能, 建立了适用于粗粒料的能量平衡方程。但是, 依据该能量平衡方程计算出的颗粒破碎耗能随着颗粒破碎量的增大会出现负数以及减小的情况, 违反了热力学定律。其原因在于没有考虑颗粒破碎对摩擦系数的影响。换句话说, 在该能量平衡方程中, 将临界状态应力比作为摩擦系数是不合理的。因此, 贾宇峰等<sup>[11]</sup>、米占宽等<sup>[8]</sup>、郭万里等<sup>[5]</sup>均对摩擦系数进行了修正, 使得计算出的颗粒破碎耗能遵循热力学定律, 并推导出了各自的剪胀方程。然而, 由于这些剪胀方程形式复杂, 无法推出塑性势函数, 那么就使得分数阶本构模型的构建成为幻想。

颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 因此, 对于微观上堆石料颗粒破碎耗能的研究应基于宏观上其颗粒破碎的研究。笔者首先对三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律进行了研究。然后根据该颗粒破碎变化规律, 对 Ueng 等<sup>[6]</sup>提出的能量平衡方程中的摩擦

系数进行了修正, 实现了三轴剪切过程中堆石料颗粒破碎耗能的合理计算。在此基础上, 发展了一个适用于粗粒料的剪胀方程, 其形式简单, 与剑桥模型剪胀方程类似, 可以推出相应的塑性势函数。

## 1 颗粒破碎变化规律

为研究三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律, 总结了两种类型粗粒料在三轴剪切过程中的颗粒破碎试验数据<sup>[17-18]</sup>, 如表 1 所示<sup>[19]</sup>。

表 1 颗粒破碎试验数据

Table 1 Particle breakage data

| 粗粒料                    | 围压/kPa | 轴向应变/% | 破碎指标 $B_E$ /% |
|------------------------|--------|--------|---------------|
| 建筑碎石料 <sup>[14]</sup>  | 200    | 4.58   | 10.60         |
|                        | 200    | 9.72   | 14.40         |
|                        | 200    | 12.90  | 15.60         |
|                        | 500    | 3.88   | 11.60         |
|                        | 500    | 7.96   | 18.70         |
|                        | 500    | 14.40  | 23.10         |
|                        | 1000   | 3.17   | 12.20         |
|                        | 1000   | 9.40   | 26.00         |
|                        | 1000   | 15.80  | 32.00         |
|                        | 1500   | 2.05   | 13.20         |
| 玄武岩堆石料 <sup>[15]</sup> | 1500   | 6.31   | 30.20         |
|                        | 1500   | 17.20  | 41.40         |
|                        | 1000   | 2.16   | 9.40          |
|                        | 1000   | 7.84   | 16.10         |
|                        | 1000   | 15.10  | 21.90         |
|                        | 1500   | 2.41   | 10.20         |
|                        | 1500   | 8.24   | 19.70         |
|                        | 1500   | 15.60  | 25.70         |
|                        | 2000   | 2.47   | 9.90          |
|                        | 2000   | 8.61   | 20.30         |
|                        | 2000   | 15.10  | 27.20         |

通过分析表 1 中的颗粒破碎试验数据发现, 破碎指标  $B_E$ 、围压  $\sigma_3$  及轴向应变  $\varepsilon_l$  之间的关系可以用下式进行表示:

$$B_E = \beta \arctan(\alpha \varepsilon_l) \frac{\sigma_3 / p_a}{\omega + \sigma_3 / p_a} \quad . \quad (1)$$

利用式(1)对表 1 中颗粒破碎数据进行拟合, 结果如表 2 所示。

表 2 式(1)的拟合结果

Table 2 Fitting results of Eq. (1)

| 粗粒料    | $\beta$ | $\alpha$ | $\omega$ | 决定系数 $R^2$ |
|--------|---------|----------|----------|------------|
| 建筑碎石料  | 0.417   | 19.5     | 5.42     | 0.962      |
| 玄武岩堆石料 | 0.260   | 21.4     | 5.18     | 0.980      |

从表 2 中可以看出, 利用式(1)对两种粗粒料的颗粒破碎数据进行拟合的决定系数为 0.962, 0.980, 可见拟合效果较好。为了进一步地展示式(1)的拟合效果, 图 1 绘出了式(1)对于颗粒破碎指标  $B_E$  的拟合值与其实测值。

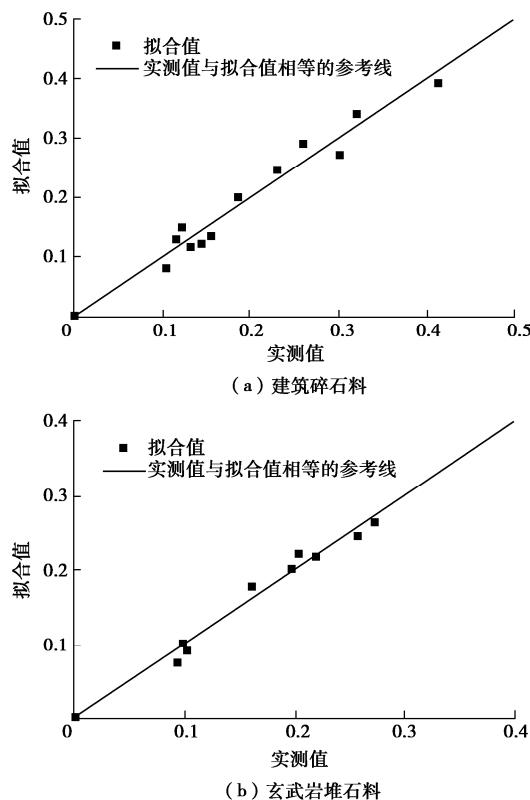


图 1 破碎指标的实测值与拟合值

Fig. 1 Measured and fitting data of particle breakage index

## 2 颗粒破碎耗能的合理计算

### 2.1 粗粒料的能量平衡方程

Ueng 等<sup>[6]</sup>在 Rowe 剪胀方程中引入了颗粒破碎耗能，建立了考虑破碎耗能的能量平衡方程，其表达式为

$$pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s = Mp d\varepsilon_s + (2q - 3p)Md\varepsilon_v / 9 + dE_b, \quad (2)$$

式中， $pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s$  为总输入能增量  $dE_w$ ， $(2q - 3p)Md\varepsilon_v / 9$  为土体剪胀耗能增量  $dE_d$ ， $dE_b$  为颗粒破碎耗能增量， $Mp d\varepsilon_s$  为土体摩擦耗能增量  $dE_f$ ， $M$  为摩擦系数，其值为临界状态应力比  $M_c$ 。

颗粒破碎耗能无法通过试验直接得到，只能通过式(1)进行计算。从式(2)中可知，需确定临界状态应力比  $M_c$  才能进行颗粒破碎耗能的计算。三轴试验结束时，试验粗粒料经常没有达到临界状态，无法根据试验直接确定  $M_c$ 。因此，Guo 等<sup>[7]</sup>和米占宽等<sup>[8]</sup>均采用 Prevost 等<sup>[20]</sup>提出的应力比与广义剪应变的关系式确定粗粒料的临界状态应力比，笔者亦如此。该关系式为

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \beta_a \frac{\beta_b \varepsilon_s^2 + \varepsilon_s}{\varepsilon_s^2 + 1}, \\ M_c &= \beta_a \beta_b, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中， $\beta_a$ ， $\beta_b$  为拟合参数， $\varepsilon_s$  为广义剪应变， $\eta$  为应力比。

以粗粒料 C<sup>[21]</sup>为例，粗粒料 C 为砂岩，试验干密度为  $2.12 \text{ g/cm}^3$ ，最大粒径为  $60 \text{ mm}$ ，试验围压为  $300$ ， $600$ ， $900$ ， $1200 \text{ kPa}$ ，其大型三轴固结排水剪切试验的应力应变曲线如图 2 所示。

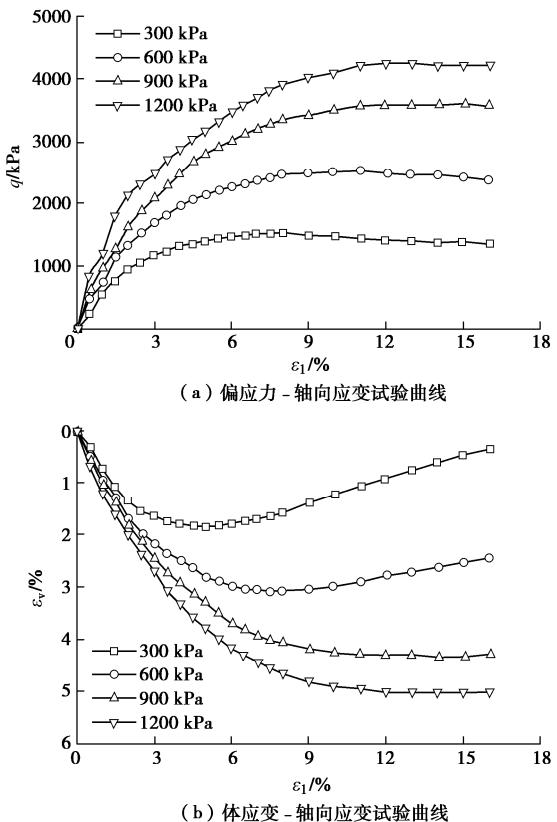


图 2 粗粒料 C 的三轴应力应变曲线

Fig. 2 Triaxial stress-strain curves of coarse-grained soil C

利用式(3)可以确定粗粒料 C 的临界状态应力比  $M_c$  为  $1.64$ 。进一步地，根据式(2)可以计算出粗粒料 C 各个围压下的颗粒破碎耗能，结果如图 3 所示。从图 3 中可以看出，计算出的颗粒破碎耗能  $E_b$  在试验的开始阶段出现了小于 0 的情况，而且在试验的后续过程中出现了减小的情况。鉴于颗粒破碎是不可逆的单向过程，颗粒破碎耗能不可能为负数或减小，所以计算出的颗粒破碎耗能违反了热力学定律。

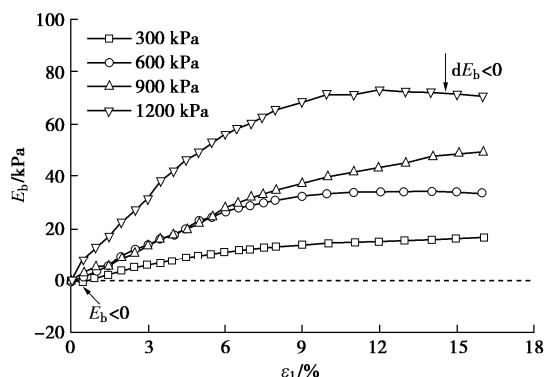


图 3 粗粒料 C 的颗粒破碎耗能

Fig. 3 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

颗粒破碎是不可逆的单向过程, 在三轴试验过程中颗粒破碎率不可能为负数, 且当粗粒料进入临界状态后不再发生颗粒破碎<sup>[5,22]</sup>。不仅如此, 根据式(1)可知, 颗粒破碎率与围压和轴向应变均表现出了正相关的非线性关系。颗粒破碎是颗粒破碎耗能的宏观表现, 所以, 颗粒破碎耗能应满足4个条件: ①其值不可能为负数; ②其值在剪切过程中随着轴向应变的增加而增大; ③其值在相同轴向应变的情况下随着围压的增大而增大; ④当粗粒料进入临界状态时, 颗粒破碎耗能达到最大值, 其增量为0。

从式(2)可以看出,  $p$ ,  $q$ ,  $d\varepsilon_v$ ,  $d\varepsilon_s$ ,  $M$  的正确取值是决定颗粒破碎耗能求解是否合理的保证, 而  $p$ ,  $q$ ,  $d\varepsilon_v$ ,  $d\varepsilon_s$  可以直接根据试验确定, 所以摩擦系数  $M$  的取值是不合理的。也就是说, 将三轴试验过程中的摩擦系数取为定值  $M_c$ , 使得计算出的摩擦耗能偏大。为此, 需要对式(2)中的摩擦系数进行修正。

## 2.2 摩擦系数的修正

如前所述, 颗粒破碎耗能的合理求解取决于摩擦系数的正确取值。颗粒破碎本质上是能量转换的过程, 对于微观上粗粒料颗粒破碎耗能的研究应基于宏观上其颗粒破碎的研究。也就是说, 粗粒料颗粒破碎耗能的计算应与其颗粒破碎的变化规律相关联。因此, 摩擦系数如何取值应与粗粒料颗粒破碎的变化规律相结合。

在三轴试验过程中, 颗粒破碎改变了土颗粒的表面积和颗粒之间的接触状态, 在宏观上表现为土体的摩擦系数的增大<sup>[5,22]</sup>。在三轴试验的初始阶段, 土颗粒之间的相对运动较小, 此时, 摩擦系数和颗粒破碎率较小。在试验过程中, 土体变形显著, 土颗粒之间发生翻越和滑移, 摩擦系数增大, 同时, 颗粒破碎率也是增大的。当土体达到临界状态时, 不再发生颗粒破碎, 即颗粒破碎耗能增量  $dE_b = 0$ , 而且体变增量  $d\varepsilon_v = 0$ , 由式(1)可知, 此时  $M = M_c$ 。

基于以上分析可知, 试验过程中摩擦系数与颗粒破碎率随着轴向应变增加的变化规律是相似的。因此, 基于式(3), 构造了摩擦系数  $M$  与轴向应变  $\varepsilon_l$  之间的关系, 其表达式为

$$M = \beta \arctan(\alpha \varepsilon_l) \quad (4)$$

构造的式(4)与式(1)类似, 不过忽略了围压的影响, 因为在整个试验过程中围压  $\sigma_3$  为常数, 故而认为, 摩擦系数  $M$  的变化仅与轴向应变  $\varepsilon_l$  有关。

当轴向应变  $\varepsilon_l \rightarrow +\infty$  时, 可以认为试验粗粒料达到了临界状态, 且  $\arctan(\alpha \varepsilon_l) = \pi/2$ , 此时  $M = M_c$ , 结合式(4)可以推出  $\beta = 2M_c/\pi$ 。值得注意的是, 从数学角度来说,  $\arctan(\alpha \varepsilon_l)$  只能向  $\pi/2$  趋近, 为此, 设

定当  $\arctan(\alpha \varepsilon_l) = \pi/2 \times 0.9$  时, 认为试验粗粒料达到了临界状态, 此时  $\alpha \varepsilon_{l_c} = 6.31$ 。所以,  $\alpha$  可以通过  $6.31/\varepsilon_{l_c}$  进行估算。其中,  $\varepsilon_{l_c}$  为土体达到临界状态时的轴向应变。

通过上述分析, 式(4)可以进一步写为

$$M = \frac{2M_c}{\pi} \arctan(\alpha \varepsilon_l) \quad (5)$$

## 3 颗粒破碎耗能的计算

如前所述, 基于粗粒料三轴剪切过程中的颗粒破碎规律, 实现了摩擦系数的修正。根据式(2), (5)可以计算出颗粒破碎耗能。计算之前, 还需要确定参数  $\alpha$ 。虽然  $\alpha$  可以通过  $6.31/\varepsilon_{l_c}$  进行估算, 但是由于试验结束时粗粒料 C 尚未进入临界状态, 无法确定临界状态轴向应变  $\varepsilon_{l_c}$ , 因此这种估算方法并不实用。取  $\varepsilon_{l_c}$  为 30%, 则  $\alpha = 6.31/\varepsilon_{l_c} = 21.0$  (原因将在第6节给出), 然后对粗粒料 C 各围压下的颗粒破碎耗能进行了重新计算, 结果如图4所示。

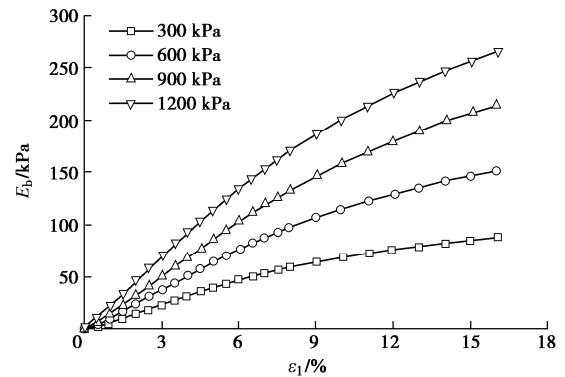


图4 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 4 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

从图4中可以看出, 在整个试验过程中, 颗粒破碎耗能未出现小于0的情况, 与围压、轴向应变均表现出了正相关的非线性关系, 而且当试验粗粒料到达临界状态时,  $M = M_c$ , 由式(2)可知, 此时  $dE_b = 0$ 。所以, 重新计算出的颗粒破碎耗能满足其理论上遵循的4个条件, 所以, 采用本文修正后的摩擦系数计算出的颗粒破碎耗能是合理的。

## 4 剪胀方程

### 4.1 剪胀方程的提出

笔者在重新计算粗粒料 C 的颗粒破碎耗能时, 发现剪胀耗能在总的外力做功里所占的比例较小, 基本上可以忽略不计, 如图5所示。所以, 为了能够得到形式更为简单的剪胀方程, 忽略了剪胀耗能增量  $dE_d$ , 那么式(2)可以改写为

$$pd\varepsilon_v + qd\varepsilon_s = Mp d\varepsilon_s + dE_b \quad (6)$$

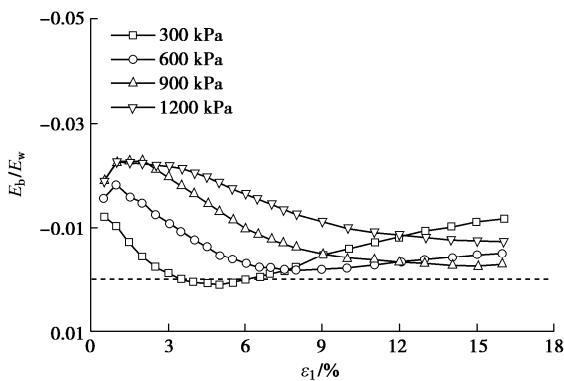


图 5 剪胀耗能与外力做功

Fig. 5 Dilatancy energy and external work

忽略弹性应变,  $d\epsilon_v^p/d\epsilon_s^p = d\epsilon_v/d\epsilon_s$ , 将其代入式(6)可得

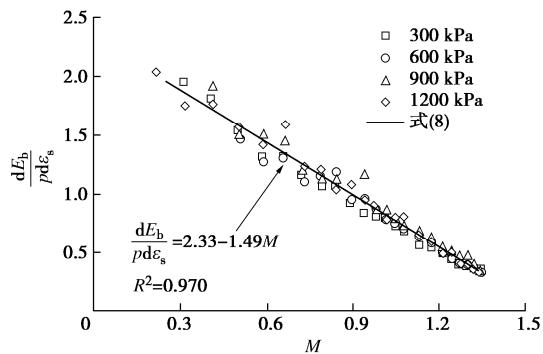
$$d_g = \frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_s^p} = \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_s} = M - \eta + \frac{dE_b}{pd\epsilon_s} \quad . \quad (7)$$

应用式(7)描述堆石料的剪胀行为时, 需要先确定  $dE_b/d\epsilon_s$ 。米占宽等<sup>[8]</sup>和贾宇峰等<sup>[11]</sup>分别找到了  $E_b$  与轴向应变和剪应变的表达式, 再通过微分求得  $dE_b/d\epsilon_l$  和  $dE_b/d\epsilon_s$ 。这样的处理方式使得最终的剪胀方程不仅参数过多而且数学形式极其复杂。郭万里等<sup>[14]</sup>将  $dE_b/pd\epsilon_s$  作为一个整体, 通过总结出其与摩擦系数  $M$  的线性关系得到了最终的剪胀方程。沿此思路, 笔者发现  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间亦存在着较为明显的线性关系:

$$\frac{dE_b}{pd\epsilon_s} = A - BM \quad , \quad (8)$$

式中,  $A$ ,  $B$  为颗粒破碎耗能参数, 与材料性质相关。

以粗粒料 C 为例, 利用式(8)拟合不同围压下  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间的试验点, 结果如图 6 所示。

图 6  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间的关系Fig. 6 Relationship between  $dE_b/pd\epsilon_s$  and  $M$ 

从图 6 中可以看出, 式(8)的拟合曲线与粗粒料 C 的试验值吻合的较好, 且拟合的决定系数为 0.970, 可见, 式(8)可以较好地描述  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间的

关系。进一步地, 将式(8)代入式(7)可以得到简化后的剪胀方程:

$$d_g = K - \eta \quad , \quad (9)$$

式中,  $K = A + (1 - B)M$ 。

将利用式(8)拟合  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间关系得到的  $A$ ,  $B$  代入式(9), 得到本文剪胀方程的预测曲线, 同时点绘了剪胀比与应力比的试验点, 如图 7 所示。注意到, 不同围压下的应力比与剪胀比之间的部分试验点重合, 为了区分这些试验点, 在图 8 中, 将 600, 1000, 2200 kPa 围压下的试验点分别沿着横坐标向右平移 0.3, 0.6, 0.9 个单位。

从图 7 中可以看出, 无论在低应力水平还是高应力水平下, 式(9)对于剪胀比的预测曲线与其试验值较为吻合, 说明本文得出的剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为。

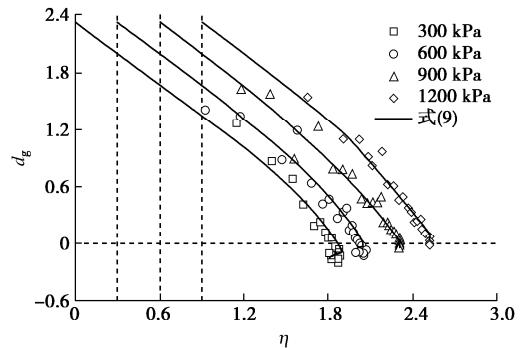


图 7 粗粒料 C 剪胀比的试验值与预测值

Fig. 7 Test data and prediction of dilatancy ratio of coarse-grained soil C

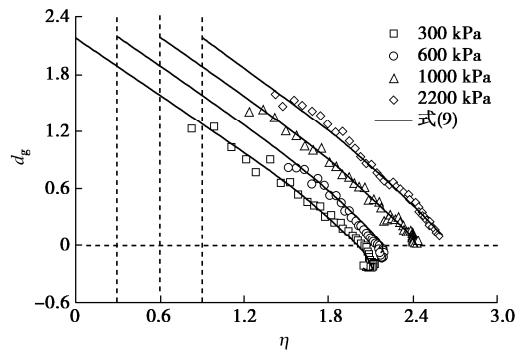


图 8 粗粒料 D 剪胀比的试验值与预测值

Fig. 8 Test data and prediction of dilatancy ratio of coarse-grained soil D

#### 4.2 剪胀方程的适用性验证

为了进一步验证本文剪胀方程的适用性, 整理了粗粒料 D 的大型三轴 CD 剪切试验数据<sup>[23]</sup>。粗粒料 D 为板岩, 试验干密度为  $2.07 \text{ g/cm}^3$ , 最大粒径为  $60 \text{ mm}$ , 试验围压为 300, 600, 1000, 2200 kPa, 其大型三轴固结排水剪切试验的应力应变曲线如图 9 所示。

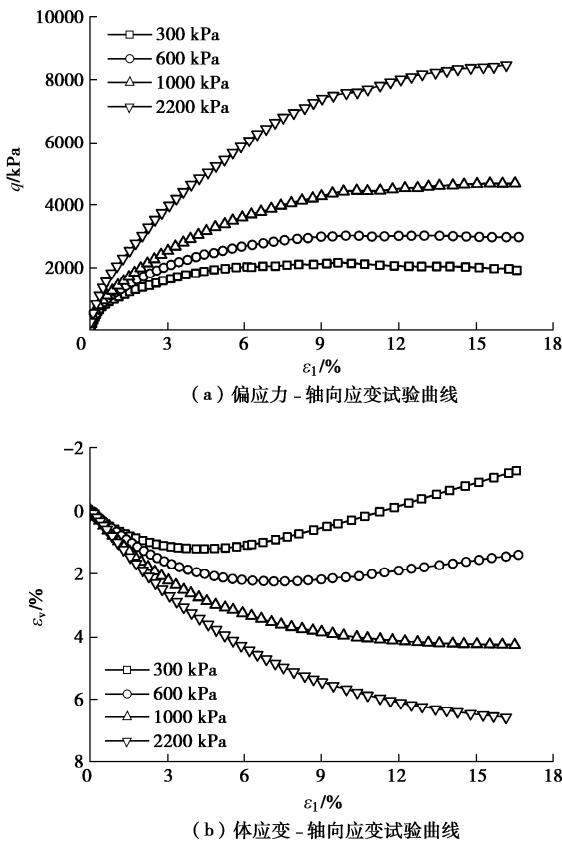


图 9 粗粒料 D 的三轴试验数据

Fig. 9 Triaxial test data of coarse-grained soil D

首先, 利用式(3)确定粗粒料D的临界状态应力比 $M_c$ 为1.69, 取 $\alpha$ 为21.0。然后根据式(2)可以计算出粗粒料D的颗粒破碎耗能, 结果如图10所示。

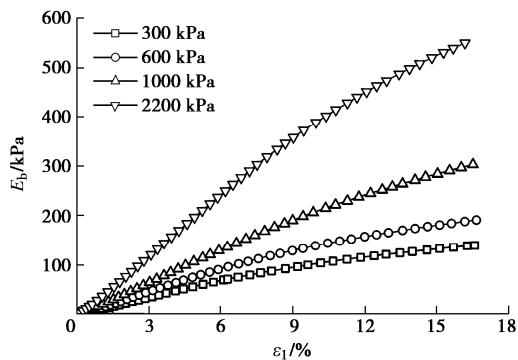


图 10 粗粒料 D 的颗粒破碎耗能

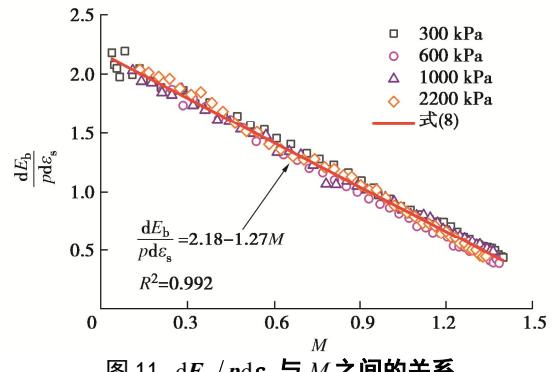
Fig. 10 Particle breakage energy of coarse-grained soil D

从图9中可以看出, 计算出的颗粒破碎耗能未出现小于0或者减小的情况, 且与围压、轴向应变表现了正相关的非线性关系, 满足了热力学定律。可见, 通过本文对摩擦系数的修正, 实现了颗粒破碎耗能的合理计算。

进一步地, 利用式(8)拟合粗粒料D的 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 $M$ 之间的试验值, 如图11所示。然后, 将利用式(8)拟合得到的 $A$ ,  $B$ 代入式(9)得到本文剪胀方

程的预测曲线, 并与剪胀比与应力比之间的试验值进行对比, 如图8所示。注意到, 不同围压下的应力比与剪胀比之间的部分试验点重合, 为了区分这些试验点, 在图8中, 将600, 900, 1200 kPa围压下的试验点分别沿着横坐标向右平移0.3, 0.6, 0.9个单位。

从图11中可以看出, 式(8)的拟合值与 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 $M$ 之间的试验值吻合较好, 其中拟合的决定系数为0.992, 可见, 式(8)可以较为准确地描述粗粒料的 $dE_b/d\epsilon_s$ 与 $M$ 之间的关系。从图8中可以看出, 本文剪胀方程的预测曲线与剪胀比的试验值较为接近。也就是说, 本文的剪胀方程可以较好地模拟粗粒料的剪胀行为。

图 11  $dE_b/pd\epsilon_s$  与  $M$  之间的关系Fig. 11 Relationship between  $dE_b/pd\epsilon_s$  and  $M$ 

## 5 关于 $\alpha$ 取值的讨论

如前所述, 由于无法根据试验确定 $\epsilon_{lc}$ , 因此, 由 $\alpha = 6.31/\epsilon_{lc}$ 估算 $\alpha$ 值的方法并不实用。已有研究表明, 粗粒料进入临界状态的剪应变大致在15%~30%。对于粗粒料而言, 三轴试验结束时其体应变的1/3一般较小, 轴向应变与剪应变在数值上较为接近。鉴于此, 笔者认为粗粒料进入临界状态时的轴向应变亦约在15%~30%, 如图12所示。从图12中可知: 当 $\epsilon_{lc}$ 为15%时,  $\alpha$ 为42.1; 当 $\epsilon_{lc}$ 为23%时,  $\alpha$ 为27.4; 当 $\epsilon_{lc}$ 为30%时,  $\alpha$ 为21.0。可见,  $\alpha$ 的常用取值范围为21.0~42.1。

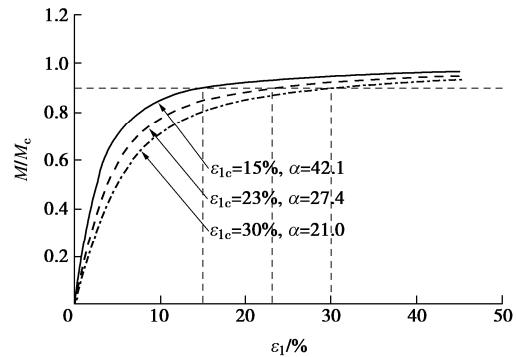


图 12 式(5) 表示的曲线

Fig. 12 Curves expressed by Eq. (5)

从式(5), (6)可知, 参数 $\alpha$ 如何取值影响了摩擦系数 $M$ 的大小, 进一步地会影响计算出的颗粒破碎耗能数值。以粗粒料C为例, 分别将 $\alpha$ 取为42.1, 27.4, 并计算出相应的颗粒破碎耗能, 如图13所示。从图13, 14中可以看出,  $\alpha$ 值越大, 计算出的颗粒破碎耗能越小。无论 $\alpha$ 值为42.1还是27.4, 计算出的颗粒破碎耗能均满足热力学定律。

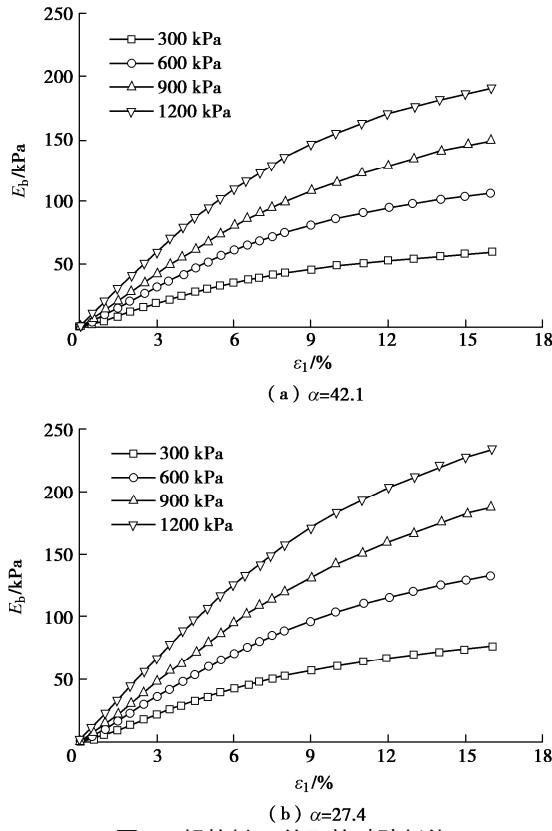


图13 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 13 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

注意到, 构建一个形式简单且适用于粗粒料的剪胀方程为笔者的最终目标。颗粒破碎耗能的合理计算只是笔者构建粗粒料剪胀方程的桥梁, 即在实现颗粒破碎耗能的合理计算之后, 笔者关心的是剪胀方程对粗粒剪胀行为的模拟效果, 而非颗粒破碎耗能数值上的大小。为了明晰 $\alpha$ 值对于本文剪胀方程质量的影响, 继续以粗粒料C为例, 将 $\alpha$ 取为42.1和27.4, 利用式(8)分别拟合不同 $\alpha$ 值下的 $dE_b/d\varepsilon_s$ 与 $M$ 之间的试验点, 如图14所示。

式(8)对于 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 $M$ 之间关系的描述效果决定了式(9)对于粗粒料剪胀行为的模拟效果。从图14中可以看出, 当 $\alpha$ 为42.1, 27.4, 21.0时, 式(8)对于粗粒料C的 $dE_b/d\varepsilon_s$ 与 $M$ 之间的试验点的拟合决定系数分别为0.961, 0.973, 0.970, 可见式(8)对于 $dE_b/pd\varepsilon_s$ 与 $M$ 之间关系的描述效果都很好, 只是颗粒破碎耗能参数 $A$ ,  $B$ 的数值上会有略微的差异。因此,  $\alpha$ 的取值对于式(9)对于粗粒料剪胀行为的

模拟效果影响较小, 正如图7, 15所示。显然, 当 $\alpha$ 为42.1, 27.4, 21.0时, 式(9)对于剪胀比的预测曲线与其试验点均较为接近, 即 $\alpha$ 在其常用范围内取值对于式(9)的模拟效果影响甚微, 可以忽略不计。

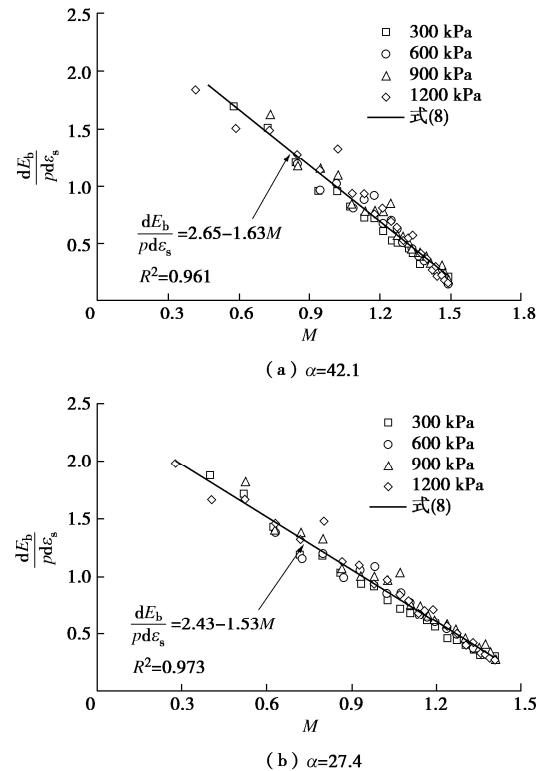


图14 粗粒料C的颗粒破碎耗能

Fig. 14 Particle breakage energy of coarse-grained soil C

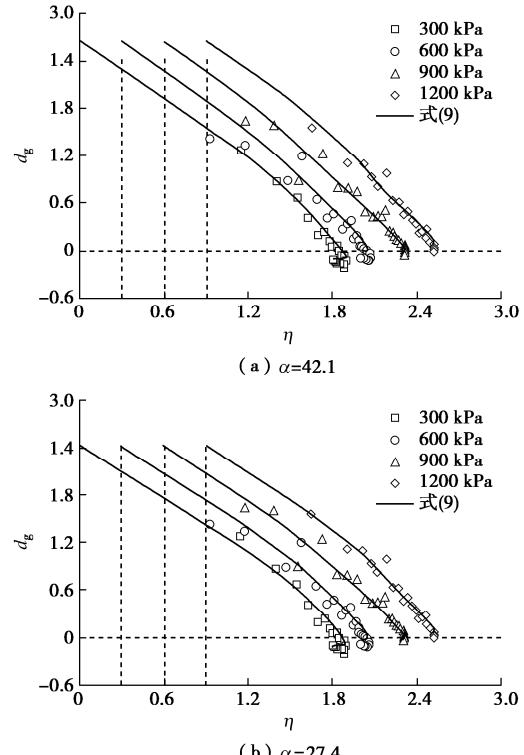


图15 粗粒料C剪胀比的实测值与预测值

Fig. 15 Measured and predictive data of dilatancy ratio of coarse-grained soil C

## 6 结 论

(1) 提出了一个可以描述颗粒破碎指标与轴向应变及围压之间关系的经验公式, 试验表明, 该公式可以较好地描述三轴剪切过程中粗粒料的颗粒破碎变化规律。

(2) 依据上述的颗粒破碎变化规律, 对 Ueng 等<sup>[6]</sup>提出的能力平衡方程中的摩擦系数进行了修正。利用修正后的摩擦系数计算出的颗粒破碎耗能满足了热力学定律。

(3) 剪胀耗能在总的输入功里占比甚微, 将修正后的能量平衡方程中的剪胀耗能忽略, 同时总结出了  $dE_b/d\epsilon_s$  与  $M$  之间的线性关系, 得到了本文最终的剪胀方程。经验证, 该剪胀方程可以较为准确地模拟粗粒料的剪胀行为。

(4) 本文提出的考虑颗粒破碎的剪胀方程数学形式简单, 类似于剑桥模型的剪胀方程, 可以推出其塑性势函数, 为后续考虑颗粒破碎的分数阶弹塑性模型的构建中分数阶非正交性流动法则的引入提供了基础。

## 参考文献:

- [1] 郭庆国. 粗粒土的工程特性及应用[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 1998. (GUO Qing-guo. Engineering characteristic and application of coarse-grained soil[M]. Zhengzhou: Yellow River Conservancy Press, 1998. (in Chinese))
- [2] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147–2153. (YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(12): 2147–2153. (in Chinese))
- [3] YAO Y P, LIU L, LUO T, et al. Unified hardening (UH) model for clays and sands[J]. Computers and Geotechnics, 2019, 110: 326–343.
- [4] YAO Y P, YAMAMOTO H, WANG N D. Constitutive model considering sand crushing[J]. Soils and Foundations, 2008, 48(4): 603–608.
- [5] 郭万里, 蔡正银, 武颖利, 等. 粗粒土的颗粒破碎耗能及剪胀方程研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(12): 4703–4710. (GUO Wan-li, CAI Zheng-yin, WU Ying-li, et al. Study on the particle breakage energy and dilatancy of coarse-grained soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(12): 4703–4710. (in Chinese))
- [6] UENG T S, CHEN T J. Energy aspects of particle breakage in drained shear of sands[J]. Géotechnique, 2000, 50(1): 65–72.
- [7] GUO W L, ZHU J G. Particle breakage energy and stress dilatancy in drained shear of rockfills[J]. Géotechnique Letters, 2017, 7(4): 304–308.
- [8] 米占宽, 李国英, 陈生水. 基于破碎能耗的粗颗粒料本构模型[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(10): 1801–1811. (MI Zhan-kuan, LI Guo-ying, CHEN Sheng-shui. Constitutive model for coarse granular materials based on breakage energy[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, 34(10): 1801–1811. (in Chinese))
- [9] 王占军, 陈生水, 傅中志. 堆石料的剪胀特性与广义塑性本构模型[J]. 岩土力学, 2015, 36(7): 1931–1938. (WANG Zhan-jun, CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi. Dilatancy behaviors and generalized plasticity constitutive model of rockfill materials[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 1931–1938. (in Chinese))
- [10] 姚仰平, 黄冠, 王乃东, 等. 堆石料的应力–应变特性及其三维破碎本构模型[J]. 工业建筑, 2011, 41(9): 12–17, 104. (YAO Yang-ping, HUANG Guan, WANG Nai-dong, et al. Stress-strain characteristic and three-dimensional constitutive model of rockfill considering crushing[J]. Industrial Construction, 2011, 41(9): 12–17, 104. (in Chinese))
- [11] 贾宇峰, 迟世春, 林皋. 考虑颗粒破碎影响的粗粒土本构模型[J]. 岩土力学, 2009, 30(11): 3261–3266, 3272. (JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, LIN Gao. Constitutive model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(11): 3261–3266, 3272. (in Chinese))
- [12] 陈生水, 傅中志, 韩华强, 等. 一个考虑颗粒破碎的堆石料弹塑性本构模型[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(10): 1489–1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, HAN Hua-qiang, et al. An elastoplastic model for rockfill materials considering particle breakage[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(10): 1489–1495. (in Chinese))
- [13] 张丙印, 贾延安, 张宗亮. 堆石体修正 Rowe 剪胀方程与南水模型[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(10): 1443–1448. (ZHANG Bing-yin, JIA Ya-nan, ZHANG Zong-liang. Modified Rowe's dilatancy law of rockfill and Shen Zhujiang's double yield surfaces elastoplastic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(10): 1443–1448. (in Chinese))

- [14] 郭万里, 朱俊高, 彭文明. 粗粒土的剪胀方程及广义塑性本构模型研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(6): 1103 – 1110. (GUO Wan-li, ZHU Jun-gao, PENG Wen-ming. Dilatancy equation and generalized plastic constitutive model for coarse-grained soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(6): 1103 – 1110. (in Chinese))
- [15] 孙逸飞, 高玉峰, 鞠 雯. 分数阶塑性力学及其砂土本构模型[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(8): 1535 – 1541. (SUN Yi-fei, GAO Yu-feng, JU Wen. Fractional plasticity and its application in constitutive model for sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(8): 1535 – 1541. (in Chinese))
- [16] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A Mathematical and Physical Sciences, 1962, **269**(1339): 500 – 527.
- [17] 郭万里. 粗粒土颗粒破碎演化规律及本构模型研究[D]. 南京: 河海大学, 2018. (GUO Wan-li. Particle Breakage Evolution Model of Coarse-Grained Soil and Constitutive Model[D]. Nanjing: Hohai Universiyt, 2018. (in Chinese))
- [18] 王 峰, 张建清. 考虑颗粒强度尺寸效应的原型堆石料破碎特性研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(1): 87 – 94. (WANG Feng, ZHANG Jian-qing. Study of breakage behaviour of original rockfill materials considering size effect on particle strength[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(1): 87 – 94. (in Chinese))
- [19] 吴二鲁, 朱俊高, 黄 维, 等. 三轴剪切过程中粗粒料颗粒破碎变化规律研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(12): 2330 – 2335. (WU Er-lu, ZHU Jun-gao, HUANG Wei, et al. Evolution law of particle breakage of coarse-grained soil during triaxial shearing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(12): 2330 – 2335. (in Chinese))
- [20] PRÉVOST J, HØEG K. Soil mechanics and plasticity analysis of strain softening[J]. Géotechnique, 1975, **25**: 279 – 297.
- [21] 秦红玉, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 粗粒料强度和变形的大型三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2004, **25**(10): 1575 – 1580. (QIN Hong-yu, LIU Han-long, GAO Yu-feng, et al. Research on strength and deformation behavior of coarse aggregates based on large-scale triaxial tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(10): 1575 – 1580. (in Chinese))
- [22] 贾宇峰, 迟世春, 杨 峻, 等. 粗粒土的破碎耗能计算及影响因素[J]. 岩土力学, 2009, **30**(7): 1960 – 1966. (JIA Yu-feng, CHI Shi-chun, YANG Jun, et al. Measurement of breakage energy of coarse granular aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(7): 1960 – 1966. (in Chinese))
- [23] WANG L, ZHU J G, ZHANG Z L, et al. Effects of dry density on shear behavior and particle breakage for slate rockfill material[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, **80**(2): 1181 – 1192.

DOI: 10.11779/CJGE202205014

# 桩顶水平动荷载作用下水 - 桩 - 土相互作用的解析解

赵密<sup>1</sup>, 黄义铭<sup>1</sup>, 王丕光<sup>\*1</sup>, 徐海滨<sup>2</sup>, 杜修力<sup>1</sup>

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 中国长江三峡集团有限公司, 北京 100038)

**摘要:** 近海结构单桩基础一般会遭受到多种水平动力荷载作用。针对端承桩在桩顶水平动力荷载作用下的动力响应问题, 建立了一种三维水 - 桩 - 土相互作用系统模型; 首先, 桩和土体假设为线黏弹性介质, 水体假设为线性声学介质; 然后通过亥姆霍兹分解和分离变量法, 给出了水体和土体阻抗对水 - 桩 - 土相互作用系统中桩体动力响应的解析解, 进一步根据桩与水体、土体接触界面的连续条件, 得到频域下桩体位移表达式。通过与子结构方法进行对比, 验证了本文解析解的合理性; 最后研究了不同桩体和土体参数时水体对桩体顶部位移响应的影响。结果表明, 在海上桩基设计中考虑水 - 桩 - 土相互作用是非常有必要的。

**关键词:** 近海结构; 解析解; 水平振动; 桩 - 水相互作用; 桩 - 土相互作用

中图分类号: TU470 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0907-09

作者简介: 赵密(1980—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事重大工程抗震领域研究工作, E-mail: zhaomi@bjut.edu.cn。

## Analytical solution for water-pile-soil interaction under horizontal dynamic loads on pile head

ZHAO Mi<sup>1</sup>, HUANG Yi-ming<sup>1</sup>, WANG Pi-guang<sup>1</sup>, XU Hai-bin<sup>2</sup>, DU Xiu-li<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. China Three Gorges Corporation, Beijing 100038, China)

**Abstract:** Offshore structures of a single pile are generally subjected to a variety of horizontal dynamic loads. In order to study the dynamic response of end-supported piles under horizontal dynamic loads on pile head, a three-dimensional water-pile-soil interaction system model is established. The pile and soil are assumed to be a linear viscoelastic media, and the water is assumed to be a linear acoustic media. Through the Helmholtz method for decomposition and separation of variables, an analytical solution is obtained for the resistance of the soil layer and water media to the water-pile-soil system. The displacement and horizontal dynamic complex impedance of the pile are then obtained in frequency domain based on the continuity conditions of contact interface between the pile and water and soil. The present solution is compared with the substructure method to verify the rationality of the method. Finally, the influences of water on the displacement response of pile top under different pile and soil parameters are studied. The results indicate that it is necessary to consider the water-pile-soil interaction in the design of the piles installed in offshore areas.

**Key words:** offshore structure; analytical solution; horizontal vibration; pile-water interaction; pile-soil interaction

## 0 引言

桩基础在近海结构设施中起着重要的作用, 桩基础经常受到水平动荷载的作用, 如波浪荷载、风荷载和水平地震荷载等。因此, 分析动力荷载作用下桩的动力响应具有重要的意义<sup>[1-2]</sup>。由于桩体的振动直接受周围土体的影响, 因此桩 - 土动力相互作用一直是研究的热点问题<sup>[3-4]</sup>。此外, 不同于陆地上的结构, 海上结构物如高桩码头、海上风机、石油平台等还需要考虑水 - 桩 - 土之间的耦合作用。因此, 考虑到海上构筑物的安全, 有必要研究在水平动力荷载作用下考虑

水 - 桩 - 土耦合作用的桩体动力响应。

近年来, 水平动力荷载作用下桩 - 土耦合振动问题受到了学者们的广泛关注。在早期, 许多学者将桩周土体视为 Winkler 模型<sup>[5-7]</sup>。Winkler 模型用弹簧和阻尼器代替土体介质, 将多维边值问题转化为简单的垂直方向一维波传播的杆问题, 该模型简单易用, 促

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52078010); 教育部创新团队项目(IRT\_17R03)

收稿日期: 2021-07-16

\*通信作者(E-mail: wangpiguang1985@126.com)

进了桩基水平振动响应的理论研究。然而，大多数模型参数的确定都是根据经验而非理论推导，不能真实反映桩-土耦合振动效应。Novak 等<sup>[8]</sup>、Nogami 等<sup>[9]</sup>提出了平面应变模型，得到了在桩体顶部动荷载作用下桩体动力刚度和阻尼的表达式。平面应变模型优于 Winkler 模型，需要注意的是，在平面应变模型中，垂直方向的应变为零，波只在水平方向传播，忽略了周围土体的三维波效应；郑长杰等<sup>[10]</sup>建立了黏弹性土层中大直径管桩水平动力响应的解析解；柰鲁宝等<sup>[11]</sup>研究了黏弹性土层中桩-土横向耦合振动问题，同时考虑了竖向应力梯度变化和轴向荷载二阶效应的影响。

近海结构物动力分析时应考虑结构与水的相互作用，因为结构与水的相互作用对结构动力响应有重要影响。假设土体地基为刚性，各学者对水-结构动力相互作用进行了一系列的研究。此外，在不考虑水体表面波和压缩性的情况下，水体对结构的动水压力可以用附加质量代替。Chwang 等<sup>[12]</sup>基于二维势流理论，提出了斜面刚性坝上动水压力的精确解；Williams<sup>[13]</sup>采用边界积分法研究了水中圆柱体的动力响应；刘振宇等<sup>[14]</sup>给出了内外水作用下圆形空心桥墩动水压力的表达式，在一定程度上对由 Li 等提出的动水压力表达式进行了修正和简化；Wang 等<sup>[15]</sup>提出了一种可以用于任意截面形状结构地震反应分析的子结构方法，结果表明该方法的精度足以满足工程应用。

对于近海结构而言，大量研究表明水体和土体介质对结构动力响应都有一定的影响<sup>[16-20]</sup>。目前，虽然大部分数值方法都可以方便、高效地解决水-桩-土相互作用问题。然而对于某些参数的研究，解析方法有时比数值分析方法更加方便。因此，本文建立了水体和土体抵抗下水平振动桩的解析解。此外，还对桩的振动特性进行了参数化研究。

## 1 计算模型及基本假定

水-桩-土相互作用系统模型如图 1 所示。桩体顶部受到动力荷载  $Q_0 e^{i\omega t}$  和  $M_0 e^{i\omega t}$  的作用（其中  $\omega$ ， $t$  分别为圆频率和时间）， $(r, z)$  表示桩体柱坐标系，桩体半径、土体厚度、水深、桩体出水面高度和桩体总高度分别为  $r_0$ ， $h_1$ ， $h_2$ ， $h_3$ ， $H$ 。

本文在建立方程时采用如下假定条件：①水体在水平方向是无限的，且是无旋、无黏性，在动力荷载作用之前不发生扰动；②桩体采用线黏弹性 Euler 梁模拟，桩体截面为圆形，桩体与水体、土体和刚性地基接触良好，接触面不发生滑移；③土体为黏弹性、均质、各向同性介质，土体材料阻尼采用与频率无关的滞回阻尼；④在水平动荷载作用下水-土相互作用影响较小，因此未考虑水-土相互作用；⑤忽略与水

平振动相关的土体竖向位移<sup>[9-10]</sup>。

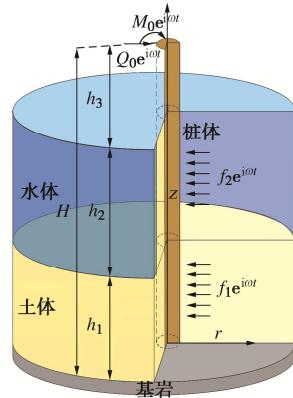


图 1 水-桩-土相互作用系统模型

Fig. 1 Model for water-pile-soil interaction system

### 1.1 水体控制方程

根据线性波浪理论，水体动水压力在柱坐标下可以表示为  $p(r, \theta, z)e^{i\omega t}$ ，以水体动水压力表示的控制方程为

$$\frac{\partial^2 p(r, \theta, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p(r, \theta, z)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p(r, \theta, z)}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p(r, \theta, z)}{\partial z^2} + k^2 p(r, \theta, z) = 0 , \quad (1)$$

式中， $k = \omega / c_w$ ， $c_w$  为水中波传播的速度。当水体波速  $c_w \rightarrow \infty$  时， $k \rightarrow 0$ ，此时水体表示不可压缩。当水体为不可压缩介质时，水体对桩体的作用可以用附加质量表示，且此时水体没有考虑辐射阻尼的影响<sup>[21]</sup>。

### 1.2 土体控制方程

在土体介质中，土体径向位移和环向位移可以分别表示为  $u_r(r, \theta, z)e^{i\omega t}$ ， $u_\theta(r, \theta, z)e^{i\omega t}$ 。

土体径向位移表示的耦合动力控制方程为

$$(\lambda_s^* + 2G_s^*) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - G_s^* \frac{1}{r} \frac{\partial e_z}{\partial \theta} = -\rho_s \omega^2 u_r(r, \theta, z) - G_s^* \frac{\partial^2 u_r(r, \theta, z)}{\partial z^2} . \quad (2)$$

土体环向位移表示的耦合动力控制方程为

$$\left( \lambda_s^* + 2G_s^* \frac{\partial \Delta}{\partial \theta} \right) + G_s^* \frac{\partial e_z}{\partial r} = -\rho_s \omega^2 u_\theta(r, \theta, z) - G_s^* \frac{\partial^2 u_\theta(r, \theta, z)}{\partial z^2} , \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} [ru_r(r, \theta, z)] + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta(r, \theta, z)}{\partial \theta} , \\ e_z &= \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [ru_\theta(r, \theta, z)] - \frac{\partial ru_r(r, \theta, z)}{\partial \theta} \right\} , \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中， $\lambda_s^* = 2G_s^* v_s / (1 - 2v_s)$  为土体复 Lame 常数， $v_s$  为土体泊松比， $G_s^* = G_s (1 + 2i\beta_s)$  为土体复剪切模量， $G_s$  为土体剪切模量， $\beta_s$  为土体滞后阻尼， $\rho_s$  为土体质量密度。

### 1.3 桩体控制方程

根据动力平衡条件, 容易建立桩体动力控制方程。则以桩体在土体、水体和空气中的水平位移  $w_{p_i} e^{i\omega t}$  ( $i=1, 2, 3$ ) 表示的动力控制方程为

$$E_p^* I_p \frac{\partial^4 w_{p_i}(z)}{\partial z^4} + m_p \omega^2 w_{p_i}(z) + f_i = 0 \quad , \quad (5)$$

式中,  $E_p$ ,  $I_p$  和  $m_p = \rho_p \pi r_0^2$  分别为桩体弹性模量、截面惯性矩和单位长度的质量,  $E_p^* = E_p(1+2i\beta_p)$ ,  $\beta_p$  为桩体滞后阻尼,  $f_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 分别为土体、水体和空气 ( $f_3=0$ ) 对桩体的阻抗力。

### 1.4 边界条件

水-桩-土相互作用系统需要满足以下边界条件:

桩体顶部边界条件

$$E_p^* I_p \frac{\partial^2 w_{p_3}(z)}{\partial z^2} \Big|_{z=h_1+h_2+h_3} = M_0 \quad , \quad (6)$$

$$E_p^* I_p \frac{\partial^3 w_{p_3}(z)}{\partial z^3} \Big|_{z=h_1+h_2+h_3} = Q_0 \quad . \quad (7)$$

水体表面边界条件

$$\frac{\partial p(r, \theta, z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} = \frac{\omega^2}{g} p(r, \theta, z) \Big|_{z=h_1+h_2} \quad . \quad (8)$$

当忽略自由表面波时, 边界条件 (8) 就变换为  $p(r, \theta, z)|_{z=h_1+h_2} = 0$ 。

水-土交界面边界条件

$$\frac{\partial p(r, \theta, z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = 0 \quad , \quad (9)$$

$$\frac{\partial u_r(r, \theta, z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = 0 \quad . \quad (10)$$

基岩表面边界条件

$$u_r(r, \theta, z)|_{z=0} = 0 \quad , \quad (11)$$

$$u_\theta(r, \theta, z)|_{z=0} = 0 \quad , \quad (12)$$

$$w_{p_1}(z)|_{z=0} = 0 \quad , \quad (13)$$

$$\frac{\partial w_{p_1}(z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0 \quad . \quad (14)$$

桩段连接面边界条件

$$w_{p_1}(z)|_{z=h_1} = w_{p_2}(z)|_{z=h_1} \quad , \quad (15)$$

$$w_{p_2}(z)|_{z=h_1+h_2} = w_{p_3}(z)|_{z=h_1+h_2} \quad , \quad (16)$$

$$\frac{\partial w_{p_1}(z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1} = \frac{\partial w_{p_2}(z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1} \quad , \quad (17)$$

$$\frac{\partial w_{p_2}(z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} = \frac{\partial w_{p_3}(z)}{\partial z} \Big|_{z=h_1+h_2} \quad , \quad (18)$$

$$\left. \frac{\partial^2 w_{p_1}(z)}{\partial z^2} \right|_{z=h_1} = \left. \frac{\partial^2 w_{p_2}(z)}{\partial z^2} \right|_{z=h_1} \quad , \quad (19)$$

$$\left. \frac{\partial^2 w_{p_2}(z)}{\partial z^2} \right|_{z=h_1+h_2} = \left. \frac{\partial^2 w_{p_3}(z)}{\partial z^2} \right|_{z=h_1+h_2} \quad , \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial^3 w_{p_1}(z)}{\partial z^3} \right|_{z=h_1} = \left. \frac{\partial^3 w_{p_2}(z)}{\partial z^3} \right|_{z=h_1} \quad , \quad (21)$$

$$\left. \frac{\partial^3 w_{p_2}(z)}{\partial z^3} \right|_{z=h_1+h_2} = \left. \frac{\partial^3 w_{p_3}(z)}{\partial z^3} \right|_{z=h_1+h_2} \quad . \quad (22)$$

桩-土交界面边界条件

$$u_r(r, \theta, z)|_{r=r_0} = w_{p_1}(z) \cos \theta|_{r=r_0} \quad , \quad (23)$$

$$u_\theta(r, \theta, z)|_{r=r_0} = -w_{p_1}(z) \sin \theta|_{r=r_0} \quad . \quad (24)$$

桩-水交界面边界条件

$$\left. \frac{\partial p(r, \theta, z)}{\partial r} \right|_{r=r_0} = \rho \omega^2 w_{p_2}(z) \cos \theta|_{r=r_0} \quad . \quad (25)$$

水体动水压力无穷远处边界条件

$$\lim_{r \rightarrow \infty} p(r, \theta, z) = 0 \quad . \quad (26)$$

土体位移无穷远处边界条件

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_r(r, \theta, z) = 0 \quad , \quad (27)$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u_\theta(r, \theta, z) = 0 \quad . \quad (28)$$

## 2 方程的求解

### 2.1 桩-土相互作用

根据亥姆霍兹分解、分离变量法和边界条件 (10) ~ (12), (23), (24), (27) 和 (28) 可以得到土体径向位移和环向位移为<sup>[9]</sup>

$$u_r(r, \theta, z_1) = \cos \theta \sum_{i=1}^{\infty} \sin(g_i z_1) \cdot \left\{ -A_i \left[ \frac{1}{r} K_1(q_i r) + q_i K_0(q_i r) \right] + B_i \frac{1}{r} K_1(s_i r) \right\} \quad , \quad (29)$$

$$u_\theta(r, \theta, z_1) = \sin \theta \sum_{i=1}^{\infty} \sin(g_i z_1) \cdot \left\{ -A_i \frac{1}{r} K_1(q_i r) + B_i \left[ \frac{1}{r} K_1(s_i r) + s_i K_0(s_i r) \right] \right\} \quad . \quad (30)$$

式中  $g_i = \frac{(2i-1)\pi}{2h_1}$ ,  $i=1, 2, 3, \dots$ ;  $q_i^2 = \frac{G_s^* g_i^2 - \rho_s \omega^2}{\lambda_s^* + 2G_s^*}$ ;

$s_i^2 = \frac{G_s^* g_i^2 - \rho_s \omega^2}{G_s^*}$ ;  $A_i$ ,  $B_i$  是未知系数。

根据桩-土位移连续边界条件可得

$$B_i = T_{l_1} A_i \quad , \quad (31)$$

式中,

$$T_{1i} = \frac{(2/r_0)K_1(q_i r_0) + q_i K_0(q_i r_0)}{(2/r_0)K_1(s_i r_0) + s_i K_0(s_i r_0)} \quad 。 \quad (32)$$

再根据力和位移的关系, 可以得到土体阻抗力  $f_1$  为

$$\begin{aligned} f_1 &= -\int_0^{2\pi} (\sigma_r(r_0) \cos \theta - \tau_{r\theta}(r_0) \sin \theta) r_0 d\theta \\ &= \sum_{i=1}^{\infty} b_{hi} A_i \sin(g_i z_1) \quad , \end{aligned} \quad (33)$$

式中,  $b_{hi}$  为第  $i$  阶水平阻抗因子,  $b_{hi} = -\pi r_0 \{(\lambda_s^* + 2G_s^*) \cdot q_i^2 K_1(q_i r_0) + G_s^* T_{1i} s_i^2 K_1(s_i r_0)\}$ 。

当  $i=1$  时, 将式 (33) 代入式 (5) 可以得到用桩体在土中的位移表示的控制方程为

$$E_p^* I_p \frac{d^4 w_{p1}(z_1)}{dz_1^4} - m_p \omega^2 w_{p1}(z_1) = -\sum_{i=1}^{\infty} b_{hi} A_i \sin(g_i z_1) \quad (34)$$

式 (34) 的解由两部分组成, 齐次方程的通解  $w_{h1}(z_1)$  和非齐次方程的特解  $w_{t1}(z_1)$  可以表示为

$$w_{p1}(z_1) = w_{h1}(z_1) + w_{t1}(z_1) \quad . \quad (35)$$

其中非齐次方程的特解  $w_{t1}(z_1)$  可以表示为

$$w_{t1}(z_1) = \sum_{i=1}^{\infty} b_i \sin(g_i z_1) \quad . \quad (36)$$

式中,  $b_i$  为常数。

将式 (36) 代入式 (34), 可以得到常数  $b_i$  为

$$b_i = \frac{-b_{hi} A_i}{E_p^* I_p g_i^4 - m_p \omega^2} \quad . \quad (37)$$

齐次方程的通解可以表示为

$$w_{h1}(z_1) = Q_1 \sin(\beta_1 z_1) + Q_2 \cos(\beta_1 z_1) + Q_3 \sinh(\beta_1 z_1) + Q_4 \cosh(\beta_1 z_1) \quad , \quad (38)$$

$$\beta_1 = \sqrt[4]{(m_p \omega^2 / E_p^* I_p)} \quad . \quad (39)$$

式中,  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$ ,  $Q_4$  为未知常数。

将式 (36) ~ (38) 代入式 (35) 可得

$$\begin{aligned} w_{p1}(z_1) &= Q_1 \sin(\beta_1 z_1) + Q_2 \cos(\beta_1 z_1) + Q_3 \sinh(\beta_1 z_1) + \\ &Q_4 \cosh(\beta_1 z_1) - \sum_{i=1}^{\infty} \frac{b_{hi} A_i}{E_p^* I_p g_i^4 - m_p \omega^2} \sin(g_i z_1) \quad . \end{aligned} \quad (40)$$

桩与土体接触良好, 因此结合式 (29), (40) 进一步利用三角函数正交性,  $A_i$  的表示式为

$$A_i = \frac{Q_1 F_{1i} + Q_2 F_{2i} + Q_3 F_{3i} + Q_4 F_{4i}}{b_{hi}} \quad , \quad (41)$$

式中,

$$F_{1i} = \frac{2}{h_1} \int_0^{h_1} \sin(\beta_1 z_1) \sin(g_i z_1) dz_1 \quad , \quad (42a)$$

$$F_{2i} = \frac{2}{h_1} \int_0^{h_1} \cos(\beta_1 z_1) \sin(g_i z_1) dz_1 \quad , \quad (42b)$$

$$F_{3i} = \frac{2}{h_1} \int_0^{h_1} \sinh(\beta_1 z_1) \sin(g_i z_1) dz_1 \quad , \quad (42c)$$

$$F_{4i} = \frac{2}{h_1} \int_0^{h_1} \cosh(\beta_1 z_1) \sin(g_i z_1) dz_1 \quad , \quad (42d)$$

$$T_{2i} = T_{1i} \frac{1}{r} K_1(s_i r) - \frac{1}{r} K_1(q_i r) - q_i K_0(q_i r) \quad . \quad (42e)$$

将式 (41) 代入式 (40) 可得

$$\begin{aligned} w_{p1}(z_1) &= Q_1 \left[ \sin(\beta_1 z_1) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{1i} \sin(g_i z_1) \right] + \\ &Q_2 \left[ \cos(\beta_1 z_1) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{2i} \sin(g_i z_1) \right] + \\ &Q_3 \left[ \sinh(\beta_1 z_1) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{3i} \sin(g_i z_1) \right] + \\ &Q_4 \left[ \cosh(\beta_1 z_1) - \sum_{i=1}^{\infty} \kappa_{4i} \sin(g_i z_1) \right] \quad , \end{aligned} \quad (43)$$

式中,

$$\{\kappa_{1i} \quad \kappa_{2i} \quad \kappa_{3i} \quad \kappa_{4i}\}^T = \gamma_{1i} \{F_{1i} \quad F_{2i} \quad F_{3i} \quad F_{4i}\}^T \quad , \quad (44a)$$

$$\gamma_{1i} = \frac{b_{hi}}{T_{2i}(E_p^* I_p g_i^4 - m_p \omega^2) + b_{hi}} \quad . \quad (44b)$$

## 2.2 桩 - 水相互作用

根据分离变量法, 再进一步利用边界条件 (8), (9), (25) 和 (26), 可以得到水体水平方向对桩体的阻抗力  $f_2$  [21]:

$$f_2 = \sum_{j=0}^{\infty} a_{hj} U_{1j} Z(z) \quad , \quad (45)$$

$$U_{1j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} w_{p2}(z_2) Z(z) dz_2 \quad , \quad (46)$$

$$Z(z) = \begin{cases} \cosh(\bar{\lambda}_j z) & (j=0) \\ \cos(\lambda_j z) & (j \geq 1) \end{cases} \quad . \quad (47)$$

式中  $h_1 \leq z_2 \leq h_1 + h_2$ ,  $r_i = -ir\lambda_j \sqrt{1 - (\omega/\lambda_j c)^2}$ ;

$$\lambda_j = \begin{cases} \bar{\lambda}_j \tanh(\bar{\lambda}_j h_2) = \frac{\omega^2}{g} & (j=0) \\ \lambda_j \tan(\lambda_j h_2) = \frac{-\omega^2}{g} & (j \geq 1) \end{cases}, \quad \bar{\lambda}_j \text{ 为 } \lambda_j \text{ 的虚部};$$

$a_{hj} = \frac{\rho \pi r_0^2 \omega^2 H_1^{(2)}(r_i)}{r_i H_1^{(2)}(r_i)}$  是第  $j$  阶水平阻抗因子;  $C_j$  是未知系数。

当  $i=2$  时, 将式 (45) 代入式 (5) 可以得到用桩体在水中的位移表示的控制方程:

$$E_p^* I_p \frac{d^4 w_{p2}(z_2)}{dz_2^4} - m_p \omega^2 w_{p2}(z_2) = -\sum_{j=0}^{\infty} a_{hj} U_{1j} Z(z) \quad . \quad (48)$$

与桩 - 土相互作用求解类似, 式 (48) 解可以表示为

$$\begin{aligned} w_{p2}(z_2) &= Q_5 \sin(\beta_1 z_2) + Q_6 \cos(\beta_1 z_2) + Q_7 \sinh(\beta_1 z_2) + \\ &Q_8 \cosh(\beta_1 z_2) - \sum_{j=0}^{\infty} \frac{a_{hj} U_{1j}}{E_p^* I_p \lambda_j^4 - m_p \omega^2} Z(z) \quad . \end{aligned} \quad (49)$$

式中,  $Q_5$ ,  $Q_6$ ,  $Q_7$ ,  $Q_8$  为未知常数。

桩与水体也接触良好, 因此结合式(46), (49), 进一步利用三角函数正交性得到  $U_{1j}$  的表示式为

$$U_{1j} = \frac{Q_5 L_{1j} + Q_6 L_{2j} + Q_7 L_{3j} + Q_8 L_{4j}}{1 + \frac{a_{bj}}{E_p^* I_p \lambda_j^4 - m_p \omega^2}}, \quad (50)$$

式中,

$$L_{1j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \sin(\beta_1 z_2) Z(z) dz_2, \quad (51a)$$

$$L_{2j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \cos(\beta_1 z_2) Z(z) dz_2, \quad (51b)$$

$$L_{3j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \sinh(\beta_1 z_2) Z(z) dz_2, \quad (51c)$$

$$L_{4j} = \frac{2}{h_2} \int_0^{h_2} \cosh(\beta_1 z_2) Z(z) dz_2. \quad (51d)$$

将式(50)代入式(49)可得

$$\begin{aligned} w_{p_2}(z_2) = & Q_5 \left[ \sin(\beta_1 z_2) - \sum_{j=0}^{\infty} \zeta_{1j} Z(z) \right] + \\ & Q_6 \left[ \cos(\beta_1 z_2) - \sum_{j=0}^{\infty} \zeta_{2j} Z(z) \right] + \\ & Q_7 \left[ \sinh(\beta_1 z_2) - \sum_{j=0}^{\infty} \zeta_{3j} Z(z) \right] + \\ & Q_8 \left[ \cosh(\beta_1 z_2) - \sum_{j=0}^{\infty} \zeta_{4j} Z(z) \right], \end{aligned} \quad (52)$$

式中,

$$\{\zeta_{1j} \quad \zeta_{2j} \quad \zeta_{3j} \quad \zeta_{4j}\}^T = \gamma_{2j} \{L_{1j} \quad L_{2j} \quad L_{3j} \quad L_{4j}\}^T, \quad (53a)$$

$$\gamma_{2i} = \frac{a_{bj}}{E_p^* I_p \lambda_j^4 - m_p \omega^2 + a_{bj}}. \quad (53b)$$

### 2.3 空气中桩

当  $i=3$  时, 用桩体在空气中的位移表示的控制方程为

$$E_p^* I_p \frac{d^4 w_{p_3}(z_3)}{dz_3^4} - m_p \omega^2 w_{p_3}(z_3) = 0. \quad (54)$$

式中,  $h_2 \leq z_3 \leq h_2 + h_3$ 。

式(54)的通解可以表示为

$$\begin{aligned} w_{p_3}(z_3) = & Q_9 \sin(\beta_1 z_3) + Q_{10} \cos(\beta_1 z_3) + \\ & Q_{11} \sinh(\beta_1 z_3) + Q_{12} \cosh(\beta_1 z_3), \end{aligned} \quad (55)$$

表 1 桩体、土体和水体参数

Table 1 Parameters of pile, soil and water

| 桩长<br>$H/m$ | 桩出水面长度<br>$h_3/m$ | 直径<br>$2r_0/m$ | 杨氏模量<br>$E_p/\text{GPa}$ | 密度 $\rho_p$<br>$/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 滞后阻尼<br>$\beta_p$<br>$/\text{m}$ | 土体厚度<br>$h_1/\text{m}$ | 杨氏模量<br>$E_s/\text{MPa}$ | 密度 $\rho_s$<br>$/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 泊松比<br>$\nu_s$ | 滞后阻尼<br>$\beta_s$<br>$/\text{m}$ | 水深<br>$h_2/\text{m}$ | 密度 $\rho$<br>$/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$ | 波速<br>$c_w/(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$ |
|-------------|-------------------|----------------|--------------------------|---|----------------------------------|------------------------|--------------------------|---|----------------|----------------------------------|----------------------|---|--|
| 60          | 0                 | 4              | 30                       | 2500  | 0.02                             | 30                     | 5                        | 1800  | 0.3            | 0.02                             | 30                   | 1000  | 1438                                       |

式中,  $Q_9$ ,  $Q_{10}$ ,  $Q_{11}$ ,  $Q_{12}$  为由未知常数。

### 2.4 桩体位移求解

将式(43), (52), (55)代入边界条件(13)~(15), (17), (19), (21)和式(16), (18), (20), (22)和式(6), (7), 经过一些转化可得

$$\mathbf{T}_1(i) \mathbf{Q}_{w_1} = \{0 \quad 0\}^T, \quad (56)$$

$$\mathbf{T}_2(i) \mathbf{Q}_{w_1} = \mathbf{T}_3(j) \mathbf{Q}_{w_2}, \quad (57)$$

$$\mathbf{T}_4(j) \mathbf{Q}_{w_2} = \mathbf{T}_5 \mathbf{Q}_{w_3}, \quad (58)$$

$$\mathbf{T}_6 \mathbf{Q}_{w_3} = \{M_0 \quad Q_0\}^T. \quad (59)$$

将式(57), (58)代入式(56)并结合式(59), 可得

$$\left[ \begin{array}{c} \mathbf{T}_1(i) \mathbf{T}_2^{-1}(i) \mathbf{T}_3(j) \mathbf{T}_4^{-1}(j) \mathbf{T}_5 \\ \mathbf{T}_6 \end{array} \right] \mathbf{Q}_{w_3} = [0 \quad 0 \quad M_0 \quad Q_0]^T. \quad (60)$$

未知系数  $\mathbf{Q}_{w_1}$ ,  $\mathbf{Q}_{w_2}$  和  $\mathbf{Q}_{w_3}$  分别可以通过式(57), (58), (60)得到。基于这些系数, 桩体位移可以确定。

### 3 模型验证

为了评价桩-土、桩-水相互作用对桩体顶部位移的影响, 采用表 1 列出的土体、水体和桩体的参数。本文中假设桩体顶部施加的剪力和弯矩分别为 1 MN 和 1 kN·m, 输入振动频率  $f$  的区间范围为 0:0.05:20。

本文中土体位移和水体速度势的表达式是一个无穷级数。因此, 有必要将无穷级数转化为有限级数。从图 2 中可以看出, 在无水和有水情况下将无穷级数截断为 5~10 项, 结果趋于收敛。因此,  $i$  和  $j$  可以分别取为 6, 7。

为了验证本文方法的合理性, 在频域下将本文解析解分别退化为两种情况: ①第一种为无水有土情况的解析解与付鹏等<sup>[22]</sup>、郑长杰等<sup>[23]</sup>、子结构法(王丕光等<sup>[24]</sup>)和 Novak 法<sup>[9]</sup>的解进行对比。②第二种为无土有水情况的解析解与子结构分析方法的解(王丕光等<sup>[25]</sup>)进行对比, 结果见图 3。最后, 在时域下将本文水-桩-土系统模型的解析解与子结构法和有限元 ABAQUS 法进行对比, 结果见图 4, 其中水平动荷载采用的是狄拉克脉冲, 幅值为  $10^6$ , 脉冲激励时间 0.2 s, 如图 5 所示。从图 3, 4 中可看出, 本解析解与子结构法、Novak 法和有限元 ABAQUS 法吻合较好。

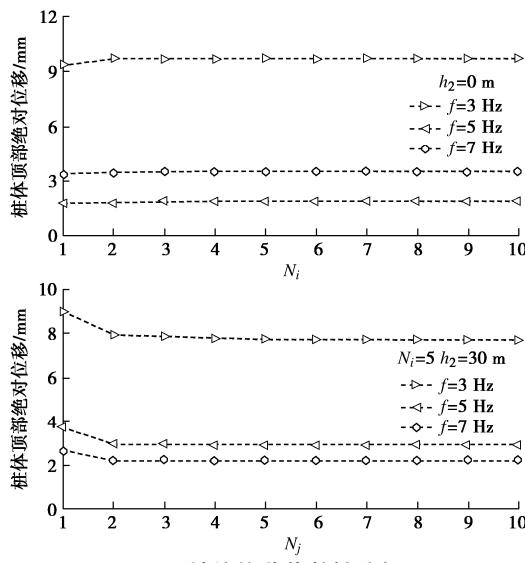


图 2 桩体位移收敛性分析

Fig. 2 Convergence tests on displacement of pile

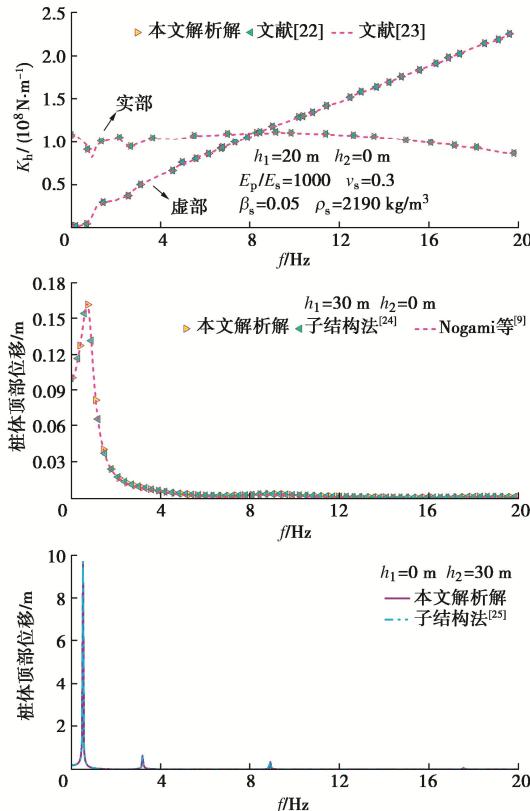


图 3 解析法与其他几种方法的对比

Fig. 3 Comparison between analytical method and other methods

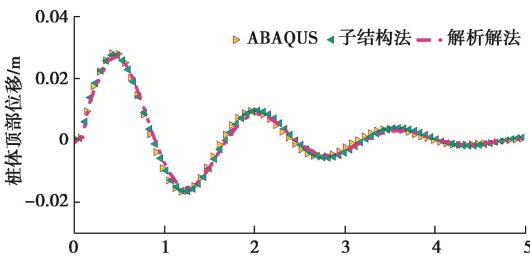
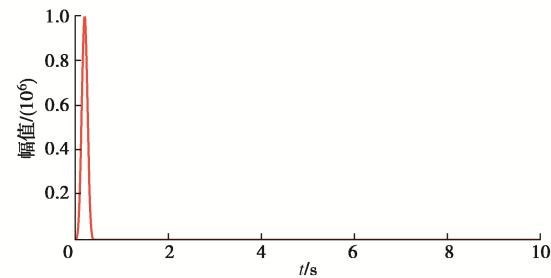
图 4 解析法与子结构法和Abaqus 的位移时程对比  
Fig. 4 Comparison of time history of displacement among analytical method, substructure and Abaqus methods

图 5 狄拉克脉冲

Fig. 5 Dirac impulse

## 4 数值算例

### 4.1 自由表面波的影响

图 6 表示有水有土情况时, 考虑与不考虑自由表面波情况下桩体顶部位移峰值随着水深的变化。从图 6 中可以看出, 水体自由表面波对桩体位移响应的影响很小, 几乎可以忽略。因此, 后面的算例基于无自由表面波分析。

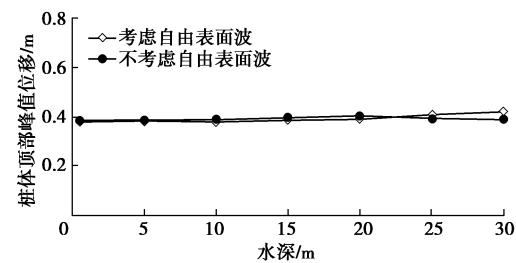


图 6 考虑与不考虑自由表面波情况下桩体位移峰值随着水深的变化

Fig. 6 Variation of displacement at pile top with water depth considering or not considering free surface waves

### 4.2 频域下水深的影响

图 7 表示有土情况时, 不同水深下桩体顶部位移绝对值随着频率的变化关系。

从图 7 中可以看出, 水深对桩体顶部位移有一定影响, 且位移峰值对应的频率随着水深的增加而减小。

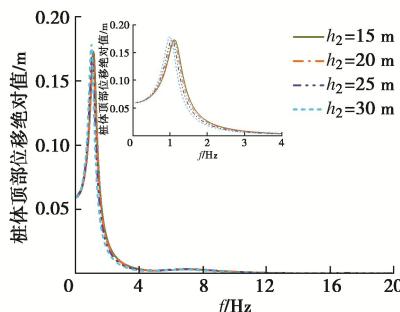


图 7 不同水深情况下桩体顶部位移随频率的变化

Fig. 7 Variation of displacement with frequency under different thicknesses of water layer at pile head

为了方便分析在不同土体和桩体参数情况下, 水

体对混凝土桩和钢管桩顶部位移响应的影响。定义  $R_1$ 、 $R_2$  为有水时桩体顶部最大位移绝对值与无水时桩体顶部最大位移绝对值的比值,  $R_2$  为有水时桩体顶部最大位移绝对值对应频率与无水时桩体最大位移绝对值对应频率的比值(桩体总长度不变), 其中钢管桩的弹性模量、密度、半径和泊松比分别取 210 GPa, 7850 kg/m<sup>3</sup>, 4 m 和 0.2, 薄壁厚度取为 6 cm。

图 8~10 表示混凝土桩和钢管桩  $R_1$  和  $R_2$  随着桩体半径、土体弹性模量和土体阻尼的变化。

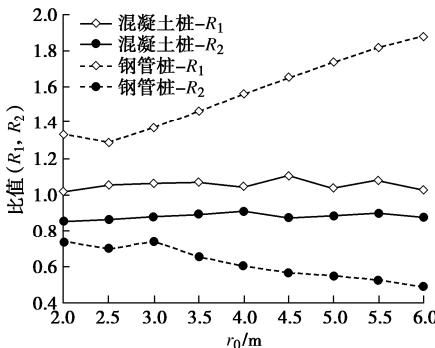


图 8  $R_1$  和  $R_2$  随桩体半径的变化

Fig. 8 Variation of  $R_1$  and  $R_2$  with pile radius

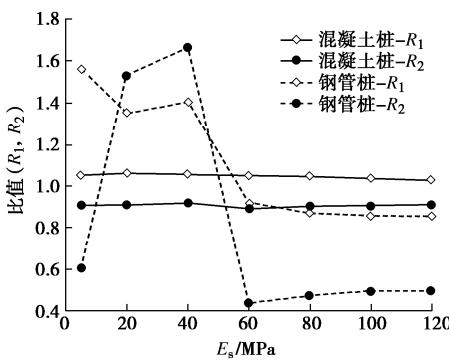


图 9  $R_1$  和  $R_2$  随土体弹性模量的变化

Fig. 9 Variation of  $R_1$  and  $R_2$  with soil modulus

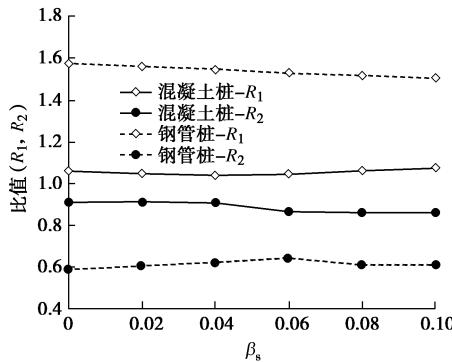


图 10  $R_1$  和  $R_2$  随土体阻尼的变化

Fig. 10 Variation of  $R_1$  and  $R_2$  with soil damping

从图 8 可以看出, 随着桩体半径的增大, 水体对混凝土桩和钢管桩顶部位移响应有一定影响; 还可以看到, 在半径为 2 m 时, 水体对桩体顶部位移响应的影响不大, 因此, 图 9, 10 中定义  $r_0=4$  m。从图 9, 10 可以看出, 随着土体弹性模量和桩体弹性模量的增

大, 水体对混凝土桩顶部位移响应的影响范围为 3%~10%, 而对钢管桩顶部位移响应的影响范围为 15%~60%; 且从图中可以看出, 随着土体和桩体参数的改变, 水体对混凝土桩的自振频率影响范围为 9%~15%, 而对钢管桩的自振频率影响范围为 40%~70%。

通过结果来看水体对钢管桩的影响较大, 虽然钢管桩的弹性模量和密度较大, 但是由于是空心桩体, 所以单位截面质量远小于混凝土实心桩体, 从而造成水体对钢管桩的影响更加显著。

#### 4.3 时域下水深的影响

图 11 表示不同水深情况下桩体顶部位移随时间的变化, 其中水平动荷载采用的是狄拉克脉冲, 幅值为  $10^6$ , 脉冲激励时间 0.2 s, 如图 5 所示, 且桩体总长度不变, 柱形图是不同水深情况下与无水情况下桩体顶部位移峰值的比值误差。从图 11 中可以看出, 在桩长不变的情况下, 相比于无水, 水深小于 20 m 时对桩体位移响应的影响可以忽略不计。

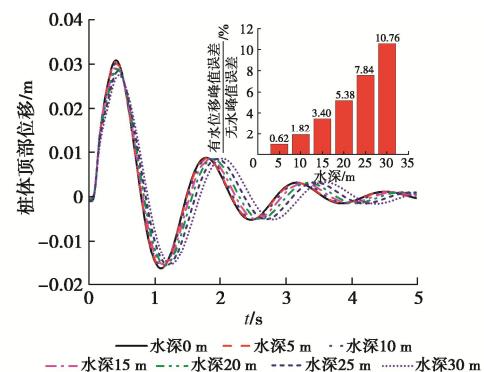
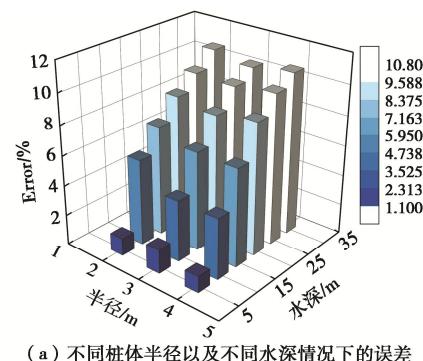
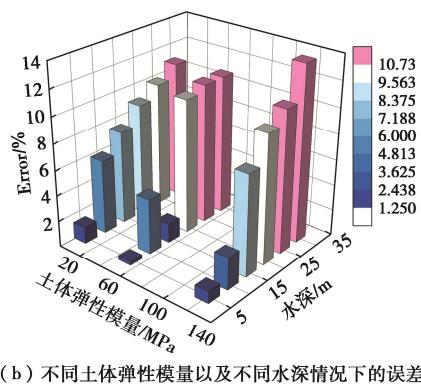


图 11 不同水深情况下桩体顶部位移随时间的变化

Fig. 11 Variation of displacement with time under different thicknesses of water layer at pile head

图 12 表示满水情况(桩长随着水深的变化而变化)以及不同半径和土体弹性模量时, 其中 Error (%) 定义为不同水深情况下与无水情况下桩顶位移峰值的比值。从图 12 中可以看出, 在一定土体厚度情况下, 水深 15 m 以下对桩体位移响应的影响在 7% 左右, 从工程角度来说一般可以忽略不计。





(b) 不同土体弹性模量以及不同水深情况下的误差

图 12 不同桩体半径和土体弹性模量以及水深情况下有水与无水桩顶位移峰值的比值误差

Fig. 12 Ratio errors of peak displacement at pile top with and without water under different pile radii, soil elastic modulus and water depths

## 5 结 论

本文建立了考虑水 - 桩 - 土相互作用的端承桩在桩顶水平动力荷载作用下动力响应的解析解。为了探讨水平动荷载作用下桩体的振动特性, 进行了一些参数化研究。主要得出 3 点结论。

(1) 水体自由表面波对桩体位移响应的影响很小, 几乎可以忽略。

(2) 水体深度的变化对桩体顶部位移有一定的影响, 且峰值位移对应的频率随着水深的增加而减小。

(3) 随着桩体和土体参数变化, 水体对混凝土桩和钢管桩位移响应都有一定影响, 且从工程角度来说, 水深小于 15 m 时对桩位移响应影响可以忽略不计。

## 参 考 文 献:

- [1] WANG K H, WU W B, ZHANG Z Q, et al. Vertical dynamic response of an inhomogeneous viscoelastic pile[J]. Computers and Geotechnics, 2010, **37**(4): 536 – 544.
- [2] MANNA B, BAIDYA D K. Dynamic nonlinear response of pile foundations under vertical vibration—theory versus experiment[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, **30**(6): 456 – 469.
- [3] GAO L, WANG K H, XIAO S, et al. Dynamic response of a pile considering the interaction of pile variable cross section with the surrounding layered soil[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(9): 1196 – 1214.
- [4] LIU H, WU W B, NI X Y, et al. Influence of soil mass on the vertical dynamic characteristics of pipe piles[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **126**: 103730.
- [5] GAZETAS G, DOBRY R. Horizontal response of piles in layered soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1984, **110**(1): 20 – 40.
- [6] DEZI F, CARBONARI S, LEONI G. A model for the 3D kinematic interaction analysis of pile groups in layered soils[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2009, **38**(11): 1281 – 1305.
- [7] DI LAORA R, MANDOLINI A, MYLONAKIS G. Insight on kinematic bending of flexible piles in layered soil[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2012, **43**: 309 – 322.
- [8] NOVAK M. Dynamic stiffness and damping of piles[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1974, **11**(4): 574 – 598.
- [9] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1977, **5**(3): 249 – 261.
- [10] 郑长杰, 丁选明, 黄旭, 等. 滞回阻尼土中大直径管桩纵向振动响应解析解[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(增刊 1): 3284 – 3290. (ZHENG Chang-jie, DING Xuan-ming, HUANG Xu, et al. Analytical solution of vertical vibration response of large diameter pipe pile in hysteretic damping soil[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(S1): 3284 – 3290. (in Chinese))
- [11] 栾鲁宝, 丁选明, 周仕礼, 等. 考虑竖向荷载的桩基水平振动响应解析解[J]. 建筑结构, 2015, **45**(19): 80 – 86. (LUAN Lu-bao, DING Xuan-ming, ZHOU Shi-li, et al. Analytical solution of lateral vibration response of an axial loaded pile[J]. Building Structure, 2015, **45**(19): 80 – 86. (in Chinese))
- [12] CHWANG A T, HOUSNER G W. Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes: Part 1 Momentum method[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1978, **87**(2): 335 – 341.
- [13] WILLIAMS A N. Earthquake response of submerged circular cylinder[J]. Ocean Engineering, 1986, **13**(6): 569 – 585.
- [14] 刘振宇, 李乔, 赵灿晖, 等. 圆形空心深水桥墩在地震作用下的附加动水压力[J]. 西南交通大学学报, 2008, **43**(2): 200 – 205, 212. (LIU Zhen-yu, LI Qiao, ZHAO Can-hui, et al. Earthquake-induced added hydrodynamic pressure on circular hollow piers in deep water[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2008, **43**(2): 200 – 205, 212. (in Chinese))
- [15] WANG P G, ZHAO M, DU X L, et al. Simplified evaluation of earthquake-induced hydrodynamic pressure on circular

- tapered cylinders surrounded by water[J]. Ocean Engineering, 2018, **164**: 105 – 113.
- [16] SPYRAKOS C C, XU C J. Soil-structure-water interaction of intake-outlet towers allowed to uplift[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1997, **16**(2): 151 – 159.
- [17] YE J H, JENG D S, CHAN A H C, et al. 3D integrated numerical model for Fluid-Structures-Seabed Interaction (FSSI): loosely deposited seabed foundation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2017, **92**: 239 – 252.
- [18] YAMADA Y, KAWANO K, IEMURA H, et al. Wave and earthquake response of offshore structures with soil-structure interaction[J]. Doboku Gakkai Ronbunshu, 1988, **1988**(398): 157 – 166.
- [19] 楼云锋. 流体-结构-土体动力耦合系统数值模拟方法及应用[D]. 上海: 上海交通大学, 2015. (LOU Yun-feng. Numerical Simulation Method and Application of Fluid-Structure-Soil Dynamic Coupling System[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2015. (in Chinese))
- [20] WANG P G, ZHANG G L, ZHAO M, et al. Semi-analytical solutions for the wave-induced and vertical earthquake-induced responses of a fluid-stratified seabed-bedrock system[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2020, **139**: 106391.
- [21] 王丕光. 地震和波浪作用下水-桥梁下部结构相互作用研究[D]. 北京: 北京工业大学, 2016. (WANG Pi-guang. Study on Water-Substructure of Bridge Interaction under Earthquake Action and Wave Action[D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2016. (in Chinese))
- [22] 付鹏, 胡安峰, 李怡君, 等. 海洋高桩基础水平振动特性分析[J]. 振动与冲击, 2019, **38**(17): 88 – 94. (FU Peng, HU An-feng, LI Yi-jun, et al. Horizontal vibration characteristics of offshore elevated piles[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, **38**(17): 88 – 94. (in Chinese))
- [23] 郑长杰, 丁选明, 栾鲁宝. 黏弹性地基中管桩水平动力特性分析[J]. 岩土力学, 2017, **38**(1): 26 – 32, 40. (ZHENG Chang-jie, DING Xuan-ming, LUAN Lu-bao. Analysis of lateral dynamic response of pipe pile in viscoelastic soil layer[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(1): 26 – 32, 40. (in Chinese))
- [24] WANG P G, XU Y D, ZHANG X L, et al. A substructure method for seismic responses of offshore wind turbine considering nonlinear pile-soil dynamic interaction[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, **144**: 106684.
- [25] WANG P G, ZHAO M, LI H F, et al. An accurate and efficient time-domain model for simulating water-cylinder dynamic interaction during earthquakes[J]. Engineering Structures, 2018, **166**: 263 – 273.

## 《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于1979年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学的研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先利用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊, 并在建筑类核心期刊中位于前列; 本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊)及“中国科技论文与引文数据库”收录; 本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录; 本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录; 本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据

库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址 ([www.cgejournal.com](http://www.cgejournal.com)) 全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊, A4开, 双栏排版, 192页, 每月中旬出版, 每期定价40元, 全年定价480元。

本刊国际标准刊号ISSN 1000-4548, 国内统一刊号CN 32-1124/TU, 国内发行代号28-62, 国外发行代号MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: 南京虎踞关34号《岩土工程学报》编辑部; 邮编: 210024; 联系电话: 025-85829534, 85829543, 85829553, 85829556; 传真: 025-85829555; E-mail: ge@nhri.cn。

(本刊编辑部)

DOI: 10.11779/CJGE202205015

# 隔离桩对隧道开挖诱发土体竖向位移牵制效应的理论分析

曹利强<sup>1, 2, 3, 4</sup>, 陈湘生<sup>\*1, 2, 4, 5</sup>, 张顶立<sup>3</sup>, 苏栋<sup>1, 2, 4, 5</sup>

(1. 深圳大学土木与交通工程学院, 广东 深圳 518060; 2. 深圳大学未来地下城市研究院, 广东 深圳 518060; 3. 北京交通大学城市地下工程教育部重点实验室, 北京 100044; 4. 深圳大学滨海城市韧性基础设施教育部重点实验室, 广东 深圳 518060; 5. 深圳市地铁地下车站绿色高效智能建造重点实验室, 广东 深圳 518060)

**摘要:** 隔离桩作为一种高效的防护措施被广泛应用于城市隧道施工环境效应的控制中。基于两阶段理念建立了可考虑隔离桩与土体之间相对滑移(采用桩侧弹簧与桩端弹簧模拟)的桩-土竖向相互作用的解析模型。基于该模型并引入变形协调关系, 利用改进的 Loganathan-Poulos (L&P) 公式和一般化的竖向位移的 Melan 解, 求解了隔离桩与土体之间的相互作用力(即弹簧内力)。利用叠加原理, 进一步求解了隔离桩牵制下隧道开挖引起的地层竖向位移, 该结果通过与既有解析方法和现场实测数据对比得到了验证。基于新提出模型的解析结果, 分析并揭示了隔离桩对地层竖向位移发挥牵制作用的力学机制。研究表明, 隔离桩对土体的牵制作用可以分为向上牵制和向下牵制两个部分, 向上和向下牵制作用相结合共同驱使土体竖向位移沿深度方向由原来的隧道开挖引起的不均匀状态转变为相对均匀状态。隔离桩的桩侧与桩端弹簧刚度决定了桩与土体相互作用的程度, 其刚度越小则相互作用力越小, 桩与土体的相对位移越大, 向上与向下牵制效应也越小。相关研究可为隔离桩的设计和效应评估做出理论指导。

**关键词:** 理论分析; 盾构隧道; 隔离桩; 竖向位移; 牵制效应

中图分类号: TU470 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0916-10

作者简介: 曹利强(1991—), 男, 博士后, 主要从事城市地下工程施工力学及灾变控制方面的科研工作。E-mail: liqiangcao@bjtu.edu.cn。

## Theoretical investigation of restraint effect of isolation piles on vertical ground displacements due to tunneling under the plane state

CAO Li-qiang<sup>1, 2, 3, 4</sup>, CHEN Xiang-sheng<sup>1, 2, 4, 5</sup>, ZHANG Ding-li<sup>3</sup>, SU Dong<sup>1, 2, 4, 5</sup>

(1. College of Civil and Transportation Engineering, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 2. Underground Polis Academy, Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 3. Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 4. Key Laboratory of Coastal Urban Resilient Infrastructures (MOE), Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 5. Shenzhen Key Laboratory of Green, Efficient and Intelligent Construction of Underground Metro Station, Shenzhen 518060, China)

**Abstract:** As an efficient protective measure, the isolation piles are widely used in the control of tunneling-induced environmental effects in urban areas. Based on the two-stage concept, a vertical pile-soil interaction model that can consider the relative slip between the isolation pile and the soil (simulated by the pile shaft spring and the pile tip spring) is established. Based on this model and introducing the displacement compatibility condition, using the modified Loganathan-Poulos (L&P) formula and the Melan solution of the vertical displacement in a general form, the interaction forces between the isolation pile and the soil (i.e., the internal force of the springs) are solved. Using the superposition principle, the ground vertical displacements caused by tunnel excavation under the restraint of isolation piles are further solved. The results are verified by comparing with those of the existing analytical methods and field measured data. Based on the analytical results of the proposed model, the mechanical mechanism of the effects of the isolation piles on the ground vertical displacements is investigated. The studies have shown that the restraint effect of

基金项目: 国家自然科学基金青年项目(52108376); 国家自然科学基金重大项目(52090084); 国家自然科学基金重点项目(51938008, 51738002)

收稿日期: 2021-07-19

\*通信作者(E-mail: xschen@szu.edu.cn)

the isolation piles on soil can be divided into two parts, upward part and downward part. The combination of the upward and downward effects together drives the tunneling-induced ground vertical displacements along the depth direction to change from non-uniform state to a relatively uniform one. The spring stiffness of the pile shaft and pile tip determines the degree of interaction between the pile and the soil. The smaller the stiffness, the smaller the interaction force, the greater the relative displacement between the pile and the soil, and the smaller the upward and downward restraint effects. The related research may provide theoretical guidance for the design and effect evaluation of isolation piles.

**Key words:** theoretical analysis; shield tunnel; isolation pile; ground vertical displacement; restraint effect

## 0 引言

盾构在建(构)筑物密集分布的城市环境中掘进时常面临近接施工的严峻工况, 隧道开挖诱发的土体变形极易导致结构开裂甚至失效破坏, 隔离桩作为一种可靠、高效的防护措施被广泛应用于此类工程中<sup>[1]</sup>。尽管隔离桩应用十分广泛, 但目前对其如何发挥隔离性能尚未形成统一、系统的理论认识, 而这对于评估隔离桩的作用效果并指导其设计至关重要。

国内外学者针对隔离桩如何发挥阻隔效应开展了一系列研究, 这些研究不仅针对隧道开挖亦针对基坑开挖。Bilotta 等<sup>[2-3]</sup>采用离心试验方法研究了不排水黏土中嵌入式连续墙在阻隔隧道开挖产生的地层沉降的作用效果, 并进一步利用离心试验和数值模拟方法对隔离墙的阻隔效果进行分析。Rampello 等<sup>[4]</sup>、Bilotta 等<sup>[5]</sup>、邹文浩等<sup>[6]</sup>采用二维或三维数值模拟方法研究了隧道开挖下隔离桩或隔断墙对地层竖向位移的控制效果并就其影响因素进行分析。郑刚等<sup>[7]</sup>、徐长节等<sup>[8]</sup>结合现场试验方法并采用数值模拟方法研究了基坑开挖后隔离桩对土体深部位移及既有隧道位移的控制机制。陈仁朋等<sup>[9-10]</sup>综合采用离心试验、现场试验及数值模拟方法研究了基坑开挖卸载对邻近隧道的影响及设置隔断墙的作用机理。徐晓兵等<sup>[11]</sup>进一步采用室内模型试验研究了基坑开挖过程中隔离桩对基坑侧方近接隧道整体位移和自身变形的控制机制。综合既往研究发现, 相关学者主要以某一工程为背景, 采用离心试验、常重力模型试验、数值模拟, 以及现场试验方法对隔离桩的工作机制展开探究, 重点分析不同隔离桩的参数对其阻隔效应的影响, 但缺乏对于隔离桩发挥阻隔效应的力学机制的深入研究。基于力学模型的解析理论可以清楚的揭示力学原理并可对隔离桩的阻隔效应进行基本判断, 但鲜有此方面的研究。尽管 Ledesma 等<sup>[12]</sup>采用解析方法求解了隔离桩约束下土体的竖向变形, 但解析模型较为简化, 也未能考虑土体泊松比、内摩擦角对隔离桩发挥阻隔效应的影响。此外, 该研究仅针对地表的沉降进行分析, 未能考虑桩与周围土体之间的相对滑移, 从而也未能通过解析原

理阐述并揭示隔离桩发挥“牵制效应”的作用机制。事实上, 当隔离桩作为防护结构保护地下既有结构时, 探究隔离桩对地层深层竖向位移的牵制效应意义重大。同时, 鉴于隔离桩表面的粗糙程度的差异性, 其与土体的相对滑动也应被重点考虑。

为此, 本文试图建立可以考虑隔离桩与土体间相对滑移的竖向相互作用的解析模型, 基于改进的 L&P 公式并结合一般化的竖向位移的 Melan 解, 求解隔离桩牵制作用下隧道开挖引起的地层竖向位移。基于该力学模型和解析结果, 分析并试图从解析角度深入揭示隔离桩对地层竖向位移发挥牵制作用的力学机制, 以期为隔离桩的设计和效应评估做出理论指导。

## 1 隧道开挖诱发的土体竖向位移

隧道开挖必将诱使土体发生运动, 对于盾构隧道而言, 当不考虑沿隧道延伸方向的盾构掘进效应(即平面应变状态)时, 土体的位移将仅局限于垂直于掘进方向的平面内(图 1,  $yOz$  平面)。

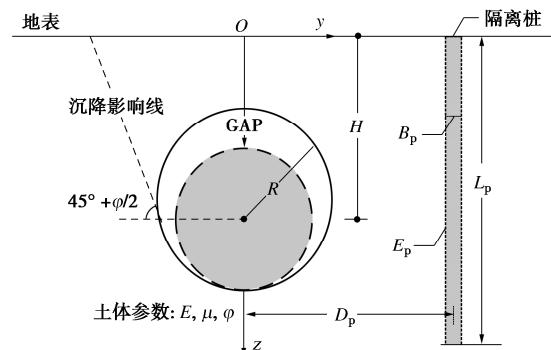


图 1 隧道收敛模式及桩隧的相关参数示意图

Fig. 1 Schematic diagram of convergence mode at tunnel opening and related parameters of tunnel and pile

图 1 展示了隧道开挖后的收敛模式及桩隧的相关参数, 坐标为  $yOz$  系统,  $y$  轴水平向右,  $z$  轴竖直向下; 隧道的半径为  $R$ , 隧道的轴线埋深为  $H$ , 隧道开挖后拱顶的竖向收敛位移(即间隙参数<sup>[13-14]</sup>)为  $GAP$ , 土体的弹性模量为  $E$ , 泊松比为  $\mu$ , 内摩擦角为  $\varphi$ ;

隔离桩的长度为  $L_p$ , 宽度为  $B_p$ , 弹性模量为  $E_p$ , 隔离桩轴线与隧道对称轴线的距离为  $D_p$ 。

为研究桩-土间的相互作用, 则必须首先厘清隧道开挖诱发的土体位移, 然后依据两阶段理念进行分析。目前, 有多种不同的方法用来预测、评估隧道开挖诱发的土体平面内位移, 如经验方法包括 Peck 理论及其衍生, 以及 Celestino 理论等; 数值仿真方法包括有限元法、有限差分法、边界元法, 以及离散元法等; 解析法和半解析法包括镜像法、极坐标下的应力函数法、复变函数法、能量方法, 以及随机介质理论等。在以上这些方法中, 经验方法和(半)解析法均可直接通过输入地层及几何参数快速输出地层的位移预测值, 并可方便地对各参数开展参数分析以揭示影响地层位移的力学机理。但是, 经验方法如 Peck 理论、Celestino 理论, 以及半解析方法中的随机介质理论通常仅可预测隧道拱顶水平线以上的地层位移, 而无法预测隧道拱顶水平线以下的位移, 因而此类预测方法实际上是并不完备的。镜像法、极坐标下的应力函数法、复变函数法, 以及能量方法等均是基于一定假设建立力学模型, 并通过推导直接得到地层位移的预测公式。在这些方法中, 除能量方法外, 其他方法都只能基于弹性介质模型开展分析, 但能量方法通常需要更多的假设, 因此其应用程度也受到一定限制。应力函数法和复变函数法推导得到的公式较为复杂, 不利于将其用于桩-土相互作用机理的理论推导过程。因此, 基于镜像原理的 Loganathan-Poulos (L&P) 公式常成为一个比较好的选择<sup>[15]</sup>, L&P 公式的预测结果已被证明在黏土中具有较高的精度。地层在坐标  $(y, z)$  处的竖向位移  $S_z(y, z)$  为

$$S_z(y, z) = \varepsilon_0 R^2 \left[ \frac{H - z}{y^2 + (H - z)^2} + \frac{(3 - 4\mu)(H + z)}{y^2 + (H + z)^2} \right. \\ \left. - \frac{2z(y^2 - (H + z)^2)}{(y^2 + (H + z)^2)^2} \right] \\ \exp \left[ -\frac{1.38y^2}{(H + R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2} \right], \quad (1)$$

式中,  $\varepsilon_0$  为隧道开挖边界处的地层损失率,

$$\varepsilon_0 = \frac{V_s}{\pi R^2} = \frac{4R \cdot \text{GAP} - \text{GAP}^2}{4R^2}, \quad (2)$$

式中,  $V_s$  为隧道开挖边界处的地层损失(即开挖边界的收敛面积)。

研究表明, 式(2)在预测黏土地层的竖向位移具有较高的精度, 但在预测砂土地层时误差较大。为此, 考虑地层的内摩擦角  $\varphi$  的影响, 将式(2)拓展为更为一般的预测公式<sup>[16]</sup>:

$$S_z(y, z) = \varepsilon_0 R^2 \left[ \frac{H - z}{y^2 + (H - z)^2} + \frac{(3 - 4\mu)(H + z)}{y^2 + (H + z)^2} \right. \\ \left. - \frac{2z(y^2 - (H + z)^2)}{(y^2 + (H + z)^2)^2} \right] \\ \exp \left[ -\frac{1.38y^2}{(H \cot(45^\circ + \varphi/2) + R)^2} - \frac{0.69z^2}{H^2} \right]. \quad (3)$$

## 2 Melan 问题的竖向位移解

以上研究已确定了地层竖向位移的计算方法, 当进一步分析桩-土的竖向相互作用时, 需首先分析半无限平面弹性介质情况下, 作用在平面内一点一个作用力时, 引起的弹性介质的应力及位移问题。此问题被称作 Melan 问题<sup>[17]</sup>, Melan 首先求解了介质内某一点的应力解, 但并未求解竖向位移解。

### 2.1 Melan 问题的原始解

Verruijt 等<sup>[18]</sup>求解了半平面无限弹性介质中作用一点竖向集中力  $P$  时, 弹性介质的位移。如图 2(a) 所示, 坐标为  $yOz$  系统,  $y$  轴水平向右,  $z$  轴竖直向上, 水平位移用  $u_y$  表示, 竖向位移用  $u_z$  表示, 两者的方向分别与  $y$  轴和  $z$  轴一致, 集中力的作用点为  $(0, -h)$ , 作用方向为竖直向上。

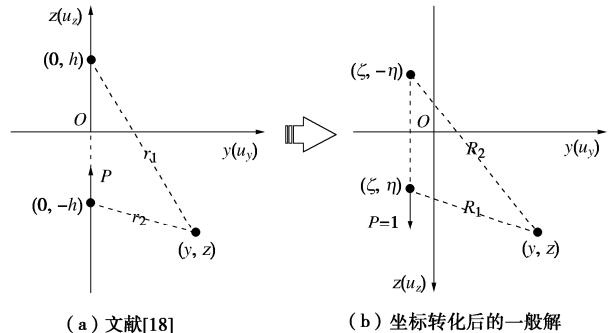


图 2 Melan 问题示意图

Fig. 2 Schematic diagram of Melan problem

地层在坐标  $(y, z)$  处的竖向位移  $u_z$  为

$$u_z = \frac{P}{8\pi G(1-\mu)} \left[ (3-4\mu) \ln \frac{r_1}{r_2} + \frac{y^2}{r_1^2} - \frac{y^2}{r_2^2} \right] - \\ \frac{P(1-\mu)}{\pi G} \ln r_1 + \frac{P(z-h)^2}{2\pi G r_1^2} + \frac{Phz[y^2 - (z-h)^2]}{4\pi G(1-\mu)r_1^4} + u_0, \quad (4)$$

式中,  $G$  为土体的剪切模量,  $r_1$  为集中力作用点的镜像点与所求竖向位移点的距离,  $r_2$  为集中力作用点与所求竖向位移点的距离(图 2(a)),

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \sqrt{y^2 + (z-h)^2}, \\ r_2 &= \sqrt{y^2 + (z+h)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

### 2.2 Melan 问题的竖向位移的一般解

式(4)的解是特殊情况下的解, 即集中力的量

值为  $P$ , 作用方向竖直向上, 作用点的位置位于竖轴之上。这将为任意位置作用集中力引起的地层竖向位移的求解带来困难。本文将此解进行改造成为一个更为普遍的解, 使其等适应任意情况, 为此, 执行下式所示的转换关系(图2(b)):

$$\left. \begin{array}{l} (0, h) \Rightarrow (\zeta, \eta), \\ z \Rightarrow -z, \\ P \Rightarrow 1, \\ G = E/2(1+\mu), \end{array} \right\} \quad (6)$$

式中, 为了与图1所示的坐标系统保持一致, 首先将  $z$  轴改为竖直向下, 其次将集中力  $P$  改为单位集中力; 再次将集中力的作用点改为任意点  $(\zeta, \eta)$ , 最后将剪切模量转化为用土体弹性模量表示的量以便于统一计算。得到的在点  $(\zeta, \eta)$  处作用一个竖直向下的单位集中力时, 在另外任意一点  $(y, z)$  处的竖向位移  $\bar{\mu}_z(\zeta, \eta, y, z)$  为

$$\bar{\mu}_z(\zeta, \eta, y, z) = \frac{(1+\mu)}{\pi E} \left\{ \frac{(3-4\mu)}{4(1-\mu)} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{(y-\zeta)^2}{4(1-\mu)} \left( \frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) - 2(1-\mu) \ln R_2 + \frac{(z+\eta)^2}{R_2^2} - \frac{\eta z [R_2^2 - 2(z+\eta)^2]}{2(1-\mu)R_2^4} \right\} + \bar{\mu}_{z0}, \quad (7)$$

式中,  $\bar{\mu}_{z0}$  为与刚体位移相关的任意常数,  $R_1$  为集中力作用点与所求竖向位移点的距离,  $R_2$  为集中力作用点的镜像点与所求竖向位移点的距离(图2(b)):

$$\left. \begin{array}{l} R_1 = \sqrt{(y-\zeta)^2 + (z-\eta)^2}, \\ R_2 = \sqrt{(y-\zeta)^2 + (z+\eta)^2}. \end{array} \right\} \quad (8)$$

为确定任意常数  $\bar{\mu}_{z0}$ , 需要假设一个地层中的位移不动点。本文假设地面上距离集中力一定水平距离  $t$  处的竖向位移为零<sup>[12]</sup>, 即令  $\bar{\mu}_z(\zeta, \zeta \pm t, \eta, 0) = 0$ , 可得

$$\bar{\mu}_{z0} = \frac{1-\mu^2}{\pi E} \ln(t^2 + \eta^2) - \frac{(1+\mu)\eta^2}{\pi E(t^2 + \eta^2)}. \quad (9)$$

将式(9)代入式(7)可得任意一点的竖向位移:

$$\bar{\mu}_z(\zeta, \eta, y, z) = \frac{(1+\mu)}{\pi E} \left\{ \frac{(3-4\mu)}{4(1-\mu)} \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{(y-\zeta)^2}{4(1-\mu)} \left( \frac{1}{R_2^2} - \frac{1}{R_1^2} \right) - \frac{\eta^2}{t^2 + \eta^2} + (1-\mu) \ln \frac{t^2 + \eta^2}{R_2^2} + \frac{(z+\eta)^2}{R_2^2} - \frac{\eta z [R_2^2 - 2(z+\eta)^2]}{2(1-\mu)R_2^4} \right\}. \quad (10)$$

值得注意的是,  $t$  的选择决定了集中力的影响范围。有学者认为  $t=H$  即可较好地确保桩土相互作用的影响范围衰减与隧道开挖引起的地层变形保持一致<sup>[12]</sup>。

因本文中在自由地层变形的计算中考虑了内摩擦角对沉降范围的影响, 同时尽可能考虑到影响范围的保守程度, 本文取  $t = 4/3 \cdot H \cot(45^\circ + \varphi/2)$  是一个比较合理的估计。

当研究桩-土的相互作用时, 需要计算桩与土接触点对另外任意一点竖向位移的影响。因此, 在应用式(10)时, 作用点和所求点具有同样的横坐标, 即  $\zeta=y$ , 将此关系代入(10)中, 可得精简的竖向位移公式为

$$f(\eta, z) = \frac{(1+\mu)}{\pi E} \left[ \frac{3-4\mu}{4(1-\mu)} \ln \frac{z+\eta}{|z-\eta|} + \frac{\eta z}{2(1-\mu)(z+\eta)^2} + (1-\mu) \ln \frac{t^2 + \eta^2}{(z+\eta)^2} - \frac{\eta^2}{(t^2 + \eta^2)} + 1 \right]. \quad (11)$$

### 3 桩-土竖向相互作用分析

对桩-土竖向相互作用的分析是进一步研究隔离桩对土体位移发挥牵制作用的基础。为此, 需首先建立相应的力学模型, 然后考虑桩与土体的变形协调关系求解二者之间的相互作用力, 最后叠加隧道开挖引起的地层竖向位移与桩对土体的作用力引起的地层竖向位移得到考虑隔离桩牵制作用下地层的最终位移。

#### 3.1 桩-土竖向相互作用模型

桩-土竖向相互作用模型如图3(a)所示, 桩长为  $L_p$ , 桩共分为  $n+1$  个节点, 节点编号为  $i$  ( $i=1 \sim n+1$ ), 因此共划分为  $n$  个单元, 单元编号为  $j$  ( $j=1 \sim n$ ), 单元的长度为  $L_p/n$ 。桩与土的相互作用采用线弹性弹簧模拟, 桩侧弹簧的刚度为  $k_s$ , 连接位置处于各个桩单元的中点处, 桩端弹簧的刚度为  $k_n$ , 连接位置处于桩端处。

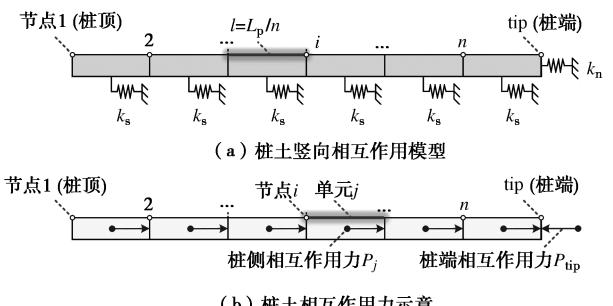


图3 桩-土相互作用模型及相互作用力示意图

Fig. 3 Schematic diagram of pile-soil interaction model and interaction force

桩与土体之间的相互作用力即为各弹簧的内力(图3(b)), 桩侧弹簧的伸缩可以模拟桩与桩侧土体的相对滑移; 桩端弹簧的伸缩可以模拟桩端与支撑土

体的相对位移(即桩端嵌入土体或者桩端不连续抬升)。值得注意的是,图3(b)中,作用力的示意为土对桩的作用力,且桩侧的作用力 $P_j$ 假设竖直向下(实际情况可能有上也有下),桩端土对桩端的作用力 $P_{tip}$ 根据平衡条件可知竖直向上。根据作用力与反作用力的关系,桩对土的作用力与土对桩的作用力大小相等、方向相反。

### 3.2 考虑桩-土相对位移的变形协调关系

隧道开挖后土体发生变形,变形传递到桩位置处时必将牵动桩发生移动、变形,土牵动桩发生运动,但桩同时抵抗这种牵动作用,两者博弈的结果就是达到力学平衡,满足的条件则是变形协调关系,如下式所示:

$$w_{pi} + w_{fi} = w_{sti} + w_{spi} \quad , \quad (12)$$

式中,  $w_{pi}$  为桩节点  $i$  处由于土体对桩的作用力导致的桩的竖向位移,  $w_{fi}$  为桩节点  $i$  处的桩土相对位移(由弹簧伸长或压缩量表示),  $w_{sti}$  为桩节点  $i$  处由于隧道开挖引起的土体的竖向位移,  $w_{spi}$  为桩节点  $i$  处由于桩对土体的作用力导致的土体的竖向位移。

$$\left. \begin{aligned} w_{pi} &= w_{\tau} + \sum_{j=i}^n \frac{N_j L_p}{n E_p A_p}, N_j = \sum_{k=1}^j P_k \quad (i \in [1, n+1]), \\ w_{fi} &= \begin{cases} P_j / k_s & (i \in [1, n], j = i) \\ 0 & (i \in [1, n], j \neq i) \\ -\sum_{j=1}^n P_j / k_n & (i = n+1) \end{cases}, \\ w_{sti} &= S_z(D_p, z_i) \quad (i \in [1, n+1]), \\ w_{spi} &= f(\eta_{\tau}, z_i) \sum_{j=1}^n P_j - \sum_{j=1}^n P_j f(\eta_j, z_i) \quad (i \in [1, n+1]). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

式中  $w_{\tau}$  为桩端竖向位移;  $N_j$  为编号  $j$  单元的轴力;  $N_j L_p / n E_p A_p$  为编号  $j$  单元的压缩或伸长量;  $A_p$  为单位长度桩的截面积,  $A_p = B_p$ ; 其他符号的意义同前。 $S_z(D_p, z_i)$  利用式(3)计算,  $f(\eta, z)$  利用式(11)计算。

### 3.3 隔离桩牵制作用下土体的竖向位移

将变形协调关系在  $n+1$  个节点处展开,可以得到  $n+1$  个方程构成的方程组,将第  $n+1$  个方程分别代入到前  $1 \sim n$  方程中,可以将桩端竖向位移  $w_{\tau}$  消去,整理相关公式可以得到

$$[\delta] \{P\} = \{\psi\} \quad . \quad (14)$$

式中  $\{P\}$  为桩侧与土体相互作用力列向量,  $\{P\} = \{P_1, P_2, \dots, P_i, \dots, P_{n-1}, P_n\}^T$ ;  $\{\psi\}$  为土体相对位移列向量,  $\{\psi\} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_i, \dots, \psi_{n-1}, \psi_n\}^T$ ;  $[\delta]$  为  $n$  阶柔度矩阵。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{ij} &= \begin{cases} f(\eta_j, z_i) + f(\eta_{\tau}, z_{\tau}) - f(\eta_j, z_{\tau}) - f(\eta_{\tau}, z_i) + \\ \frac{(n-i+1)L_p}{nE_pA_p} + \frac{1}{k_n} \end{cases} \quad (1 \leq j < i) \\ &\quad \begin{cases} f(\eta_j, z_i) + f(\eta_{\tau}, z_{\tau}) - f(\eta_j, z_{\tau}) - f(\eta_{\tau}, z_i) + \\ \frac{(n-j+1)L_p}{nE_pA_p} + \frac{1}{k_n} + \frac{1}{k_s} \end{cases} \quad (j = i) \\ &\quad \begin{cases} f(\eta_j, z_i) + f(\eta_{\tau}, z_{\tau}) - f(\eta_j, z_{\tau}) - f(\eta_{\tau}, z_i) + \\ \frac{(n-j+1)L_p}{nE_pA_p} + \frac{1}{k_n} \end{cases} \quad (i < j \leq n) \end{cases}, \\ \psi_i &= S_z(D_p, z_i) - S_z(D_p, z_{\tau}), \\ z_i &= (i-1) \frac{L_p}{n}, \quad z_{\tau} = L_p, \\ \eta_j &= (j-1) \frac{L_p}{n} + \frac{L_p}{2n}, \quad \eta_{\tau} = L_p + \frac{L_p}{2n} \quad . \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

结合式(14), (15), 桩侧与土体相互作用力列向量  $\{P\}$  为

$$\{P\} = [\delta]^{-1} \{\psi\} \quad . \quad (16)$$

求得桩与土体相互作用力后,则可进一步结合式(3), (10) 计算土体叠加后的最终竖向位移  $S_{Total}(y, z)$ ,

$$\left. \begin{aligned} S_{Total}(y, z) &= S_z(y, z) + \bar{\mu}_z(D_p, \eta_{\tau}, y, z) \sum_{j=1}^n P_j - \\ &\quad \sum_{j=1}^n P_j \bar{\mu}_z(D_p, \eta_j, y, z) \quad . \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

## 4 本文方法验证

为了验证本文提出的理论方法的正确性,采用与既有解析方法的结果和现场实测数据进行对比分析。为比较方便,将计算数据进行无量纲化处理。

### 4.1 与既有解析解对比

既有解析方法<sup>[12]</sup>的相关计算参数如下所列:

$R=5$  m,  $E=100$  MPa,  $\mu=0.5$ ,  $\varphi=0$ ,  $B_p=1$  m,  $E_p=200$  GPa,  $z=0$ ,  $H=15$  m,  $D_p=10$  m,  $L_p=10 \sim 40$  m,  $\varepsilon_0=1\%$ , 文献中提到的单元数量为固定数量即  $n=6$ , 但原文并不能考虑  $\mu$  和  $\varphi$  的影响。按照此计算参数,并取  $k_s=k_n=1 \times 10^{15}$  N/m(即桩侧与土体紧密接触,无相对滑移;同时桩端与下侧支撑土体紧密接触,无嵌入或上浮),采用本文的方法可以计算出对应结果,其中在不同桩长情况下地表沉降槽的对比结果如图4所示。

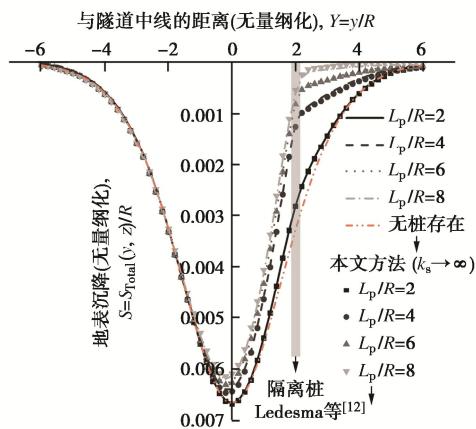


图 4 与既有解析解对比结果

Fig. 4 Comparison between calculated results and existing analytical solutions

从图 4 可以看出, 本文的方法与既有解析方法的计算结果非常接近, 因此可以验证本文提出方法的正确性。从图中可以看出, 隔离桩的存在客观地改变了地面沉降槽的形状和大小, 即沉降槽不再以隧道中心线为轴对称分布, 最大沉降出现的位置偏离隧道中心线, 隔离桩附近一定范围内的地面沉降小于其自由沉降。

#### 4.2 与现场实测数据对比

清华园盾构隧道 3-2 号区间主要穿越粉质黏土地层<sup>[14]</sup>, 其中 DK18+160 断面设置了钻孔灌注桩作为隔离措施, 该断面的相关几何参数和土体参数如下:  $R=6.32 \text{ m}$ ,  $E=6 \text{ MPa}$ ,  $\mu=0.32$ ,  $\varphi=18.4^\circ$ ,  $B_p=0.8 \text{ m}$ ,  $E_p=30 \text{ GPa}$ ,  $z=0$ ,  $H=14.36 \text{ m}$ ,  $D_p=3 \text{ m}$ ,  $L_p=23.68 \text{ m}$ ,  $\varepsilon_0=0.247\%$ 。基于上述参数, 采用本文方法的计算结果与实测数据的对比如图 5 所示, 其中为了提高计算精度取  $n=10$ 。

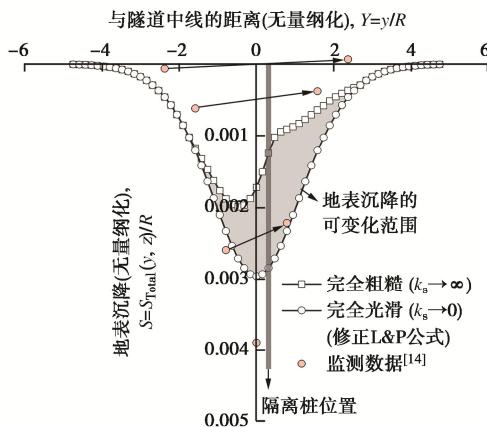


图 5 与实测数据对比结果

Fig. 5 Comparison between calculated results and measured data

从图 5 中的实测数据可以看出, 隔离桩侧的地表沉降均小于以隧道中线为轴的对称位置处的沉降, 表

现出了隔离桩较为明显的“牵制效应”。对于本文方法, 选择两个极端情况进行计算, 第一种情况为当桩非常光滑完全不与桩侧土体协调变形; 另一种情况为当桩非常粗糙完全与桩侧土体协调变形, 不发生相对滑移。第一种情况下, 隔离桩完全未发挥“牵制作用”, 土体的沉降与自由沉降相同; 第二种情况下, 隔离桩发挥了最大的“牵制作用”, 土体的最终沉降呈现出较为明显的不对称性。按照此计算理论, 地表沉降的实际值应位于两者之间, 从与实测数据的对比来看, 计算结果能较好的解释这种规律。

### 5 隔离桩发挥牵制效应的力学机制

采用解析方法研究隔离桩的主要优势在于能清楚的揭示其对土体沉降发挥“牵制效应”的力学机制。开展研究的相关参数如下:  $R=5 \text{ m}$ ,  $E=100 \text{ MPa}$ ,  $\mu=0.5$ ,  $\varphi=0$ ,  $B_p=1 \text{ m}$ ,  $E_p=200 \text{ GPa}$ ,  $H=15 \text{ m}$ ,  $D_p=10 \text{ m}$ ,  $L_p=20 \text{ m}$ ,  $\varepsilon_0=1\%$ ,  $k_s=10^{15} \text{ N/m}$ ,  $k_n=10^{15} \text{ N/m}$ ,  $n=20$ 。

#### 5.1 桩对土体竖向位移的牵制效应分析

利用以上参数计算得到的地表沉降槽如图 6 所示, 图中的  $w_{sp}$  为由于桩对土的牵制作用引起的地层竖向位移,  $w_{st}$  为由于隧道开挖诱发的地层竖向位移(即地层自由沉降),  $w_{st} + w_{sp}$  为地层最终的叠加竖向位移。

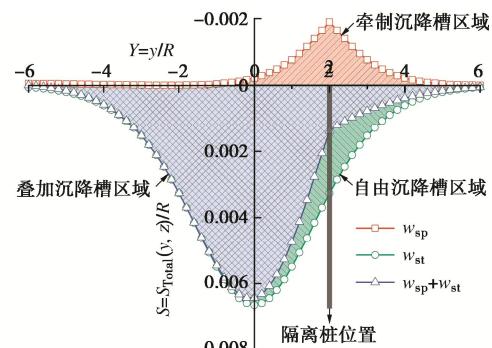


图 6 各个因素引起地表沉降槽

Fig. 6 Surface settlement troughs caused by various factors

从图 6 可以看出, 隔离桩通过与土体的相互作用一定程度上牵制了地表土向下运动, 这在客观上改变了地表沉降槽的形态, 使其从对称沉降转化为非对称沉降, 同时有效地抑制了地表的最大沉降。隔离桩所处位置的牵制效应最为明显, 远离隔离桩时牵制效应发生衰减直至为零。

图 7 为隔离桩的位置处的地层深层竖向位移情况。从图中可以看出, 当隔离桩不存在时, 地层的沉降由地表向隧道拱底位置变化时, 总体上呈现出非线性减小的规律。当隔离桩存在时, 隔离桩在隧道水平

轴线以上一定位置处以上的区域呈现出对土体沉降的显著抑制作用，即向上的牵制作用。这种牵制作用与地层的自由沉降密切相关，即自由沉降越大则隔离桩对土体沉降的牵制作用越大，体现出“遇强则强”的牵制规律。另一方面，隔离桩在隧道水平轴线以上一定位置处以下的区域呈现出对土体沉降的向下牵制作用，且越向下这种向下牵制作用越强。造成这种现象的原因可能是：隧道水平轴线以上大部分深度的土体的沉降较大，则会带动隔离桩向下运动同时发生压缩变形。因隔离桩与土体相比其变形刚度较大，因此表现出较为明显的刚体运动，如图 7 所示，呈现出较为明显的整体沉降（变形情况不甚明显）。因此，当隔离桩的整体沉降大于隧道轴线下方的土体沉降时，则隔离桩将反过来向下牵制并促进土体向下运动，进而增大此处土体的沉降。当相对位移越明显时，这种向下牵制效应越明显。

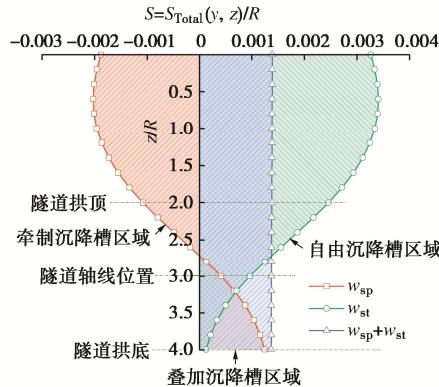


图 7 隔离桩位置处的地层深层竖向位移

Fig. 7 Subsurface ground vertical displacements at pile position

为进一步解释地层沉降呈现出来的规律，计算此位置处的桩-土相互作用力与桩对土的累计作用力，计算结果如图 8 所示。从图中可以看出，隧道轴线位置以上某一位置处以上的土体区域中，土体相对于桩向下运动，因此桩对土体产生了向上的牵制作用（图 8 中的牵制 A 区）；以下的土体区域中，由于桩的整体竖向沉降导致桩相对于土体向下运动，因此该区域桩对土体产生了向下的牵制作用（图 8 中的牵制 B 区）。这同样解释了桩位置处土体沿深度方向的“相对均匀化”地层沉降（与桩的整体沉降密切相关）。隔离桩对土体的累计作用力（即桩身轴力的反作用力）呈现出先增大后减小的趋势，但最小值仍然大于零，说明桩一直呈现被土体牵制压缩的状态。

## 5.2 桩侧-土刚度对隔离桩发挥牵制效应的影响

为研究不同桩侧-土刚度对隔离桩发挥牵制效应的影响，选择 4 组不同侧向弹簧刚度计算桩-土之间的相互作用力和桩位置处的土体竖向位移和桩身沉降，计算结果分别如图 9、10 所示。侧向弹簧的刚度：

$k_s = 10^{15}$  N/m,  $k_s = 5 \times 10^7$  N/m,  $k_s = 1 \times 10^7$  N/m,  $k_s = 1 \times 10^{-3}$  N/m，其他计算参数保持不变。

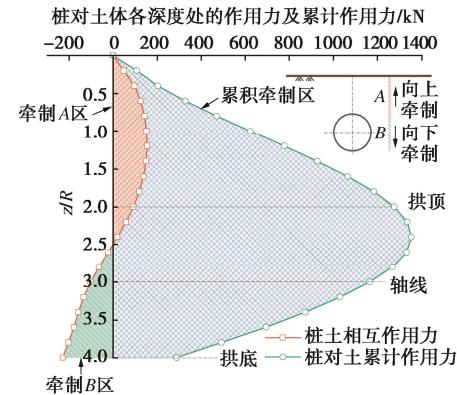


图 8 桩-土间相互作用力

Fig. 8 Interaction forces between pile and surrounding soil

从图 9 可以看出，随着桩侧弹簧刚度从接近无限大到接近于零变化时，桩与土体间的相互作用力逐渐减小为零，即相互作用逐渐减弱，则隔离桩对土体的牵制作用在向上牵制区和向下牵制区均呈现出减弱的趋势。

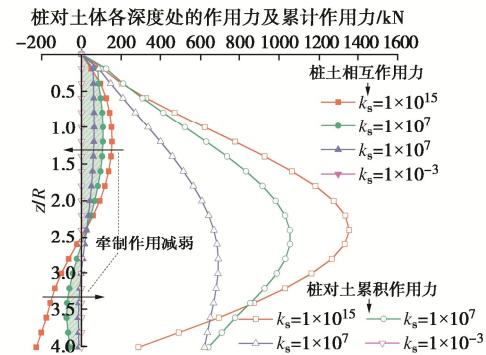


图 9 不同桩侧-土刚度情况下桩土之间的相互作用力

Fig. 9 Interaction forces between pile and surrounding soil under different stiffnesses at pile shaft-soil interface

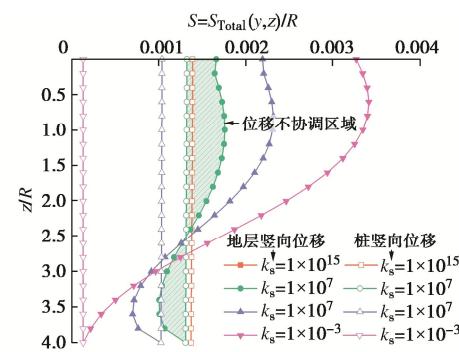


图 10 不同桩侧-土刚度情况下桩与土体的竖向位移

Fig. 10 Vertical displacements of ground and pile under different stiffnesses at pile shaft-soil interface

从图 10 可以看出，随着桩侧弹簧刚度从接近无限

大到接近于零变化时, 桩对土体的牵制作用逐渐减小。桩土之间发生相对滑动, 弹簧刚度无限大时, 桩土协调变形(土体与桩的变形一致, 图 10 中两条曲线重合); 当弹簧刚度接近于零时, 桩土间完全滑移, 土体的位移仍为隧道开挖引起的自由竖向位移, 桩的位移为整体位移(与桩端处的土体位移相同)且无压缩变形。桩侧弹簧刚度介于无限大与零之间时, 桩-土之间的位移介于完全协调与完全不协调之间。

### 5.3 桩端-土刚度对隔离桩发挥牵制效应的影响

为研究不同桩端-土刚度对隔离桩发挥牵制效应的影响, 选择4组不同桩端弹簧刚度计算桩-土之间的相互作用力和桩位置处的土体竖向位移和桩身沉降, 计算结果分别如图 11, 12 所示。桩端弹簧的刚度:  $k_n=1\times10^{15}$  N/m,  $k_n=1\times10^9$  N/m,  $k_n=1\times10^8$  N/m,  $k_n=1\times10^{-3}$  N/m, 其他计算参数保持不变。

从图 11 可以看出, 随着桩端弹簧刚度从接近无限大到接近于零变化时, 靠近桩端的局部范围内桩与土体间的相互作用力逐渐增大, 隔离桩对土体的牵制作用在向下牵制区呈现出加强的趋势。但由于桩端弹簧刚度的不断减小, 桩土之间的作用力同样不断减小, 当弹簧刚度接近零时, 桩端与土不存在相互作用力(值得说明的是, 在图 11 中, 当  $k_n=1\times10^{-3}$  N/m 时, 桩对土的累积作用力在桩端处为负值, 这是受到桩分段数量的影响造成的结果, 当计算数量提高时, 此值趋向于零)。

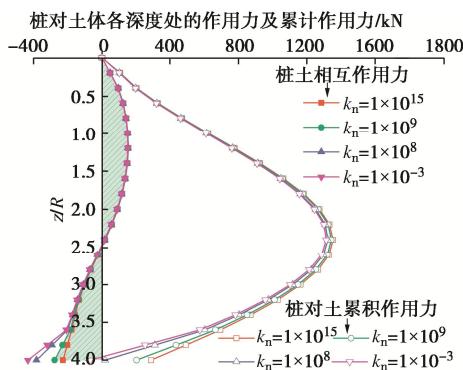


图 11 不同桩端-土刚度情况下桩土之间的相互作用力

Fig. 11 Interaction forces between pile and surrounding soil under different stiffnesses at pile tip-soil interface

从图 12 可以看出, 因为桩侧弹簧的刚度很大, 因此桩侧与土体协调变形, 即未产生相对滑移(土体与桩的变形一致, 图 12 中两条曲线重合)。但当桩端弹簧的刚度逐渐减小时, 桩端位移与桩端土的位移变得不再一致。从图中看出, 桩将嵌入到桩端以下的土体中。当失去桩端土的支撑作用后, 桩对土体沉降的牵制效应将被削弱。因此, 确保桩端与桩端土协调变形

可有效地发挥隔离桩的牵制效应。

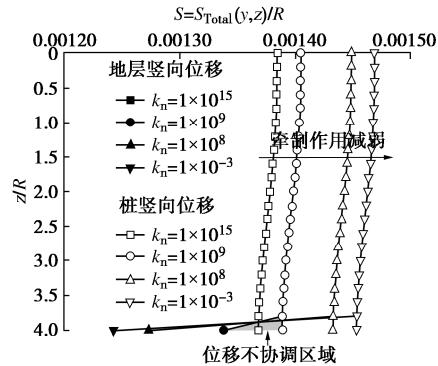


图 12 不同桩端-土刚度情况下桩与土体的竖向位移

Fig. 12 Vertical displacements of ground and pile under different stiffnesses at pile tip-soil interface

### 5.4 隔离桩相关参数对地表沉降槽的影响

图 13 展示了隔离桩与隧道轴线的距离对牵制后的地表沉降槽的影响。由图 13 可见, 隔离桩离隧道越近, 受隔离桩约束的沉降槽范围越大。隔离桩离隧道越近, 最大沉降越小, 最大沉降偏离隧道中心线的位置越远。因此, 条件允许时, 隔离桩应靠近隧道设置效果更好。

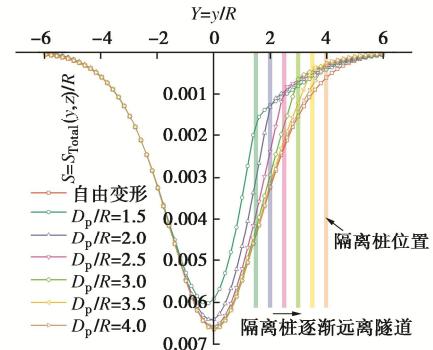


图 13 隔离桩与隧道轴线的距离对牵制后的地表沉降槽的影响

Fig. 13 Effect of distance of tunnel axis from pile axis on ground surface settlement trough

图 14 展示了隔离桩的长度对牵制后的地表沉降槽的影响。由图 14 可见, 隔离桩的桩长越长, 受隔离桩约束的沉降槽范围越大。桩长越长, 最大沉降越小, 最大沉降偏离隧道中心线的位置越远。由以上分析也可知, 隧道底部水平线附近的地层竖向变形已经很小, 因此当桩端嵌入到隧道拱底处, 隔离效果已经很明显, 若继续增加桩长并不会显著提升其隔离效果。

图 15 展示了隔离桩的相对刚度对牵制后的地表沉降槽的影响。由图 15 可见, 隔离桩的相对刚度越小(即在土体刚度不变的情况下, 桩的轴向刚度越大), 隔离桩所抑制的沉降槽范围就越大。同时, 最大沉降越小, 最大沉降出现的位置偏离隧道中心线的位置也越远。但是不加限制地增加隔离桩的刚度不会显著提

升其牵制作用反而造成经济浪费。

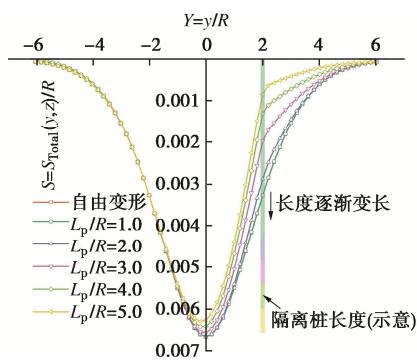


图 14 隔离桩的长度对牵制后的地表沉降槽的影响

Fig. 14 Effect of pile length on ground surface settlement trough

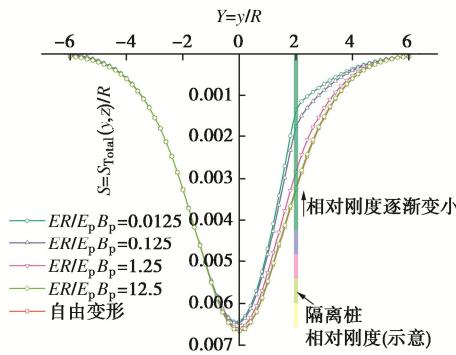


图 15 隔离桩的相对刚度对牵制后的地表沉降槽的影响

Fig. 15 Effect of relative stiffness of pile on ground surface settlement trough

## 6 结 论

本文建立了可以考虑隔离桩与土体间相对滑移的相互作用解析模型, 基于改进的 L&P 公式并结合一般化的竖向位移的 Melan 解, 求解了隔离桩牵制作用下隧道开挖引起的地层竖向位移。基于该力学模型和解析结果, 分析并揭示了隔离桩对地层竖向位移发挥牵制作用的力学机制, 同时得到以下 3 点结论。

(1) 隔离桩对土体的牵制作用可以分为向上牵制和向下牵制两个区域。隧道水平轴线以上一定位置处以上的区域由于土体沉降较大, 土体牵动隔离桩向下运动, 因此隔离桩对土体施加向上的作用力, 表现出向上牵制效应。该区域以下, 由于土体的自由沉降较小而隔离桩的沉降较大(刚体沉降为主, 压缩变形为辅), 则隔离桩牵动土体向下运动, 因此隔离桩对土体施加向下的作用力, 表现出向下牵制效应。因此, 隔离桩对土体竖向位移的牵制作用可以总体概括为: 驱使土体位移沿深度方向转变为相对均匀化状态。

(2) 隔离桩的桩侧与桩端弹簧刚度决定了桩与土体相互作用的程度, 其刚度越小则相互作用力越小, 桩与土体的相对位移越大, 向上与向下牵制效应越小。对于桩侧弹簧而言, 当其刚度接近于零时, 桩土间完

全滑移, 土体的位移仍为隧道开挖引起的自由竖向位移, 桩的位移为整体位移且无压缩变形, 牵制效应为零; 对于桩端弹簧而言, 当其刚度接近于零亦即桩端失去土体支撑后, 桩将嵌入到土体之中, 隔离桩对土体沉降的牵制效应也将被削弱。

(3) 隔离桩与隧道轴线的水平距离、隔离桩的长度与隔离桩的刚度的变化都会对隔离桩发挥其牵制能力造成影响。隔离桩离隧道越近, 受隔离桩约束的沉降槽范围越大, 条件允许时, 隔离桩应尽可能设置在近隧道处。隔离桩的桩长越长, 受隔离桩约束的沉降槽范围越大, 当桩端嵌入到隧道拱底处, 牵制效应已经很明显, 若继续增加桩长并不会显著提升其隔离效果。隔离桩的轴向刚度越大, 受隔离桩约束的沉降槽范围越大, 但不加限制的增加隔离桩的刚度不会显著提升其牵制能力反而造成经济浪费。

## 参 考 文 献:

- [1] 雷永生. 西安地铁二号线下穿城墙及钟楼保护措施研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 223–228, 236. (LEI Yong-sheng. Research on protective measures of City Wall and Bell Tower due to underneath crossing Xi'an Metro Line No.2[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 223–228, 236. (in Chinese))
- [2] BILOTTA E, TAYLOR R N. Centrifuge modelling of tunnelling close to a diaphragm wall[J]. International Journal of Physical Modelling in Geotechnics, 2005, 5(1): 27–41.
- [3] BILOTTA E. Use of diaphragm walls to mitigate ground movements induced by tunnelling[J]. Géotechnique, 2008, 58(2): 143–155.
- [4] RAMPELLO S, FANTERA L, MASINI L. Efficiency of embedded barriers to mitigate tunnelling effects[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, 89: 109–124.
- [5] BILOTTA E, RUSSO G. Use of a line of piles to prevent damages induced by tunnel excavation[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, 137(3): 254–262.
- [6] 邹文浩, 徐明. 考虑土体小应变刚度特征时隔断结构保护效果的三维数值分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊 1): 203–209. (ZOU Wen-hao, XU Ming. 3D numerical analysis of mitigation effect of separation pile and diaphragm wall considering small strain stiffness of soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S1): 203–209. (in Chinese))
- [7] 郑刚, 杜一鸣, 刁钰. 隔离桩对基坑外既有隧道变形

- 控制的优化分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2015, 34(增刊1): 3499 - 3509. (ZHENG Gang, DU Yi-ming, DIAO Yu. Optimization analysis of efficiency of isolation piles in controlling the deformation of existing tunnels adjacent to deep excavation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, 34(S1): 3499 - 3509. (in Chinese))
- [8] 徐长节, 曾晓鑫, 戚晓锴, 等. 拱形双排隔离桩对既有隧道的保护效果研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2018, 38(4): 633 - 641. (XU Chang-jie, ZENG Xiao-xin, QI Xiao-kai, et al. Study on protective effect of arched double row piles on existing tunnel[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2018, 38(4): 633 - 641. (in Chinese))
- [9] 陈仁朋, 王诚杰, 鲁立, 等. 开挖对地铁盾构隧道影响及控制措施[J]. 工程力学, 2017, 34(12): 1 - 13. (CHEN Ren-peng, WANG Cheng-jie, LU Li, et al. Influence of excavation on exist metro shield tunnel and control measures[J]. Engineering Mechanics, 2017, 34(12): 1 - 13. (in Chinese))
- [10] 陈仁朋, AL-MADHAGI ASHRAF, 孟凡衍. 基坑开挖对旁侧隧道影响及隔断墙作用离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊2): 6 - 11. (CHEN Ren-peng, ASHRAF A M, MENG Fan-yan. Three-dimensional centrifuge modeling of influence of nearby excavations on existing tunnels and effects of cut-off walls[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S2): 6 - 11. (in Chinese))
- [11] 徐晓兵, 胡琦, 曾理彬, 等. 隔离桩对干砂地基中基坑侧方隧道影响的模型试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(增刊1): 3015 - 3022. (XU Xiao-bing, HU Qi, ZENG Li-bin, et al. Model tests on the effect of isolation pile on existing tunnel with adjacent excavation in dry sand[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2020, 39(S1): 3015 - 3022. (in Chinese))
- [12] LEDESMA A, ALONSO E E. Protecting sensitive constructions from tunnelling: the case of world heritage buildings in Barcelona[J]. Géotechnique, 2017, 67(10): 914 - 925.
- [13] LEE K M, ROWE R K, LO K Y. Subsidence owing to tunneling: I estimating the gap parameter[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, 29(6): 929 - 940.
- [14] CAO L Q, ZHANG D L, FANG Q, et al. Movements of ground and existing structures induced by slurry pressure-balance tunnel boring machine (SPB TBM) tunnelling in clay[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, 97: 103278.
- [15] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, 124(9): 846 - 856.
- [16] LOGANATHAN N, POULOS H G, XU K J. Ground and pile-group responses due to tunnelling[J]. Soils and Foundations, 2001, 41(1): 57 - 67.
- [17] MELAN E. Der spannungszustand der durch eine einzelkraft im innern beanspruchten halbscheibe[J]. ZAMM - Zeitschrift Für Angewandte Mathematik Und Mechanik, 1932, 12(6): 343 - 346. (in German).
- [18] VERRUIJT A, BOOKER J R. Complex variable analysis of Mindlin's tunnel problem. In Developments in theoretical geomechanics[M]// The John Booker Memorial Symposium, Rotterdam: Balkema, 2000.

DOI: 10.11779/CJGE202205016

# 根系形态和层次结构对根土复合体力学特性影响研究

徐 华<sup>1</sup>, 袁海莉<sup>1</sup>, 王歆宇<sup>2</sup>, 王 栋<sup>2</sup>, 陈建勋<sup>1</sup>, 荣才权<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学土木学院, 四川 成都 610031; 2. 中铁二院工程集团有限公司, 四川 成都 610031)

**摘要:** 植物根系的结构特征包括形态和层次结构, 对根土复合体力学特性影响显著。通过开展黑麦草生长参数测试及直剪试验, 获得了不同时期根土复合体的力学特征; 采用自主研发的 MechRoot 程序建立了符合黑麦草根系结构特征的根土复合体模型, 研究黑麦草不同形态和层次结构根系在直剪过程中的轴力水平以及占比情况, 阐明了根系形态与层次结构对根土复合体力学特性影响及固土作用机理。研究表明: 植物根系能明显提高土体的强度, 根土复合体的抗剪强度增加主要是由黏聚力增加引起, 增幅最大达 4.99 kPa; 随根系形态复杂程度增加, 剪切过程中根系能够调动更大范围土体抵抗剪切变形, 根系周围的剪切带和塑性区分布范围不断增加, 并向根系周围集中, 根土复合体的抗剪强度提高; 根土复合体剪切过程中, 各层次根系发挥作用逐渐变化, 一级根、二级根、三级根的轴力水平分别为 3.87, 1.50, 0.15 N, 随根系生长发展, 二级根、三级根参与到根系固土作用的比例不断增大, 最大贡献分别为 43.69%, 13.80%。

**关键词:** 根土复合体; 直剪试验; 根系形态分布; 根系轴力; 有限元模拟

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0926-10

作者简介: 徐 华(1979—), 男, 四川乐山人, 副教授, 主要从事岩土与隧道工程方面研究。E-mail: xuhua@swjtu.edu.cn。

## Influences of morphology and hierarchy of roots on mechanical characteristics of root-soil composites

XU Hua<sup>1</sup>, YUAN Hai-li<sup>1</sup>, WANG Xin-yu<sup>2</sup>, WANG Dong<sup>2</sup>, CHEN Jian-xun<sup>1</sup>, RONG Cai-quan<sup>1</sup>

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu 610031, China)

**Abstract:** The structural characteristics of plant roots, including morphology and topological structure, have significant effects on the mechanical characteristics of root-soil composites. The mechanical behaviors of the root-soil composites at different time are obtained by carrying out the Lolium perenne root system morphology parameter tests and direct shear tests. By using the self-developed MechRoot program, a numerical model for the root-soil composites with more realistic root structural characteristics of Lolium perenne is established, and the axial force levels and proportions of roots with different shapes and topological structures of roots on the mechanical characteristics of root-soil composites and the mechanism of soil consolidation. The results show that the plant roots can strengthen soil significantly, and the increase of shear strength of root-soil composites is mainly caused by the increase of cohesion, with the maximum increase of 4.99 kPa. During the shearing process, with the increase of the morphological complexity of roots, the more range of soil can participate in the resistance of shear by the roots, the shear zone and plastic zone around the roots increase and are concentrated around the roots, and the shear strength of the root-soil composites increases. At the same time, the effects of the roots at several levels change gradually. The axial forces of the primary roots, secondary roots and fibrous roots are 3.87, 1.50 and 0.15 N. With the growth of the roots, the proportion of the secondary roots and fibrous roots participating in soil fixation of the roots increases continuously, with the maximum contributions being 43.69% and 13.80%, respectively.

**Key words:** root-soil composite; direct shear test; morphological distribution of root; root axial force; finite element simulation

## 0 引言

近几十年来, 国家大力发展战略公路、铁路、水利水电及矿山开采等基础设施建设, 工程建设与生态保护的矛盾日益加剧。生态护坡作为一种对环境友好且能

有效增加边坡浅表层稳定性的护坡技术, 极大改善了工程护坡措施与环境不协调的局面, 在浅层边坡加固

基金项目: “十三五”国家重点研发计划项目(2016YFB1200401)

收稿日期: 2021-07-21

工程中得到广泛应用<sup>[1-2]</sup>。研究表明, 生态护坡的机理主要是利用植被茎叶的水文效应和根系的力学效应<sup>[3]</sup>。因此, 对根土之间的相互作用进行研究具有重要意义。

植物根系具有较高的抗拉强度, 通过根土界面的摩擦和黏结作用, 土体所受剪应力传递到根系产生轴力, 限制土体位移变形, 提高土体抗剪强度, 提高边坡的浅表层稳定性<sup>[4]</sup>。根土复合体中根系作用的发挥主要与根系的力学性质、复合体含根量、根土界面特性、根系分布形态等因素有关<sup>[5-9]</sup>。王一冰等<sup>[10]</sup>、曾红艳等<sup>[11]</sup>通过开展不同根系倾角组合直剪试验及根系加固坡体的研究, 量化了根系倾角对坡土的强度影响。孔纲强等<sup>[12]</sup>制配透明黏土材料, 开展了根系分布形态研究, 对比了水平、竖直、倾斜、相交及混合等不同分布形态下的根系增强效应。Mickovski 等<sup>[13]</sup>基于 Plaxis 和 Diana 模拟了根土复合体的直剪试验, 与现场试验结果比较表明, 相同工况下, 不同数值模拟软件的结果存在一定差异, 且比现场直剪试验的结果高 30% 左右。

目前对根系固土机理的研究已经取得了一定的成果, 但在根系结构特征对根土复合体力学特性的影响方面还存在较大不足。由于植物根系埋藏于土中, 形态分布非常复杂<sup>[14]</sup>, 在直剪试验过程中难以直接观测分析根系受力情况, 而已有的数值模拟研究往往将根系简化为杆件或简单杆件组合, 忽略了各层次根系的联合作用机制, 更未考虑植物根系的力学特性, 如弹性模量、抗拉强度会随根径等因素变化, 导致根系力学参数的赋值也不准确, 研究结果不能反映真实的根土相互作用。因此, 非常有必要对不同结构特征根系的根土复合体力学特性影响及固土机理进行深入研究。

通过选取典型的生态护坡植物黑麦草作为研究对象, 开展种植试验和根土复合体的直剪试验获取不同生长时期黑麦草的形态参数和根土复合体的力学特征。采用自主研发的 MechRoot 程序<sup>[15]</sup>, 建立形态分布、层次结构、力学性质等方面与真实黑麦草根系较为相似的三维模型, 进行根土复合体直剪试验的数值模拟, 分析不同形态和层次结构对根土复合体力学特性的影响, 深入剖析根系的固土作用机理, 量化根系对土体抗剪强度的影响, 研究成果可为根土相互作用研究和边坡生态防护设计计算提供理论依据。

## 1 黑麦草根土复合体直剪试验

### 1.1 试验材料选取

试验种植基材选用四川地区常见的红层黏土及 PCF 生态基材<sup>[3]</sup>, 基本物理特性指标见表 1。图 1 为试验土体颗粒粒径级配曲线, 土体干密度为 1.32

$\text{g}/\text{cm}^3$ , 为了保证种子的发芽和植物正常生长, 每周测试 3 次含水率, 及时浇水补充水分, 控制土体含水率稳定在 15%~20%, 避免因含水率变化而造成的抗剪强度变化。取常用的草坪和边坡生态护坡草种黑麦草进行种植试验。黑麦草具有根系发达、生长周期短等特点, 根系横向生长半径为 5~8 cm, 生长深度一般在 30 cm 以内, 主要根系集中在 15 cm 内。

表 1 试验土体基本物理性质指标

Table 1 Basic physical properties of test soils

| 土粒相对质量密度 $G_s$ | $\rho_{d\max}$ / $(\text{g}\cdot\text{cm}^{-3})$ | 孔隙比  | 液限 $w_L$ /% | 塑限 $w_p$ /% | 渗透系数 $k$ / $(\text{cm}\cdot\text{s}^{-1})$ |
|----------------|--|------|-------------|-------------|--|
| 2.58           | 1.63   | 0.82 | 48          | 23          | $2.5\times 10^{-6}$                        |

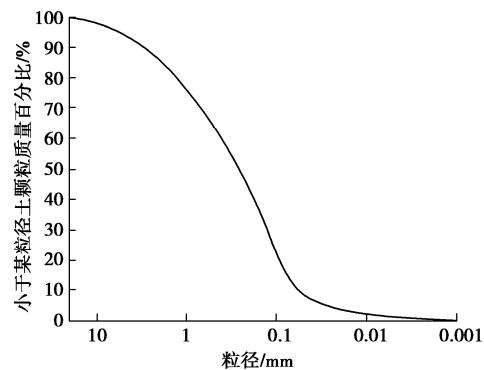


图 1 试验土体颗粒粒径级配曲线

Fig. 1 Grain-size distribution curve of test soil

### 1.2 试验仪器及试样制备

采用中型直剪仪进行试验, 剪切盒直径为 10 cm, 高度为 5 cm, 如图 2 所示, 黑麦草根径为 0.1~1 mm, 与剪切盒厚度之比小于 1:50, 满足土体对根的锚固长度要求<sup>[16]</sup>。



图 2 中型剪切盒

Fig. 2 Medium shear box

图 3 为试样制备过程, 将黑麦草种植在直径 10 cm, 高 30 cm 的 PVC 管内, 以避免后期取样对根土接触关系的破坏。制取试样时, 先切除裸露在土体外部的黑麦草茎叶, 从 PVC 管根顶一端向另一端管口均匀推出 17.5 cm 根土复合体切除, 然后将 PVC 管根土复合体竖直对准剪切盒均匀推入 5 cm, 用抹刀切除剪切盒上部多余的根土复合体, 得到剪切面距根顶 10

cm 处  $\phi 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$  的根土复合体试样。



图 3 试样制备

Fig. 3 Sample preparation

### 1.3 试验方案

为了研究不同形态及层次结构的根系,选取 7, 10, 14, 21, 28 d 为时间点, 每个时间点至少 3 个试验样本, 测量黑麦草根系生长参数。同时进行素土试样(0 d)以及不同生长时间根土复合体试样的直剪试验, 每组施加法向压力分别为 0.15, 50, 100, 200 kPa, 按照固定速率 1.0 mm/min 推动上部剪切盒, 记录横向推力随剪切位移的变化。对黑麦草根系进行剥土, 对不同直径根系的抗拉力进行了测量。

### 1.4 试验结果及分析

#### (1) 根系生长参数测量结果

取根系数量、长度、直径为生长指标, 试验采用剥离法以及漂洗法获取根系。制取试样时, 简单刨除根系周围土体后, 将取出的根土复合体浸泡在水中直至土壤松软, 反复清洗后, 用镊子收集部分残留在土体中拉断的根系, 利用游标卡尺和钢尺测量各参数, 具体结果见表 2。图 4 为剥离土体得到的 28 d 黑麦草根系。黑麦草在第 5 天开始发芽, 第 7 天将长势不好的黑麦草和没有发芽的种子刨除, 每个 PVC 管内仅保留一株黑麦草。不同层次根系直径均由根端向根尖逐渐减小, 这与文献[17, 18]所得结论一致。

表 2 不同层次根系的生长数量指标

Table 2 Growth indices of root system

| 根系指标 | 时间/d | 数量/条 | 长度/mm   | 直径/mm |
|------|------|------|---------|-------|
| 一级根  | 7    | 3    | 98.160  | —     |
|      | 10   | 3    | 175.320 | 0.28  |
|      | 14   | 3    | 244.060 | 0.52  |
|      | 21   | 3    | 278.100 | 0.65  |
|      | 28   | 3    | 285.980 | 0.68  |
| 二级根  | 7    | 11   | 7.640   | —     |
|      | 10   | 21   | 15.260  | 0.16  |
|      | 14   | 33   | 17.520  | 0.36  |
|      | 21   | 36   | 17.600  | 0.47  |
|      | 28   | 42   | 17.700  | 0.50  |
| 三级根  | 7    | 0    | —       | —     |
|      | 10   | 45   | 1.660   | 0.08  |
|      | 14   | 91   | 4.700   | 0.14  |
|      | 21   | 134  | 5.350   | 0.16  |
|      | 28   | 168  | 5.400   | 0.16  |

注: 表中根系直径为距离根顶 100 mm 处根系的平均值; 二级根和三级根的长度为距离根顶 80~120 mm 范围内的平均值。

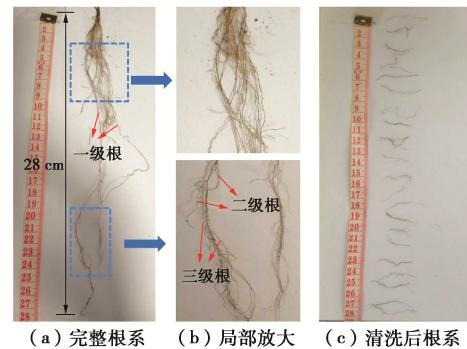


图 4 28 d 黑麦草根系

Fig. 4 Root system of 28 days

不同生长时间的黑麦草根系形态分布具有明显的差异, 黑麦草萌芽以后, 各层次根系的生长指标均表现为随生长时间先快速增长, 后增速减缓, 21 d 和 28 d 的黑麦草根系各项指标极为接近, 说明 21 d 以后黑麦草生长逐渐减缓。一级根、二级根、三级根的各项生长指标差异很大, 当黑麦草根系生长 28 d 时, 一级根、二级根、三级根的数量分别为 3, 42, 168 条, 直径分别为 0.68, 0.50, 0.16 mm, 长度分别为 285.98, 17.70, 5.40 mm。

#### (2) 根系的抗拉力测量结果

将取出观察的根系剪为 50 mm 长的根段, 挑选出弯曲程度较低的根段, 测得直径、抗拉力, 测试结果见表 3。采用艾德堡拉力试验台测量根的抗拉力和弹性模量, 拉伸速率 10 mm/min<sup>[19]</sup>。黑麦草根弹性模量与根径存在明显的负相关关系。用 origin 2017 拟合得到根的抗拉力 (N) 随根直径 (mm) 的拟合函数为

$$T = 14.187D^{2.171}, \quad (1)$$

拟合得到根的弹性模量 (MPa) 随根直径 (mm) 的拟合函数为

$$E = 25.595D^{-0.713}. \quad (2)$$

表 3 根系的力学参数指标

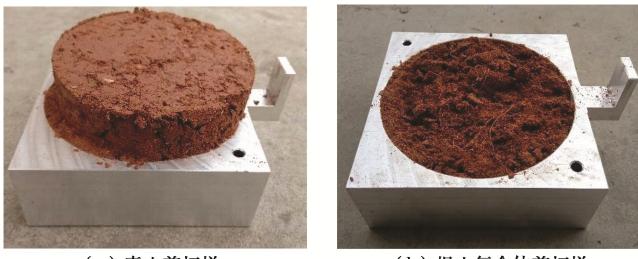
Table 3 Mechanical parameters of roots

| 根径/mm | 抗拉力/N | 弹性模量/MPa |
|-------|-------|----------|
| 0.21  | 0.50  | 73.88    |
| 0.32  | 1.43  | 55.72    |
| 0.46  | 2.74  | 52.82    |
| 0.56  | 3.52  | 40.21    |
| 0.67  | 5.88  | 28.79    |
| 0.79  | 7.56  | 31.11    |
| 0.84  | 9.12  | 25.41    |
| 0.91  | 11.87 | 23.98    |
| 1.02  | 15.64 | 20.59    |

#### (3) 根土复合体抗剪强度指标变化

图 5 为根土复合体的剪切试样。不同生长时间的根土复合体抗剪强度指标结果, 如表 4 所示。素土的黏聚力最小, 为 13.6 kPa。根土复合体的黏聚力均大于素土的黏聚力, 且随根系的发展不断增大, 最大增幅 4.99 kPa, 与郝郑芳<sup>[20]</sup>采用黑麦草根系, 以及沈庆

双<sup>[21]</sup>采用含根量为 10 的高羊茅根系得到的根土复合体的黏聚力的增幅分别为 4.72, 7.5 kPa 相比, 黑麦草根系较小, 且根土复合体试样中只含有一株黑麦草根系, 故增幅稍小; 黏聚力前期缓慢增长, 中期快速增长, 后期逐渐减缓, 在 14 d 时平均增长速率达到最大值 0.40 kPa/d。而内摩擦角随生长变化不大, 根土复合体的抗剪强度增加主要由黏聚力增加引起。



(a) 素土剪切样  
(b) 根土复合体剪切样  
图 5 根土复合体的剪切样

Fig. 5 Shear samples of root-soil composites

表 4 室内直剪试验结果

Table 4 Results of direct shear test

| 生长时间/d | c/ kPa | $\phi/(^\circ)$ |
|--------|--------|-----------------|
| 0      | 13.60  | 25.5            |
| 7      | 13.82  | 25.3            |
| 10     | 15.32  | 25.0            |
| 14     | 17.26  | 24.2            |
| 21     | 18.21  | 24.8            |
| 28     | 18.59  | 24.5            |

#### (4) 剪应力 - 剪切位移关系

不同生长时间根土复合体剪应力 - 位移曲线, 如图 6。根土复合体达到最大剪应力时的位移均明显大于素土, 说明黑麦草根系明显提高了土体的延性。

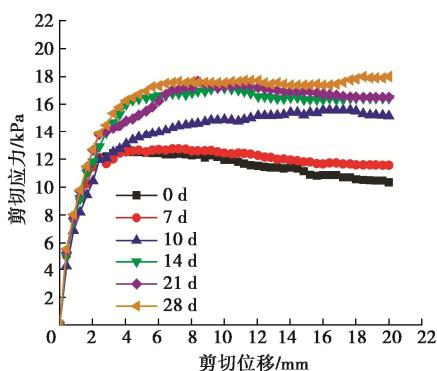


图 6 剪应力 - 位移曲线

Fig. 6 Curves of shear stress

生长时间 0~7 d, 一级根长度还未达到 100 mm, 根径很小, 二级根、三级根基本还未发育, 对土体的加固效果有限, 剪应力 - 位移曲线与素土几乎相同。根系生长时间 7~14 d, 根系各项生物量指标增长速率较大, 根系与土体间接触面积增大, 根土相互作用增强, 剪应力峰值显著提高。在生长时间 14~28 d, 增长速率减缓, 虽然三级根仍大量发展, 但土体和根系的有效接触面积提高不大, 三级根自身的强度远小于

一级根和二级根。整体根系的直径、根长发展速度减缓, 根土复合体的力学特性发展随之稳定。

## 2 不同结构特征的根土复合体模型

直剪试验结果仅能获得宏观的力学规律, 难以定量表征根系结构对根土复合体力学特性的影响。为解决这一问题, 根据种植试验和直剪试验获得的不同生长期黑麦草的形态参数和根土复合体的力学特征, 采用自主研发的 MechRoot 程序, 建立形态分布、层次结构、力学性质等方面与真实黑麦草根系较为相似的根系三维模型导入 Plaxis 3D, 进行直剪试验的数值模拟分析, 研究不同形态和层次结构根系对根土复合体力学特性的影响, 深入剖析根系的固土机理, 量化根系对土体抗剪强度的影响。

### 2.1 根系几何模型

为了更好地研究根系结构特征对根土复合体力学特性的影响, 构建经典锚杆根系模型和复杂根系模型对比分析。复杂根系结构模型根据表 2, 表 5 黑麦草不同时期的根系结构特征、生长数量指标以及关键生长参数, 由 MechRoot 程序多次试算生成, 再导入 Plaxis 3D 生成具有复杂结构特征的根土复合体三维模型; Mickovski 等<sup>[13]</sup>的经典锚杆根系模型直接在 Plaxis 3D 中生成, 直径取一级根的平均值, 力学参数取与一级根和二级根直径对应根系单元力学参数的累加值。

MechRoot 程序是在 MATLAB 平台开发的基于参数 L-系统的根系三维力学模型构建程序, 该程序将根系划分为有限个自定义长度的小单元, 基于一系列算法实现了根系直径和长度随时间动态变化、根的分叉、根的重力倾向性生长、根系随机弯曲等功能, 通过整合根的力学参数与根直径的函数关系为不同的根系单元赋予力学参数, 实现根系力学特性的精确赋值。

黑麦草的关键生长参数通过生长观测得到, 见表 5,  $i$  为根系的等级,  $s$  为根长度的初始生长速度,  $c$  为根直径的初始生长速度,  $n$  为分叉个数,  $l_b$  为根基部长度,  $l_n$  为分叉间距,  $l_a$  为尖端长度,  $\theta$  为分叉角度; 根系直径  $r_i$  生长函数为<sup>[17-18]</sup>

$$r_i = R_i \left( 1 - \exp \left( -\frac{c_i}{R_i} t \right) \right) \frac{\lambda_i - L}{\lambda_i}, \quad (3)$$

式中,  $t$  为生长时间,  $R_i$  为第  $i$  级根的最大根直径,  $L$  为该根上一点到根顶部的距离,  $\lambda_i$  为该根长度。

对根系各项生物量进行统计, 结果如表 6 所示。根系的总长和体积增长速度是呈先增大后减小的趋势, 与生长试验一致, 符合自然规律。黑麦草根系模型如图 7, 生成根系形态与实测根系形态较为相似。受篇幅限制, 后面仅分析素土、经典锚杆杆件根系及

3 种典型结构特征根系模型的根土复合体力学特性。

表 5 黑麦草的关键生长参数

Table 5 Key growth parameters of Ryegrass

| 生长参数                     | $s$<br>/(mm·d <sup>-1</sup> ) | $l_b$<br>/mm | $l_a$<br>/mm | $l_n$<br>/mm | $n$ | $\theta$<br>(rad) | $c$<br>/(mm·d <sup>-1</sup> ) |
|--------------------------|-------------------------------|--------------|--------------|--------------|-----|-------------------|-------------------------------|
| 0 <sup>th</sup><br>(种子)  | 30                            | 0            | 0            | 0            | 3   | $\pi/3$           | 1                             |
| 1 <sup>st</sup><br>(一级根) | 60                            | 32.2         | 42           | 15.3         | 15  | $\pi/6$           | 0.218                         |
| 2 <sup>nd</sup><br>(二级根) | 10                            | 3.2          | 3.3          | 2.8          | 10  | $\pi/3$           | 0.146                         |
| 3 <sup>rd</sup><br>(三级根) | 2.0                           | 3.3          | 2.1          | —            | —   | —                 | 0.0925                        |

表 6 不同生长时间的根系模型生物量

Table 6 Growth parameters of root model

| 不同生长时间/d | 单元数  | 根系总长/mm  | 根系总面积/mm <sup>2</sup> | 根系总体积/mm <sup>3</sup> |
|----------|------|----------|-----------------------|-----------------------|
| 10       | 589  | 1445.236 | 1089.63               | 116.59                |
| 14       | 1143 | 2441.007 | 2090.78               | 252.34                |
| 28       | 2172 | 4456.762 | 3777.45               | 452.01                |

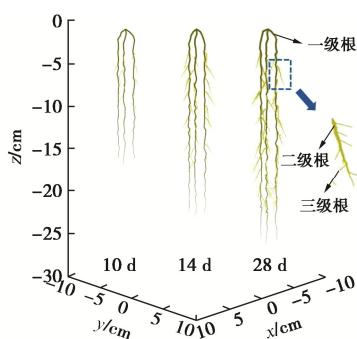


图 7 不同形态根系模型

Fig. 7 Models for different root forms

## 2.2 有限元模型的建立

### (1) 模型尺寸及边界条件

为了消除上下盒错开引起剪切面积减小所带来的误差, 根土复合体直剪模拟计算模型采用地基 - 剪切体模型<sup>[13]</sup>, 如图 8 所示。

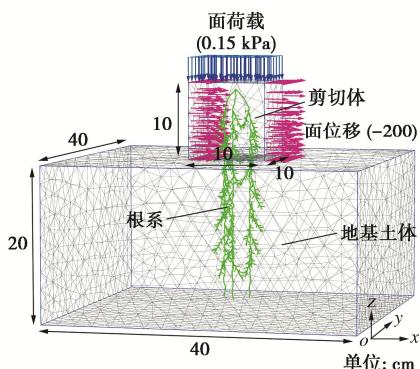


图 8 有限元直剪试验模型示意图

Fig. 8 Diagram of finite element direct shear test model

地基土尺寸为 40 cm×40 cm×20 cm, 剪切体尺

寸为 10 cm×10 cm×10 cm。地基土边界条件: 底部固定约束, 四周法向约束, 顶部自由约束, 模型中剪切体边界条件为: 顶部自由约束,  $y$  方向竖直面法向约束, 对  $x$  方向两个竖直面施加大小为 20 mm 的指定面位移, 模拟剪切作用。

### (2) 计算参数

模型中土体采用莫尔-库仑本构模型<sup>[10, 13, 15, 22]</sup>, 试验土体参数如表 7 所示。Plaxis 3D 中的锚杆单元可以同时承受拉伸和剪切的双向作用, 比较符合根系实际受力情况, 因此采用锚杆单元模拟根系单元, 设置根系为弹性本构模型, 一个根系单元对应一个锚杆单元, 锚杆单元之间设为固定约束。在剪切体与地基土交界处设置界面单元模拟剪切面, 参考 Mickovski 等<sup>[13]</sup>的经典锚杆杆件根系研究, 根土界面黏聚力和内摩擦角取根周围土的黏聚力和内摩擦角。为合理判断剪切面土体破坏类型, 允许剪切面土体发生拉伸破坏, 并设置抗拉强度为 1.0 kPa。考虑试样在竖向压力 0.15 kPa 作用下的剪切, 模拟自然界中可能出现的少量上部荷载情况。

表 7 土体参数

Table 7 Soil parameters

| 天然重度<br>/(kN·m <sup>-3</sup> ) | 内摩擦角<br>/(°) | 黏聚力<br>/kPa | 杨氏模量<br>/Pa        | 泊松比  |
|--------------------------------|--------------|-------------|--------------------|------|
| 14.9                           | 25.5         | 13.6        | $2.72 \times 10^6$ | 0.22 |

## 3 数值模拟结果分析

### 3.1 根土复合体应力分析

#### (1) 剪应力分析

为分析根系对土体剪应力以及塑性点分布的影响, 取不同生长期穿过两根一级根的剖面作为剪应力的监测剖面, 图 9 为 28 d 监测位置示意图。

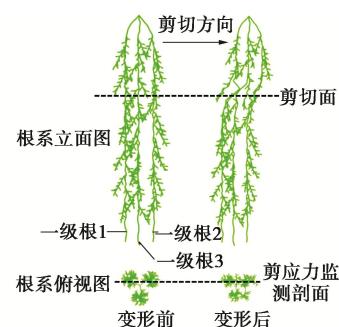


图 9 监测剖面

Fig. 9 Monitoring profile

图 10 为不同生长天数根土复合体的剪应力云图。剪切面附近出现明显剪切带, 根系生长时间从 0 d 增长到 28 d, 剪切带有扩大趋势。随根系长度、分支数量等发展, 形态和层次结构逐渐复杂, 根系承担的剪

应力范围越来越大,同时根系竖向周边土体受根土作用影响也发挥了积极作用,说明根系能够调动更大范围的土体抵抗剪切变形,提高根土复合体的剪切强度,根系形态对根土复合体抗剪增强起到显著作用。

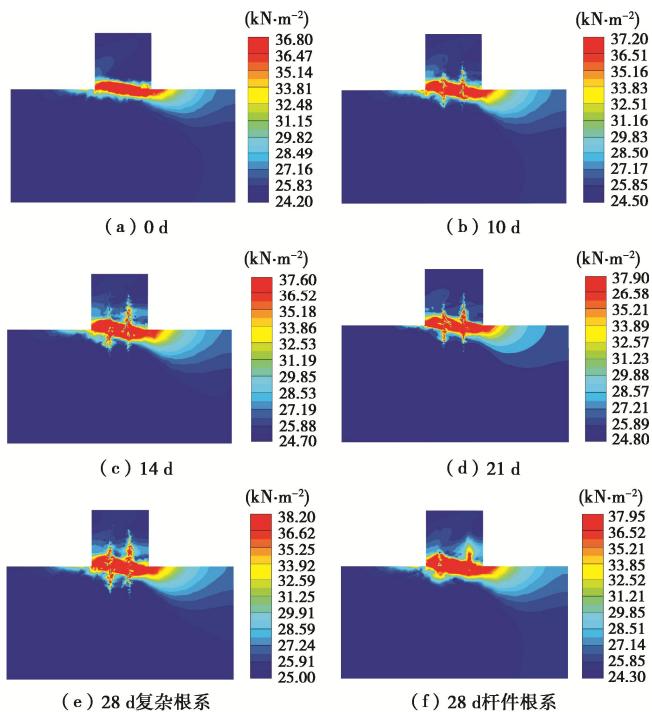


图 10 监测剖面剪应力云图

Fig. 10 Shear stress nephogram of monitoring profile

图 11 为 28 d 经典锚杆杆件根系模型与复杂根系模型的剪切带对比图。虽然两种根系模型剪切带在一级根位置处均有较大的剪应力集中,但由于锚杆根系模型没有考虑二级根和三级根结构特征,剪应力外边缘分布较为平滑。在抵抗土体剪切过程中,复杂根系模型中一级根长度最大,穿过剪切面深入土体,起锚固作用;二级根和三级根长度较短,数量较多,围绕一级根向四周和纵横生长,相互穿插,呈网状结构分布,类似于许多细小的纤维,对土体起加筋作用。由于二级根、三级根的存在,一级根周围剪切带分布纵横交错,外边缘凹凸不平,而经典锚杆根系由于过度简化,形态较为单一,只能模拟根系对土体的锚固作用,不能模拟加筋作用,因此剪切带外边缘较为平滑。

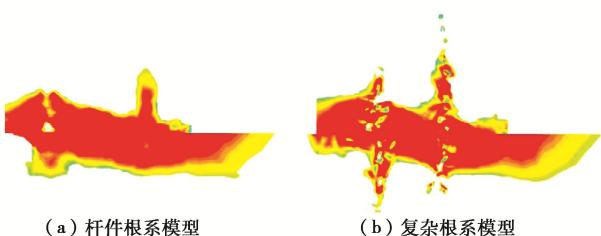


图 11 28 d 剪切带对比

Fig. 11 Comparison of 28 d shear bands

## (2) 塑性区分析

图 12 为根系变形后的塑性点分布图,红色点代表土体发生塑性屈服。随根系形态和层次结构发展,塑性屈服点不断增加,根系位置处的塑性点逐渐增多,说明根系的存在使得剪切面附近土体的塑性区逐渐从剪切体边缘部分向根系周围集中,在根土复合体破坏前,根系为土体承受部分剪切力,延缓了土体塑性区的发展,提高根土复合体的延性<sup>[23]</sup>。而 28 d 杆件根系周围塑性点无明显集中现象,抗剪强度较低,与复杂根系相差 1.83 kPa, 说明用传统锚杆模拟根系无法体现真实复杂根系的固土作用机理。

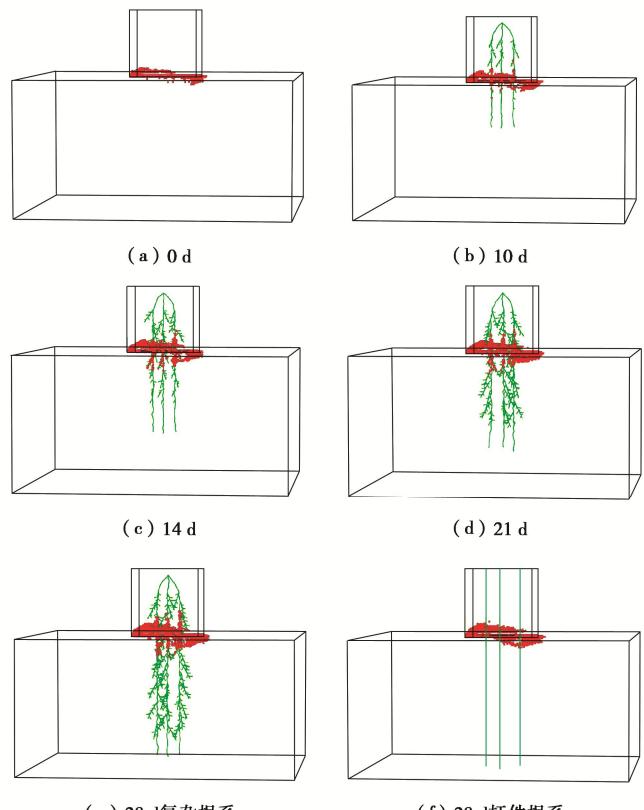


图 12 塑性点分布图

Fig. 12 Distribution of plastic points

## (3) 根系轴力分析

图 13 为不同形态与层次结构根系剪切完成后根系轴力云图。随根系生长天数的增加,根系逐渐增多,根系轴力分布也越来越密集,分布区间主要为距根顶 4~13 cm,最大轴力发生在剪切面,在剪切面以外逐渐减小。复杂结构根系是由各级根系联合产生内部轴力发挥作用,杆件根系模型忽略了根系结构特征的影响,对二级根、三级根的处理仅通过简单的折算力学参数,无法得出真实的根系固土机理。因此,需进一步量化根系形态及层次结构对根土复合体力学特性影响。

## 3.2 根系轴力变化规律分析

根系在土体剪切过程中通过将内部产生的轴力转化为根土界面的摩擦力来阻止土体发生变形<sup>[24]</sup>。因

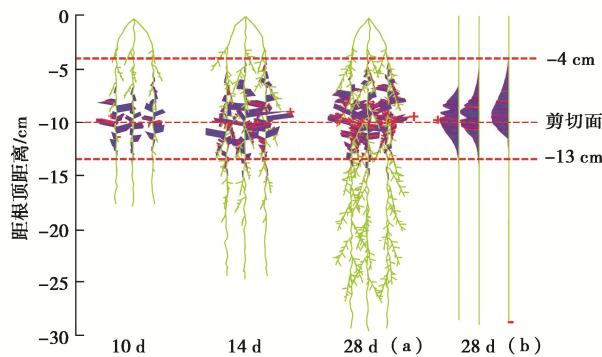


图 13 根系轴力图

Fig. 13 Diagram of axial forces of roots

此,可以用根系轴力的大小表征根系的固土能力。由3.1节可知,在根土复合体的剪切过程中,剪切面的根系轴力最大,为了进一步研究黑麦草根系的固土作用机理,对生长时间为10, 14, 28 d所有与剪切面相交位置处根系的轴力进行统计分析,其中,相交位置处一级根数量均为3条,二级根分别为3, 6, 6条,三级根分别为6, 17, 18条。

### (1) 不同形态根系整体轴力分析

图14为剪切面上不同形态根系总轴力随剪切位移变化曲线。由图可知,不同形态的根系轴力随剪切位移的变化趋势基本一致,前期呈线性增长,后期增长速率逐渐减缓。随根系形态的发展,根系内部产生的轴力越来越大,相同剪切位移下,14 d根系较10 d根系有较大提升,但28 d根系较14 d根系增长减缓,该规律与室内试验中抗剪强度指标变化规律吻合。剪切位移为20 mm时,10, 14, 28 d根系总轴力分别为9.22, 18.09, 22.31 N。

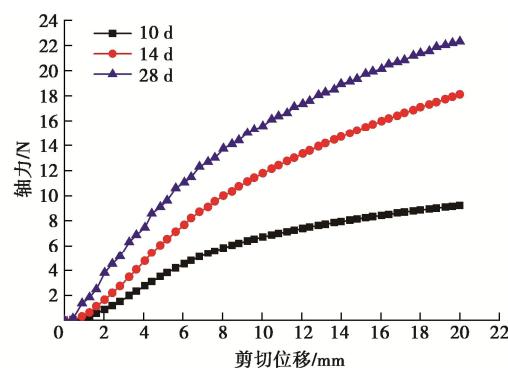


图 14 剪切面总轴力变化曲线

Fig. 14 Variation curves of total axial force of roots on shear plane

随着根系形态,例如长度、直径、数量的发展引起根系自身抗拉强度以及与土体的接触面积增大,根土相互作用逐渐增强,导致复合体抗剪强度增大。同时,从根系受力方面,剪切过程中,由于土体的韧性、延性明显低于根系,根土之间的错动关系发生变化。在面位移施加初期,根系和土体均表现为弹性状态,

二者之间存在相互错动的趋势或发生微小错动<sup>[25]</sup>,根土之间的摩擦力为静摩擦,根系轴力接近线性增长。随剪切位移增大,土体逐渐进入塑性阶段,部分根系与土体之间静摩擦转变为动摩擦,根系和土体之间错动增大,轴力增长减缓。

### (2) 不同层次结构根系轴力分析

为进一步研究各层次根系在剪切过程中发挥的作用,分别对不同生长天数下各层次根系总轴力进行分析,如图15所示。随剪切位移增大,一级根的轴力增长明显大于二级根、三级根;14 d时,一级根最大轴力为11.62 N,二级根为4.73 N,三级根仅为1.74 N;28 d时,二级根、三级根大量发展,分担了土体中一部分荷载,一级根轴力降低为10.42 N,而二级根、三级根分别增加为10.28, 2.86 N。说明在根土复合体中,不同层次根系协同发挥作用,共同抵抗土体变形;其中,一级根起主导作用,二级根、三级根进行分担,且随根系发展,分担作用越明显,三级根数量很多,但长度仅在1~5 mm,分担的作用远小于二级根。

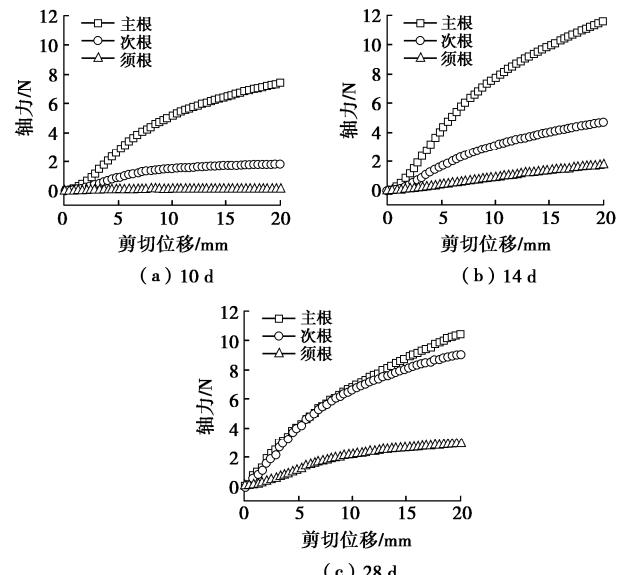


图 15 各层次根系轴力变化曲线

Fig. 15 Variation curves of axial forces of roots

### (3) 不同层次根系轴力水平及占比分析

为量化不同层次根系的固土作用,提出用不同生长形态下各层次根系平均轴力达到的最大值作为单根根系的轴力水平来评价不同层次根系的固土能力,用各层次根系总轴力占剪切面整体轴力的比例大小来衡量不同层次根系对土体抗剪强度的贡献,各层次根系轴力水平见表8。一级根、二级根、三级根轴力水平分别为3.87, 1.50, 0.15 N。随生长天数增加,二级根和三级根的平均轴力提高很大,28 d时,二级根、三级根的平均轴力分别为10 d时的2.5倍和75倍,但与一级根仍有较大差距。

表8 剪切面上各层次根系轴力水平统计表

Table 8 Statistics of axial force of roots at different levels on shear plane

| 不同生长时间/d | 一级根数量 | 一级根平均轴力/N | 二级根数量 | 二级根平均轴力/N | 三级根数量 | 三级根平均轴力/N |
|----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|
| 10       | 3     | 2.46      | 3     | 0.60      | 6     | 0.002     |
| 14       | 3     | 3.87      | 6     | 0.78      | 17    | 0.100     |
| 28       | 3     | 3.47      | 6     | 1.50      | 18    | 0.150     |

不同形态下各层次根系轴力占比随剪切位移变化曲线,如图16所示。生长时间为10 d时,主要由一级根产生应力集中承担大部分荷载,通过根土相互作用与周边土体共同作用,一级根轴力占比维持在75%~80%,而其他根系还未大量发展,发挥作用不大;生长时间为14 d时,二级根轴力占比先快速上升,一级根轴力占比有所下降,在剪切位移达到2.46 mm时出现明显拐点,之后轴力占比趋于平稳。剪位移施加初期,土体中应力重新分布,生长在一级根周围的二级根遇到土体传递的荷载作用,迅速调动自身轴力分担,然后一级根产生应力集中与周边土体承担主要荷载。因此,二级根轴力占比快速上升,但受根土接触面积限制,二级根轴力占比提升有限,最高占比26.95%,此时,一级根、三级根轴力占比分别为67.21%,5.84%,仍然是一级根轴力占比最大。生长时间为28 d时,二级根、三级根数量、力学性质不断发展,二级根轴力占比快速上升阶段增加,拐点位置后移至5.26 mm处,当二级根轴力占比最大达43.69%时,一级根轴力占比下降为44.18%,仅差0.49%,同时三级根轴力占比也有较大幅度增加,达到12.13%,随剪切位移增加最高达13.80%。

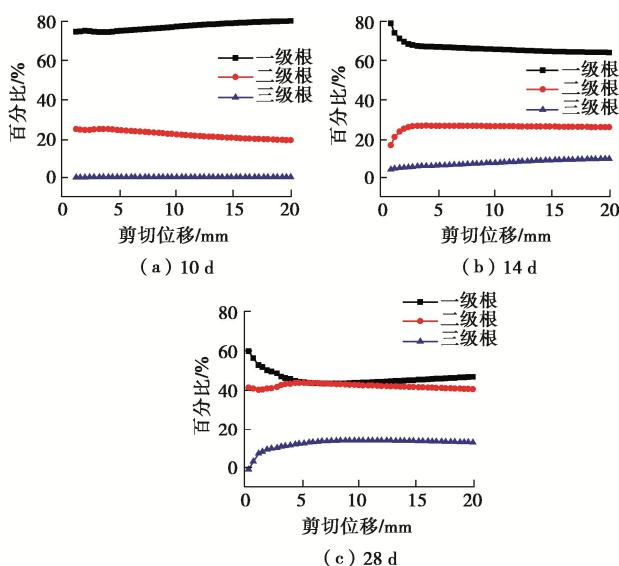


图16 不同形态下各层次根系轴力占比变化曲线

Fig. 16 Variation curves of axial force ratio of roots at different levels under different morphologies

综上,虽然一级根的固土能力远大于二级根和三级根,但随着根系形态逐渐复杂,二级根、三级根数量不断发展,参与到根系固土作用的比例也不断增大,说明二级根、三级根对土体抗剪强度也有很大的贡献,在研究根土相互作用及固土机理时不应只强调主根的加固作用。

#### (4) 剪应力-位移曲线分析

室内试验与数值模拟3种根土复合体剪应力-位移曲线结果见图17。10 d剪切曲线吻合较好,14,28 d剪切曲线随剪切位移增加明显高于试验结果。室内直剪试验只截取高度为5 cm的部分根土复合体,未考虑其余根系在剪切时发挥的作用,而数值模拟不受试验仪器约束,建模时考虑整体根系,采用了更符合实际的地基剪切体模型,结果更能反映实际情况。

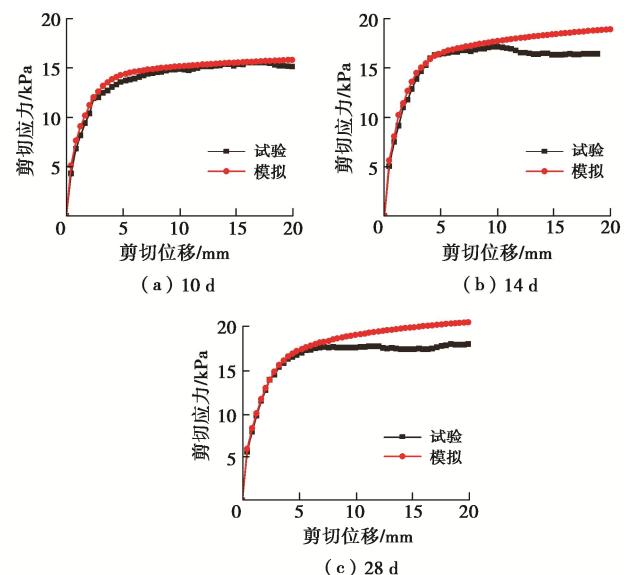


图17 数值模拟与试验剪应力-位移曲线对比

Fig. 17 Shear stress-displacement curves under numerical simulation and experimental conditions

不同形态和层次根系的根土复合体直剪试验与数值模拟的抗剪强度,如表9所示。试验结果与数值模拟结果较为吻合,误差仅为1.60%~13.93%,而Mickovski等<sup>[13]</sup>将根系简化为杆件的计算结果与试验结果比较,误差为30%左右,说明考虑不同形态和层次结构的复杂根系更能反映根土复合体的实际抗剪强度。而14,28 d根系模型误差大于10 d根系模型,主要是由于Plaxis 3D无法模拟根系的突然断裂,在模拟剪切过程中,即使根系断裂,根系与土体间的摩擦力也一直存在,剪切曲线无法模拟达到破坏后的下降阶段,导致抗剪强度有一定的误差,而14,28 d根土复合体模型中根系数量明显增多,误差大于10 d根系模型。

表 9 不同形态根系的根土复合体抗剪强度统计表

Table 9 Statistics of shear strength of root-soil composites with different root forms

| 生长时间<br>/d | 根土复合体抗剪强度 |          |       |
|------------|-----------|----------|-------|
|            | 试验结果/kPa  | 模拟结果/kPa | 误差/%  |
| 10         | 15.58     | 15.84    | 1.60  |
| 14         | 17.19     | 18.94    | 10.18 |
| 28         | 17.98     | 20.46    | 13.93 |

## 4 结 论

采用直剪试验和数值模拟相结合的方法,建立了较为符合实际根系结构特征和力学性质的根土复合体三维模型,进行直剪试验数值模拟,解释了根系不同形态和层次结构对根土复合体力学特性影响以及固土作用机理,得到以下4点结论。

(1) 试验表明:黑麦草根系可以明显提高根土复合体的抗剪强度,抗剪强度增长主要由黏聚力增加引起,增幅最大达4.99 kPa;根土复合体的黏聚力随生长时间的变化规律与根系各项生长指标变化规律一致:前期快速增加,后期增速逐渐减缓趋于平稳。

(2)通过对复杂结构特征根土复合体的剪应力和塑性区分析,探明了复杂根系对土体的加固机理。根系形态越复杂,根系能够调动更大范围的土体抵抗剪切变形,根土相互作用越明显。在根系的层次结构中,各级根系联合发挥作用,一级根起锚固作用,二级根和三级根起加筋作用。根系使得剪切面附近土体的塑性区逐渐从剪切体边缘部分向根系周围集中,在根系及周边土体产生应力集中共同承担主要荷载,从而提高了根土复合体的抗剪强度。

(3)采用各层次根系剪切面上总轴力占整体轴力的比例大小衡量不同层次根系对土体抗剪强度的贡献,量化了不同层次根系对土体强度的影响。一级根轴力水平为3.87 N,远大于二级根和三级根,但随生长时间增大,二级根、三级根数量不断发展,参与到根系固土作用的比例不断增大,二级根对固土的最大贡献由24.78% (10 d) 增长至43.69% (28 d),三级根对固土的贡献由0.1% (10 d) 增长至13.80% (28 d)。这一结论弥补了目前只强调一级根加固作用的不足。

(4)对比室内试验与数值模拟的三种根土复合体的剪应力-位移曲线结果,考虑根系不同形态和层次结构的复杂结构特征根土模型计算结果误差仅1.60%~13.93%,远小于杆件根系模型的30%,更符合实际情况,为研究根系固土作用及边坡生态防护设计计算提供了理论依据和计算模型。

## 参考文献:

[1] 徐华,李天斌,周雄华,等.高寒地区JYC生态基材护

坡现场试验及测试研究[J].岩土工程学报,2009,31(5):799~804.(XU Hua, LI Tian-bin, ZHOU Xiong-hua, et al. Field tests on JYC ecological base material for slope protection in high-cold areas[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(5): 799~804. (in Chinese))

- [2] 李天斌,徐华,周雄华,等.高寒高海拔地区岩质陡边坡JYC生态基材护坡技术[J].岩石力学与工程学报,2008,27(11): 2332~2339. (LI Tian-bin, XU Hua, ZHOU Xiong-hua, et al. Protection techniques of steep rock slope with jyc ecological base materials in high-cold and high-altitude area[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(11): 2332~2339. (in Chinese))
- [3] XU H, LI T B, CHEN J N, et al. Characteristics and applications of ecological soil substrate for rocky slope vegetation in cold and high-altitude areas[J]. Science of the Total Environment, 2017, 609: 446~455.
- [4] 周云艳,陈建平,王晓梅.植物根系固土护坡机理的研究进展及展望[J].生态环境学报,2012,21(6): 1171~1177. (ZHOU Yun-yan, CHEN Jian-ping, WANG Xiao-mei. Progress of study on soil reinforcement mechanisms by root and its expectation[J]. Ecology and Environmental Sciences, 2012, 21(6): 1171~1177. (in Chinese))
- [5] GONZALEZ-OLLAURI A, MICKOVSKI S B. Plant-soil reinforcement response under different soil hydrological regimes[J]. Geoderma, 2017, 285: 141~150.
- [6] KIM J H, FOURCAUD T, JOURDAN C, et al. Vegetation as a driver of temporal variations in slope stability: the impact of hydrological processes[J]. Geophysical Research Letters, 2017, 44(10): 4897~4907.
- [7] NG C W W, WOON K X, LEUNG A K, et al. Experimental investigation of induced suction distribution in a grass-covered soil[J]. Ecological Engineering, 2013, 52(2): 219~223.
- [8] 周成,路永珍,黄月华.香根草加固不同含水率膨胀土的侧限膨胀和直剪试验[J].岩土工程学报,2016,38(增刊2): 30~35. (ZHOU Cheng, LU Yong-zhen, HUANG Yue-hua. Oedometer expansion and direct shear tests on vetiver root-reinforced expansive soil with different water contents[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(S2): 30~35. (in Chinese))
- [9] 刘亚斌,胡夏嵩,余冬梅,等.西宁盆地黄土区2种灌木植物根-土界面微观结构特征及摩擦特性试验[J].岩石力学与工程学报,2018,37(5): 1270~1280. (LIU Ya-bin, HU Xia-song, YU Dong-mei, et al. Microstructural features and friction characteristics of the interface of shrub roots and soil

- in loess area of Xining Basin[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(5): 1270 – 1280. (in Chinese))
- [10] 王一冰, 吴美苏, 周成, 等. 组合根系加固坡土的直剪试验及数值模拟[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(增刊 1): 177 – 182. (WANG Yi-bing, WU Mei-su, ZHOU Cheng, et al. Direct shear tests and numerical simulation on slope soils reinforced by composite roots[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(S1): 177 – 182. (in Chinese))
- [11] 曾红艳, 吴美苏, 周成, 等. 根系与植筋带固土护坡的力学机理试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(增刊 2): 151 – 156. (ZENG Hong-yan, WU Mei-su, ZHOU Cheng, et al. Experimental study on reinforcement mechanism of vegetated slopes with root system and vertical geotextile belts[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(S2): 151 – 156. (in Chinese))
- [12] 孔纲强, 文磊, 刘汉龙, 等. 植物根系分布形态及含根复合土强度特性试验[J]. 岩土力学, 2019, **40**(10): 3717 – 3723. (KONG Gang-qiang, WEN Lei, LIU Han-long, et al. Strength properties of root compound soil and morphological observation of plant root[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(10): 3717 – 3723. (in Chinese))
- [13] MICKOVSKI S B, STOKES A, VAN BEEK R, et al. Simulation of direct shear tests on rooted and non-rooted soil using finite element analysis[J]. Ecological Engineering, 2011, **37**(10): 1523 – 1532.
- [14] BERNSTON G M. Modelling root architecture: are there tradeoffs between efficiency and potential of resource acquisition? [J]. New Phytologist, 1994, **127**(3): 483 – 493.
- [15] XU H, WANG X Y, LIU C N, et al. A 3D root system morphological and mechanical model based on L-Systems and its application to estimate the shear strength of root-soil composites[J]. Soil and Tillage Research, 2021, **212**: 105074.
- [16] JEWELL R A, WROTH C P. Direct shear tests on reinforced sand[J]. Géotechnique, 1987, **37**(1): 53 – 68.
- [17] LEITNER D, KLEPSCH S, KNIEß A, et al. The algorithmic beauty of plant roots—an L-System model for dynamic root growth simulation[J]. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems, 2010, **16**(6): 575 – 587.
- [18] PAGÈS L, VERCAMBRE G, DROUET J L, et al. Root Typ: a generic model to depict and analyse the root system architecture[J]. Plant and Soil, 2004, **258**(1): 103 – 119.
- [19] MATTIA C, BISCHETTI G B, GENTILE F. Biotechnical characteristics of root systems of typical mediterranean species[J]. Plant and Soil, 2005, **278**(1/2): 23 – 32.
- [20] 郝郑芳. 高速公路切方边坡防护草本植物根系固土能力研究[D]. 雅安: 四川农业大学, 2014. (HAO Zheng-fang. Research of Capability of Soil Conservation of Herb Plant root Used in Cutted Slope of Highway[D]. Yaan: Sichuan Agricultural University, 2014. (in Chinese))
- [21] 沈庆双. 草本植物加固边坡的试验探究[D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2018. (SHEN Qing-shuang. Experimental Investigation of Slope Reinforcement by Herbaceous Plants[D]. Beijing: China University of Geosciences, 2018. (in Chinese))
- [22] 田佳, 曹兵, 金楠, 等. 花棒根-土复合体直剪试验的有限元数值模拟与验证[J]. 农业工程学报, 2015, **31**(16): 152 – 158. (TIAN Jia, CAO Bing, JI Jin-nan, et al. Numerical simulation and validation test of direct shear test for root-soil composite of Hedysarum scoparium using finite element method[J]. Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering, 2015, **31**(16): 152 – 158. (in Chinese))
- [23] 闫海燕. 香根草根土复合体力学性能研究[D]. 重庆: 重庆交通大学, 2013. (YAN Hai-yan. Research on Mechanical Properties of Vetiver Root-Soil Composite[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2013. (in Chinese))
- [24] 卜宗举. 植被根系浅层加筋作用对边坡稳定性的影响[J]. 北京交通大学学报, 2016, **40**(3): 55 – 60. (BU Zong-ju. Effect of shallow layer of vegetation root on slope stability[J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2016, **40**(3): 55 – 60. (in Chinese))
- [25] WU T H. Investigation of landslides on Prince of Wales Island, Alaska, Geotechnical Engr. Report No 5, dept. of Civil Engr[M]. Columbus: Ohio State University, 1976: 94.

DOI: 10.11779/CJGE202205017

# 考虑围压效应和强度脆性跌落的岩石全应力 - 应变曲线统计损伤模拟方法

张 超<sup>1</sup>, 曹文贵<sup>2</sup>, 赵 衡<sup>2</sup>, 贺 敏<sup>3</sup>

(1. 湖南科技大学岩土工程稳定控制与健康监测湖南省重点实验室, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082;  
3. 湖南工业大学土木工程学院, 湖南 株洲 412007)

**摘要:**为了建立能够较准确地描述岩石全应力 - 应变曲线的统计损伤模拟方法, 针对目前统计损伤本构模型在模拟围压效应和强度脆性跌落方面存在的严重缺陷, 首先, 基于三轴压缩条件下脆性岩石基本变形特征, 将岩石视为由软物质和硬物质两种细观化材料串联组成, 建立宏细观物质变形分析模型; 然后, 基于瞬时应变分析方法和统计损伤理论, 分别提出软物质和硬物质的变形分析方法, 从而建立能够考虑围压效应和强度脆性跌落的岩石全应力 - 应变曲线统计损伤本构模型, 给出参数的确定方法; 最后, 通过模型验证与分析, 模型不但能够描述岩石初始宏观变形特征与围压之间的关系, 也能够消除岩石轴向峰后理论变形曲线存在的随机性, 从而能够较准确地模拟出岩石全应力 - 应变曲线, 表明方法具有一定的合理性和可行性。

**关键词:**脆性岩石; 统计损伤; 围压效应; 强度脆性跌落; 全应力 - 应变曲线

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0936-09

作者简介: 张 超(1985—), 男, 博士, 主要从事岩土工程教学与研究工作。E-mail: flyheartzc@hnust.edu.cn。

## Statistical damage simulation method for complete stress-strain path of rocks considering confining pressure effect and strength brittle drop

ZHANG Chao<sup>1</sup>, CAO Wen-gui<sup>2</sup>, ZHAO Heng<sup>2</sup>, HE Min<sup>3</sup>

(1. Hunan Provincial Key Laboratory of Geotechnical Engineering for Stability Control and Health Monitoring, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 2. Geotechnical Engineering Institute of Hunan University, Changsha 410082, China; 3. College of Civil Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou 412007, China)

**Abstract:** To establish a statistical damage simulation method which can accurately describe the full stress-strain curve of rocks, aiming at the serious defects of the existing statistical damage constitutive models in simulating confining pressure effect and strength brittle drop, firstly, based on the basic deformation characteristics of brittle rocks under triaxial compression, the rocks are regarded as a series of two meso-materials: soft and hard materials, and the deformation analysis model for macro-and meso-materials is established. Then, based on the instantaneous strain analysis method and statistical damage theory, the deformation analysis methods for the soft and hard materials are proposed respectively, so as to establish the statistical damage constitutive model for the full stress-strain curve of rocks considering confining pressure effect and strength brittle drop, and the determination methods for the model parameters are given. Finally, through model verification and analysis, the proposed model can describe the relationship between the initial macro-deformation characteristics of rocks and the confining pressure and eliminate the randomness of the axial post-peak theoretical deformation curve, so it can accurately simulate the full stress-strain curve of rocks, which shows that the above methods are reasonable and feasible.

**Key words:** brittle rock; statistical damage; confining pressure effect; strength brittle drop; full stress-strain curve

## 0 引言

岩石作为天然地质材料, 含有大量多尺度且随机分布的初始空隙, 在荷载作用下产生的力学响应极为复杂<sup>[1]</sup>。三轴压缩试验已表明, 荷载作用初期, 初始空隙的闭合将引起初始宏观非线性变形和弹性模量的

变化, 随着荷载持续作用, 脆性岩石将表现出屈服硬化、应变软化和残余强度变形特征。由于脆性岩石强

基金项目: 国家自然科学基金项目(51909086); 湖南省自然科学基金项目(2018JJ3163, 2020JJ5131); 湖南省教育厅科学项目(21B0489, 18C0505)

收稿日期: 2020-10-20

度破坏过程无明显征兆, 产生的破坏后果严重, 因此, 建立能够较准确地预测其全应力-应变过程的模拟方法已成为岩石力学特性研究的长期热点。

自伺服试验机得出岩石全应力-应变曲线以后, 基于经典弹塑性理论建立的本构模型已不再适用于模拟岩石变形破坏全过程。近年来, 基于应变等效性假设和有效应力原理, 将强度统计方法和连续介质损伤理论相结合, 提出了统计损伤概念<sup>[2]</sup>, 在此基础上, 众多学者建立了不同表达形式的统计损伤本构模型, 并对其合理性和可行性进行了广泛研究, 其内容主要包括是否考虑损伤阈值<sup>[3-4]</sup>、应力状态<sup>[5-6]</sup>和微元体强度随机分布<sup>[7-8]</sup>的影响, 强度破坏准则<sup>[9-10]</sup>和模型参数的确定方法<sup>[11-12]</sup>是否合理, 以及损伤模型的局限性<sup>[13-14]</sup>等, 这些问题的研究较好地完善了统计损伤本构理论, 然而, 该类模型在模拟围压效应和强度脆性跌落方面存在严重缺陷, 使其不能够较准确地模拟脆性岩石全应力-应变曲线, 这正是本文研究的核心内容。

为此, 本文在探讨脆性岩石及其组成物质基本变形特征基础上, 将岩石细观化为由软物质和硬物质两部分材料串联组成, 提出宏细观物质变形分析模型以及软物质和硬物质的变形分析方法, 建立能够考虑围压效应和强度脆性跌落的统计损伤本构模型, 给出参数的确定方法, 使其能够较准确地预测脆性岩石三轴压缩全应力-应变曲线, 以期提高该类模型在岩石工程结构变形分析与计算方面的应用价值。

## 1 脆性岩石三轴压缩基本变形特征

MTS815 电液伺服岩石力学实验系统广泛使用以来, 获得了大量岩石三轴压缩偏应力与轴向应变全过程试验曲线, 其典型特征曲线<sup>[15]</sup>, 见图 1, 具有明显阶段性变形特征和围压效应, 尽管并非所有岩石都能够反映这些特征, 但这不意味着岩石全应力-应变过程客观上就缺少这些特征<sup>[16]</sup>。

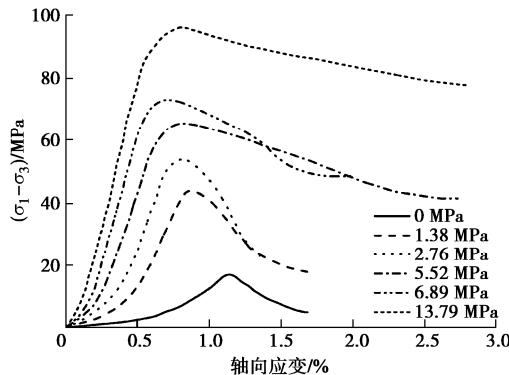


图 1 大理岩三轴压缩试验曲线<sup>[15]</sup>

Fig. 1 Triaxial compression test curves of marble<sup>[15]</sup>

岩石基本变形特征与其围压水平密不可分, 随着围压的增大, 应力特征值不断增大, 峰后强度脆性跌落程度不断减弱, 与此同时, 发生闭合的初始空隙数量不断增多, 初始宏观非线性凹程度不断降低, 弹性模量逐渐增大, 当所有初始空隙能够仅在围压作用下完成闭合时, 初始宏观变形由非线性转为线性, 弹性模量不再随围压增大而变化, 而是基本保持不变, 称此特征为“围压效应”。孔隙率低的岩石, 围压效应微弱, 可忽略之, 但孔隙率高的岩石, 围压效应显著, 不能忽略。

岩石先进行仅围压作用, 待变形稳定以后再进行恒围压增轴压作用, 在此过程岩石与其各组成物质变形协调, 其中, 初始孔隙率较大或变形力学参数较小的部分物质能够在低应力作用下发生较大变形甚至完成变形, 使岩石发生不可恢复的非线性变形, 将此类基本变形特征的组成物质细观化为“软物质”; 初始孔隙率较小或变形力学参数较大的部分物质在低应力作用下产生弹性微变形, 当其所受应力未达到损伤阈值时仅发生弹性变形, 超过损伤阈值时发生的变形部分不可恢复, 将此类基本变形特征的组成物质细观化为“硬物质”。岩石基本变形特征受其内部细观结构的控制, 将其视为由软物质和硬物质两部分细观化材料串联组成, 因此需对岩石宏细观物质之间的变形关系进行分析。

## 2 岩石宏细观物质变形分析模型

沿某主应力  $\sigma_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 作用方向取出岩石代表性柱状单元 (RCU) 并进行细观化处理, 提出宏细观物质变形分析模型, 见图 2。假设 RCU、硬物质和软物质在  $\sigma_i$  加载前的长度分别为  $l_i$ ,  $l_i^r$  和  $l_i^v$ ,  $\sigma_i$  加载后的变形量分别为  $\Delta l_i$ ,  $\Delta l_i^r$  和  $\Delta l_i^v$ , 软物质初始长度占比 ( $l_i^v / l_i$ ) 为参数  $\gamma$ 。根据应变分析基本方法, 可得

$$\varepsilon_i = (1-\gamma)\varepsilon_i^r + \gamma\varepsilon_i^v, \quad (1)$$

式中,  $\varepsilon_i^v$ ,  $\varepsilon_i^r$  为软物质和硬物质的应变。

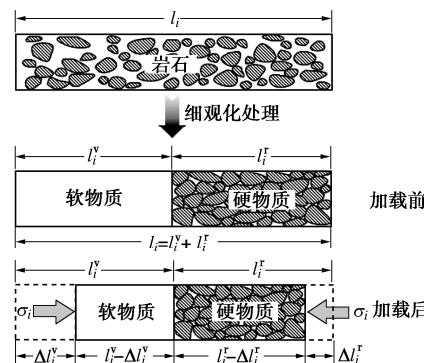


图 2 宏细观物质变形分析模型

Fig. 2 Deformation analysis model for macro- and meso-materials

## 2.1 软物质变形分析方法

由于软物质持续产生的变形源于持续增大的应力, 基于瞬时应变分析方法<sup>[17]</sup>可得软物质变形分析表达式, 即

$$\varepsilon_i^v = 1 - \exp(-\sigma_i / E_v) , \quad (2)$$

式中,  $E_v$  为软物质弹性模量。 $\varepsilon_i^v$  随  $\sigma_i$  的增大而增大并表现为负指数变化规律, 由于  $E_v$  数量级较小, 软物质能够在低应力作用下产生较大变形甚至完成变形。

## 2.2 硬物质变形分析方法

硬物质变形分析与计算取决于所受应力是否达到损伤阈值, 需引入损伤力学理论进行研究。

### (1) 已有损伤模型局限性分析

损伤模型是建立硬物质变形分析方法的关键。目前, 已有损伤模型使统计损伤本构模型在模拟强度脆性跌落方面存在严重缺陷, 要弄清楚该问题, 有必要对模型构建基本方法进行简要梳理。基于应变等效性假设可得损伤模型的基本表达式<sup>[2]</sup>, 即

$$\sigma_i = \sigma'_i(1 - D) . \quad (3)$$

由于未损伤材料有效应力  $\sigma'_i$  与变形服从广义虎克定律, 于是, 损伤本构模型基本表达式可为

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}(1 - D) , \quad (4)$$

式中,  $\{\sigma\}$ ,  $\{\varepsilon\}$  为名义应力张量和名义应变张量,  $[C]$  为弹性矩阵,  $D$  为损伤变量。由于岩石属于非均质材料, 微元体强度  $F$  各不相同, 因此, 假设  $F$  服从 Weibull 分布,  $D$  为  $F$  破坏的累积效应<sup>[8]</sup>,

$$D = \int_0^F P(F)dF = 1 - \exp[-(F/F_0)^m] , \quad (5)$$

式中,  $P(F)$  为概率密度函数,  $m$ ,  $F_0$  为分布参数。于是, 统计损伤本构模型基本表达式可为

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \exp[-(F/F_0)^m] . \quad (6)$$

该模型参数仅包括  $[C]$ ,  $m$  和  $F_0$ 。 $[C]$  为基本力学参数, 它们不因模型的变化而改变, 而是取决于岩石物理性质, 可由岩石力学试验获得;  $m$ ,  $F_0$  的确定方法主要有峰值点法<sup>[11]</sup>、反演分析法<sup>[12]</sup>和线性拟合法<sup>[18]</sup>等。峰值点法物理意义明确且计算简单, 得到了广泛应用, 即

$$\sigma_1(\varepsilon_1)|_{\varepsilon_1=\varepsilon_{1c}} = \sigma_{1c} , \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial \sigma_1}{\partial \varepsilon_1} \right|_{\sigma_1=\sigma_{1c}, \varepsilon_1=\varepsilon_{1c}} = 0 , \quad (8)$$

式中,  $\sigma_{1c}$ ,  $\varepsilon_{1c}$  为试验曲线峰值处最大主应力及其对应的应变。

联立式 (7), (8) 可得  $m$  和  $F_0$  的确定方法, 然后将所求参数代入式 (6) 可得理论模型曲线, 这就是构建统计损伤本构模型的基本方法。

由此可知,  $m$  和  $F_0$  的变化仅取决于  $\sigma_{1c}$  和  $\varepsilon_{1c}$ , 特

定围压下  $m$  和  $F_0$  具有唯一性, 这就导致特定围压下理论曲线有且仅有一条。为了分析参数变化对理论曲线产生的影响, 根据式 (4), (5) 可知强度脆性跌落仅取决于  $D$ , 而  $D$  的变化仅与  $m$  和  $F_0$  有关, 见图 3, 4。随着  $F$  的增大,  $D$  由 0 递增至 1,  $D$ - $F$  曲线呈 S 型, 其中, 随着  $m$  的增大,  $D$ - $F$  曲线形状不变并绕点 A 作逆时针转动, 损伤变化率 ( $\partial D/\partial F$ ) 和强度脆性跌落程度不断增大; 随着  $F_0$  的增大,  $D$ - $F$  曲线形状不变并向  $F$  增大方向移动,  $\partial D/\partial F$  和强度脆性跌落程度存在不断减小的趋势。因此, 当前理论曲线峰后变化规律本质上取决于  $m$  和  $F_0$ , 然而, 特定围压下有且仅有一条的理论曲线无法起到模拟具有随机性的试验曲线峰后变化的作用, 究其原因, 峰值点法无法对理论曲线峰后变化规律起到约束作用, 尽管有文献出现理论曲线与试验曲线峰后吻合良好的实例, 但这仅表明具有唯一性和随机性的理论曲线与试验曲线之间峰后恰巧接近而已, 实际上不具有普适性。

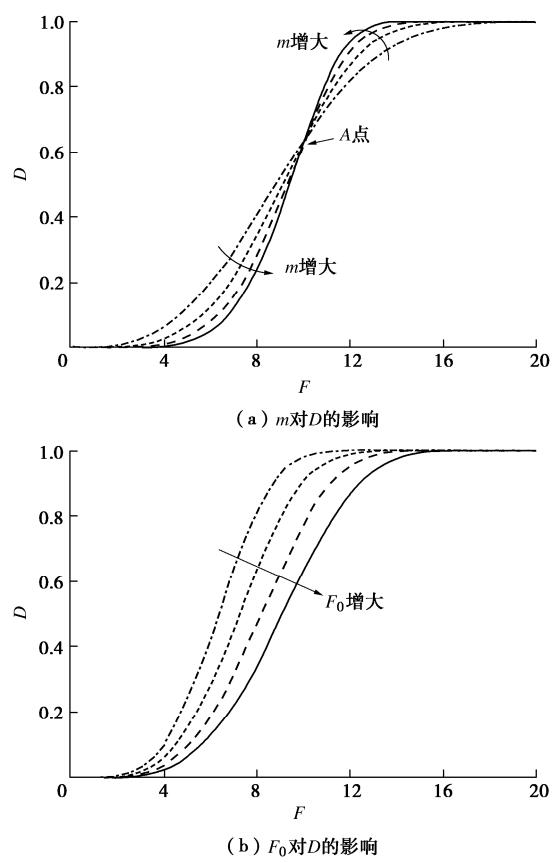


图 3  $m$  和  $F_0$  对  $D$  的影响

Fig. 3 Effects of  $m$  and  $F_0$  on  $D$

### (2) 考虑初始损伤的双参数型硬物质损伤模型

由于两类细观化材料属于串联结构, 硬物质弹性模量远大于软物质, 因此可知软物质变形基本发生在初始空隙压密变形阶段, 岩石宏观线弹性及其以后变形过程仅为硬物质产生, 而且硬物质弹性模量与岩石

相等。根据损伤理论可将硬物质视为由未损伤、初始损伤和后继损伤3种材料并联组成, 见图5, 它们所受应力分别为有效应力 $\sigma'_i$ 、残余应力 $\sigma_r$ 和0, 作用面积分别为 $A_u$ 、 $A_s$ 和 $A_d$ , 总作用面积为 $A_t$ 。

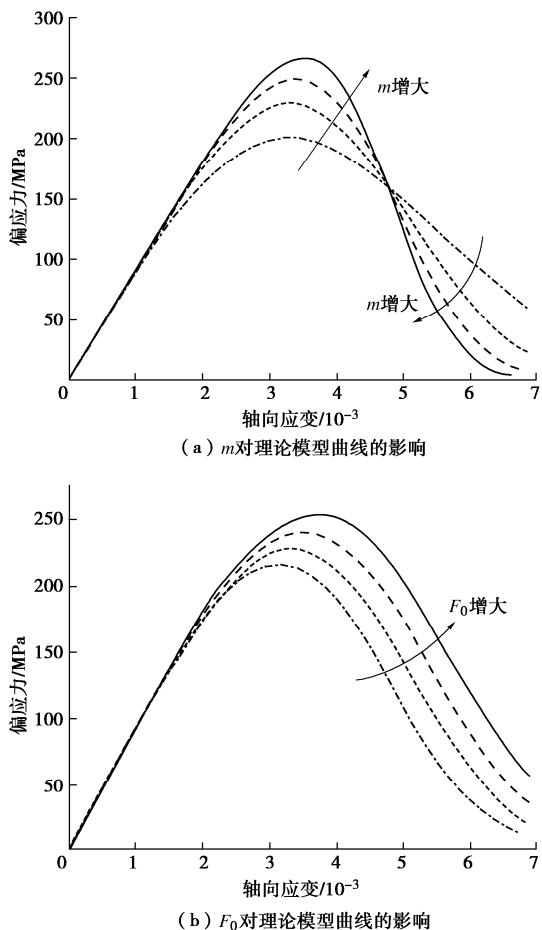


图4  $m$  和  $F_0$  对理论模型曲线的影响

Fig. 4 Effects of  $m$  and  $F_0$  on theoretical model curves

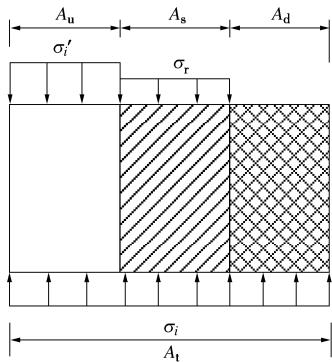


图5 硬物质损伤模型

Fig. 5 Damage model for hard materials

根据竖向力学平衡分析方法, 可建立考虑初始损伤的硬物质损伤模型, 即

$$\sigma_i = \sigma'_i(1 - D_d - D_s) + \sigma_r D_s , \quad (9)$$

式中,  $D_d$ 、 $D_s$ 为硬物质的初始损伤变量和后继损伤

变量。由于目前统计损伤本构理论框架已渐趋完善, 因此, 延续已有损伤模型表达范式与峰值点法优越性, 使拟建理论模型能够较准确地模拟试验曲线峰后变化过程, 是解决模型局限性的最佳途径。为此, 在式(9)基础上引入双参数 $\lambda$ 和 $\eta$ , 建立考虑初始损伤和强度脆性跌落的双参数型硬物质损伤模型, 即

$$\sigma_i = \sigma'_i(1 - D_d - \lambda D_s) + \eta \sigma_r D_s . \quad (10)$$

由于弹性模量的变化是损伤典型的宏观表现<sup>[3-4]</sup>, 因此, 根据岩石类材料损伤变量与弹性模量之间的关系, 可得 $D_d$ 的确定方法, 即

$$D_d = 1 - E_d / E_u , \quad (11)$$

式中,  $E_d$ 、 $E_u$ 为损伤和无损状态下硬物质的弹性模量。由于硬物质含有大量多尺度且不同形态的微裂纹和孔隙, 而微裂纹, 尤其是孔隙的完全闭合要极高压应力, 很难测得 $E_u$ , 因此, 基于大量三轴压缩试验资料对 $E_d$ 和 $\sigma_3$ 之间的关系进行统计表达, 即

$$E_d / E_c = a + b \exp[-(\sigma_3 / \sigma_c) / k] , \quad (12)$$

式中,  $a$ 、 $b$ 、 $k$ 为试验参数,  $\sigma_c$ 、 $E_c$ 为单轴压缩下岩石峰值应力和弹性模量。当 $\sigma_3$ 趋于极大值时, 基于极限方法可认为空隙近似完全闭合,  $E_d$ 在数值上趋于 $E_u$ , 则 $E_u$ 的计算表达式可为

$$E_u = a E_c . \quad (13)$$

### (3) 硬物质统计损伤本构模型

假设未损伤材料应力-应变关系服从广义虎克定律, 即

$$\sigma'_i = E_u \varepsilon_i^r + \mu (\sigma'_j + \sigma'_k) , \quad (14)$$

式中,  $\mu$ 为硬物质的泊松比。由于三轴压缩下岩石轴向发生破裂并丧失承载力, 侧向约束变形并提高承载力, 因此可忽略侧向损伤即认为有效应力 $\sigma'_j$ 和 $\sigma'_k$ 分别与名义应力 $\sigma_j$ 和 $\sigma_k$ 相等, 于是式(14)可表达为

$$\sigma'_i = E_u \varepsilon_i^r + \mu (\sigma_j + \sigma_k) , \quad (15)$$

于是, 将式(15)代入式(10)可得硬物质变形分析表达式,

$$\varepsilon_i^r = \frac{\sigma_i - \xi D_s - \mu (\sigma_j + \sigma_k)(1 - D_d)}{(1 - D_t)E_u} , \quad (16)$$

其中,

$$\xi = \eta \sigma_r - \lambda \mu (\sigma_j + \sigma_k) , \quad (17)$$

$$D_t = D_d + \lambda D_s . \quad (18)$$

由于微元体力学特性受应力状态和损伤阈值的双重影响, 因此可认为三轴压缩下微元体服从M-C强度破坏准则<sup>[14]</sup>,

$$F = E_d \varepsilon_1^r + (2\mu - \alpha) \sigma_3 - \kappa , \quad (19)$$

其中,

$$\alpha = (1 + \sin \varphi_y) / (1 - \sin \varphi_y) , \quad (20)$$

$$\kappa = 2c_y \cos \varphi_y / (1 - \sin \varphi_y) \quad . \quad (21)$$

式中,  $\varphi_y$ ,  $c_y$  为临界损伤状态下硬物质的内摩擦角与黏聚力。当硬物质处于临界损伤状态以下时, 微元体未发生破坏,  $D_s=0$ ; 当硬物质处于临界损伤状态以上时, 微元体不断发生破坏,  $D_s$  由 0 递增直至硬物质发生完全损伤破坏,  $D_t=1$ 。于是,  $D_s$  可表述为

$$D_s = \begin{cases} 0 & (F < 0) \\ 1 - \exp[-(F/F_0)^m] & (0 \leq F < F_s) \\ (1 - D_d)/\lambda & (F_s \leq F) \end{cases}, \quad (22)$$

式中,  $F_s$  为  $D_s$  恰增至  $(1 - D_d)/\lambda$  时的微元体强度值。

由于硬物质发生损伤可视为连续过程, 因此, 根据分段函数端点的连续性可得  $F_s$  的计算表达式,

$$F_s = F_0 \left( -\ln \frac{D_d + \lambda - 1}{\lambda} \right)^{1/m} \quad . \quad (23)$$

### 3 岩石全应力-应变曲线模拟方法

当硬物质处于弹性状态 ( $F < 0$ ) 时, 岩石变形由两类细观化物质组成, 将式 (2) 代入式 (1) 可得

$$\varepsilon_i^r = \frac{\varepsilon_i - \gamma[1 - \exp(-\sigma_i/E_v)]}{1 - \gamma} \quad . \quad (24)$$

当硬物质处于损伤变形阶段 ( $0 \leq F < F_s$ ) 时, 软物质变形基本结束,  $\exp(-\sigma_i/E_v) \rightarrow 0$ , 岩石变形与硬物质变形等同, 由式 (24) 可得

$$\varepsilon_i^r = (\varepsilon_i - \gamma)/(1 - \gamma) \quad . \quad (25)$$

当硬物质处于完全损伤变形阶段 ( $F_s \leq F$ ) 时, 岩石进入残余强度变形阶段。由式 (16), (22) 可得

$$\sigma_1 = \begin{cases} \frac{E_d \{\varepsilon_1 - \gamma[1 - \exp(-\sigma_1/E_v)]\}}{1 - \gamma} + 2\mu\sigma_3(1 - D_d) & (F < 0) \\ \frac{E_u(1 - D_t)(\varepsilon_1 - \gamma)}{1 - \gamma} + \xi D_s + 2\mu\sigma_3(1 - D_d) & (0 \leq F < F_s) \\ \frac{(1 - D_d)\eta\sigma_r}{\lambda} & (F_s \leq F) \end{cases}$$

由于三轴压缩下岩石实测偏应力  $\sigma_{lt}$ - 实测轴向应变  $\varepsilon_{lt}$  试验曲线与  $\sigma_1 - \varepsilon_1$  理论曲线存在差异, 因此需对  $\sigma_{lt} - \varepsilon_{lt}$  与  $\sigma_1 - \varepsilon_1$  之间的关系进行转化:

$$\sigma_1 = \sigma_{lt} + \sigma_3 \quad , \quad (27)$$

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{lt} + \varepsilon_0 \quad , \quad (28)$$

其中,

$$\varepsilon_0 = \frac{(1 - \gamma)[1 - 2\mu(1 - D_d)]\sigma_3}{E_u(1 - D_d)} + \gamma[1 - \exp(-\sigma_3/E_v)] \quad . \quad (29)$$

式中,  $\varepsilon_0$  为仅围压作用下岩石发生的应变。于是, 将式 (27), (28) 代入式 (26) 可得三轴压缩下脆性岩石全应力-应变曲线模拟方法, 即

$$\sigma_{lt} = \begin{cases} \frac{E_d}{1 - \gamma} \{\varepsilon_{lt} - \gamma'[1 - \exp(-\sigma_{lt}/E_v)]\} & (F < 0) \\ \frac{E_u(1 - D_t)}{1 - \gamma} (\varepsilon_{lt} - \gamma') + (\xi - \xi')D_s & (0 \leq F < F_s) \\ \frac{(1 - D_d)\eta\sigma_r}{\lambda} - \sigma_3 & (F_s \leq F) \end{cases} \quad (30)$$

其中,

$$\gamma' = \gamma \exp(-\sigma_3/E_v) \quad , \quad (31)$$

$$\xi' = \lambda[1 - 2\mu(1 - D_d)\sigma_3/(1 - D_d)] \quad . \quad (32)$$

### 4 参数的确定方法

由前述分析可知,  $m$  和  $F_0$  仍然由峰值点法进行确定。根据式 (26), 联立式 (7), (8) 可得  $m$  和  $F_0$  的确定方法,

$$m = \frac{F_{sc}(1 - D_d - \lambda D_{sc})}{(1 - D_d)(1 - D_{sc})[\xi(1 - \gamma) - \lambda E_u(\varepsilon_{lc} - \gamma)] \ln(1 - D_{sc})}, \quad (33)$$

$$F_0 = F_{sc}[-\ln(1 - D_{sc})]^{-1/m} \quad , \quad (34)$$

其中,

$$F_{sc} = E_d(\varepsilon_{lc} - \gamma)/(1 - \gamma) + (2\mu - \alpha)\sigma_3 - \kappa \quad , \quad (35)$$

$$D_{sc} = \frac{(1 - \gamma)[\sigma_{lc} - 2\mu\sigma_3(1 - D_d)] - E_u(1 - D_d)(\varepsilon_{lc} - \gamma)}{\xi(1 - \gamma) - \lambda E_u(\varepsilon_{lc} - \gamma)}.$$

$$(36)$$

此外, 参数还包括  $E_v$ ,  $E_d$ ,  $\gamma$ ,  $D_d$ ,  $\lambda$  和  $\eta$ , 下面简要介绍其确定方法。首先, 当轴向应力低于损伤阈值时, 初始空隙压密变形阶段试验数据需满足式 (30) 第一式, 可根据拟合分析方法获得  $E_v$ ; 然后, 线弹性及其以后变形过程为硬物质所产生, 根据式 (30) 第一式可知线弹性变形反向延长线在  $\varepsilon_{lt}$  轴上的截距为  $\gamma'$ , 将  $E_v$  代入式 (30) 可得  $\gamma$ ; 最后, 线弹性直线斜率理论表达式为  $E_d/(1 - \gamma)$ , 基于已知  $\gamma$  和斜率试验值可得  $E_d$ , 再将  $E_d$  代入式 (11) 可得  $D_d$ 。 $\lambda$  和  $\eta$  的作用未知, 待参数分析以后给出其确定方法。

### 5 模型验证

为了表明本文模型和方法能够较准确地模拟出围压效应和强度脆性跌落过程, 下面基于大理岩试验资料<sup>[15]</sup>分别进行验证。

#### 5.1 围压效应验证

由于围压效应发生在岩石初始宏观变形阶段, 因此, 根据式 (30) 第一式进行验证。该理论表达式不包含  $\lambda$  和  $\eta$ , 根据本文模型和参数确定方法可得相关参数值, 见表 1, 将其代入理论表达式可获得三轴压缩下大理岩初始宏观变形理论曲线, 见图 6, 与此同时, 也可获得此变形阶段内大理岩宏观与其细观化物

质理论曲线之间的关系, 见图 7。

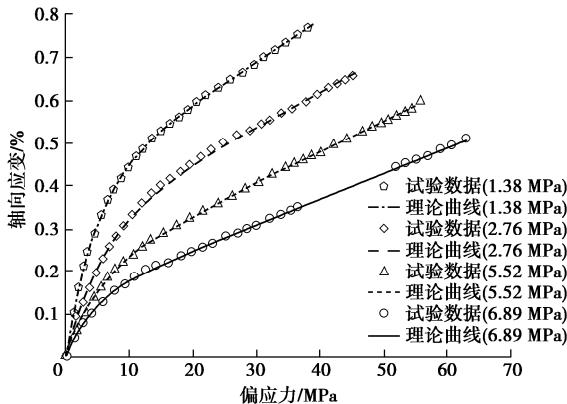


图 6 初始变形阶段理论曲线与试验数据的比较

Fig. 6 Comparison between theoretical curves and test data at initial deformation stage

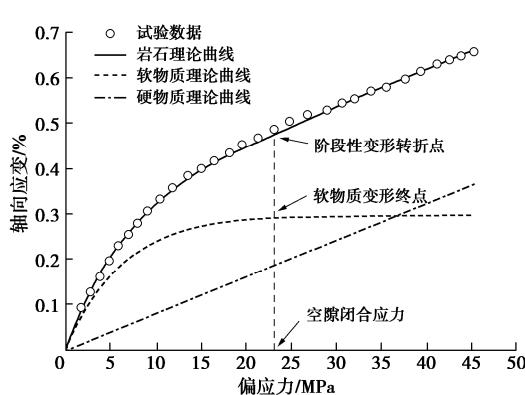


图 7 初始变形阶段宏观物质理论曲线的关系( $\sigma_3=2.76$  MPa)

Fig. 7 Relationship between macro- and meso-theoretical curves at initial deformation stage ( $\sigma_3=2.76$  MPa)

表 1 围压效应模型参数

Table 1 Model parameters of confining pressure effect

| $\sigma_3$ /MPa | $\gamma/10^{-2}$ | $E_d$ /GPa | $E_v$ /MPa | $D_d$ |
|-----------------|------------------|------------|------------|-------|
| 1.38            | 0.54             | 10.37      | 4.73       | 0.42  |
| 2.76            | 0.47             | 12.42      | 6.00       | 0.31  |
| 5.52            | 0.53             | 13.69      | 5.26       | 0.24  |
| 6.89            | 0.64             | 16.54      | 4.27       | 0.08  |

(1) 不同围压作用下轴向荷载作用初期变形阶段理论曲线与大理岩初始空隙压密和线弹性等变形阶段试验数据吻合良好, 表明本文模型和方法在反映围压效应方面具有较强的适用性。

(2) 大理岩轴向宏观变形可由软物质和硬物质两部分细观变形加权构成, 权重分别为  $\gamma$  与  $1-\gamma$ , 克服了将岩石等同颗粒骨架且忽略初始空隙闭合给岩石宏观变形造成的影响, 具有明显的优越性。

(3) 软物质变形是引起大理岩初始宏观变形为非线性的主因, 其变形的结束即为初始空隙压密变形阶段的终点, 由此可确定出空隙闭合应力, 表明本文模型和方法能够阐释出岩石宏观与其细观化物质之间的

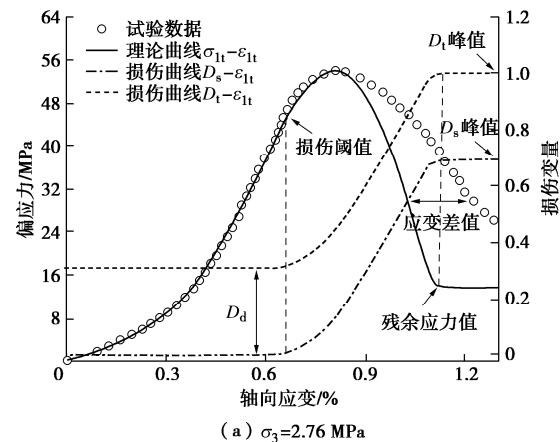
理论变形关系。

## 5.2 强度脆性跌落验证

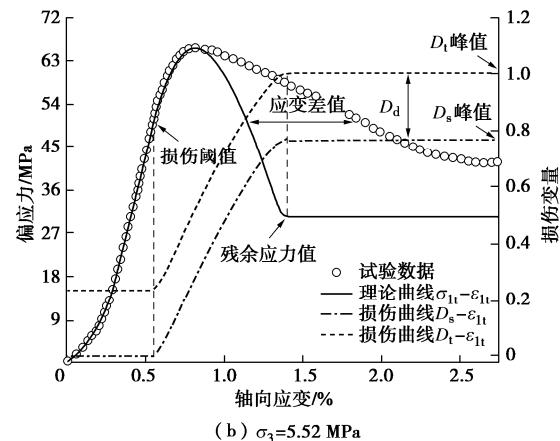
由于强度脆性跌落发生在岩石损伤变形破坏阶段, 因此根据式(30)第二、三式进行验证。为了表明仅考虑初始损伤的硬物质损伤模型即式(9)的缺陷, 以及在此基础上考虑强度脆性跌落的双参数型硬物质损伤模型即式(10)的优越性, 下面分别进行探讨。

### (1) 考虑初始损伤的本构模型

由于分别基于式(9)、(10)建立的统计损伤本构模型的区别仅在于理论表达式是否包含  $\lambda$  和  $\eta$ , 因此, 将  $\lambda$  和  $\eta$  均赋值为 1, 两者模型相同, 根据本文模型和方法可获得仅考虑初始损伤的大理岩轴向变形理论曲线及其损伤演化曲线, 见图 8。



(a)  $\sigma_3=2.76$  MPa



(b)  $\sigma_3=5.52$  MPa

图 8 理论曲线与试验数据的比较( $\lambda=\eta=1$ )

Fig. 8 Comparison between theoretical curves and test data

$$(\lambda=\eta=1)$$

a) 该模型能够较准确地模拟出大理岩峰前轴向变形试验曲线, 包括初始空隙压密、线弹性和屈服硬化等阶段, 但在模拟应变软化和残余强度变形等阶段存在缺陷, 尤其在强度脆性跌落过程中理论曲线与试验曲线之间的应变差值较大, 无法将两者近似等同。

b)  $D_s - \varepsilon_{lt}$  和  $D_t - \varepsilon_{lt}$  曲线形状基本呈 S 型, 两者纵向间距为  $D_d$ 。当轴向应力未达到损伤阈值时,  $D_s$ ,

$D_t$  分别等于为 0,  $D_d$  并保持不变; 当轴向应力达到损伤阈值时, 其内部损伤开始累积,  $D_s$ ,  $D_t$  不断增大; 当轴向应力达到残余应力时,  $D_s$ ,  $D_t$  分别等于  $1-D_d$ , 1 并保持不变, 表明该损伤演化曲线能够较准确地阐释出大理岩阶段性变形特征。

c) 随着  $\sigma_3$  的增大,  $D_d$  不断减小, 损伤阈值和残余应力不断增大, 增大  $\sigma_3$  对大理岩发生轴向损伤变形破坏具有有效抑制作用。

### (2) 考虑强度脆性跌落的本构模型

为了解决峰后理论曲线严重偏离于试验曲线的不足, 建立了考虑强度脆性跌落的本构模型, 但该模型含有未知  $\lambda$ ,  $\eta$ , 无法给出大理岩轴向变形峰后理论曲线, 因此将在参数分析基础上探讨其作用并给出其确定方法, 然后对该模型进行验证, 具体过程如下。

为了探讨  $\lambda$  的作用, 将  $\eta$  赋值为 1, 根据本文模型和方法可获得不同  $\lambda$  下损伤阈值后轴向变形理论曲线以及损伤演化理论曲线, 见图 9, 可以看出:  $\lambda$  的变化对不同  $\sigma_3$  下峰前变形理论曲线变化规律不起作用, 仅对峰后理论曲线变化规律起作用, 随着  $\gamma$  的增大, 强度脆性跌落程度和损伤变化率不断增大, 残余应力不断减小, 损伤演化曲线形状基本保持为 S型并绕点 A 作逆时针转动。

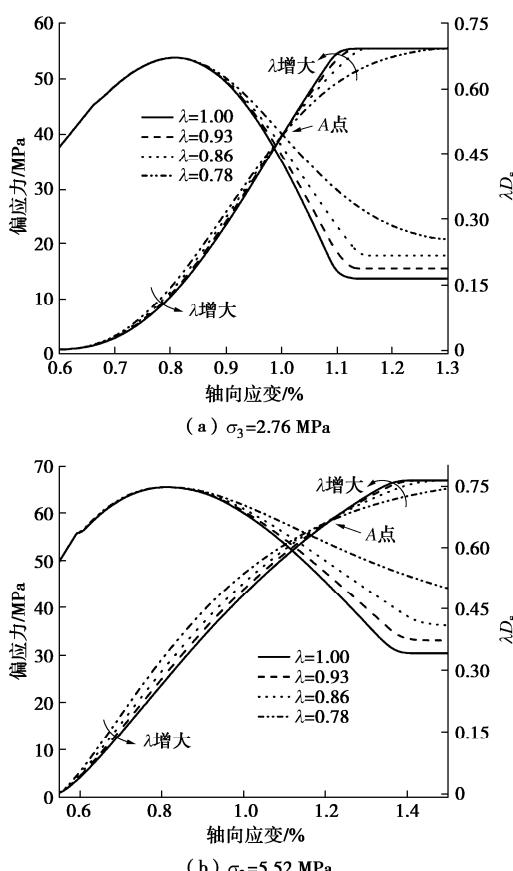


图 9 不同  $\lambda$  下理论曲线变化规律( $\eta=1$ )

Fig.9 Variation of theoretical curves under different  $\lambda$  ( $\eta=1$ )

同理, 为了探讨  $\eta$  的作用, 将  $\lambda$  赋值为 1, 根据本文模型和方法可获得不同  $\eta$  下损伤阈值后轴向变形理论曲线以及损伤演化理论曲线, 见图 10, 可以看出:  $\eta$  的变化对不同  $\sigma_3$  下峰前变形理论曲线变化规律不起作用, 仅对峰后理论曲线变化规律起作用, 随着  $\eta$  的增大, 强度脆性跌落程度不断减小, 残余应力和损伤变化率不断增大, 损伤演化曲线形状基本保持为 S型并向轴向应变减小方向移动。

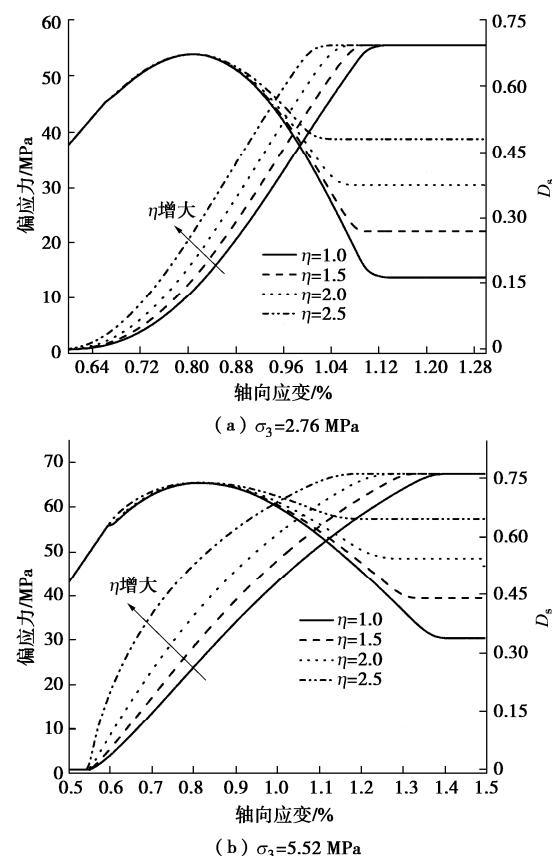


图 10 不同  $\eta$  下理论曲线变化规律( $\lambda=1$ )

Fig. 10 Variation of theoretical curves under different  $\eta$  ( $\lambda=1$ )

由此可知,  $\lambda$ ,  $\eta$  具有  $m$ ,  $F_0$  对轴向变形理论曲线以及损伤演化理论曲线的等效作用, 在  $m$ ,  $F_0$  保持不变的前提下可通过改变  $\lambda$ ,  $\eta$  的方式以达到模拟强度脆性跌落过程的目的, 表明参数引入量及其引入方式合理且可行。由于  $\lambda$ ,  $\eta$  对峰后理论曲线变化规律起控制作用, 而峰后变形特征表征指标主要指脆性指标和残余应力, 在此基础上可给出  $\lambda$  和  $\eta$  的确定方法。

表 2 不同  $\sigma_3$  下模型参数  $\lambda$  和  $\eta$

Table 2 Model parameters  $\lambda$  and  $\eta$  under different  $\sigma_3$

| $\sigma_3$ / MPa | $\lambda$ | $\eta$ |
|------------------|-----------|--------|
| 1.38             | 0.58      | 1.002  |
| 2.76             | 0.69      | 0.996  |
| 5.52             | 0.76      | 0.995  |
| 6.89             | 0.92      | 0.997  |

根据岩石脆性特征定量评价方法<sup>[19]</sup>, 峰后应力降绝对速率  $B_{pa}$  和峰后应力降相对速率  $B_{pr}$  可表示为

$$B_{pa} = (\sigma_{lc} - \sigma_r) / (\varepsilon_{lr} - \varepsilon_{lc}) , \quad (37)$$

$$B_{pr} = (\sigma_{lc} - \sigma_r) / \sigma_{lc} , \quad (38)$$

式中,  $\varepsilon_{lr}$  为轴向应力恰降至  $\sigma_r$  时的应变。于是考虑峰前与峰后变化特征的脆性指标  $B_n$  可建立为

$$B_n = B_{pr} \cdot \frac{2}{\pi} \arctan B_{pa} . \quad (39)$$

显然,  $B_n$  在 [0, 1] 变化, 脆性程度随  $B_n$  增大而增大, 于是根据式 (37) ~ (39) 可得

$$\varepsilon_{lr} = \varepsilon_{lc} + (\sigma_{lc} - \sigma_r) \tan^{-1} \frac{\pi B_n \sigma_{lc}}{2(\sigma_{lc} - \sigma_r)} . \quad (40)$$

由式 (1), (19) 可得偏应力恰跌至  $\sigma_r$  时  $F_s$ ,

$$F_s = E_d(\varepsilon_{lr} - \gamma) / (1 - \gamma) + (2\mu - \alpha)\sigma_3 - \kappa . \quad (41)$$

于是结合式 (23), (41) 可得  $\lambda$  的确定方法,

$$\lambda = \frac{1 - D_d}{1 - \exp \{ -[(E_d(\varepsilon_{lr} - \gamma) / (1 - \gamma) + (2\mu - \alpha)\sigma_3 - \kappa) / F_0]^m \}} . \quad (42)$$

由三轴压缩条件下岩石基本变形特征分析可得

$$\lim_{\varepsilon_l \rightarrow \varepsilon_{lr}} \sigma_l = \sigma_r . \quad (43)$$

于是将式 (26) 第三式代入式 (43) 可得  $\eta$  的确定方法, 即

$$\eta = \lambda / (1 - D_d) . \quad (44)$$

根据  $\lambda$  和  $\eta$  的确定方法可获取相应的参数, 见表 2, 然后, 将其代入式 (30) 可得不同  $\sigma_3$  作用下大理岩全应力-应变理论曲线, 见图 11, 可以看出: 本文模型和方法不仅能够较准确地反映围压效应, 也能够较准确地模拟出强度脆性跌落过程, 消除了已有模型峰后理论曲线变化的随机性, 较好地缓解了峰后变形理论曲线与试验数据的严重偏离程度, 从而表明本文模型和方法具有一定的合理性与可行性。

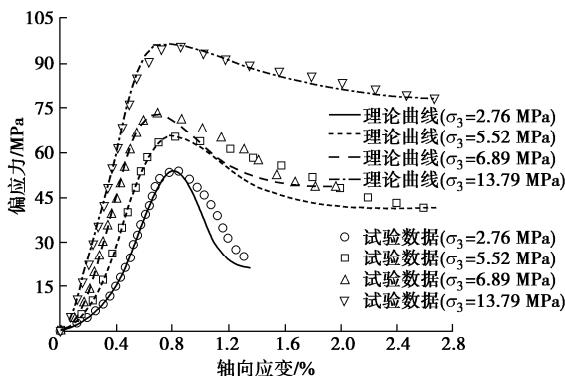


图 11 全应力-应变理论曲线与大理岩试验数据的比较

Fig. 11 Comparison between theoretical curves of complete stress-strain and test data of marble

## 6 结 论

(1) 岩石可视为由软物质和硬物质两种细观化材料的串联结构, 在此基础上建立了宏细观物质变形分析模型, 其中软物质服从负指数变形规律, 硬物质可根据统计损伤理论构建本构模型。

(2)  $m$ ,  $F_0$  能够使模型较准确地模拟轴向峰前变形过程, 但在模拟轴向峰后变形过程时带有强烈的随机性;  $\lambda$ ,  $\eta$  对轴向峰前变形理论曲线变化规律不起作用, 但对峰后变形理论曲线变化规律起控制作用, 具有  $m$ ,  $F_0$  对轴向变形理论曲线以及损伤演化理论曲线的等效作用。

(3) 建立了能够考虑围压效应和强度脆性跌落的脆性岩石全应力-应变曲线统计损伤模拟方法, 给出了参数的确定方法, 通过模型验证与分析表明本文模型和方法具有一定的合理性与可行性, 完善了岩石统计损伤本构理论。

## 参考文献:

- 陈 颖, 黄庭芳, 刘恩儒. 岩石物理学[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2009. (CHEN Yong, HUANG Ting-fang, LIU En-ru. Rock Physics[M]. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2009. (in Chinese))
- KRAJCINOVIC D, SILVA M A G. Statistical aspects of the continuous damage theory[J]. International Journal of Solids and Structures, 1982, 18(7): 551 – 562.
- ZHAO H, ZHANG C, CAO W G et al. Statistical meso-damage model for quasi-brittle rocks to account for damage tolerance principle[J]. Environmental Earth Sciences, 2016, 75(10): 1 – 12.
- JIANG H B, LI K N, HOU X B. Statistical damage model of rocks reflecting strain softening considering the influences of both damage threshold and residual strength[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2020, 13(7): 1 – 8.
- 曹文贵, 戴 篓, 张 超. 深部岩石统计损伤本构模型研究[J]. 水文地质工程地质, 2016, 43(4): 60 – 65. (CAO Wen-gui, DAI Li, ZHANG Chao. A study of statistical damage constitutive models for deep earth rocks[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, 43(4): 60 – 65. (in Chinese))
- 张慧梅, 谢祥妙, 彭 川, 等. 三向应力状态下冻融岩石损伤本构模型[J]. 岩土工程学报, 2017, 39(8): 1444 – 1452. (ZHANG Hui-mei, XIE Xiang-miao, PENG Chuan, et al. Constitutive model for damage of freeze-thaw rock under

- three-dimensional stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(8): 1444 – 1452. (in Chinese))
- [7] ZHU Z N, TIAN H, WANG R, et al. Statistical thermal damage constitutive model of rocks based on Weibull distribution[J]. Arabian Journal of Geosciences, 2021, **14**(6): 1-14.
- [8] 张 明, 王 菲, 杨 强. 基于三轴压缩试验的岩石统计损伤本构模型[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(11): 1965 – 1971. (ZHANG Ming, WANG Fei, YANG Qiang. Statistical damage constitutive model for rocks based on triaxial compression tests[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(11): 1965 – 1971. (in Chinese))
- [9] DENG J, GU D S. On a statistical damage constitutive model for rock materials[J]. Computers & Geosciences, 2011, **37**(2): 122 – 128.
- [10] 金俊超, 余成学, 尚朋阳. 基于 Hoek-Brown 准则的岩石应变软化模型研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(3): 939 – 951. (JIN Jun-chao, SHE Cheng-xue, SHANG Peng-yang. A strain-softening model of rock based on Hoek-Brown criterion[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(3): 939 – 951. (in Chinese))
- [11] ZHAO H, SHI C J, ZHAO M H, et al. Statistical damage constitutive model for rocks considering residual strength[J]. International Journal of Geomechanics, 2017, **17**(1): 04016033.
- [12] 刘齐建, 杨林德, 曹文贵. 岩石统计损伤本构模型及其参数反演[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(4): 616 – 621. (LIU Qi-jian, YANG Lin-de, CAO Wen-gui. Statistical damage constitutive model for rock and back analysis of its parameters[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(4): 616 – 621. (in Chinese))
- [13] 温 韬, 唐辉明, 马俊伟, 等. 考虑初始损伤和残余强度的岩石变形过程模拟[J]. 地球科学, 2019, **44**(2): 652 – 663. (WEN Tao, TANG Hui-ming, MA Jun-wei, et al. Deformation simulation for rock in consideration of initial damage and residual strength[J]. Earth Science, 2019, **44**(2): 652 – 663. (in Chinese))
- [14] CAO W G, TAN X, ZHANG C, et al. Constitutive model to simulate full deformation and failure process for rocks considering initial compression and residual strength behaviors[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2019, **56**(5): 649 – 661.
- [15] ROSENGREN K J, JAEGER J C. The mechanical properties of an interlocked low-porosity aggregate[J]. Géotechnique, 1968, **18**(3): 317 – 326.
- [16] 徐志英. 岩石力学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1993. (XU Zhi-ying. Rock Mechanics[M]. Beijing: China Water Power Press, 1993. (in Chinese))
- [17] ZHAO Y, LIU H H. An elastic stress-strain relationship for porous rock under anisotropic stress conditions[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, **45**(3): 389 – 399.
- [18] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. Engineering Geology, 2012, **143/144**: 1 – 17.
- [19] TARASOV B, POTVIN Y. Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, **59**: 57 – 69.

DOI: 10.11779/CJGE202205018

# 考虑干密度影响的压实黄土土水特征与渗透特性 试验研究

张 林<sup>1, 2</sup>, 李同录<sup>\*1, 2</sup>, 陈存礼<sup>3</sup>

(1. 长安大学地质工程与测绘学院, 陕西 西安 710054; 2. 黄土高原水循环与地质环境教育部野外科学观测研究站, 甘肃 正宁 745339;  
3. 西安理工大学岩土工程研究所陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

**摘要:** 为了研究干密度对压实黄土土水特征、渗透特性的影响, 用一维瞬时土柱渗透仪开展了不同干密度压实黄土的常水头渗透试验, 得到了入渗量、体积含水率、吸力时程线与土水特征曲线; 利用瞬态剖面法计算了非饱和渗透系数, 分别得到其与吸力和饱和度的关系曲线。结果表明: 干密度增大, 入渗量时程线趋于平缓, 吸力和体积含水率时程线转折点后移, 陡变段斜率增大, 其变化规律可用 5 个时间段进行描述; 水自试样底部流出稳定后, 不同干密度试样皆未完全饱和, 其最大饱和度随干密度增大而增大; 干密度增大, 土水特征曲线上移, 渗透性曲线规律性下移。基于试验结果, 分别建立了直接考虑干密度影响的土水特征和渗透性函数的归一化模型。

**关键词:** 干密度; 压实黄土; 渗透试验; 土水特征; 渗透性

中图分类号: TU411 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0945-09

作者简介: 张 林(1995—), 男, 博士研究生, 主要从事非饱和土渗流固结方面研究。E-mail: zhanglin0201@chd.edu.cn。

## Soil-water characteristics and permeability of compacted loess considering effects of dry density

ZHANG Lin<sup>1, 2</sup>, LI Tong-lu<sup>1, 2</sup>, CHEN Cun-li<sup>3</sup>

(1. College of Geological Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, China; 2. Water Cycle and Geological Environment Observation and Research Station for the Chinese Loess Plateau, Ministry of Education, Zhengning 745339, China;  
3. Shaanxi Provincial Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** In order to investigate the influences of dry density on the soil-water characteristics and permeability of compacted loess, a one-dimensional instantaneous soil column infiltration instrument is used to carry out the constant head infiltration tests on the compacted loess with different dry densities, and the time-history curves of infiltration volume, volumetric water content and suction and the soil-water characteristic curves at the monitoring section are obtained. The unsaturated permeability coefficient is calculated by the transient profile method, and the relationship curves among permeability coefficient, suction and saturation are drawn respectively. The research results show that as the dry density increases, the time-history curves of infiltration tend to be flat, the turning point curves of the time-history of suction and volumetric water content move back, and the slope of the steep change section increases. Five time periods can be used to describe the change law. After the water flow from the bottom of the soil column is stable, the samples are not fully saturated, and the saturation increases with the dry density. As the dry density increases, the soil-water characteristic curve moves upward as a whole, and the function curves of permeability coefficient move downward as a whole. Based on the test results, the normalized models for the soil-water characteristic and permeability curves that directly consider the influences of dry density are established respectively.

**Key words:** dry density; compacted loess; infiltration test; soil-water characteristic; permeability

## 0 引言

非饱和土由固、液、气 3 种相态物质组成, 任一相态改变皆会影响土体的渗透性。水的入渗使非饱和土颗粒间连接弱化, 强度降低, 这是导致地质灾害(滑

基金项目: 国家自然科学基金项目(41790442, 41772278, 41877242)

收稿日期: 2021-03-09

\*通信作者(E-mail: dcdgx08@chd.edu.cn)

表1 土样的基本物理性质指标  
Table 1 Basic physical properties of soil samples

| $G_s$ | 天然含水率 $w/\%$ | 天然干密度 $\rho_d$<br>$(\text{g} \cdot \text{cm}^{-3})$ | 液限 $w_L/\%$ | 塑限 $w_p/\%$ | 塑性指数 $I_p$ | 不均匀系数 $C_u$ | 曲率系数 $C_c$ | 颗粒组成/% |    |    |
|-------|--------------|---|-------------|-------------|------------|-------------|------------|--------|----|----|
| 2.70  | 6.2~8.2      | 1.3~1.4   | 24.9        | 16.5        | 8.4        | 2.58        | 1.27       | 28     | 58 | 14 |

坡、崩塌、泥流)的诱因之一。因此,研究非饱和土中水分入渗及渗透性规律是解决这些工程问题的关键。在入渗规律方面,王文焰等<sup>[1]</sup>提出了以湿润峰为基础的入渗模型,但实际工程中湿润峰不易被直接观测。在土水特征方面,用含水率、体积含水率或饱和度与基质吸力关系曲线<sup>[2-4]</sup>(SWCC)反映非饱和土的持水特性。测定手段主要有土柱渗水试验<sup>[1, 5-8]</sup>、非饱和土三轴试验<sup>[3, 4, 9-10]</sup>、压力板仪试验和离心机试验,其中三轴和压力板仪试验测试时间长,离心机试验所需费用大。渗透性曲线一般通过间接法<sup>[11-12]</sup>和直接法<sup>[5-10, 13-15]</sup>测定,间接法是通过土水特征曲线统计预测渗透系数,但只是粗略估计;直接法又分为稳态<sup>[9-10]</sup>和瞬态法<sup>[5-7, 13-15]</sup>,是一种通过试验直接获得非饱和土渗透系数的方法。其中,稳态法操作复杂、控制难度大、耗时长,而瞬态法操作简单、边界条件可控。胡海军等<sup>[15]</sup>对比了直接与间接测定方法的适用性,结果表明瞬态法适用性强,但对测距及土性要求较高。

工程建设中广泛涉及压实黄土,例如道路路基、建筑地基和人工填筑边坡等。大规模填土场实际上是一个很不均匀的场地,这将引起土体渗透性的差异,以至引起工后沉降。因此,研究干密度(压实度)对非饱和黄土渗透性的影响是当前的热点<sup>[16-21]</sup>。陈正汉等<sup>[16]</sup>最早在该方面展开研究,之后,赵彦旭等<sup>[20]</sup>和马亚维等<sup>[21]</sup>定性分析了干密度对非饱和土渗透系数的影响;姚志华等<sup>[17]</sup>、王铁行等<sup>[18]</sup>及张龙等<sup>[19]</sup>讨论了干密度对非饱和压实黄土渗流规律、渗透性的影响,将干密度的影响考虑进渗透模型中,但模型中拟合参数较多,不易推广。另外,由于工程环境限制,渗水问题常需进行室内试验,从试样尺寸方面考虑,土柱试样体积大,更具工程代表性<sup>[7]</sup>。

鉴于此,本文用一维瞬时土柱渗透仪<sup>[7]</sup>对不同干密度压实黄土开展常水头入渗试验,探究干密度对压实黄土入渗规律、土水特征及渗透性的影响。本次土柱渗水试验研究为不同干密度压实黄土渗流分析提供理论基础,也具有一定工程意义。

## 1 试验基本情况

### 1.1 试验土样及方案

土样取自兰州某基坑侧壁,深度约5 m,其基本

物理性质指标见表1。由表可知,所取土样为粉土( $I_p < 10$ )且级配不良<sup>[22]</sup>( $1 < C_c < 3$ 且 $C_u < 5$ )。同时根据标准击实试验,测定了土样的最优含水率 $w_{op}=18.7\%$ ,最大干密度 $\rho_{dmax}=1.66 \text{ g/cm}^3$ 。

本文所用试样皆为压实样。首先将风干后土样用木撵碾碎,过1 mm筛,测定筛下土样含水率。再根据制样含水率计算加水量,将土水搅拌均匀后密封,静置48 h,将制样含水率相差0.2%以内的散土用于制样。试样分7层压实,层间刮毛,每层干密度采用质量法进行控制,制成高350 mm,直径150 mm的土柱试样。

为了研究干密度对压实黄土土水特征和渗透性的影响,用一维瞬时土柱渗透仪对不同干密度试样进行常水头渗水试验。干密度分别为1.35(与天然干密度相近),1.43,1.50 g/cm<sup>3</sup>,制样含水率为8%(接近天然含水率),水头高度为50 mm。同时,对相同制样含水率下,干密度为1.35,1.50 g/cm<sup>3</sup>的三轴试样进行了分级增湿试验<sup>[10]</sup>,作为本试验的验证性试验。

### 1.2 试验仪器

一维瞬时土柱渗透仪主要由试验台架、土柱筒、竖向加载装置、马氏瓶、水分计、张力计、位移传感器及数据采集系统组成,如图1所示。

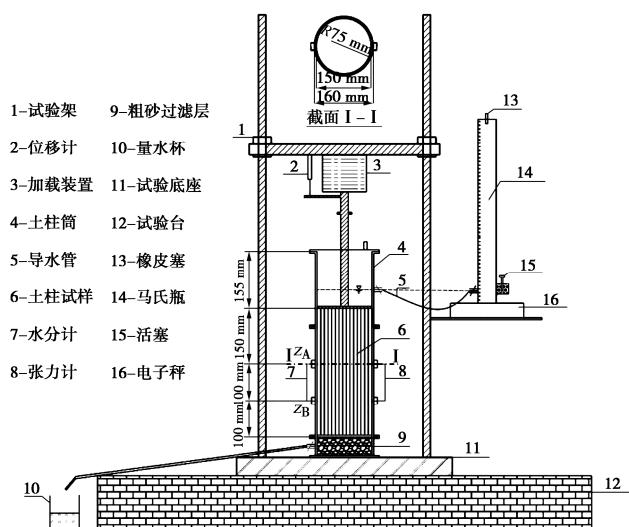


图1 一维瞬时土柱渗透仪示意图

Fig. 1 Schematic diagram of one-dimensional instantaneous soil column permeability instrument

张力计为陈锐等<sup>[23-24]</sup>研制的高量程张力计(量程

为 $0\sim 500 \text{ kPa}$ , 精度为 $\pm 5 \text{ kPa}$ ), 由国产通用型应变膜式压力传感器和 5 bar 进气值陶土板组成。压力传感器的应变膜片内外弹性变形系数相同, 输出电压变化量相同, 因此, 张力计可以在正压力范围标定, 然后外推到负压力范围使用。水分计为 MP406-B 型水分传感器, 量程为 $0\sim 100\%$ , 精度为 $\pm 1\%$ 。仪器其他部分性能详见文献[7]。通过接入张力计、水分计、位移传感器和电子秤, 测定渗水过程中土柱的吸力、体积含水率、位移和入渗量。

### 1.3 试验步骤

#### (1) 张力计的饱和及标定

##### a) 初始真空饱和

饱和前将两个张力计及饱和装置(原理图见图 2)放入 $35^\circ\text{C}$ 烘箱使其干燥。之后固定张力计于 A, B 腔中, 关闭 a, d 阀门, 打开 b, c 阀门, 抽真空 1 h。然后将装置竖立, 打开 a 阀门使无气水流 A, B 腔体直至水通过 c 阀门, 关闭 a 阀门继续抽真空 30 min, 再打开 a 阀门使水流流入腔体, 重复该过程 3 次, 使无气水充满陶土板孔隙及小水腔, 达到初步饱和。

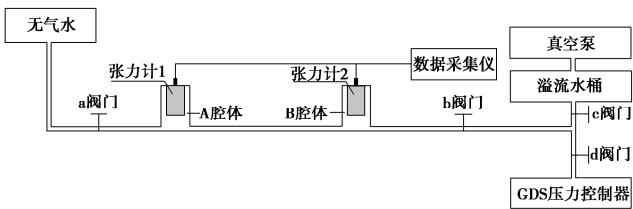


图 2 张力计饱和原理图

Fig. 2 Schematic diagram for saturating tensiometer

##### b) 预压循环

为了排除初始真空饱和后残留的气泡, 还需进行预压循环。关闭 a, c 阀门, 打开 b, d 阀门, 用量程为 $0\sim 3 \text{ MPa}$  的 GDS 压力控制器给 A, B 腔体分级循环加压, 并用数据采集仪记录每一级的输出电压, 重复循环加压过程直至输出电压与加卸载压力关系线重合。将最后一次加压循环作为张力计的标定, 图 3 为正压力范围内张力计的输出电压与压力的关系直线, 可外推到负压力范围, 作为张力计测量吸力的标定。

#### (2) 制样及传感器安装

按如上所述方法制备土柱试样, 分 7 层压实, 每层 $50 \text{ mm}$ , 于第 2 层(距底部 $100 \text{ mm}$ )和第 4 层(距底部 $200 \text{ mm}$ )水平对称安装水分计和张力计。水分计于制样过程中安装, 而张力计于制样完成后用钻孔法安装。水分计、张力计与土柱筒接口皆做密封处理。

#### (3) 常水头渗水

在马氏瓶中灌满无气水, 调整活塞位置与试验水头水平。待传感器读数稳定后, 先从土柱顶部迅速加

水至试验水头, 再打开活塞, 保证试验水头稳定。用保鲜膜遮挡土柱顶部防止蒸发。入渗时, 数据采集系统每分钟储存一次入渗量、体积含水率和吸力值。

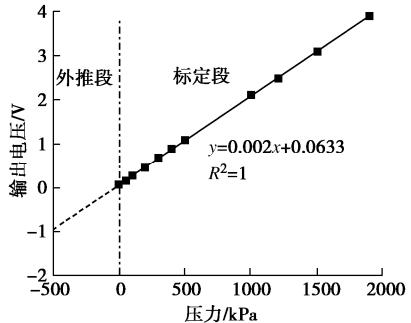


图 3 输出电压与压力关系

Fig. 3 Relationship between output voltage and stress

#### (4) 拆样

水渗至土柱底部并形成稳定渗流后, 渗水试验结束。关闭马氏瓶阀门, 去掉保鲜膜, 上移竖向加载装置, 取下土柱, 自上而下逐层卸下水分计、张力计, 于不同深度取环刀样并测其含水率和干密度, 用于校正 $z_A, z_B$  截面体积含水率测量值。

由于篇幅所限, 验证性试验所用非饱和土三轴仪的功能及操作步骤不再赘述, 具体详见文献[11]。

## 2 试验结果及分析

### 2.1 干密度对入渗量时程曲线的影响

图 4 为不同干密度压实黄土的入渗量 $Q$  时程线, 由图可知: 入渗初期(前 25 min), 各干密度下的入渗量时程线增长较快, 且基本重合; 之后, 随着干密度增大, 时程线分化并且向下偏移; 入渗后期, 时程线趋于平缓。同时可以看出, 随干密度增大, 达到同一入渗量所需时间明显增长。

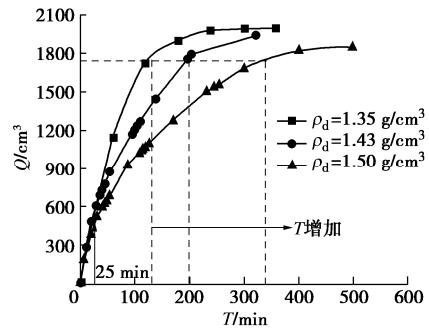


图 4 干密度对入渗量时程曲线的影响

Fig. 4 Influences of dry density on time-history curve of infiltration

### 2.2 干密度对体积含水率和吸力时程曲线的影响

截面 $z_A, z_B$  处体积含水率 $\theta$  及吸力 $\Psi$  与时间 $T$  的关系曲线如图 5, 6 所示。

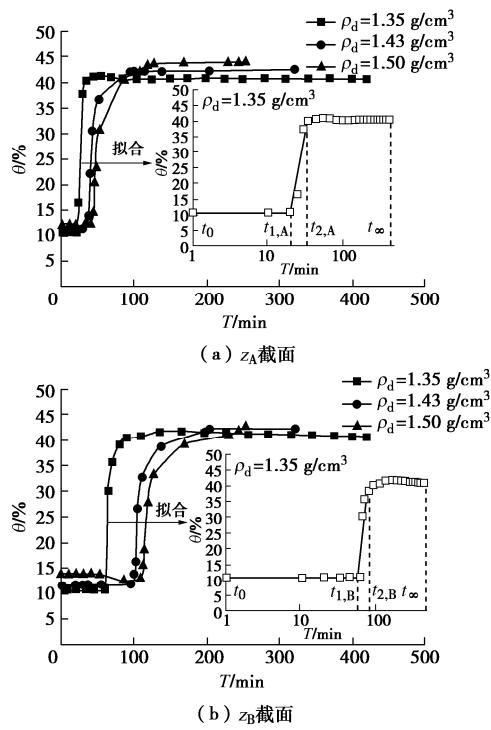


图 5 干密度对体积含水率时程曲线的影响

Fig. 5 Influences of dry density on time-history curve of volumetric water content

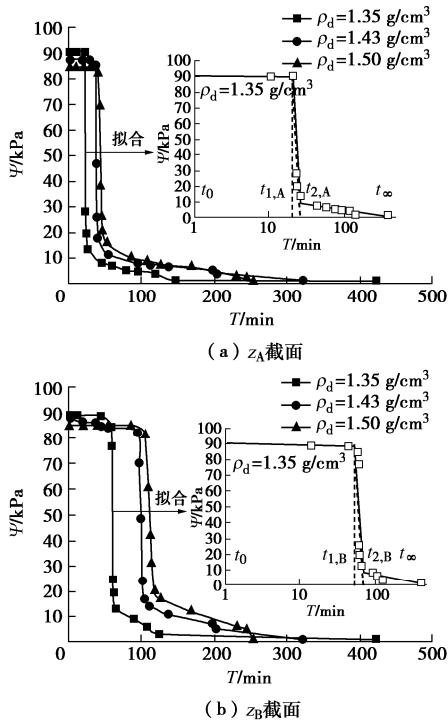


图 6 干密度对吸力时程曲线的影响

Fig. 6 Influences of dry density on time-history curve of suction

(1) 水渗至  $z_A$ ,  $z_B$  截面前, 体积含水率和吸力不变; 水分经过  $z_A$ ,  $z_B$  截面后, 体积含水率和吸力时程线皆先陡变后缓变, 随干密度增大, 陡变程度减小, 历时愈长, 且  $z_A$  截面较  $z_B$  截面变化快。

(2) 入渗时  $z_A$ ,  $z_B$  截面体积含水率和吸力时程线皆可三段式线性拟合(图 5, 6), 得到曲线的特征时间  $t_0$ ,  $t_{1,A}$ ,  $t_{2,A}$ ,  $t_{1,B}$ ,  $t_{2,B}$ ,  $t_\infty$ 。 $t_0$  指初始入渗时刻;  $t_{1,A}$ ,  $t_{2,A}$  分别指  $z_A$  截面吸力(体积含水率)时程线第一和第二转折点对应的时刻;  $t_{1,B}$ ,  $t_{2,B}$  分别指  $z_B$  截面吸力(体积含水率)时程线第一和第二转折点对应的时刻;  $t_\infty$  指  $z_A$ ,  $z_B$  截面吸力接近 0 的时刻。

(3) 将吸力时程线划分为 5 个时间段:  $t_0 \rightarrow t_{1,A}$  段, 水自土柱顶面渗至  $z_A$  截面之前,  $z_A$ ,  $z_B$  截面吸力不变;  $t_{1,A} \rightarrow t_{2,A}$  段,  $z_A$  截面吸力陡降;  $t_{2,A} \rightarrow t_{1,B}$  段,  $z_A$  截面吸力逐渐减小,  $z_B$  截面吸力基本不变;  $t_{1,B} \rightarrow t_{2,B}$  段,  $z_A$  截面吸力缓慢减小,  $z_B$  截面吸力陡降;  $t_{2,B} \rightarrow t_\infty$  段,  $z_A$ ,  $z_B$  截面吸力趋于 0 kPa。体积含水率时程线也可作类似划分。

### 2.3 干密度对压实黄土增湿土水特征的影响

(1) 土柱渗水试验中张力计测试结果可靠性的验证

图 7 是对干密度为 1.35, 1.50 g/cm<sup>3</sup> 试样进行的土柱渗水与三轴分级增湿试验得到由饱和度  $S_r$  与吸力  $\Psi$  关系曲线。结果显示: 两种试验得到的土水特征曲线规律一致, 且分布在很窄的范围内, 反映出土柱渗水试验中张力计及水分计测试结果的可靠性。

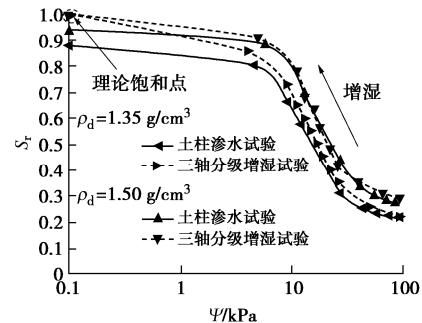
图 7 不同试验方法  $S_r$ - $\Psi$  关系对比

Fig. 7 Comparison of relationships between  $S_r$  and  $\Psi$  by different test methods

另外, 从已有文献[10, 17, 25~29]查找了土水特征曲线中含水率 8% 时对应的吸力值, 汇总于表 2。

a) 干密度相近时, 文献[25~28]中含水率 8% 时黄土吸力值在 60~80 kPa 内, 与本文吸力值 90 kPa 接近, 而文献[10, 17, 29]中吸力值皆大于 150 kPa, 较本文吸力值大。

b) 从黄土颗粒组成来看, 本文及文献[25~27]中黄土的粗粒(粒径 > 0.075 mm)含量大于 8%, 高于文献[10, 29], 因此含水率 8% 时的吸力值相对较小。

c) 以塑性指数可以把粉黄土分为砂质粉黄土( $6 \leq I_p < 9$ ), 粉质黄土( $9 \leq I_p < 15$ ) 和黏质粉黄土( $15 \leq I_p < 17$ )<sup>[30]</sup>。本文与文献[28]中黄土的  $I_p$  值分别为 8.4

表 2 含水率 8%时黄土的物理性质及吸力对比  
Table 2 Comparison of physical properties and suctions of loess with water content of 8%

| 文献                             | 取样地  | $w_L$<br>/% | $w_P$<br>/% | $I_p$ | 颗粒组成/%    |                |           | $\rho_d$<br>$/(g \cdot cm^{-3})$ | 含水率 8%对应<br>的吸力值/kPa |
|--------------------------------|------|-------------|-------------|-------|-----------|----------------|-----------|----------------------------------|----------------------|
|                                |      |             |             |       | >0.075 mm | 0.075~0.005 mm | ≤0.005 mm |                                  |                      |
| 本文                             | 兰州   | 24.9        | 16.5        | 8.4   | 28.00     | 58.00          | 14.0      | 1.35                             | 90                   |
| Hou Xiao-kun 等 <sup>[25]</sup> | 兰州   | 27.5        | 18.3        | 9.2   | 16.00     | 68.00          | 16.0      | 1.35                             | 80                   |
| 邵显显 <sup>[26]</sup>            | 兰州   | 27.5        | 18.0        | 9.5   | 8.00      | 75.00          | 17.0      | 1.37                             | 70                   |
| 蔡国庆等 <sup>[27]</sup>           | 山西阳城 | 24.0        | 12.8        | 11.2  | 16.79     | 64.01          | 19.2      | 1.40                             | 70                   |
| 孙永斌等 <sup>[28]</sup>           | 河南灵宝 | 23.8        | 16.5        | 7.3   | —         | —              | —         | 1.36                             | 80                   |
| 张登飞等 <sup>[10]</sup>           | 西安   | 30.9        | 19.8        | 11.1  | 4.00      | 73.00          | 23.0      | 1.28                             | 大于 200               |
| 姚志华等 <sup>[17]</sup>           | 兰州   | 28.7        | 17.6        | 11.1  | —         | —              | —         | 1.28                             | 180                  |
| 江耀 <sup>[29]</sup>             | 兰州   | 27.8        | 17.7        | 10.1  | 0.45      | 84.55          | 15.0      | 1.43                             | 160                  |

和 7.3, 属于砂质粉黄土, 其吸力值相当, 而文献[10, 29]中黄土  $I_p$  分别为 11.1 和 10.1, 吸力值较本文大。文献[27]中黄土的  $I_p$  值大但粗粒占比也较大, 使得吸力值相对偏小。

表 2 对比结果进一步验证了本文土柱渗水试验中所用张力计的测试结果是可靠的。

### (2) 不同干密度压实黄土的增湿土水特征

$z_A$  截面处, 不同干密度下由饱和度  $S_r$  与吸力  $\Psi$  关系表征的土水特征曲线如图 8 所示。

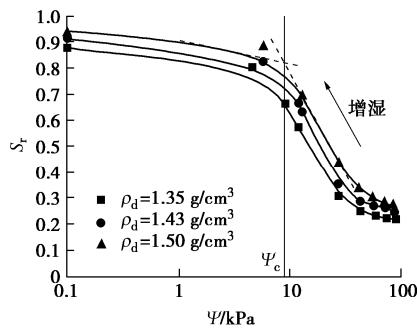


图 8 不同干密度下的  $S_r - \Psi$  关系曲线

Fig. 8 Relationship curves of  $S_r - \Psi$  under different dry densities

a)  $S_r - \Psi$  关系曲线可分为两个阶段。第一阶段为陡变段, 饱和度和基质吸力皆有较大变化; 第二阶段为饱和段, 饱和度变化趋于稳定, 吸力趋近 0 kPa。脱气吸力值  $\Psi_c$  用陡变段与饱和段的切线交点表示。

b) 随干密度增大, 曲线整体上移。干密度对  $S_r - \Psi$  曲线规律影响很小, 对  $\Psi_c$  影响较大, 这与赵天宇<sup>[31]</sup>的研究结果一致。因此建立  $\Psi_c$  与  $\rho_d$  关系以反映干密度对  $S_r - \Psi$  关系曲线的影响, 如图 9, 其表达式为

$$\Psi_c = C_1 + C_2 \rho_d \quad (1.35 \text{ g/cm}^3 < \rho_d < 1.50 \text{ g/cm}^3), \quad (1)$$

式中,  $C_1$ ,  $C_2$  为土性参数。对于本文,  $C_1=-30.99$ ,  $C_2=26.63$ 。

c) 与理论不同的是,  $z_A$  截面处不同干密度试样皆未达到完全饱和, 这与马田田等<sup>[32]</sup>的研究结果一致。将不同干密度下试样能够达到的最大饱和度用  $S_{r\max}$

表示, 随着干密度增大,  $S_{r\max}$  增加。

### (3) 不同干密度压实黄土增湿土水特征的描述

不同干密度下  $S_r - \Psi/\Psi_c$  关系曲线如图 10 所示。由图可知, 在饱和度 0.22~0.94, 不同干密度试验点分布在很窄的范围, 可近似归一, 其表达式为

$$S_r = a \cdot \exp[\psi / (b \Psi_c)] + c, \quad (2)$$

式中,  $a$ ,  $b$ ,  $c$  为拟合参数。对于本文,  $a=0.766$ ,  $b=-2.88$ ,  $c=0.22$ ,  $c$  值为  $\rho_d=1.35 \text{ g/cm}^3$  时的初始饱和度。

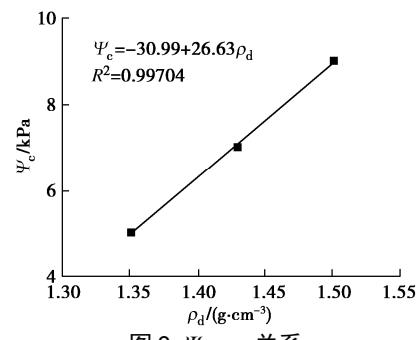


图 9  $\Psi_c - \rho_d$  关系

Fig. 9 Relationship of  $\Psi_c - \rho_d$

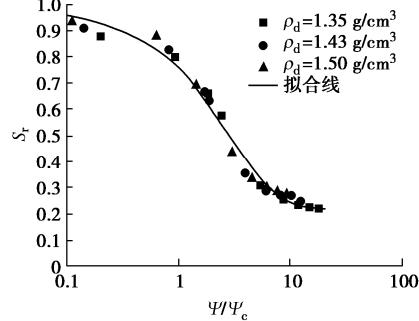


图 10 不同干密度下  $S_r - \Psi/\Psi_c$  归一化曲线

Fig. 10 Normalized curves of  $S_r - \Psi/\Psi_c$  under different dry densities

将式(1)代入式(2), 得土水特征归一化模型:

$$S_r = a \cdot \exp[\psi / (b(C_1 + C_2 \rho_d))] + c. \quad (3)$$

### 2.4 干密度对压实黄土渗透特性的影响

#### (1) 渗透系数计算方法<sup>[5, 7]</sup>

以  $z_A$ ,  $z_B$  截面吸力和体积含水率时程线作为计算

渗透系数的基础。假定体积含水率由  $z_A$ ,  $z_B$  测点线性外推获得<sup>[5]</sup>, 如图 11。沿  $z$  方向的连续性方程为

$$\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\partial \theta}{\partial t}, \quad (4)$$

对式(4)进行积分可得

$$\int_{z_{ave}}^{z_0} \frac{\partial v}{\partial z} dz = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_{ave}}^{z_0} \partial \theta dz, \quad (5)$$

式中,  $z_{ave} = (z_A + z_B)/2$ 。

式(5)可近似写为

$$v_{z_0, t_{ave}} - v_{z_{ave}, t_{ave}} = -\frac{\Delta V}{\Delta t}, \quad (6)$$

式中,  $v_{z_0, t_{ave}}$ ,  $v_{z_{ave}, t_{ave}}$  为  $t_{ave}$  ( $t_{ave} = (t_1 + t_2)/2$ ) 时刻土柱顶面和  $z=z_{ave}$  截面的水流速率,  $\Delta V$  为图 11 中  $V_A$  与  $V_B$  的梯形面积之和,  $v_{z_0, t_{ave}}$  通过马氏瓶入渗量与时间关系函数求导确定(图 12),

$$v_{z_0, t_{ave}} = -\frac{dQ}{dt}. \quad (7)$$

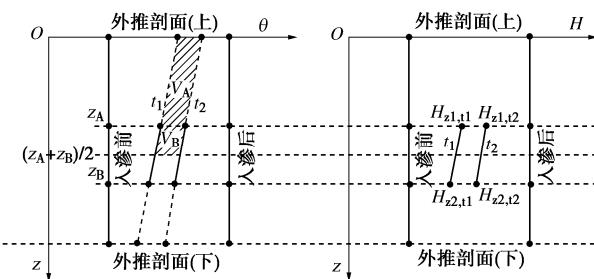


图 11 在  $t_1$  与  $t_2$  时刻任意截面典型的体积含水率与水头分布

Fig. 11 Typical volumetric moisture content and head distribution of soil column at any section at time  $t_1$  and  $t_2$

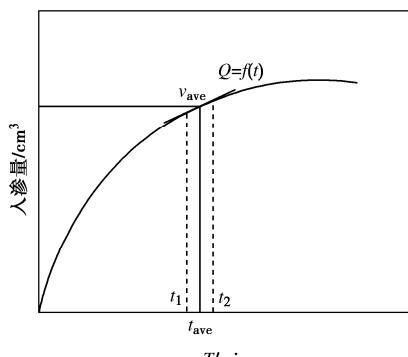


图 12  $Q-T$  关系曲线

Fig. 12 Relationship curve of  $Q-T$

水力梯度  $i_{z_{ave}, t_{ave}}$  可通过中心差分法确定, 即

$$i_{z_{ave}, t_{ave}} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{H_{B, t_1} - H_{A, t_1}}{z_{B, t_1} - z_{A, t_1}} \right) + \left( \frac{H_{B, t_2} - H_{A, t_2}}{z_{B, t_2} - z_{A, t_2}} \right) \right] \\ = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\psi_{B, t_1} - \psi_{A, t_1}}{(z_{B, t_1} - z_{A, t_1})\gamma_w} \right) + \left( \frac{\psi_{B, t_2} - \psi_{A, t_2}}{(z_{B, t_2} - z_{A, t_2})\gamma_w} \right) \right] - 1, \quad (8)$$

式中,  $H$  为水头高度,  $z$  为截面位置,  $\psi$  为吸力,  $\gamma_w$  为水的重度。根据达西定律, 即可确定出在  $t_{ave}$  时刻在截面  $z_{ave}$  处对应的渗透系数为

$$k_{z_{ave}, t_{ave}} = \frac{v_{z_{ave}, t_{ave}}}{i_{z_{ave}, t_{ave}}} \\ = \frac{2}{\left( \frac{\psi_{B, t_1} - \psi_{A, t_1}}{(z_{B, t_1} - z_{A, t_1})\gamma_w} \right) + \left( \frac{\psi_{B, t_2} - \psi_{A, t_2}}{(z_{B, t_2} - z_{A, t_2})\gamma_w} \right)} \left( \frac{dQ}{dt} + \frac{\Delta V}{\Delta t} \right). \quad (9)$$

## (2) 渗透系数与饱和度关系及其描述

不同干密度下渗透系数  $k_w$  与饱和度  $\bar{S}_r$  (( $z_A+z_B$ )/2 截面对应的饱和度) 关系曲线如图 13 所示。

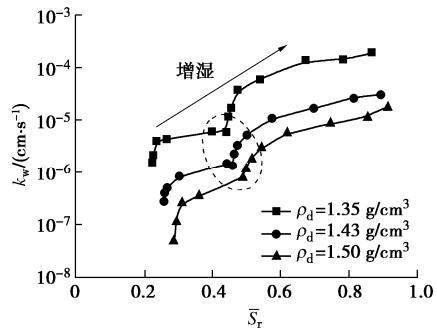


图 13 不同干密度下的  $k_w - \bar{S}_r$  关系曲线

Fig. 13 Relationship curves of  $k_w - \bar{S}_r$  under different dry densities

a) 非饱和土渗透系数随饱和度增大非线性增加; 干密度增大,  $k_w - \bar{S}_r$  曲线整体下移, 表明干密度对渗透系数有明显影响。由于  $\bar{S}_r$  取  $z_A$  与  $z_B$  截面饱和度的平均值, 使  $k_w - \bar{S}_r$  关系曲线产生分段变化的假象。

b) 干密度 1.35, 1.43, 1.50 g/cm<sup>3</sup> 试样的最大渗透系数  $k_s$  分别为  $1.93 \times 10^{-4}$ ,  $3.04 \times 10^{-5}$ ,  $1.74 \times 10^{-5}$  cm/s。与用南水 55 型渗透仪进行的变水头试验得到的 3 个密度饱和渗透系数  $2.52 \times 10^{-4}$ ,  $3.77 \times 10^{-5}$ ,  $2.11 \times 10^{-5}$  cm/s 数值相近, 表明土柱渗水试验所得渗透系数具有可靠性。

c) 相对渗透系数  $k_{rw}$  ( $k_w/k_s$ ) 与  $\bar{S}_r$  关系见图 14, 数据点分布范围较窄, 可近似归一,

$$k_{rw} = \left\{ 1 + \left[ \alpha_L (1 - \bar{S}_r) \right]^{n_L} \right\}^{-m_L}, \quad (10)$$

式中,  $\alpha_L$ ,  $n_L$ ,  $m_L$  为拟合参数。对于本文,  $\alpha_L=0.8$ ,  $n_L=2.3$ ,  $m_L=19$ 。

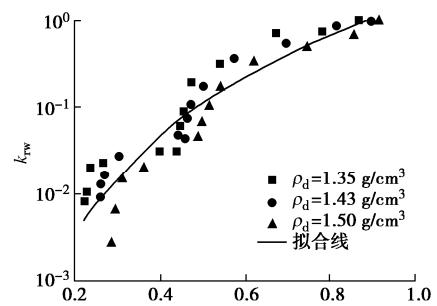


图 14  $k_{rw} - \bar{S}_r$  归一化曲线

Fig. 14 Normalized curves of  $k_{rw} - \bar{S}_r$

进一步建立不同干密度最大渗透系数 $k_s$ 与干密度 $\rho_d$ 的关系, 如图 15。两者呈指数关系:

$$k_s = D_1 + D_2 \cdot e^{D_3 \rho_d} \quad (1.35 \text{ g/cm}^3 < \rho_d < 1.50 \text{ g/cm}^3), \quad (11)$$

式中,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  为拟合参数。对于本文,  $D_1=1.5924 \times 10^{-5}$ ,  $D_2=9.67 \times 10^{14}$ ,  $D_3=-31.958$ 。

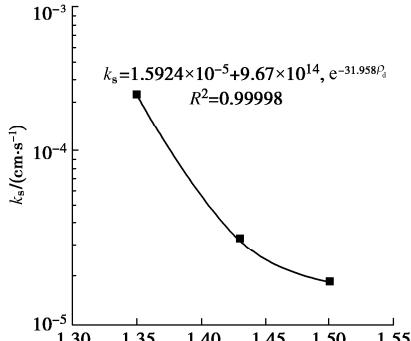


图 15  $k_s - \rho_d$  关系

Fig. 15 Relationship of  $k_s - \rho_d$

将式(11)代入式(10), 得到归一化渗透性函数 $k_w(\rho_d, \bar{\psi})$ :

$$k_w = (D_1 + D_2 \cdot e^{D_3 \rho_d}) \times \left\{ 1 + \left[ \alpha_L (1 - \bar{S}_r) \right]^{m_L} \right\}^{-m_L}. \quad (12)$$

### (3) 渗透系数与吸力关系及其描述

不同干密度下渗透系数 $k_w$ 与吸力 $\bar{\psi}$  ( $(z_A+z_B)/2$  截面对应的吸力) 关系曲线如图 16。

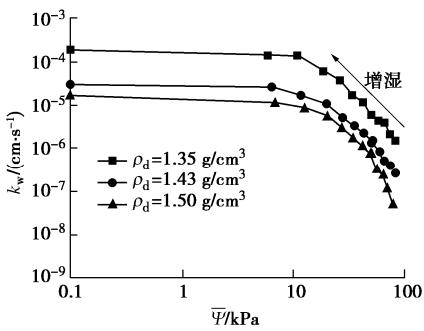


图 16 不同干密度下的  $k_w - \bar{\psi}$  关系曲线

Fig. 16 Relationship curves of  $k_w - \bar{\psi}$  under different dry densities

a) 增湿初期, 试样吸力最大, 随着吸力减小, 渗透系数增大。当吸力到达脱气吸力值时, 渗透系数趋于稳定; 吸力进一步减小时, 试样接近完全饱和, 此时渗透系数最大。

b) 随着干密度增大,  $k_w - \bar{\psi}$  关系曲线下移, 且干密度对曲线的影响程度减弱。同样地, 如图 17 所示, 相对渗透系数 $k_{rw}$ 与 $\bar{\psi}$ 的试验点也分布在很窄范围内, 可近似归一, 可用 Gardner<sup>[33]</sup>提出的模型描述:

$$k_{rw} = \frac{1}{1 + a_s \bar{\psi}^{-n_s}}, \quad (13)$$

式中,  $a_s$ ,  $n_s$  为拟合参数。对于本文研究的压实黄土,

$a_s=0.001$ ,  $n_s=2.6$ 。将式(11)代入式(13), 得到归一化渗透性函数 $k_w(\rho_d, \bar{\psi})$ :

$$k_w = \frac{D_1 + D_2 \cdot e^{D_3 \rho_d}}{1 + a_s \bar{\psi}^{-n_s}}. \quad (14)$$

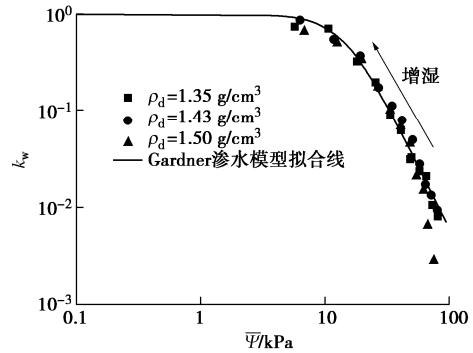


图 17  $k_w - \bar{\psi}$  归一化曲线

Fig. 17 Normalized curves of  $k_w - \bar{\psi}$

## 3 结 论

本文用一维瞬时土柱渗透仪对不同干密度压实黄土进行了常水头入渗试验, 得到 3 点结论。

(1) 随着干密度增大, 入渗量时程线趋于平缓, 渗水时间增长, 吸力与体积含水率时程线转折点后移, 陡变段减缓。

(2) 随干密度增大, 用饱和度与吸力关系表征的增湿土水特征曲线上移。干密度对土水特征的影响主要反映在脱气吸力值上, 对吸力进行规格化处理, 建立了考虑干密度影响的归一化土水特征模型。

(3) 随干密度增大, 渗透性曲线下移, 干密度的影响程度逐渐减弱。干密度对渗透性函数的影响主要反映在最大渗透系数上, 对非饱和渗透系数规格化处理, 建立了考虑干密度影响的归一化渗透性函数模型。

本文试验得到的不同干密度压实黄土土水特征和渗透性函数归一化模型, 可在试验干密度范围内预测非饱和黄土的土水特征和渗透性函数, 为相关数值分析及渗流理论提供试验基础, 但其广泛适用性还需进一步验证。

## 参考文献:

- [1] 王文焰, 汪志荣, 王全九, 等. 黄土中 Green-Ampt 入渗模型的改进与验证[J]. 水利学报, 2003, 34(5): 30–34. (WANG Wen-yan, WANG Zhi-rong, WANG Quan-jiu, et al. Improvement and evaluation of the Green-Ampt model in loess soil[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, 34(5): 30–34. (in Chinese))
- [2] 朱青青, 苗强强, 陈正汉, 等. 考虑基质势影响的非饱和土水分运移规律测试系统研制[J]. 岩土工程学报, 2016,

- [38]**(增刊 2): 240 - 244. (ZHU Qing-qing, MIAO Qiang-qiang, CHEN Zheng-han, et al. Development of test system for unsaturated soil water movement law considering influence of matrix potential[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(S2): 240 - 244. (in Chinese))
- [3]**高 游, 孙德安. 单峰和双峰土水特征曲线基本参数的确定[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(10): 1884 - 1891. (GAO You, SUN De-an. Determination of basic parameters of unimodal and bimodal soil water characteristic curves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(10): 1884 - 1891. (in Chinese))
- [4]**陈存礼, 褚 峰, 李雷雷, 等. 侧限压缩条件下非饱和原状黄土的土水特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(3): 610 - 615. (CHEN Cun-li, CHU Feng, LI Lei-lei, et al. Soil-water characteristics of unsaturated undisturbed loess under confined compression condition[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(3): 610 - 615. (in Chinese))
- [5]**LEUNG A K, COO J L, NG C W W, et al. New transient method for determining soil hydraulic conductivity function[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2016, **53**(8): 1332 - 1345.
- [6]**王 红, 李同录, 付昱凯. 利用瞬态剖面法测定非饱和黄土的渗透性曲线[J]. 水利学报, 2014, **45**(8): 997 - 1003. (WANG Hong, LI Tong-lu, FU Yu-kai. Determining permeability function of unsaturated loess by using instantaneous profile method[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014, **45**(8): 997 - 1003. (in Chinese))
- [7]**张 林, 张登飞, 陈存礼, 等. 考虑竖向附加应力作用的一维垂直土柱仪研制与应用[J]. 水文地质工程地质, 2020, **47**(2): 112 - 119. (ZHANG Lin, ZHANG Deng-fei, CHEN Cun-li, et al. Research and application of stress-controllable soil column instrument[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2020, **47**(2): 112 - 119. (in Chinese))
- [8]**张 林, 张登飞, 陈存礼, 等. 竖向压力作用下重塑黄土土柱压缩湿陷及渗水试验研究[J]. 水利学报, 2019, **50**(10): 1214 - 1221. (ZHANG Lin, ZHANG Deng-fei, CHEN Cun-li, et al. Experimental study on compression collapsibility and infiltration of remolded loess soil column under vertical pressure[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2019, **50**(10): 1214 - 1221. (in Chinese))
- [9]**张登飞, 陈存礼, 陈 惠, 等. 三轴应力条件下原状黄土的吸湿渗水特性[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(增刊 1): 45 - 50. (ZHANG Deng-fei, CHEN Cun-li, CHEN Hui, et al. Wetting permeability of intact loess under triaxial stress conditions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(S1): 45 - 50. (in Chinese))
- [10]**张登飞, 陈存礼, 张 洁, 等. 等向应力条件下非饱和原状黄土增湿渗水特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(3): 431 - 440. (ZHANG Deng-fei, CHEN Cun-li, ZHANG Jie, et al. Experimental study on wetting water permeability of unsaturated intact loess under isotropic stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40**(3): 431 - 440. (in Chinese))
- [11]**FREDLUND D G, XING A Q, HUANG S Y. Predicting the permeability function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 533 - 546.
- [12]**李 萍, 李同录, 王 红, 等. 非饱和黄土土-水特征曲线与渗透系数 Childs & Collis-Geroge 模型预测[J]. 岩土力学, 2013, **34**(增刊 2): 184 - 189. (LI Ping, LI Tong-lu, WANG Hong, et al. Soil-water characteristic curve and permeability prediction on Childs & Collis-Geroge model of unsaturated loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2013, **34**(S2): 184 - 189. (in Chinese))
- [13]**NG C W W, LEUNG A K. Measurements of drying and wetting permeability functions using a new stress-controllable soil column[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2012, **138**(1): 58 - 68.
- [14]**LI X, ZHANG L M, FREDLUND D G. Wetting front advancing column test for measuring unsaturated hydraulic conductivity[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**(12): 1431 - 1445.
- [15]**胡海军, 李常花, 崔玉军, 等. 增湿情况重塑黄土非饱和渗透系数的测定方法研究[J]. 水利学报, 2018, **49**(10): 1216 - 1226. (HU Hai-jun, LI Chang-hua, CUI Yu-jun, et al. Research on the determination of permeability coefficient of unsaturated remolded loess under wetting condition[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2018, **49**(10): 1216 - 1226. (in Chinese))
- [16]**陈正汉, 谢定义, 王永胜. 非饱和土的水气运动规律及其工程性质研究[J]. 岩土工程学报, 1993, **15**(3): 9 - 20. (CHEN Zheng-han, XIE Ding-yi, WANG Yong-sheng. Experimental studies of laws of fluid motion, suction and pore pressures in unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, **15**(3): 9 - 20. (in Chinese))
- [17]**姚志华, 陈正汉, 黄雪峰, 等. 非饱和原状和重塑  $Q_3$  黄土渗水特性研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(6): 1020 - 1027. (YAO Zhi-hua, CHEN Zheng-han, HUANG Xue-feng, et al. Hydraulic conductivity of unsaturated undisturbed and remolded  $Q_3$  loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(6): 1020 - 1027. (in Chinese))

- [18] 王铁行, 卢靖, 张建锋. 考虑干密度影响的人工压实非饱和黄土渗透系数的试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(11): 2364–2368. (WANG Tie-hang, LU Jing, ZHANG Jian-feng. Experimental study on permeability coefficient of artificially compacted unsaturated loess considering influence of density[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(11): 2364–2368. (in Chinese))
- [19] 张龙, 陈正汉, 虞胜霞, 等. 延安某工地填土的渗水和持水特性研究[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊1): 183–188. (ZHANG Long, CHEN Zheng-han, HU Sheng-xia, et al. Seepage and water retention characteristics of fill in a construction site in Yan'an[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S1): 183–188. (in Chinese))
- [20] 赵彦旭, 张虎元, 吕擎峰, 等. 压实黄土非饱和渗透系数试验研究[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1809–1812. (ZHAO Yan-xu, ZHANG Hu-yuan, LÜ Qing-feng, et al. Experimental study of unsaturated permeability coefficient of compacted loess[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(6): 1809–1812. (in Chinese))
- [21] 马亚维, 谌文武, 毕骏, 等. 干密度对黄土渗透系数的影响[J]. 岩土工程学报, 2018, 40(增刊1): 165–170. (MA Ya-wei, CHEN Wen-wu, BI Jun, et al. Influence of dry density on coefficient of permeability of unsaturated loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, 40(S1): 165–170. (in Chinese))
- [22] 土的工程分类标准: GB/T 50145—2007[S]. 2008. (Standard for Engineering Classification of Soil: GB/T 50145—2007[S]. 2008. (in Chinese))
- [23] 陈锐, 陈中奎, 张敏, 等. 新型高量程张力计在吸力量测中的应用[J]. 水利学报, 2013, 44(6): 743–747, 755. (CHEN Rui, CHEN Zhong-kui, ZHANG Min, et al. Applications of a high-capacity tensiometer for direct measurement of suction[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, 44(6): 743–747, 755. (in Chinese))
- [24] CHEN R, LIU J, LI J H, et al. An integrated high-capacity tensiometer for measuring water retention curves continuously[J]. Soil Science Society of America Journal, 2015, 79(3): 943–947.
- [25] HOU X K, QI S W, LI T L, et al. Microstructure and soil-water retention behavior of compacted and intact silt loess[J]. Engineering Geology, 2020, 277: 105814.
- [26] 邵显显. 黄土非饱和增湿变形特性研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2018. (SHAO Xian-xian. Wetting-Induced Deformation Behavior of Loess Soil[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2018. (in Chinese))
- [27] 蔡国庆, 韩博文, 杨雨, 等. 砂质黄土-水特征曲线的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2020, 42(增刊1): 11–15. (CAI Guo-qing, HAN Bo-wen, YANG Yu, et al. Experimental study on soil-water characteristic curves of sandy loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, 42(S1): 11–15. (in Chinese))
- [28] 孙永斌, 武小鹏, 于雪飞. 原状黄土-水特征曲线研究[J]. 兰州工业学院学报, 2015, 22(6): 31–35. (SUN Yong-Bin, WU Xiao-peng, YU Xue-fei, et al. Study on soil-water characteristic curve of undisturbed loess[J]. Journal of Lanzhou Institute of Technology, 2015, 22(6): 31–35. (in Chinese))
- [29] 江耀. 非饱和黄土特征曲线的研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2012. (JIANG Yao. Study of the Characteristic Curves for Unsaturated Loess[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2012. (in Chinese))
- [30] 朱慕仁. 中国黄土地基工程分类体系及其定名商讨[C]//中国黄土分类定名及其应用研讨会, 1989, 西安. (ZHU Mu-ren. China loess foundation engineering classification system and name to discuss[C]// China Loess Classification Name and Application Workshop, 1989, Xi'an. (in Chinese))
- [31] 赵天宇, 王锦芳. 考虑密度与干湿循环影响的黄土土水特征曲线[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2012, 43(6): 2445–2453. (ZHAO Tian-yu, WANG Jin-fang. Soil-water characteristic curve for unsaturated loess soil considering density and wetting-drying cycle effects[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2012, 43(6): 2445–2453. (in Chinese))
- [32] 马田田, 韦昌富, 陈盼, 等. 考虑残余含气量的非饱和土的水力耦合本构模型[J]. 岩土力学, 2014, 35(12): 3415–3420. (MA Tian-tian, WEI Chang-fu, CHEN Pan, et al. Hydro-mechanical coupling constitutive model of unsaturated soils considering effect of air entrapment[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, 35(12): 3415–3420. (in Chinese))
- [33] GARDNER W R. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table[J]. Soil Science, 1958, 85(4): 228–232.

DOI: 10.11779/CJGE202205019

# 法向循环荷载下筋土界面的剪切应力规律及预测

王 军<sup>1</sup>, 朱 晨<sup>2</sup>, 刘飞禹<sup>\*2</sup>, 孔剑捷<sup>2</sup>, 姚嘉敏<sup>2</sup>

(1. 温州大学建筑工程学院, 浙江 温州 325035; 2. 上海大学力学与工程科学学院, 上海 200444)

**摘要:** 为了研究法向动荷载作用下筋土界面的剪切应力变化规律, 采用大型动态直剪仪, 对相对密实度为 75% 的砾石和土工格栅的界面进行了剪切试验, 研究了 4 种法向初始应力 (20, 40, 60, 80 kPa) 和 4 种法向荷载振动幅值 (10, 20, 30, 40 kPa) 对筋土界面循环剪切特性的影响。在试验的基础上, 建立了法向循环荷载作用下筋土界面在峰值前和残余阶段的剪切应力-法向应力表达式。同时, 结合应力时间差规律, 并考虑法向初始应力和荷载振幅等的影响, 提出了界面剪切应力-剪切位移的表达式。将两种预测表达式与试验结果进行了对比, 均具有较好的吻合度, 验证了方法的正确性。

**关键词:** 筋土界面; 法向循环荷载; 直剪试验; 剪切强度预测

中图分类号: TU443 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0954-07

作者简介: 王 军(1980—), 男, 教授, 博士, 主要从事地基处理及土动力学研究。E-mail: sunnystar1980@163.com。

## Shear strength of reinforced soil interface under normal cyclic loading and its prediction

WANG Jun<sup>1</sup>, ZHU Chen<sup>2</sup>, LIU Fei-yu<sup>2</sup>, KONG Jian-jie<sup>2</sup>, YAO Jia-min<sup>2</sup>

(1. College of Civil Engineering and Architecture, Wenzhou University, Wenzhou 325035, China; 2. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

**Abstract:** In order to study the variation of shear stress at the interface between reinforced soil and geogrid under normal cyclic loading, a large-scale dynamic direct shear apparatus is used to conduct the shear tests on the interface between gravel and geogrid with relative density of 75%. The effects of four initial normal stresses (20, 40, 60 and 80 kPa) and four normal load vibration amplitudes (10, 20, 30 and 40 kPa) on the interfacial cyclic shear characteristics are studied. On the basis of the tests, the expression for the normal stress at the interface before peak and at the residual stage under normal cyclic loading is established. Considering the influences of the initial normal stress and load vibration amplitudes, the expression for the interfacial shear stress-shear displacement is proposed based on the relative phase shift law. The results by the two proposed prediction expressions are in good agreement with the experimental ones, which verifies the correctness of the proposed method.

**Key words:** geogrid-soil interface; normal cyclic loading; direct shear test; prediction of shear strength

## 0 引言

土工合成材料已经在土木和水利领域得到了广泛使用, 而土工合成材料与土体界面的相互作用往往是影响工程安全性的关键因素<sup>[1-2]</sup>。直剪试验是评估界面力学特性的重要方式, 但相关的研究主要针对法向静荷载的工况<sup>[3]</sup>, 较少考虑法向动荷载的作用。刘飞禹等<sup>[4]</sup>、徐超等<sup>[5]</sup>、王家全等<sup>[6]</sup>从室内试验和数值模拟等角度探索了法向循环荷载下筋土界面的剪切行为, 并指出了动力响应的复杂性。

在界面剪切理论研究方面, 已有学者提出了一些描述界面力学特征的理论模型。Basudhar 等<sup>[7]</sup>基于邓肯-张模型和 Kondner<sup>[8]</sup>对模型参数的研究, 用双曲线

模型描述了土-土工布界面直剪试验达到峰值前的规律。王军等<sup>[9]</sup>将 Esterhuizen 等<sup>[10]</sup>提出的位移软化模型用于拟合达到峰值后的砂土-土工格栅界面剪切应力-位移的非线性关系, 取得了较好的拟合效果。Toufigh 等<sup>[11]</sup>对碳纤维增强聚合物-回填土界面进行了一系列剪切试验, 并在此基础上建立了筋土界面的塑性本构模型。Zornberg 等<sup>[12]</sup>发展了一套小位移下的土-土工合成材料界面模型, 并将其应用于实际道路工程设计中。陈榕等<sup>[13]</sup>采用罚函数法模拟界面纵肋作用, 而在横肋上应用黏聚力模型, 发现新的方法比传统界面

基金项目: 国家自然科学基金项目 (52078285, 51978534)

收稿日期: 2021-04-27

\*通信作者 (E-mail: lfyzju@shu.edu.cn)

模拟方法更准确。杜常博等<sup>[14]</sup>为了描述土工合成材料拉拔试验的应变软化、硬化现象, 分别提出了双线性弹塑性硬化模型和三线性应力-位移软化模型, 并与试验结果、几种经典界面模型进行了对比。Cen等<sup>[15]</sup>基于土工膜与砂砾在不同剪切幅值、剪切速率下的界面循环剪切试验, 建立了筋土界面相互作用的计算模型。

由上述分析可知, 在筋土界面单调剪切特性和循环剪切特性的计算模型方面, 已有了一些研究。然而以往的理论分析大多是基于法向静荷载的条件, 缺乏法向动荷载下的界面强度预测研究。本文在试验研究的基础上, 进行了法向循环荷载下筋土界面剪切应力-法向应力和剪切应力-剪切位移的相关理论研究, 并将所得结果与试验进行了对比验证。

## 1 试验方案及界面剪切行为

### 1.1 试验材料与方案

试验所用仪器为微机控制电液伺服动态直剪仪, 相关介绍见文献[16]。试验用土样为相对密实度为75%的砾石: 相对质量密度 $G_s$ 为2.62; 最大、最小孔隙比分别为0.66, 0.47。级配分布特征: 平均粒径 $D_{50}$ 为5.03 mm, 有效粒径 $D_{10}$ 为3.19 mm, 连续粒径 $D_{30}$ 为4.30 mm, 限制粒径 $D_{60}$ 为5.41 mm, 不均匀系数 $C_u$ 为1.70, 曲率系数 $C_c$ 为1.07。试验用加筋材料为聚丙烯塑料土工格栅, 单位面积的质量为330 g/m<sup>2</sup>, 其网孔尺寸为25 mm×25 mm, 横、纵肋的厚度均为5 mm, 横、纵向的极限延伸率分别为13%和15%, 极限抗拉强度为20 kN/m。

法向荷载加载方式见图1, 选取的试验采用相同的法向加载频率(0.5 Hz)、正弦波形、水平剪切速率(1 mm/min)和最大剪切位移(90 mm), 而法向初始应力 $\sigma_i$ 和振幅 $\sigma_a$ 不相同, 法向荷载分别为20~50, 40~70, 60~90, 80~110 kPa和60~70, 60~80, 60~90, 60~100 kPa。

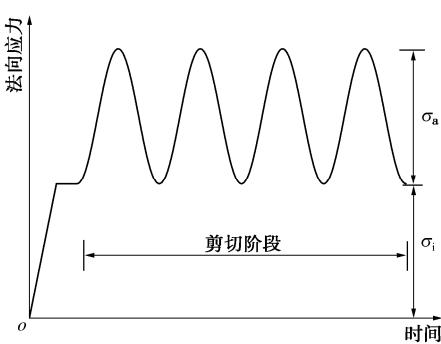


图1 法向循环加载示意图<sup>[4]</sup>

Fig. 1 Set-up of normal cyclic loading<sup>[4]</sup>

### 1.2 界面剪切行为

法向循环荷载作用(初始应力40 kPa, 振幅30

kPa)下的筋-土界面剪切特性如图2所示。整体上表现出剪切应力逐渐增加至峰值, 而后软化至残余状态的特征, 且其值在一定范围内动态变化。剪切应力与法向应力相似, 随时间以接近正弦波形循环变化, 但二者的变化相位不一致, 剪切应力峰值滞后于法向应力峰值。根据图2(c)可看出两个方向的应力发展路径, 随着法向应力的循环变化, 剪切应力也在循环变化。

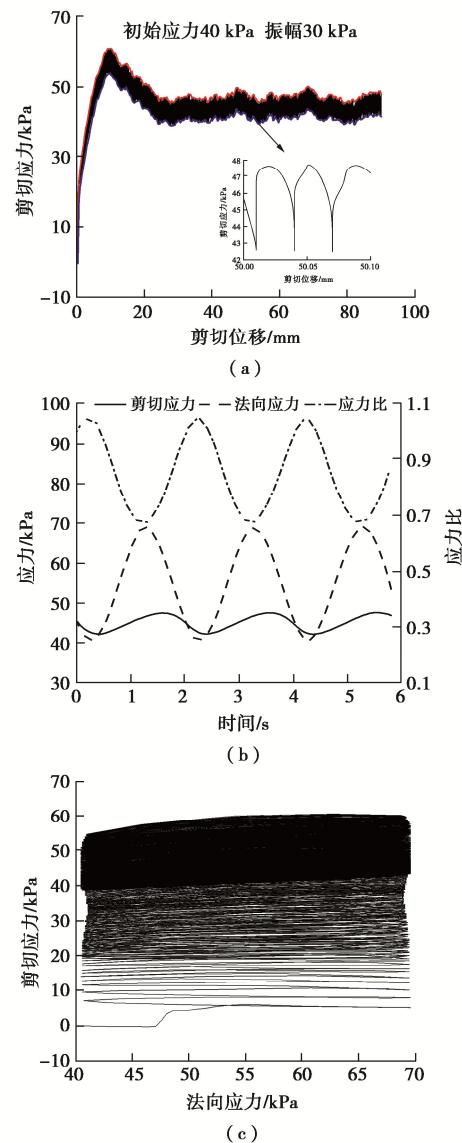


图2 法向循环荷载下的界面剪切特性曲线

Fig. 2 Interface shear characteristic curves under normal cyclic loading

## 2 剪切应力-法向应力规律预测

从应力比(剪切应力/法向应力)与法向应力的相对相位关系(图2(b))可以看出, 应力比的波形相较于剪切应力更接近正弦波形, 且剪切应力的相邻峰、谷值间隔均约为半个周期, 这与Dang等<sup>[17-18]</sup>进行的

混凝土界面剪切试验现象类似。基于这一规律, 可建立剪切应力与法向应力的关系式为

$$\frac{\tau}{\sigma_n} = c_1 + c_2 \sin[2\pi f(t + \Delta t)] \quad , \quad (1)$$

$$\sigma_n = (\sigma_i + 0.5\sigma_a) + 0.5\sigma_a \sin(2\pi ft) \quad , \quad (2)$$

$$T_R = \frac{\Delta t}{T} \quad , \quad (3)$$

式中,  $c_1$ ,  $c_2$  为表达式的经验系数,  $\Delta t$  为应力比与法向应力的时间差,  $\sigma_i$  为初始应力,  $\sigma_a$  为振幅,  $f$  为频率,  $T_R$  为相对时间差, 以周期为单位,  $T$  为一个循环周期所经历的时间。

图 3 (a) 为选取的相同振幅 (30 kPa)、不同初始应力 (20, 40, 60, 80 kPa) 作用下峰值阶段的应力变化曲线, 从图 3 中可以看出, 不管初始应力值如何改变, 应力比与法向应力均存在约 0.5 个周期的相对时间差。同时, 随着初始应力的增加, 最大应力比在减小, 而最小应力比在增大。将图中 4 个最大应力比和 4 个最小应力比取平均值, 可计算得到  $c_1$  和  $c_2$ , 并用对数函数进行拟合, 得到峰值阶段的系数与初始应力的表达式。

图 3 (c) 为选取的与图 3 (a) 相同条件下残余阶段最后 4 个循环周期的应力变化曲线, 不管初始应力值如何改变, 应力比与法向应力均存在约 0.5 个周期的相对时间差。随着初始应力的增加, 最大应力比在减小, 而最小应力比在增大, 计算可得到残余阶段的系数与初始应力的表达式。

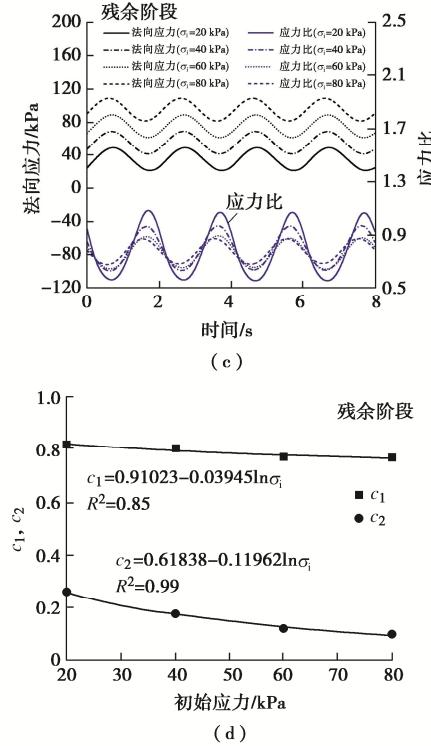
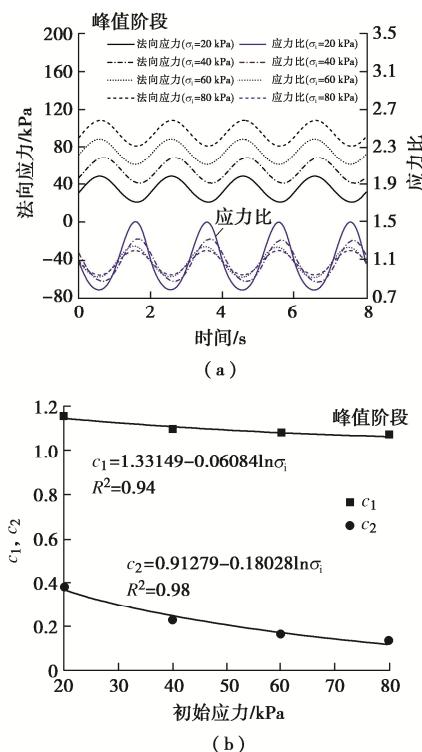
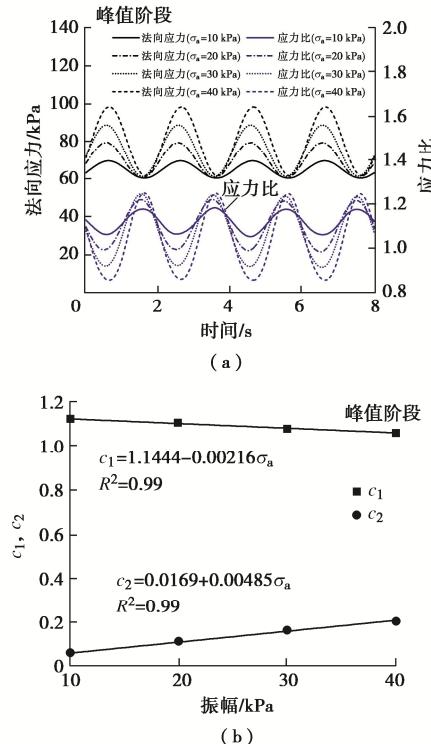


图 3 不同初始应力下应力变化曲线及经验系数  
Fig. 3 Variation curves of stress and empirical coefficient under different initial stresses

由图 4 可见, 在相同初始应力 (60 kPa)、不同振幅 (10, 20, 30, 40 kPa) 条件下, 无论是峰值还是残余阶段, 应力比与法向应力均存在约 0.5 个周期的相对时间差。随着振幅的增加, 最大应力比在增大, 而最小应力比在减小。用线性函数拟合, 可得到经验系数  $c_1$  和  $c_2$  随振幅变化的表达式。



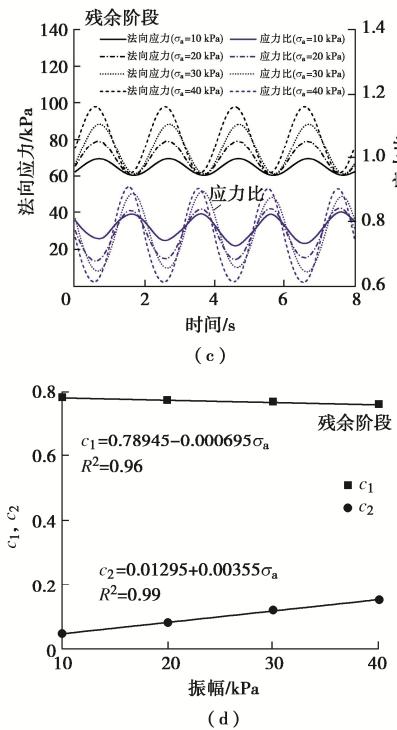


图4 不同振幅下应力变化曲线及经验系数

Fig. 4 Variation curves of stress and empirical coefficient under different amplitudes

根据上述讨论与计算, 得到峰值和残余阶段剪切应力 - 法向应力的表达式如下:

$$\tau = \{c_1 + c_2 \sin[2\pi f(t+1)]\} \sigma_n \quad (4)$$

将剪切试验在峰值和残余阶段的剪切应力随法向应力变化曲线与根据式(4)计算得到的预测曲线进行了对比, 部分数据如图5所示。结果表明, 计算结

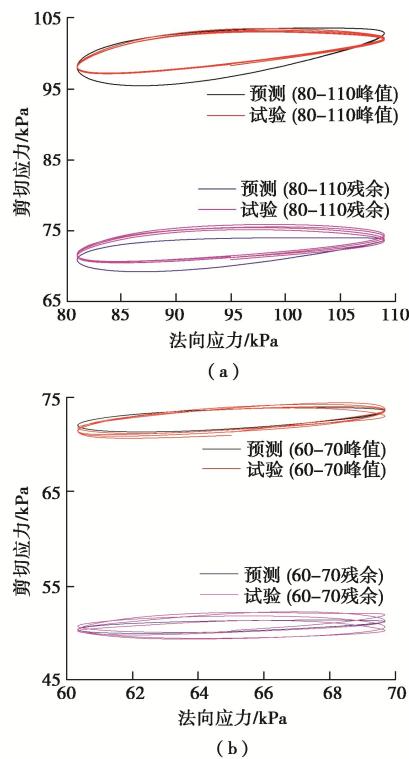


图5 剪切应力 - 法向应力试验与预测曲线

Fig. 5 Shear stress-normal stress tests and prediction curves

果与试验结果吻合较好, 验证了本文所建立的表达式的正确性。

### 3 剪切应力 - 剪切位移规律预测

#### 3.1 剪切应力 - 剪切位移关系分析

图6(a)是剪切位移为10, 20, 40, 80 mm时的法向应力与应力比随时间变化的曲线, 可见各阶段的数据均满足相位差为0.5个周期的规律, 且应力和应力比都可看作稳定的循环变化。图6(b)为应力比随剪切位移变化的曲线, 可见应力比在一定范围内随位移变化, 上、下界控制应力比的变化区间, 可拟合上、下界曲线得到应力比的上下限变化规律。

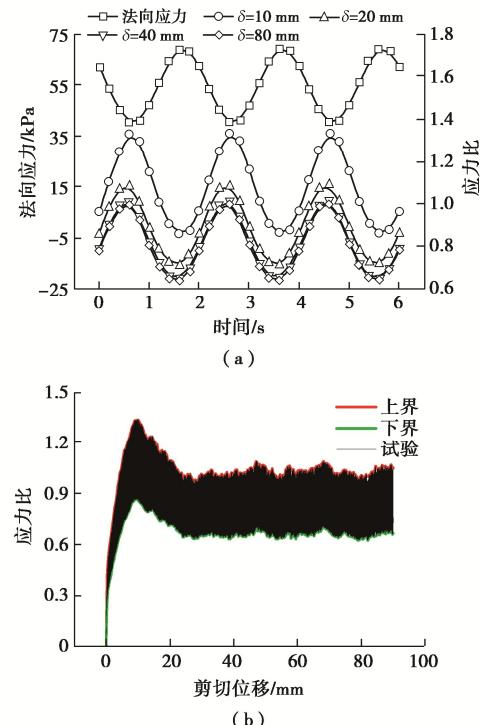


图6 应力比随时间、剪切位移变化曲线

Fig. 6 Variation curves of stress ratio with time and displacement

上、下界剪切应力 - 剪切位移表达式的建立思路是: 先建立剪切位移与时间的表达式, 并将该表达式代入式(4), 再将式(4)中的系数 $c_1$ 和 $c_2$ 表达成剪切位移的函数, 即可得到用剪切位移表达的上、下界剪切应力 - 剪切位移表达式。以剪切位移零点为时间起点, 可知 $t = \delta / \nu$ , 其中,  $t$ 为时间参数,  $\delta$ 为剪切位移,  $\nu$ 为剪切速率。由于 $c_1$ 和 $c_2$ 受到剪切位移的影响, 可将其表达为剪切位移的函数:

$$\left. \begin{array}{l} c_1 = f_1(\delta) \\ c_2 = f_2(\delta) \end{array} \right\} \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)得

$$\tau = \left\{ f_1(\delta) + f_2(\delta) \sin \left[ 2\pi f \left( \frac{\delta}{\nu} + 1 \right) \right] \right\} \left[ (\sigma_i + 0.5\sigma_a) + \right]$$

$$0.5\sigma_a \sin\left(2\pi f \frac{\delta}{v}\right) \quad (6)$$

由图 6(b) 可以发现上、下界曲线分峰前、峰后两个阶段, 峰前类似于应力-应变的邓肯-张模型:

$$R_f = \frac{\delta}{a + b\delta} \quad (7)$$

峰后类似于文献[8]提出的非线性模型, 对峰后剪切应力进归一化处理得到残余系数:

$$S = \frac{R_p - R_b}{R_p - R_r} \quad (8)$$

又由于上、下界峰后剪切位移与残余系数形成 S 形的曲线, 且残余系数在 0~1 变化, 可用下式描述二者间的关系:

$$S = 1 - \exp(-A(\delta - \delta_p)^B) \quad (9)$$

由此可得到峰后应力比与位移的关系:

$$R_b = R_p - (R_p - R_r)(1 - \exp(-A(\delta - \delta_p)^B)) \quad (10)$$

式中,  $R_f$ ,  $R_b$  为峰前和峰后的边界曲线应力比,  $S$  为残余系数,  $a$ ,  $b$ ,  $A$ ,  $B$  为经验参数, 受法向荷载等的影响,  $\delta_p$  为峰值应力比对应的剪切位移。

在确定了应力比的内部变化形式和边界曲线后, 可得到  $f_1(\delta)$  和  $f_2(\delta)$  的表达式为

$$f_1(\delta) = \begin{cases} \frac{R_{f,u} + R_{f,l}}{2} & (\delta \leq \delta_p) \\ \frac{R_{b,u} + R_{b,l}}{2} & (\delta > \delta_p) \end{cases}, \quad (11)$$

$$f_2(\delta) = \begin{cases} \frac{R_{f,u} + R_{f,l}}{2} & (\delta \leq \delta_p) \\ \frac{R_{b,u} + R_{b,l}}{2} & (\delta > \delta_p) \end{cases}, \quad (12)$$

式中,  $R_{f,u}$ ,  $R_{f,l}$ ,  $R_{b,u}$ ,  $R_{b,l}$  为上界峰前应力比、下界峰前应力比、上界峰后应力比、下界峰后应力比。

通过以上步骤的推导, 可得到式(6)中未确定的参数, 进而得出剪切应力  $\tau$  与剪切位移  $\delta$  的关系式。

### 3.2 参数确定

若能确定应力比峰值前参数  $a$  和  $b$ 、峰值后参数  $A$  和  $B$ , 即可得到应力比偏距函数  $f_1(\delta)$  和振幅函数  $f_2(\delta)$ , 进而推出剪切应力-剪切位移的关系式。法向应力受初始应力和振幅这两个影响因素控制, 需要分别考虑这两种工况下的参数。

#### (1) 不同初始应力

根据式(7), 参照邓肯-张非线性模型分析方法,  $\delta/R_f$  与  $\delta$  形成线性关系, 通过绘制并拟合两者的关系曲线, 可得到线性方程的两个参数: 截距  $a$  和斜率  $b$ 。通过比较发现, 若用 0~100% 的应力比水平所相应的点进行拟合, 在峰值处与试验结果存在一定误差, 故而本文采用文献[11]的方法, 取 70%~95% 应力比水

平绘制  $\delta/R_f - \delta$  曲线, 以减小结果误差, 所得的参数见表 1。总的来说, 曲线上界参数随初始应力增加而增大, 而曲线下界参数随初始应力变化有增有减, 数值比较接近。

表 1 不同初始应力峰前参数

Table 1 Pre-peak parameters of different initial stresses

| 法向应力/kPa | 应力比 | 参数 $a$ | 参数 $b$ |
|----------|-----|--------|--------|
| 20~50    | 上界  | 1.4169 | 0.4599 |
|          | 下界  | 2.6122 | 0.9694 |
| 40~70    | 上界  | 1.8774 | 0.5513 |
|          | 下界  | 3.0433 | 0.8234 |
| 60~90    | 上界  | 2.0269 | 0.6465 |
|          | 下界  | 2.8182 | 0.8959 |
| 80~110   | 上界  | 2.4041 | 0.6821 |
|          | 下界  | 3.0726 | 0.8712 |

对于应力比曲线上、下界峰后表达式, 主要受峰值应力比、残余应力比和曲线形态控制, 峰值和残余应力比统计见表 2。依据式(9)绘制上、下界峰后剪切位移与残余系数的关系曲线, 如图 7, 拟合不同初始应力下的试验数据, 发现可以较好的描述上下界的非线性变化规律。不同初始应力下参数  $A$  为 0.02559,  $B$  为 1.73186, 相关系数  $R^2$  为 0.92。

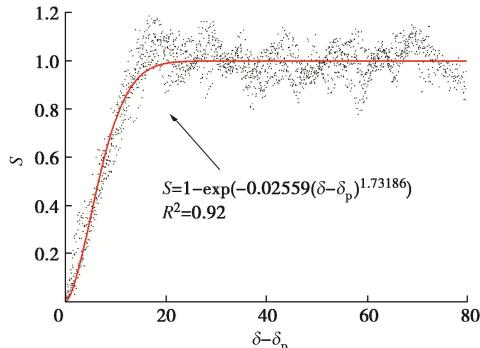


图 7 不同初始应力的残余系数与位移关系曲线

Fig. 7 Relation curves of residual coefficient and displacement under different initial stresses

表 2 应力比汇总

Table 2 Summary of stress ratio

| 法向应力/kPa | 应力比 | 峰值应力比  | 残余应力比  |
|----------|-----|--------|--------|
| 20~50    | 上界  | 1.5374 | 1.1121 |
|          | 下界  | 0.7728 | 0.5624 |
| 40~70    | 上界  | 1.3343 | 1.0260 |
|          | 下界  | 0.8645 | 0.6537 |
| 60~90    | 上界  | 1.2507 | 0.9214 |
|          | 下界  | 0.9137 | 0.6628 |
| 80~110   | 上界  | 1.2059 | 0.8806 |
|          | 下界  | 0.9347 | 0.6736 |

#### (2) 不同法向振幅

利用式(7), 通过对不同法向振幅下的直剪试验数据的峰前  $\delta/R_f$  与  $\delta$  进行回归分析, 计算可得参数值(表 3)。总的来说, 应力比曲线下界参数随初始应力增加而较小, 而曲线上界参数随初始应力变化有增有减, 数值比较接近。不同振幅下峰后参数  $A$  为 0.006,

$B$  为 2.25831, 相关系数  $R^2$  为 0.93 (图 8)。

表 3 不同振幅峰前参数

Table 3 Pre-peak model parameters of different amplitudes

| 法向应力/kPa | 应力比 | 参数 $a$ | 参数 $b$ |
|----------|-----|--------|--------|
| 60~70    | 上界  | 2.1310 | 0.6618 |
|          | 下界  | 2.3306 | 0.7647 |
| 60~80    | 上界  | 1.9142 | 0.6565 |
|          | 下界  | 2.2515 | 0.8247 |
| 60~90    | 上界  | 2.0269 | 0.6465 |
|          | 下界  | 2.8182 | 0.8959 |
| 60~100   | 上界  | 2.1722 | 0.6518 |
|          | 下界  | 2.9624 | 0.9790 |

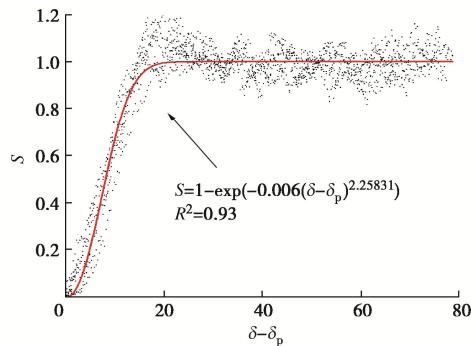


图 8 不同振幅的残余系数与位移关系曲线

Fig. 8 Relation curves of residual coefficient and displacement under different amplitudes

### 3.3 预测验证

图 9 为采用本文所提方法的预测结果与试验结果的对比验证图。从图中可以看出, 基于本文所提方法得到的拟合曲线既能较好地反映应力变化的整体趋势, 也能代表界面循环剪切应力的变化规律, 表明预测结果与试验结果符合的较好, 验证了本文所提方法的正确性。

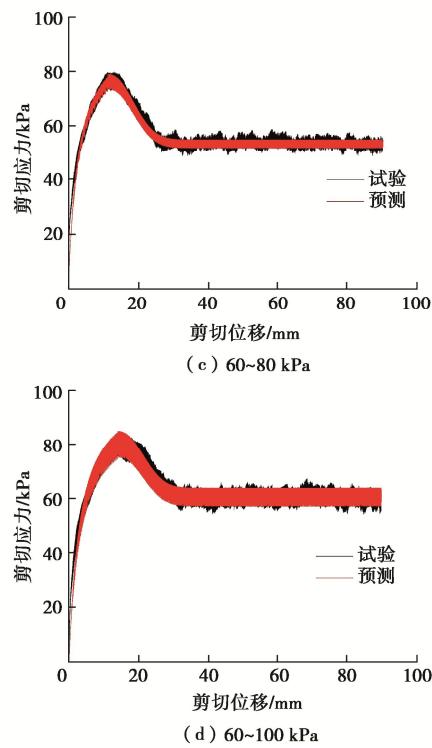
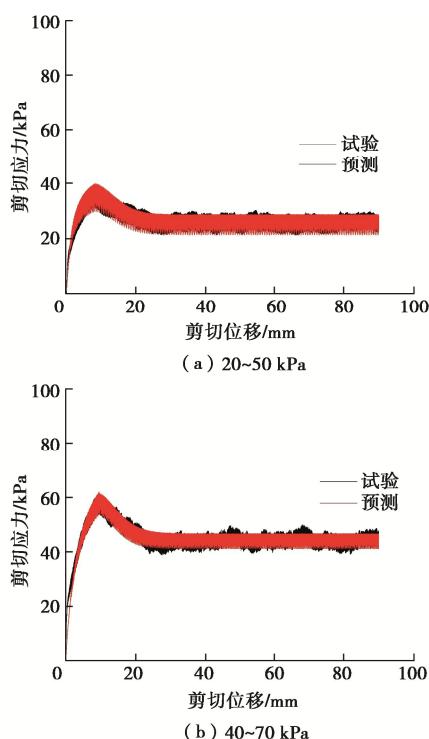


图 9 剪切应力 - 剪切位移试验与预测曲线

Fig. 9 Shear stress-shear displacement tests and prediction curves

## 4 结论

本文根据法向循环荷载作用下筋土界面试验结果, 对界面剪切行为进行了预测研究, 主要得到 3 点结论。

(1) 根据应力比与法向应力这两种循环波形的相位差特点, 建立了一种新型的峰值和残余阶段的剪切应力 - 法向应力关系式, 可以反映峰值和残余阶段剪切应力的变化规律。

(2) 基于应力比循环变化特点和应力比 - 位移上、下界曲线模型, 提出了剪切应力 - 剪切位移关系表达式, 可以描述法向循环荷载下筋土界面的软化规律。

(3) 两种预测研究的参数均考虑了法向初始应力和振幅的影响, 并得到了应力水平对表达式参数的影响规律, 为后续研究打下了基础。

## 参考文献:

- [1] WANG J, LIU F Y, WANG P, et al. Particle size effects on coarse soil-geogrid interface response in cyclic and post-cyclic direct shear tests[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2016, 44(6): 854~861.
- [2] FERREIRA F B, VIEIRA C S, LOPES M L, et al. HDPE geogrid-residual soil interaction under monotonic and cyclic pullout loading[J]. Geosynthetics International, 2020, 27(1): 79~96.

- [3] LASHKARI A, JAMALI V. Global and local sand–geosynthetic interface behaviour[J]. *Géotechnique*, 2021, **71**(4): 346 – 367.
- [4] 刘飞禹, 朱晨, 王军. 剪切速率和法向加载频率对筋土界面剪切特性的影响[J]. 岩土工程学报, 2021, **43**(5): 832 – 840. (LIU Fei-yu, ZHU Chen, WANG Jun. Influences of shear rate and loading frequency on shear behavior of geogrid-soil interfaces[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, **43**(5): 832 – 840. (in Chinese))
- [5] 徐超, 石志龙. 循环荷载作用下筋土界面抗剪特性的试验研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(3): 655 – 660. (XU Chao, SHI Zhi-long. Experimental research on shearing resistance property of sand-geogrid interface under cyclic load[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(3): 655 – 660. (in Chinese))
- [6] 王家全, 王宇帆, 黄世斌, 等. 循环荷载作用下土工格栅剪切特性的颗粒流细观分析 [J]. 水利学报, 2014, **45**(9): 1082 – 1090. (WANG Jia-quan, WANG Yu-fan, HUANG Shi-bin, et al. The particle flow mesoscopic analysis of geogrid shear properties under cyclic loading[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014, **45**(9): 1082 – 1090. (in Chinese))
- [7] ANUBHAV, BASUDHAR P K. Modeling of soil-woven geotextile interface behavior from direct shear test results[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2010, **28**(4): 403 – 408.
- [8] KONDNER R L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils[J]. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1963, **89**(1): 115 – 143.
- [9] 王军, 林旭, 符洪涛. 砂土-格栅筋土界面特性的本构模型研究[J]. 岩土力学, 2014, **35**(增刊 2): 75 – 84. (WANG Jun, LIN Xu, FU Hong-tao. Study of constitutive model of sand-geogrid interface behavior in geogrid/geotextile reinforced soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2014, **35**(S2): 75 – 84. (in Chinese))
- [10] ESTERHUIZEN J J B, FILZ G M, DUNCAN J M. Constitutive behavior of geosynthetic interfaces[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2001, **127**(10): 834 – 840.
- [11] TOUGH V, DESAI C S, SAADATMANESH H, et al. Constitutive modeling and testing of interface between backfill soil and fiber-reinforced polymer[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2014, **14**(3): 04014009.
- [12] ZORNBERG J G, ROODI G H, GUPTA R. Stiffness of soil–geosynthetic composite under small displacements: I. model development[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 2017, **143**(10): 04017075.
- [13] 陈榕, 李博, 郝冬雪, 等. 基于黏聚力模型的土工格栅筋土界面作用模拟方法[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 934 – 940. (CHEN Rong, LI Bo, HAO Dong-xue, et al. Simulation for interaction between geogrids and soil by cohesive zone model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, **42**(5): 934 – 940. (in Chinese))
- [14] 杜常博, 易富. 筋土拉拔界面弹塑性模型的全过程分析 [J]. 煤炭学报, 2020, **45**(12): 4062 – 4073. (DU Chang-bo, YI Fu. Full-range analysis of elastic-plastic model of pull-out interface between geosynthetics and soil[J]. *Journal of China Coal Society*, 2020, **45**(12): 4062 – 4073. (in Chinese))
- [15] CEN W J, BAUER E, WEN L S, et al. Experimental investigations and constitutive modeling of cyclic interface shearing between HDPE geomembrane and sandy gravel[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2019, **47**(2): 269 – 279.
- [16] YING M J, LIU F Y, WANG J, et al. Coupling effects of particle shape and cyclic shear history on shear properties of coarse-grained soil-geogrid interface[J]. *Transportation Geotechnics*, 2021, **27**: 100504.
- [17] DANG W G, KONIETZKY H, FRÜHWIRT T. Direct shear behavior of planar joints under cyclic normal load conditions: effect of different cyclic normal force amplitudes[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2017, **50**(11): 3101 – 3107.
- [18] DANG W G, KONIETZKY H, CHANG L F, et al. Velocity-frequency-amplitude-dependent frictional resistance of planar joints under dynamic normal load (DNL) conditions[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2018, **79**: 27 – 34.

DOI: 10.11779/CJGE202205020

# 长期列车荷载下无砟轨道 X 形桩-筏复合地基动力响应模型试验

孙广超<sup>1, 2</sup>, 李建林<sup>1</sup>, 孔纲强<sup>\*1, 3</sup>, 罗 雅<sup>2</sup>, 王乐华<sup>1</sup>, 邓华锋<sup>1</sup>

(1. 三峡大学三峡库区地质灾害教育部重点实验室, 湖北 宜昌 443002; 2. 深圳市龙岗区建筑工务署, 广东 深圳 518100;  
3. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 基于缩尺比例为 1:5 的无砟轨道 X 形桩-筏复合地基模型试验, 在长期列车循环荷载作用下开展饱和砂土地基中该复合地基的动力响应研究, 分析 X 形桩桩身动应力、桩侧摩阻力以及累计沉降随荷载循环次数的变化规律。试验结果表明, 桩身轴力和累积沉降均随加载次数的增加而逐渐增加, 但增加的速率逐渐放缓, 桩身轴力的发挥具有明显的时间效应。加载频率越小, 桩身轴力趋于稳定所需的荷载加载次数越少。在桩顶向下 1 m 范围内为负摩阻力区, 在 1 m 范围外为正摩阻力区, 中性点位置在桩长的 1/4 处。归一化桩身轴力、桩侧摩阻力和沉降随归一化荷载循环次数的变化规律均可用对数函数描述。

**关键词:** 列车荷载; 无砟轨道; 桩-筏复合地基; 桩身动应力; 桩侧摩阻力; 累积沉降

**中图分类号:** TU43      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2022)05-0961-09

**作者简介:** 孙广超(1986—), 男, 博士, 主要从事桩-土相互作用方面研究。E-mail: sgcgeo@163.com。

## Model tests on dynamic response of ballastless track X-shaped pile-raft foundation under long-term train loads

SUN Guang-chao<sup>1, 2</sup>, LI Jian-lin<sup>1</sup>, KONG Gang-qiang<sup>1, 3</sup>, LUO Ya<sup>2</sup>, WANG Le-hua<sup>1</sup>, DENG Hua-feng<sup>1</sup>

(1. Key Laboratory of Geological Hazards in Three Gorges Reservoir Area, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. Bureau of Public Works of Longgang District, Shenzhen 518100, China; 3. Key Laboratory of Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** Based on a series of 1:5 scale model tests on ballastless track X-shaped pile-raft foundation, the dynamic response of the foundation in saturated sand is studied under long-term train cyclic loading. The dynamic stress of the X-shaped pile, the skin friction of the pile and the cumulative settlement of the foundation with the number of loading cycles are analyzed. It is found that the axial force and cumulative settlement of the pile increase with the increasing loading cycles, but the rate of increment decreases. The axial force of the pile body is time-dependent. In addition, the lower the loading frequency, the lower the number of loading cycles required for the axial force of the pile to be stabilized. The area of negative friction is within 1 m from the top of the pile, and the area of positive friction is below 1 m from the surface. The neutral point is at 1/4 of the pile length. The variation rules of normalized axial force, side friction and settlement of the pile with the number of normalized loading cycles can be described by a logarithmic function.

**Key words:** train load; ballastless track; pile-raft foundation; dynamic stress of pile; pile skin friction; accumulated settlement

## 0 引言

桩-筏复合地基是地基处理方法中有效的加固方法之一<sup>[1]</sup>, 在中国已被用于无砟轨道地基基础的加固中。列车运行引起的动力响应是铁路设计中一个非常重要的参数。近年来, 学者针对无砟轨道及其地基基础的动力响应开展了一系列研究。

针对有砟(无砟)轨道路基系统的动力特性, 学者<sup>[2-7]</sup>测量和分析了列车荷载作用下有砟轨道的横向

和竖向加速度、速度响应、动应力以及沉降变形, 结果表明, 当列车速度接近某一明显的临界值时, 轨道-路基-地基系统的动力响应会出现较大的动力放大, 竖向位移随深度的增加而减小, 路基中的剪应变较大, 地基土中的剪应变较小。通过对比有砟轨道和无砟轨

基金项目: 国家自然科学基金高铁联合基金重点项目(U2034203)

收稿日期: 2021-06-16

\*通信作者 (E-mail: gqkong1@163.com)

道结构的动力响应, Zhai 等<sup>[8]</sup>发现当列车引起的地面振动频率超过 40 Hz 时, 地面的竖向振动分量大于横向和纵向振动分量。

针对桩承式路堤特性, Bhaduri 等<sup>[9]</sup>提出了在动荷载作用下弹性介质中桩-筏复合地基的解析解, 研究了加载频率对桩-筏复合地基动态位移响应的影响, 结果表明, 当筏板的柔性增加 60%时, 筏板的水平荷载分担比相应减少了 65%~75%。利用高铁荷载下桩承式地基有限元模型, 通过变化桩长、桩间距、桩间土模量、路堤高度以及路堤材料参数, 分析其对桩身轴力分布、桩土应力比、路堤应力和土拱效应发展规律的影响, 结果表明, 桩身轴力随桩长增加而增大, 随桩间土模量增大而减小; 动载作用下土拱效应依然存在, 但有所减弱; 桩间距和路堤高度对土拱效应的影响较为明显, 而路堤填料内摩擦角和剪胀角的影响则相对较小<sup>[10-12]</sup>。基于试验方法, 相关学者<sup>[13-15]</sup>分析了路堤荷载作用下复合地基沉降、土体侧向变形、桩土应力比、桩身轴力以及孔隙水压力的规律, 结果表明, 在加载初期, 路基沉降随加载次数增加明显, 之后达到稳定; 桩上部位置土体变形大于桩身变形, 桩侧呈现负摩阻力, 中性点位于距桩顶约 2/3 桩长位置; 桩身轴力随加载次数增加而增大, 当达到 4 万次加载后, 轴力随加载次数增加不再明显。

X 形桩是一种横截面异形桩, 已有研究结果及工程应用表明, 在静力荷载作用下, 与具有相同截面积的圆形截面桩相比, X 形桩基础竖向承载力提高约 20%, 现浇 X 形桩可以充分发挥单位混凝土承载力、提高桩侧摩阻力<sup>[16-17]</sup>。近年来, 研究人员针对 X 形桩在动力荷载作用下开展了一些模型试验研究。Yin 等<sup>[18]</sup>揭示了沥青加铺层对 X 形桩周围土体的不对称运动以及集中系数的影响。Niu 等<sup>[19-20]</sup>发现高速铁路在列车动荷载作用下的土拱高度比静荷载作用下的土拱高度要小; 与无桩、无网的路堤相比, 桩-网复合地基减振效果显著。此外, 研究人员<sup>[21-23]</sup>比较了风干砂土和饱和砂土地基中 X 形桩-筏复合地基的动力响应, 结果表明, 复合地基速度响应与地基的饱和程度的密切相关, 路堤表层和地基表层的动土压力分别呈“W”形和“U”形分布, 列车速度的快慢是影响 X 形桩筏复合地基动力响应的一个重要因素。然而, 针对该系统在长期动荷载作用下的动力响应还不清楚。因此, 本文通过 1:5 大比例模型试验, 研究在长期列车循环荷载下无砟轨道 X 形桩-筏复合地基的动力响应。

## 1 模型试验

### 1.1 模型试验系统及模型相似比

试验系统由模型槽、动力加载与控制系统、数据

采集与分析系统等组成, 模型槽长 5 m、宽 4 m、高 7 m, 模型槽和无砟轨道 X 形桩-筏复合地基实物图如图 1 所示。



图 1 模型槽和无砟轨道 X 形桩-筏复合地基实物图

Fig. 1 Images of large-scale model test system

模型试验与原型几何相似比为 1:5, 加速度相似比取 1:1, 密度、弹性模量相似常数均为 1:1, 进而根据 Buckinghamπ 定律, 采用量纲分析法确定各物理量的相似常数见表 1 所示。

表 1 模型相似比

Table 1 Similarity ratios of model

| 参数                       | 相似比  | 参数                      | 相似比   |
|--------------------------|------|-------------------------|-------|
| 长度/m                     | 1/5  | 体积/m <sup>3</sup>       | 1/125 |
| 密度/(kg·m <sup>-3</sup> ) | 1    | 弹性模量/MPa                | 1     |
| 加速度/(m·s <sup>-2</sup> ) | 1    | 力/kN                    | 1/5   |
| 应力/kPa                   | 5    | 速度/(m·s <sup>-1</sup> ) | 1/√5  |
| 时间/s                     | 1/√5 | 频率/kPa                  | √5    |

### 1.2 材料特性及试验仪器布置

模型试验自下而上由地基土、30 根 X 形桩、碎石垫层、筏板、路堤、混凝土底座、轨道板、扣件和钢轨组成(图 2), 其中地基土采用砂土, 碎石垫层采用级配碎石, 路堤填料为 A、B 组料, 上述 3 种材料压实后的基本物理性参数平均值见表 2 所示, 颗粒级配曲线如图 3 所示, 均满足高速铁路设计规范<sup>[24]</sup>的要求, 与 Bian 等<sup>[4]</sup>足尺模型试验中的颗粒级配相接近; 砂土的渗透系数为 0.008 cm/s。

X 形桩的截面形状受 3 个参数控制, 分别为外包圆直径  $2R$ 、开弧间距  $2a$  和开弧角  $\theta$  (图 4), 试验中  $2R$ 、 $2a$  和  $\theta$  分别为 157 mm、39 mm 和 90°, 桩长为 3960 mm, 桩身混凝土强度等级为 C25。筏板、混凝土底座和轨道板的尺寸分别为 4 m×3.4 m×0.12 m、4 m×0.6 m×0.06 m 和 4 m×0.48 m×0.38 m(长×宽×厚), 三者均采用现浇混凝土, 强度等级分别为 C35、C40 和 C55。值得注意的是, 混凝土的力学性能与实际建筑材料的力学性能相当, 所有试验材料的物理参数及整个试验模型的建造过程均满足高速铁路设计规范<sup>[24]</sup>的要求。在砂土填筑之前模型槽四壁上预先布置

“两布三膜”，以减小反射波对试验结果的影响。模型建造完成后，向砂土地基中注满水，水深保持在 5.25 m 左右，并让砂土饱和并固结大约 10 d；模型试验过程中保持不排水条件。

表 2 材料基本物理指标  
Table 2 Physical indices of sand

| 类别    | 重度                   | 干重度                  | 天然含水率/% | 相对密实度/% | 不均匀系数 | 曲率系数 $C_c$ |
|-------|----------------------|----------------------|---------|---------|-------|------------|
|       | $/(kN \cdot m^{-3})$ | $/(kN \cdot m^{-3})$ |         |         |       |            |
| 砂土    | 16.46                | 15.80                | 4.08    | 69.5    | 2.42  | 0.93       |
| 碎石垫层  | 17.90                | 17.66                | 1.35    | 63.0    | 6.00  | 2.89       |
| A、B组料 | 23.51                | 21.58                | 7.07    | 92.0    | 19.23 | 1.34       |

模型试验布置了动位移计、应力计、孔压计，具体布置位置如图 2 所示。

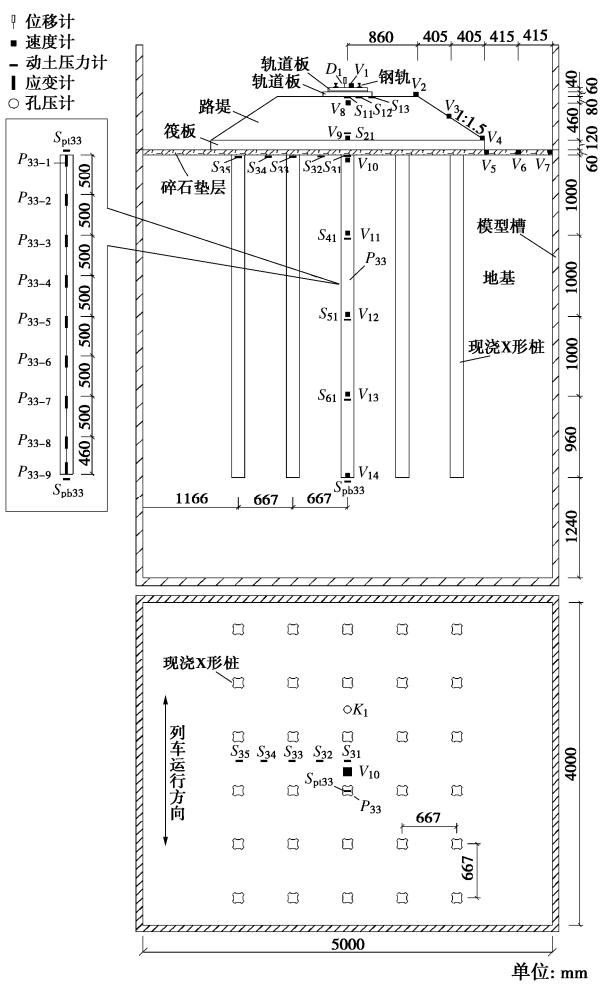


图 2 试验仪器布置示意图

Fig. 2 Layout of ballastless track XCC pile-raft foundation with sensors

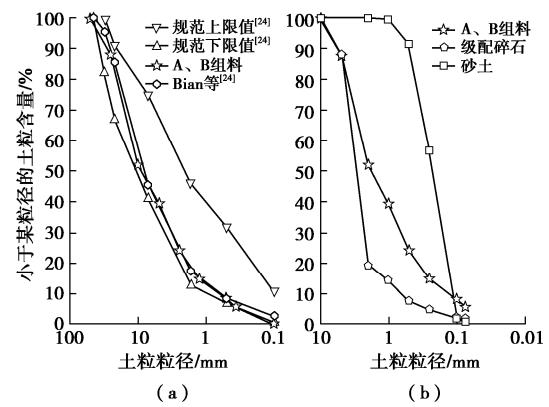


图 3 级配曲线

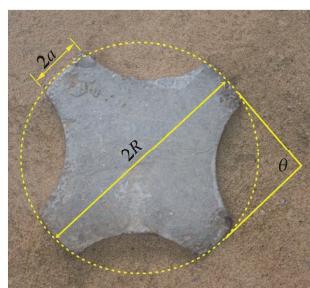


图 4 X形桩

Fig. 4 X-shaped pile

### 1.3 试验荷载

以一个转向架为研究对象,通过理论研究和现场实测,经过简化用M形波模拟列车运行时一个转向架的荷载实测曲线<sup>[3-4, 25]</sup>。根据徐进<sup>[25]</sup>的计算和现场试验,并考虑到列车荷载的连续施加,本文通过优化徐进的三级傅里叶级数,把两节车厢相邻的两个转向架考虑进去,提出一个能反映列车连续运行的三级傅里叶级数荷载形式为

$$\left. \begin{aligned} Q(t) &= A_0 + \sum_{n=1}^3 [A_n \cos n\omega t + B_n \sin n\omega t] & \left( 0 < t \leq \frac{3T}{10} \right) \\ Q(t) &= 0 & \left( \frac{3T}{10} < t \leq \frac{7T}{10} \right) \\ Q(t) &= A_0 + \sum_{n=1}^3 \left[ A_n \cos n\omega \left( t + \frac{2T}{10} \right) + B_n \sin n\omega \left( t + \frac{2T}{10} \right) \right] & \left( \frac{7T}{10} \leq t \leq T \right) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

式中,  $Q(t)$ 为动力荷载 (kN),  $t$  为加载时间 (s)。3 级傅里叶 (Furier) 系数:  $A_0=36.14$ ,  $A_1=-28.33$ ,  $A_2=-14.95$ ,  $A_3=7.14$ ,  $B_1=1.64$ ,  $B_2=1.54$ ,  $B_3=-1.59$ ,  $\omega=2\pi f$  为角速度 (rad/s),  $f$  为加载频率 (Hz)。 $v$  为列车速度 (km/h),  $L$  为列车长度 ( $L=25$  m, 实际尺寸),  $T$  为循环周期 (s)。

图 5 为上述所示的三级傅里叶级数即“M”形波荷载, 荷载的大小和运行速度通过单个作动器来控制, 作动器在轨道上方的中间位置处(图 1(b))。每一次荷载循环对应一节车厢的两个转向架, 因列车由若干个转向架组成, 故通过增加荷载循环次数可以模拟若干节列车车厢通过的情形。需要注意的是, 本文重点研究的是列车车厢荷载对路堤某一断面的持续影响, 而不是研究各列车车厢移动过程中同时对路堤的整体影响, 不考虑主应力旋转。因此, 在上述前提下可以通过单个作动器在轨道上方某位置处施加循环的 M 荷载, 来模拟列车车厢荷载对该位置的持续影响。

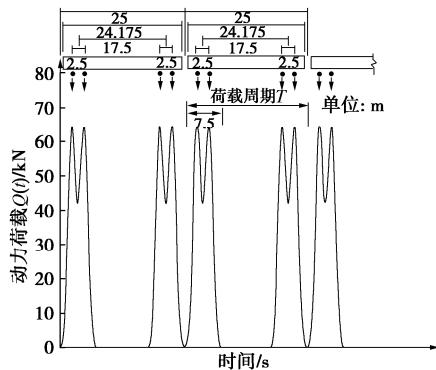


图 5 M 形波荷载

Fig. 5 Applied dynamic loads in model tests

因作动器使用说明要求, 在作动器施加动荷载前须预先施加一个静载进行预压才能进一步施加动载, 故模型试验先对轨道预压 20 kN 静载, 然后再向作动器输入“M”形波荷载进行动力加载试验, 试验加载工况见表 3 所示。

表 3 试验加载工况

Table 3 Loading cases of tests

| 工况 | 频率 f/Hz | 循环次数  |
|----|---------|-------|
| 1  | 5       | 25000 |
| 2  | 10      | 25000 |
| 3  | 15      | 45000 |

## 2 结果和讨论

### 2.1 孔隙水压力分析

通过应变式动态孔隙水压力传感器测试土体孔压, 孔压计布置位置如图 2 所示。在加载频率为 10, 15 Hz 的循环荷载作用下, 地基表面  $K_1$  位置处(埋深 1 cm 左右)的孔隙水压力时程曲线如图 6 所示。由图 6 可知, 在不同加载频率作用下, 孔隙水压力上下波动的比较剧烈, 其波形呈明显的 M 形, 与所施加的 M 形波荷载相同, 孔隙水压力的波动形式与荷载形式密切相关。

### 2.2 桩身轴力分析

#### (1) 桩身轴力随荷载循环次数的变化规律

以第 3 排 3 列的 X 形桩(即  $P_{33}$ )为例, 在加载频率为 10, 15 Hz 的作用下  $P_{33}$  桩不同位置的轴力随荷载循环次数的变化曲线如图 7 所示, 其中,  $F_0$ ,  $F_{0.5}$ ,  $F_1$ ,  $F_{3.5}$  分别为桩顶向下 0, 0.5, 1, 3.5 m 处的桩身轴力。

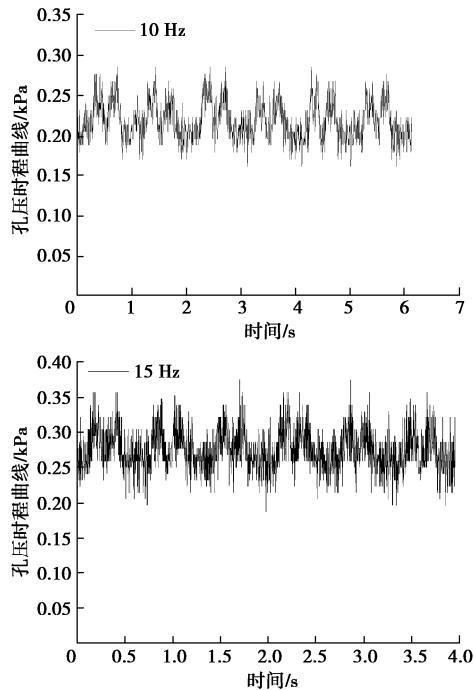


图 6 孔压时程曲线

Fig. 6 Time-history curves of dynamic pore pressure

由图 7 可知,  $F_0$ ,  $F_{0.5}$ ,  $F_1$ ,  $F_{3.5}$  位置处的桩身轴力均随荷载循环次数的增加而逐渐增加, 在加载初期, 增加的速率较大, 随着荷载次数的增加, 增加的速率逐渐放缓, 有趋于稳定的趋势。具体而言, 在加载频率分别为 10, 15 Hz 作用下, 桩身轴力逐渐趋于稳定所需的荷载循环次数分别约为 2 万和 3 万次, 加载频率越低, 桩身轴力趋于稳定所需的荷载循环次数越低, 越容易达到平衡状态。由上分析可知, 无砟轨道 X 形桩-筏复合地基中桩与土共同承担上部传递下来的动荷载, 在动力加载初期, 桩承担的动荷载相对较小, 地基土承担的动荷载相对较大, 桩土应力比相对较小; 随着加载时间的增加桩承担的荷载逐渐增大, 但增加的速率逐渐放缓, 并有趋于稳定的趋势。证明在此过程中, 由于碎石垫层的存在, 桩、土协同工作, 桩承担的荷载逐渐增加, 当达到一定循环次数后, 桩、土分担的荷载逐渐达到平衡状态。同时, 加载频率越高, 达到这种平衡状态所需的荷载循环次数越多。桩、土所分担的荷载具有明显的时间效应。

#### (2) 桩身轴力随深度的变化规律

以图 7(b) 中  $P_{33}$  桩身轴力趋于稳定后荷载循环 3.25 万次附近的 A—A 区间为例, 研究桩身轴力随深

度的分布情况, 如图8所示。

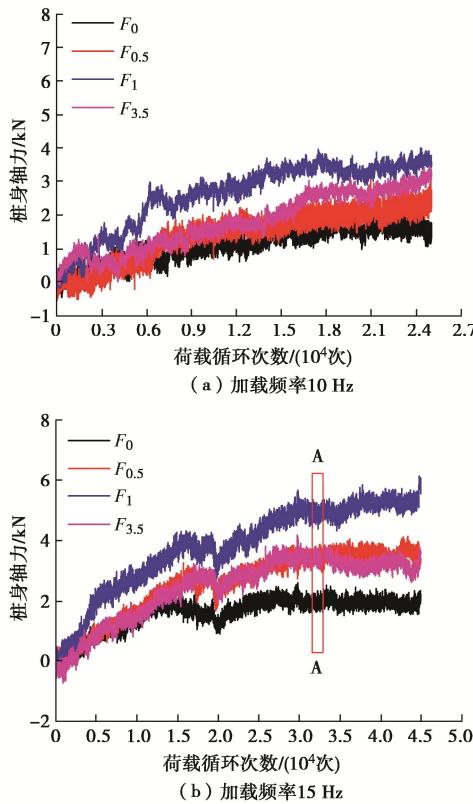


图7 桩身平均轴力随荷载循环次数的变化曲线  
Fig. 7 Average axial forces of pile against loading cycles

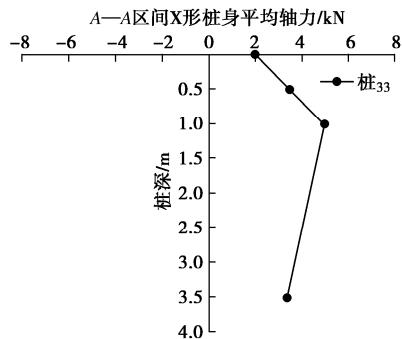


图8 桩身平均动轴力沿深度变化曲线

Fig. 8 Curve of axial force distribution of pile along pile length

由图8可知, 在桩顶向下1m范围内, 桩身轴力随深度的增加呈线性增加, 其中桩顶向下0, 0.5, 1m处的桩身轴力分别为2, 3.5, 5kN, 这是由于桩周土的沉降大于桩体的沉降, 产生作用于桩侧的下拽力, 继而产生桩侧负摩阻力, 使得桩身轴力逐渐变大; 在桩顶向下1~3.5m范围内, 桩身轴力随深度的增加而逐渐减小, 在桩身3.5m处, 桩身轴力降至3.4kN, 这是由于动荷载沿桩身向下传递的过程, 就是不断克服侧摩阻力并通过侧摩阻力向土中扩散的过程, 因而导致桩身轴力在此范围内沿着深度逐渐减小。综上所述, 在桩长的1/4处, 桩身轴力达到最大, 而桩侧摩阻力为0, 即为中性点位置。

### (3) 归一化桩身轴力与荷载循环次数的关系

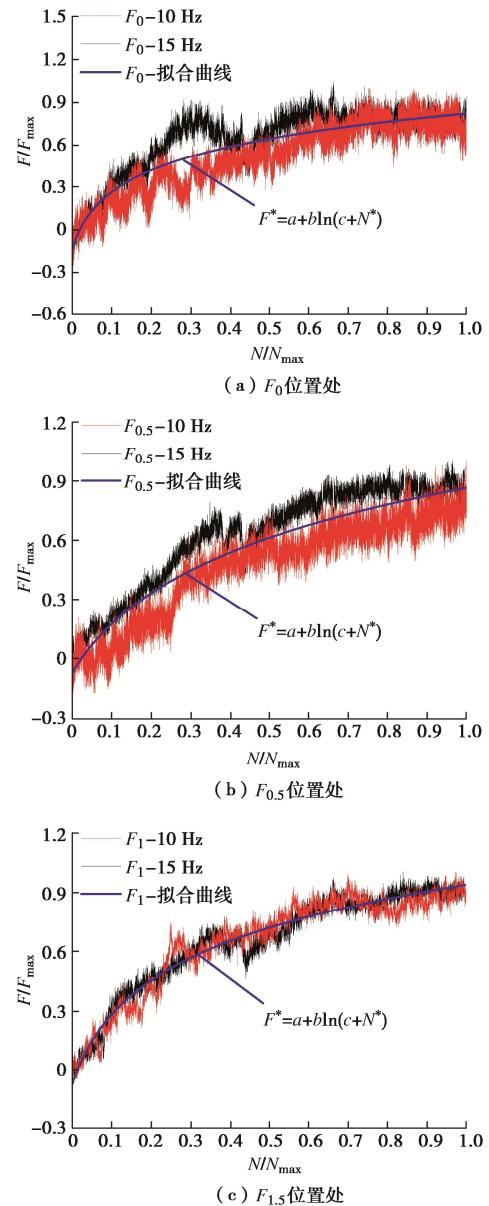
对桩身轴力与荷载循环次数进行整理分析, 分别得出P<sub>33</sub>桩F<sub>0</sub>, F<sub>0.5</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>3.5</sub>位置处的归一化桩身轴力F\*与归一化荷载循环次数N\*的关系如图9(a)~(d)所示。归一化桩身轴力F\*定义为荷载循环N次时所对应的桩身轴力F与荷载循环N<sub>max</sub>次时所对应的桩身轴力F<sub>max</sub>之比,

$$F^* = \frac{F}{F_{\max}} \quad . \quad (2)$$

归一化荷载循环次数N\*定义为荷载循环次数N与荷载循环次数N<sub>max</sub>之比,

$$N^* = \frac{N}{N_{\max}} \quad . \quad (3)$$

由图9(a)~(d)可知, 在加载频率10, 15Hz分别作用下, F<sub>0</sub>, F<sub>0.5</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>3.5</sub>各位置处的归一化桩身轴力均随归一化荷载循环次数的增加而逐渐增加, 但增加的速率逐渐减小, 并逐步趋向稳定状态。



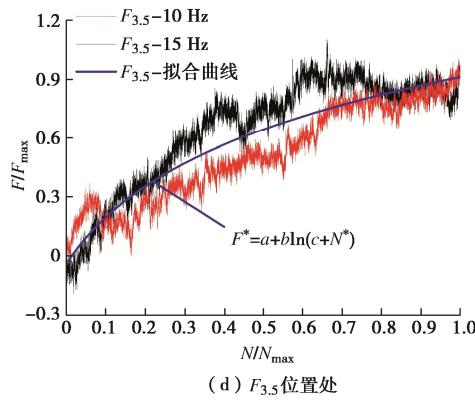


图 9 归一化桩身轴力时程曲线

Fig. 9 Nomalization of average axial force of pile versus loading cycles

分别对图 9 (a) ~ (d) 中的曲线进行拟合,发现  $F_0$ ,  $F_{0.5}$ ,  $F_1$ ,  $F_{3.5}$  位置处的归一化桩身轴力随归一化荷载循环次数的变化规律均符合对数曲线:

$$F^* = a + b \ln(c + N^*) , \quad (4)$$

不同位置处拟合曲线的参数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  的值见表 4。

表 4 拟合参数取值

Table 4 Values of fitting parameter

| 位置        | $a$   | $b$   | $c$   |
|-----------|-------|-------|-------|
| $F_0$     | 0.817 | 0.268 | 0.029 |
| $F_{0.5}$ | 0.813 | 0.431 | 0.127 |
| $F_1$     | 0.920 | 0.340 | 0.054 |
| $F_{3.5}$ | 0.842 | 0.470 | 0.153 |

### 2.3 侧摩阻力分析

#### (1) 桩侧摩阻力随深度的变化规律

以图 7(b) 中桩身轴力趋于稳定后荷载循环 3.25 万次附近的  $A-A$  区间轴力为例, 根据测得的桩身轴力计算出相应断面的桩侧摩阻力, 如图 10 所示。

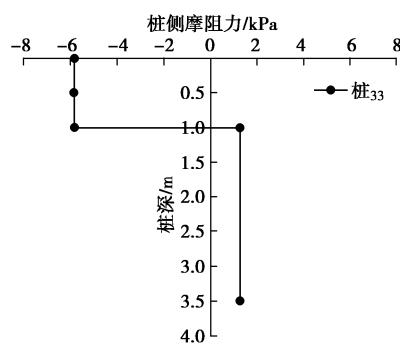


图 10 桩侧摩阻力沿桩身的分布情况

Fig. 10 Average friction of pile shaft distribution along pile length

由图 10 可知, 在桩顶向下  $0\sim 1$  m 范围内为负摩阻力区, 负摩阻力为  $-5.85$  kPa; 在  $1\sim 3.5$  m 范围内为正摩阻力区, 其侧摩阻力为  $1.25$  kPa, 中性点位置在桩长的  $1/4$  处。文献[26, 27]分别基于 X 形桩单桩复合地基和多桩复合地基的现场静载试验研究, 发现其

中性点位置分别在桩长的  $1/5$  和  $1/4\sim 1/3$  处, 桩侧摩阻力的整体分布规律与传统圆形桩特点相似, 高于同参数的圆形桩复合地基。由上述分析可知, 在列车荷载和静载分别作用下, X 形桩筏复合地基的桩侧摩阻力分布规律有一定的相似性。

#### (2) 归一化桩侧摩阻力与归一化荷载循环次数的关系

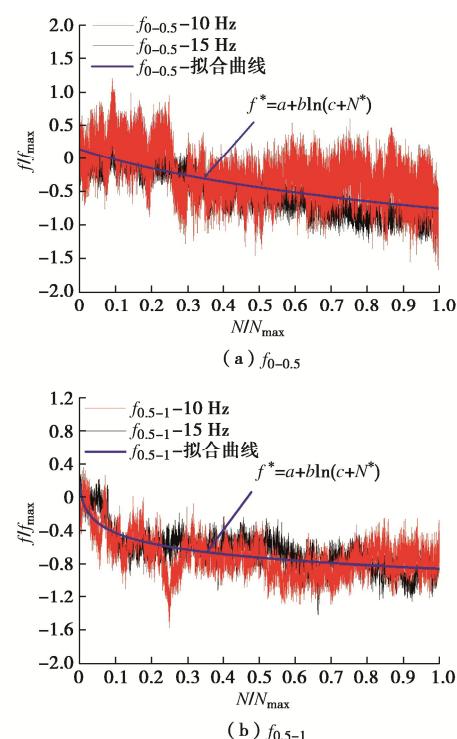
本节基于 2.2 节获得的  $F_0$ ,  $F_{0.5}$ ,  $F_1$ ,  $F_{3.5}$  位置处桩身轴力时程曲线, 计算出桩顶向下  $0\sim 0.5$  m,  $0.5\sim 1.0$  m 和  $1\sim 3.5$  m 范围内的桩侧摩阻力  $f_{0-0.5}$ ,  $f_{0.5-1}$ ,  $f_{1-3.5}$ , 并对桩侧摩阻力与荷载循环次数进行整理分析, 分别得出 X 形桩不同位置处的归一化桩侧摩阻力  $f^*$  与归一化荷载循环次数  $N^*$  的关系, 如图 11 (a) ~ (c) 所示。

归一化桩侧摩阻力  $f^*$  定义为荷载循环  $N$  次时所对应的桩侧摩阻力  $f$  与荷载循环  $N_{max}$  次时所对应的桩侧摩阻力  $f_{max}$  之比:

$$f^* = \frac{f}{f_{max}} . \quad (5)$$

归一化荷载循环次数  $N^*$  定义同式 (3)。

由图 11 (a) ~ (c) 可知, 在桩顶向下  $0\sim 0.5$  m 和  $0.5\sim 1.0$  m 范围内的归一化桩侧负摩阻力均随归一化荷载循环次数的增加而逐渐增加, 但增加的幅度逐渐减小, 并逐步趋向稳定状态; 桩顶向下  $1\sim 3.5$  m 范围内的归一化桩侧正摩阻力也有类似的变化规律; 由此可见, 桩侧摩阻力与荷载循环次数密切相关, 随着荷载循环次数的增加桩侧摩阻力逐渐被调动起来, 最后趋于稳定。



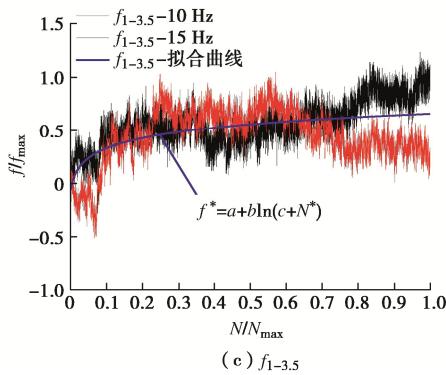


图 11 归一化桩侧动摩阻力时程曲线

Fig. 11 Nomralization of average friction of pile shaft

分别对图 11 (a) ~ (c) 中的曲线进行拟合, 发现归一化桩侧摩阻力随归一化荷载循环次数的变化规律均符合对数曲线:

$$f^* = a + b \times \ln(c + N^*) , \quad (6)$$

式中, 参数  $a$ ,  $b$ ,  $c$  的值见表 5。

表 5 拟合参数取值

Table 5 Values of fitting parameter

| 桩顶向下      | $a$    | $b$    | $c$   |
|-----------|--------|--------|-------|
| 0~0.5 m   | -0.528 | -0.692 | 0.377 |
| 0.5~1.0 m | -0.856 | -0.188 | 0.004 |
| 1~3.5 m   | 0.659  | 0.145  | 0.004 |

## 2.4 长期沉降分析

### (1) 累积变形曲线

本节选取加载频率为 15 Hz 情况下 (工况 3) 的动力累积变形测试结果进行分析, 图 12 为轨道板中心  $D_1$  处 (图 2) 的变形随荷载循环次数的变化规律。由图 12 可知, 在预压 20 kN 静载的过程中, 轨道板产生了 0.25 mm 的变形。在列车循环荷载加载过程中, 轨道板累积变形随加载次数的增加而逐渐增加, 循环加载的前期变形增加的速率较快, 随着土体的进一步压实, 变形增加的速率逐渐放缓, 且有收敛的趋势。

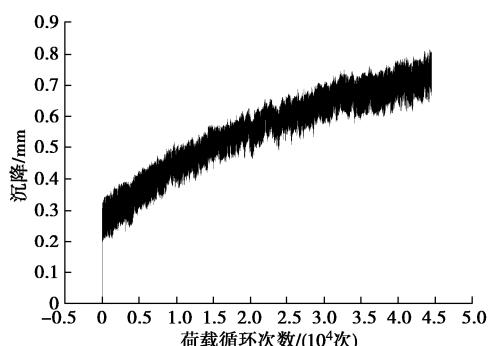


图 12 轨道板累积沉降与循环次数的关系

Fig. 12 Dynamic settlements against number of loading cycles measured at track slab

Huang 等<sup>[28]</sup>在激振频率为 20 Hz、振动幅值为 41.25 kN 的动荷载作用下通过现场试验测量了无砟轨道桩-板低矮路堤的长期沉降, 其中篦板下每排桩由 5

根直径为 0.8 m 的圆形桩组成, 而本模型试验所对应的原型篦板下每排桩由 5 根外包圆直径为 0.785 m 的 X 形桩组成, 两者外包圆直径相近, 但后者单位混凝土用量较前者节省了 35.2%。为了便于两者的比较, 笔者将荷载循环次数进行归一化处理, 将图 12 中由于预压 20 kN 静载产生的 0.25 mm 沉降减去, 并将测得的沉降除以所受到的荷载, 得到单位荷载沉降量随归一化荷载循环次数的变化规律如图 13 所示。

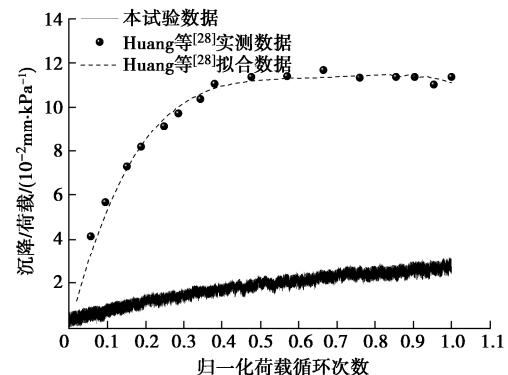


图 13 单位荷载沉降量与归一化荷载循环次数的关系

Fig. 13 Relationship between settlement / load and nomalization of loading cycles

由图 13 可知, Huang 等<sup>[28]</sup>现场试验与本模型试验所获得的单位荷载沉降量分别为 11.12 mm/kPa 和 2.41 mm/kPa, 前者是后者的 5.19 倍, 而后者所采用的 X 形桩与前者的圆形桩相比, 单位混凝土用量还节省了 35.2%。由上述分析可知, 在动力荷载作用下饱和砂土地基中的 X 形桩篦地基比天然地基中的圆形桩-板地基在控制沉降方面具有明显的优势。这种明显优势具体是由砂土地基、还是 X 形桩、还是两者共同耦合作用引起的, 这里还找不到准确原因, 笔者将在后续就此问题进一步开展研究工作。

### (2) 归一化沉降与归一化循环次数的关系

为了进一步对轨道板的沉降性状进行研究, 这里选取加载频率 5, 10, 15 Hz 下轨道板的沉降与荷载循环次数进行整理分析, 得出轨道板的归一化沉降  $S^*$  与归一化荷载循环次数  $N^*$  的关系如图 14 所示。

归一化沉降  $S^*$  定义为荷载循环  $N$  次时所对应的沉降  $S$  与荷载循环  $N_{max}$  次时所对应的沉降  $S_{max}$  之比,

$$S^* = \frac{S}{S_{max}} . \quad (7)$$

归一化荷载循环次数  $N^*$  定义同式 (3)。

由图 14 可知, 3 种加载频率下轨道板的沉降曲线具有很大的相似性, 归一化沉降随着归一化荷载循环次数的增加逐渐增加, 但增加的速率逐渐减小, 最终沉降明显收敛, 并且进入安定状态; 经过拟合, 归一化沉降与归一化荷载循环次数的关系均符合对数函数:

$$S^* = a + b \times \ln(c + N^*) \quad , \quad (8)$$

式中,  $a$  为 0.82,  $b$  为 0.37,  $c$  为 0.28。

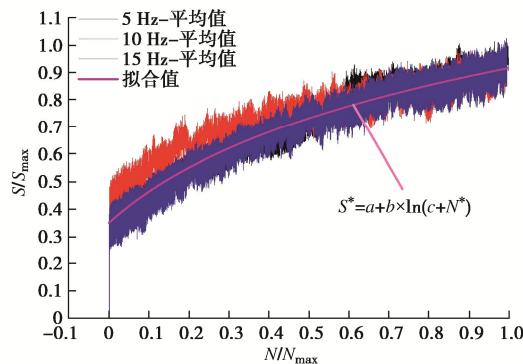


图 14 归一化沉降与荷载循环次数之比的关系

Fig. 14 Relationship between nomalization of settlement ratio and loading cycle ratio

### 3 结 论

本文通过在长期列车循环荷载作用下分析饱和砂土地基中无砟轨道 X 形桩-筏复合地基的桩身轴力、桩侧摩阻力和累积沉降, 得出 4 点结论。

(1) 桩身轴力随荷载循环次数的增加而逐渐增加, 但增加的速率逐渐放缓, 有收敛的趋势, 桩身轴力的发挥具有明显的时间效应。加载频率越低, 桩身轴力趋于稳定所需的荷载循环次数越少。

(2) 在桩顶向下 1 m 范围内, 桩身轴力随深度的增加逐渐变大, 在 1 m 处(即桩长 1/4 处)桩身轴力达到最大; 在 1 m 范围外, 桩身轴力随深度的增加而逐渐减小。归一化桩身轴力随归一化荷载循环次数的变化规律可用对数曲线  $F^* = a + b \times \ln(c + N^*)$  描述。

(3) 在桩顶向下 1 m 范围内为负摩阻力区, 在 1 m 范围外为正摩阻力区, 中性点位置在桩长的 1/4 处。在桩顶向下 1 m 范围内的归一化桩侧负摩阻力随归一化荷载循环次数的增加而逐渐增加, 但增加的幅度逐渐减小, 并逐步趋向稳定状态; 在 1 m 范围外归一化桩侧正摩阻力也有类似的变化规律。归一化桩侧摩阻力随归一化荷载循环次数的变化规律可以用对数函数  $f^* = a + b \times \ln(c + N^*)$  描述。

(4) 在动力荷载作用下饱和砂土地基中的 X 形桩筏地基比天然地基中的圆形桩-板地基在控制沉降方面具有明显的优势。轨道板长期累积沉降随加载次数的增加而逐渐增加, 循环加载初期变形增加的速率较快, 随着土体的进一步压密变形增加的速率逐渐放缓。归一化沉降与归一化荷载循环次数的关系符合对数函数  $S^* = a + b \times \ln(c + N^*)$ 。

### 参 考 文 献:

[1] 刘汉龙, 孙广超, 孔纲强, 等. 无砟轨道 X 形桩-筏复合地

基动土压力分布规律试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(11): 1933–1940. (LIU Han-long, SUN Guang-chao, KONG Gang-qiang, et al. Model tests on distribution law of dynamical soil pressure of ballastless track XCC pile-raft composite foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, 38(11): 1933–1940. (in Chinese))

- [2] PRIEST J A, POWRIE W, YANG L, et al. Measurements of transient ground movements below a ballasted railway line[J]. Géotechnique, 2010, 60(9): 667–677.
- [3] SHAER A A, DUHAMEL D, SAB K, et al. Experimental settlement and dynamic behavior of a portion of ballasted railway track under high speed trains[J]. Journal of Sound and Vibration, 2008, 316(1/2/3/4/5): 211–233.
- [4] BIAN X C, JIANG H G, CHENG C, et al. Full-scale model testing on a ballastless high-speed railway under simulated train moving loads[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, 66: 368–384.
- [5] CHEBLI H, CLOUTEAU D, SCHMITT L. Dynamic response of high-speed ballasted railway tracks: 3D periodic model and *in situ* measurements[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2008, 28(2): 118–131.
- [6] YANG L A, POWRIE W, PRIEST J A. Dynamic stress analysis of a ballasted railway track bed during train passage[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2009, 135(5): 680–689.
- [7] GALVÍN P, ROMERO A, DOMÍNGUEZ J. Vibrations induced by HST passage on ballast and non-ballast tracks[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2010, 30(9): 862–873.
- [8] ZHAI W M, HE Z X, SONG X L. Prediction of high-speed train induced ground vibration based on train-track-ground system model[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 9(4): 545–554.
- [9] BHADURI A, CHOUDHURY D. Steady-state response of flexible combined pile-raft foundation under dynamic loading[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2021, 145: 106664.
- [10] 庄妍, 李劭邦, 崔晓艳, 等. 高铁荷载下桩承式路基动力响应及土拱效应研究[J]. 岩土力学, 2020, 41(9): 3119–3130. (ZHUANG Yan, LI Shao-bang, CUI Xiao-yan, et al. Investigation on dynamic response of subgrade and soil arching effect in piled embankment under high-speed railway loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(9): 3119–3130. (in Chinese))
- [11] 吕玺琳, 马泉. 高铁复合结构路基荷载传递及沉降数值模拟[J]. 铁道工程学报, 2018, 35(7): 1–6. (LÜ Xi-lin, MA

- Quan. Numerical research on the load transfer and settlement of composite structural subgrade of high-speed railway[J]. Journal of Railway Engineering Society, 2018, **35**(7): 1 - 6. (in Chinese))
- [12] THACH P N, LIU H L, KONG G Q. Evaluation of PCC pile method in mitigating embankment vibrations from a high-speed train[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(12): 2225 - 2228.
- [13] 陈宏伟, 徐林荣. 高速铁路 CFG 桩-筏复合地基现场测试研究[J]. 土木建筑与环境工程, 2014, **36**(6): 60 - 66. (CHEN Hong-wei, XU Lin-rong. Analysis of field test high-speed railway CFG pile-raft composite foundation[J]. Journal of Civil, Architectural & Environmental Engineering, 2014, **36**(6): 60 - 66. (in Chinese))
- [14] 徐林荣, 牛建东, 吕大伟, 等. 软基路堤桩-网复合地基试验研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(10): 2149 - 2154, 2160. (XU Lin-rong, NIU Jian-dong, LÜ Da-wei, et al. Experimental study on pile-net composite foundation of high-speed railway on soft soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(10): 2149 - 2154, 2160. (in Chinese))
- [15] 吕玺琳, 马 泉, 方 航. 高铁桩网复合结构路基长期运营沉降模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(增刊 1): 140 - 144. (LÜ Xi-lin, MA Quan, FANG Hang. Model tests on the long-term settlement of pile-net composite structure subgrade for high-speed railways[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(S1): 140 - 144. (in Chinese))
- [16] LV Y R, LIU H L, DING X M, et al. Field tests on bearing characteristics of X-section pile composite foundation[J]. Journal of Performance of Constructed Facilities, 2012, **26**(2): 180 - 189.
- [17] LIU H L, ZHOU H, KONG G Q. XCC pile installation effect in soft soil ground: a simplified analytical model[J]. Computers and Geotechnics, 2014, **62**: 268 - 282.
- [18] YIN F, ZHOU H, LIU H L, et al. Effects of asphalt overlay on XCC pile-supported embankment vibration from a moving vehicle[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2018, **112**: 18 - 23.
- [19] NIU T T, LIU H L, DING X M, et al. Model tests on XCC-piled embankment under dynamic train load of high-speed railways[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2018, **17**(3): 581 - 594.
- [20] 牛婷婷, 孙广超. 高速铁路 X 形桩桩网复合地基动态响应分析 [J]. 岩土力学, 2021, **42**(5): 1266 - 1280. (NIU Ting-ting, SUN Guang-chao. Dynamic response analysis of X-pile-net composite embankment in high-speed railway[J]. Rock and Soil Mechanics, 2021, **42**(5): 1266 - 1280. (in Chinese))
- [21] SUN G C, KONG G Q, LIU H L, et al. Vibration velocity of X-section cast-in-place concrete (XCC) pile-raft foundation model for a ballastless track[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2017, **54**(9): 1340 - 1345.
- [22] 孙广超, 刘汉龙, 孔纲强, 等. 振动波型对 X 形桩桩-筏复合地基动力响应影响的模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(6): 1021-1029. (SUN Guang-chao, LIU Han-long, KONG Gang-qiang, et al. Model tests on effect of vibration waves on dynamic response of XCC pile-raft composite foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(6): 1021 - 1029. (in Chinese))
- [23] 孙广超, 孔纲强, 刘汉龙, 等. 荷载振幅对 X 形桩-筏复合地基动力响应特性影响的试验研究[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, **51**(2): 499 - 506. (SUN Guang-chao, KONG Gang-qiang, LIU Han-long, et al. Experimental study on load amplitude impact on dynamic response of XCC pile-raft composite foundation[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, **51**(2): 499 - 506. (in Chinese))
- [24] 高速铁路设计规范: TB 10621—2014[S]. 2015. (Code for Design of High Speed Railway: TB 10621—2014[S]. 2015. (in Chinese))
- [25] 徐 进. 高速铁路路基模型试验系统研究与动力分析[D]. 长沙: 中南大学, 2012. (XU Jin. Research on Model Test System of High Speed Railway Subgrade and Dynamics Analysis[D]. Changsha: Central South University, 2012. (in Chinese))
- [26] 杨 挺, 刘汉龙, 孔纲强. 现浇 X 形桩复合地基静载荷试验研究[J]. 地下空间与工程学报, 2016, **12**(3): 662 - 669. (YANG Ting, LIU Han-long, KONG Gang-qiang. Static load field test of X-section cast-in-place pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2016, **12**(3): 662 - 669. (in Chinese))
- [27] 丁选明, 孔纲强, 刘汉龙, 等. 现浇 X 形桩桩-土荷载传递规律现场试验研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(2): 489 - 493. (DING Xuan-ming, KONG Gang-qiang, LIU Han-long, et al. Field test study of pile-soil load transfer characteristics of X-shaped cast-in-place pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(2): 489 - 493. (in Chinese))
- [28] HUANG J J, SU Q, LIU T, et al. Vibration and long-term performance analysis of pile-plank-supported low subgrade of ballastless track under excitation loads[J]. Shock and Vibration, 2015, **2015**: 404627.

DOI: 10.11779/CJGE202205021

# 基于密实核理论的 TBM 盘形滚刀磨损预测模型研究

余 磊<sup>1</sup>, 张社荣<sup>1</sup>, 和孙文<sup>2</sup>, 王 超<sup>1\*</sup>, 李 雷<sup>2</sup>, 景 勇<sup>2</sup>, 刘 勇<sup>3</sup>

(1. 天津大学水利工程仿真与安全国家重点实验室, 天津 300354; 2. 中电建水电第十四工程局有限公司, 云南 昆明 650051;  
3. 中电建南方建设投资有限公司, 广东 深圳 518025)

**摘要:** CCS (Constant Cross Section) 盘形滚刀磨损是影响硬岩隧道掘进工作效率和成本预算的关键问题。根据 CCS 型滚刀的工作特点和岩石切割破碎原理, 分析研究滚刀破碎岩石的复杂应力状态, 建立了考虑密实核效应的滚刀破岩机理。通过推导密实核长度的理论解析式, 获得了基于塑性去除磨粒磨损机制的滚刀磨损量与法向荷载之间的数学关系式, 进而提出了滚刀磨损速率及切削寿命预测模型。基于此, 分析计算了深圳地铁 12 号线某区间共 757 环的正面滚刀实测磨损数据, 发现预测值与实测值的相对差异率值均小于 10%, 验证了预测模型的有效性。此外, 通过与现有滚刀磨损预测模型对比分析, 结果表明本文提出的预测模型计算结果更接近于现场实测值, 说明了滚刀磨损速率和切削寿命指标可作为评价滚刀磨损特性的可靠指标, 为 TBM 工程现场刀具更换方案设计提供更为合理可行的理论依据。

**关键词:** CCS 型滚刀; 密实核效应; 均匀磨损; 预测模型; 实例验证

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2022)05-0970-09

作者简介: 余 磊(1994—), 男, 博士研究生, 主要从事岩石力学理论、隧道开挖及地下工程空间开发等方面的研究工作。E-mail: shelei187@163.com。

## Prediction model for TBM disc cutter wear based on dense core theory

SHE Lei<sup>1</sup>, ZHANG She-rong<sup>1</sup>, HE Sun-wen<sup>2</sup>, WANG Chao<sup>1</sup>, LI Lei<sup>2</sup>, JING Yong<sup>2</sup>, LIU Yong<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Simulation and Safety, Tianjin University, Tianjin 300354, China; 2. Power China Sinohydro Bureau 14th Corporation, Kunming 650051, China; 3. Power China South Construction Investment Co., Ltd., Shenzhen 518025, China)

**Abstract:** The CCS (constant cross section) type disc cutter wear is an inevitably crucial puzzle that affects the construction efficiency and cost budgeting of hard rock excavation. In this paper, according to the working characteristics of the CCS type disc cutter and the theory of rock squeezing and cutting, the complex stress state of rock-breaking by the cutter is analyzed and the mechanism of disc cutter rock-breaking considering the dense core effect is established. By deducing theoretical analytical expressions of dense core length, the mathematical relationship between cutter wear amount and normal force based on the principle of plastic removal abrasiveness is obtained, then the prediction models for wear rate and the cutting life of a disc cutter are proposed. Based on this context, by analyzing and calculating the measured wear data of the front disc cutter of a total of 757 rings in a section of Metro Line 12 in Shenzhen, China, it is found that the relative difference rate between the predicted value and the measured value is less than 10%, which validates the reliability and accuracy of the prediction model. In addition, by comparing with an existing typical prediction model of the CCS type disc wear, the results show that the calculation results of the prediction model proposed in this paper are more consistent with the field measured values, indicating that the disc cutter wear rate and cutting life can be regarded as reliable indexes to evaluate the cutter wear characteristics, which provides a more reasonable and feasible theoretical basis for the design of tool replacement scheme in TBM engineering.

**Key words:** constant cross section (CCS) disc cutter; dense core effect; uniform wear; prediction model; case validation

## 0 引言

盘形滚刀作为 TBM (Tunnel Boring Machine) 破岩的核心关键部件, 处于开挖设备最前端, 直接暴露在岩石表面, 通过与掌子面围岩之间发生一系列的复杂相互作用参与破岩掘进工作<sup>[1]</sup>。CCS (Constant Cross

Section) 盘形滚刀因具有破岩效率高、刀具磨损量小、

基金项目: 国家自然科学基金项目 (51779168, 51979188); 国家重点研发计划 (2018YFC0406903)

收稿日期: 2021-06-28

\*通信作者 (E-mail: wangchaosg@tju.edu.cn)

比能耗低等优点, 已广泛应用于几乎所有坚硬岩石开挖项目<sup>[2]</sup>。然而, 由于硬岩突出的高强度和高磨蚀性, 滚刀磨损已成为 TBM 施工过程中不可避免的关键性难题。据报道, 对于长距离 TBM 硬岩隧道开挖项目, 因滚刀磨损导致的刀具费用约占施工费用的 1/3<sup>[3]</sup>。此外, 若不及时更换过度磨损的刀具, 刀盘会产生过大的旋转载荷, 甚至会卡死, 这不仅会降低挖掘效率, 而且容易引发施工潜在风险<sup>[4]</sup>。因此, 建立合理准确的 CCS 盘形滚刀磨损预测模型对提高 TBM 掘进效率及经济性具有重要意义。

滚刀磨损是一个包含挤压、剪切及摩擦等多种荷载作用的复杂过程, 主要受岩体类型及力学性能、矿物硬度、掘进参数、刀具材料及荷载分布规律等因素影响<sup>[5]</sup>。针对硬岩盘形滚刀磨损预测问题, 国内外学者开展了大量的研究工作。20世纪90年代, 美国科罗拉多矿业学院(CSM)<sup>[6]</sup>提出了使用磨蚀性指数(CAI)来预测滚刀寿命的 CSM 模型。挪威理工学院<sup>[7]</sup>建立了基于挪威磨损值(SJ, AVS)的刀具寿命指数(CLI)预估模型。魏南珍等<sup>[8]</sup>根据秦岭隧道的工程数据, 提出了不同区域盘形刀具累积磨损量和更换频率的计算模型。20世纪初, 张照煌等<sup>[9]</sup>通过盘形滚刀破岩理论分析, 认为滚刀刀刃破岩点弧长与磨损量存在正比例关系。Frenzel<sup>[10]</sup>基于 CAI 和工程数据分析提出了一套滚刀消耗预测模型。Hassanpour 等<sup>[11]</sup>根据伊朗 Karaj 输水隧洞的数据建立了基于岩石硬度和单轴抗压强度的滚刀寿命预测公式。随后, 李刚等<sup>[12]</sup>开发了基于 CSM 模型 Rostami 公式的 CCS 盘形滚刀破岩受力理论计算模型。在此基础上, 杨延栋等<sup>[13]</sup>、吴俊等<sup>[14]</sup>和 Sun 等<sup>[15]</sup>基于麻省理工学院 Rabinowicz 提出的微观

磨粒磨损机制, 建立了盘形滚刀磨损预测模型并进行了验证。表 1 列出了国内外现有典型的盘形滚刀磨损预测模型。

然而, 上述现有滚刀磨损预测模型在实际工程应用时, 仍存在以下问题: ①由于滚刀破岩磨损机理具有复杂性和多样性, 目前研究者针对盘形滚刀破岩的复杂应力状态尚无明确的定义。②现有滚刀破岩磨损预测公式大多基于单一较完整的岩石建立, 忽虑了岩体类型及节理性质对破岩效果的影响。③鲜少有研究基于现场实际工程数据验证理论公式, 导致已提出的预测模型实际应用性不足。针对上述问题, 本文通过分析研究盘形滚刀破碎岩石的复杂应力状态, 建立考虑密实核效应的滚刀破岩多阶段复杂过程, 提出一种更具可靠性和准确性的硬岩 TBM 盘形滚刀磨损预测模型。同时, 利用实际工程数据验证了模型的可靠性与准确性。

## 1 密实核破岩机理分析

从宏观角度来看, TBM 在开挖掘进过程中, 盘形滚刀与接触岩石主要通过发生滚刀侵入挤压和剪切作用形成岩片<sup>[16]</sup>。另一方面, 以往研究结果表明, 在滚刀压头作用下, 岩石未达到完全破碎前, 在压头侵入前方出现已被粉碎的或显著塑性变形的物体, 称为密实核, 一般外形呈球形或半球形。假设密实核处于静水压力状态, 则其内部 3 向主应力相等。根据弹塑性力学理论可知, 静水压力不影响屈服强度, 只产生体积变形。但是由于岩石结构的非均质性以及内部应力分布的非均匀性, 则导致岩石内部仍然会发生破坏<sup>[17-18]</sup>。此外, 密实核是岩石破碎体的一部分, 也是决定岩石

表 1 国内外现有典型的盘形滚刀磨损预测模型

Table 1 Existing domestic and foreign typical disc cutter wear prediction models

| 预测模型                         | 原理或方法              | 公式   | 数据范围                       | 应用情况              |
|------------------------------|--------------------|--|----------------------------|-------------------|
| CSM <sup>[6]</sup>           | 岩石挤压与剪切破坏理论、LCM 试验 | $F_v = 8.76T^{0.797}R^{0.788}\varphi^{0.602}S^{0.28}\sigma_c^{0.629}\sigma_t^{0.195}$                              | —                          | 完整性较好的玄武岩、石灰岩、花岗岩 |
| NTNU <sup>[7]</sup>          | 挪威磨蚀性试验(SJ、AVS)    | $H_f = \frac{\pi D^2 \cdot H_0 \cdot k_i \cdot PR}{4N}$  | 超过 250 km 隧道               | 花岗岩、凝灰岩           |
| 魏南珍等 <sup>[8]</sup>          | 现场磨损数据拟合           | $M = 0.0229R_i^2 + 2431R_i - 3.2245$   | 约 3.7 km 秦岭隧道              | 混合花岗岩和混合片麻岩       |
| 张照煌等 <sup>[9]</sup>          | 岩石挤压、剪切及张拉破坏理论     | $F_v = \frac{KA}{P_f^2} \cdot P$   | 约 5.6 km 秦岭隧道              | 完整性较好的混合花岗岩       |
| Frenzel 等 <sup>[10]</sup>    | Cerchar 磨蚀性试验(CAI) | $H_f = \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{n \cdot P}{1000} \cdot \frac{2S}{D \cdot 1000}$                               | 超过 127 km 隧道               | 微风化花岗岩            |
| Hassanpour 等 <sup>[11]</sup> | 岩石硬度试验(VHNR)       | $H_f = -2.669VHNR - 7.891UCS + 3430.955$   | 约 30 km 长 Karaj 输水隧洞       | 弱风化火山岩            |
| 李刚等 <sup>[12]</sup>          | CSM 模型             | $F_t = \frac{TR\phi P_r}{1+\psi}, P_r = C \cdot \left( \frac{S\sigma_c^2\sigma_t}{\varphi\sqrt{RT}} \right)^{1/3}$ | 约 18.5 km 秦岭隧道             | 完整较好的玄武岩、石灰岩、花岗岩  |
| 杨延栋等 <sup>[13]</sup>         | Rabinowicz 微切削原理   | $\omega = 0.16K_s \frac{\frac{1}{3}R\sigma_c}{D_0 T^{\frac{2}{3}} h^{\frac{1}{3}} \sigma_s}$                       | 约 2 km 狮子洋隧道和 531 m 广州地铁隧道 | 微风化混合花岗岩          |

注:  $F_v$  为滚刀法向垂直力(N),  $H_f$  为滚刀基本寿命(m<sup>3</sup>/cutter),  $M$  为滚刀径向磨损量(mm),  $F_t$  为滚刀法向和切向合力(N)。

破碎条件及效率的关键因素。

以往刀具破岩机理的研究过程中,引人注意的是,余静<sup>[17]</sup>根据大量的大理岩、石灰岩和花岗岩破碎试验,提出密实核是机械破岩过程中普遍存在的现象,并把岩石破碎分成变形、裂纹源出现、密实核形成、密实核储能、径向裂纹和粉劈以及卸载等6个阶段。随后,孙伟等<sup>[18]</sup>和Huo等<sup>[19]</sup>认为密实核内部为静水压力特性,将滚刀破岩过程分为弹性变形阶段、挤压破碎阶段、密实核破碎阶段与卸载阶段4个阶段。此外,张桂菊等<sup>[20]</sup>通过分析滚刀破岩能量传递机制,发现岩石内部裂纹的扩展是导致岩石失效的主要原因。基于此,本文针对特定的岩石条件,考虑到盘形滚刀破碎岩石的复杂应力状态及密实核效应,在以往研究<sup>[17-20]</sup>基础上将岩石破碎过程划分为4个主要阶段:弹性变形阶段、挤压破碎阶段、密实核压实-劈裂阶段和卸荷阶段,每个阶段的发展及演化过程如图1所示。具体阐述为:在弹性变形阶段,由于岩石的受力没有超过屈服强度极限,则属于弹性变形,岩石表面出现略微凹陷现象;针对挤压破碎阶段,滚刀下方接触岩石的受力超过抗压强度,裂纹开始产生并不断扩展,导致岩石破碎,最终形成破碎带;随着滚刀载荷的不断增大和周围裂纹的交汇,刀刃下方破碎区的岩粉被压实,形成近似半球体的密实核。当密实核中储存的能量达到极限时,周围岩石因承受荷载超过抗拉强度产生径向裂纹。由于滚刀尖端的应力不断集中,导致微裂纹失稳并扩展。最后,当相邻滚刀间距满足一定条件时,长裂纹因受到粉楔作用一方面可扩展至自由面,发展形成块岩;另一方面相邻长裂纹被滚刀贯穿,岩石发生劈裂破碎。当刀盘突然卸载时,储存在岩石内部和密实核的能量被释放,岩石碎片从坑中排出,完成一次完整的破岩过程。

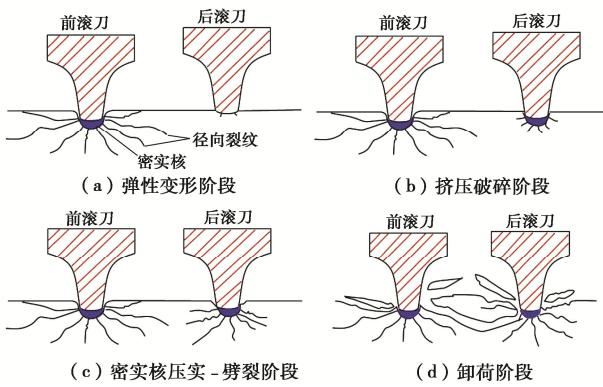


图1 盘形滚刀破岩过程示意图

Fig. 1 Schematic diagram of rock breakage process of disc cutter

## 2 CCS型滚刀磨损预测模型建立

大量工程实践<sup>[15]</sup>表明,均匀磨损是导致盘形滚刀

磨损的主要原因,约占总数的80%~90%。因此,有必要对正面盘形滚刀磨损进行评估和预测,为制定可靠的换刀计划和准确估算刀耗成本提供必要的依据。为了建立合理可靠的盘形刀具磨损预测模型,需要确定其磨损机理和性能。

### 2.1 塑性去除磨粒磨损机制

根据圆盘刀具磨损实验室试验结果<sup>[21]</sup>,均匀磨损的主要原因是塑性去除磨粒磨损,磨粒磨损约占总磨损的82.9%。虽然岩石的硬度和强度一般低于刀环,但一些硬度较高的矿物,如石英,可以穿透刀环表面,变成磨粒,最终导致刀环表面材料发生磨粒磨损。为定量地描述和分析不同硬度材料的研磨性,Rabinowicz<sup>[22]</sup>利用微观切削假说原理,假定将磨粒看成硬质颗粒圆锥体,建立了磨料磨损简化模型。在以往滚刀磨损研究方面,部分学者利用该模型取得了可靠的研究成果。

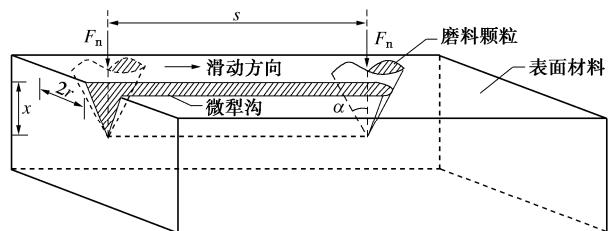


图2 基于塑性去除机制的磨粒磨损示意图

Fig. 2 Schematic diagram of abrasiveness based on plastic removal mechanism

如图2示,假设接触面上磨粒有N个微凸体,则磨粒承受法向载荷 $F_n$ 为

$$F_n = N \frac{\pi r^2}{2} \sigma_s , \quad (1)$$

$$N = \frac{2F_n}{\pi r^2 \sigma_s} , \quad (2)$$

式中, $F_n$ 为磨粒承受法向载荷(kN), $r$ 为锥底半径,则犁出的沟槽宽度为 $2r$ (m), $\sigma_s$ 为被磨损材料的屈服强度(MPa)。当磨粒压入深度为 $x$ ,滑动距离为 $s$ 时,则 $V_0$ 可表示为

$$V_0 = N \times rx = \frac{2F_n}{\pi r^2 \sigma_s} \times rx \times \frac{r}{\tan \alpha} = \frac{2F_n}{\pi \sigma_s \tan \alpha} \quad , \quad (3)$$

式中, $V_0$ 为单位滑动距离下的微犁沟体积,即为磨损体积( $m^3$ ), $\alpha$ 为圆锥体半角(rad)。考虑到微凸体相互作用后可以产生磨损碎屑的比例分数记为 $K$ ,则式(3)可转化为

$$V_0 = K \frac{2}{\tan \alpha} \times \frac{F_n}{\pi \sigma_s} = K_s \frac{F_n}{\pi \sigma_s} \quad , \quad (4)$$

式中, $K_s$ 为磨粒磨损系数,与磨粒硬度、形状尺寸、磨损形式以及起切削作用的磨粒数量等因素有关,一

般可根据试验获取。Rabinowicz 等<sup>[23]</sup>认为钢材之间的三体磨损磨粒尺寸约为  $80 \mu\text{m}$ ,  $K_s$  取值为  $4 \times 10^{-3}$ 。

(4) 说明了磨粒磨损体积与法向荷载成正比例关系。换句话讲, 定量分析滚刀磨损体积的核心任务是求解滚刀法向荷载值。

## 2.2 滚刀法向荷载推导

以往研究结果表明<sup>[24]</sup>, 科罗多拉矿业学院提出的近似常截面接触的滚刀 CSM 受力分析模型最为经典, 且应用较广泛。但该模型是基于完整岩石线性切割试验数据建立, 忽虑了岩体类型及节理性质对破岩过程的影响, 计算结果常与实际测量值存在明显差异。此外, 也有部分学者根据滚刀压痕试验和小尺寸岩石破碎试验共性规律, 提出了针对于 CCS 盘形滚刀的受力模型, 但往往忽虑了密实核的破岩作用, 这显然与实际情况不符<sup>[25]</sup>。为解决此问题, 本文基于建立的密实核破岩机理, 提出一种考虑密实核效应的 CCS 盘形滚刀切削破岩理论模型, 如图 3 所示。

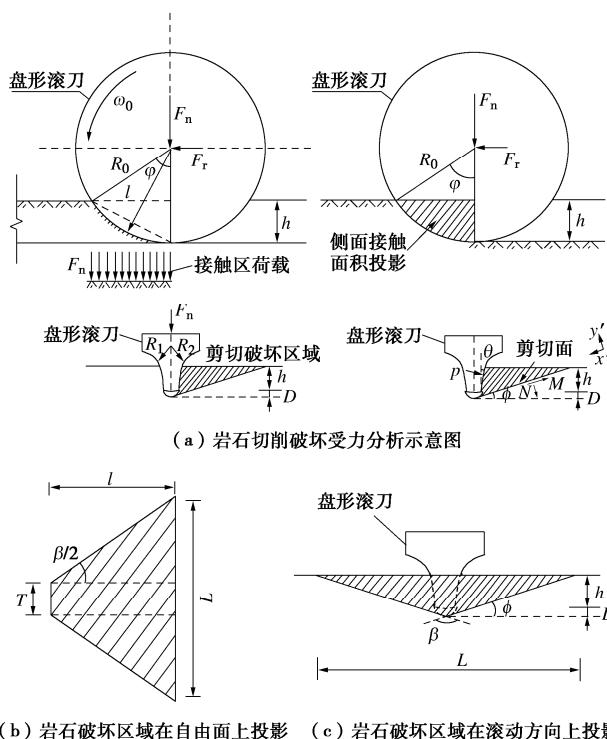


图 3 滚刀切削破岩力学模型示意图

Fig. 3 Mechanical model of rock breakage by cutter cutting

如图 3 (a) 所示, 由于密实核主要在刀刃正下方破碎区域形成并被压实, 则假定密实核为半椭球型, 长度为  $D$ 。根据莫尔-库仑破坏准则, 假设岩石属于剪切破坏, 破碎面受到压应力  $\sigma$  和剪切应力  $\tau$  共同作用。由力学平衡原理可知, 滚刀法向力  $F_n$  可分解为垂直滚刀刃面上的分力  $R_1$ ,  $R_2$ , 以及传递给密实核的分力  $Q$ 。由于滚刀单次破岩周期内的侵入深度较小, 因此不考虑刀刃侧面的摩擦力<sup>[26]</sup>。刀刃侧面分力  $R_1$  在剪

切断面上形成剪切力  $M$  和法向力  $N$ 。当剪应力  $\tau$  超过黏聚力  $c$  和内摩擦力  $\sigma \tan \alpha$  时, 便发生剪切破碎。即破坏条件为

$$\tau = c + \sigma \tan \alpha \quad . \quad (5)$$

式中  $\tau$  为剪切面上的剪应力 (Pa);  $\sigma$  为剪切面上的正应力 (Pa);  $\alpha$  为岩石的内摩擦角 (rad);  $c$  为岩石的黏聚力 (Pa)。因此, 以单位滚刀刃长为研究对象, 根据剪切破碎面的受力平衡分析可得

$$\left. \begin{aligned} \frac{ph}{\cos \theta} \cos(\theta + \phi) &= \frac{\tau(h+D)}{\sin \phi} \\ \frac{ph}{\cos \theta} \sin(\theta + \phi) &= \frac{\sigma(h+D)}{\sin \phi} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中  $R_0$  为圆盘刀具半径 (m);  $T$  为刀刃宽度 (m);  $h$  为刀具侵入岩石深度 (m/rev);  $p$  为刀刃侧面与岩石接触区域任意点的应力值 (Pa);  $\theta$  为刀刃倾角 (rad);  $\phi$  为剪切面与水平面的夹角 (rad)。将式 (6) 代入式 (5) 可得

$$\tau - \sigma \tan \alpha = \frac{ph \sin \phi \cos(\phi + \theta + \alpha)}{(h+D) \cos \theta \cos \alpha} = c \quad , \quad (7)$$

式中,  $\tau - \sigma \tan \alpha$  为  $\phi$  的函数, 因此, 令式 (7) 对  $\phi$  的一次导数为零, 即可得

$$\phi = \frac{\pi}{4} - \frac{\theta + \alpha}{2} \quad . \quad (8)$$

由式 (8) 可知, 剪切面发生在倾角为  $\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta + \alpha}{2}\right)$

的平面上。当  $\theta + \alpha < 90^\circ$  时, 岩石可发生剪切破碎, 将式 (8) 代入式 (7) 可求解  $p$ ,

$$p = \frac{2c(h+D)\cos \theta \cos \alpha}{h[1 - \sin(\theta + \alpha)]} \quad . \quad (9)$$

假设岩石发生剪切破碎时, 密实核附近各向应力都满足岩石抗破碎强度, 那么就有  $p = \sigma_c$ <sup>[27]</sup>, 则密实核的长度为

$$D = \frac{\sigma_c h [1 - \sin(\theta + \alpha)]}{2c \cos \theta \cos \alpha} - h \quad . \quad (10)$$

在图 3 (b) 中, 根据压头侵入试验线性规律, 假设 CCS 型盘形滚刀破岩为半无限体侵入过程, 则认为破岩所需推力  $F_n$  与岩石破碎坑在自由面形成的破碎面积  $A$  成正比<sup>[26]</sup>, 其基本理论公式为

$$F_n = A \sigma_n \quad , \quad (11)$$

式中,  $\sigma_n$  为比例系数, 定义为滚刀压入强度, 它与岩石单轴抗压强度  $\sigma_c$  有关,

$$K_n = \frac{\sigma_n}{\sigma_c} \quad , \quad (12)$$

式中,  $K_n$  为滚压系数, 考虑了岩体类型及节理性质, 可以根据滚压试验确定其数值。一般情况下,  $K_n=0.47\sim0.7$ , 大理岩为 0.53, 花岗岩为 0.7, 有水平层理的石灰岩为 0.43, 节理较发育的软岩  $K_n$  值偏小,

完整性较好的硬岩  $K_n$  偏大<sup>[26]</sup>。实际上, 滚刀与岩石破碎坑在自由面形成的破碎面积  $A$  为不规则图形, 但与岩石破碎角  $\beta$  密切相关,  $\beta+2\phi=\pi$ 。为简化滚刀破岩力计算模型, 做以下假设: ①岩石发生阶跃破碎前, 滚刀推力与接触面积存在线性关系; ②贯入度值相对滚刀半径很小, 假设破碎坑区域各向应力值相同; ③滚刀与岩石接触自由面投影近似梯形。因此,  $A$  可由下式表示:

$$A = \frac{1}{2}(L+T)\sqrt{R_0^2 - (R_0-h)^2} \quad (13)$$

此外, 根据图 3(c)中几何关系可得到剪切破碎坑长度  $L$  为

$$L = 2(h+D)\tan\frac{\beta}{2} \quad (14)$$

将式 (12) ~ (14) 代入式 (11) 中可得

$$F_n = \frac{1}{2}K_n\sigma_c \left[ T + 2(h+D)\tan\frac{\beta}{2} \right] \sqrt{R_0^2 - (R_0-h)^2} \quad (15)$$

由式 (15) 可以看出, 滚刀法向荷载不仅与滚刀几何参数、掘进参数及岩石性质相关, 还与密实核长度  $D$  密切相关, 这也符合文献[26]的研究观点。此外, 式 (15) 也反映了密实核是滚刀破岩过程中的重要几何参数, 直接影响岩石破碎体积及滚刀荷载分布规律。

### 2.3 滚刀磨损速率 $\omega$ 建立

现场评价滚刀磨损程度是极为重要的任务, 但目前尚没有统一的衡量标准。本文基于塑性去除磨粒磨损机制, 引入考虑密实核破岩效应的滚刀法向力解析式, 建立一种可靠的 CCS 型刃盘形滚刀磨损预测模型。当滚刀沿着刀盘旋转时, 滚刀上破岩点的切削路径是以滚刀安装半径  $R_i$  为半径和贯入度  $h$  为导程的圆柱螺旋线。由图 3(a) 可知, 滚刀磨损只发生在滚刀前进方向滚刀与岩石接触的弧线上, 则滚刀转动 1 圈的实际总切削路径可近似为弦长  $l$ :

$$l = R_0\varphi \approx \sqrt{2R_0h} \quad (16)$$

通常工程师在现场测量的滚刀磨损值为滚刀径向磨损长度, 因此, 本文提出滚刀径向磨损深度  $m$  的概念,

$$m = \frac{V}{2\pi R_0 T} = \frac{V_0 l}{2\pi R_0 T} \quad (17)$$

为了定量评价滚刀磨损快慢程度, 调整现场掘进参数, 特别地建立滚刀磨损速率指数  $\omega$ , 定义为 TBM 掘进单位距离滚刀径向累计磨损长度。联立式 (4), (15) ~ (17), 则  $\omega$  表示为

$$\omega = \frac{M}{L} = \frac{mR_i}{hR_0}$$

$$= \frac{K_s K_n \sigma_c R_i \sqrt{R_0^2 - (R_0-h)^2}}{2\pi^2 T \sigma_s \sqrt{2R_0^3 h}} \left[ T + 2(h+D)\tan\frac{\beta}{2} \right], \quad (18)$$

式中,  $L$  为 TBM 掘进距离,  $M$  为 TBM 掘进  $L$  距离滚刀的径向累计磨损长度。由于硬岩掘进实际过程中贯入度  $h$  与滚刀半径  $R_0$  相差极大, 因此,  $2R_0-h \approx D_0$ ,  $D_0$  为滚刀直径, 则式 (18) 可简化为

$$\omega = \frac{K_s K_n \sigma_c R_i}{\pi^2 T \sigma_s D_0} \left[ T + 2(h+D)\tan\frac{\beta}{2} \right] \quad (19)$$

### 2.4 滚刀寿命指数 $\lambda$ 建立

现场滚刀的耐磨性评价也尤显重要, 直接影响着刀具更换时机与换刀方案。科研人员通常采用滚刀寿命指数来表征滚刀耐磨性, 其反映了单把圆形滚刀正常工作条件下的最大切削路径<sup>[7]</sup>。基于此, 为了定量评估滚刀耐磨蚀性能, 本文建立滚刀切削寿命指数  $\lambda$ , 定义为盘形滚刀在正常允许磨损量  $[\delta]$  下的最大切削路径, 则  $\lambda$  表示为

$$\lambda = \frac{[\delta]}{\omega} = \frac{\pi^2 T \sigma_s D_0 [\delta]}{K_s K_n \sigma_c R_i \left[ T + 2(h+D)\tan\frac{\beta}{2} \right]} \quad (20)$$

## 3 工程实例验证

### 3.1 工程概况及计算参数

深圳地铁 12 号线臣田站—臣田北站区间(简称: 臣臣区间) 全线长为 1040.826 m, 隧道为单洞双线设计, 采用 2 台海瑞克  $\phi 6470$  mm 复合式土压平衡盾构机开挖, 具体技术参数见表 2, 其中刀盘布置和刀盘区域划分如图 4 所示。图 5 为该区间隧道地质剖面图, 隧道主要穿越微风化花岗岩地层, 全断面硬岩左线长度约 539 m、右线长约 600 m, 占区间开挖长度的 52% 和 60%, 岩石单轴抗压强度为 68.5~168.3 MPa。由于硬岩区间岩石的高强度和高磨蚀性, 导致刀具磨损及更换频率问题极为突出。

为验证盘形滚刀磨损预测模型, 选取臣臣区间左线 138 环—524 环与右线 150 环—521 环开挖掘进段作为研究对象, 分析整理该掘进段的相关掘进参数、岩石力学指标及滚刀磨损数据。由于选取的左右线开挖掘进段相邻较近且均在微风化花岗岩硬岩区间, 依据现场实际掘进情况取  $h$  为 0.008 m/rev。通过对刀具进行硬度试验, 得出滚刀刀刃的硬度值为 60 HRC, 根据国家标准《黑色金属硬度及强度换算值》(GB/T1172—1999) 可换算出刀圈屈服强度  $\sigma_s=1587$  MPa。此外, 依据《工程岩体试验方法》(GB/T 50266—2013) 开展相应室内试验可获得岩石力学相关指标, 见表 3。正面滚刀累计磨损量如图 6 示,  $[\sigma_s]=20$  mm。

表 2 复合式土压平衡盾构机技术参数

Table 2 Technical parameters of composite EPB shield machine

| 参数  | 整机功率 /kW | 刀盘转速 /(r·min⁻¹) | 扭矩 /(kN·m) | 推力 /kN  | 推进速度 /(mm·min⁻¹) | 刀盘开口率 /% | 滚刀数量 /把  |
|-----|----------|-----------------|------------|---------|------------------|----------|----------|
| 计算值 | 1668.05  | 1.8             | 2300       | 10000   | 15               | 35       | 41       |
| 参数  | 中心滚刀数量/把 | 正面滚刀数量/把        | 边滚刀数量/把    | 滚刀直径/mm | 刀刃宽度/mm          | 刀刃角/(°)  | 刀圈硬度/HRC |
| 计算值 | 6        | 23              | 12         | 457     | 19               | 20       | 60       |

表 3 微风化花岗岩力学性质及计算参数

Table 3 Mechanical properties and calculation parameters of slightly weathered granulated granite

| 参数  | 密度 /( $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ) | 抗压强度 /MPa | 抗拉强度 /MPa | 黏聚力 /MPa | 内摩擦角 /° | 弹性模量 /GPa | 泊松比  | 完整性系数 $K_v$ | 滚压系数 $K_n$ |
|-----|---|-----------|-----------|----------|---------|-----------|------|-------------|------------|
| 计算值 | 2700                                    | 90        | 6.89      | 20.8     | 42.5    | 26.7      | 0.22 | 0.55        | 0.7        |

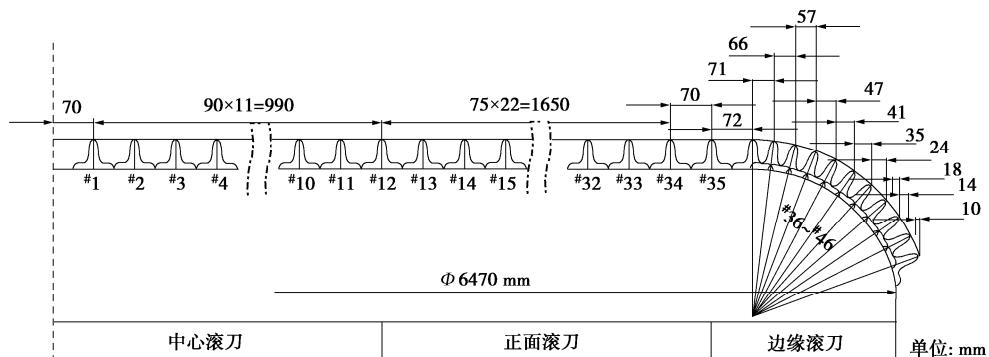
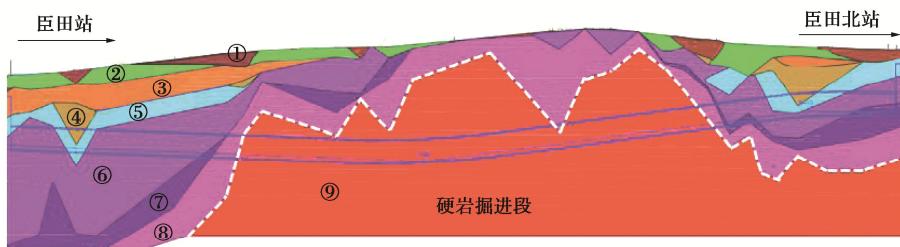


图 4 刀盘布置和刀盘区域划分示意图

Fig. 4 Schematic diagram of cutterhead layout and cutterhead area division



①素填土 ②碎石 ③粉质黏土 ④硬塑性砂质黏土 ⑤全风化花岗岩 ⑥砂状强风化花岗岩  
⑦块状强风化花岗岩 ⑧中风化花岗岩 ⑨微风化花岗岩

图 5 臣臣区间隧道地质剖面示意图

Fig. 5 Geological profile of Chen-chen section tunnel

### 3.2 滚刀磨损速率

基于上述左右线开挖掘进段的相关统计参数, 对式(19)中的滚刀径向磨损速率 $\omega$ 进行验证。以正面滚刀的实际累计磨损量 $M$ 除以掘进距离 $L$ 计算得到结果作为滚刀磨损速率实测值 $\omega_1$ ; 通过式(11)计算得到的结果作为滚刀磨损速率计算值 $\omega_2$ 。为评估本文建立的CCS盘形滚刀磨损速率预测模型的可靠性, 将计算值 $\omega_2$ 与实测值 $\omega_1$ 之间的相对差异率记为 $\xi_\omega$ ,

$$\xi_\omega = \left| \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \right| \times 100\% \quad . \quad (21)$$

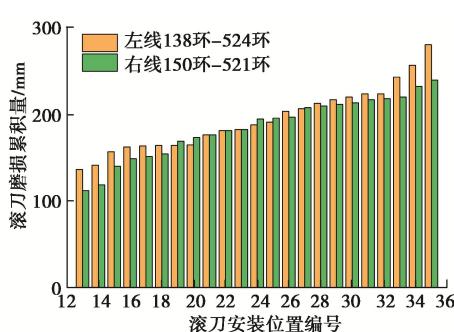


图 6 现场实测滚刀磨损累积量

Fig. 6 Field measurement of cumulative wear of disc cutters

图 7 为盘形滚刀磨损速率指标计算结果。由图 7

可知,由于研究区间地层条件及刀具设计参数的特殊性,左、右线掘进区间滚刀的磨损速率变化趋势基本一致,实测值和计算值均随着滚刀安装半径增加呈增大趋势,且滚刀磨损速率实测值基本稳定在计算值附近。很显然,部分实测值波动较大意味着该位置的滚刀很大可能发生了异常磨损。此外,可以看出理论计算值略大于实测值,这主要是因为式(19)选取了岩石抗压强度的平均值作为输入参数,忽虑了岩石参数的各向异性,导致结果偏大。值得注意的是,左、右线掘进区间滚刀磨损速率计算值与实测值的平均差异率分别为8.5%和7.2%,均小于10%,说明了理论计算模型在工程应用上具有可靠性和准确性。因此,滚刀磨损速率指数 $\omega$ 可作为评价现场滚刀磨损快慢程度的重要指标。

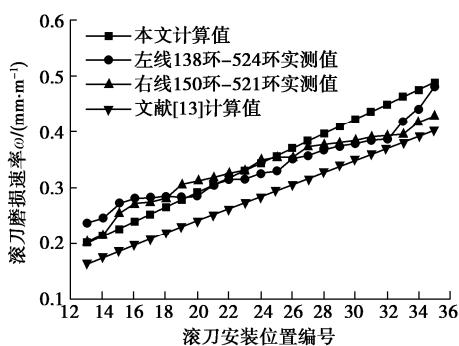


图 7 滚刀磨损速率预测模型验证及对比

Fig. 7 Validation and comparison of prediction models for cutter wear rate

### 3.3 滚刀切削寿命

根据式(20)可分别计算得到滚刀切削寿命实测值 $\lambda_1$ 与计算值 $\lambda_2$ ,同样,为了评估本文建立CCS盘形滚刀寿命预测模型的可靠性,定义 $\xi_\lambda$ 表示计算值 $\lambda_2$ 与实测值 $\lambda_1$ 之间的相对误差。滚刀磨损寿命指数验证结果如图8所示。由图8可以看出,左、右线掘进区间的正滚刀切削寿命指数变化趋势总体一致,实测值在计算值附近波动,且随着滚刀安装半径增加呈幂函数减小趋势。此外,滚刀切削寿命理论计算平均值为62.3 m,左、右线实测平均值分别为61.7, 62.4 m,且其平均相对差异率分别为8.6%和6.9%,均小于10%,这说明理论计算与实测结果基本一致,意味着理论计算模型具有可靠性和准确性。因此,滚刀寿命指数 $\lambda$ 可作为现场滚刀更换方案的重要衡量指标。

### 3.4 模型对比分析

由表1可知,与其他现有典型模型相比,文献[13]是基于微切削磨粒磨损机理,通过建立滚刀磨损体积与CSM模型法向荷载的相关性,提出了正面盘形滚刀磨损速率预测模型,具有一定的理论和试验依据。

因此,为进一步验证本文提出的盘形滚刀磨损预测模型的合理性和可靠性,将该模型与文献[13]提出的模型进行对比分析。根据表2,3中的计算参数,可以获得文献[13]中相应的正面滚刀磨损速率及切削寿命计算值,结果分别如图7,8所示。从图7,8可以看出,本文建立的滚刀磨损速率与切削寿命的理论分析结果与文献[13]计算值随安装半径增大呈现出类似的变化趋势。通过对比发现,本文的预测模型分析结果更接近于现场实测值,且平均相对差异率明显小于文献[13],而文献[13]的磨损速率计算结果偏小。很显然,造成这些差别的主要原因是由于文献[13]提出的模型一方面忽虑了密实核效应在滚刀破岩过程中的作用,另一方面则是没有表征岩体类型及节理特性对滚刀磨损过程的影响,导致其整体磨损量较小。因此,可以推断出本文提出的盘形滚刀磨损预测模型更具有合理性和有效性。此外,限于工程现场试验条件,后续有待开展更多不同岩体类型、节理及力学特性的案例研究以进一步验证。

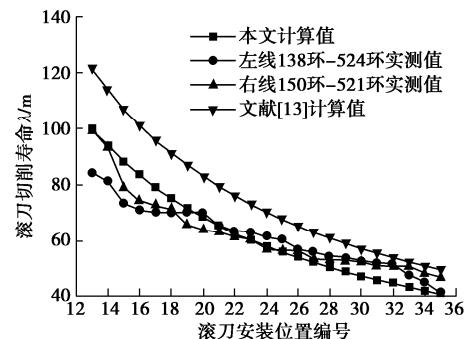


图 8 滚刀切削寿命预测模型验证及对比

Fig. 8 Validation and comparison of prediction models for cutter cutting life

## 4 结 论

(1)根据盘形滚刀的工作特点和岩石切割破碎原理,分析研究盘形滚刀破碎岩石的复杂应力状态,建立了考虑密实核效应的滚刀破岩多阶段复杂过程,认为滚刀破岩可主要分为弹性变形阶段、挤压破碎阶段、密实核压实-劈裂阶段和卸荷阶段。

(2)基于莫尔库仑岩石破坏准则,推导了密实核长度的理论解析式,建立了基于塑性去除磨粒磨损机制的滚刀磨损量与法向荷载之间的数学关系式。从滚刀运动学角度定义并推导了滚刀径向磨损速率及切削寿命指数,进而提出了适用于CCS型刃的盘形滚刀磨损预测模型。

(3)选取深圳地铁12号线臣田站—臣田北站左线138—524环和右线150—521环硬岩区间正面滚刀

磨损数据, 分别与理论预测模型预测值进行比较, 发现预测值与实测值基本一致且关联性较好。此外, 左、右线滚刀磨损率的平均相对差异率值分别为 8.5%, 7.2%, 以及切削寿命分别为 8.6%, 6.9%, 均小于 10%, 验证了预测模型的有效性及准确性。

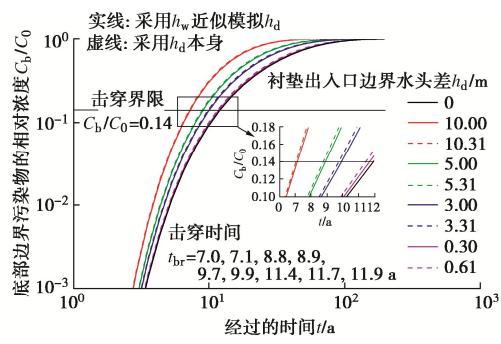
(4) 通过与现有典型滚刀磨损预测模型对比分析, 结果表明本文的预测模型计算结果更接近于现场实测值, 说明提出的滚刀磨损速率和切削寿命指标可作为指导 TBM 工程现场滚刀更换方案的可靠性指标。限于现场试验条件, 预计合作者将提供更多的工程案例以扩充数据库, 进一步提高本文所建立预测模型的可靠性和通用性。

## 参考文献:

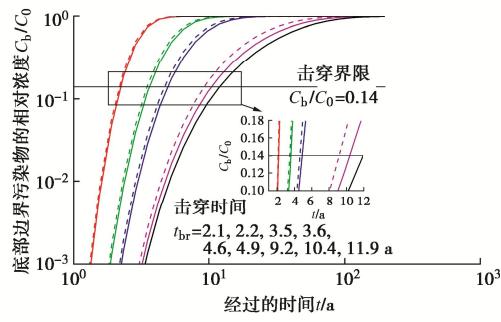
- [1] KARAMI M, ZARE S, ROSTAMI J. Study of common wear prediction models for hard rock TBM disc cutters and comparison with field observation in Kerman water conveyance tunnel[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2021, **80**(2): 1467 – 1476.
- [2] TUMAC D, BALCI C. Investigations into the cutting characteristics of CCS type disc cutters and the comparison between experimental, theoretical and empirical force estimations[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **45**: 84 – 98.
- [3] 张照煌. 全断面岩石掘进机平面刀盘上盘形滚刀磨损研究[J]. 现代隧道技术, 2007, **44**(6): 32 – 36. (ZHANG Zhao-huang. Study on the abrasion of disc cutters on full face rock tunnel boring machine[J]. Modern Tunnelling Technology, 2007, **44**(6): 32 – 36. (in Chinese))
- [4] YANG J H, ZHANG X P, JI P Q, et al. Analysis of disc cutter damage and consumption of TBM1 section on water conveyance tunnel at Lanzhou water source construction engineering[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, **85**: 67 – 75.
- [5] XUE Y D, ZHAO F, ZHAO H X, et al. A new method for selecting hard rock TBM tunnelling parameters using optimum energy: a case study[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **78**: 64 – 75.
- [6] ROSTAMI J. Development of A Force Estimation Model for Rock Fragmentation with Disc Cutters Through Theoretical Modeling and Physical Measurement of Crushed Zone Pressure[D]. Golden: Colorado School of Mines, 1997.
- [7] BRULAND A. Hard Rock Tunnel Boring[D]. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 1998.
- [8] 魏南珍, 沙明元. 秦岭隧道全断面掘进机刀具磨损规律分析[J]. 石家庄铁道学院学报, 1999, **12**(2): 86 – 89. (WEI Nan-zhen, SHA Ming-yuan. The analysis of TBM cutter wear characteristic in the construction of Qinling tunnel[J]. Journal of Shijiazhuang Railway Institute, 1999, **12**(2): 86 – 89. (in Chinese))
- [9] 张照煌, 纪昌明. 全断面岩石掘进机盘形滚刀刃破岩点弧长的解析解及应用研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2009, **17**(2): 265 – 273. (ZHANG Zhao-huang, JI Chang-ming. Analytic solution and its usage of arc length of rock breakage point of disc edge on full face rock tunnel boring machine[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2009, **17**(2): 265 – 273. (in Chinese))
- [10] FRENZEL C. Disc cutter wear phenomenology and their implications on disc cutter consumption for TBM[C]// 45th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium, 2011, San Francisco.
- [11] HASSANPOUR J, ROSTAMI J, AZALI S T, et al. Introduction of an empirical TBM cutter wear prediction model for pyroclastic and mafic igneous rocks; a case history of Karaj water conveyance tunnel, Iran[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2014, **43**: 222 – 231.
- [12] 李刚, 朱立达, 杨建宇, 等. 基于CSM模型的硬岩TBM滚刀磨损预测方法[J]. 中国机械工程, 2014, **25**(1): 32 – 35. (LI Gang, ZHU Li-da, YANG Jian-yu, et al. A method to predict disc cutter wear extent for hard rock TBMs based on CSM model[J]. China Mechanical Engineering, 2014, **25**(1): 32 – 35. (in Chinese))
- [13] 杨延栋, 陈馈, 李凤远, 等. 盘形滚刀磨损预测模型[J]. 煤炭学报, 2015, **40**(6): 1290 – 1296. (YANG Yan-dong, CHEN Kui, LI Feng-yuan, et al. Wear prediction model of disc cutter[J]. Journal of China Coal Society, 2015, **40**(6): 1290 – 1296. (in Chinese))
- [14] 吴俊, 袁大军, 李兴高, 等. 盾构刀具磨损机理及预测分析[J]. 中国公路学报, 2017, **30**(8): 109 – 116, 142. (WU Jun, YUAN Da-jun, LI Xing-gao, et al. Analysis on wear mechanism and prediction of shield cutter[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, **30**(8): 109 – 116, 142. (in Chinese))
- [15] SU W L, LI X G, JIN D L, et al. Analysis and prediction of TBM disc cutter wear when tunneling in hard rock strata: a case study of a metro tunnel excavation in Shenzhen, China[J]. Wear, 2020, **446/447**: 203190.
- [16] 龚秋明, 何冠文, 赵晓豹, 等. 掘进机刀盘滚刀间距对北山花岗岩破岩效率的影响实验研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(1): 54 – 60. (GONG Qiu-ming, HE Guan-wen, ZHAO Xiao-bao, et al. Influence of different cutter spacings on rock fragmentation efficiency of Beishan granite by

- TBM[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(1): 54 – 60. (in Chinese))
- [17] 余 静. 岩石机械破碎规律和破岩机理模型[J]. 煤炭学报, 1982, **7**(3): 10 – 18. (YU Jing. Rules of rock fragmentation with mechanical methods and model of rock failure mechanism[J]. Journl of China Coal Society, 1982, **7**(3): 10 – 18. (in Chinese))
- [18] 孙 伟, 张 旭, 赵奎山. 基于密实核理论的单滚刀多阶段受力预测模型[J]. 机械设计与制造, 2015(6): 9 – 12. (SUN Wei, ZHANG Xu, ZHAO Kui-shan. Multi-stage force prediction model of single disc cutter based on the dense nuclear theory[J]. Machinery Design & Manufacture, 2015(6): 9 – 12. (in Chinese))
- [19] HUO J Z, WANG W Z, SUN W, et al. The multi-stage rock fragmentation load prediction model of tunnel boring machine cutter group based on dense core theory[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, **90**(1/2/3/4): 277 – 289.
- [20] 张桂菊, 谭 青, 劳同炳. TBM 盘形滚刀切削力学模型分析 [J]. 中南大学学报(自然科学版), 2020, **51**(10): 2792 – 2799. (ZHANG Gui-ju, TAN Qing, LAO Tong-bing. Analysis of rock breaking mechanics model for TBM disc cutter[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2020, **51**(10): 2792 – 2799. (in Chinese))
- [21] 赵海鸣, 舒 标, 夏毅敏, 等. 基于磨料磨损的 TBM 滚刀磨损预测研究[J]. 铁道科学与工程学报, 2014, **11**(4): 152 – 158. (ZHAO Hai-ming, SHU Biao, XIA Yi-min, et al. Study of wear prediction for TBM cutter based on abrasive wear model[J]. Journal of Railway Science and Engineering, 2014, **11**(4): 152 – 158. (in Chinese))
- [22] RABINOWICZ, E. Friction and Wear of Materials[M]. NewYork: John Wiley & Sons, 1995.
- [23] RABINOWICZ E, DUNN L A, RUSSELL P G. A study of abrasive wear under three-body conditions[J]. Wear, 1961, **4**(5): 345 – 355.
- [24] 龚秋明. 挖进机隧道掘进概论[M]. 北京: 科学出版社, 2014. (GONG Qiu-ming. Introduction to Tunneling with TBMs[M]. Beijing: Science Press, 2014. (in chinese))
- [25] 荆留杰, 张 娜, 杨 晨, 等. 基于最小破碎比能 TBM 滚刀间距设计方法研究[J]. 铁道学报, 2018, **40**(12): 123-129. (JING Liu-jie, ZHANG Na, YANG Chen, et al. A design method research on TBM face cutter spacing layout based on minimum specific energy[J]. Journal of the China Railway Society, 2018, **40**(12): 123 – 129. (in Chinese))
- [26] 徐小荷, 余 静. 岩石破碎学[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1984. (XU Xiao-he, YU Jing. Rock Breakage Thoery[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1984. (in Chinese))
- [27] ROSTAMI J. Study of pressure distribution within the crushed zone in the contact area between rock and disc cutters[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, **57**: 172 – 186.

## DOI: 10.11779/CJGE202205002 一文彩色插图



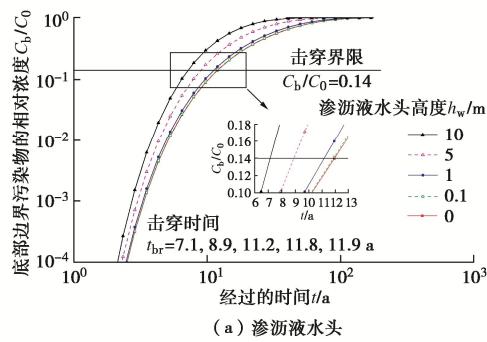
(a) 全局达西对流模型



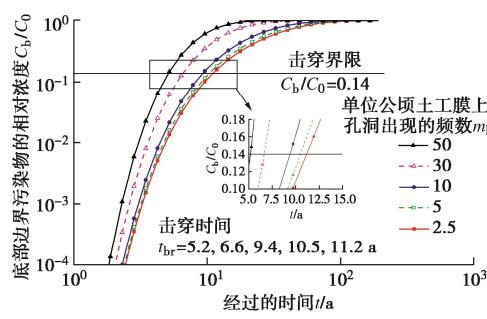
(b) 局部达西对流模型

图 3 GMB/GCL/SL 衬垫击穿曲线

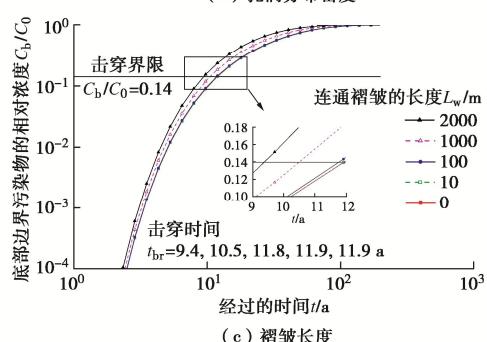
Fig. 3 Breakthrough curves of GMB/GCL/SL



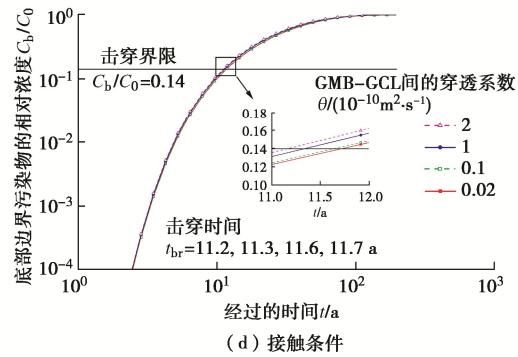
(a) 渗沥液水头



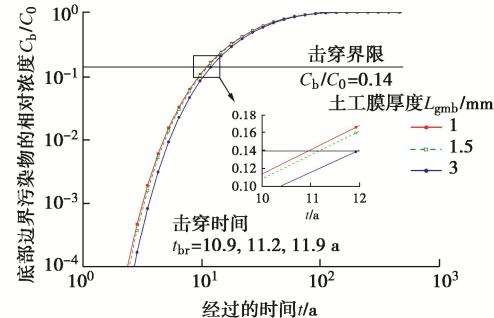
(b) 孔洞分布密度



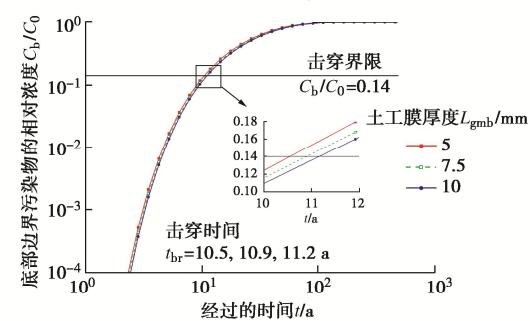
(c) 裂缝长度



(d) 接触条件



(e) GMB 厚度



(f) GCL 厚度

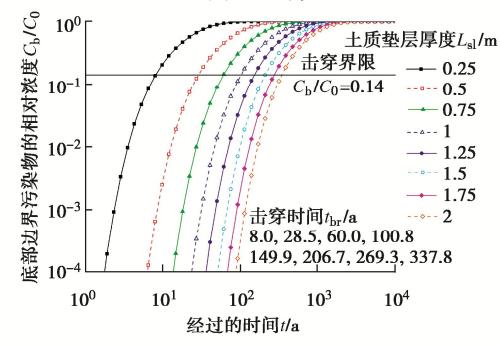
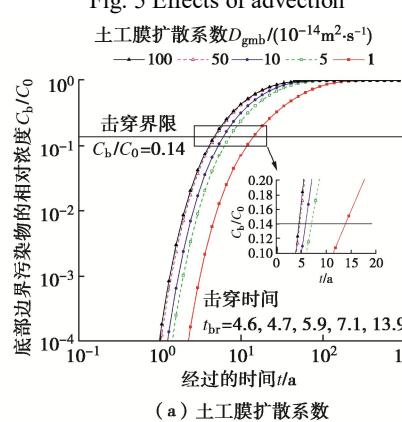


图 5 对流作用的影响

Fig. 5 Effects of advection



(a) 土工膜扩散系数

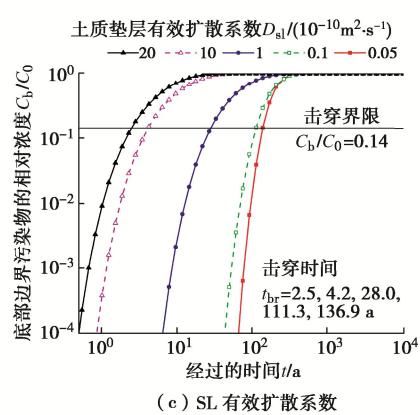
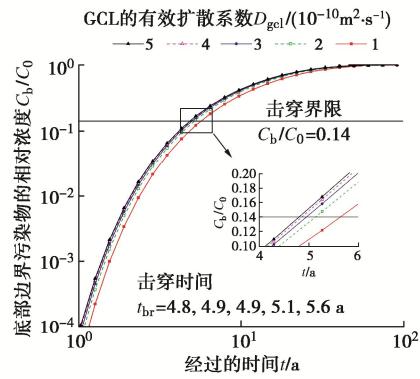


图 6 分子扩散作用的影响

Fig. 6 Effects of molecular diffusion

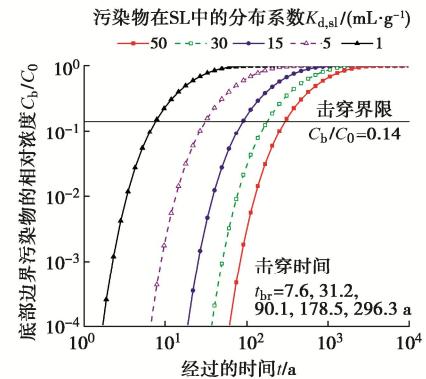
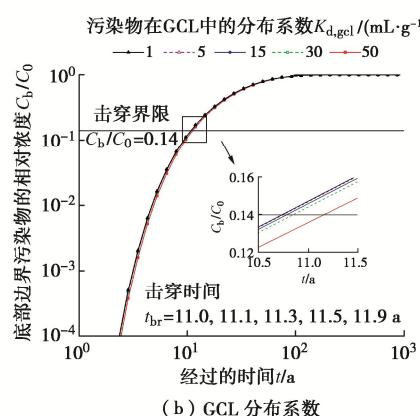
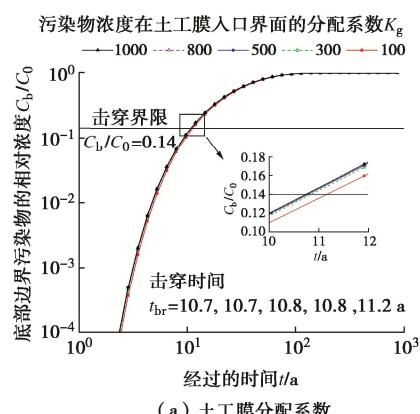


Fig. 7 Effects of molecular diffusion

DOI: 10.11779/CJGE202205005 — 文彩色插图

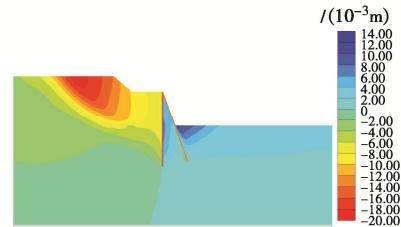


图 18 斜直交替支护的土体竖向位移云图

Fig. 18 Nephogram of vertical displacement of soil mass with inclined and vertical alternate support

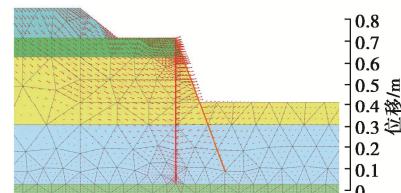


图 19 斜直交替支护的土体总位移矢量图

Fig. 19 Vector diagram of total displacement of soil mass with inclined and vertical alternate support

DOI: 10.11779/CJGE202205006 — 文彩色插图

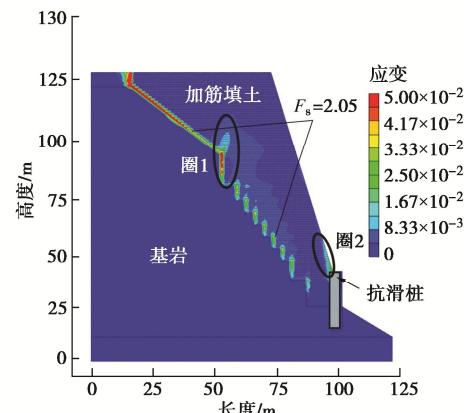


图 14 边坡稳定性计算结果

Fig. 14 Calculated results of slope stability

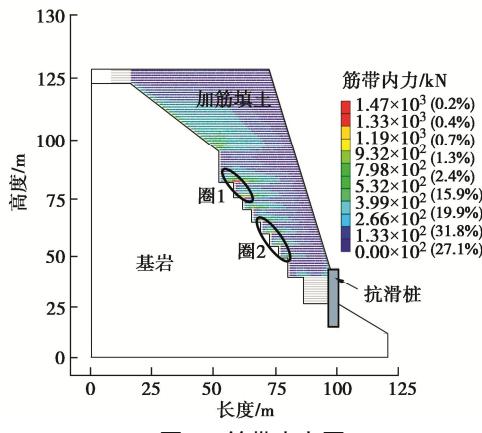


图 17 筋带内力图

Fig. 17 Force diagram of reinforcement band

## DOI: 10.11779/CJGE202205007 — 文彩色插图

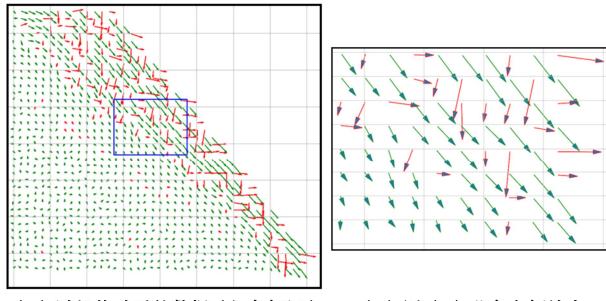
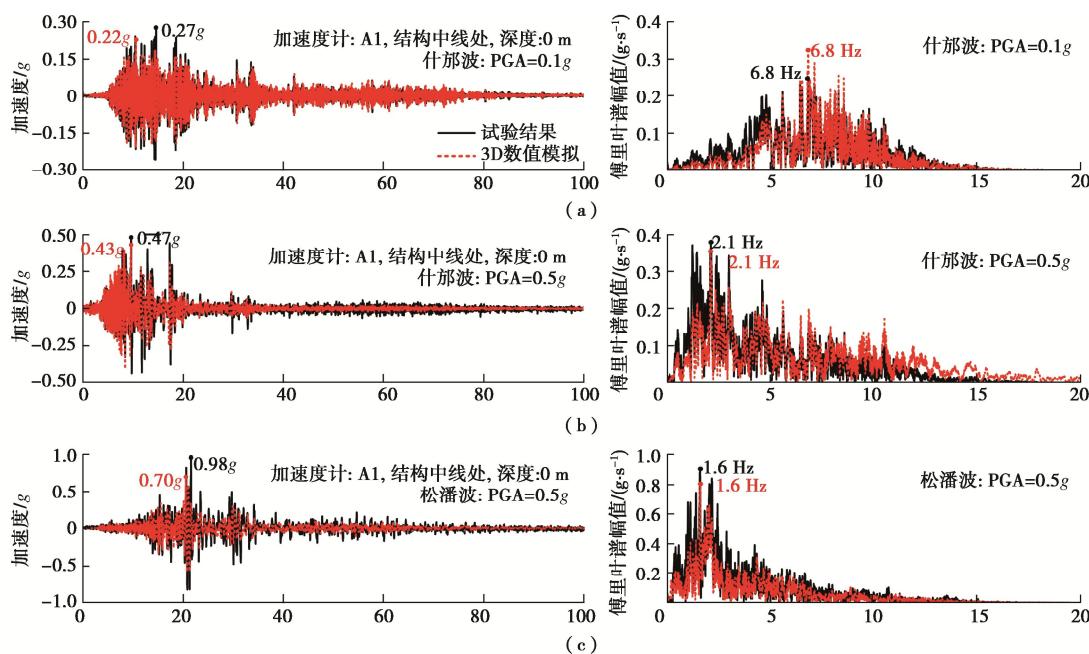


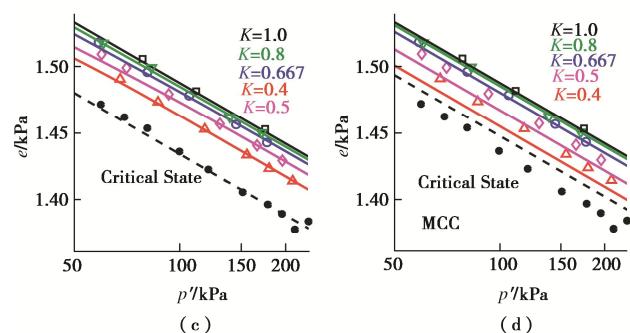
图 11 某时刻边坡位移数测量结果

Fig. 11 Distribution of displacement data at a certain moment

## DOI: 10.11779/CJGE202205009 — 文彩色插图



DOI: 10.11779/CJGE202205008 — 文彩色插图

图 3  $K$  固结试验结果<sup>[27]</sup>和预测结果对比图Fig. 3 Comparison between model predictions and test data for  $K$  consolidation tests

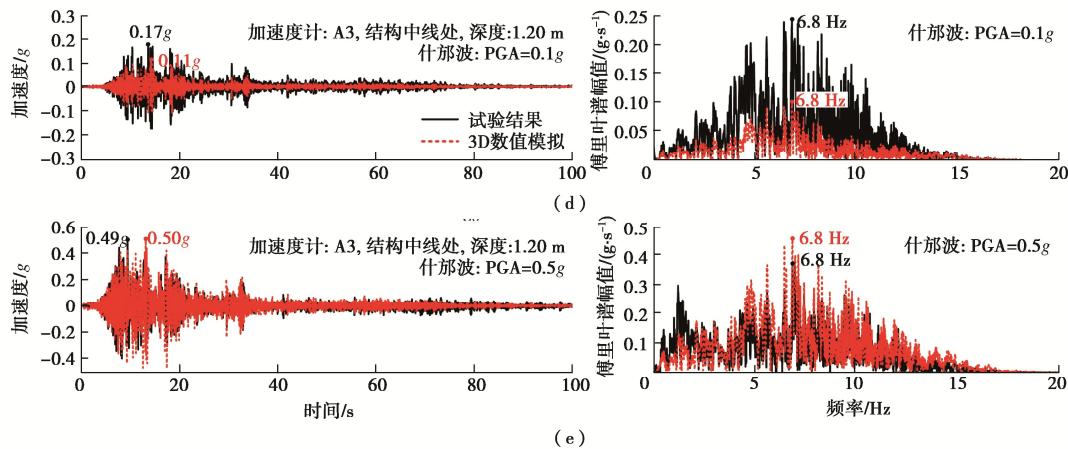


图 6 数值模拟与试验给出的土中加速度计 A1, A3 的加速度时程与 Fourier 谱的对比

Fig. 6 Comparison between predicted and measured results for time histories of acceleration and Fourier spectra for points A1 and A3 in model soil

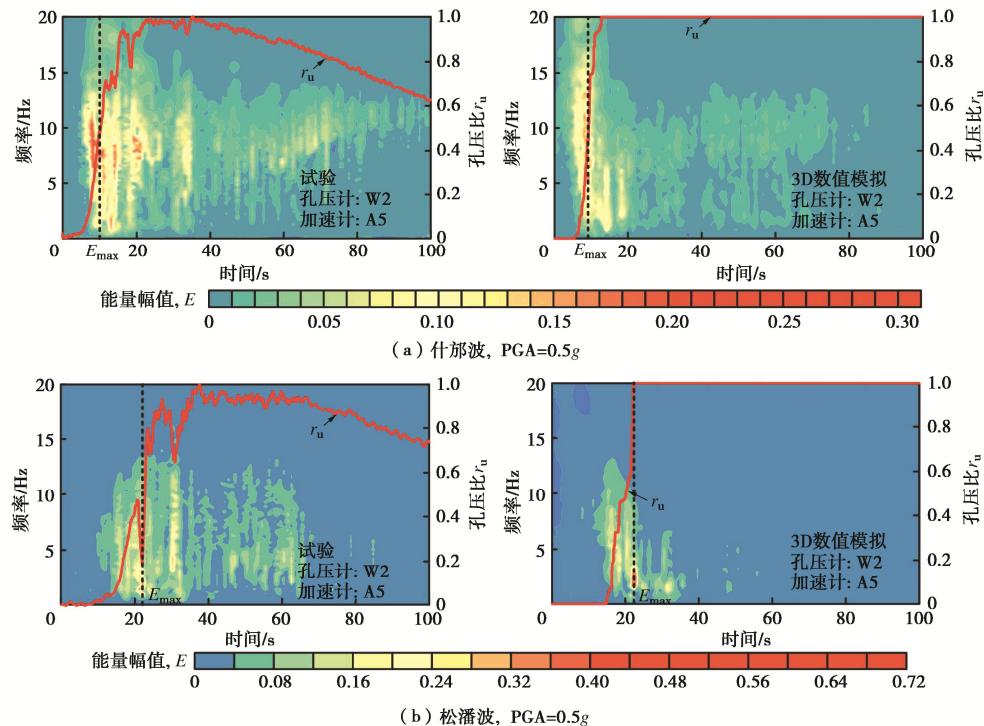


图 8 加速度反应的时-频-能量特性及与孔压比时域发展的相关性

Fig. 8 Relationship between time-frequency-energy spectra of accelerations and time histories of EPWP ratio of model soil

DOI: 10.11779/CJGE202205010 —文彩色插图

DOI: 10.11779/CJGE202205014 —文彩色插图

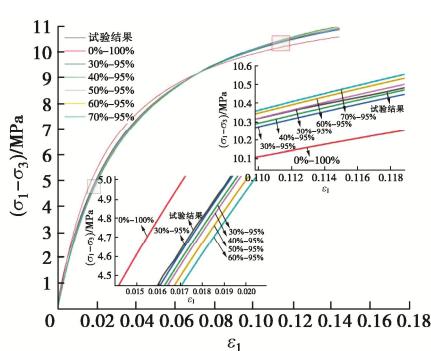


图 10 分段拟合计算结果

Fig. 10 Calculated results of piecewise fitting

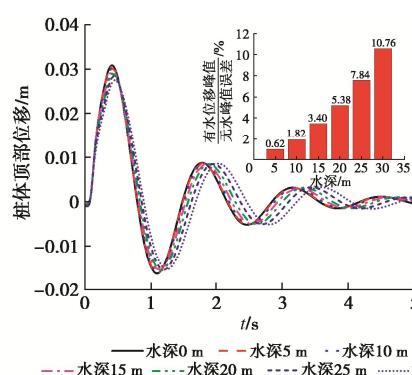


图 11 不同水深情况下桩体顶部位移随时间的变化

Fig. 11 Variation of displacement with time under different thicknesses of water layer at pile head

DOI: 10.11779/CJGE202205016 —文彩色插图

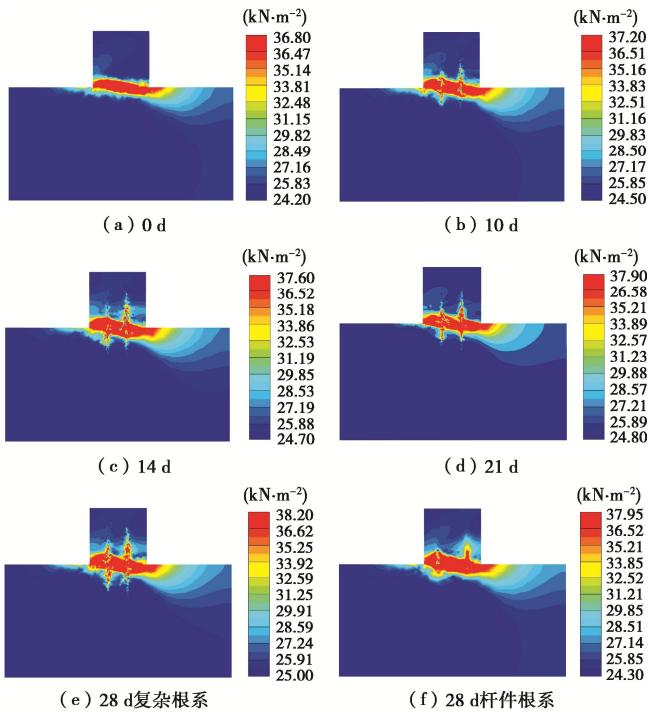


图 10 监测剖面剪应力云图

Fig. 10 Shear stress nephogram of monitoring profile

DOI: 10.11779/CJGE202205019 —文彩色插图

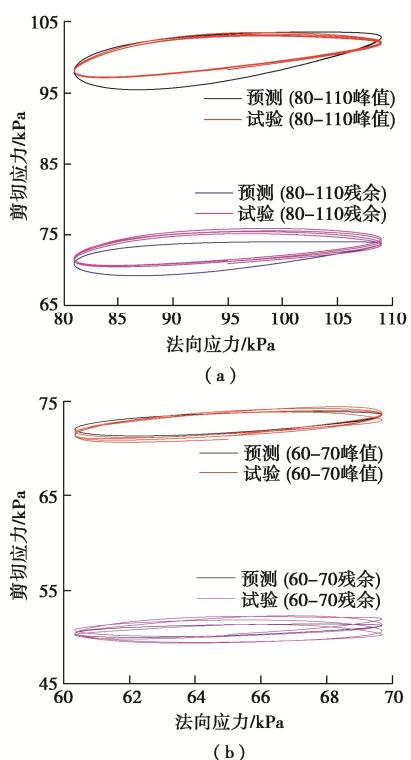


图 5 剪切应力 - 法向应力试验与预测曲线

Fig. 5 Shear stress-normal stress tests and prediction curves

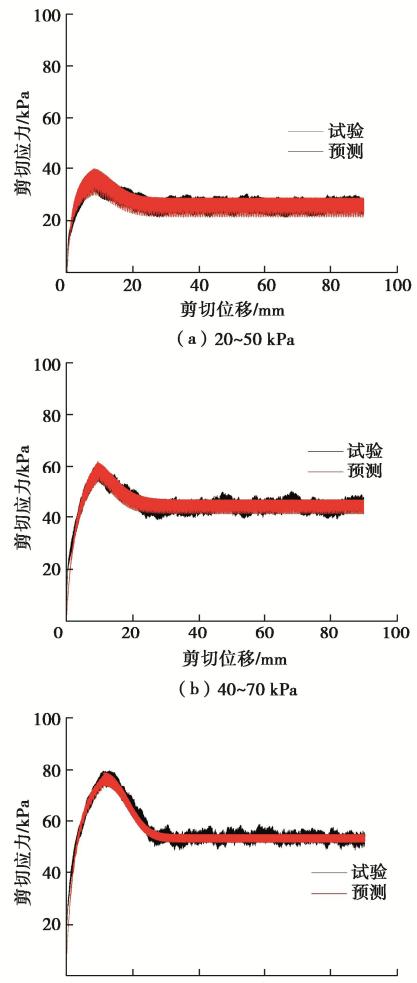
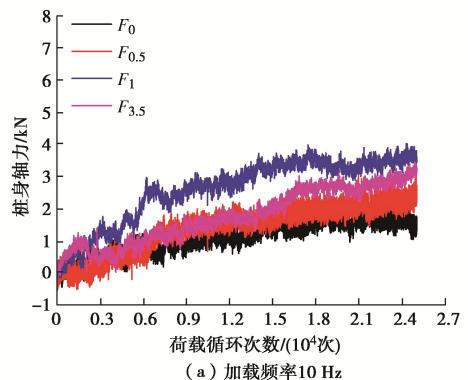


图 9 剪切应力 - 剪切位移试验与预测曲线

Fig. 9 Shear stress-shear displacement tests and prediction curves

DOI: 10.11779/CJGE202205020 —文彩色插图



燃  
烧  
的  
是  
香  
烟  
·  
消  
耗  
的  
是  
生  
命

# 世界无烟日

## 05.31世界无烟日

**你以为是你在吸烟吗？其实是你的肺在帮你吸烟。**

戒烟和防止二手烟暴露是防治COPD的最重要的手段，戒烟是目前证实的能够有效延缓肺功能进行性下降的唯一办法；戒烟还可以减少外周血管性疾病、肺炎及胃、十二指肠溃疡的发病率和死亡率。



珍爱生命 拒绝烟草

清清空气 拒吸二手烟

公益广告《岩土工程学报》宣