ISSN 1000－4548
CODEN YGXUEB

岩土工程学报

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

第43卷　第1期（总360期）
Vol.43　No.1　(Total 360)

1

2021

主　办

中国水利学会　中国土木工程学会
中国力学学会　中国建筑学会
中国水力发电工程学会　中国振动工程学会

ISSN 1000-4548
CN 32-1124/TU
9 771000 454216 01>

向审稿人致谢

[编者按]在广大读者特别是审稿人的支持下，本刊2020年的出版工作顺利完成，并取得了较好成绩。在此公布2020年本刊审稿人的名单，向审稿人表达诚挚的尊敬和衷心的感谢！①本统计结果为审稿完成时间2019年12月16日—2020年12月15日；②本排名不分先后，但相同姓氏审者分列不同行列时，则前者群体审稿频次多于后者。

王国波　周葆春　年廷凯　张　强　陈卫忠　徐长节　贾宇峰　张尚根　张先伟　冯怀平
樊敬亮　李宁（陕）　施　峰　陈晓平　李大勇　李志清　梁　禹　周　建　曹文贵　陈林靖
付文光　申艳军　史旦达　俞　缙　张乐文　郑俊杰　雷国辉　王贵君　叶　飞　马　巍
袁俊平　白瑞强　白晓红　包卫星　柴寿喜　陈昌富　陈国兴　崔光耀　邓华锋　邓荣贵
冯世进　韩　煊　侯朝炯　康红普　李东庆　李荣建　李庶林　李兴高　刘学增　刘忠玉
梅国雄　彭明祥　苏永华　孙书伟　王星华　夏元友　谢伟平　许宏发　杨和平　杨忠平
张文杰　赵明华　赵延林　庄海洋　戴自航　何　稼　黄　博　李　旭　刘加才　刘兴远
路德春　滕继东　王　刚　徐永福　闫澍旺　姚仰平　蔡永昌　戴北冰　黄　雨　马淑芝
徐志伟　白晓宇　蔡国庆　曹雪山　陈　勇　陈忠辉　程东幸　崔　岚　董金梅　方祥位
房营光　冯瑞玲　傅旭东　何　宁　孔纲强　雷胜友　李守德　李顺群　李　瑛　梁荣柱
凌　华　刘　润　刘士雨　刘志彬　龙建辉　钱征宇　王成虎　王铁行　王小军　武小鹏
夏才初　许　健　严成增　姚建国　张孟喜　张　明　曹振中　陈云鹤　董晓强　方鹏飞
高峰（渝）　高广运　韩华强　黄雪峰　李建林　李　舰　李旺林　林鸿州　刘萌成　刘中宪
芮　瑞　王士民　王旭东　周　伟　艾智勇　冯玉国　韩泽军　刘观仕　王兰民　朱才辉
白　冰　蔡国军　蔡晓鸿　柴军瑞　陈存礼　陈建峰　陈龙伟　陈善雄　陈文化　陈晓祥
陈永贵　程国强　楚锡华　崔希海　党发宁　邓　刚　邓建辉　丁文其　杜守继　费　康
冯志强　龚壁卫　郭晓霞　侯　冰　黄春霞　黄英豪　贾剑青　江辉煌　江　权　姜忻良
金　磊　景立平　孔令伟　雷祥义　李栋伟　李国维　李丽华　李树刚　李夕兵　梁　越
刘春原　刘恩龙　刘吉福　刘文白　刘兴旺　刘志祥　楼梦麟　卢萌盟　卢应发　陆建飞
宁建国　潘俊锋　钱德玲　邵龙潭　沈水龙　沈　扬　盛金昌　施成华　谭卓英　唐彤芝
汪　稔　王保田　王根龙　王立忠　王明年　王　涛　王学滨　王玉杰　王元战　王者超
肖　杨　熊巨华　徐林生　许成顺　姚海林　曾亚武　张常光　张季如　张建海　张稳军
张学富　张振南　郑建国　周燕国　朱永全　邹维列　曹　权　陈　群　陈群策　陈少林
陈正汉　丁洲祥　高玉峰　衡　帅　介玉新　金　衍　李　星　孙大伟　王卫军　颜荣涛
杨圣奇　曾超峰　郑　宏　周宏伟　左永振　李涛（津）　巴振宁　白福青　边学成　蔡燕燕
蔡袁强　查甫生　常聚才　陈昌彦　陈洪凯　陈　剑　陈平山　陈仁朋　陈铁林　陈　伟
程谦恭　程晓辉　程永辉　程展林　戴国亮　丁梧秀　丁选明　丁　智　董新平　董　云
杜延军　段　建　方　勇　房　凯　冯吉利　冯忠居　付鹤林　付　智　傅洪贤　高俊合
高　玮　高文生　高　游　葛世平　耿克勤　宫凤强　何光春　贺少辉　侯天顺　胡利文
黄齐武　黄文雄　霍凯成　姜谙男　姜朋明　蒋水华　蒋中明　金亚兵　来兴平　李传勋
李立云　李　炜　李　霞　李小军　李小梅　李雄威　李玉岐　李占金　李兆平　连传杰
梁　冰　梁发云　梁建文　梁正召　廖少明　刘　成　刘传孝　刘飞禹　刘干斌　刘清秉
刘斯宏　刘　洋　刘招伟　卢坤林　吕玺琳　马崇武　孟庆山　米占宽　缪林昌　潘立友
彭　劼　乔春生　秦会来　饶为国　芮大虎　邵生俊　沈军辉　宋林辉　苏国韶　孙树林
谭晓慧　汤　雷　唐志成　陶高梁　王　成　王凤池　王建华　王建军　王金安　王经明
王　清　王松鹤　魏海云　魏世明　吴顺川　肖世国　邢皓枫　阳军生　杨　金　杨　平
杨　庆　杨庆光　杨维好　杨志银　杨仲轩　姚志华　叶观宝　叶帅华　于广明　俞　峰
张丙印　张成平　张　嘎　张基伟　张金利　张力霆　张强勇　张卫杰　张振营　张志红
张子明　张子新　赵吉坤　赵兴东　郑　刚　郑明新　钟小春　周　扬　朱大勇　朱俊高
朱　晟　朱占元　曹瑞琅　陈　亮　陈龙珠　陈志辉　崔宏环　顾晓强　郝冬雪　洪　鑫
胡明鉴　黄彦华　李宁（沪）　柳厚祥　卢全中　彭雄志　任建喜　孙德安　童小东　王正中
肖　忠　张冬梅　张乾青　张莎莎　张宪雷　周　成　周正华　别社安　邴　慧　曹金凤
曹卫平　曹永华　柴华友　陈国庆　陈建功　陈乐意　陈　盼　陈　榕　陈　祥　陈新民
陈星欣　陈亚东　陈永辉　陈有亮　陈育民　陈正发　迟世春　丛蔼森　邓学晶　邓志平
丁德馨　丁红岩　丁　瑜　董建军　董陇军　董天文　杜修力　樊恒辉　方火浪　丰土根
封　坤　冯　春　傅　晏　高峰（苏）　高福平　高江平　高　盟　高彦斌　龚秋明　顾欢达

（下转封4）

《岩土工程学报》第十二届编委会名单

2016 年 4 月 8 日　南京

名誉编委： 周　镜　　孙　钧　　黄熙龄　　魏汝龙　　殷宗泽

主　　任： 陈生水

副 主 任： 汪小刚　　龚晓南　　孔令伟　　滕延京　　陈祖煜　　张建民

编　　委：（以汉语拼音为序）

蔡袁强　蔡正银　曹文贵　陈国兴　陈龙珠　陈仁朋　陈生水　陈卫忠
陈云敏　陈正汉　陈祖煜　程展林　邓　刚　杜修力　范嘉程　冯世进
冯夏庭　高广运　高文生　高玉峰　葛宇甯　龚晓南　何满潮　洪振舜
黄安斌　黄茂松　黄润秋　蒋明镜　孔令伟　赖远明　李广信　李国英
李术才　李万红　李运辉　刘汉龙　刘松玉　卢文波　马　巍　明经平
缪林昌　邵生俊　沈　强　沈水龙　沈小克　施　斌　施建勇　宋二祥
孙德安　滕延京　汪　稔　汪小刚　王复明　王建华　王兰民　王立忠
王明洋　王卫东　王　媛　韦昌富　吴宏伟　谢和平　谢康和　谢永利
徐长节　徐永福　杨春和　杨光华　杨　庆　杨仲轩　姚仰平　于玉贞
俞清瀚　袁晓铭　岳中琦　詹良通　张　嘎　张鸿儒　张建红　张建民
张文忠　章为民　赵明华　郑　刚　郑　宏　郑俊杰　周　成　周创兵
周　健　周小平　朱合华　朱俊高　卓子然

M. D. Bolton　L. Laloui　X. S. Li　J. Chu　F. H. Lee　H. S. Yu　J. H. Yin
W. D. Guo　J. C. Chai　J. Han　F. Zhang　Y. J. Cui　Ta-teh Chang

主　　编： 蔡正银

副 主 编： 汪小刚　　杨春和　　明经平

责任编辑： 明经平　　李运辉　　胡海霞　　孙振远　　黄贤沙

岩土工程学报

（月刊 1979 年创刊）

第 43 卷第 1 期（总 360）2021 年 1 月出版

Chinese Journal of Geotechnical Engineering

(Monthly, Started in 1979)

Vol. 43, No. 1 (Total No. 360) Published in Jan. 2021

主　　管　中国科学技术协会

主　　办　中国水利学会　中国土木工程学会
中国力学学会　中国建筑学会
中国水力发电工程学会　中国振动工程学会

承　　办　南京水利科学研究院

编辑出版　《岩土工程学报》编辑部
地址：南京虎踞关 34 号，210024
电话：(025) 85829534，85829556 传真：(025) 85829555
电子信箱：ge@nhri.cn

主　　编　蔡正银

印　　刷　江苏河海印务有限公司

发行范围　公开发行

订　　阅　全国各地邮局（南京邮局总发行）
国内邮发代号 28－62

国外总发行　中国国际图书贸易总公司（北京 399 信箱）
国外发行代号 MO 0520

网　　址　www.cgejournal.com

Competent Authority:
China Association for Science and Technology

Sponsors:
Chinese Hydraulic Engineering Society, China Civil Engineering Society, The Chinese Society of Theoretical and Applied Mechanics, The Architectural Society of China, Chinese Society for Hydropower Engineering and Chinese Society for Vibration Engineering

Published under the Auspices of
Nanjing Hydraulic Research Institute

Edited and Published by
Editorial Office of Chinese Journal of Geotechnical Engineering
Address: 34 Hujuguan, Nanjing 210024, China
Tel: 86-25-85829534, 85829556　Fax: 86-25-85829555
E-mail: ge@nhri.cn

Editor-in-Chief:
CAI Zheng-yin

Printed by　Jiangsu Hohai Printing Limited Company

Overseas Distributor:
China International Book Trading Corporation
P. O. Box 399, Beijing, China

Web Site:　www.cgejournal.com

广告登记　江苏省工商行政管理局登记编号：广登 32000000054

《岩土工程学报》征稿简则

本刊于1979年创刊，是中国水利学会、中国土木工程学会、中国力学学会、中国建筑学会、中国水力发电工程学会、中国振动工程学会联合主办的学术性科技期刊。本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊)及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址(www.cgejournal.com)全文发布本刊所有刊载文章。

1 宗旨及内容

(1)本刊旨在促进学科理论和实践的发展、促进海内外学术交流、加速科研成果向现实生产力转化。

(2)刊登土力学和岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。

(3)本刊为月刊，主要栏目有：黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

2 来　稿

(1)来稿应符合科技论文写作惯例和基本要求，作者自留底稿。请优先采取网络在线投稿(www.cgejournal.com)，本刊保留书面投稿(一式两份)和电子邮件投稿(ge@nhri.cn)。

(2)来稿一般在3个月内提出处理意见，请不要一稿两投，若3个月后仍未收到稿件处理通知，作者有权自行处理来稿。

(3)来稿注明作者姓名、性别、出生年月、出生地、学历、学位、技术职称、简历以及研究课题、单位全称及所属部门、地址、电话、传真、电子信箱及邮编等。

(4)署名者应为稿件执笔人或稿件内容的主要责任者。

(5)稿件可能涉及机密资料时应由作者单位出具非泄密证明。

(6)凡被海内外正式出版物公开发表或已录用的稿件本刊不再受理。

3 稿件选用和清稿体例

(1)稿件文责由作者自负。编者对稿件内容和论点不作改动。稿件一经选用应由第一作者参考审阅意见、稿面质疑、本刊体例作必要的修改补正或删减。文图、资料、数据务求准确无误，一次定稿。

(2)作者收到稿件录用通知后，应在45天内将修改清稿(WORD排版打印)连同同意发表稿件的作者声明一并寄回本部，并在线上载或E-mail发送修改清稿的电子文件。

(3)修改清稿版面，黄文熙讲座和综述文章一般不超过15页，论文一般不超过9页，短文和工程实录不超过7页，焦点论坛不超过2页，讨论不超过1页。

(4)稿件一经发表即付稿酬，并按发表文章页数收取版面费。

(5)凡本刊刊登的稿件均收入相应期刊光盘版及期刊网，并与印刷稿一次性付稿酬。

(6)本刊版面为A4开本，双栏排版，版芯为25.4 cm × 17.8 cm。

(7)文章清稿层次体例为：中文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词、中图分类号、文献标识码、文章编号、作者简介；英文文题、作者姓名、单位及所属部门、单位地址邮编、摘要、关键词；基金项目及编号(首页下注)；正文(按1 2 3，1.1　1.2　1.3，(1)(2)(3)，a) b) c)分章节)；参考文献。

(8)图表设计恰当，具自明性；先见引文，后见图表；表名和图名一律中英文并列。表格用三线表。单栏图图幅宽为8.0 cm，双栏图图幅宽为17.0 cm。插图比例宜适当，图面宜清晰，线条宜均匀，主线选5号线，坐标线选4号线，辅助线选3号线，图中汉字为小5号宋体字，图中字符务必与正文一致。

(9)计量单位使用我国法定计量单位，公式及中外文字符务必分清大小写，正斜体，黑白体，上下角标等，易混淆字符第一次出现时用铅笔注明。

(10)摘要应写成报道性内容，直接阐明研究的目的、方法、结果和结论，具独立性和自明性，以300字左右为宜。摘要应排除本学科领域中常识性内容，引言中出现的内容不宜写入摘要；不对论文的内容作自我评价；不要简单重复题目中已有的信息；不出现数学公式、化学结构式、插图和表格，不引入参考文献序号。关键词选词规范，以3~8个为宜。鼓励内容较为丰富详细的英文摘要，且语法正确、术语规范。

(11)参考文献限于作者亲自阅读、本文明确引用、公开发表或有案可查者。参考文献全部列于文后，按正文首次引用的先后次序编号，并在正文引用处右上角注明参考文献序号。多次引用同一著者的同一文献时，在正文标注首次引用的文献序号，并在序号的“[]”外著录引文页码。原始语种非英文参考文献后同时附相应的英文项目，并注明其原始语种。参考文献著录项目、体例如下：

a)专著(普通图书、会议文集、学位论文、报告、汇编、标准等)：[参考文献序号] 主要责任者. 题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识]. 其他责任者. 版本项. 出版地：出版者，出版年：引文页码[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

b)专著中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者. 析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识]. 析出文献其他责任者//专著主要责任者. 专著题名：其他题名信息. 版本项. 出版地：出版者，出版年：析出文献起止页码 [引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

c)连续出版物(期刊、报纸等)中析出文献：[参考文献序号] 析出文献主要责任者. 析出文献题名[文献类型标识/文献载体标识]. 连续出版物题名：其他题名信息，年，卷(期)：起止页码 [引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

d)专利：[参考文献序号] 专利申请者或所有者. 专利题名：专利号[文献类型标识/文献载体标识]. 公告日期或公开日期 [引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

e)电子资源：[参考文献序号] 主要责任者. 题名：其他题名信息[文献类型标识/文献载体标识]. 出版地：出版者，出版年：引文页码(更新或修改日期)[引用日期]. 获取和访问路径. 数字对象唯一标识符.

外文文献著录规则同中文文献。外国人名，姓前名后，名用缩写，不加缩写点。

注：①文献类型标识：M—普通图书，C—会议录，G—汇编，N—报纸，J—期刊，D—学位论文，R—报告，S—标准，P—专利，DB—数据库，CP—计算机程序，EB—电子公告，A—档案，CM—舆图，DS—数据集，Z—其他。②文献载体标识：MT—磁带，DK—磁盘，CD—光盘，OL—联机网络。③a),b),c),d) 4项中文献属于原始电子资源的著录“文献载体标识、引用日期、获取和访问路径” 项，文献属于二次电子资源的不著录；e)项电子资源指除a),b),c),d) 4项中包含的文献类型以外的电子资源；“数字对象唯一标识符”依照原文献如实著录，“获取和访问路径” 项中已包含的省略。

4 退　稿

(1)未录用稿件一般以E-mail发送退稿通知。

(2)作者收到稿件录用通知3个月仍未寄回修改清稿又未向编辑部说明情况者，即视为作者自动撤稿。

(3)退稿不承诺提供审阅意见。

5 本刊编辑部

本刊编辑部设在南京水利科学研究院科技信息研究中心。地址：南京市虎踞关34号，邮政编码：210024，电话：(025)85829534，85829556，85829553，85829543，传真：(025)85829555，电子信箱：ge@nhri.cn，网址：www.cgejournal.com。　　(2019年12月修订)

岩 土 工 程 学 报
YANTU GONGCHENG XUEBAO
第 43 卷　第 1 期（总 360 期）
2021 年 1 月

目　次

黄文熙讲座

现代地基设计理论的创新与发展 …… 杨光华（1）

论　文

复杂应力路径下饱和砂土静态液化失稳预测 …… 黄茂松，童森杰，时振昊，吕玺琳（19）

宽围压加卸荷条件下特高坝填筑料强度变形研究 …… 凌　华，陈生水，翟迎春，傅　华，石北啸，王　芳（27）

地面堆载作用下黏弹性地层盾构施工诱发土体响应时域解 …… 张治国，张洋彬，张成平，王志伟，PAN Y T（34）

复合地层双模盾构适应性及掘进参数研究 …… 何　川，陈　凡，黄钟晖，孟庆军，刘川昆，王士民（43）

盐渍土冻结过程中的特征温度研究 …… 应　赛，周凤玺，文　桃，曹亚鹏（53）

动态土水特征曲线滞后模型研究 …… 刘　艳，于建涛（62）

行波效应下曲线隧道动力响应解析解 …… 禹海涛，李心熙，李　攀（69）

温度对 GMZ 膨润土的膨胀性能影响研究 …… 项国圣，吕立勇，葛　磊，周殷康，谢胜华（77）

深部厚硬顶板综放开采覆岩运移三维物理模拟试验研究 …… 杨　科，刘文杰，焦　彪，张庆贺，刘　帅，张寨男（85）

基坑支挡结构设计若干问题探讨 …… 盛志强，滕延京，李　平（94）

岩石疲劳应力等效化及非线性疲劳变形本构模型 …… 唐　欣，俞　缙，林立华，高海东，李　刚，林植超（102）

边坡稳定性的多米诺骨牌模型分析方法 …… 陈文胜，蒋茂林，戴嘉宁，丁　博，尹平保（112）

埋地排水管道高聚物注浆修复受力特性分析 …… 徐建国，陈志豪，王　壬（121）

滇中引水工程香炉山隧洞地应力特征及其活动构造响应 …… 张新辉，付　平，尹健民，刘元坤（130）

氨氮在土工合成黏土衬垫中的扩散行为研究 …… 王　宝，王泽峰，窦桐桐，赵亚峰，葛碧洲（140）

基于主动加热光纤法的毛细阻滞入渗模型试验研究 … 王家琛，朱鸿鹄，王　静，曹鼎峰，苏立君，Narala Gangadhara Reddy（147）

不同细颗粒含量甲烷水合物沉积物三轴剪切试验研究 …… 吴　杨，崔　杰，廖静容，兵动正幸（156）

小转弯半径曲线盾构隧道开挖引发地表沉降计算 …… 邓皇适，傅鹤林，史　越（165）

短　文

层状地基上预应力弹性板的竖向振动特性研究 …… 刘春林，艾智勇，唐孟雄，胡贺松（174）

基于多功能 CPTU 测试的基坑开挖扰动深度确定方法 …… 李　赞，刘松玉，吴　恺，蔡国军，童立元，刘文亮（181）

盾构隧道环间纵向压力时变规律研究 …… 柳　献，杨振华，门燕青（188）

基于响应面法的盾构施工膨润土改良参数优化 …… 徐征杰，郭晓阳（194）

简　讯

第三届全国软土工程学术会议第一号通知（征文） …… （68）

黄土力学的理论与实践专题学术研讨会在西安成功召开 …… （84）

新书介绍：《工程艺术大师：卡尔 • 太沙基》 …… （155）

彩色插图索引 …… （52）

《岩土工程学报》征订启事 …… （180）

本期广告索引 …… （200）

向审稿人致谢 …… （封 2，封 4）

《岩土工程学报》第十二届编委会名单 …… （扉页Ⅰ）

征稿简则 …… （扉页Ⅱ）

期刊基本参数：CN 32－1124/TU * 1979 * m * A4 * 200 * zh * P * ￥40.00 *3000* 23 * 2021－01

Chinese Journal of Geotechnical Engineering
Vol. 43, No. 1 (Total No.360) Jan. 2021

CONTENTS

HUANG WEN-XI LECTURE

Innovation and development of modern theories for foundation design ····· YANG Guang-hua（1）

PAPERS

Prediction initiation of static liquefaction of saturated sand under complex stress paths ····· HUANG Mao-song, TONG Sen-jie, SHI Zhen-hao, LÜ Xi-lin（19）

Experimental study on strength and deformation of filling materials of super-high dams with wide confining pressures under loading and unloading conditions ····· LING Hua, CHEN Sheng-shui, ZHAI Ying-chun, FU hua, SHI Bei-xiao, WANG Fang（27）

Time-domain solution for soil feedback induced by shield tunneling in viscoelastic strata considering influences of surcharge loading ····· ZHANG Zhi-guo, ZHANG Yang-bin, ZHANG Cheng-ping, WANG Zhi-wei, PAN Y T（34）

Tunneling parameters and comparison of adaptability for compound strata of dual-mode shield machine ····· HE Chuan, CHEN Fan, HUANG Zhong-hui, MENG Qing-jun, LIU Chuan-kun, WANG Shi-min（43）

Characteristic temperatures of saline soil during freezing ····· YING Sai, ZHOU Feng-xi, WEN Tao, CAO Ya-peng（53）

Hysteresis model for soil-water characteristic curve under dynamic conditions ····· LIU Yan, YU Jian-tao（62）

Analytical solution for dynamic response of curved tunnels under travelling wave effect ····· YU Hai-tao, LI Xin-xi, LI Pan（69）

Effects of temperature on swelling characteristics of GMZ bentonite ····· XIANG Guo-sheng, LÜ Li-yong, GE Lei, Zhou Yin-kang, XIE Sheng-hua（77）

Three-dimensional physical simulation of overburden migration in deep thick hard roof fully-mechanized caving mining ····· YANG Ke, LIU Wen-jie, JIAO Biao, ZHANG Qing-he, LIU Shuai, ZHANG Zhai-nan（85）

Discussion on several problems in design of retaining structures of deep excavation ··· SHENG Zhi-qiang, TENG Yan-jing, LI Ping（94）

Equivalent fatigue stress and non-linear constitutive model for fatigue of rock ····· TANG Xin, YU Jin, LIN Li-hua, GAO Hai-dong, LI Gang, LIN Zhi-chao（102）

A domino model based method for slope stability ··· CHEN Wen-sheng, JIANG Mao-lin, DAI Jia-ning, DING Bo, YIN Ping-bao（112）

Mechanical characteristics of buried drainage pipes repaired by polymer grouting technology ····· XU Jian-guo, CHEN Zhi-hao, WANG Ren（121）

In-situ stress characteristics and active tectonic response of Xianglushan tunnel of Middle Yunnan Water Diversion Project ····· ZHANG Xin-hui, FU Ping, YIN Jian-min, LIU Yuan-kun（130）

Diffusion of ammonium through a geosynthetic clay liner ····· WANG Bao, WANG Ze-feng, DOU Tong-tong, ZHAO Ya-feng, GE Bi-zhou（140）

Laboratory model tests on capillary barrier infiltration using actively heated fiber optic method ····· WANG Jia-chen, ZHU Hong-hu, WANG Jing, CAO Ding-feng, SU Li-jun, Narala Gangadhara Reddy（147）

Experimental study on mechanical characteristics of gas hydrate-bearing sands containing different fines ····· WU Yang, CUI Jie, LIAO Jing-rong, HYODO Masayuki（156）

Calculation of surface settlement caused by excavation of shield tunnels with small turning radius ····· DENG Huang-shi, FU He-lin, SHI Yue（165）

NOTES

Dynamic analysis of pre-stressed elastic plates resting on layered soils ····· LIU Chun-lin, AI Zhi-yong, TANG Meng-xiong, HU He-song（174）

Determination of disturbance depth due to excavation using multifunctional CPTU tests ····· LI Zan, LIU Song-yu, WU Kai, CAI Guo-jun, TONG Li-yuan, LIU Wen-liang（181）

Temporal variation laws of longitudinal stress on cross section of shield tunnels ····· LIU Xian, YANG Zhen-hua, MEN Yan-qing（188）

Optimization of bentonite parameters for shield tunneling based on response surface method ··· XU Zheng-jie, GUO Xiao-yang（194）

NEWS ····· （52，68，84，155，180，200）

Members of Editorial Board of Chinese Journal of Geotechnical Engineering ····· （head page Ⅰ）

Invitation for original papers ····· （head page Ⅱ）

Serial parameters: CN 32－1124/TU * 1979 * m * A4 * 200* zh * P * $40.00 *3000* 23 * 2020－01

DOI：10.11779/CJGE202101001

现代地基设计理论的创新与发展

杨光华

（1. 广东省水利水电科学研究院，广东 广州 510635；2. 广东省岩土工程技术研究中心，广东 广州 510635）



摘 要：主要介绍了依据现场原位压板载荷试验而建立的一套地基设计的新理论。地基设计中地基沉降计算与地基承载力合理确定的问题是土力学中的经典问题。现代土力学理论虽然发展了土的本构模型和现代数值计算方法，解决了非线性等复杂的计算难题，但实际工程设计中，目前采用的仍是传统的半理论半经验的方法，这是土力学理论创立近百年以来都没很好解决的一个问题。问题的根本原因是什么？应如何破解？本文认为对于结构性的硬土地基，传统理论依据室内土样试验求参数，由于取样扰动等的影响，这样得到的参数不能反映原位土的特性，从而使依据这些参数计算的结果与实际结果差异大。为解决这个难题，依据现场原位压板载荷试验曲线建立了切线模量法的计算模型并反算出模型的 3 个土体参数：初始切线模量 E_{t0}，黏聚力 c 和内摩擦角 φ 。该法所需参数少，物理意义明确，参数来源于现场原位试验，避免了取样扰动影响，精度可靠，可以计算基础沉降的非线性直到破坏的全过程。对于地基承载力，提出了用切线模量法计算实际基础的荷载沉降的 $p-s$ 曲线，根据 $p-s$ 曲线依据强度和变形双控的原则确定最合适的地基承载力的方法，实现变形控制设计，解决了以往直接由压板载荷试验曲线确定承载力存在的尺寸效应问题。对软土地基的沉降计算，在 Duncan-Chang 模型基础上，用压缩试验的 $e-p$ 曲线构建了非线性沉降的实用计算方法，并建立了用压缩模量 E_{s1-2} 求 $e-p$ 曲线的方法，这样只用压缩模量 E_{s1-2} 即可进行非线性沉降计算。由于一般饱和软土的 E_{s1-2} 为 2～4 MPa，变化范围小，参数简单而较为可靠，从而使方法易于应用。该项研究为破解土力学的百年难题提供了新的思路，值得进一步发展完善，为现代地基设计提供更科学的新方法。

关键词：地基沉降；承载力；切线模量法；压板载荷试验

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0001－18

作者简介：杨光华(1962—)，男，广东罗定人，博士，教授级高级工程师，博士生导师，主要从事本构理论、基础工程、软土工程及基坑工程等方面的研究、设计及咨询工作。出版专著：《深基坑支护结构的实用计算方法及其应用》（2004）、《土的本构模型的广义位势理论及其应用》（2007）、《地基沉降计算的新方法及其应用》（2013）。E-mail: 1084242143@qq.com。

Innovation and development of modern theories for foundation design

YANG Guang-hua

(1. Guangdong Research Institute of Water Resources and Hydropower, Guangzhou 510635, China; 2. The Geotechnical Engineering Technology Center of Guangdong Province, Guangzhou 510635, China)

Abstract: A set of new theory of foundation design is introduced based on in-situ plate loading tests. The calculation of foundation settlement and the reasonable determination of bearing capacity in foundation design are the classic problems in soil mechanics. Although the modern soil mechanics theories have developed soil constitutive models and numerical methods to solve complex problems such as nonlinearities, the actual engineering design around the world is still using the traditional semi-theoretical and semi-empirical method. It is a problem that has not been solved well since the foundation of soil mechanics theory for nearly a hundred years. What is the root cause of the problem? How to solve it? It is believed that for the structured hard soils, the traditional theories are based on the indoor soil sample tests to obtain parameters. Due to the influences of sampling disturbances, the parameters obtained in this way cannot reflect the characteristics of the in-situ soils, so that the calculated results based on such parameters are not consistent with actual conditions and the results vary greatly. In order to solve this problem, the model for calculating the tangent modulus method is established based on the in-situ plate loading test curve, and the three soil parameters of the model are inversely calculated: initial tangent modulus E_{t0}, cohesion c and internal

基金项目：国家自然科学基金项目（52078143）

收稿日期：2020－10－17

friction angle φ . The proposed method requires few parameters and has clear physical meaning. The parameters are derived from the in-situ tests, avoiding the influences of sampling disturbance, and the accuracy is reliable. It can be used to calculate the whole process from the nonlinearity of foundation settlement to failure. For the bearing capacity of foundation, the relation curve of the pressure and settlement (*p-s* curve) of the actual foundation is calculated by the tangent modulus method. According to the *p-s* curve, a method to determine the most suitable bearing capacity of foundation based on the principles of dual-control of strength and deformation realizes the deformation control design. At the same time, this method can solve the problem of the size effect of the bearing capacity directly determined by the plate loading test curve in the past. For the settlement calculation of soft soil foundation, on the basis of the Duncan-Chang model, a practical method for calculating the nonlinear settlement is established using the *e-p* curve of the compression tests. And a method for calculating *e-p* curve with compressive modulus E_{s1-2} is established, so that only the compressive modulus E_{s1-2} can be used to calculate the nonlinear settlement. Since the compressive modulus E_{s1-2} of general saturated soft soils is about 2~ 4 MPa, the range of change is small, the parameters are simple and reliable, and the proposed method is easy to apply. This research provides a new idea for solving the century-old problems of soil mechanics and a more scientific new method for modern foundation design, which is worthy of further development and improvement.

Key words: foundation settlement; bearing capacity; tangent modulus method; plate loading test

1 地基设计理论的现状与局限性

地基设计是土力学的经典问题，其涉及到两个问题，即地基的承载力和地基的变形问题。现代土力学虽然发展了现代土的本构模型和数值计算方法，解决了复杂计算的难题，但要严格准确地计算地基的承载力与变形还是困难的，目前全世界的工程设计还都是采用半理论半经验的方法，这似乎与现代的精确科学很不相称。

1.1 地基承载力的问题

土力学中的地基承载力通常是把土体看作理想刚塑性材料，利用极限分析方法，建立了地基的极限承载力公式，通用公式为[1]

$$P_{\mathrm{u}}=\frac{1}{2}N_{\gamma}B+qN_{q}+N_{c}c \quad 。 \tag{1}$$

式中 N_{γ}，N_{q}，N_{c} 为由土的内摩擦角 φ 确定的函数；γ 为土的重度；B 为基础宽度；q 为基础埋深在两侧的土压力；c 为土的黏聚力。

式(1)是一个理想刚塑性材料的极限承载力公式。实际的现场压板载荷试验中，地基的荷载沉降曲线是非线性的渐变曲线，如图 1 所示，实际试验中甚至都较难准确确定地基的极限承载力。一般如果用室内试验所得到土的强度指标 c，φ 值计算地基极限承载力与现场压板载荷试验比较，两者估计还是较难相同。如在工程设计中，按照地基极限承载力设计时，允许承载力的安全系数 K 一般为 2～3，尚有较大的安全储备，极限承载力的误差，尚不致影响到地基失稳。地基设计中，工程师主要关心的是地基允许承载力取值。通常地基允许承载力取为极限承载力的 $\frac{1}{2}\sim\frac{1}{3}$，这样，即使极限承载力不准确，也有足够的安全储备。

中国规范中确定地基允许承载力有较为详细的方案[2]，通常有两种方法：一是 $P_{1/4}$ 法；二是通过特征值进行深度和宽度修正得到。

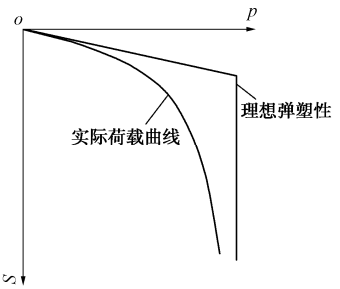


图 1 实际基础载荷沉降曲线与理想弹塑性曲线

Fig. 1 Actual foundation load settlement curve and ideal elastoplastic curve

（1）$P_{1/4}$ 法

$P_{1/4}$ 法是通过 c，φ 值计算，允许基础下地基的塑性区深度达到基础宽度的 1/4。但由于是采用弹性应力，对不同的土 $P_{1/4}$ 法的安全系数是不同的，当土质较好，φ 值较大时，$P_{1/4}$ 法的安全系数较大，陆培炎等[3]从弹塑性应力解的角度出发，认为 $P_{1/4}$ 还是比较保守的。王红升等[4]曾经对基础宽度 $b=2$ m，埋深 $h=1$ m 的条件，地基土重度 $\gamma=18$ kN/m^3，用太沙基公式计算极限承载力，与 $P_{1/4}$ 法比较，得到 $P_{1/4}$ 法对应的安全系数变化如表 1 所示。

表 1 $P_{1/4}$ 法的安全系数

Table 1 Values of safety factor of $P_{1/4}$ method

c/kPa	φ/(°)									
	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
0	—	—	1.86	2.13	2.80	4.18	5.62	7.84	15.6	21.7
10	1.52	1.78	2.09	2.38	2.94	4.01	5.28	7.25	13.1	19.1
20	1.65	1.87	2.16	2.47	2.99	3.94	5.12	6.95	11.9	17.6
30	1.70	1.90	2.20	2.52	3.02	3.90	5.03	6.77	11.2	—
40	1.73	1.93	2.22	2.55	3.04	3.88	4.97	6.64	—	—
50	1.75	1.95	2.23	2.57	3.05	3.86	4.93	—	—	—
中值	1.67	1.89	2.12	2.44	2.97	3.96	5.16	7.09	13.0	19.5

由表 1 可见，$P_{1/4}$ 法对不同的土，其安全系数是不同的，对于内摩擦角大于 20° 的硬土，安全系数会大于 3，是偏安全的。对软土，当内摩擦角小于 10° 时，安全系数小于 2。因而对硬土还有更大的潜力，对软土不仅安全系数偏小，沉降也偏大。其实地基的塑性区是不可测的，表观可测的唯有变形，$P_{1/4}$ 法也是一种概念下的经验值，可能还不如安全系数更直观。

（2）深宽修正法

中国建筑地基规范提供一种广泛应用的地基承载力计算方法，或称为修正承载力特征值：

$$f_{\mathrm{a}} = f_{\mathrm{ak}} + \eta_{\mathrm{b}}\gamma(b-3) + \eta_{\mathrm{a}}\gamma_{\mathrm{m}}(d-0.5) \quad , \quad (2)$$

式中　b 为基础宽度，当小于 3 m 时按 3 m 考虑，当大于 6 m 时按 6 m 考虑；d 为基础埋深；η_{b}，η_{a} 为考虑基础宽度和埋深影响的地基承载力修正系数，按土的类别取值；f_{ak} 为地基承载力特征值的经验值，可根据土的物理力学指标、其他试验方法以及载荷试验等方法综合确定。

该方法关键是 f_{ak} 的确定，除了压板载荷试验方法外，其他方法也都是经验性为主，而即使最可靠的现场压板试验也难以准确确定。按规范试验方法确定 f_{ak} 的方法为：①当 p－s 曲线有明显的比例界限时，取该比例界限对应的荷载值；②当极限荷载能确定，且该值小于对应比例界限的荷载值的 2 倍时，取极限荷载的一半；③不能按上述两种方法确定时，如压板面积为 0.25～0.5 m^2，可取沉降比 $s/b=0.01$～0.015 所对应的荷载，但其值不大于最大加载量的一半，s 为压板沉降，b 为压板直径或宽度。

而广东省建筑地基设计规范[5]的沉降比取值为 $s/b=0.015$～0.02。通常 f_{ak} 按沉降比确定的较多，而按这个沉降比取定的承载力就合适吗？宰金珉等[6]还认为，对于中低压缩性土可以取更大的沉降比，如可取 $s/b=0.03$～0.04。

以下为某实际工程的地基承载力特征值取值案例：

图 2 为一个工程的压板试验曲线，工程要求地基承载力特征值为 300 kPa，试验进行到 900 kPa，压板试验边长为 0.5 m。试验后检测单位提供的地基承载力特征值为 247 kPa，达不到设计要求的 300 kPa，似乎要进行地基处理。而仔细思考，247 kPa 是如何得到的，是否合理？最大试验荷载已经达到要求的地基承载力的 3 倍了，怎么还不够呢？从地基强度角度来说，安全储备完全充裕，而检测单位之所以取 247 kPa，是依据规范的沉降比 $s/b=0.01$ 所对应的压力值。但如果取沉降比 $s/b=0.015$ 对应的压力值，则承载力可达 310 kPa，则承载力满足要求，无需进行地基处理。如果按广东规范，最大可取 $s/b=0.02$ 对应的压力，为 400 kPa，与最大加载压力 900 kPa 比，安全系数尚大于 2，显然地基强度也是安全的，甚至承载力还可以更大。那么地基承载力如何取值才合理呢？显然，现场压板载荷试验结果是确定地基承载力的最可靠方法了，但如何从试验结果中合理确定地基的承载力，这个问题还没有解决好。仅从沉降比 s/b 考虑，不同的人取沉降比不同，可能会得到不同的承载力。本项研究将提出一种依据压板试验结果确定地基承载力的新方法，但不是直接依据压板载荷试验曲线，而是利用压板载荷试验曲线建立模型，计算实际基础的荷载沉降 p－s 曲线，由实际基础的荷载沉降 p－s 曲线根据强度和变形双控原则确定合理的地基承载力，保证地基的强度安全和变形安全。

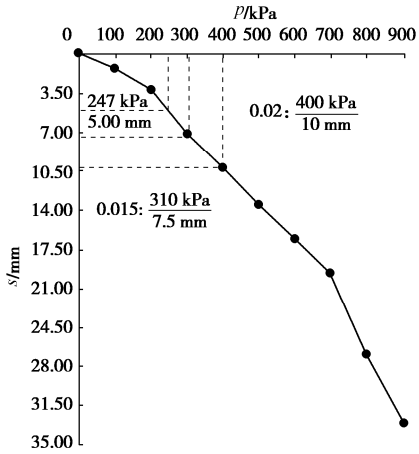


图 2　压板载荷试验曲线

Fig. 2 Curves of plate loading tests

1.2　地基沉降问题

地基承载力的合理确定其实是与地基沉降有关的。前文利用压板载荷试验，用沉降比取定地基的承载力，目的就是控制实际基础的沉降不致过大，但这样取定的承载力并不一定就能保证实际基础的沉降是安全的，且在沉降比范围内取值也有一定的人为性，难以合理取定。所以，要体现地基承载力问题，就必须要体现沉降的问题。但目前地基沉降计算同样也是一个算不准的问题。虽然目前提出了多种地基沉降计算方法[7-8]，工程实际中，工程设计的沉降计算仍还是半理论半经验方法，工程应用主要还是半经验半理论的公式。国内最具代表性且应用最广泛的当属国标建筑地基设计规范的沉降计算公式[2]：

$$\left.\begin{aligned} S &= \psi_{\mathrm{s}} s' = \psi_{\mathrm{s}} \sum_{i=1}^{n} \frac{p_0}{E_{si}} (z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1}\bar{\alpha}_{i-1}) \quad , \\ \bar{E}_{\mathrm{s}} &= \frac{\sum A_i}{\sum \dfrac{A_i}{E_{si}}} \quad , \\ A_i &= z_i \bar{\alpha}_i - z_{i-1}\bar{\alpha}_{i-1} \quad 。 \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

式中　s' 为按分层总和法计算出的地基变形量；ψ_{s} 为沉降计算经验系数，通常按表 2 取值；E_{si} 为基础底面

下第 i 层土的压缩模量，应取土的自重压力至土的自重压力与附加压力之和的压力段计算；$\overline{E}_s$ 为变形计算深度范围内压缩模量的当量值；A_i 为第 i 层土附加应力系数沿土层厚度的积分值，如图 3 所示。

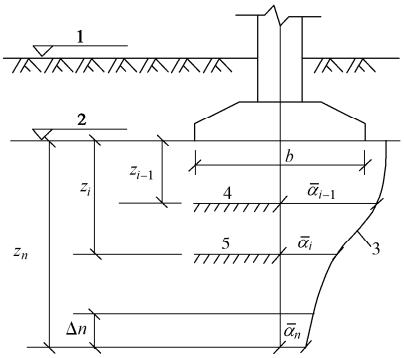


图 3 地基沉降计算的分层土

Fig. 3 Layered soils calculated for foundation settlement

表 2 沉降计算经验系数

Table 2 Empirical coefficients of settlement calculation

基地附加应力	$\overline{E}_s$ /MPa				
	2.5	4.0	7.0	15.0	20.0
$p_0 \geqslant f_{ak}$	1.4	1.3	1.0	0.4	0.2
$p_0 \leqslant 0.75 f_{ak}$	1.1	1.0	0.7	0.4	0.2

表2中的经验系数是通过实测与计算结果对比而获得，是反映实际的，但也反映了理论计算与实际的差距。

分析表 2 中的经验系数，可为改进地基沉降方法获得启示：软土压缩模量小于 4.0 MPa 时，修正系数大于 1.0，最大为 1.4；硬土时，修正系数小于 1.0，最小为 0.2。

式（3）中，理论计算是采用室内压缩试验的 $e-p$ 曲线计算土体的压缩量作为地基的沉降量，然后乘以经验修正系数 ψ_s 进行修正。

土的压缩曲线 $e-p$ 曲线通过侧限压缩试验获得，也即是在土体无侧限变形条件下获得，如图 4 所示，其反映的是无侧向变形的压缩量，$e-p$ 曲线随着荷载的 p 的增大越压越密实，p 越大，孔隙比 e 越小，最终趋向于稳定，而变形增量也趋向为零。

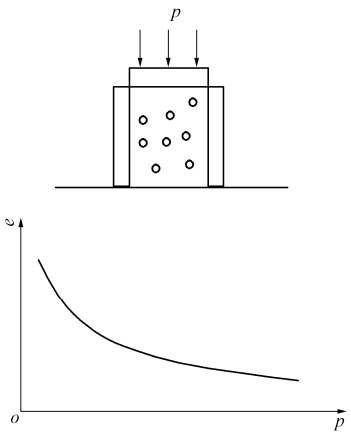


图 4 侧限压缩试验及其 $e-p$ 曲线

Fig. 4 Confined compression tests and *e-p* curve

但这种变形趋势与实际基础的沉降变形是相反的，如图 5 所示，一般的地基压板载荷试验的沉降 s 随荷载 p 的增大而增大，当荷载 p 达到地基的极限承载力 p_u 时，沉降无限大。这是因为实际基础是有限宽的，基础作用下的地基是有侧向变形的，侧向变形会引起竖向沉降，而 $e-p$ 曲线不能反映侧向变形引起的沉降。因此，理论上用 $e-p$ 曲线计算的沉降是偏小的，应该要乘上大于 1 的修正系数才合理，且土越软，修正系数越大才合理，这就是软土修正系数大于 1 的原理。

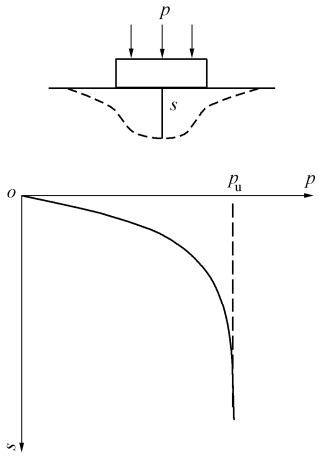


图 5 压板载荷试验的 $p-s$ 曲线

Fig. 5 *p-s* curves of plate loading tests

理论上不论是软土还是硬土，从变形机理的角度，用 $e-p$ 曲线计算的沉降都应该是偏小的，应该要乘以大于 1 的系数进行修正。但规范中为何对硬土的修正系数小于 1，甚至最小达到 0.2，这显然不是变形机理的原因，这主要是硬土取样后易产生扰动和应力释放等，使土的结构性受损，变得松软，室内土样与原位土相比已发生改变，因此室内土样所得的变形指标偏小，计算沉降偏大，从而要采用小于 1.0 的系数修正沉降计算值，如广东的残积土，通常压缩模量为 5～8 MPa，而原位压板试验的变形模量为 30～40 MPa，甚至更大，这不是理论的问题。不能用理论去解释的方法是很难有发展前景的。因此，对于硬土地基的沉降计算，应该摒弃这种算法，对于饱和软土地基，应该采用能考虑侧向变形的改进算法。对于硬土地基或砂土地基，改进土的变形参数的获取方法，提高变形参数的可靠性是改进硬土地基沉降计算准确性的途径。

国外对于砂土地基等主要偏向于原位测试基础上的半经验半理论方法就是一个发展方向[9]。例如用标准贯入、触探等建立变形参数的经验公式，或用原位压板试验直接获取不同土层的变形参数是更直观可靠的方法。软土地基的沉降采用改进本构模型的方法会

有较好的效果。

2　改进地基沉降计算的新方法

2.1　硬土地基沉降计算方法概述

由以上的分析可见，硬土地基沉降计算的准确性受土的变形参数的不准确性影响最大。因此，改进硬土地基沉降计算方法应该是改进土的变形参数的获取方法。由于硬土的结构性强，目前较好的测试方法是进行原位测试，原位测试中现场压板载荷试验是最接近基础受力状态的试验。如何用原位压板试验进行地基的沉降计算已有较多的研究：Terzaghi-Peck 较早提出基础尺寸 $B\times B$ 的沉降 S_{e} 与压板尺寸为 $B_{\mathrm{l}}\times B_{\mathrm{l}}$ 的沉降 $S_{\mathrm{e(l)}}$ 的经验公式[9]：

$$\frac{S_{\mathrm{e}}}{S_{\mathrm{e(l)}}}=\frac{4}{\left[1+\left(\frac{B_{\mathrm{l}}}{B}\right)^{2}\right]}\quad 。\tag{4}$$

当对应于一般地基在 25 mm 沉降时作为允许承载力下的沉降，对于压板尺寸 $B_{\mathrm{l}}=0.3\sim1$ m 的试验，也可以采用标准贯入击数 N_{60} 的方法计算允许承载力下的沉降（mm）[9]：

$$S_{\mathrm{e}}=\frac{3q}{N_{60}}\left(\frac{B}{B+0.3}\right)^{2}\quad 。\tag{5}$$

后来有很多的修正研究[10]。国内利用压板试验进行地基沉降计算研究比较突出的是张在明和焦五一。张在明所提出的方法[11]还被列入了北京地基规范中[12]；焦五一提出的弦线模量法也有一定的影响[13]。广东和深圳的地基规范通过压板载荷试验推求土的变形模量用于结构性较强的花岗岩残积土地基的沉降计算[5, 14]，并与标准贯入击数统计建立关系，早期采用标准贯入击数确定残积土的变形模量（MPa）[15]：

$$E_0=2.2N_{63.5}\quad 。\tag{6}$$

用这个模量取代分层总和法的压缩模量计算残积土地基的沉降，不再进行修正，其准确性要高于规范用压缩模量的方法。国家筏板基础规范的沉降计算也提供了用变形模量计算筏板基础沉降的方法[16]。

对于硬土地基的沉降计算，目前的算法采用压缩试验的 $e-p$ 曲线是不合适的。改进方法是采用原位试验确定变形参数，但通常的原位测试如标准贯入、触探等方法是不能直接获得土的变形参数，也是采用经验间接获得的变形参数，最直接的应当是原位现场的压板载荷试验。但利用压板试验进行沉降计算除广东规范的变形模量法获得一定的应用外，其他方法并没有获得广泛的应用。

2.2　依据原位压板载荷试验的双曲线切线模量法

（1）双曲线模型法

原位压板载荷试验最接近实际基础下地基的受力状态，压板试验还可以进行破坏试验，了解地基受力到破坏的全过程沉降。是否可以利用小尺寸的压板载荷试验曲线（图 6）来预测实际基础的荷载沉降（图 7）的过程呢？这是一个具有重要意义的工作，杨光华较早采用双曲线方程拟合表述压板载荷试验曲线[17]，并于 2006 年提出了切线模量法[18]。

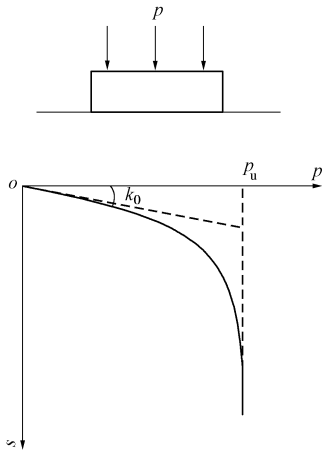


图 6　小尺寸压板荷载沉降过程

Fig. 6 Load settlement process of plate with small sizes

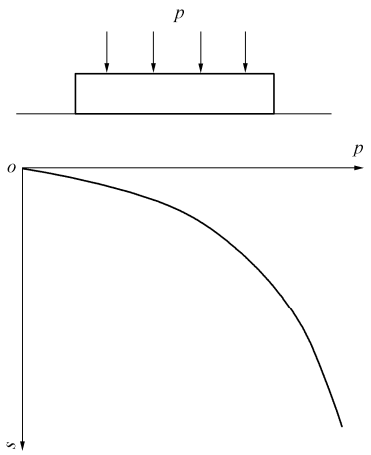


图 7　实际基础荷载沉降过程

Fig. 7 Load settlement process of actual foundation

首先假设压板载荷试验曲线近似为一双曲线方程[17]：

$$p=\frac{s}{a+bs}\quad ,\tag{7}$$

式中，p 为荷载，s 为沉降，a，b 为参数。

反之，方程也可表示为

$$s=\frac{ap}{1-bp}\quad ,\tag{8}$$

这样可以得到[17-18]

$$b=\frac{1}{p_{\mathrm{u}}},\quad a=\frac{1}{k_0}=\frac{D(1-\mu^{2})\omega}{E_0}\quad 。\tag{9}$$

式中　p_{u} 为对应的地基极限承载力；D 为压板宽度或直径；E_0 为土体的初始切线模量；k_0 为压板试验

曲线的初始斜率，如图 6 所示。

由于 p_u 可以由土体的内摩擦角 φ 和黏聚力 c 及压板尺寸计算得到，这样双曲线方程参数的 a，b 其实可以由土的参数 E_0，c，φ 和压板（或基础）尺寸而得到。

实践表明，很多土的载荷试验曲线可以较好地符合双曲线方程[19]。关键是这样的双曲线方程，其参数除 E_0 是新的参数外，c，φ 为土的常规力学参数，较易获得。

当地基是均匀土体时，不同基础尺寸的荷载沉降线可以由双曲线方程表述，而基础的尺寸效应都已在参数 a，b 中反映，所以这是较好解决尺寸效应的理论方法。

当土体为多层土体时，则需要建立另一种计算模型——切线模量法[18]。

（2）双曲线切线模量法：均质土的切线模量分层总和法

如图 8 所示，在某一增量荷载 Δp_i 作用下，基础下部某一分层土厚度为 Δh_j，分层厚度中间 A 点处的应力分布系数为 α。

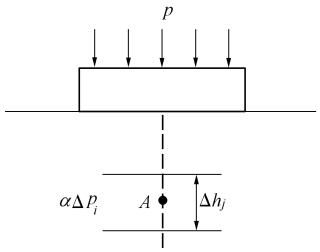


图 8 分层总和法

Fig. 8 Layer-wise summation method

设该分层土的切线模量为 E_{tij}，则 Δp_i 引起该分层土的沉降变形为

$$\Delta s_{ij}=\frac{\alpha\Delta p_i\Delta h_i}{E_{tij}} \quad ; \tag{10}$$

该增量荷载 Δp_i 引起的总沉降为各分层土沉降总和，即

$$\Delta s_i=\sum_{j=1}^{n}\Delta s_{ij} \quad , \tag{11}$$

总荷载下基础的沉降为

$$S=\sum_{i=1}^{m}\Delta s_i \quad 。 \tag{12}$$

计算的准确性关键在于变形模量 E_{tij} 和应力分布系数 α，应力分布系数一般用弹性解，当然在数值方法中也可考虑非线性的影响。国家地基规范中，E_{tij} 取土样压缩试验的 $e-p$ 曲线获得的压缩模量，实践表明硬土地基与实测差异大，故采用变化较大的经验系数进行修正。为克服 $e-p$ 曲线方法的不足，这里采用现场原位压板试验曲线求取土体变形参数。

如图 9 所示，试验曲线主要代表基础底附近的土性。

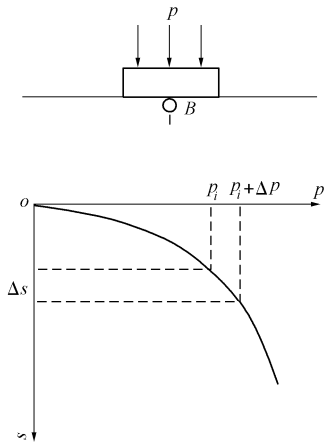


图 9 压板载荷试验曲线

Fig. 9 Curves of plate loading tests

在荷载 p 时增加一个增量荷载 Δp，产生一个增量沉降 Δs，增量荷载下的变形可看作为线性，按弹性力学的 Bousinnesq 解求得沉降增量：

$$\Delta s=\frac{Dp(1-\mu^2)\omega}{E_t} \quad 。 \tag{13}$$

假设土体的压板载荷试验曲线符合双曲线方程：

$$p=\frac{s}{a+bs} \quad ,$$

对其求导，得

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}s}=\frac{(1-bP)^2}{a} \quad , \tag{14}$$

设 $\Delta s=\mathrm{d}s$，$\Delta p=\mathrm{d}p$，则可得到[18]

$$E_t=\left(1-\frac{p}{p_u}\right)^2 E_0 \quad 。 \tag{15}$$

式中 E_t 为荷载由 p 到 $p+\Delta p$ 这一增量过程土体的切线模量；p 为基础底位置的荷载应力；p_u 为基础在 B 点无埋深时的地基极限承载力。

当计算点位于基础下一定深度时，则假想基础位于这一个埋深，该深度的荷载压力为 αp，α 为应力分布系数，$\alpha p<p$，同时 p_u 也考虑相应埋深的影响，则其将大于无埋深的 p_u。这样深度越大，p 越小，p_u 越大，由式（15）可见，则 E_t 越大，从而可以反映土体模量随深度变大土体变硬的效果。同时由式（15）可见，当 p 趋近于 p_u 时，E_t 变小，最后接近于 0，这时沉降无限大，即为地基破坏，从而可以较好地反映土体变形的非线性，把各深度位置的 E_t 取代前面分层总和法公式（10）中的 E_{tij}，则可以计算地基直到破坏时的非线性沉降过程。

（3）割线模量法[20]

切线模量法是采用荷载增量分级计算，如果采用割线模量，则可以采用总荷载一次性计算。同样采用了分层总和法，如图 10 所示，对某一分层厚度为Δh_i，总荷载p_0下在该层中间 A 点的应力分布系数为α，则作用于Δh_i土层的荷载为αp_0。

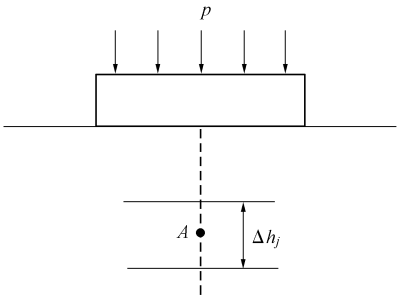


图 10 土体分层

Fig. 10 Layered soils

设该土层的割线模量为E_A，则该层土的沉降增量为

$$\Delta s_i = \frac{\alpha_i p_0 \Delta h_i}{E_{Ai}} \quad , \tag{16}$$

p_0作用下总沉降为各层土沉降之和：

$$s = \sum_{i=1}^{m} \Delta s_i \quad 。 \tag{17}$$

关键是E_A的确定：由图 11 可见，当基础荷载为P_A时，以 OA 割线模量计算时，可以按线弹性体计算沉降，按弹性力学 Boussinesq 解：

$$S_A = \frac{Dp_A(1-\mu^2)\omega}{E_A} \quad , \tag{18}$$

如果按双曲线方程，则对应的沉降为

$$S_A = \frac{ap_A}{1-bp_A} \quad 。 \tag{19}$$

把式（9）的 a，b 代入式（18）和（19），并由（18）和（19）两式的s_A相等，则可得

$$E_A = \left(1-\frac{p_A}{p_u}\right)E_0 \quad 。 \tag{20}$$

当用割线模量计算不同深度分层位置的沉降变形时，通过弹性理论计算分层中间位置处的分布荷载$\alpha_i p_0$，把基础置于该位置处得到p_{ui}，则该分层土的割线模量为

$$E_{Ai} = \left(1-\frac{\alpha_i p_0}{p_{ui}}\right)E_0 \quad 。 \tag{21}$$

把E_{Ai}代入以上分层总和法公式（16）则可以计算得到基础的沉降。广东地基规范的变形模量法的变形模量相当于用地基承载力的特征值对应的割线模量进行线性沉降计算，不能进行非线性沉降计算，割线模量法跟切线模量法一样可以进行地基非线性沉降直到破坏过程的计算。

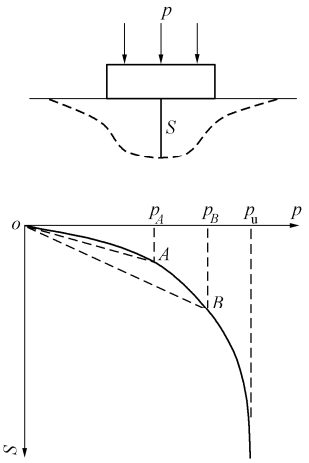


图 11 割线模量法

Fig. 11 Secant modulus method

（4）验证

无论是压板载荷试验还是工程案例，均已进行了验证和应用。详细的资料可参考文献[18，20～22]。这里以一个压板载荷试验进行分析和验证。

a）粉质黏土地基上压板载荷试验的分析

广州荔湾大厦的典型地质剖面如图 12 所示，原来考虑挖孔桩基础，由于挖孔桩进入中风化粉砂岩，深度太深，有风险，考虑做天然基础，楼房地上 12 层，地下 2 层，地质报告的基础底位置持力层参数如表 3 所示，但按表中土层的压缩模量为 4.3～4.4 MPa，用规范的压缩模量分层总和法计算沉降是很大的，难以做成天然地基。为此，在挖到基坑底后进行了 3 个直径为 80 cm 的压板载荷试验，试验曲线如图 13 所示，以#3 试验点为例，研究新的计算方法的适应性。为方便计算，土的重度取 20 kN/m^3，假设载荷沉降曲线为双曲线，对双曲线用$\frac{s}{p} = a + b \cdot s$线性化拟合结果如图 14 所示，得到$p_u$=1/$b$=1000 kPa，设$\varphi$为 25°，则可由$p_u$=1/2$\gamma DN_r$+$qN_q$+$cN_c$反算得 c 值，计算得：$c \approx$ 44 kPa。

E_{t0}表达式为

$$E_{t0} = k_0 D(1-\mu^2)\omega \, ,$$

式中，k_0=1/a=1/0.0078≈128，D=0.8，μ=0.3，ω=0.79，则E_{t0}=73.6 MPa。

由此得到切线模量法的土性参数为：c=44 kPa，φ=25°，E_{t0}=73.6 MPa。

双曲线拟合的结果与试验曲线比较如图 15 所示，可见拟合效果较好。

图 16 为利用所求得的土性参数，用切线模量法、割线模量法计算的压板荷载沉降过程线与实际压板试

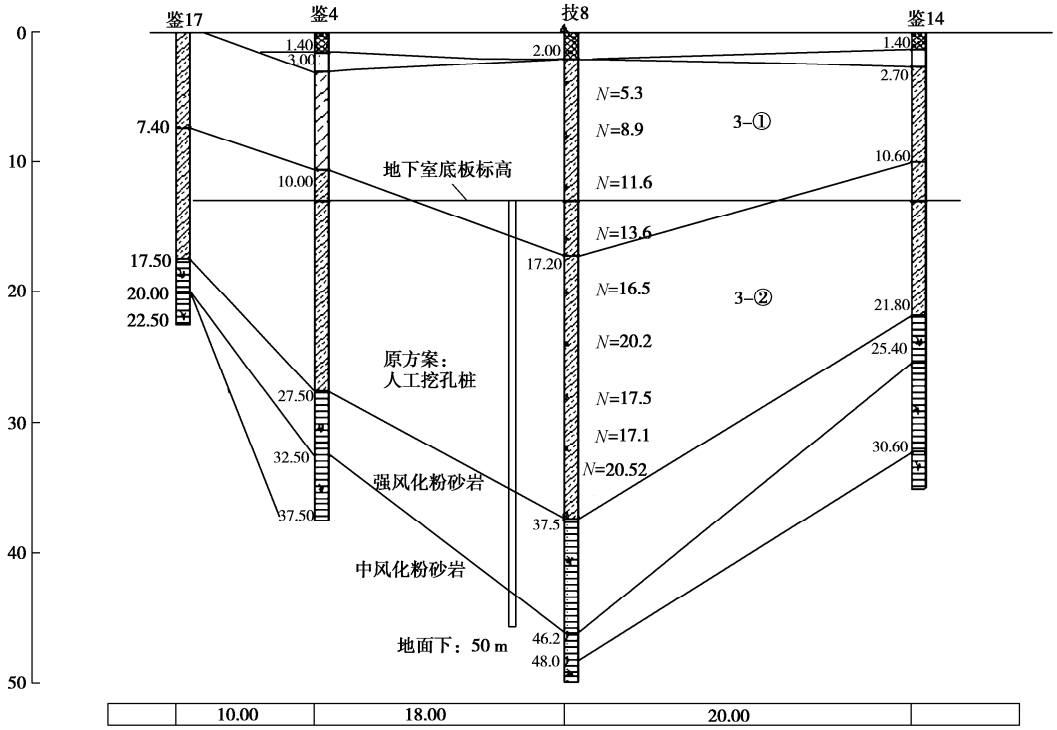


图 12 工程地质剖面

Fig. 12 Engineering geological section

表 3 地层参数

Table 3 Parameters of strata

分层土号	岩性	湿密度 ρ_s/(g·cm^{-3})	天然含水率 w/%	天然孔隙比 e	塑性指数 I_P	液性指数 I_L	压缩系数 a_{1-2}/MPa	压缩模量 E_s/MPa	抗剪强度 c/kPa	抗剪强度 φ	标准击数 $N_{63.5}$	推荐承载力 f_k/kPa
1Qml 2Qal	素填土 细砂	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	60～80 60～70
3-① Qel	粉质黏土	1.83～2.12 (2.02)	16.3～29.5 (21.4)	0.475～0.943 (0.632)	8.8～14.1 (11.5)	0.50～0.53	0.265～0.653 (0.406)	2.61～5.77 (4.33)	26.09～91.87	2° 10′～14° 45′	5.3～13.6 (8.5)	160～180
3-② Qel	粉土	1.84～21.0 (2.00)	15.9～22.5 (18.8)	0.540～0.776 (0.593)	6.3～11.4 (8.7)	0.26～0.76	0.245～0.754	2.10～6.65 (4.40)	14.7～75.49	7° 8′～35° 0′	16.0～32.4 (20.2)	240～260

注：（）内的值为平均值。

验曲线的比较，计算时土层分层厚度取为 0.5 m，计算深度 10 m，由图 16 可见，计算曲线与试验曲线符合较好，说明方法是可行的。

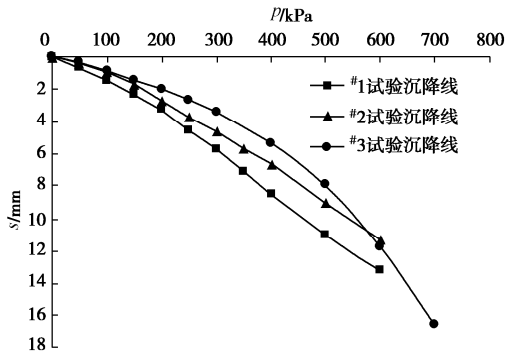


图 13 3 个压板载荷试验曲线

Fig. 13 Curves of three plate loading tests

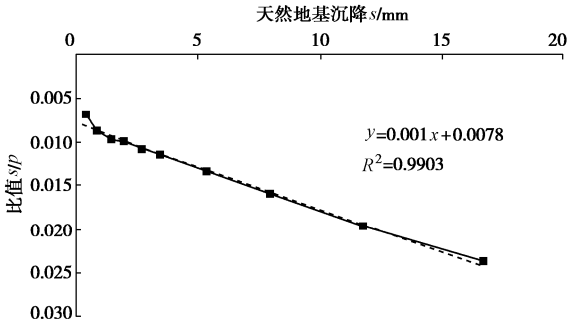


图 14 双曲线线性化拟合

Fig. 14 Fitting of hyperbola linearization

图 17 给出了压板试验 p=300，500 kPa 时切线模量 E_t 随深度的变化。由图 17 可见，大约在 3 m 以下，也即压板直径 4 倍以下时，切线模量就接近初始切线

模量的恒定值，土的非线性变化主要是在 3 m 以内。

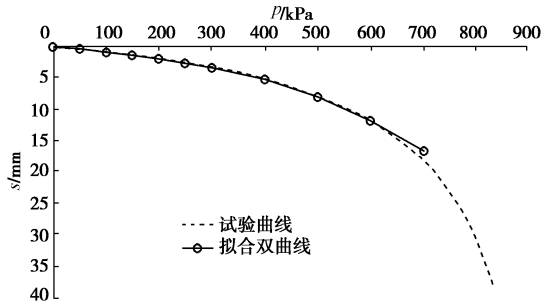


图 15 拟合双曲线与试验曲线比较

Fig. 15 Comparison between fitted hyperbola and test curve

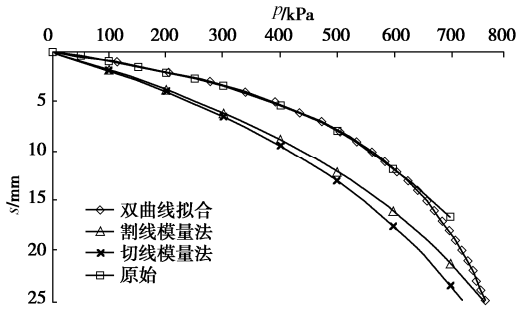


图 16 计算曲线与试验曲线比较

Fig. 16 Comparison between calculated curves and test curve

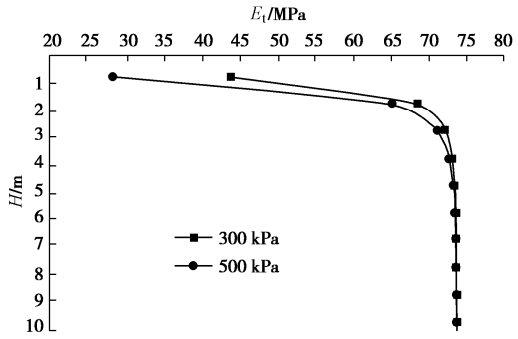


图 17 切线模量 E_t 随深度的变化

Fig. 17 Change of tangent modulus E_t with depth

图 18 所示为切线模量法计算的压板沉降随深度的变化，由图可见沉降主要发生于深度 4 m 以内，也即压板宽度的 5 倍范围内。

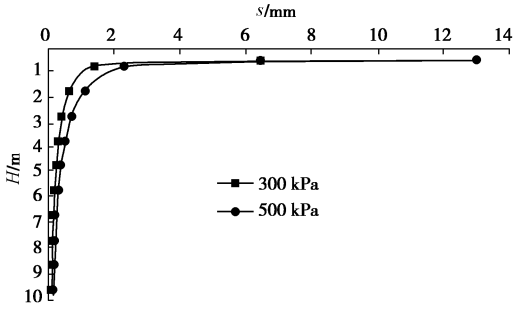


图 18 切线模量法计算的沉降随深度的变化

Fig. 18 Change of calculated settlement by tangent modulus method with depth

这个建筑物是否能做天然地基的关键是沉降问题，如果按照地质报告，用建筑地基规范的压缩模量法计算，则筏板基础沉降超过 700 mm，即使考虑用土的卸荷模量为压缩模量的 3 倍计算，沉降也超过 200 mm。因此，采用人工挖孔桩方案。经过现场压板试验后，采用切线模量法或割线模量法计算筏板基础的沉降为 40～50 mm，最后采用筏板天然地基，各种方法计算的沉降与实测沉降比较如表 4 所示，切线模量法或割线模量法的计算结果与实测结果较一致。

表 4 荔湾大厦计算与实测沉降比较

Table 4 Comparison between calculated and actual measured values of Liwan Building

(mm)

实测平均沉降	用 E_s 计算	割线模量法		双曲线切线模量法
		用#3 试验数据计算	用平均试验数据计算	
40	774.4	39.7	51.3	46.6

b)美国砂土地基上 5 个不同尺寸的压板试验分析

美国 Briaud[23]教授 1994 年在一个砂基场地上组织了不同尺寸的现场压板试验，压板为方形，边长分别为 1.0，1.5，2.5，3.0 m，获得不同压板尺寸的荷载沉降 $p-s$ 曲线，同时还系统地进行了其他原位测试和土工试验，包括土样的三轴试验，也邀请了其他一些国家学者对这试验结果进行预测和研究。采用了包括有限元和各国的主要规范和经验沉降计算方法，进行了预测，结果并不太理想。Poulos 在 2000 年的 Buchanan 讲座上做的报告《地基沉降分析——实践与研究》中曾列举了一个试验在 P=4 MN 作用下的沉降比较，如表 5 所示，由表 5 可见，误差最大的是有限元法，预测值 75 mm，而实测值为 14 mm，最接近的是采用弹性模量 E=2N（MPa）的弹性解方法，预测为 18 mm，N 为标准贯入击数。有限元法误差大应该主要是模型参数的影响。这些传统方法实际都是线性方法，很难反映载荷试验非线性沉降的全过程。用双曲线模型、切线模量法和割线模量法对各试验点进行预测，可以预测载荷沉降试验的全过程。

表 5 Poulos 提供的各种方法计算沉降值与实测值比较

Table 5 Comparison between calculated settlements and measured values provided by Poulos

方法	s/mm
Terzaghi&Peck	39
Schmertmann	28
Burland&Burbridge	21
Elastic Theory ($E_s=2N$)	18
Elastic Theory(PMT)	24
Elastic Theory(strain-dependent modulus)	32
Finite element	75
Measured	14

首先通过双曲线模型拟合试验曲线，把双曲线方程线性化：$\frac{s}{p}=a+b\cdot s$，拟合试验数据，获得双曲线方程的 a，b 值；然后假设地基砂土 $c=0$，反算 φ 值，求得切线模量法的土性参数结果如表 6 所示。各试验点参数的平均值为 $E_{t0}=86$ MPa，$c=0$，$\varphi=36°$，以此参数用切线模量法、割线模量法计算各试验点的荷载沉降试验曲线，与各点拟合的双曲线方程及试验曲线比较如图 19～23 所示。由图 19～23 可见，这种方法对不同尺寸的试验结果都具有较好的一致性，说明这是一种具有较好精度，能预测载荷试验非线性全过程的方法[24]。

表 6 基于双曲线模型计算的地基土参数

Table 6 Parameters of foundation soils calculated based on hyperbolic model

压板试验编号	E_{t0} /MPa	p_u /kPa	c /kPa	φ /(°)
#5（1.0 m×1.0 m）	83.4	1399	0	39.5
#2（1.5 m×1.5 m）	84.4	1202	0	37.2
#4（2.5 m×2.5 m）	84.7	1340	0	35.8
#1（3.0 m×3.0 m）	90.9	1405	0	35.2
#3（3.0 m×3.0 m）	86.4	1128	0	33.8

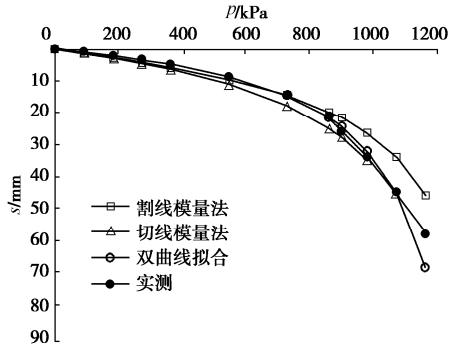


图 19 #5 压板载荷沉降 $p-s$ 曲线（1.0 m×1.0 m）

Fig. 19 *p-s* curves of No. 5 plate loading settlement (1.0 m×1.0 m)

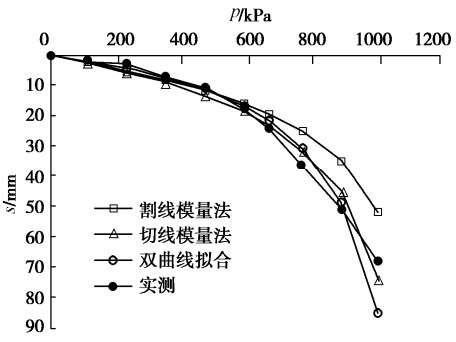


图 20 #2 压板载荷沉降 $p-s$ 曲线（1.5 m×1.5 m）

Fig. 20 *p-s* curves of No. 2 plate loading settlement (1.5 m×1.5 m)

当压板载荷试验的 $p-s$ 曲线不符合双曲线方程时，同样也有解决的方法，具体可参考文献[25]。

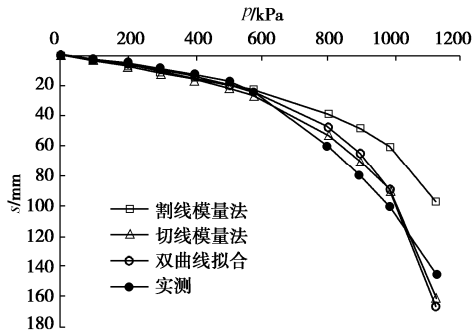


图 21 #4 压板载荷沉降 $p-s$ 曲线（2.5 m×2.5 m）

Fig. 21 *p-s* curves of No. 4 plate loading settlement (2.5 m×2.5 m)

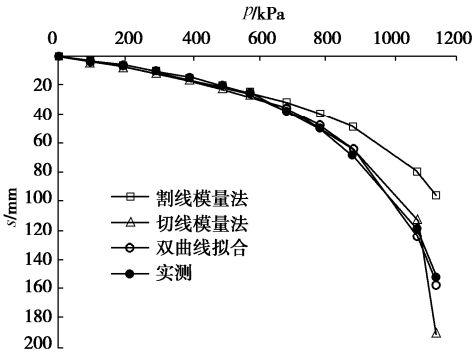


图 22 #1 压板载荷沉降 $p-s$ 曲线（3.0 m×3.0 m）

Fig. 22 *p-s* curves of No. 1 plate loading settlement (3.0 m×3.0 m)

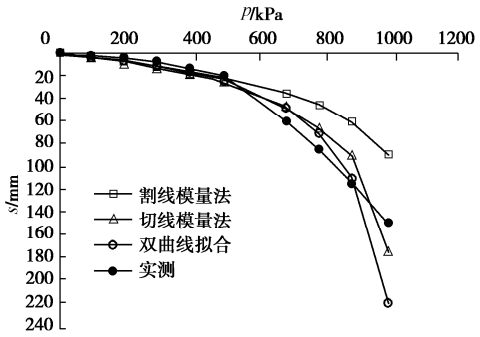


图 23 #3 压板载荷沉降 $p-s$ 曲线（3.0 m×3.0 m）

Fig. 23 *p-s* curves of No. 3 plate loading settlement (3.0m×3.0m)

c）多层地基和影响深度的问题

切线模量法通过现场压板载荷试验建立计算模型，求取参数，克服了传统由室内土样试验由于土样扰动等造成的影响，使结果更可靠。但也有疑问，认为压板载荷试验时压板尺寸小，影响深度小，难以反映深部土体特性，同时更难以反映多层土的情况。其实这是对该方法的误解，切线模量法只是采用现场压板载荷试验建立计算模型的一种手段，是假设均匀土层上建立模型的方法。对于深部土体，如果是同一种土体，则用同一套土的参数代表，因切线模量法本身已通过理论和假设解除了尺寸效应的影响，最后反映的是尺寸效应无关的 3 个土体参数 E_{t0}，c，φ，同一种土自然只有一套参数，与深度无关。但若是不同的

土层，只要用不同的 3 个参数 E_{t0}，c，φ 即可代表。因切线模量法还是建立在分层总和法基础上，不同土层只要取得各层土的这 3 个力学特性参数即可。当然，深部土层的这 3 个力学特性参数直接用压板载荷试验确定可能困难较大，这时可以利用其他原位测试方法，如可以用标准贯入试验、触探试验等建立经验关系。在假设各向同性条件下，也可以用旁压试验[26-27]测试土的变形参数，同样可以用于切线模量法。

为比较分层土的影响，文献[28]用切线模量法计算了图 24 所示的双层地基和单层地基的基础荷载沉降曲线，分为均匀硬土地基、均匀软土地基和上硬下软及上软下硬的情况，为方便比较，双层地基的两层地基厚度为 3 m，按图 24 所示的参数，其中软土层的初始切线模量 $E_{t0}=4.3$ MPa，硬土层的初始切线模量 $E_{t0}=72.8$ MPa。用切线模量法计算了各种情况下基础的沉降过程如图 25 所示。由图可见，沉降最小的是均匀硬土层的情况，第二小的是上硬下软的情况，而上软下硬的情况则接近于全软土的情况，这是比较符合实际经验的。因此，切线模量法是完全可以计算分层地基的情况的，只要获得各分层地基土的 3 个力学特性参数 E_{t0}，c，φ 即可。

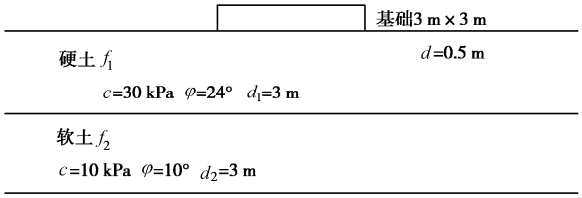


图 24 切线模量法计算的分层地基

Fig. 24 Layered foundation calculated by tangent modulus method

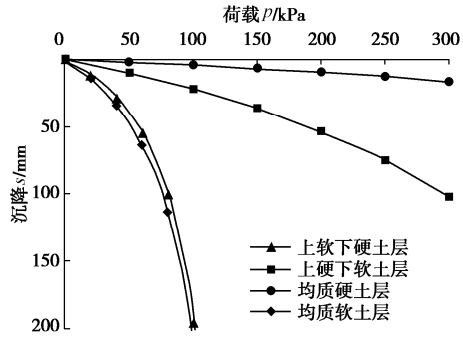


图 25 切线模量法计算的分层地基沉降比较

Fig. 25 Comparison of settlements of layered foundation calculated by tangent modulus method

d）有限元方法的应用

有限元方法的应用关键是建立合适的单元体本构模型，前面的切线模量法是针对基础作用于地基的荷载的。对单元体也完全可以用切线模量法的 3 个参数，套用 Duncan—Chang 模型而建立一个基于原位土参数的实用沉降计算模型[29]：

$$E_t=\left[1-R_f\frac{\sigma_1-\sigma_3}{(\sigma_1-\sigma_3)_f}\right]^2\cdot E_{t0}\quad ,\qquad (22)$$

$$(\sigma_1-\sigma_3)_f=\frac{2c\cos\varphi+2\sigma_3\sin\varphi}{1-\sin\varphi}\quad 。\qquad (23)$$

泊松比可针对具体土取为 0.3～0.4 的定值。这个模型采用的 3 个土力学参数 E_{t0}，c，φ，可用上面的压板载荷试验确定，也可以参考其他试验确定。这样，该模型简单，参数确定方便、可靠，相应就提高了模型的可靠性。对于一个压板载荷试验。文献[29]提供了计算与实测结果比较，如图 26 所示。可见，只要模型合适，参数可靠，计算结果就是可靠的，而应用有限元等数值方法，就可以解决更复杂的问题。

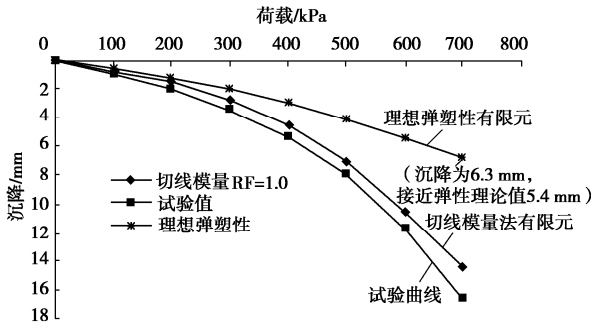


图 26 切线模量法有限元计算与试验结果的比较

Fig. 26 Comparison of finite element calculation between tangent modulus method and test results

e）基底应力非线性特性

通常，一定刚度基础下的地基反力是马鞍形的，而沉降则是锅底型的。如果考虑了土的非线性，则实际上基础的受力和沉降都会更均匀和符合实际一点。文献[30]计算了一个地基梁的地基反力分布情况，如图 27 所示，可见，考虑了土的非线性，地基梁的实际受力会更合理，更能发挥结构与土的共同作用。

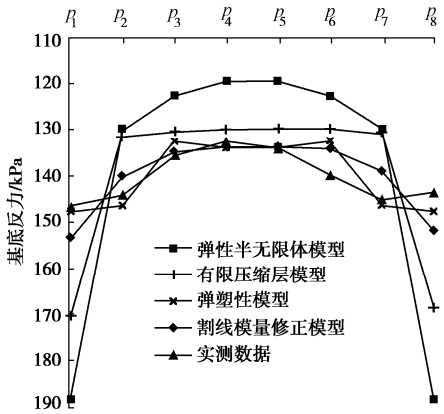


图 27 不同计算方法计算地基梁地基反力分布

Fig. 27 Different methods to calculate distribution of reaction force of foundation beam and foundation

2.3 软土地基的沉降计算

（1）软土地基沉降计算的简化法

由前面的分析可知，当采用压缩试验的 $e-p$ 曲线计算软土地基的沉降时，其反映的主要是压缩变形引起的沉降，未能考虑侧向变形引起的沉降。因而中国地基规范采用乘以 1.1～1.4 的经验系数进行修正，而有些地基规范，像水利、交通，修正系数则更大，如堤防规范 $\psi_s=1.3$～1.6，路桥规范为 1.1～1.8。也许这些行业的路堤和堤防工程填筑在更软的软土地基上，侧向变形更大一些。

对于软土的修正系数，即使像建筑地基规范给定了 1.1～1.4，但实际计算取值时，在区间内也会因人而异。为此，杨光华等[31]提出一个双曲线插值法取值的简化计算方法：

$$\psi_s=\frac{r}{a+br} \quad , \tag{24}$$

式中，$r=P_0/f_{ak}$ 为压力相对值，f_{ak} 为地基承载力特征值。

对于建筑规范，其经验值为：r=0.75 时，$\psi_s=1.1$，r=1.0 时，$\psi_s=1.4$，则可求得 a=0.586，b=0.128，这样实际 ψ_s 值则根据基础基底压力 P_0 与其地基承载力特征值 f_{ak} 的相对值按式（24）取定，可以避免人为取定。

还可以进一步研究确定不同经验下的 a，b 值，用这种简单有效的方法修正理论计算值，在工程实际中更简单有效。

（2）软土地基非线性沉降实用计算方法

软土地基的沉降主要是侧向变形引起的沉降，难以合理计算。理论上可以用本构模型来解决。但实际工程中，一般缺乏本构模型的参数，即使像 Duncan-Chang 模型或剑桥模型这样基础的模型，也难以获得合理的本构模型参数，甚至 $e-p$ 曲线，同一场地的同一层土的不同土样，估计也差异不少。笔者早期曾研究过如何在 Duncan-Chang 模型基础上建立简化的计算模型[32-33]，但还是不便应用。因此，要能用于工程，就需要参数易于确定的本构模型。软土中土的 $e-p$ 曲线中压力为 100～200 kPa 时的压缩模量 E_{s1-2} 还是比较稳定的，一般软土的 $E_{s1-2}=2\sim4$ MPa 。如果有一套算法，能用 E_{s1-2} 构建本构模型进行软土的非线性沉降计算，这将会很有实用价值。

为此，首先构建计算模型：把软土的沉降分为压缩沉降和侧向位移的沉降，由广义胡克定律变形得到[34]

$$\begin{aligned}\mathrm{d}\varepsilon_1&=\frac{\mathrm{d}\sigma_1-\nu_t(\mathrm{d}\sigma_2+\mathrm{d}\sigma_3)}{E_t}\\&=\frac{(\mathrm{d}\sigma_1-k_0\mathrm{d}\sigma_1)}{E_t}+\frac{\left[k_0\mathrm{d}\sigma_1-\nu_t(\mathrm{d}\sigma_2+\mathrm{d}\sigma_3)\right]}{E_t}。\end{aligned} \tag{25}$$

式中 第一项相当于有侧限的压缩变形，记为 $\Delta\varepsilon_c$；第二项为侧向压力差产生的竖向变形，记为 $\Delta\varepsilon_d$，这样，总竖向应变为

$$\Delta\varepsilon=\Delta\varepsilon_c+\Delta\varepsilon_d \quad 。 \tag{26}$$

当有侧限时，单元 $\Delta\sigma_3=k_0\mathrm{d}\sigma_1$，这样 $\Delta\varepsilon_c$ 可用 $e-p$ 曲线计算，即

$$\Delta\varepsilon_c=\frac{\Delta\sigma_1}{E_s} \quad , \tag{27}$$

式中，E_s 为由 $e-p$ 曲线求得的压缩模量，则分层土 Δh_j 产生的沉降为

$$\Delta S_{cij}=\frac{\Delta\sigma_{ij}}{E_{sij}}\cdot\Delta h_j \quad 。 \tag{28}$$

对于式（25）中第二项，考虑饱和软土，可近似取泊松比 $\nu_t=0.5$，$\Delta\sigma_2\approx\Delta\sigma_3$。

这样，

$$\Delta\varepsilon_d=\frac{k_0\mathrm{d}\sigma_1-\mathrm{d}\sigma_3}{E_t} \quad 。 \tag{29}$$

当有侧限时，则 $k_0\mathrm{d}\sigma_1=\mathrm{d}\sigma_3$，则 $\Delta\varepsilon_d=0$，这样软土的沉降就只有压缩沉降。对分层厚 Δh_j 产生的侧向沉降为

$$\Delta S_{d_{ij}}=\frac{k_0\Delta\sigma_{1_{ij}}-\Delta\sigma_{3_{ij}}}{E_t(\sigma_{ij})}\cdot\Delta h_j \quad 。 \tag{30}$$

此时，剩下的关键是切线模量 E_t 的确定。由 Duncan-Chang 模型可得

$$E_t=(1-R_f)^2E_i \quad , \tag{31}$$

$$s=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)}{(\sigma_1-\sigma_3)_f}=\frac{(1-\sin\varphi)(\sigma_1-\sigma_3)}{(2c\cos\varphi+2\sigma_3\sin\varphi)} \quad , \tag{32}$$

式中，R_f 为破坏比，s 为对应的应力水平，c，φ 为土的黏聚力和内摩擦角。

当为压缩试验时，设此时的应力水平为 S_0，将压缩试验的压缩模量 $E_s=E_t$ 代入式（31）可得

$$E_i=\frac{1}{(1-R_fs_0)^2}\cdot E_s \quad 。 \tag{33}$$

将式（33）代回式（31），则得到用 E_s 表达的切线模量：

$$E_t=\left[1-\frac{R_f(s-s_0)}{1-R_fs_0}\right]^2E_s \quad 。 \tag{34}$$

这样，可由软土的压缩模量求得切线模量，软土的总沉降则由压缩沉降 S_c 和侧向变形沉降 S_d 组成，即

$$S=\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\Delta\sigma_{1ij}}{E_s(\sigma_{ij})}\cdot\Delta h_j\right)+\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{k_0\Delta\sigma_{1ij}-\Delta\sigma_{3ij}}{E_t(\sigma_{ij})}\cdot\Delta h_j\right)。 \tag{35}$$

式中，第一项为 S_c，第二项为 S_d。考虑固结时，只有压缩沉降产生固结效应。设不同时刻的固结度为 U_t，则不同时刻的沉降为

$$S_t = U_t \cdot S_c + S_d \quad 。 \tag{36}$$

这样，可由压缩试验的 $e-p$ 曲线建立软土固结非线性沉降的计算方法。

通常饱和软土中 p=100～200 kPa 对应的压缩模量 E_{s1-2} 较稳定，一般在 2～4 MPa，为更方便，可以建立由 E_{s1-2} 求 $e-p$ 曲线，进而求不同压力下各点压缩模量 E_{si} 的方法。这样，只要有 E_{s1-2} 就可以进行非线性计算，一般工程勘察报告都提供 E_{s1-2}，且这个数值较稳定，可靠，可以判断其合理性，从而可以更方便应用。笔者和学生研究提出了两种确定方法：一是根据 $e-\lg p$ 曲线的线性段关系，得到[35]

$$E_{si} = \frac{\lg 2 E_{s1-2}(p-p_c)}{100\left[\lg p - \lg(p_c)\right]} \quad 。 \tag{37}$$

式中，$p_c = \gamma' h$ 为前期固结压力。

当假设 $e-p$ 曲线为双曲线时，也可推导得到[36]：

$$e = e_0 - \frac{(1+e_0)p}{0.1088E_{s1-2} + 0.0015E_{s1-2}p} \quad , \tag{38}$$

式中，e_0 为初始孔隙比。这样可以用 E_{s1-2} 求各压力点的压缩模量，从而可以较方便应用。为比较效果，采用 3 种不同方式求一个案例不同土层深度自重荷载下的 E_i 的比较，3 种方法是：①直接由 $e-p$ 曲线求 E_i；②E_{s1-2} 用 $e-\lg p$ 曲线求 E_i（式（37））；③假设 $e-p$ 曲线符合双曲线求 E_i（式（38））。

比较结果如图 28 所示，结果差异不大，说明基本可行。

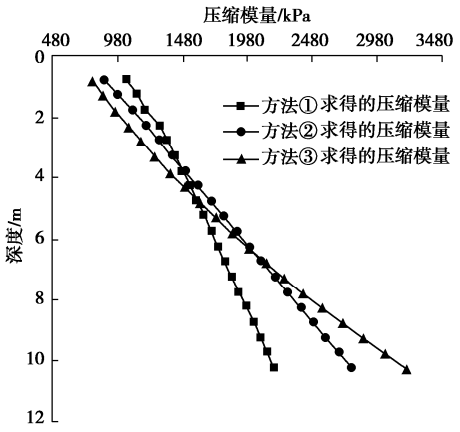


图 28 不同方法计算的压缩模量比较

Fig. 28 Comparison of compressive modulus calculated by different methods

此外，笔者和学生还发展了一种割线模量法[35]，即对侧向变形引起的沉降采用总荷载，但模量采用割线模量，割线模量为

$$E_p = (1 - R_f s)E_{si} \quad 。 \tag{39}$$

这样，用割线模量就可以用荷载全量计算，而用切线模量式（34）则要用增量荷载计算。针对一个软土地基上的填筑堤的试验研究[37]，文献[35]用以上各种方法计算比较的结果如图 29，30 所示，可见取得了较好的结果。这是一个较简单的实用方法，特点是参数简单，只需用通常的压缩模量 E_{s1-2}，对解决软土地基的沉降计算是一个很实用的计算方法，希望能有更多的工程验证并发展完善。

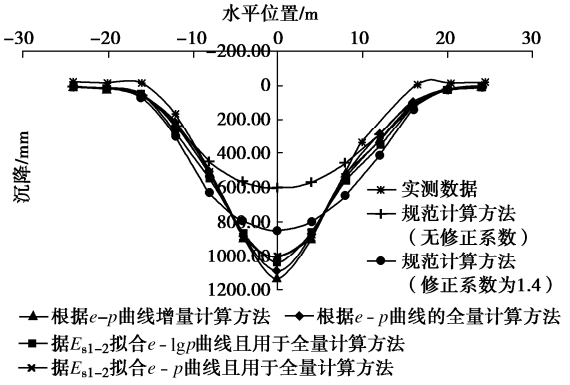


图 29 t=495 d 时计算得到的堤基地表沉降断面图

Fig. 29 Cross-section of surface settlement of embankment foundation (t=495 d)

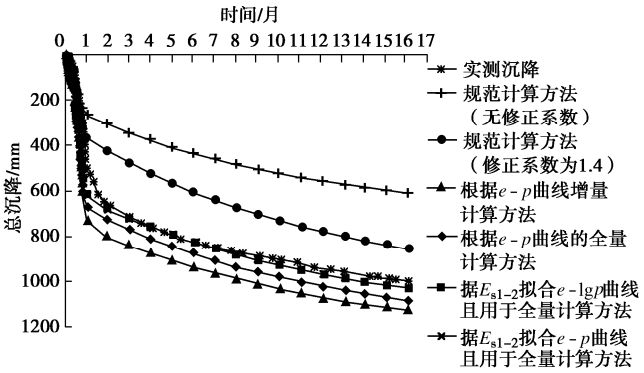


图 30 堤基地表中心点沉降时间曲线

Fig. 30 Settling-time curves of surface at center of embankment foundation

3 依据压板载荷试验确定地基承载力的新方法

由以上分析可知，目前合理确定地基允许承载力还是缺乏有效的方法。虽然现场压板载荷试验是确定地基承载力最可靠的方法，但由于尺寸效应的存在，如何依据压板试验确定地基承载力的问题也尚未解决好。按压板试验的沉降比确定的所谓地基承载特征值或考虑深度宽度修正承载力特征值，也仅是保证了地基强度的安全，尚不保证基础的沉降是安全的。合理的地基承载力允许值应该是既保证地基强度安全，又保证地基变形的安全，同时还能最大限度地发挥地基的承载力，这就是合理确定地基承载力允许值的原则[38-39]。显然，如果能对实际基础用以上的切线模量法或割线模量法计算出基础对应的荷载沉降曲线 $p-s$ 曲线，则依据 $p-s$ 曲线，在保证强度和变形双控的条件下可以方

便科学地确定合理的地基承载力。

图 31 为计算所得的基础 $p-s$ 曲线，则确定地基允许承载力的合理双控方法为

$$f_a \leqslant p_u / K \quad , \tag{40}$$

$$s_a \leqslant [s] \quad 。 \tag{41}$$

式中，p_u 为极限承载力，K 为安全系数，$[s]$为基础允许沉降，f_a 为地基允许承载力，s_a 为 f_a 对应的沉降。

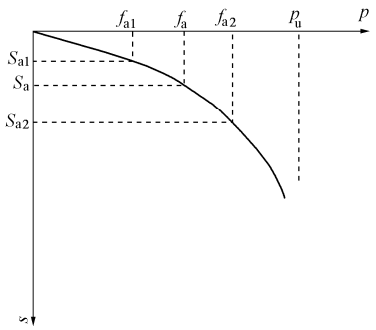


图 31 基础的 $p-s$ 曲线

Fig. 31 p-s curves of foundation

满足双控条件式（40），（41）的工况有多种，如果在满足双控条件下同时使 f_a 取最大值，则可以充分发挥地基承载力的合理值。

某工程进行了 3 个压板载荷试验，用双曲线方程拟合压板载荷试验曲线所得切线模量法中土的 3 个参数如表 7 所示。用#1 试点的切线模量法参数，用切线模量法计算#1 试点的压板荷载沉降曲线与试验曲线比较如图 32 所示，计算结果与试验结果较一致，说明方法和参数是可行的。

表 7 根据压板试验反算的地基土的强度和变形参数

Table 7 Values of strength and deformation parameters of foundation soils back-calculated according to plate loading tests

压板试验编号	E_{t0}/MPa	p_u/kPa	假定的 φ/(°)	反算所得的 c/kPa
#1 试点	30.43	1505	20	70.2
#2 试点	25.51	1468	20	68.4
#3 试点	21.10	1527	20	71.2
平均值	25.68	1500	20	69.93

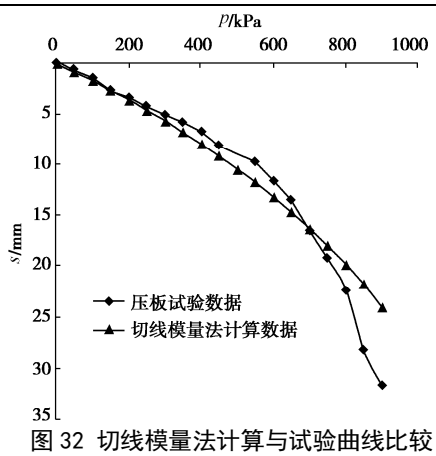


图 32 切线模量法计算与试验曲线比较

Fig. 32 Comparison between tangent modulus method and test curves

如何由压板试验确定地基的承载力，正如前文所述，如果用压板试验的沉降比法，则不同的沉降比会得到不同的地基承载力特征值，即使载荷试验已做到 900 kPa，但若取沉降比 s/b=0.01 时，如图 2 所示，其特征值只有 247 kPa，小于 300 kPa，若地基承载力要求 300 kPa，则会得出地基承载力不足的结论，显然是不够全面科学的。真正合理的方法就是用压板试验所获得的土的力学参数，用切线模量法去计算具体基础的 $p-s$ 曲线。由 $p-s$ 曲线，依据强度和变形双控原则确定合理的地基承载力[38-39]。

以上面 3 个试验点所得到的结果为例进行说明。

由表 7 可见，切线模量法反算得出土体力学参数为：初始切线模量法参数平均值为 $E_{t0}=25.68$ MPa，$\varphi=20°$，$c=69.9$ kPa，地基的极限承载力 $p_u=1500$ kPa。地质报告中室内试验提供的参数为 $\varphi=19.2°$，$c=73.5$ kPa，压板试验反算的参数指标与地质报告接近，但反算外延的地基极限承载力 $p_u=1500$ kPa 可能偏大，为安全起见，设定最大试验荷载 900 kPa 为极限承载力，由此反算的强度指标为 $\varphi=20°$，$c=59$ kPa，用这个参数是偏安全的。这样，对于具体基础，采用的计算参数为 $E_{t0}=25.68$ MPa，$\varphi=20°$，$c=59$ kPa。

为了比较，设定一方形基础，边长 2 m，无埋深。用以上采用的参数和切线模量法计算该基础的 $p-s$ 曲线，如图 33 所示，此时其极限承载力为 $p_u=982$ kPa，当允许基础沉降为 25 mm 时，允许承载力 $f_a=315$ kPa，安全系数 k=3.11，显然是安全的。若允许基础沉降为 40 mm 时，由 $p-s$ 曲线可得到 $f_a=470$ kPa，安全系数 k=2.1，也可满足 $k>2$ 的要求。这样依据基础的 $p-s$ 曲线确定承载力可以得到明确的安全系数和对应的沉降，承载力结果很明确。如果对压板载荷试验用双曲线拟合，以#1 试点为例，由拟合曲线得到 a=0.013157，b= 0.0006644，由拟合曲线得到压板试验不同沉降比对应的地基承载力特征值为 $p_{0.01}=230$ kPa，$p_{0.015}=310$ kPa，$p_{0.02}=420$ kPa，与上面 2 m 基础无埋深对比，由于基础宽小于 3 m，按国家建筑地基规范，其承载力无深宽修正，2 m 基础的承载力特征值与压板试验结果相同，但如按压板载荷试验由以上沉降比确定承载力特征值，则对应不同的沉降比有不同的承载力值，同时 2 m 基础的地基承载力其安全系数也不明确，更不明确其对应的基础沉降是多少，显然是不够理想的。但如按实际 2 m 基础的 $p-s$ 曲线确定承载力，则可以确定具有明确安全系数和对应基础沉降的承载力值，安全系数和沉降都明确，这样确定的承载力更科学合理。

如果对于同一场地，设定基础宽度为 6 m，无埋

深，用切线模量法计算基础的 $p-s$ 曲线如图 34 所示。如果按沉降 25 mm 控制，则允许承载力 f_a =130 kPa；按沉降 50 mm 控制时，f_a = 245 kPa。显然，这时的地基承载力是由变形控制确定，强度安全系数远大于 2。但如果按照规范，用压板试验的沉降比确定地基承载力，即使按最小的沉降比 0.01，其承载力也有 $p_{0.01}$=230 kPa，如果按这个承载力，对应这个基础的沉降大于 40 mm，如果按 $p_{0.015}$=310 kPa，则基础沉降会达到 67 mm，沉降不满足要求，这样，用压板载荷试验曲线确定的承载力并不能保证实际基础的沉降满足要求，因此，用实际基础的 $p-s$ 曲线确定地基承载力，可以很直观方便地实现强度和变形双控，使地基承载力的确定更安全合理，其比直接用压板载荷试验曲线确定的承载力更科学合理[40]。

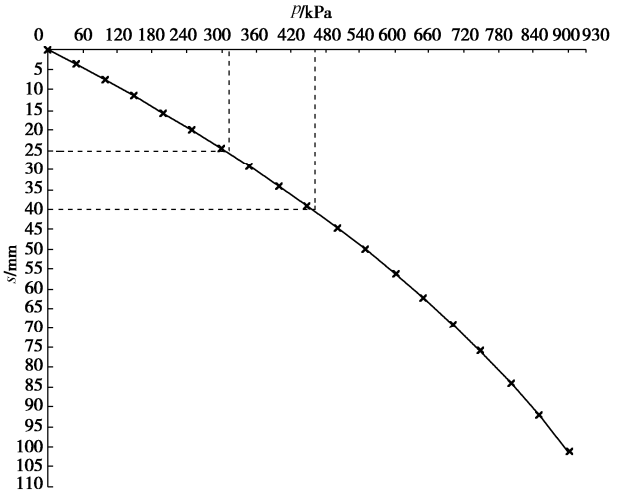


图 33 2 m 宽基础下的荷载沉降曲线

Fig. 33 Load settlement curves of foundation of 2 m wide

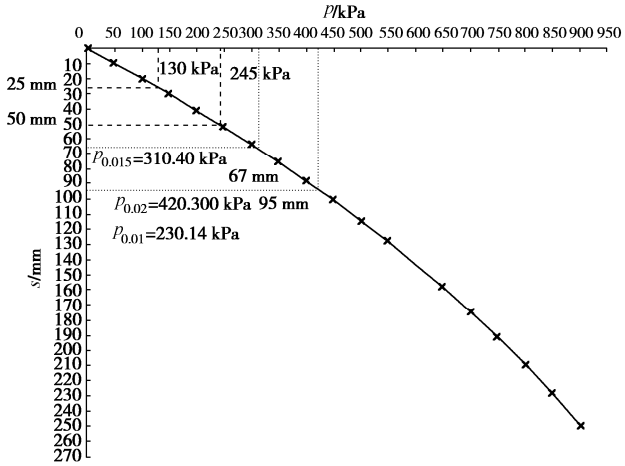


图 34 6 m 宽基础下的荷载沉降曲线

Fig. 34 Load settlement curves of foundation of 6 m wide

4　新理论的应用

新理论已在工程实践中得到应用和验证，更详细内容也可参考文献[41]。同时，新理论可以用于优化基础设计[42]，可以用于桩的非线性沉降分析[43]，可以用于桩土共同作用分析，改进刚性桩复合地基的设计计算方法[44-47]。新理论可以比较可靠地进行基础的荷载沉降全过程计算，因而可以用于地基的变形控制设计，为地基设计的进步提供新的理论方法。

5　结　　论

地基沉降算不准是土力学中的世纪难题，虽然现代土力学发展了本构模型和数值方法，但土的本构模型的参数主要是依靠室内试验而获得。由于现场原位土的结构性，经取样扰动制样再试验，由此过程获得的参数难于反映现场原位土特性，这样，即使精致的本构模型虽然可与室内试验曲线高度符合，但并不能有效预测实际工程的变形，难以用于实际工程设计，还是制约着现代工程设计的水平。同样，虽然现场压板载荷试验被认为是地基承载力最可靠的确定方法，但由于实际基础尺寸与压板尺寸的不同，用压板载荷试验的方法还是难以严格确定实际基础地基的允许承载力。所以，地基沉降与地基承载力虽然是土力学中的经典问题，但一直以来并没有得到很好的解决。本项研究认为：

（1）要更好发展和提高土力学理论计算预测的准确性，应发展基于现场原位试验的计算理论。发展基于原位试验的土力学理论是破解之道。

（2）结构性强的硬土或砂土地基，采用室内压缩试验确定的压缩模量进行计算沉降的方法是不合适的。

（3）依据原位压板载荷试验而建立的切线模量法，其参数可以直接通过载荷试验获得，而参数仅为土的初始切线模量 E_{i0} 和通常的黏聚力 c 和内摩擦角 φ，参数少而物理意义明确，模型简单，能反映土的原状性，非线性，可以对基础进行直到破坏的非线性全过程计算。由于参数来源于现场原位试验，避免了传统依靠室内土样试验的土样扰动的影响，使参数可靠，从而使计算精度大为提高，是破解地基沉降计算难题的一个新的突破。

（4）切线模量法可以进行分层地基的沉降计算，只需对各分层地基采用各自土层的切线模量参数和强度参数即可。深部土体的切线模量法参数可以采用其他能进行深部原位测试的方法测定或建立经验关系，从而可以进一步发展完善该方法，同时还可以建立数值分析的原位土切线模量法以适用更复杂的边值问题计算。

（5）发展了一种依据现代本构模型的软土非线性沉降实用计算方法，该方法依据较简单的压缩试验求取参数，提出了根据压缩模量 E_{s1-2} 建立非线性沉降计算的方法，方法参数确定容易，便于工程应用。进一步积累更多经验和验证完善，将会是一种有效的软土地基沉降计算方法。

（6）依据现场原位压板载荷试验，提出了更合理确定地基承载力的一种新方法，就是用切线模量法计算实际基础的荷载沉降过程 $p-s$ 曲线，依据 $p-s$ 曲线，由地基的强度和变形双控的方法，确定满足强度和变形安全的最大承载力作为地基允许承载力，由此确定的地基允许承载力是最科学合理的，避免了目前通过压板试验沉降比确定承载力的不足，同时可以实现变形控制设计，将极大的提高地基设计的水平。

6 尚需探索研究的工作

（1）由于现场压板载荷试验的时间相比建筑物作用的时间较短，因此，尚需积累更多的工程实例，以考虑时间对沉降的影响。但这个不是饱和软土的固结问题。

（2）初始切线模量 E_{t0} 通常来源于无埋深的压板载荷试验，实际上，E_{t0} 可能是随深度而增加的，可能还存在小应变的特性，尤其对宽度较大的筏板基础时，考虑 E_{t0} 随深度的变化可能是需要的。

致 谢：感谢广东省水利水电科学研究院岩土中心的同事及学生所做的工作，本项研究结合了多个实际工程开展试验研究。笔者从 1997 年发表论文开始这一个问题的探索，研究工作包括了从 2004 级开始的历届研究生的工作。

参考文献：

[1] 华南理工大学. 地基及基础[M]. 3 版. 北京: 中国建筑工业出版社, 1998. (South China University of Technology. Groundsill and Foundation[M]. 3rd ed. Beijing: China Architecture & Building Press, 1998. (in Chinese))

[2] 建筑地基基础设计规范：GB50007—2011[S]. 2012. (Code for Design of Building Foundation: GB50007—2011[S]. 2012. (in Chinese))

[3] 陆培炎, 徐振华. 地基强度与变形的计算[M]. 西宁: 青海人民出版社, 1978. (LU Pei-yan, XU Zhen-hua. Calculation of Foundation Strength and Deformation[M]. Xining: Qinghai People's Publishing House Press, 1978. (in Chinese))

[4] 王红升, 周东久, 郭伦远. 理论公式确定地基容许承载力时安全系数的选择[J]. 河南交通科技, 1999(4): 31－32. (WANG Hong-sheng, ZHOU Dong-jiu, GUO Lun-yuan. Safety coefficient selection in theory formula of subgrade allowance supporting capacity[J]. Science and Technology of Henan Cmmunication, 1999(4): 31－32. (in Chinese))

[5] 建筑地基基础设计规范：DBJ15—31—2016[S]. 2016. (Design Code for Building Foundation: DBJ15—31—2016[S]. 2016. (in Chinese))

[6] 宰金珉, 翟洪飞, 周 峰, 等. 按变形控制确定中、低压缩性地基土承载力的研究[J]. 土木工程学报, 2008, **41**(8): 72－80. (ZAI Jin-min, ZHAI Hong-fei, ZHOU Feng, et al. Determination of the bearing capacity of soil foundation in medium and low compressive soils using deformation control[J]. China Civil Engineering Journal, 2008, **41**(8): 72－80. (in Chinese))

[7] 李广信. 高等土力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. (LI Guang-xin. Advanced Soil Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002. (in Chinese))

[8] 杨光华. 地基沉降计算的困难与突破[J]. 岩土工程学报, 2019, **42**(10): 1893－1898. (YANG Guang-hua. Difficulties and breakthroughs in calculation of foundation settlement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **42**(10): 1893－1898. (in Chinese))

[9] TERZAGHI K, PECK R P. Soil Mechanics in Engineering Practice[M]. New York: John Wiley and Sons, 1948.

[10] BRAJA D M. Shallow Foundations Bearing Capacity and Settlement[M]. 2nd ed. New York: CPC Press Taylor & Francis Group, 2009.

[11] 张在明. 等效变形模量的非线性特性的分析[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(5): 56－59. (ZHANG Zai-ming, Analysis of nonlinear characteristics of equivalent deformation modulus[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(5): 56－59. (in Chinese))

[12] 北京地区建筑地基基础勘察设计规范：DBJ01—501—92 [S]. 1992. (Code for Investigation and Design of Building Foundation in Beijing Area: DBJ01—501—92[S]. 1992. (in Chinese))

[13] 焦五一. 地基变形计算的新参数——弦线模量的原理和应用[J]. 水文地质及工程地质, 1982(1): 30－33. (JIAO Wu-yi. Principle and application of chord modulus: A new parameter for foundation deformation calculation[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1982(1): 30－33. (in Chinese))

[14] 深圳地区建筑地基基础设计试行规程：SJG1—88[S]. 1992. (Testing Code for Design of Building Foundation in Shenzhen Area：SJG1—88[S]. 1992. (in Chinese))

[15] 建筑地基基础设计规范：DBJ15—31—2003[S]. 2003. (Code for Design of Building Foundation: DBJ15—31—2003[S]. 2003. (in Chinese))

[16] 高层建筑箱形与筏形基础技术规范：JGJ6—99[S]. 2002. (Techincal Code for Tall Building Box Foundation and Raft Foundation: JGJ6—99[S]. 2002. (in Chinese))

[17] 杨光华. 基础非线性沉降的双曲线模型法[J]. 地基处理, 1997(1): 50－53. (YANG Guang-hua. Hyperbola model in calculating the nonlinear settlement of foundation[J].

Ground Improvement, 1997(1): 50 – 53. (in Chinese))

[18] 杨光华. 地基非线性沉降计算的原状土切线模量法[J]. 岩土工程学报, 2006, **28**(11): 1927 – 1931. (YANG Guang-hua. Nonlinear settlement computation of the soil foundation with the undisturbed soil tangent modulus method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, **28**(11): 1927 – 1931. (in Chinese))

[19] 杨光华. 残积土上基础非线性沉降的双曲线模型的研究[C]// 第七届全国岩土力学数值分析与解析方法讨论会论文集. 大连: 大连理工大学出版社, 2001: 168 – 171. (YANG Guang-hua. Hyperbola Model Method in Calculating the Non-linear Settlement of Foundation on Granite Residual Soil[C]// Proceedings of the 7th National Conf on the Numerical Analysis and Analytical Method for Rock and Soil Mechanics. Dalian: Press of Dalian University of Technology, 2001: 168 – 171. (in Chinese))

[20] 杨光华, 王鹏华, 乔有梁. 地基非线性沉降计算的原状土割线模量法[J]. 土木工程学报, 2007, **40**(5): 49 – 52. (YANG Guang-hua, WANG Peng-hua, QIAO You-liang. An undisturbed-soil secant modulus method for calculation of nonlinear of soil foundation[J]. China Civil Engineering Journal, 2007, **40**(5): 49 – 52. (in Chinese))

[21] 杨光华. 地基沉降计算的新方法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2013. (YANG Guang-hua. The New Method to Calculate the Settlement of the Foundation and its Applications[M]. Beijing: The Science Publishing Company, 2013. (in Chinese))

[22] 杨光华. 地基沉降计算的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(4): 679 – 686. (YANG Guang-hua. New computation method for soil foundation settlement[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(4): 679 – 686. (in Chinese))

[23] BRIAUD J L, GIBBENS R M. Predicted and measured behavior of five spread footings on sand[C]// Proceedings of a Prediction Symposium Sponsored by the Federal Highway Administration, Settlement'94 ASCE Conference, 1994, Texas.

[24] YANG G H, LU Y D, ZHANG Y C, et al. Application of the tangengt modulus metheod in nonlinear settlement analysis of sand foundation[C]// Proceedings of the 18th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, Paris, 2013.

[25] 杨光华, 王俊辉. 地基非线性沉降计算原状土切线模量法的推广和应用[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊 1): 33 – 37. (YANG Guang-hua, WANG Jun-hui. Application of undisturbed soil tangent modulus method for computing nonlinear settlement of soil foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S1): 33 – 37. (in Chinese))

[26] 杨光华, 骆以道, 张玉成, 等. 用简单原位试验确定切线模量法的参数及其在砂土地基非线性沉降分析中的验证[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(3): 401 – 408. (YANG Guang-hua, LUO Yi-dao, ZHANG Yu-cheng, et al. Determination of parameters for tangent modulus method using simple in-situ test and its application in nonlinear settlement analysis on sandy soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(3): 401 – 408. (in Chinese))

[27] 刘　琼, 杨光华, 刘　鹏. 基于原位旁压试验的地基非线性沉降计算方法[J]. 广东水利水电, 2010(7): 4 – 6. (LIU Qiong, YANG Guang-hua, LIU Peng. Calculation method for nonlinear settlement of foundation based on in-situ pressure test[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower Press, 2010(7): 4 – 6. (in Chinese))

[28] 刘清华, 杨光华, 孙树楷. 切线模量法在分层地基沉降计算中的应用[J]. 广东水利水电, 2020(2): 6 – 12. (LIU Qing-hua, YANG Guang-hua, SUN Shu-kai. Application of tangent modulus method in settlement calculation of layered foundation[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower Press, 2020(2): 6 – 12. (in Chinese))

[29] 杨光华, 张玉成, 张有祥. 变模量弹塑性强度折减法及其在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(7): 1506 – 1512. (YANG Guang-hua, ZHANG Yu-cheng, ZHANG You-xiang. Application of variable modulus elastic-plate strength reduction method and its application in slope stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(7): 1506 – 1512. (in Chinese))

[30] 王鹏华. 梁板地基非线性模型的研究及应用[D]. 广州: 华南理工大学, 2007. (WANG Peng-hua, Research and Application of Nonlinear Model of Beam-Slab Foundation[D]. Guangzhou: South China University of Technology, 2007. (in Chinese))

[31] 杨光华, 李　俊, 贾　恺, 等. 改进的地基沉降计算的工程方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2017, **36**(增刊 2): 4229 – 4234. (YANG Guang-hua, LI Jun, JIA Kai, et al. Improved settlement calculation method for engineering practice[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2017, **36**(S2): 4229 – 4234. (in Chinese))

[32] 杨光华. 软土地基非线性沉降计算的简化法[J]. 广东水利水电, 2001(1): 3 – 5. (YANG Guang-hua. Nonlinear settlement computation simplified method for soft foundation[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower Press, 2001(1): 3 – 5. (in Chinese))

[33] 杨光华, 李德吉, 李思平, 等. 计算软土地基非线性沉降的一个简化法[C]// 第九届土力学及岩土工程学术会

议论文集. 北京: 清华大学出版社, 2003: 506－510. (YANG Guang-hua, LI De-ji, LI Si-ping, et al. A simplified method for nonlinear settlement computation of soft foundation[C]// Proceedings of the 9th Academic Conf on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. Beijing: Tsinghua University Press, 2003: 506－510. (in Chinese))

[34] 杨光华, 姚丽娜, 姜 燕, 等. 基于 $e-p$ 曲线的软土地基非线性沉降的实用计算方法[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(2): 242－249. (YANG Guang-hua, YAO Li-na, JIANG Yan, et al. Pratical method for calculation nonlinear settlement of soft ground based on *e-p* curve[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(2): 242－249. (in Chinese))

[35] 杨光华, 黄致兴, 李志云, 等. 考虑侧向变形的软土地基非线性沉降计算的简化法[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(9): 1697－1704. (YANG Guang-hua, HUANG Zhi-xing, LI Zi-yun, et al. Simplified method for nonlinear settlement calculation in soft soils considering lateral deformation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(9): 1697－1704. (in Chinese))

[36] 彭长学, 杨光华. 软土 $e-p$ 曲线确定的简化方法及在非线性沉降计算中的应用[J]. 岩土力学, 2008, **39**(6): 1706－1710. (PENG Chang-xue, YANG Guang-hua. A simplified method for determining *e-p* curve of soft soil and its application to analyzing nonlinear settlement of foundation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **39**(6): 1706－1710. (in Chinese))

[37] 陆培炎, 熊丽珍, 陈韶永, 等. 软土上一个土堤的试验分析[M]// 陆炎培. 陆培炎科技著作及论文选集. 北京: 科学出版社, 2006. (LU Pei-yan, XIONG Li-zhen, CHEN Shao-yong, et al. Test analysis of an earth embankment on soft soil[M]// LU Pei-yan. Selections of Lu Peiyan's Science and Technology Books and Papers. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))

[38] 杨光华, 黄致兴, 姜 燕, 等. 地基承载力的双控确定方法[J]. 岩土力学, 2016, **37**(增刊 2): 232－242. (YANG Guang-hua, HUANG Zhi-xing, JIANG Yan, et al. Double controlling method for determining bearing capacity of foundation soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(S2): 232－242. (in Chinese))

[39] 杨光华, 姜 燕, 张玉成, 等. 确定地基承载力的新方法[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(4): 597－603. (YANG Guang-hua, JIANG Yan, ZHANG Yu-cheng, et al. New method for determination of bearing capacity of soil foundation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(4): 597－603. (in Chinese))

[40] YANG Guang-hua, JIANG Yan, XU Chuan-bao, et al. New method for determining foundation bearing capacity based on plate loading test[C]// Proceedings of China-Europe Conference on Geotechnical Engineering, 2018, Swwitzland.

[41] 杨光华. 地基的变形控制设计[M]// 龚晓南. 岩土工程变形控制设计理论与实际. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018. (YANG Guang-hua. Deformation control design of foundation[M]// GONG Xiao-nan. Geotechnical Engineering Deformation Control Design Theory and Reality. Beijing: China Architecture & Building Press, 2018. (in Chinese))

[42] 杨光华, 孙树楷, 刘清华, 等. 强度和变形双控条件下基础尺寸的设计及优化[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 1): 5－8. (YANG Guang-hua, SUN Shu-kai, LIU Qing-hua, et al. Design and optimization of foundation sizes under dual control conditions of strength and deformation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S1): 5－8. (in Chinese))

[43] 乔有梁, 杨光华, 张玉成, 等. 单桩非线性沉降计算的原状土切线模量法[J]. 广东水利水电, 2009(6): 22－24. (QIAO You-liang, YANG Guang-hua, ZHANG Yu-cheng, et al. Undisturbed soil tangent modulus method for calculation of single pile nonlinear settlement[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower Press, 2009(6): 22－24. (in Chinese))

[44] 杨光华, 苏卜坤, 乔有梁. 刚性桩复合地基沉降计算方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(11): 2193－2200. (YANG Guang-hua, SU Bu-kun, QIAO You-liang. Method for calculating settlement of rigid-pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(11): 2193－2200. (in Chinese))

[45] 杨光华, 李德吉, 官大庶. 刚性桩复合地基优化设计[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(4): 818－825. (YANG Guang-hua, LI De-ji, GUANG Da-shu. Optimization design of pile composite foundation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(4): 818－825. (in Chinese))

[46] 杨光华, 徐传堡, 李志云, 等. 软土地基刚性桩复合地基沉降计算的简化方法[J]. 岩土工程学报, 2017, **29**(增刊 2): 21－24. (YANG Guang-hua, XU Chuang-bao, LI Zhi-yun, et al. Simplified method for settlement calculation of rigid pile composite foundation in soft soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **29**(S2): 21－24. (in Chinese))

[47] 杨光华, 刘清华, 孙树楷, 等. 刚性桩复合地基承载力计算问题的探讨[J]. 广东水利水电, 2019(12): 1－7. (YANG Guang-hua, LIU Qing-hua, SUN Shu-kai, et al. Discussion on bearing capacity calculation of rigid pile composite foundation[J]. Guangdong Water Resources and Hydropower Press, 2019(12): 1－7. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101002

复杂应力路径下饱和砂土静态液化失稳预测

黄茂松[1, 2]，童森杰[1, 2]，时振昊*[1, 2]，吕玺琳[1, 2]

（1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092；2. 同济大学地下建筑与工程系，上海 200092）

摘 要：饱和砂土应力－应变关系具有各向异性和状态相关特性，因此其静态液化的触发与应力路径密切相关。现有文献已提出多种静态液化判别准则，但其准确性往往仅在三轴应力路径下被进行校验。对于涉及主应力方向旋转和不同中主应力比的复杂应力路径，现有判别准则是否可以准确预测静态液化的触发有待进一步验证。为此，基于状态相关各向异性砂土本构模型，结合前人的空心圆柱扭剪单元体试验，比较了二阶功、弹塑性刚度矩阵对称部分和失稳模量 3 种准则对复杂应力路径下砂土静态液化失稳预测的效果。发现包括：基于弹塑性刚度矩阵对称部分的失稳触发表达式不依赖于加载路径，具有更好的通用性，其预测的失稳点早于或与实际失稳点吻合；失稳模量理论可预测实际液化失稳的位置，但判定表达式因加载条件不同而变化。获得了复杂应力路径下的失稳线，分析了静态液化触发前砂土可发挥峰值摩擦角受中主应力、主应力方向等因素的影响。

关键词：砂土；静态液化；各向异性；中主应力比；液化判别；失稳线

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0019－08

作者简介：黄茂松(1965—)，男，浙江玉环人，博士，教授，博士生导师，主要从事岩土工程的科研和教学工作。E-mail: mshuang@tongji.edu.cn。

Prediction initiation of static liquefaction of saturated sand under complex stress paths

HUANG Mao-song[1, 2], TONG Sen-jie[1, 2], SHI Zhen-hao[1, 2], LÜ Xi-lin[1, 2]

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The stress-strain relations of saturated sand are anisotropic and state-dependent, thus the initiation of its static liquefaction relies on stress paths. While various criteria have been proposed to predict the triggering of static liquefaction, their accuracy is normally examined under triaxial stress paths. When subjected to complex stress paths that involve the rotation of the principal stress directions and different relative magnitudes of the intermediate principal stress, the accuracy of these criteria remains to be an open question. Here the capacity of three criteria is evaluated, including the second-order work, symmetric part of the elastoplastic stiffness matrix and instability modulus, for predicting the static liquefaction under complex stress paths, by employing a state-dependent, anisotropic constitutive model and comparing against the hollow cylindrical torsional shear tests on Toyoura sand. It is found that: (1) The instability condition derived from the elastoplastic stiffness matrix does not depend on the stress paths, thus being more general, and the predicted liquefaction initiation is earlier than or coincident with the actual instability point. (2) The instability modulus approach can predict the initiation of static liquefaction, however, the instability conditions vary across different loading paths. The instability line is obtained, through which the influences of factors like the intermediate principal stress and the principal stress directions on the peak mobilized friction angle before liquefaction are studied.

Key words: sand; static liquefaction; anisotropy; intermediate principal stress ratio; liquefaction criterion; instability line

0 引 言

饱和松砂在静力作用下由孔隙水压上升而诱发的抗剪强度在临界状态前就出现软化甚至趋向于零的现象称为静态液化。松砂地层中的工程施工易引起液化失稳现象（如海底长缓坡流滑[1]和松砂地层中盾构开挖面失稳破坏[2]）。静态液化失稳具有明显的整体性和扩散性，有别于岩土材料的其他失稳模式（如应变局

基金项目：国家自然科学基金项目（11972260，41672270）

收稿日期：2020－02－05

*通信作者（E-mail: 1018tjzhenhao@tongji.edu.cn）

部化）[3]。以边坡静态液化失稳为例，液化一般开始于土体表面，随即因超孔隙水压力无法立即消散，导致液化区快速向四周扩散，故也被称为扩散性失稳[4]。区别于应变局部化，静态液化时无明显滑动面，不易被察觉，破坏具有突发性。而且，静态液化一旦触发，土体强度会迅速丧失并可导致范围巨大的土体流滑，对邻近基础设施和人身安全构造重大威胁。因此，准确判别与预测静态液化具有重要意义。

Hill 的二阶功理论是最早的材料稳定性通用判定准则之一，认为当材料处于稳定状态时其应力增量所对应的二阶功是非负的。大量学者研究了二阶功理论对判别砂土静态液化的适用性[4-5]，发现广义剪应力达到峰值时二阶功为零。然而，二阶功判别具有一定滞后性，因其值由正转负发生在静态液化触发后一增量步。因此，严格意义上二阶功判别无法预测静态液化的触发，但可用于识别已发生液化的区域。如黄茂松等[4]将二阶功理论应用于边值问题，分析了海底长缓坡的砂土液化范围。吕玺琳等[6]等基于二阶功理论推导了弹塑性刚度矩阵数学特征与砂土稳定性的关系，发现弹塑性刚度矩阵对称部分行列式为零发生在静态液化触发之前，从而将此条件定义为潜在失稳条件。Andrade[7]和 Lashkari[8]基于材料失稳时应力应变增量响应解不唯一的条件推导了液化失稳触发时所对应的塑性模量的临界值，即当材料塑性模量等于该临界值时即判定静态液化触发。但上述临界塑性模量只适用于三轴应力空间。Buscarnera 等[9]基于 Nova 的控制理论[10]，得到了与加载控制条件相关的材料失稳临界塑性模量的广义表达式，并应用于三轴应力路径下饱和砂土的静态液化的判定[11]。

室内单元体试验（平面应变试验[12]及空心圆柱扭剪试验[13]）表明，静态液化的触发及其液化程度除了受砂土初始密实度、应力水平的影响外，与中主应力比和主应力方向旋转密切相关。然而，针对上述现有判定准则的检验往往仅是在简单三轴应力路径下进行的，关于复杂应力路径下砂土静态液化判别和预测的研究工作较为有限。其中，吕玺琳等[14-15]基于状态相关本构模型研究了 K_0 固结和平面应变条件下的砂土静态液化失稳特性，发现松砂中弹塑性刚度矩阵对称部分等于零对应广义剪应力达到峰值，而随着砂土密实度的增加前者会先于后者出现。Lü 等[16]进一步研究了中主应力比和主应力方向对砂土液化特性的影响，发现中主应力比 b（即 $b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)$ ）和主应力方向与沉积方向的夹角 α（在下文中简称为主应力旋转角）的增大会使二阶功极小值降低，液化更易发生。

针对上述研究现状，本文的目标是探究现有准则对涉及主应力旋转和不同中主应力水平的复杂应力路径下砂土静态液化判别的适用性。为此，结合陈洲泉等[17]提出的砂土状态相关各向异性本构模型和笔者提出的判别准则，通过与空心圆柱扭剪单元体试验对比，验证该模型模拟复杂应力路径下静态液化现象的能力。基于此模型，本文比较了二阶功、弹塑性刚度矩阵对称部分行列式和失稳模量三种判别准则预测复杂应力路径下静态液化的准确性。最后，应用失稳模量方法获得了有效平均应力－广义剪应力空间的失稳线，分析了主应力旋转、中主应力水平等因素对静态液化触发应力状态和砂土可发挥最大摩擦角的影响。

1 砂土状态相关各向异性本构模型

本文使用的本构模型以陈洲泉等[17]提出的砂土状态相关各向异性模型为基础并加以改进，现将上述基础模型的核心部分和本工作提出的改进做简要介绍。

基础模型通过黄茂松等[3]提出的各向异性状态变量来考虑砂土固有各向异性：

$$A=\frac{\hat{R}}{M_{\mathrm{cs}}g(\hat{\theta})}-\left(\frac{\hat{R}}{M_{\mathrm{cs}}g(\hat{\theta})}\right)_{\mathrm{c}} \quad , \tag{1}$$

式中，M_{cs} 为三轴压缩应力路径下的临界状态应力比，$\hat{\theta}$ 为组合应力张量的 Lode 角，$\hat{R}=\sqrt{3\hat{r}_{ij}\hat{r}_{ij}/2}$ 为组合应力比偏量的第二不变量，$g(\hat{\theta})$ 为关于 Lode 角的椭圆插值函数[18]：

$$g(\hat{\theta})=\frac{4c}{1+c+(1-c)\sin(3\hat{\theta})}-\frac{1+c-(1-c)\sin(3\hat{\theta})}{2} \text{。} \tag{2}$$

组合应力张量采用 Li 等[19]给出的定义：

$$\hat{T}_{ij}=\frac{1}{6}(\hat{\sigma}_{ik}F_{kj}^{-1}+F_{ik}^{-1}\hat{\sigma}_{kj}) \quad , \tag{3}$$

式中，$\hat{\sigma}_{kj}$ 为归一化应力张量，F_{ij} 为组构张量，$\hat{r}_{ij}=\hat{s}_{ij}/\hat{p}$ 为组合应力比偏量，$\hat{p}=\hat{T}_{ii}/3$ 为组合应力第一不变量，$\hat{s}_{ij}=\hat{T}_{ij}-\hat{p}\delta_{ij}$ 为组合偏应力张量。归一化应力张量 $\hat{\sigma}_{ij}$ 定义为

$$\hat{\sigma}_{ij}=\frac{M_{\mathrm{cs}}g(\theta)}{\eta}r_{ij}+\delta_{ij} \quad , \tag{4}$$

式中，δ_{ij} 为 Kronecker 张量，θ 为应力张量的 Lode 角，η 为应力张量对应的应力比，组构张量 F_{ij} 在其主应力空间下可采用 Oda 等[20]给出的定义：

$$F_{ij}=\frac{1}{3+\Delta}\begin{bmatrix}1-\Delta & 0 & 0\\ 0 & 1+\Delta & 0\\ 0 & 0 & 1+\Delta\end{bmatrix} \quad , \tag{5}$$

式中，Δ 为各向异性参量，不同制样方法下所对应的

Δ 取值可参见文献[21]。式（1）中 $\left(\dfrac{\hat{R}}{M_{\rm cs}g(\hat{\theta})}\right)_{\rm c}$ 表示三轴压缩状态下的 $\dfrac{\hat{R}}{M_{\rm cs}g(\hat{\theta})}$ 值。

为考虑砂土临界状态的各向异性[19]，将临界状态线定义为各向异性状态参数 A 的函数：

$$e_{\rm c}=e_{\Gamma}(A)-\lambda\left(\frac{p}{p_{\rm a}}\right)^{\xi} \quad , \tag{6}$$

式中，λ 和 ξ 为材料参数，p 为有效平均应力，$p_{\rm a}$ 为标准大气压，$e_{\Gamma}(A)$ 表示 p 为零时的临界状态孔隙比。根据 Verdugo 等[22]和 Yoshimine 等[13]通过试验测得的临界状态数据（见图 1），本文建议 $e_{\Gamma}(A)$ 采用以下表达式：

$$e_{\Gamma}(A)=e_{\Gamma}(0)-k_{\Gamma}\left|A\right|^{x} \quad , \tag{7}$$

式中，k_{Γ} 和 x 为材料参数，$e_{\Gamma}(0)$ 为三轴压缩路径下（即 $A=0$）e_{Γ} 的取值。基础模型的剪胀和硬化法则均是各向异性状态变量 A 的函数[17]：

$$D=\frac{{\rm d}\varepsilon_{\rm v}^{\rm p}}{{\rm d}\varepsilon_{\rm s}^{\rm p}}=\frac{d(A)}{M_{\rm cs}}\left(M_{\rm d}-\frac{q}{pg(\theta)}\right) \quad , \tag{8}$$

$$\frac{\partial M}{\partial\varepsilon_{\rm s}^{\rm p}}=\frac{h(A)G}{p}\frac{M_{\rm p}-M}{M} \quad 。 \tag{9}$$

式中　$M_{\rm d}$ 和 $M_{\rm p}$ 分别为相变应力比和峰值应力比，两者均为关于 Been 等[23]提出的状态参数 ψ 的函数；$h(A)$，$d(A)$ 的具体表达式为

$$d(A)=d_0(1-k_{\rm d}A) \quad , \tag{10}$$

$$h(A)=(h_1-h_2e)(1+k_{\rm h}A) \quad , \tag{11}$$

式中，d_0，$k_{\rm d}$，h_1，h_2 和 $k_{\rm h}$ 为模型参数。

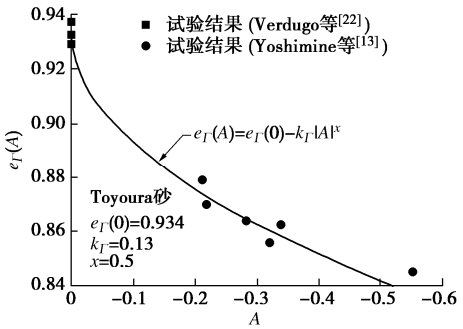


图 1　有效平均应力为零时的临界状态孔隙比随各向异性状态参数 A 的变化

Fig. 1 Variation of critical state void ratio with anisotropic state-parameter A

2　静态液化判定准则

根据 Hill[24]给出的稳定性条件，当材料发生失稳时二阶功需满足

$${\rm d}^2w={\rm d}\sigma_{ij}{\rm d}\varepsilon_{ij}\leqslant 0,\ \exists\left\|{\rm d}\varepsilon\right\|\neq 0 \quad , \tag{12}$$

式中，${\rm d}\sigma_{ij}$ 和 ${\rm d}\varepsilon_{ij}$ 分别为应力和应变增量。对于饱和砂处于不排水条件时，式（12）可用以判定静态液化是否已经发生。然而，当砂土为非饱和或其排水条件为部分排水时，上述条件仅是静态液化触发的必要条件[25]。

2.1　弹塑性刚度矩阵对称部分行列式

吕玺琳等[6, 14-15]提出了二阶功准则需要两个附加条件，以全面判别不同饱和度和排水状态下砂土的静态液化：

$$\partial Q/\partial\sigma_{ij}\delta_{ij}>0 \quad , \tag{13a}$$

$$\partial F/\partial\sigma_{ij}\delta_{ij}<0 \quad , \tag{13b}$$

式中，F 为屈服函数，Q 为塑性势函数。上述两个附加条件分别表征了静态液化发生时土体需要处于剪缩状态以及应力状态处屈服面需朝静水压力轴正方向张开。由于二阶功由正转负发生在静态液化触发后一增量步，滞后于液化点，因此并不能严格地称其为液化判别准则。

基于二阶功失稳理论，吕玺琳等[6, 14-15]进一步提出了可以根据弹塑性刚度矩阵的数学特性预判静态液化的触发。将应力应变关系代入式（12）可得

$${\rm d}^2w={\rm d}\varepsilon_{ij}D_{ijkl}^{\rm ep}{\rm d}\varepsilon_{kl} \quad , \tag{14}$$

式中，弹塑性刚度矩阵 $D_{ijkl}^{\rm ep}$ 可分解成对称部分 $\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{\rm s}$ 和反对称部分 $\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{sk}$ 之和。又因为应变增量 ${\rm d}\varepsilon_{ij}$ 为对称二阶张量，其与刚度矩阵反对称部分 $\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{sk}$ 所构成的二次型 ${\rm d}\varepsilon_{ij}\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{sk}{\rm d}\varepsilon_{kl}$ 恒等于零，因此二阶功可写为

$${\rm d}^2w={\rm d}\varepsilon_{ij}\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{\rm s}{\rm d}\varepsilon_{kl} \quad 。 \tag{15}$$

式（15）表明当弹塑性刚度矩阵对称部分为半正定矩阵时，则必然能找到一条应变路径（其方向为 $\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{\rm s}$ 的一个特征向量）使得二阶功等于零。进一步，由于半正定矩阵必为非满秩矩阵，故可将行列式

$$\det\left(\left[D_{ijkl}^{\rm ep}\right]_{\rm s}\right)=0 \tag{16}$$

作为砂土进入潜在失稳状态的判定条件[6]。

笔者已经成功地应用式（16）对饱和砂土在三轴应力路径下[6, 15]和平面应变路径下[14]以及高饱和含气砂在三轴应力路径[26]下的静态液化现象进行了研究。本文将进一步分析上述判定准则对复杂应力路径下静态液化失稳的预测效果。

2.2　失稳模量

当利用弹塑性刚度矩阵特性进行静态液化失稳判定时，失稳条件的具体表达式不依赖特定的应力－应

变路径或加载控制条件，因此该方法具有良好的通用性。另一方面，这种通适的判定准则因没有考虑静态液化现象所蕴含的力学特征（如材料无体变）而造成对失稳触发的过于严判[6]。另一类判定理论则显式地考虑静态液化触发时的应力－应变控制条件，进而获得了静态液化触发时弹塑性本构关系中塑性模量的临界值，即当塑性模量 K_{p} 达到这一临界值时，即判定静态液化失稳。

Andrade[27]从应力应变增量响应解不唯一出发，推导了三轴应力路径下静态液化触发时塑性模量的临界值：

$$H_{\chi}=-\frac{\partial F}{\partial p}K\frac{\partial Q}{\partial p}\quad , \tag{17}$$

式中，H_{χ} 为临界塑性模量，K 为体变模量。当土体的塑性模量达到上述临界值时，在不排水条件下对应于任意广义剪应力增量 $\mathrm{d}q$ 的解不唯一或不存在，即判定静态液化触发。值得注意的是，式（17）成立同时对应于 Nova[10]给出的三轴应力下不排水剪切加载路径可控性丧失的条件。

同样从加载路径是否可控的角度，Buscarnera 等[9]推导了复杂加载控制条件下岩土材料发生失稳时塑性模量所需满足的临界值的广义形式：

$$H_{\chi}=-\left(\frac{\partial F}{\partial\sigma_{\beta}}\right)^{\mathrm{T}}(D^{\mathrm{e}}_{\beta\beta}-D^{\mathrm{e}}_{\beta\alpha}(D^{\mathrm{e}}_{\alpha\alpha})^{-1}D^{\mathrm{e}}_{\alpha\beta})\frac{\partial Q}{\partial\sigma_{\beta}}\ 。 \tag{18}$$

式中 F 为屈服函数；Q 为塑性势函数；D^{e}_{ij} 为弹性刚度矩阵的子矩阵（$i,j=\alpha,\beta$），$D^{\mathrm{e}}_{\alpha\beta}$ 联系应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\beta}$ 与应力增量 $\mathrm{d}\sigma_{\alpha}$，$D^{\mathrm{e}}_{\beta\alpha}$ 联系应变增量 $\mathrm{d}\varepsilon_{\alpha}$ 与应力增量 $\mathrm{d}\sigma_{\beta}$，其中 σ_{α} 和 ε_{β} 作为加载时所控制的应力和应变分量，σ_{β} 和 ε_{α} 为对应的响应应力和应变分量。当塑性模量等于式（18）给出的临界值时，则在给定的加载控制路径下塑性乘子的取值不唯一或不存在。当以体应变为零和广义剪应力（或某一特定剪应力分量）单调递增作为控制条件时，式（18）具体化为静态液化触发时塑性模量的临界值。三轴条件下，以广义剪应力 q 和体应变 ε_{v} 为控制变量，对应的广义剪应变 ε_{q} 和有效平均应力 p 为响应变量，相应的失稳模量就退化为式（17）的形式。对于常中主应力比和常主应力旋转角扭剪试验，其所控制的剪应力分量 $\tau_{z\theta}$ 与 q 同时达到峰值，因此可以继续使用式（17）判定静态液化的触发。对单剪路径判定静态液化时，由于 b 不是常数，Lode 角变化的影响不能忽略，因此需要直接以剪应力 $\tau_{z\theta}$ 和体应变为控制变量，此时失稳模量可表示为

$$H_{\chi}=-\frac{\partial F}{\partial\sigma_{ij}}D^{\mathrm{e}}_{ijkl}\frac{\partial Q}{\partial\sigma_{kl}}+\frac{\partial F}{\partial\tau_{z\theta}}2G\frac{\partial Q}{\partial\tau_{z\theta}}\quad , \tag{19}$$

式中，G 为弹性剪切模量，D^{e}_{ijkl} 为弹性刚度矩阵。

下文中，笔者将具体分析基于塑性模量临界值的判定方法对复杂路径下静态液化失稳的预测效果，以及其与笔者提出的基于弹塑性刚度矩阵对称部分行列式进行判定的异同。

3 Toyoura 砂静态液化模拟及判别

本文使用 Toyoura 砂单元体试验的数据来验证本构模型重现复杂应力路径下砂土静态液化的能力。为此需要标定两类材料参数。前一类描述水平沉积砂土在三轴压缩路径下的基础力学特性（表 1 中左侧四列），而后一类则控制主应力方向偏离沉积方向时以及中主应力比变化时土体力学特征的改变（表 1 中第五列）。对于前一类参数，本文采用了 Li 等[28]基于 Verdugo 等[22]进行的三轴试验所标定的参数。Toyoura 砂各向异性材料参数则基于 Yoshimine 等[13]进行的空心圆柱扭剪试验获得（如图 1 所示）。具体标定过程可参考文献[17，28]。

表 1 Toyoura 砂模型参数

Table 1 Model parameters of Toyoura sand

弹性参数	临界状态参数	剪胀参数	硬化参数	各向异性参数
G_0=125，ν=0.05	M_{cs}=1.25，e_{i}=0.934，λ_c=0.019，ξ=0.7	d_0=0.88，m=3.5	h_1=3.15，h_2=3.05，n=1.1	Δ=0.214，K_{r}=0.13，k_{d}=1.8，k_{h}=0.9，c=0.75，x=0.5，

3.1 常规不排水三轴压缩试验

不排水三轴压缩试验下，实测与模拟的 Toyoura 砂的有效应力路径和应力－应变关系如图 2（a）和图 2（b）所示。从图 2 中可见，模拟曲线与试验曲线吻合较好。初始有效平均应力 p_0 较大的两组试样均出现静态液化现象，但 p_0 为 100 kPa 的试样的不排水强度单调上升。其原因是降低初始围压导致砂土初始状态在 $e-p$ 平面上向临界状态线靠近，抑制了液化现象发生。图 2（a），（b）还表明当塑性模量等于失稳模量时（即 $K_{\mathrm{p}}=H_{\chi}$），广义剪应力达到峰值，即静态液化触发。而且，静态液化触发后下一增量步对应的二阶功非正。另一方面，弹塑性刚度矩阵对称部分行列式等于零要早于（见 p_0 为 1000 kPa 的试样）或同于（参见 p_0 为 2000 kPa 的试样）静态液化触发。当液化现象越弱时（峰值强度后的强度软化越弱时），两者的差别趋于增大。对 p_0 为 100 kPa 的试样，弹塑性刚度矩阵方法判定存在潜在失稳的可能性。即吕玺琳等[6]定义

的潜在失稳区。这意味着在当前应力状态下存在一条潜在的应变路径使得土体丧失稳定性，但这条路径并非试验控制条件下的路径。

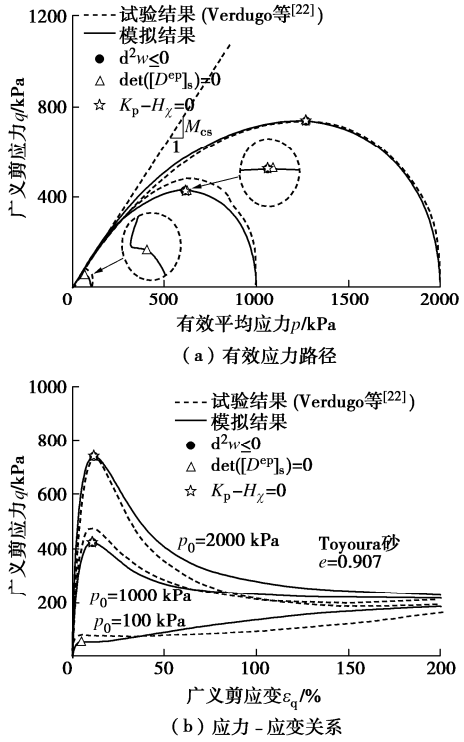


图 2　不排水三轴压缩路径下试验与模拟结果对比

Fig. 2 Comparison between measured and simulated responses in undrained triaxial compression tests

3.2　定中主应力比或定主应力方向的不排水空心圆柱试验

不排水定主应力方向剪切试验的实测与模拟结果如图 3 所示。不排水定中主应力比剪切试验的实测与模拟结果如图 4 所示。上述对比表明所使用的本构模型可以较好反映主应力方向和中主应力比对砂土静态液化的影响，具体表现为随着主应力方向逐渐偏离沉积方向和中主应力比的增大，静态液化更易被触发。从不同判定准则的应用效果看，失稳模量方法可以预测广义剪应力峰值（即静态液化触发点），且失稳点后一增量步的二阶功非正。然而，弹塑性刚度矩阵对称部分行列式取值为零或同于（α=60°，b=0.5，e=0.828；α=45°，b=0.5，e=0.855 和α=45°，b=0.75，e=0.849 的试样）或早于（α=75°，b=0.5，e=0.823；α=45°，b=0，e=0.853 和α=45°，b=1，e=0.861 的试样）广义剪应力峰值点，且预判早于实际失稳的倾向随着液化现象的减弱而加强。另外，对于未出现静态液化的三组试验（α=15°，b=0.5，e=0.825；α=30°，b=0.5，e=0.824 和α=45°，b=0.5，e=0.821），行列式方法也判定出有失稳的可能。

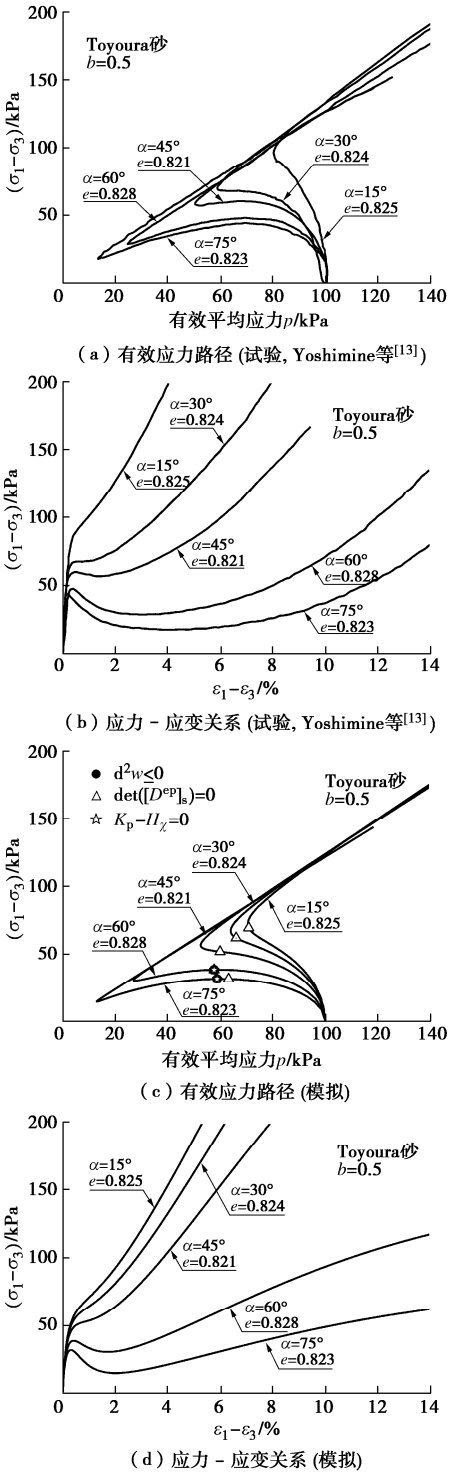


图 3　不排水定主应力方向剪切试验的试验与模拟结果对比

Fig. 3 Comparison between measured and simulated responses in undrained shear tests with fixed directions of principal stresses

3.3　空心圆柱单剪试验

图 5，6 分别表示本构模型针对等向固结和K_0固结（K_0=0.5）不排水单剪试验的模拟和试验结果。不同判定方法对静态液化触发预测的效果与之前分析的剪切路径大致相同。需要特别注意的是在单剪试验中$\sigma_1-\sigma_3$的峰值与判别的失稳点不再重合，这种不重合现象在K_0固结单剪中更为明显。这是因为单剪路径所

控制的是剪应力分量$\tau_{z\theta}$（定义见图 5），因此该路径下静态液化触发的标志是$\tau_{z\theta}$达到峰值，而非最大主应力差$\sigma_1-\sigma_3$。后者是剪应力$\tau_{z\theta}$和中主应力比 b 的函数，因而只有当b固定时，$\tau_{z\theta}$与$\sigma_1-\sigma_3$才同时取到峰值。在等向固结单剪试验中$\tau_{z\theta}$达到峰值之前中主应力比基本稳定，所以静态液化失稳点与$\sigma_1-\sigma_3$峰值近似重合。但在K_0固结单剪试验中$\tau_{z\theta}$在加载初期即达到峰值，此时中主应力比还在快速下降，因此判定失稳点与$\sigma_1-\sigma_3$峰值有显著差异。

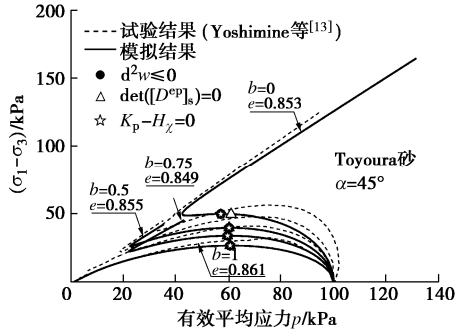


图 4 不排水定中主应力比剪切试验的试验与模拟结果对比

Fig. 4 Comparison between measured and simulated stress paths in undrained shear tests with fixed intermediate principal stress ratios

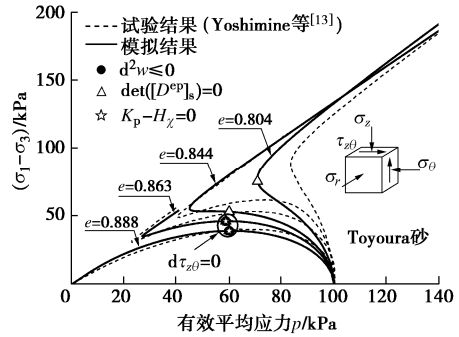


图 5 等向固结单剪试验与模拟结果

Fig. 5 Comparison between measured and simulated stress paths in undrained hollow cylindrical simple shear tests following isotropic consolidation

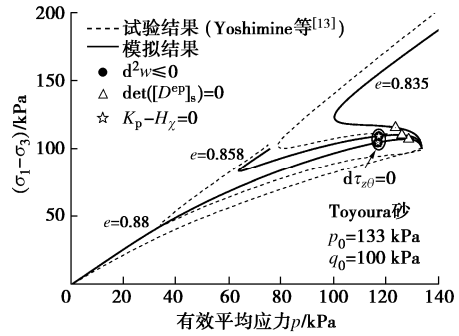


图 6 K_0固结单剪试验与模拟结果（K_0=0.5）

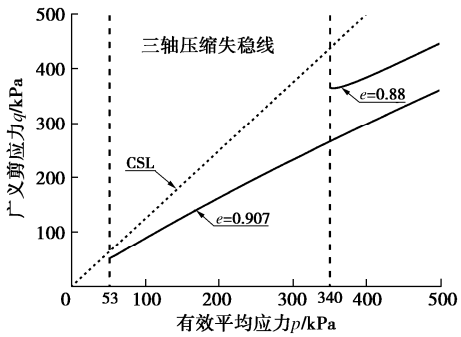
Fig. 6 Comparison between measured and simulated stress paths in undrained hollow cylindrical simple shear tests following K_0 consolidation

上述结果表明，复杂应力路径下二阶功和失稳模量方法判定的静态液化触发对应于由加载控制条件所决定的某一特定剪应力分量达到峰值。这是因为二阶功和失稳模量的取值都是控制条件相关的，即二阶功理论内含了当前的应变路径，而失稳模量理论则是基于特定的控制条件推导得到的。相比之下，弹塑性刚度矩阵对称部分行列式判定结果则与控制条件无关，其考量的不是特定加载路径，而是是否存在任意一种加载路径使土体丧失稳定性。

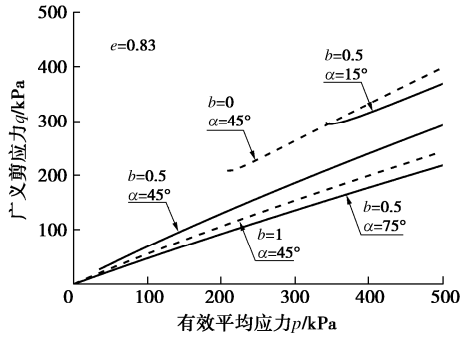
4 静态液化失稳线

失稳线作为 $p-q$ 应力空间内静态液化触发所对应应力状态的集合，定义了饱和砂土（特别是松砂）在不排水状态下可发挥抗剪强度的上限。松砂剪缩特性引起的不排水剪切下孔压的急剧上升，使砂土在发挥出临界状态摩擦角之前便出现不排水强度下降，即静态液化触发（见图 2（a））。因此，基于失稳线的稳定性分析较传统的基于摩擦角的稳定性分析可更准确地预判实际工程中岩土构筑物的失稳与破坏[25]。由第 3 节的分析可知失稳模量理论因考虑了静态液化现象与加载控制条件的相关性，可较为准确地预测复杂路径下静态液化的触发。本文应用失稳模量理论得到了有效平均应力－广义剪应力空间内的静态液化失稳线，并归纳了砂土密实度、有效平均应力、中主应力比及主应力方向对静态液化失稳线的影响。

静态液化失稳线是通过令塑性模量（可通过式（9）联合屈服面一致性条件得到）等于失稳模量（即式（17））得到。如图 7 所示，失稳线在有效平均应力小于一定值时是不存在的（如e等于 0.88 的例子），即因砂土初始状态接近临界状态抑制了静态液化的发生。另外，随着密实度的下降、b值或α角度的增大，失稳线会发生下移，且失稳线下限边界所对应的有效平均应力降低，导致液化在低围压条件下也可发生。除较难液化的砂的失稳线在起始段有较明显的弯曲之外，失稳线可被近似考虑为直线。因而，失稳线的斜率，即砂土发生液化失稳前可发挥的最大摩擦角，从工程应用角度可考虑为不受有效围压影响，而仅随密实度降低、主应力旋转及中主应力比增大而降低。



（a）孔隙比的影响



（b）中主应力比和主应力方向的影响

图 7 有效平均应力-广义剪应力空间内静态液化失稳线

Fig. 7 Instability lines in space of effective mean normal stress and deviatoric stress

5 结　　论

基于状态相关各向异性本构模型，本文研究了涉及主应力方向旋转和中主应力比变化的复杂应力路径下的砂土静态液化，重点讨论了现有判定准则对复杂三维应力路径下静态液化的预测效果，并分析了密实度、围压、主应力方向和中主应力等因素与静态液化触发时应力状态的相关性，得到以下 4 点结论。

（1）要真实模拟复杂应力路径下的静态液化现象，需要在本构模型中考虑砂土状态相关特性和固有各向异性。

（2）基于二阶功和失稳模量的静态液化判别都显式地考虑了加载过程的控制条件，因此在复杂应力路径下失稳模量理论判别的液化失稳点与二阶功给出的失稳位置相同，并与土体真实失稳点一致。

（3）弹塑性刚度矩阵对称部分行列式判定方法与控制条件无关，其考量的不是当前的加载路径，而是是否存在一种加载路径触发失稳。故其判别结果同于或早于真实静态液化失稳点。

（4）失稳时已发挥的最大土体摩擦角主要受材料密实度、中主应力比和主应力方向影响，而对有效围压不敏感，材料密实度越小、中主应力比越大或主应力方向旋转角越大，液化时土体已发挥的摩擦角越小。

参考文献：

[1] SLADEN J A, DHOLLANDER R D, KRAHN J. Back analysis of the Nerlerk berm liquefaction slides[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1985, **22**(4): 579 – 588.

[2] ZENG S, LU X L, HUANG M S. Discrete element modeling of static liquefaction of shield tunnel face in saturated sand[J]. Acta Geotechnica, 2019, **14**: 1643 – 1652.

[3] 黄茂松, 李学丰, 钱建固. 各向异性砂土的应变局部化分析[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(10): 1885 – 1892. (HUANG Mao-song, LI Xue-feng, QIAN Jian-gu. Strain localization of anisotropic sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(10): 1885 – 1892. (in Chinese))

[4] 黄茂松, 曲　勰, 吕玺琳. 基于状态相关本构模型的松砂静态液化失稳数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(7): 1479 – 1487. (HUANG Mao-song, QU Xie, LÜ Xi-lin. Instability and static liquefaction analysis of loose sands with a state-dependent constitutive model[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(7): 1479 – 1487. (in Chinese))

[5] MROZ Z, BOUKPETI N, DRESCHER A. Constitutive model for static liquefaction[J]. International Journal of Geomechanics, 2003, **3**(2): 133 – 144.

[6] 吕玺琳, 赖海波, 黄茂松. 饱和土体静态液化失稳理论预测[J]. 岩土力学, 2014, **35**(5): 1330 – 1333, 1339. (LÜ Xi-lin, LAI Hai-bo, HUANG Mao-song. Theoretically predicting instability of static liquefaction of saturated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(5): 1330 – 1333, 1339. (in Chinese))

[7] ANDRADE J E. A predictive framework for liquefaction instability[J]. Géotechnique, 2009, **59**(8): 673 – 682.

[8] LASHKARI A. Prediction of flow liquefaction instability of clean and silty sands[J]. Acta Geotechnica, 2016, **11**(5): 987 – 1014.

[9] BUSCARNERA G, DATTOLA G, DI PRISCO C. Controllability, uniqueness and existence of the incremental response: A mathematical criterion for elastoplastic constitutive laws[J]. International Journal of Solids and Structures, 2011, **48**(13): 1867 – 1878.

[10] NOVA R. Controllability of the incremental response of soil specimens subjected to arbitrary loading programmes[J]. Journal of the Mechanical Behavior of Materials, 1994, **5**(2): 193 – 202.

[11] BUSCARNERA G, WHITTLE A J. Model prediction of static liquefaction: influence of the initial state on potential instabilities[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2013, **139**(3): 420 – 432.

[12] WANATOWSKI D, CHU J. Static liquefaction of sand in plane strain[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, **44**(3): 299 – 313.

[13] YOSHIMINE M, ISHIHARA K, VARGAS W. Effects of principal stress direction and intermediate principal stress on undrained shear behavior of sand[J]. Soils and Foundations, 1998, **38**(3): 179 – 188.

[14] 吕玺琳, 钱建固, 黄茂松. 不排水加载条件下 K_0 固结饱和砂土失稳预测[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(6): 1010－1015. (LÜ Xi-lin, QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. Prediction of instability of K_0-consolidated saturated sands under undrained loading conditions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(6): 1010－1015. (in Chinese))

[15] LÜ X L, HUANG M S. Static liquefaction of sands under isotropically and K_0-consolidated undrained triaxial conditions[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2015, **141(**1): 04014087.

[16] LÜ X L, HUANG M S, ANDRADE J E. Predicting the initiation of static liquefaction of cross-anisotropic sands under multiaxial stress conditions[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2017, **41**(17): 1724－1740.

[17] 陈洲泉, 黄茂松. 砂土各向异性与非共轴特性的本构模拟[J]. 岩土工程学报, 2018, **40**(2): 243－251. (CHEN Zhou-quan, HUANG Mao-song. Constitutive modeling of anisotropic and non-coaxial behaviors of sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2018, **40(**2): 243－251 (in Chinese))

[18] PAPADIMITRIOU A G, BOUCKOVALAS G D. Plasticity model for sand under small and large cyclic strains: A multiaxial formulation[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2002, **22**: 194－204.

[19] LI X S, DAFALIAS Y F. Constitutive modeling of inherently anisotropic sand behavior[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2002, **128**(10): 868－880.

[20] ODA M, NAKAYAMA H. Introduction of inherent anisotropy of soil in the yield function[C]// Micromechanics of Granular Materials, 1988, Amsterdam: 81－89.

[21] YANG Z X, LI X S, YANG J. Quantifying and modelling fabric anisotropy of granular soils[J]. Géotechnique, 2008, **58**(4): 237－248.

[22] VERDUGO R, ISHIHARA K. The steady state of sandy soils[J]. Soils and Foundations, 1996, **36**(2): 81－91.

[23] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Géotechnique, 1985, **35**(2): 99－112.

[24] HILL R. A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1958, **6**(3): 236－249.

[25] LADE P V. Static instability and liquefaction of loose fine sandy slopes[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **118**(1): 51－71.

[26] LÜ X L, HUANG M S, ANDRADE J E. Modeling the static liquefaction of unsaturated sand containing gas bubbles[J]. Soils and Foundations, 2018, **58**(1): 122－133.

[27] ANDEADE J E. A predictive framework for liquefaction instability[J]. Géotechnique, 2009, **59**(8): 673－682.

[28] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Géotechnique, 2000, **50**(4): 449－460.

DOI：10.11779/CJGE202101003

宽围压加卸荷条件下特高坝填筑料强度变形研究

凌 华[1, 2]，陈生水[1, 2]，翟迎春[3]，傅 华[1, 2]，石北啸[1, 2]，王 芳[1, 2]

（1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所，江苏 南京 210024；2. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室，江苏 南京 210024；
3. 中国电建集团西北勘测设计院有限公司，陕西 西安 710065）

摘 要：开展大型三轴试验，系统研究了特高坝堆石料和砂砾石填筑料在宽围压加卸荷条件下的强度变形特性。结果表明：相比堆石料，砂砾石料在低应力条件下的强度低，采用砂砾石填筑的大坝应防止坝坡浅层失稳。围压对强度指标和邓肯模型变形参数均具有重要影响，对于特高土石坝，宜根据应力分布情况分段采用不同的强度指标和变形参数，以提升坝体结构应力变形计算精度和提高工程安全性。卸荷—再加载循环内，均产生了正值的轴向变形和体积变形，循环结束后，应力－应变、体变－应变曲线均回归至原有的正常加载形态；在卸载段，低围压、低应力水平条件下往往表现为体胀，随围压和应力水平的提高，主要表现为卸荷体缩；在再加载段，无论围压大小还是应力水平高低，均主要表现为体缩。随围压的提高，回弹模量与初始切线模量之比增大；同一围压下，随应力水平的提高，回弹模量变化不大，略有降低的趋势；大石峡工程高填筑标准砂砾石料和堆石料 K_{ur}/K 约 1.98～2.22，但指数 n_{ur} 要远大于 n；对于那些特高坝和高坝而言，有限元计算时假定 $n_{ur}=n$ 是不太适宜的，应开展回弹模量试验研究。

关键词：特高坝；围压；强度；变形；回弹模量

中图分类号：TV16；TU458 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0027－07

作者简介：凌 华(1977—)，男，江苏盐城人，博士，教授级高级工程师，主要从事土石坝筑坝材料试验技术及基础理论研究工作。E-mail: hling@nhri.cn。

Experimental study on strength and deformation of filling materials of super-high dams with wide confining pressures under loading and unloading conditions

LING Hua[1, 2], CHEN Sheng-shui[1, 2], ZHAI Ying-chun[3], FU hua[1, 2], SHI Bei-xiao[1, 2], WANG Fang[1, 2]

(1. Department of Geotechnical Engineering, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Key Laboratory of Earth-Rock Dam Failure Mechanism and Safety Control Techniques, Ministry of Water Resources, Nanjing 210024, China;
3. Hydro-China Xibei Engineering Corporation, Xi'an 710065, China)

Abstract: The triaxial tests with wide confining pressures under loading and unloading conditions are carried out to study the strength and deformation of filling materials of super-high dams. It is found that the strength under low confining pressure of sand gravel is lower than that of rockfill materials, so the slope of dams filled with sand gravel should be gentler to prevent instability. The range of confining pressure has great effects on the strength indexes and deformation parameters. The change of nonlinear strength index is not as significant as that of linear strength index, and the change of nonlinear strength index of sand gravel is not as significant as that of rockfill. For a super-high dam, different strength indexes and deformation parameters should be adopted according to the stress distribution of dam crest, dam slope and dam body. The axial and volume deformations occur during unloading-reloading cycle, and after the cycle the curves of stress-strain and volumetric strain-axial deformation return to normal shape. During unloading, the volume of samples mainly seems to expand under low confining pressures and stress level, and contracts under high confining pressures. During the reloading stage, the volume deformation mainly shows shear shrinkage regardless of the confining pressure or stress level. The ratio of resilient modulus to initial tangent modulus increases with the confining pressure, and the resilient modulus seems to decrease with the stress level. The the ratio of K_{ur}/K is about 1.98~2.22, but the resilient modulus index n_{ur} is larger than the initial tangent one n.

Key words: super-high dam; confining pressure; strength; deformation; resilient modulus

基金项目：国家重点研发计划项目（2017YFC0404806）；国家自然科学基金面上项目（51679149）；中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目（Y318006，Y320005，Y320004）

收稿日期：2020－02－28

0 引 言

中国正在建和拟建一批 300 m 级和 250 m 级特高土石坝[1-2]，如最大坝高 315 m 如美心墙堆石坝和最大坝高 247 m 的大石峡面板砂砾石坝。高坝坝体内应力大且分布复杂，对工程建设、设计施工、长期安全运行带来了严峻挑战。从已建的几座高土石坝的运行状况看，变形问题及其导致的防渗体裂缝和大坝渗漏等是影响高土石坝安全运行的最重要因素[1]。堆石料的工程力学特性是关键性的前期基础研究，已针对堆石料的强度和变形特性开展了大量的研究工作，取得了重要进展，如分析粗粒土应力应变及体应变的变化规律及剪胀性、颗粒剪碎性等特征的影响，阐明咬合力的作用、强度包线的类型及其参数关系式[3]；近似模拟大坝填筑、水库蓄水和库水位下降时的应力路径，研究变形特性[4]；采用非线性关系描述模拟堆石料的级配、破碎指标以及应力－应变－体变响应变化规律[5]；基于等应力比路径下的偏压试验和复杂应力路径下的剪切试验，提出了应力路径增量非线性弹性模型[6]等。但目前尚未能考虑高坝低应力—高应力全应力状态，开展低围压至高围压加卸荷三轴试验，系统研究宽围压范围内高坝填筑料的强度变形及回弹变形特性。

本文以大石峡特高面板坝砂砾石填筑料和堆石爆破料为对象，开展大型三轴加卸荷试验，研究了这两种材料在低围压、中围压和高围压范围内的强度指标和变形参数的变化规律，同时分析了常规三轴静力加载与回弹变形特性的差异，并提出了坝体应力变形及稳定分析时参数取值的建议。

1 三轴试验

1.1 基本物理性质

根据大石峡工程 3BA 区砂砾石料、3BC 区堆石料的设计级配，采用等量替代法和混合法进行超粒径处理，得到了试验模拟级配；根据分区料设计填筑标准，确定了试验干密度。各试验材料级配及干密度见表 1。

3BA 区砂砾石料颗粒较为浑圆，部分颗粒有胶结现象。根据现场相对密度试验结果，以相对密度 0.90 控制试验干密度。需说明的是，由于现场碾压机具功率大，本工程砂砾石料现场最大干密度比室内最大干密度约大 0.03～0.08 g/cm^3。

3BC 区堆石料为微晶灰岩夹灰质砾岩混合料，相对质量密度为 2.73，饱和单轴抗压强度平均达到 61 MPa。由于部分颗粒棱角不太尖锐，堆石料具有较好的压实性能，在室内击实功能的条件下，也能满足孔隙率 18%的要求。

1.2 试验方法

三轴试验试样尺寸为 Φ300 mm×700 mm。采用表面振动法分 5 层击实试样，采用水头饱和法进行饱和。为研究超高面板坝宽围压范围内的强度和变形特性，试验围压设置 8 级，分别为 50，100，200，300，600，1200，2000，3000 kPa。为分析试样在加载阶段与回弹阶段变形的差异，剪切过程中进行了 4 次加卸荷循环。

表 1 试验级配与试验干密度

Table 1 Gradations and densities for tests

坝体分区	级配		小于某粒径颗粒质量百分含量/%														密度控制标准	试验干密度/(g·cm^{-3})
	级配特性	类型	800 mm	600 mm	400 mm	200 mm	150 mm	100 mm	60 mm	40 mm	20 mm	10 mm	5 mm	2 mm	1 mm	0.075 mm		
3BA 区砂砾石料	上包线	设计级配					100	90	76	67	54	45.5	36	28	25	10	相对密度 0.90	2.31
		试验模拟							100	85.6	64.8	51.2	36	28	25	10		
	平均线	设计级配			100	86	82.5	73	60.7	52.3	40.8	32.8	24.5	18.5	16.5	6		2.38
		试验模拟							100	82.4	58.4	41.7	24.5	18.5	16.5	6		
	下包线	设计级配		100	90	72	65	56	45.4	37.5	27.5	20	13	9	8	2		2.29
		试验模拟							100	78.8	51.9	31.8	13	9	8	2		
3BC 区堆石料	上包线	设计级配			100	75	67.4	58	48	42	32	25	20	13.5	10	5	孔隙率 18%	2.24
		试验模拟							100	82.9	54.3	34.3	20	13.5	10	5		
	平均线	设计级配		100	86	63.5	56.2	47.5	37.5	31	21.5	16	12.5	8	5.75	2.5		2.24
		试验模拟							100	81.2	53.5	31.4	15.8	10	8	3.8		
	下包线	设计级配	100	86	72	52	45	37	27	20	11	7	5	2.5	1.5	0		2.24
		试验模拟							100	78.5	52.6	29.4	11.5	6.8	4.5	0.5		

1.3　试验结果

典型的 3BA 区砂砾石料平均线试样和 3BC 区堆石料平均线试样三轴试验曲线见图 1，2。

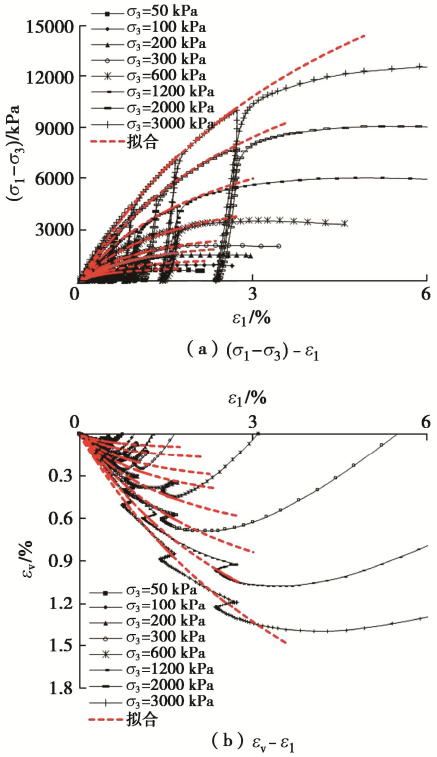


图 1　3BA 区砂砾石料平均线试样三轴试验曲线

Fig. 1 Triaxial test curves of sandy gravel samples with mean line in 3BA zone

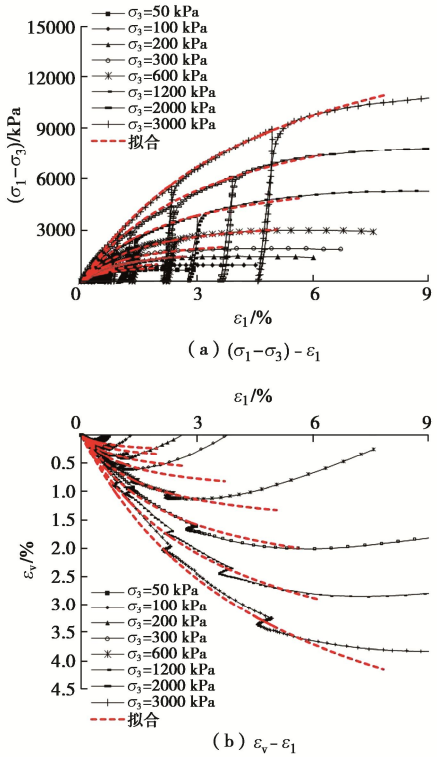


图 2　3BC 区堆石料平均线试样三轴试验曲线

Fig. 2 Triaxial test curves of rockfill samples with mean line in 3BC zone

2　围压对强度指标的影响

各级配料在围压下的剪切峰值见表 2。对于 3BA 区砂砾石料，各级配试样的相对密度均为 0.9，但由于平均线小于 5 mm 粒径颗粒含量接近 30%[7]，细颗粒能密实充填于粗颗粒骨架内的孔隙，协同分担外部荷载，砂砾石料的级配最为优良，现场试验得到的最大干密度及试验干密度最大，因此在低围压—高围压全应力范围内强度最高。

3BC 区堆石料各包线试样采用了相同的孔隙率，由于下包线试样形成骨架的粗颗粒含量最高，因此在低围压条件下强度峰值最大；随围压提高，上包线试样细颗粒密实填充于骨架孔隙，不但能分担荷载还能减缓了大颗粒的破碎，上包线试样的级配优良特性得到了充分发挥，其强度峰值要高于下包线试样。

表 2　剪切峰值

Table 1 Peak values of shear stress　(kPa)

试样编号		围压/kPa							
		50	100	200	300	600	1200	2000	3000
3BA 区砂砾石料	上包线	511	819	1354	1846	3171	5555	8382	11690
	平均线	619	964	1550	2071	3516	6031	9119	12587
	下包线	478	776	1288	1768	3064	5289	8022	11325
3BC 区堆石料	上包线	599	902	1396	1854	2958	5335	7953	11214
	平均线	670	966	1450	1901	2993	5270	7789	10945
	下包线	753	1033	1501	1949	3021	5210	7607	10666

该超高面板坝 3BA 区砂砾石料和 3BC 区堆石料均采用了高填筑设计标准，通过对比可发现：3BA 区砂砾石料在低围压下的强度峰值要低于 3BC 区堆石料，但在高围压条件下又反之。主要是由于砂砾石料颗粒浑圆咬合力低、高压下颗粒不易破碎等原因引起的。相比堆石料，对于采用砂砾石填筑的大坝，由于低应力条件下强度低，应适当放缓坝坡并采取合理的抗震措施，以防止坝坡浅层滑动。

不同围压范围内 3BA 区砂砾石料和 3BC 区堆石料平均线试样的线性强度指标和非线性强度指标见表 3，强度包线图见图 3。

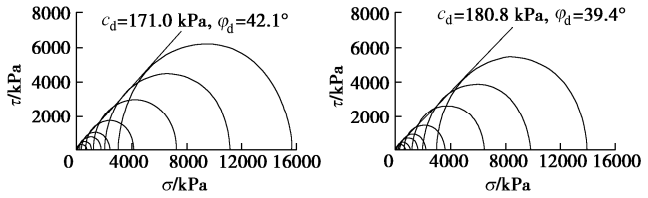
表 3　强度指标

Table 3 Strength indexes

围压范围/kPa	3BA 区砂砾石料平均线试样				3BC 区堆石料平均线试样			
	c /kPa	φ /(°)	φ_0 /(°)	$\Delta\varphi$ /(°)	c /kPa	φ /(°)	φ_0 /(°)	$\Delta\varphi$ /(°)
50~300	69.2	48.0	56.0	11.0	93.2	45.2	56.1	14.2
50~600	88.3	46.3	56.0	10.5	120.7	42.6	56.1	13.8
50~1200	116.2	44.4	56.0	10.0	135.5	41.5	56.0	12.6
50~2000	141.2	43.2	55.9	9.6	160.2	40.2	55.9	11.9
50~3000	171.0	42.1	55.9	9.3	180.8	39.4	55.7	11.3
100~3000	196.0	41.9	55.4	8.9	200.9	39.2	54.9	10.5
200~3000	226.0	41.6	55.0	8.4	223.3	39.0	54.0	9.7
300~3000	259.7	41.3	54.6	8.2	246.9	38.7	53.3	9.1
600~3000	319.7	40.8	54.3	7.9	280.7	38.4	51.6	7.8

由表 3 可知，当第 1 级起始围压 50 kPa 不变、最

大围压由 300 kPa 提高至 3000 kPa，堆石料和砂砾石料的线性强度指标 c 值都逐渐增大，φ 值均逐渐降低，非线性强度指标 φ_0 与 $\Delta\varphi$ 均降低。最大围压 3000 kPa 不变，随第 1 级起始围压由 50 kPa 提高至 600 kPa，强度指标 c 值也逐渐增大，φ 值逐渐降低，φ_0 与 $\Delta\varphi$ 均降低。表明围压对堆石料和砂砾石料的强度指标产生了重要的影响，主要是因为低应力状态下材料的颗粒破碎不明显，强度指标较高，而高围压条件下颗粒破碎加剧，强度指标降低导致的。



（a）3BA区砂砾石料平均线试样 （b）3BC区堆石料平均线试样

图 3 强度包线

Fig. 3 Strength envelopes

由表 3 可以看出，不管是堆石料还是砂砾石料，相比而言非线性强度指标数值变化不如线性强度指标显著。另外，由于砂砾石料颗粒浑圆，颗粒破碎程度低，非线性强度指标 φ_0 与 $\Delta\varphi$ 的变化相对也不如堆石料显著。因此坝体填筑料特别是特高坝堆石料宜用非线性强度公式描述其强度特性。

3 围压对变形特性的影响

由图 1，2 可以看出，随围压逐级增大，堆石料和砂砾石料应力－应变曲线、体变－应变曲线形态变化类似。以堆石为例：在 50 kPa 低围压时，由于试样干密度较大，制样击实功影响较为显著，因此在很小的应变（2.1%）时就出现剪切峰值，其后轴向应力有所降低，应力－应变呈显著的应变软化特性；对于体变，在轴向应变 0.46%时即出现峰值（0.12%），其后强烈剪胀。随围压的提高，由于高应力条件下的颗粒重组及颗粒破碎等作用，应力－应变逐渐由应变软化趋向于应变硬化，出现剪切峰值时的轴向应变增大，体变峰值提高且剪胀减弱、剪缩增强。

点绘堆石料平均线试样和砂砾石料平均线试样的 $E_i/p_a - \sigma_3/p_a$，$B_i/p_a - \sigma_3/p_a$ 关系曲线见图 4，其中 E_i，B_i，p_a 分别为初始切线模量、体积模量和标准大气压。由此得到的 3BA 区砂砾石料和 3BC 区堆石料的平均线试样邓肯模型主要变形参数见表 4。

由于材料在上述高、低围压下表现出的力学行为差异，特别是高围压和大剪切应力条件下的颗粒破碎作用，堆石料和砂砾石料的 $E_i/p_a - \sigma_3/p_a$ 曲线随围压增大沿幂函数曲线有向下偏移的现象，因此随围压的提高，邓肯模型参数 K 值有增大，n 值有降低的趋势。对于 $B_i/p_a - \sigma_3/p_a$ 曲线，由于低围压条件下剪胀现象非常显著且产生的体积变形小，围压 50 kPa 条件下 B_i 值较大，其后在低围压范围内，E_i/p_a 先有所降低，再由于压硬性随围压而又有所增长。这也是导致包含低围压时参数 K_b 数值较大，m 值出现负值的主要原因。

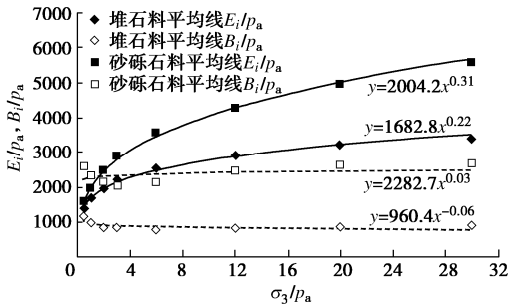


图 4 E_i/p_a 和 B_i/p_a 随围压的变化

Fig. 4 Change of E_i/p_a and B_i/p_a with confining pressure

表 4 邓肯模型变形参数

Table 4 Deformation parameters of Duncan model

围压范围	3BA 区砂砾石料平均线试样				3BC 区堆石料平均线试样			
/kPa	K	n	K_b	m	K	n	K_b	m
50~300	1991.7	0.33	2353.5	−0.14	1668.8	0.25	991.6	−0.18
50~600	1991.3	0.33	2357.3	−0.09	1668.3	0.24	992.3	−0.15
50~1200	1995.5	0.32	2329.4	−0.02	1672.2	0.23	985.4	−0.12
50~2000	2000.6	0.31	2301.6	0.01	1676.9	0.22	973.0	−0.08
50~3000	2004.2	0.31	2282.7	0.03	1682.8	0.22	960.4	−0.06
100~3000	2029.9	0.30	2087.2	0.06	1719.0	0.21	886.4	−0.02
200~3000	2076.9	0.29	1882.0	0.10	1755.2	0.20	811.0	0.01
300~3000	2124.6	0.28	1740.7	0.13	1820.8	0.19	765.7	0.04
600~3000	2150.8	0.28	1691.7	0.14	1849.6	0.18	647.9	0.09

由于 E_i，B_i 随围压的变化规律，导致：第 1 级起始围压 50 kPa 不变、最大围压由 300 kPa 提高至 3000 kPa，还是最大围压 3000 kPa 不变、起始围压由 50 kPa 提高至 600 kPa，这两种情况下模型参数 K 值略有增长，K_b 值略有减小，n 值略有降低，m 值增长。但相对而言，后一种情况各参数变化相对较大。这是由于：K 与 K_b 的物理意义为围压 100 kPa 时的初始切线模量和体积模量与标准大气压的比值，具体数值在参数整理时受低围压，特别是 100 kPa 条件下的试验结果影响较大，因此当整理围压范围包含低围压时，K 与 K_b 变化不显著。

围压均超过 100 kPa 后，变化相对明显。上述分析表明，围压范围选取的不同也会导致变形参数的变化。

围压对强度指标和变形参数的具体数值均有影响，因此对于坝体内应力分布差异巨大的特高土石坝，在坝体分区设计、坝体结构应力变形和稳定计算分析时，条件允许时宜根据坝顶、坝坡及坝体内部应力分

布情况，采用不同的强度指标和变形参数。

根据文献[8]的方法，取围压 50～300 kPa 和 600～3000 kPa 邓肯 *E-B* 模型参数，进行了试验曲线的反演，见图 1，2。可知，在破坏峰值点前应力－应变曲线几乎重合，在剪缩段体变－应变曲线基本一致，验证了模型参数取值的准确性和合理性。对于体变－应变剪胀段，拟合效果不理想，这是由于邓肯 *E-B* 模型本身不能反映剪胀引起的。

4　卸荷变形特性

三轴试验时均进行了 4 级加卸荷试验，卸荷速率与加载速率相同，均为 2 mm/min。绘制堆石料平均线试样在围压 100，3000 kPa 加卸荷循环内的应力－应变曲线，如图 5，6 所示。卸荷—再加荷过程中，应力恢复至初始卸荷应力，均产生了正值的轴向变形和体积变形。

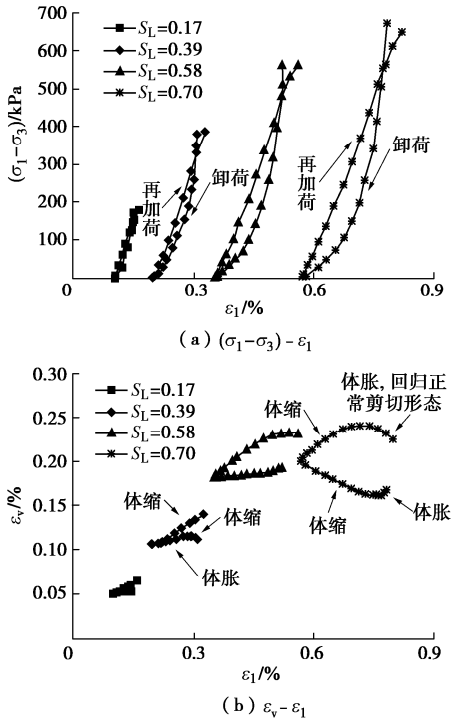


图 5　加卸荷试验曲线（σ_3 =100 kPa）

Fig. 5 Triaxial test curves under loading and unloading conditions（σ_3 =100 kPa）

对于轴向变形，初始卸荷时，产生的回弹变形很小，甚至由于滞后因素，卸荷初期变形仍微有增长；其后随卸荷的深入，回弹变形逐渐增大。在再加载段，应力随应变增长迅速，当接近或达到初始卸荷应力时，又有所放缓，再回归至原有正常加载的应力－应变曲线形态，见图 1，5，6。

卸荷阶段，不同围压及应力水平的体变－应变特性并不相同。以堆石为例，当围压 100 kPa，应力水平为 0.17 和 0.39 时，前期正常剪切时试样排水，可能由于体变滞后的原因，卸荷段初期试样排水、体积收缩；其后由于随应力降低，体积恢复发生膨胀。围压 100 kPa，应力水平 0.58 时，卸荷前正常剪切时的体变接近峰值，卸荷段整体表现为体积恢复，体积膨胀；应力水平 0.70 时，试样正常剪切时已剪胀，同样可能由于体变滞后，初始卸荷段仍表现为体胀，随卸载持续再表现为体缩。围压 3000 kPa 时，各应力水平正常加载剪切时试样均处于排水状态，卸荷时均表现为试样排水，体变始终增大，即发生了卸荷体缩。卸荷体缩是土料三轴试验中普遍存在的一种现象，非常复杂，无法用经典弹性和塑性理论进行解释[9]。目前主要认为可能是由于剪胀变形的可恢复性[10]、各向异性[11]、加载剪胀[12]所导致的。

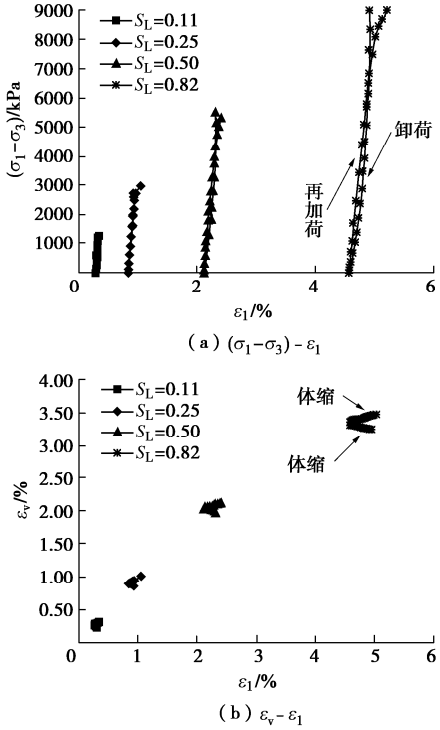


图 6　加卸荷试验曲线（σ_3 =3000 kPa）

Fig. 6 Triaxial test curves under loading and unloading conditions（σ_3 =3000 kPa）

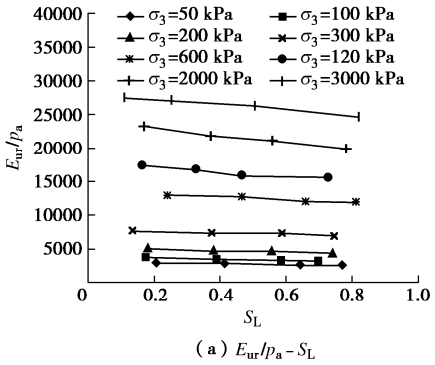
在再加载阶段，所有围压及应力水平条件下试样均主要表现为体缩，当达到或接近初始卸荷应力时，仍回归原有正常加载体变曲线形态。

综上所述，围压及应力水平，特别是围压，是影响卸荷体积变形特性的关键因素，低围压、低应力水平条件下卸荷时往往表现为体胀，随围压和应力水平的提高，主要表现为卸荷体缩。

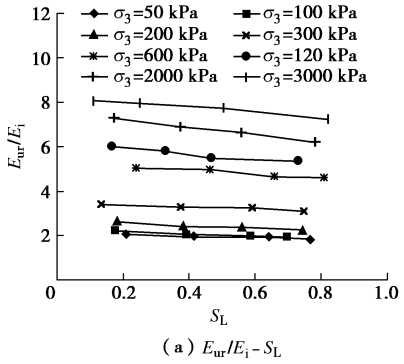
5　回弹模量

取卸荷荷载与卸荷应变之比为回弹（卸荷）模量

E_{ur}。试验结果表明，砂砾石料和堆石料的回弹模量随围压和应力水平的变化规律类似，其中主堆石区平均线试样在各围压条件下的回弹模量与大气压之比 E_{ur}/p_a、回弹模量与初始切线模量之比 E_{ur}/E_i 随应力水平 S_l 的变化见图 7。图 7 表明，同一围压条件下，随应力水平的提高卸荷模量变化有限，略有降低的趋势；随围压的增加，卸荷模量增加，且 E_{ur}/E_i 随围压的增大而提高，围压 50～200 kPa 时约 1.8～2.6，围压 2000～3000 kPa 时达到了 6～8。这是由于围压越高，剪应力越大，应力作用下的试样越密实，颗粒之间咬合及嵌入越紧密，卸荷（回弹）变形所受约束也越大。



（a）$E_{ur}/p_a - S_L$



（a）$E_{ur}/E_i - S_L$

图 7 E_{ur}/p_a 和 E_{ur}/E_i 随应力水平 S_L 的变化

Fig. 7 Change of E_{ur}/p_a and E_{ur}/E_i with stress level

根据 lg（E_{ur}/p_a）－ lg（σ_3/p_a）呈线性关系的假定，得到的回弹变形参数 K_{ur} 和指数 n_{ur} 见表 5。

表 5 回弹模量与初始切线模量参数

Table 5 Parameters of resilient and initial tangent moduli

坝体分区	级配特征	K	n	K_{ur}	n_{ur}	K_{ur}/K
3BA 区砂砾石料	上包线	1469.3	0.34	2957.3	0.61	2.01
	平均线	2004.2	0.31	4110.5	0.57	2.05
	下包线	1428.5	0.32	2832.8	0.60	1.98
3BC 区堆石料	上包线	1511.3	0.24	3354.1	0.61	2.22
	平均线	1682.8	0.22	3678.8	0.59	2.19
	下包线	1874.4	0.19	4081	0.57	2.18

3BA 区砂砾石料和 3BC 区堆石料回弹模量参数 K_{ur} 约为邓肯模型参数 K 值的 1.98～2.22 倍，符合一般认知；回弹指数 n_{ur} 达到了 0.57～0.61，均明显高于邓肯模型参数 n 值。

陈愈炯[13]的研究表明，对于最大干密度的黏土料，K_{ur}/K 为 1.1～1.3，n_{ur}/n 达到了 1.3～1.6。刘国彬等[14]的灰色淤泥质粉质黏土和灰色黏土卸荷试验结果表明：应力路径对卸荷（回弹）模量具有重要影响，不同应力路径条件下的卸荷模量相差约 2 倍，但均可认为卸荷模量与平均应力呈线性关系，这实际隐含了 n_{ur} 始终为 1.0，且 n_{ur} 与应力路径无关。褚福永等[15]的研究表明，K_{ur}/K 为 2.64～4.60，n_{ur}/n 为 0.540～0.885，且材料母岩越硬，K_{ur}/K 越大。可见，K_{ur}/K，n_{ur}/n 的比例是个复杂的问题，应与土料类型，母岩性质，密度、围压和应力水平等初始应力状态，应力路径，加卸荷方式，加卸荷速率和排水条件等有关。

仅从本次试验而言，坝体应力变形计算时假定 $n_{ur}=n$ 是不太适宜的。对于那些特高坝和高坝而言，应开展坝体填筑料的回弹模量特性研究。

6 结 论

（1）围压对堆石料和砂砾石料的强度指标具有重要影响，但相对而言，对非线性强度指标数值影响不如线性强度指标显著，且砂砾石料非线性强度指标变化不如堆石料显著。另外，由于低应力条件下砂砾石料比堆石料的强度低，采用砂砾石填筑的大坝应适当放缓坝坡或采取工程措施，防止坝坡浅层失稳。

（2）围压也影响了邓肯模型变形参数。当第 1 级起始围压不变、提高最后 1 级最大围压，或最大围压不变、提高起始围压，参数 K 值均略有增长，K_b 值略有减小，n 值略有降低，m 值有所提高。

（3）对于特高土石坝，由于坝体内应力分布差异巨大，在坝体应力变形计算和稳定分析时，条件允许时建议根据坝顶、坝坡及坝体内部应力分布情况，采用不同的强度指标和变形参数，以提升坝体结构应力变形计算精度和提高工程安全性。

（4）卸荷再加载循环后，均产生了正值的轴向变形和体积变形，循环结束后，应力－应变和体变－应变曲线均回归至原有正常剪切加载形态；卸载段，低围压、低应力水平条件下往往表现为体胀，随围压和应力水平的提高，主要表现为卸荷体缩；在再加载段，无论围压大小还是应力水平高低，均主要表现为体缩。

（5）随围压的提高，回弹模量增加，且回弹模量与初始切线模量之比增大；对于本文高填筑标准砂砾石料和堆石料 K_{ur}/K 约 1.98～2.22，但指数 n_{ur} 要远大

于 n。对于那些特高坝和高坝而言，有限元计算时假定 $n_{ur}=n$ 是不太适宜的，应开展回弹模量试验研究。

参考文献：

[1] MA Hong-qi, CHI Fu-dong. Technical progress on researches for the safety of high concrete-faced rockfill dams[J]. Engineering, 2016, **2**(3): 332－339.

[2] 陈生水, 阎志坤, 傅中志, 等. 特高面板砂砾石坝结构安全性论证[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(11): 1949－1958. ((CHEN Sheng-shui, YAN Zhi-kun, FU Zhong-zhi, et al. Evaluation of safety performance of extremely high slab-faced gravel dams[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(11): 1949－1958. (in Chinese))

[3] 郭庆国. 关于粗粒土抗剪强度特性的试验研究[J]. 水利学报, 1987(5): 59－65. (GUO Qing-guo. Study on characters of the shear strength of rockfill materials[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1987(5): 59－65. (in Chinese))

[4] 柏树田, 周晓光, 晁华怡. 应力路径对堆石变形特性的影响[J]. 水力发电学报, 199(4): 76－80. (BAI Shu-tian, ZHOU Xiao-guang, CHAO Hua-yi. Effects of stress path on the deformation of rockfill materials[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1999(4): 76－80. (in Chinese))

[5] 刘萌成, 高玉峰, 刘汉龙. 模拟堆石料颗粒破碎对强度变形的影响[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(11): 1691－1699. ((LIU Meng-cheng, GAO Yu-feng, LIU Han-long. Effect of particle breakage on strength and deformation of modeled rockfills[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(11): 1691－1699. (in Chinese))

[6] 相　彪, 张宗亮, 迟世春, 等. 复杂应力路径下堆石料本构关系研究[J]. 岩土力学, 2010, **36**(6): 1716－1722. ((XIANG Biao, ZHANG Zong-liang, CHI Shi-chun, et al. Study of constitutive relations of rockfill under complex stress path[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **36**(6): 1716－1722. (in Chinese))

[7] 陈生水, 凌　华, 米占宽, 等. 大石峡砂砾石坝料渗透特性及其影响因素研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(1): 26－31. (CHEN Sheng-shui, LING Hua, MI Zhan-kuan, et al. Experimental study on permeability and its influencing factors for sandy gravel of Dashixia dam[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(1): 26－31. (in Chinese))

[8] 傅　华, 陈生水, 凌　华, 等. 高应力状态下堆石料工程特性试验研究[J]. 水利学报, 2014(增刊 2): 83－89. (FU Hua, CHEN Sheng-shui, LING Hua, et al. Experimental study on engineering properties of rockfill under high stress state[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2014(S2): 83－89. (in Chinese))

[9] 迟明杰, 李小军, 赵成刚, 等. 砂土卸载体缩细观机理研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2010, **18**(增刊): 181－188. (CHI Ming-jie, LI Xiao-jun, ZHAO Cheng-gang, et al. Meso-scale study on volume-contraction of sand during unloading process[J]. Journal of Basic Science and Engineering, 2010, **18**(S0): 181－188. (in Chinese))

[10] 李广信, 武世峰. 土的卸载体缩的试验研究及其机理探讨[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(1): 47－50. (LI Guang-xin, WU Shi-feng. Experimental research on volume-contraction of soil under unloading and examination of its mechanism[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(1): 47－50. (in Chinese))

[11] 矫德全, 陈愈炯. 土的各向异性和卸荷体缩[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(4): 9－16. (JIAO De-quan, CHEN Yu-jiong. Anisotropy and volume-contraction of soil due to axial unloading in CD test[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(4): 9－16. (in Chinese))

[12] 孔　亮, 段建立, 郑颖人. 慢速往复荷载下饱和砂土变形特性试验研究[J]. 工程勘察, 2001(5): 1－4. (KONG Liang, DUAN Jian-li, ZHENG Ying-ren. Study on deformation behaviors of soil under slow reciprocating loading[J]. Geotechnical Investigation and Surveying, 2001(5): 1－4. (in Chinese))

[13] 陈愈炯. 土的卸荷弹性模量[J]. 工程勘察, 1988(2): 6－9. (CHEN Yu-jiong. Unloading modulus of soil[J]. Geotechnical Investigation ＆ Surveying, 1988(2): 6－9. (in Chinese))

[14] 刘国彬, 侯学渊. 软土的卸荷模量[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(6): 18－23. (LIU Guo-bin, HOU Xue-yuan. Unloading modulus of the Shanghai soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(6): 18－23. (in Chinese))

[15] 褚福永, 朱俊高, 贾　华, 等. 粗粒土卸载－再加载力学特性试验研究[J]. 岩土力学, 2012, **33**(4): 1061－1064. (CHU Fu-yong, ZHU Jun-gao, JIA Hua, et al. Experimental study of mechanical behaviour of coarse-grained soil in unloading and reloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(4): 1061－1064. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101004

地面堆载作用下黏弹性地层盾构施工诱发土体响应时域解

张治国[1, 2, 4]，张洋彬[1]，张成平[3]，王志伟[2]，PAN Y T[4]

（1. 上海理工大学环境与建筑学院，上海 200093；2. 中国铁道科学研究院高速铁路轨道技术国家重点实验室，北京 100081；3. 北京交通大学城市地下工程教育部重点实验室，北京 100044；4. Department of Civil and Environmental Engineering, National University of Singapore, Singapore, 119077）

摘 要：目前针对软土地层盾构施工诱发周围土体变形影响的研究一般是基于瞬时开挖工况，较少考虑黏弹性土体的流变特性，也较少考虑地表堆载给盾构隧道施工所带来的影响。从地基黏弹性角度出发，引入隧道洞周的椭圆化收敛变形模式，采用复变函数理论并运用Laplace变换技术，提出了地表堆载作用下盾构隧道开挖引起的周围土体位移和应力的时域解。依托相关工程监测数据与简化时域解对比，得到了较好的一致性。研究结果表明：所得出的时域解能较好地反映地表堆载作用下盾构隧道开挖对周围土体位移场的影响，以及地层变形随时间的发展趋势。在地表堆载影响下，随着时间推移，开挖引起的地层变形不断增加，沉降速率则呈现出逐渐衰弱直至为零规律，而堆载突变导致其地表沉降值尤其沉降速率变化显著。研究成果对黏性地层密集堆载群范围内的隧道施工控制具有一定理论指导意义。

关键词：盾构隧道；地表堆载；黏弹性；椭圆化收敛变形；时域解

中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0034－09

作者简介：张治国(1978—)，男，博士，博士后，副教授，主要从事地下工程等方面的教学与研究工作。E-mail: zgzhang@usst.edu.cn。

Time-domain solution for soil feedback induced by shield tunneling in viscoelastic strata considering influences of surcharge loading

ZHANG Zhi-guo[1, 2, 4], ZHANG Yang-bin[1], ZHANG Cheng-ping[3], WANG Zhi-wei[2], PAN Y T[4]

(1. School of Environment and Architecture, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China; 2. State Key Laboratory for Track Technology of High-Speed Railway, China Academy of Railway Sciences, Beijing 100081, China; 3. Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 4. Department of Civil and Environmental Engineering, National University of Singapore, Singapore, 119077)

Abstract: At present, the researches on the influences of deformation of surrounding soil induced by shield tunneling in soft soils are generally based on instantaneous excavation conditions, less considering the rheological characteristics of viscoelastic soils. Furthermore, little attention is paid to the impact of surcharge loading on the shield tunneling. From the perspective of viscoelastic foundation, the elliptical convergence deformation mode around tunnel cavity is introduced. Using the complex variable theory and the Laplace transform technique, the time-domain solution for displacement and stress of surrounding soils induced by shield tunneling is proposed under the influences of surcharge loading. Based on the relevant actual projects, the measured values are compared with the simplified analytical solutions, and good consistency is obtained. The results show that the time-domain solution can reflect the influences of shield tunneling on the displacements of surrounding soils under surcharge loading and the development trend of soil deformation with time. Under the influences of surcharge loading, the ground deformation due to tunneling continues to increase as time goes by while the changing rate of soil settlements shows a gradual decline until it reaches zero. The sudden alternation of surcharge loading causes the surface settlement, especially the settlement rate, to change significantly. The research results have certain theoretical guiding significance for tunnel construction controlling within the scope of viscous strata and dense buildings.

Key words: shield tunnel; surcharge loading; viscoelasticity; elliptical convergence deformation; time-domain solution

基金项目：国家自然科学基金项目（41772331，41977247）；高速铁路轨道技术重点实验室基金项目（2018YJ181）

收稿日期：2019－11－19

0　引　　言

随着中国经济的高速发展以及城市化进程的加速推进，发达的交通网络成为城市发展必不可少的组成部分，其中，地铁隧道一直以高效、快捷、安全、环保、节能著称。现如今，盾构法施工也被广泛使用。然而，在复杂的城市施工环境中，由于基坑开挖卸荷土体，大范围建筑群施工，建筑材料临时堆放等地表堆载工况时有发生，这些既有荷载可以等效为分布在地表上的堆积荷载，将会在地层中引起附加应力，影响盾构隧道施工和地层沉降[1]。同时，在实际工程中，地基土体会随时间变化而具有流变特性，可以近似为黏弹性材料。因此，有必要对黏弹性土体中考虑地表堆载作用下的盾构隧道施工影响行为进行研究，对其诱发的地层沉降及时域表达做出正确预测，同时对隧道的选址进行指导。

目前，国内外学者关于软土盾构隧道施工诱发地层响应问题进行了相关研究，主要方法有经验法、数值模拟法和理论解析法。在经验法方面，Celestino 等[2]通过分析大量的工程实测数据，提出了隧道施工诱发地层变形的经验解法。数值模拟法[3-5]作为一种有效方法被广泛运用于研究隧道施工诱发地层变形问题，但需要进行复杂的前期建模，选取复杂土体本构关系用于拟合土体，同时需要选取专业的数值软件，计算结果一般需要耗费较长的时间。而理论解析法具有耗时短，精度高等特点，典型方法有：镜像法[6-7]、复变函数法[8-17]、弹性力学的 Mindlin 解法[18-19]和随机介质理论[20]。

在复变函数法研究方面，Verruijt[9]给出了洞周均匀变形的圆形隧道弹性半平面问题的弹性解，王立忠等[11]提出了洞周椭圆化变形的弹性解，然而其研究仅适用于无地表荷载下浅埋圆形隧道开挖问题，也无法考虑地基的黏弹性。蔚立元等[14]采用 Verruijt 提供的解析解，得到了地表存在均匀水压作用下的隧道变形弹性解答。Kong 等[21]运用复变函数法对斜坡下浅埋偏压隧道开挖问题进行了研究，得到了斜坡下隧道开挖引发的地层响应的弹性解，但其研究仅适用于斜坡问题下的隧道开挖问题，且没有考虑土体流变效应。王华宁等[22-23]针对黏弹性土体中浅埋隧道施工问题，采用复变函数理论和应力控制方法得到了隧道开挖位移和应力场的理论解答，对本文研究有重要启发，但其并未考虑地表荷载作用，也没有采用位移控制方法进行研究。

上述研究[9, 11, 14, 21-23]针对复变函数理论在隧道工程上的应用做了积极探索，但大多未考虑地表堆载的作用，也没有体现在隧道施工中扰动土体的流变特性。而在实际工程中，隧道开挖引起土体变形具有明显的时间效应，特别是在软土地区，土体流变效应尤为显著。本文基于地表堆积荷载和隧道洞周椭圆化收敛变形模式的边界条件，并考虑了土体的黏弹性，提出了在任意地表堆积荷载作用下，盾构隧道施工诱发周围地层变形响应的时域解析解。其中，采用 Boltzmann 黏弹性流变模型[24-25]来模拟土体的黏弹性，运用映射函数将半无限土体区域映射成单位圆环，并通过 Laplace 变换和逆变换，建立了可以表达土体区域内任意一点任意时刻的黏弹性位移和应力的解析函数，使得土体区域满足地表应力边界条件和洞周位移边界条件，以求解上述解析函数的各项系数，最后利用求解的解析函数得到盾构隧道开挖引起的土体位移，并与实测数据的结果作对比，从而验证其解析解的可靠性和实用性。

1　黏弹性地层地表堆载作用下的隧道开挖引起土体变形时域解

1.1　任意堆载作用力学模型

黏弹性土体中考虑地表任意堆载作用的盾构隧道开挖问题的计算模型，可视为地表存在任意堆载作用下含圆形孔洞的均质半平面体的黏弹性问题，如图 1 所示，该模型主要针对土压平衡和泥水平衡盾构隧道。地表任意堆载为随 x 变化的函数，即 $F=q(x)$，其作用范围为 $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$。隧道半径为 r_0，隧道圆心埋深为 h，隧道洞周存在椭圆化收敛位移 U_r，A，B，C，D 为平面上的点。建立一个平面直角坐标系，其中，A 为坐标原点，B 为无穷远处点，C 和 D 分别为隧道拱顶与拱底位置，R 区域为黏弹性土体区域。

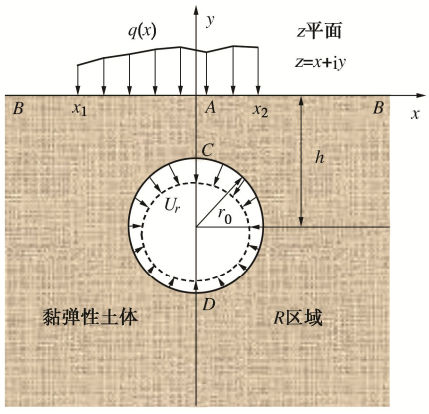


图 1　受地表堆载影响的隧道开挖力学模型

Fig. 1 Mechanical model for tunnel excavation affected by surcharge loading

1.2　黏弹性本构模型解答

本文选取 Boltzmann 黏弹性地基模型，已有理论研究表明[24-25]，其可以较好地模拟土体在某一时刻的弹性变形以及土体随时间变化的黏性变形。Boltzmann

三参量黏弹性地基模型是由两个元件串联组成，分别为弹性元件（H 体）和黏性元件（K 体），如图 2 所示。其黏弹性体的本构关系为

$$\Gamma''\cdot\sigma_{kk}(t)=\Omega''\cdot\varepsilon_{kk}(t) \quad , \tag{1}$$

$$\Gamma'\cdot S_{ij}(t)=\Omega'\cdot e_{ij}(t) \quad 。 \tag{2}$$

式中 $\sigma_{kk}(t)$ 为应力球张量；$\varepsilon_{kk}(t)$ 为应变球张量；$S_{ij}(t)$ 为应力偏张量；$e_{ij}(t)$ 为应变偏张量；Γ'，Γ''，Ω'，Ω'' 为线性微分算子，如下：

$$\Gamma'=\sum_{k=0}^{m}\hat{\Gamma}'_k\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}^k t} \quad , \tag{3}$$

$$\Gamma''=\sum_{k=0}^{m}\hat{\Gamma}''_k\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}^k t} \quad , \tag{4}$$

$$\Omega'=\sum_{k=0}^{n}\hat{\Omega}'_k\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}^k t} \quad , \tag{5}$$

$$\Omega''=\sum_{k=0}^{n}\hat{\Omega}''_k\frac{\mathrm{d}^k}{\mathrm{d}^k t} \quad , \tag{6}$$

式中，$\hat{\Gamma}'_k$，$\hat{\Gamma}''_k$，$\hat{\Omega}'$，$\hat{\Omega}''_k$ 为材料黏弹性质相关系数。

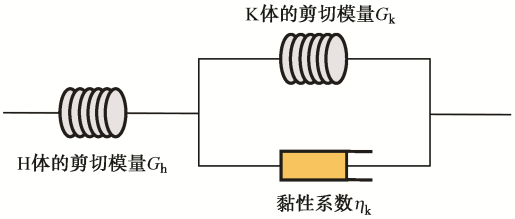


图 2 Boltzmann 黏弹性流变模型

Fig. 2 Boltzmann viscoelastic rheological model

则根据其本构关系，偏张量部分的黏弹性本构关系为

$$(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k})S_{ij}(t)+\eta_\mathrm{k}\frac{\mathrm{d}S_{ij}}{\mathrm{d}t}=2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}e_{ij}(t)+2G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}\frac{\mathrm{d}e_{ij}}{\mathrm{d}t} 。 \tag{7}$$

其球张量部分的弹性本构关系为

$$\sigma_{\mathrm{kk}}(t)=3K\varepsilon_{\mathrm{kk}}(t) \quad , \tag{8}$$

式中，G_h 和 G_k 为剪切模量，η_k 为黏性系数，K 为体积模量。

将式（7），（8）代入式（3）～（6），可得各线性微分算子表达式：

$$\Gamma'=(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k})+\eta_\mathrm{k}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad , \tag{9}$$

$$\Gamma''=1 \quad , \tag{10}$$

$$\Omega'=2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+2G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \quad , \tag{11}$$

$$\Omega''=3K \quad 。 \tag{12}$$

对式（9）～（12）进行 Laplace 变换得

$$\tilde{\Gamma}'(s)=(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k})+\eta_\mathrm{k}s \quad , \tag{13}$$

$$\tilde{\Gamma}''(s)=1 \quad , \tag{14}$$

$$\tilde{\Omega}'(s)=2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+2G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}s \quad , \tag{15}$$

$$\tilde{\Omega}''(s)=3K \quad 。 \tag{16}$$

由弹性–黏弹性对应原理，对剪切模量 G 和泊松比 ν 进行 Laplace 变换，可得 $\tilde{G}(s)$ 和 $\tilde{\nu}(s)$ 为

$$\tilde{G}(s)=\frac{\tilde{\Omega}'(s)}{2\tilde{\Gamma}'(s)} \quad , \tag{17}$$

$$\tilde{\nu}(s)=\frac{\tilde{\Omega}''(s)\tilde{\Gamma}'(s)-\tilde{\Omega}'(s)\tilde{\Gamma}''(s)}{2\tilde{\Omega}''(s)\tilde{\Gamma}'(s)+\tilde{\Omega}'(s)\tilde{\Gamma}''(s)} \quad 。 \tag{18}$$

将式（13）～（16）代入式（17），（18），可得

$$\tilde{G}(s)=\frac{G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}s}{(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k})+\eta_\mathrm{k}s} \quad , \tag{19}$$

$$\tilde{\nu}(s)=\frac{3K(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k}+\eta_\mathrm{k}s)-2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}-2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}s}{6K(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k}+\eta_\mathrm{k}s)+2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+2G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}s} 。 \tag{20}$$

根据弹性–黏弹性问题对应原理，对于黏弹性问题，只要得到弹性问题的解，然后将弹性问题里的土体弹性参数替换为黏弹性参数并进行 Laplace 变换，之后再进行逆变换便可得到黏弹性问题物理域的解。

1.3 一般黏弹性问题位移、应力表达

接下来采用复变函数理论，根据平面问题复变函数解法[26]与弹性力学平面问题基本方程[27]，隧道开挖引起的土体位移分量以及土体内的应力可通过 R 区域内的解析函数 $\phi(z)$ 和 $\psi(z)$ 表示：

$$2G(U_x+\mathrm{i}U_y)=(3-4\nu)\phi(z)-z\cdot\overline{\phi'(z)}-\overline{\psi(z)} , \tag{21}$$

$$\sigma_x+\sigma_y=2\left[\phi'(z)+\overline{\phi'(z)}\right] \quad , \tag{22}$$

$$\sigma_y-\sigma_x+2\mathrm{i}\sigma_{xy}=2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta}\left[\bar{z}\phi''(z)+\psi'(z)\right] \quad 。 \tag{23}$$

式中，$\overline{\phi'(z)}$ 和 $\overline{\psi(z)}$ 分别为 $\phi'(z)$ 和 $\psi(z)$ 的共轭函数，$\bar{z}$ 为 z 的共轭坐标。

将其通过 Laplace 变换得到

$$U_x^s+\mathrm{i}U_y^s=\frac{1}{2s\tilde{G}(s)}\Bigg[(3-4\tilde{\nu}(s))\phi(z,s)-z\overline{\frac{\partial\phi(z,s)}{\partial z}}-\overline{\psi(z,s)}\Bigg] , \tag{24}$$

$$\sigma_x^s+\sigma_y^s=2\left[\frac{\partial\phi(z,s)}{\partial z}+\overline{\frac{\partial\phi(z,s)}{\partial z}}\right] \quad , \tag{25}$$

$$\sigma_y^s-\sigma_x^s+2\mathrm{i}\sigma_{xy}^s=2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta}\left[\bar{z}\frac{\partial^2\phi(z,s)}{\partial z^2}+\frac{\partial\psi(z,s)}{\partial z}\right] 。 \tag{26}$$

将式（24），（25）通过 Laplace 逆变换，解得

$$U_x^t+\mathrm{i}U_y^t=\frac{1}{2G(t)}\Bigg[(3-4\nu(t))\phi(z,t)-z\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}-\overline{\psi(z,t)}\Bigg] , \tag{27}$$

$$\sigma_x^t+\sigma_y^t=2\left[\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}+\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}\right] \quad , \tag{28}$$

$$\sigma_y^t-\sigma_x^t+2\mathrm{i}\sigma_{xy}^t=2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta}\left[\overline{z}\frac{\partial^2\phi(z,t)}{\partial z^2}+\frac{\partial\psi(z,t)}{\partial z}\right]\quad。\quad(29)$$

式中　U_x^t 和 U_y^t 分别为 x 方向与 y 方向上黏弹性土体位移分量，σ_x^t，σ_y^t 分别为 x 方向与 y 方向上黏弹性土体正应力分量，σ_{xy}^t 为黏弹性土体切应力。

将式（19），（20）代入式（24），展开整理可得

$$U_x^t+\mathrm{i}U_y^t=\frac{1}{2G(t)}\left[H(t)\phi(z,t)-z\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}-\overline{\psi(z,t)}\right],\quad(30)$$

式中，

$$G(t)=\frac{G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}}{G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k}-G_\mathrm{h}\mathrm{e}^{-\frac{G_\mathrm{k}}{\eta_\mathrm{k}}t}}\quad,\quad(31)$$

$$H(t)=\frac{G_\mathrm{k}}{G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k}-G_\mathrm{h}\mathrm{e}^{-\frac{G_\mathrm{k}}{\eta_\mathrm{k}}t}}\left[-\frac{G_\mathrm{h}}{G_\mathrm{k}\mathrm{e}^{\frac{G_\mathrm{k}}{\eta_\mathrm{k}}t}}+\frac{(G_\mathrm{h}+G_\mathrm{k})(7G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+3G_\mathrm{h}K+3G_\mathrm{k}K)}{G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}^2+3G_\mathrm{k}^2K+3G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}K}-\frac{6G_\mathrm{h}^3\eta_\mathrm{k}}{(G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}+3K\eta_\mathrm{k})(G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+3G_\mathrm{h}K+3G_\mathrm{k}K)N}\right],\quad(32)$$

$$N=\mathrm{e}^{\frac{G_\mathrm{h}G_\mathrm{k}+3G_\mathrm{h}K+3G_\mathrm{k}K}{G_\mathrm{h}\eta_\mathrm{k}+3K\eta_\mathrm{k}}t}\quad。\quad(33)$$

对于具体问题，需要解出解析函数 $\phi(z)$ 和 $\psi(z)$，代入式（27）～（29），便可得到黏弹性问题的应力与位移解答。

1.4　时域解析函数解答

在地表有堆积荷载作用下，且在隧道洞周 $|z+\mathrm{i}h|=r_0$ 处有已知的位移，则边界条件如下：

$$z=\overline{z}:\quad F_0(z,t)=\phi(z,t)+z\cdot\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}+\overline{\psi(z,t)}\quad,\quad(34)$$

$$|z+\mathrm{i}h|=r_0:\quad T_0(z,t)=2G(t)(U_x^s+\mathrm{i}U_y^s)=H(t)\phi(z,t)-z\cdot\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}-\overline{\psi(z,t)}\quad。\quad(35)$$

式中，$H(t)$ 由式（32）确定，$G(t)$ 为剪切模量。

对于半无限平面内的圆孔隧道问题的弹性解答已经由 Verruijt[9]给出，根据复变函数理论，应用保角映射将土体 z 平面 R 区域，映射到 ζ 平面 Θ 圆环区域，如图 3 所示，原 z 平面内 A，B，C，D 各点通过保角映射到 ζ 平面为 A'，B'，C'，D'，其映射函数如下：

$$z=\omega(\zeta)=-\mathrm{i}h\frac{1-\alpha^2}{1+\alpha^2}\frac{1+\zeta}{1-\zeta}\quad,\quad(36)$$

式中，$\alpha=(h-\sqrt{h^2-r_0^2})/r_0$，$\omega(\zeta)$ 为解析函数。通过保角映射，z 平面区域内的解析函数 $\phi(z,t)$ 和 $\psi(z,t)$ 转化为

$$\phi(z,t)=\phi(\omega(\zeta),t)=\Phi(\zeta,t)\quad,\quad(37)$$

$$\psi(z,t)=\Psi(\omega(\zeta),t)=\Psi(\zeta,t)\quad。\quad(38)$$

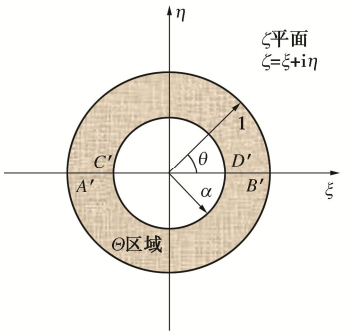


图 3　共形映射区域

Fig. 3 Conformal transformation

由于 $\phi(z,t)$ 和 $\psi(z,t)$ 在 z 平面是解析函数，则 $\Phi(\zeta,t)$ 和 $\Psi(\zeta,t)$ 在 ζ 平面圆环域里进行解析，可以将其展开为 Laurent 级数形式：

$$\Phi(\zeta,t)=a_0(t)+\sum_{k=1}^{\infty}a_k(t)\zeta^k+\sum_{k=1}^{\infty}b_k(t)\zeta^{-k}\quad,\quad(39)$$

$$\Psi(\zeta,t)=c_0(t)+\sum_{k=1}^{\infty}d_k(t)\zeta^k+\sum_{k=1}^{\infty}d_k(t)\zeta^{-k}\quad。\quad(40)$$

式中，a_0，a_k，b_k，c_0，c_k，d_k 均为待定系数，可以通过边界条件确定。

由于 $z\cdot\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}=\frac{\omega(\zeta)}{\overline{\omega'(\zeta)}}\cdot\overline{\frac{\partial\Phi(\zeta,t)}{\partial\zeta}}$，将 ζ 用复平面极坐标表示，即 $\zeta=\rho\sigma$（ρ 为 ζ 平面半径，$\sigma=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$），则

$$\frac{\omega(\zeta)}{\overline{\omega'(\zeta)}}=-\frac{1}{2}\frac{(1+\rho\sigma)(\sigma-\rho)^2}{(1-\rho\sigma)\sigma^2}\quad,\quad(41)$$

z 平面内的边界条件由式（34），（35）改写为

$$|\zeta|=1:\quad F_1(\zeta,t)=\Phi(\zeta,t)+\frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\overline{\frac{\partial\Phi(\zeta,t)}{\partial\zeta}}+\overline{\Psi(\zeta,t)}\quad,\quad(42)$$

$$|\zeta|=\alpha:\quad T_1(\zeta,t)=2G(t)(U_x^s+\mathrm{i}U_y^s)=H(t)\Phi(\zeta,t)-\frac{\omega(\zeta)}{\omega'(\zeta)}\cdot\overline{\frac{\partial\Phi(\zeta,t)}{\partial\zeta}}-\overline{\Phi(\zeta,t)}\quad。\quad(43)$$

将 $F_1(\zeta,t)$ 按照 Fourier 级数展开：

$$F_1(\sigma,t)=\sum_{-\infty}^{+\infty}B_k(t)\sigma^k\quad,\quad(44)$$

其中，系数 B_k 可由下式确定：

$$\left.\begin{aligned}B_0&=-\frac{1}{2\pi}\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{i}q(x)\theta\mathrm{d}x\ ,\\B_k&=\frac{1}{2k\pi}\int_{x_1}^{x_2}q(x)(\exp(-\mathrm{i}k\theta)-1)\mathrm{d}x\ ,\\B_{-k}&=\overline{B_k}=\frac{1}{2k\pi}\int_{x_1}^{x_2}q(x)(\exp(\mathrm{i}k\theta)-1)\mathrm{d}x\\&\qquad(k=1,2,3,\cdots)\ ,\end{aligned}\right\}\quad(45)$$

式中，θ 为其复平面上的辐角，

$$\theta=\mathrm{Arg}\left[\frac{(1+\alpha^2)x\mathrm{i}-h(1-\alpha^2)}{h(1-\alpha^2)+(1+\alpha^2)x\mathrm{i}}\right]\quad。\quad(46)$$

将式（39）～（41），（44）和（45）代入式（42），

可得

$$\left.\begin{aligned} c_0 &= \overline{B_0} - \overline{a_0} - \frac{1}{2}a_1 - \frac{1}{2}b_1 \ , \\ c_k &= B_k - \overline{b_k} + \frac{1}{2}(k-1)a_{k-1} - \frac{1}{2}(k+1)a_{k+1} \ , \\ d_k &= \overline{B_k} - \overline{a_k} + \frac{1}{2}(k-1)b_{k-1} - \frac{1}{2}(k+1)b_{k+1} \\ &\quad (k=1,2,3,\cdots) \ 。 \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

将式（43）两边同乘$(1-\alpha\sigma)$，得到

$$T_1(\zeta,t)(1-\alpha\sigma) = (1-\alpha\sigma)\left[H(t)\Phi(\zeta,t) - \frac{\omega(\zeta)}{\overline{\omega'(\zeta)}}\cdot\overline{\frac{\partial\Phi(\zeta,t)}{\partial\zeta}} - \overline{\Phi(\zeta,t)}\right]。 \tag{48}$$

令$Y(\zeta,t)=T_1(\zeta,t)(1-\alpha\sigma)$，将$Y(\zeta,t)$按照 Laurent 级数展开：

$$Y(\alpha\sigma,t) = \sum_{-\infty}^{+\infty}A_k(t)\sigma^k = A_0(t) + A_1(t)\sigma + \sum_{k=2}^{\infty}A_k(t)\sigma^k + \sum_{k=1}^{\infty}A_{-k}(t)\sigma^{-k} \ 。 \tag{49}$$

将式（39）～（41），（47）和（48）代入式（49），可得

$$\left.\begin{aligned} \overline{a_1} &= [A_0 - (H(t)+1)a_0]/(1-\alpha^2) + \{[\overline{A_1}\alpha + \alpha^2(1+H(t))\overline{a_0}]/(1+H(t)\alpha^2) - [A_0 - (1+H(t))a_0]/(1-\alpha^2)\}/\{(1-\alpha^2)^2/[(1+H(t)\alpha^2)(H(t)+\alpha^2)]+1\} \ , \\ b_1 &= \{[\overline{A_1}\alpha + \alpha^2(1+H(t))\overline{a_0}]/(1+H(t)\alpha^2) - [A_0 - (1+H(t))a_0]/(1-\alpha^2)\}/[(1-\alpha^2)/(1+H(t)\alpha^2) + (H(t)+\alpha^2)/(1-\alpha^2)] \ , \\ \overline{a_{k+1}} &= \{[(1-\alpha^2)k\overline{a_k} - (1+H(t)\cdot\alpha^{-2k})b_k + A_{-k}\alpha^{-k}]\cdot(1-\alpha^2)(k+1) + (H(t)\cdot\alpha^{-2k}+\alpha^2)[\alpha^2(1+H(t)\cdot\alpha^{2k})\overline{a_k} + (1-\alpha^2)kb_k + \overline{A_{k+1}}\alpha^{k+1}]\}/[(1-\alpha^2)^2(k+1)^2 + (H(t)\cdot\alpha^{-2k}+\alpha^2)(1+H(t)\cdot\alpha^{2k+2})] \ , \\ b_{k+1} &= \{(1-\alpha^2)(k+1)[\alpha^2(1+H(t)\cdot\alpha^{2k})\overline{a_k} + (1-\alpha^2)kb_k + \overline{A_{k+1}}\alpha^{k+1}] - [(1-\alpha^2)k\overline{a_k} - (1+H(t)\cdot\alpha^{-2k})b_k + A_{-k}\alpha^{-k}](1+H(t)\cdot\alpha^{2k+2})\}/[(1-\alpha^2)^2(k+1)^2 + (H(t)\cdot\alpha^{-2k}+\alpha^2)(1+H(t)\cdot\alpha^{2k+2})] \ 。 \end{aligned}\right\} \tag{50}$$

本文针对盾构开挖的土工影响采用位移控制手段体现。既有研究表明，盾构隧道开挖面土体变形由均匀径向收缩、椭圆化变形以及整体下沉组成[28-30]，如图 4 所示。

在 z 平面内，以隧道圆心为原点的极坐标系下，隧道径向初始位移边界条件为[30]

$$U_r = -\frac{1}{4}u_0(5+3\sin\theta-3\cos^2\theta) \ , \tag{51}$$

式中，u_0 为盾构与拼装衬砌的半径差，体现了衬砌的几何效应。Lee 等[31]认为：盾构引起的土地损失变形主要是由间隙参数 GAP 决定，其主要由物理间隙 U_0、隧道掌子面上等效三维弹塑性变形 U_{3D} 和盾构施工的工艺质量 w 等三部分组成。由于本文考虑的是平面应变问题，不考虑三维变形效应 U_{3D}，w 是由盾构机操作水平决定的，为使本文提出的时域解简洁有效，笔者做了一些简化，假定盾构机操作正常且盾构隧道施工影响满足平面应变条件，故而不计入 U_{3D} 和 w 影响。

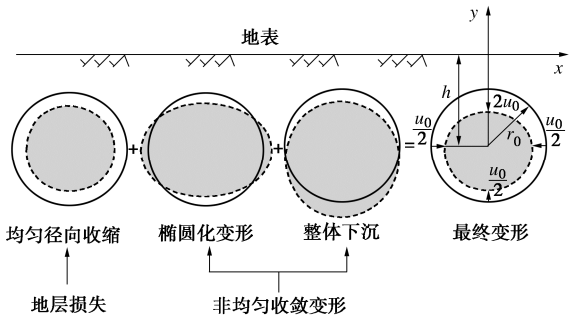


图 4 隧道边界椭圆化收敛变形模式

Fig. 4 Elliptical convergence deformation mode of tunnel boundary

同时，u_0 与已知地层损失率有如下关系：

$$u_0 = \frac{8}{7}r_0\left(1-\sqrt{1-V_{\mathrm{L}}}\right) \ , \tag{52}$$

式中，V_{L} 为地层损失率。

将式（51）通过坐标变换转换至到 xoy 直角坐标系下，再通过共形映射式（36）转换至ζ 平面内，即可得到$|\zeta|=\alpha$ 时的位移边界条件：

$$U\big|_{\rho=\alpha} = -\frac{1}{4}u_0\left\{5+3\cdot\left[\frac{1+\alpha^2}{2\alpha} - \frac{(1-\alpha^2)^2}{2\alpha}\frac{1}{(1-\alpha\sigma)(1-\alpha\sigma^{-1})}\right] + \frac{3}{4}\frac{(1-\alpha^2)^2(\sigma^{-1}-\sigma)^2}{(1-\alpha\sigma)^2(1-\alpha\sigma^{-1})^2}\right\}\cdot\mathrm{i}\cdot\frac{\alpha-\sigma}{1-\alpha\sigma} \ 。 \tag{53}$$

将式（53）代入式（49），可得

$$2G(t)\cdot U\big|_{\rho=\alpha}(1-\alpha\sigma) = T_1(\alpha\sigma)(1-\alpha\sigma) = A_0 + A_1\sigma + \sum_{k=2}^{\infty}A_k\sigma^k + \sum_{k=1}^{\infty}A_{-k}\sigma^{-k} \ 。 \tag{54}$$

式中，$A_0 = -\left(\frac{3}{4}\alpha^2+\frac{5}{2}\alpha+\frac{3}{4}\right)u_0\mathrm{i}G(t)$，$A_1 = \left(\frac{7}{4}+\frac{9}{4}\alpha+\left(\frac{3}{2}\alpha^2-\frac{3}{4}\alpha^3-\frac{3}{4}\alpha^4\right)u_0\mathrm{i}G(t)\right.$，$A_k = -\frac{3}{8}(1-\alpha^2)^2\alpha^{k-3}\cdot[(k+1)\alpha^2+(2-k)+2\alpha]u_0\mathrm{i}G(t)$，$A_{-k} = \frac{3}{8}(1-\alpha^2)^2\alpha^{k-1}u_0\mathrm{i}G(t)$。

至此，通过系数 A_0， A_1， A_k， A_{-k} 可以得到待定系数 a_0， a_k， b_k， c_0， c_k， d_k，从而解出ζ 平面内的解析函数 $\Phi(\zeta,t)$ 与 $\Psi(\zeta,t)$，将其通过映射函数逆变换即可得到 z 平面内的解析函数 $\phi(z,t)$ 和 $\psi(z,t)$，随后将其代入式（27）～（29），可以求得本文黏弹性扰动土体位移场和应力场，即

位移场：

$$U_x^t+\mathrm{i}U_y^t=\frac{1}{2G(t)}\left[(3-4\nu(t))\phi(z,t)-z\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}-\overline{\psi(z,t)}\right]; \tag{55}$$

应力场：

$$\sigma_x^t+\sigma_y^t=2\left[\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}+\overline{\frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}}\right]\quad , \tag{56}$$

$$\sigma_y^t-\sigma_x^t+2\mathrm{i}\sigma_{xy}^t=2\mathrm{e}^{2\mathrm{i}\theta}\left[\bar{z}\frac{\partial^2\phi(z,t)}{\partial z^2}+\frac{\partial\psi(z,t)}{\partial z}\right]。 \tag{57}$$

2　本文时域解析解答与工程实测数据对比分析

2.1　无堆载影响下的地层变形时效分析对比

为验证本文时域解析解答的准确性，选取 Chou 等[32]、Bobet[33]中的两条实测隧道数据与解析解答进行对比。两条隧道分别为 Regent Park 隧道南线和 Regent Park 隧道北线，其土质皆为伦敦黏土，其中 Regent Park 隧道南线具体参数为：外半径 2.07 m，埋深 34.1 m，土体杨氏模量 56 MPa，土体重度 19 kN/m^3，地层损失率 1.4%。黏弹性参数：G_h 取 20.72 MPa，G_k 取 33.6 MPa，体积模量 K 取 61.6 MPa，黏性系数 η_k 取 224 MPa·d；Regent Park 隧道北线具体参数为：外半径 2.07 m，埋深 20.1 m，土体杨氏模量 32 MPa，土体重度 19 kN/m^3，地层损失率 1.3 %。黏弹性参数：G_h 取 11.84 MPa，G_k 取 19.2 MPa，体积模量 K 取 35.2 MPa，黏性系数 η_k 取 128 MPa·day。

为了使得对比结果更为全面，体现理论解析的可靠性，选取计算两条隧道开挖两个月后的地表沉降与隧道竖向中轴线处的地层沉降，并与实测数据进行对比验证。

图 5，6 分别为 Regent Park 隧道南线和北线在地表和隧道竖向中轴线的长期沉降对比结果。由图 5（a）所示，在地表 x=0 m 处，解析解与实测数据的沉降值分别为 6.84，5.46 mm，相差 1.38 mm，而在地表 x=12 m 处，解析解与实测数据的沉降值分别为 5.26，1.84 mm，相差 3.42 mm。由图 5（b）所示，在地表隧道竖向中轴线处，解析解与实测数据的沉降值分别为 6.84，5.46 mm，相差 1.38 mm，而在地下 20 m 隧道竖向中轴线处，解析解与实测数据的沉降值分别为 8.23，6.41 mm，相差 1.82 mm。由图 6（a）所示，在地表 x=0 m 处，解析解与实测数据的沉降值分别为 8.56，7.03 mm，相差 1.53 mm，而在地表 x=10 m 处，解析解与实测数据的沉降值分别为 5.45，3.08 mm，相差 2.37 mm。由图 6（b）所示，在地表隧道竖向中轴线处，解析解与实测数据的沉降值分别为 8.56，7.03 mm，相差 1.53 mm，而在地下 16 m 隧道竖向中轴线处，解析解与实测数据的沉降值分别为 15.13，13.89 mm，相差 1.24 mm。综上所述，可以发现本文解析解得到的地表长期沉降值与实测值相比，在地表距离隧道开挖区较远处一般表现为偏大，而在计算隧道竖向中轴线处地层沉降时，本文解析解和实测数据较为吻合，且总体上解析结果较实测数据偏大。

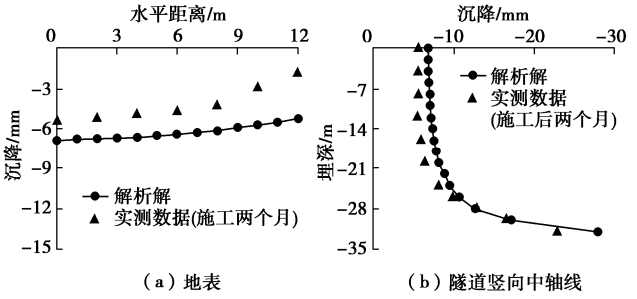


图 5 Regent Park 南线长期沉降对比

Fig. 5 Comparison of long-term settlement of Regent Park southbound tunnel

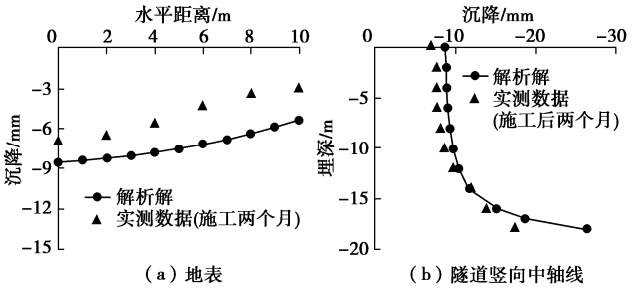


图 6　Regent Park 北线长期沉降对比

Fig. 6 Comparison of long-term settlement of Regent Park northbound tunnel

通过上述算例分析表明，本算法具有较好程序扩展性，可以屏蔽地表荷载影响部分，即 z 平面内边界条件（42）考虑为地表自由边界，从而验证了黏弹性地层土质带来的单一影响。

2.2　受堆载影响下的地层变形时效分析对比

文献[34]针对滨海软土地区盾构隧道穿越新建海堤工程做了大量的现场监测，其可简化为本文地面堆载作用下的黏弹性地层盾构施工模型。为验证本文解析解的可靠性，选取文献中实测数据进行对比分析。

该工程位于浙江沿海乐清电厂，输水隧道自循环水泵房始，向东南方向海域延伸，单长约 1500 m，采用盾构法施工，隧道直径 4.84 m。图 7 为海堤与盾构隧道位置示意图，其中图 7（a）为监测段隧道纵向剖面图，其隧道埋深为 11 m，平均海堤高度约 6.2 m，

其填筑荷载约 240 kPa。图 7（b）为监测处隧道截面图，本文在计算中海堤作用范围取 40 m，取监测点 D2 和 D3，其位置如图 7（b）所示。根据现场监测数据，当隧道开挖 52 d 时，其海堤增加至 8 m，其填筑荷载达到 298 kPa。相关黏弹性土体参数为：G_h 取 2.4 MPa，G_k 取 6.8 MPa，体积模量 K 取 10.5 MPa，黏性系数 η_k 取 125 MPa·d。

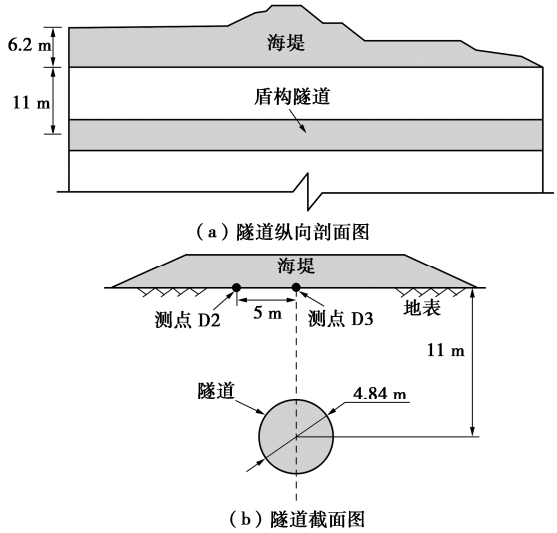


图 7 海堤盾构隧道示意图

Fig. 7 Schematic diagram of shield tunnel under seawall

图 8 为观测点沉降值随时间变化对比结果，图 9 为沉降速率值随时间变化的对比结果。由图 8（a）所示，在 D2 点处解析结果与实测结果最大相差高达 8.78 mm；由图 8（b）所示，在 D3 点处解析解与实测结果最大相差仅为 3.79 mm。同时在图 8 中也可发现 D3 点相较 D2 点处的解析结果，与实测结果相差较小。综上所述，可以发现本文解析解得到的沉降值与实测值相比，在距离隧道开挖区较远处一般表现为偏大，而在计算隧道竖向中轴线处时，本文解析解和实测数据较为吻合，且总体上解析结果较实测数据偏大。同时可以发现开挖至 52 天时，随着海堤荷载增加，地表沉降值与沉降速率显著增加（尤其沉降速率曲线存在明显阶跃，本算法可以对其进行精准模拟），但沉降变化速率逐渐衰弱直至为零。

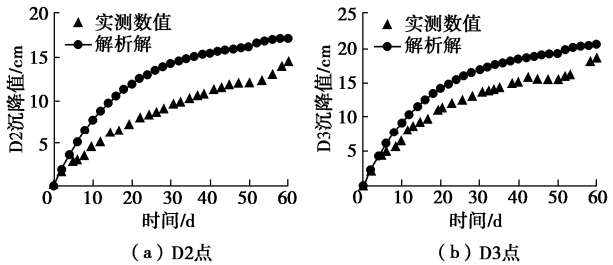


图 8 沉降值随时间变化图

Fig. 8 Change of settlement value with time

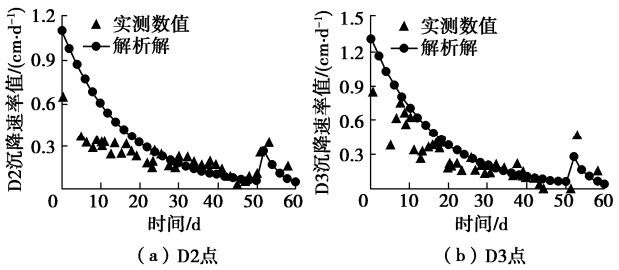


图 9 沉降速率值随时间变化图

Fig. 9 Change of settlement rate value with time

通过上述算例分析表明，本算法可以较好体现地表荷载的影响，对于荷载量值突变完整模拟，而改变式（44）所示的荷载表达形式，可以进一步扩展本算法有关地表荷载的适用范围（如动载等）。

3 结 语

本文在考虑地表堆载作用下，引入隧道洞周的椭圆化收敛变形位移控制模式，采用复变函数法理论并运用 Laplace 变换技术，提出了地表堆载作用下盾构隧道开挖引起的周围地层位移场和应力场的时域解。研究表明，地表堆载及土体黏弹特性对隧道开挖影响显著，不容忽略。在地表堆载影响下，随着隧道开挖后时间的推移，开挖引起的地层变形不断增加，沉降速率则呈现出逐渐衰弱直至为零规律，而堆载突变导致其地表沉降值尤其沉降速率变化显著。本文成果可为地表存在堆积荷载作用下的隧道工程施工引起的地层位移场和应力场作初期预估。

本文方法适用于土压平衡和泥水平衡盾构下的浅埋隧道，对其他形式开挖如气压平衡盾构还需进一步确认其适用性。同时在计算地层变形的时效性时仅考虑了土体的黏弹特性，没有考虑固结耦合效应，这将在接下来的工作中加以研究。

参考文献：

[1] 柯宅邦, 梁荣柱, 童智能, 等. 地表堆载下盾构隧道纵向非线性变形简化解析解[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 1): 245－248. (KE Zhai-bang, LIANG Rong-zhu, TONG Zhi-neng, et al. Simplified analytical solution for nonlinear longitudinal deformation of shield tunnels under surface surcharge[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S1): 245－248. (in Chinese))

[2] CELESTINO T B, GOMES R A M P, BORTOLUCCI A A. Errors in ground distortions due to settlement trough adjustment[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2000, **15**(1): 97－100.

[3] 张成平, 张顶立, 骆建军, 等. 地铁车站下穿既有线隧道

施工中的远程监测系统[J]. 岩土力学, 2009, **30**(6): 1861－1866. (ZHANG Cheng-ping, ZHANG Ding-li, LUO Jian-jun, et al. Remote monitoring system applied to the construction of metro station undercrossing existing metro tunnel[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, **30**(6): 1861－1866. (in Chinese))

[4] JALLOW A, OU C Y, LIM A. Three-dimensional numerical study of long-term settlement induced in shield tunneling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, **88**(6): 221－236.

[5] 郑　刚, 张扶正, 张天奇, 等. 盾构隧道开挖及补偿注浆对地层扰动影响的室内试验及数值模拟研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(10): 1741－1753. (ZHENG Gang, ZHANG Fu-zheng, ZHANG Tian-qi, et al. Disturbance of shield tunnel excavation and compensation grouting to surrounding soil: laboratory tests and numerical simulations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(10): 1741－1753. (in Chinese))

[6] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(9): 846－856.

[7] 叶　飞, 苟长飞, 陈　治, 等. 盾构隧道同步注浆引起的地表变形分析[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(4): 618－624. (YE Fei, GOU Chang-fei, CHEN Zhi, et al. Ground surface deformation caused by synchronous grouting of shield tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(4): 618－624. (in Chinese))

[8] VERRUIJT A, BOOKER J R. Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane[J]. Géotechnique, 1996, **46**(4): 753－756.

[9] VERRUIJT A. Complex variable solution for a deforming circular tunnel in an elastic half plane[J]. Géotechnique, 1997, **21**(4): 77－89.

[10] VERRUIJT A. Deformation of an elastic half plane with a circular cavity[J]. International Journal of Solid and Structures, 1998, **35**(21): 2795－2804.

[11] 王立忠, 吕学金. 复变函数分析盾构隧道施工引起的地基变形[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(3): 319－327. (WANG Li-zhong, LÜ Xue-jin. A complex variable solution for different kinds of oval deformation around circular tunnel in an elastic half plane[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(3): 319－327. (in Chinese))

[12] 傅鹤林, 张加兵, 袁　维, 等. 基于复变理论的盾构隧道围岩位移预测分析[J]. 现代隧道技术, 2016, **53**(2): 86－94. (FU He-lin, ZHANG Jia-bing, YUAN Wei, et al. Elastic complex variable theory based prediction of shield tunnel surrounding rock displacement[J]. Modern Tunnelling Technology, 2016, **53**(2): 86－94. (in Chinese))

[13] LÜ A Z, ZHANG L Q, ZHANG N. Analytical stress solutions for a circular pressure tunnel at pressure and great depth including support delay[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2011, **48**(3): 514－519.

[14] 蔚立元, 陈晓鹏, 韩立军, 等. 基于复变函数方法的水下隧道围岩弹性分析[J]. 岩土力学, 2012, **33**(增刊 2): 345－351. (YU Li-yuan, CHEN Xiao-peng, HAN Li-jun, et al. Elastic analysis of surrounding rock for underwater tunnels based on function of variables method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, **33**(S2): 345－351. (in Chinese))

[15] 韩凯航, 张成平, 王梦恕. 浅埋隧道围岩应力及位移的显式解析解[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(12): 2253－2259. (HAN Kai-hang, ZHANG Cheng-ping, WANG Meng-shu. Explicit analytical solutions for stress and displacement of surrounding rock in shallow tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(12): 2253－2259. (in Chinese))

[16] KARGAR A R, RAHMANNEJAD R, HAJABASI M A. A semi-analytical elastic solution for stress field of lined non-circular tunnels at great depth using complex variable method[J]. International Journal of Solid and Structures, 2014, **51**(6): 1475－482.

[17] 宋浩然, 张顶立, 房　倩. 浅埋海底隧道的围岩应力解析解[J]. 土木工程学报, 2015, **48**(增刊 1): 283－288. (SONG Hao-ran, ZHANG Ding-li, FANG Qian. Analytic solution on the stress of surrounding rocks for shallow subsea tunnel[J]. Chinese Civil Engineering Journal, 2015, **48**(S1): 283－288. (in Chinese))

[18] 梁荣柱, 夏唐代, 胡军华, 等. 新建隧道近距离上穿对既有地铁隧道纵向变形影响分析[J]. 岩土力学, 2016, **37**(增刊 1): 391－399. (LIANG Rong-zhu, XIA Tang-dai, HU Jun-hua, et al. Analysis of longitudinal displacement of existing metro tunnel due to construction of above-crossing new tunnel in close distance[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(S1): 391－399. (in Chinese))

[19] 魏　纲, 张鑫海, 徐银锋. 考虑多因素的类矩形盾构施工引起土体竖向位移研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, **37**(1): 199－208. (WEI Gang, ZHANG Xin-hai, XU Yin-feng. Deriving vertical displacement of ground due to quasi-rectangular shield tunneling considering multiple

factors[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, **37**(1): 199－208. (in Chinese))

[20] 魏 纲, 周杨侃. 随机介质理论预测近距离平行盾构引起的地表沉降[J]. 岩土力学, 2016, **37**(增刊 2): 113－119. (WEI Gang, ZHOU Yang-kai. A simplified method for predicting ground settlement caused by adjacent parallel twin shield tunnel construction based on stochastic medium theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, **37**(S2): 113－119. (in Chinese))

[21] KONG F C, LU D C, DU X L, et al. Displacement analytical prediction of shallow tunnel based on unified displacement function under slope boundary[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2019, **43**(1): 183－211.

[22] 王华宁, 蒋明镜, 何 平. 流变岩体中椭圆洞室断面开挖过程的力学分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(11): 1979－1987. (WANG Hua-ning, JIANG Ming-jing, HE Ping. Analytical solutions for elliptical tunnels in rheological rock considering excavation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(11): 1979－1987. (in Chinese))

[23] 王华宁, 张玉栋, 蒋明镜. 流变岩土体中浅埋隧道围岩力学响应的理论解[J]. 力学季刊, 2016, **37**(1): 22－32. (WANG Hua-ning, ZHANG Yu-dong, JIANG Ming-jing. Analytical solutions for shallow tunnel excavated in rheological geomaterial[J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2016, **37**(1): 22－32. (in Chinese))

[24] 闫富有, 刘忠玉, 殷伟希. 黏弹性地基上厚筏基础蠕变沉降的耦合边界元法[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(1): 94－101. (YAN Fu-you, LIU Zhong-yu, YIN Wei-xi. Coupled boundary element method for creep settlement of thick raft foundation on viscoelastic ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(1): 94－101. (in Chinese))

[25] MESQUITA A D, CODA H B. A simple Kelvin and Boltzmann viscoelastic analysis of three-dimensional solids by the boundary element method[J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2003, **27**(9): 885－895.

[26] MUSKHELISHVILI N I. Mathematical Theory of Elasticity[M]. Leyden: International Publishing, 1954.

[27] TIMOSHENKO P, GOODIER J N. Theory of Elasticity[M]. New York: Mc Graw-Hill, 1970.

[28] GONZALEZ C, SAGASETA C. Patterns of soil deformations around tunnels: application to the extension of Madrid Metro[J]. Computers and Geotechnics, 2001, **28**(6): 445－468.

[29] LOGANATHAN N, POULOS H G. Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(9): 846－856.

[30] PARK K H. Analytical solution for tunnelling-induced ground movement in clays[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2005, **20**(3): 249－261.

[31] LEE K M, ROWE R K, LO K Y. Subsidence owing to tunneling: I estimating the gap parameter[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1992, **29**(6): 929－940.

[32] CHOU W, BOBET A. Predictions of ground deformations in shallow tunnels in clay[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2002, **17**(6): 3－19.

[33] BOBET A. Analytical solutions for shallow tunnels in saturated ground[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2001, **127**(12): 1258－1266.

[34] 姜 民. 盾构穿越新建海堤工后沉降研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2010. (JIANG Min. Study on Post-Construction Settlement of New-Built Sea Embankment after Tunnelling[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2010. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101005

复合地层双模盾构适应性及掘进参数研究

何 川[1, 2]，陈 凡[1, 2]，黄钟晖[3]，孟庆军[3]，刘川昆[1, 2]，王士民*[1, 2]

（1. 西南交通大学交通隧道工程教育部重点实验室，四川 成都 610031；2. 西南交通大学土木工程学院，四川 成都 610031；
3. 南宁轨道交通集团有限责任公司，广西 南宁 530029）

摘 要：依托南宁市轨道交通5号线五一立交站—新秀公园站区间隧道工程，论述了土压–泥水双模盾构的选型依据，基于区间右线双模盾构及左线泥水盾构的现场掘进试验数据，详细对比分析不同地质段和不同模式段的掘进参数变化及能源消耗情况，得出相比于单模式盾构，双模盾构在复合地层条件下的适应性。研究结果表明：始发段由粉土、粉细砂与圆砾组成的复合地层中采用的泥水平衡模式严格控制地面沉降，在过江段所在的全断面粉砂质泥岩和泥质粉砂岩复合地层中，土压模式有效规避了泥水盾构易固结泥饼的风险；掘进速率方面，右线双模盾构相对于左线掘进速率增幅达181.44%；能源消耗方面，右线双模盾构的盾尾油脂消耗、水消耗及电消耗较左线分别减少了7.87%，30.32%，30.64%。

关键词：隧道；双模盾构；掘进试验；复合地层；掘进参数；盾构耗能

中图分类号：U455.43；TU44 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0043－10

作者简介：何 川(1964—)，男，工学博士，博士生导师，主要从事隧道与地下工程方面的教学与研究工作。E-mail: chuanhe21@163.com。

Tunneling parameters and comparison of adaptability for compound strata of dual-mode shield machine

HE Chuan[1, 2], CHEN Fan[1, 2], HUANG Zhong-hui[3], MENG Qing-jun[3], LIU Chuan-kun[1, 2], WANG Shi-min[1, 2]

(1. Key Laboratory of Transportation Tunnel Engineering, Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 2. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China; 3. Nanning Rail Transit Group Co., Ltd., Nanning 530029, China)

Abstract: Based on the tunnel project between Wuyi Interchange Sation and Xinxiu Park Station of Nanning rail transit line 5, firstly the selection basis of the earth pressure-slurry dual-mode shield is discussed, and then, according to the field excavation test data of the right line and left line slurry shield, changes of excavation parameters and energy consumptions of different geological sections and different mode sections are analyzed. Compared with that of single-mode shield, the adaptability of dual-mode shield in composite strata is analyzed. The results show that the slurry-balanced mode used in the composite stratum consisting of silt, silty fine sand and round gravel in the initial section strictly controls the land subsidence, and the earth pressure-balanced mode effectively avoids the risk of clay formation in the composite stratum consisting of full fault silty mudstone and argillaceous siltstone in the river-crossing section. In terms of the excavation rate, the rate of dual-mode shield is 181.44% higher than that of the slurry shield of the left line. In terms of energy consumption, the oil consumption of the shield tail, water consumption and electricity consumption of the dual-mode shield of the right line are 7.87%, 30.32% and 30.64% lower than those of the left line, respectively. The research results may provide a reference for the study on driving parameters and selection adaptability of double-mode shield in composite strata.

Key words: tunnel; dual-mode shield machine; tunneling test; compound stratum; tunneling parameter; shield energy consumption

0 引 言

近年来，随着中国城市地下轨道的高速建设，盾构法施工在中国地铁隧道工程建设中得到越来越广泛的应用。盾构法适用于均一的软土、软岩地层或砂层，掘进模式相对单一，掘进参数相对稳定，施工技术已

基金项目：国家重点研发计划项目（2016YFC0802201）；国家自然科学基金面上项目（51578461）

收稿日期：2020－03－31

*通信作者（E-mail：wangshimin@swjtu.edu.cn）

比较成熟。然而随着地铁发展的逐步深入，盾构施工过程中复合地层情况日益增多，即在开挖延伸方向上有 2 种及以上不同地层，且地层的水文和力学特征相差悬殊。在复合地层中掘进时经常需要不断变换盾构施工方法，调整施工参数，且容易出现掘进效率低下，刀具磨损严重，盾构机抬头，地层沉降等问题[1-2]。因此，复合地层中盾构掘进参数的设计和分析是现阶段的重要课题，中国学者对此展开了大量研究。

袁敏正等[3]通过对广州地铁一、二号线施工相关的盾构刀盘扭矩等主要掘进参数和刀具布置型式的分析和研究，对其盾构机适应性进行了评价；张厚美等[4]依托广州市轨道交通三号线工程，采用正交试验的方法对主要掘进参数对推进速度和刀盘扭矩的影响进行现场试验研究并建立了软土中的推进速度和刀盘扭矩数学模型；韦良文等[5]结合越江隧道盾构施工采集的大量监测数据，对盾构施工参数与开挖面的稳定与平衡做了相应研究。谭忠盛等[6]针对广州地铁二号线软硬不均地层的盾构施工，提出了复合盾构的设计思想，系统研究复合盾构掘进模式的原理、掘进参数及模式之间的转换技术；王为乐[7]针对长沙地区特殊的复合地层的现场监测数据，结合数值计算，对盾构掘进控制参数的规律进行分析和探讨；孟德鑫等[8]深圳隧道掘进中遇到的砾质黏性土、全风化花岗石两种地层，对比分析国内首创大直径土压盾构在相同地层下，不同掘进参数的实际应用效果；李正[9]依托深圳地铁 11 号线施工段，在收集和整理这两个区间工程地质资料和盾构掘进参数的基础上，对土压平衡盾构掘进参数与地层参数的相关性进行了研究。梁桥欣等[10]以南宁市轨道交通 3 号线为工程背景，总结了全断面灰岩地层、上软下硬地层、全断面黏土地层及复合地层条件下小半径曲线段盾构掘进施工关键技术；占传忠[11]以广州地铁六号线二期工程盾构施工数据为例，通过曲线拟合及统计回归方法，得出盾构施工时各掘进参数的相互关系，为盾构的选型及各掘进参数的相互匹配提供参考依据；门燕青等[12]依托济南轨道交通一号线复合地层土压盾构施工，提出一种在盾构机额定配置条件下的分项功耗和施工参数离散性指标双结合的掘进效能评价方法；杨旸等[13]对富水圆砾地层段和圆砾泥岩复合地层段土压平衡盾构掘进参数进行对比分析，并对圆砾地层土仓压力取值范围的计算方法进行讨论。

针对复合地层中施工环境存在的巨大差异，单一模式盾构施工愈发凸显出其局限性，因此兼具不同模式的双模盾构施工法成为应对复合地层的创新技术。凌波等[14-15]研发出并联式土压–泥水双模式盾构，实现在土压和泥水模式进行快捷变换的盾构施工技术；赖理春[16]在并联式双模式盾构的使用过程中总结分析了并联式双模式盾构掘进模式选取的经验，归纳了在不同地质情况所选择对应的掘进模式；管会生等[17]总结了双模式盾构在矿区斜井隧道的掘进参数，分析计算双模式盾构在 2 种掘进模式下的盾构掘进参数，并提出了在不同地质区间下双模式盾构掘进参数的配置建议。周玉标[18]总结了双模式盾构在岩溶发育地层中下穿高速公路的相关措施；刘东[19]运用数值模拟及现场试验分析等，对于复杂地质条件下采用双模式盾构施工进行了研究，形成了 TBM&EPB 双模式盾构机在复合地层中的成套施工技术并总结了刀具磨损规律。朱劲锋等[20]通过广州地铁工程案例，总结出土压–泥水双模式盾构施工技术特点与创新冷冻刀盘技术。

鉴于中国采用双模式盾构掘进复合地层的施工技术仍处于探索阶段，鲜少在相同复合地层环境下对单模式和双模式盾构进行系统的对比研究。为此，本文依托南宁市轨道交通 5 号线五一立交站—新秀公园站（下文简称五—新）隧道工程，基于盾构隧道全段掘进数据，将右线双模式和左线泥水单模式盾构在不同地层的掘进参数和能源消耗指标进行系统性比对，得出双模盾构针对复合地层环境的适应性优势，探究双模盾构施工中两种平衡模式施工盾构参数和地层适应性的关系，对指导今后双模盾构解决复杂地层问题的研究具有重要意义。

1 工程概况

本文依托于南宁市轨道交通 5 号线 02 标土建 5 工区（五—新）盾构隧道工程，该隧道由邕江南始发，下穿南岸沿线建筑物、邕江江底至江北新秀公园站接收。其中五—新隧道区间左线全长约 2091.9 m（共 1395 环），区间右线全长约 2098.1 m（共 1399 环）。右线采用中铁#685 国内首台直控式土压–泥水双模盾构机施工，左线采用中铁#314 直控式泥水盾构机施工，鉴于两线地质情况类似，本工程为检验双模盾构对于复合地层的显著适应性提供了现场对比试验。

五—新区间段隧穿越地层主要为粉土层（③），粉细砂层（④$_{1\text{-}1}$）、圆砾层（⑤$_{1\text{-}1}$）及古近系的粉砂质泥岩（⑦$_{1\text{-}2}$）与泥质粉砂岩（⑦$_{2\text{-}3}$），各层相间分布，五—新区间隧道地质剖面图见图 1。其中江南段施工地层多为粉土–粉细砂、粉细砂–圆砾、粉土–圆砾、圆砾–泥岩等复合地层，邕江江底区间主要为全断面泥岩地层和泥质粉砂岩，江北段施工地层为全断面圆砾、圆砾–泥岩、粉土–圆砾复合地层。各复合地层及其占比统计情况见图 2。

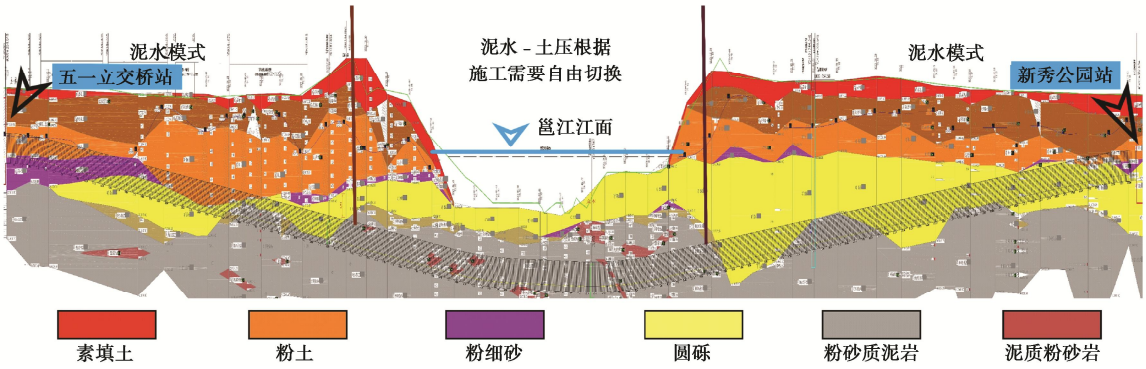
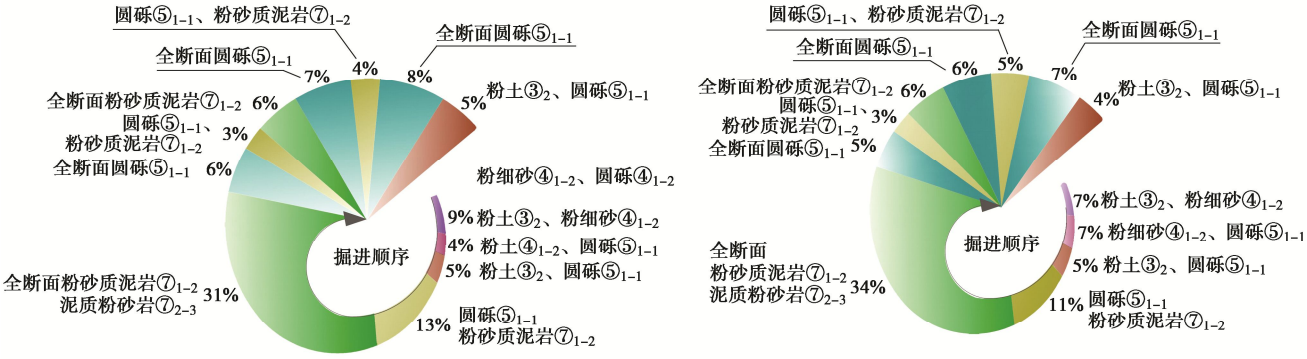


图 1　五—新区间隧道地质剖面图

Fig. 1 Geological section of Wuyi Interchange Station-Xinxiu Park interval



（a）左线区间复合地层　　（b）右线区间复合地层

图 2　五—新区间隧道复合地层统计图

Fig. 2 Statistical diagrams of compound strata in Wuyi Interchange Station-Xinxiu Park interval

表 1　各地层力学参数

Table 1 Mechanical parameters of each stratum

地层类型	密度 /(kg·m^{-3})	天然单轴抗压强度 /MPa	渗透系数 /(m·d^{-1})	黏聚力 /kPa	内摩擦角 /(°)	剪切波速 /(m·s^{-1})
粉土③	1960	—	0.30	10.5	15.3	180
粉细砂④$_{1-2}$	1970	—	3.00	—	25.0	—
圆砾⑤$_{1-1}$	2030	—	70.00	—	35.0	320
粉砂质泥岩⑦$_{1-2}$	2090	0.83	0.02	60.0	15.0	320
泥质粉砂岩⑦$_{2-3}$	2130	2.15	0.80	45.0	30.0	550

圆砾层颗粒硬度较大，局部含有较大粒径卵石泥岩；泥质粉砂岩（⑦$_{2-3}$）局部含泥质，天然状态下单轴抗压强度为 0.92～3.56 MPa，标准值为 1.54 MPa，烘干状态下最大单轴抗压强度达 3.83 MPa。区间隧道所穿越各个地层的具体力学参数见表 1。

其中，粉土、粉细砂和圆砾地层具有强透水性，地层自稳性较差，易造成周边地层松动从而引发地表沉降；邕江江底主要为全断面粉砂质泥岩与局部泥质粉砂岩构成的复合地层，半成岩的泥岩层地层透水性弱，具有膨胀性，失水易开裂、遇水易软化，且泥岩地层中的黏粒含量很高，越江段隧顶最高水位为 25.8 m。

2　土压-泥水双模选型适应性

根据地质报告及南宁市轨道交通一号线、二号线和三号线类似地层施工的经验积累，五—新区间隧道穿越粉砂层、圆砾，泥岩等复合地层在掘进中存在以下技术难点和安全隐患：

（1）区间始发段地质主要穿越粉土、粉细砂和圆砾复合地层，地层自身稳定性较差，由于隧道埋深较浅，下穿浅基础建筑物密集且年限久远，故需要保证地面沉降在规范允许范围内，同时圆砾地层具有强透水性，与邕江存在水力联系。

（2）过江段位于粉砂质泥岩和泥质粉砂岩复合地

表 2 盾构机力学参数

Table 2 Mechanical parameters of shield machines

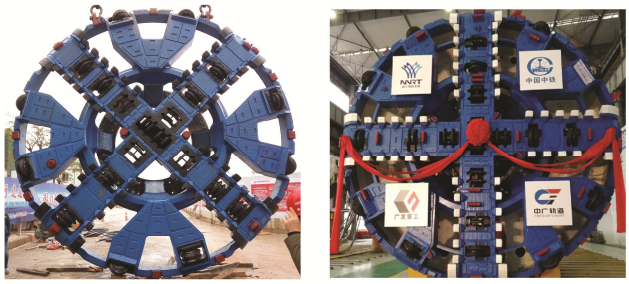
盾构型号	开挖直径/mm	刀盘开口率/%	中心开口率/%	最大推力/T	额定扭矩/(kN·m)	脱困扭矩/(kN·m)	最大工作压力/MPa	最大设计压力/MPa
右线双模中铁#685	Φ6280	40	45	3991	5200	6300	0.3	0.6
左线泥水中铁#314	Φ6280	40	45	3991	6650	8100	0.3	0.6

层，属于弱透水性地层，同时部分区间黏粒含量较高对盾构法施工会造成影响，泥水盾构施工时极易出现渣土滞排和刀盘结饼等问题，影响盾构掘进。

为了克服上述施工重点问题，亟需采用双模盾构以适应在始发段的地表沉降安全要求，同时提高在泥岩复合地层中的掘进效率，规避泥水盾构在此地层易结泥饼、刀具磨损大等风险，从而提高项目掘进效率，保证施工工期。

在始发段掘进时，双模式盾构机采用泥水模式掘进以最大程度减少沉降量。根据现场施工监测数据显示。在区间左、右线完成始发段掘进后地表与建筑物累计沉降为−11 mm，平均沉降为−5 mm，实现了对于地面沉降的精准控制，符合施工预期。在过江段泥岩复合地层掘进时，遇到黏粒含量高段随时进行泥水–土压转换，根据地层需求两种模式交替使用，有效避免了泥水模式易固结泥饼的问题。

五一新区间右线中铁#685 双模盾构和左线#314 泥水盾构刀盘结构实物图和主要参数见图 3 和表 2。



（a）左线区间泥水盾构 （b）右线区间双模盾构

图 3 盾构刀盘实物图

Fig. 3 Photos of cutter head of shield machine

3 盾构掘进参数对比分析

选型设计方面，右线过江段整体采用土压模式掘进，但泥岩复合地层部分区间存在节理裂隙发育，导致地层渗透性增大，与邕江底可能存在水力联系，考虑到复合地层的复杂性，需要适时转换为泥水模式以适应地层对掘进模式的要求。过江段掘进过程中不同平衡模式转换及其对应区间环数详见表 3。右线双模盾构通过内部泥水环流系统和土压出渣系统的配置优化，实现模式转换效率的提升，根据过江段 14 次模式转换的耗时数据，转换时间均控制在 2 h 以内，降低模式转换时间对于施工的影响。

基于大量现场掘进数据，运用数理统计方法分析左、右线掘进速率、刀盘扭矩、刀盘转速、和总推力随地层的变化趋势，对比掘进参数随不同地层的变化规律；通过相同地层条件下左、右线施工参数的系统对比，探究双模盾构在南宁地区复合地层施工的适应性效果。

分析过江段（460～833 环）全断面粉砂质泥岩和分布泥质粉砂岩复合地层下双模式交替使用时的掘进参数数据，对比右线在不同平衡模式下的参数变化特点。

表 3 过江段右线不同模式区间环数

Table 3 Sections numbers for different modes of right line in crossing river section

平衡模式	区间环数	平衡模式	区间环数
土压	460～470	泥水	676～692
泥水	470～516	土压	692～745
土压	516～552	泥水	745～768
泥水	552～574	土压	768～796
土压	574～579	泥水	796～819
泥水	579～611	土压	819～833
土压	611～676		

3.1 掘进速率对比

左、右线的掘进速率对比见图 4。由图 4 可知，除过江段外，隧道左、右线掘进速率随地层的变化规律基本一致，粉土粉、细砂复合地层的掘进速率明显较高，基本在 30～55 mm/min，且数值离散性小，较稳定，在圆砾、泥岩复合地层的掘进速率显著减小，基本位于 3～30 mm/min，且波动剧烈。在软土复合地层如粉土–粉细砂、粉细砂–圆砾、粉土–圆砾层中，双模盾构的掘进速率略高于泥水盾构，但优势不显著；在过江段的全断面泥岩和分布泥质粉砂岩地层中，右线速率显著高于左线，泥水盾构平均掘进速率为 13.15 mm/min，双模盾构为 37.01 mm/min，速率较左线提高了 181.44%。

双模盾构在过江段两种模式的掘进速率统计见图 5。有图 5 可知，土压模式下的掘进速率相比于泥水模式有大幅度提升，土压模式下的速率基本介于 37.1～48.7 mm/min，泥水模式平均速率介于 22.5～39.5 mm/min。经统计，泥水模式下的掘进速率平均值为 29.25 mm/min，土压模式下的掘进速率平均值为

42.56 mm/min，相对泥水模式增长 79.69%，可见选用土压模式在过江段泥岩中掘进具有更好的适应性。

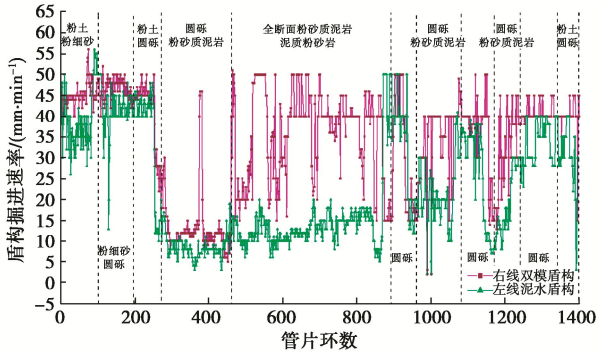


图 4　双模/泥水各地层掘进速率对比

Fig. 4 Comparison of tunneling rate of dual-mode and slurry shield

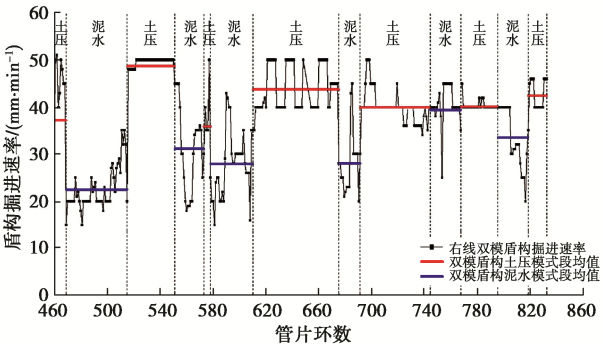


图 5　过江段不同模式掘进速率对比

Fig. 5 Comparison of tunneling rate of different modes of dual-mode shield machine

3.2　刀盘扭矩对比

左、右线的刀盘扭矩对比见图 6。除过江段外，隧道左、右线刀盘扭矩随地层的变化规律基本一致：在粉土、粉细砂和圆砾复合地层中刀盘扭矩最小，基本位于 600～2300 kN·m，刀盘扭矩变化不大，掘进系统较为稳定；进入粉砂质泥岩和圆砾地层后，由于上软下硬地层且地层强度提高故需要适当提高刀盘扭矩，且扭矩调整较为频繁，变化幅度较大。

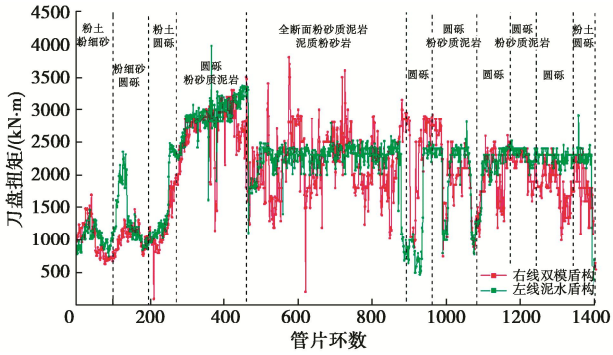


图 6　双模/泥水各地层刀盘扭矩对比

Fig. 6 Comparison of torque of dual-mode and slurry shield

右线双模盾构在过江段区间的扭矩离散程度明显高于左线泥水盾构，区间扭矩最大和最小值分别为 3800，210 kN·m。表明了为了提高贯入度，随着地层变化必须不断调整刀盘扭矩，同时模式转换同样会导致刀盘扭矩的相应变化。

右线在过江段交替使用两种模式的刀盘扭矩统计见图 7，由图 7 可知，两种平衡模式的刀盘扭矩在数值上并没有很明显的规律，都基本满足快速掘进过程中对于提高刀盘扭矩的要求。

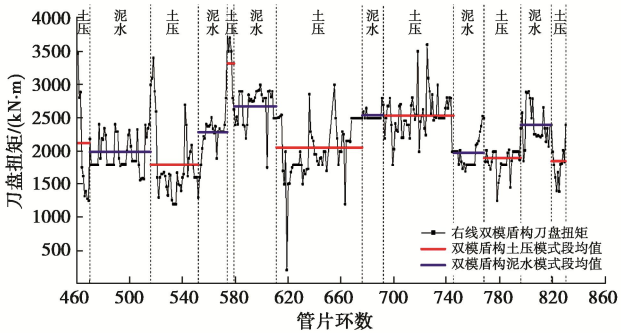


图 7　过江段不同模式刀盘扭矩对比

Fig. 7 Comparison of torque of different modes of dual-mode shield machine

土压模式下的刀盘扭矩数据离散性明显高于泥水盾构，主要原因是泥水模式采用泥浆输送方式排渣，掘进过程中对刀盘扭矩影响不大；而土压模式由于地层状况切屑的渣土块状大小不均匀或者渣土改良效果不一致，使刀盘扭矩更容易产生不均匀变化。

3.3　总推力对比

左、右线的油缸总推力对比见图 8。通过对比分析，隧道左、右线刀盘扭矩随地层的变化规律相似；在粉土、粉细砂和圆砾复合地层中总推力较小，基本位于 5000～20000 kN 区间；进入粉砂质泥岩和圆砾地层后，左、右线推力都出现明显增长以适应上软下硬地层的掘进。在过江段区间内推力皆下降至 20000 kN 以下，与在粉土层中的推力相近，在后续掘进中，会适当下调推力，说明在强度高的地层中需要适当降低推力，以避免刀盘过量磨损。

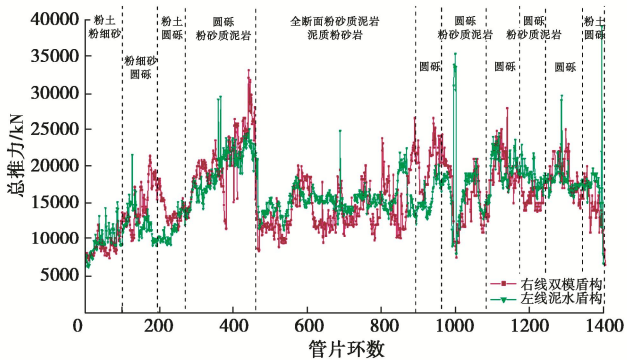


图 8　双模/泥水各地层总推力对比

Fig. 8 Comparison of total thrust of dual-mode and slurry shield

右线过江段两种模式总推力数据见图 9。经统计分析，泥水模式下，总推力相较于土压模式偏高，泥水模式的平均值为 15594 kN，土压模式下为 12689 kN，分析原因是泥水模式下需要泥水仓满仓以平衡掌支面，而土压模式可以采用常压或者半仓土压力的方式掘进，说明在土压模式下快速掘进同时所需的推力更小，而相比泥水盾构加大了推力却没有提高掘进效果，体现了土压模式掘进的适应性。

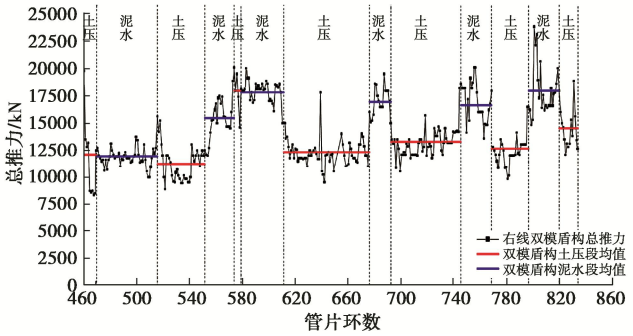


图 9 过江段不同模式总推力对比

Fig. 9 Comparison of total thrust of different modes of dual-mode shield machine

3.4 刀盘转速对比

左、右线刀盘转速对比见图 10。刀盘转速由施工人员设定，基本恒定为某一数值或随地层作适当调试。左、右线起始转速维持在 1.2 r/min 左右，在圆砾–粉砂岩复合地层上升至 1.5 r/min 附近，在全断面粉砂质泥岩下降至 1.4 r/min。这一趋势基本与刀盘扭矩保持一致，原因主要是在粉土–粉细砂地层中掘进效果良好，贯入度高，不需要再提高刀盘转速；在圆砾–粉细砂地层掘进速率低，为了提高掘进速率，提高推力、扭矩和转速；进入全断面泥岩后中避免刀具磨损，需要适当减小刀盘转速和刀盘扭矩。

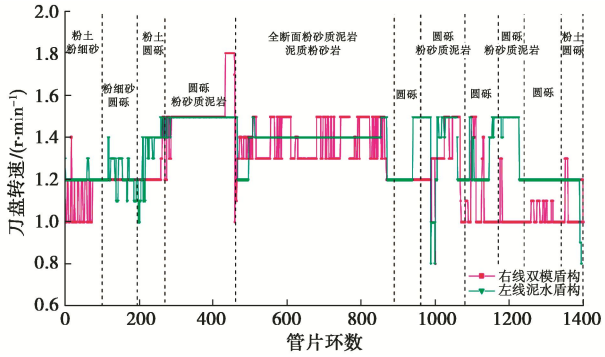


图 10 双模/泥水各地层刀盘转速对比

Fig. 10 Comparison of cutter speed of dual-mode and slurry shield machine

统计左、右线在穿越粉土、粉细砂与圆砾复合地层的刀盘转速均值，右线为 1.09 r/min，左线为 1.23 r/min，可见双模式盾构在此类地层中维持低刀盘转速的同时拥有较左线更好的掘进效果。同时在过江段右线的刀盘转速明显比左线变化更加频繁，与平衡模式的转换关系密切。

右线过江段不同模式下的转速统计见图 11。

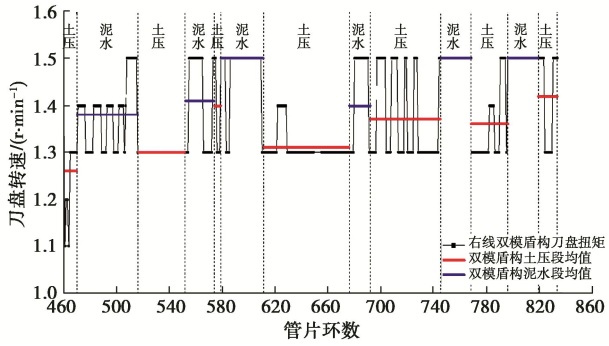


图 11 过江段不同模式刀盘转速对比

Fig. 11 Comparison of cutter speed of different modes of dual-mode shield machine

统计发现，两种模式在刀盘扭矩在数值上差别明显，土压模式均值为 1.34 r/min，泥水模式均值为 1.44 r/min，在土压模式下，可以实现“低转速，高贯入”的掘进效果，而泥水模式需要提高转速，同时推力和扭矩都需要不同程度的提高，体现出泥水模式在该地层掘进的不足。

3.5 过江段不同模式掘进参数总结

统计对比双模式盾构在过江段不同平衡模式下的掘进参数，具体统计数据如表 4 所示。

表 4 过江段右线不同模式掘进参数均值对比

Table 4 Comparison of mean value of tunneling parameters of different modes of right line

平衡模式	掘进效率 /(mm·min⁻¹)	刀盘扭矩 /(kN·m)	总推力/kN	刀盘转速 /(r·min⁻¹)
土压模式	42.6	2237.2	12689	1.34
泥水模式	29.2	2251.9	15594	1.44

由表 4 可知，双模盾构在过江段土压模式下掘进速率显著提高，相比于泥水模式，土压平衡模式在掘进过程中，刀盘扭矩数值变化不大，总推力明显降低，刀盘转速下降，由此可见，相对于泥水模式，土压模式在过江段泥岩地层具有更好的掘进适应性。

3.6 双模盾构各复合地层掘进参数建议范围

基于五—新区间右线所穿越的复合地层类型，结合南宁地铁二号线、三号线下穿邕江在相同复合地层施工案例中的掘进情况，提出在五—新区间右线所穿越的复合地层条件下，双模式盾构刀盘扭矩、

表 5 双模式盾构各复合地层掘进参数取值参考范围

Table 5 Reference ranges of driving parameters for composite strata of dual-mode shield

复合地层类型	掘进速率/(mm·min^{-1})	刀盘扭矩/(kN·m)	总推力/kN	刀盘转速/(r·min^{-1})
粉土、粉细砂	25～55	750～1470	6200～15100	1.2～1.3
粉细砂、圆砾	20～50	850～2350	9100～17000	1.0～1.4
圆砾、粉砂质泥岩	5～40	790～3300	8000～30000	0.8～1.5
粉砂质泥岩、泥质粉砂岩	5～50	690～3354	11200～21000	1.2～1.5
全断面圆砾	5～50	470～2500	12100～25000	1.2～1.5
粉土、圆砾	10～48	960～2480	6700～22000	1.0～1.5

总推力和刀盘转速的合理控制范围，为南宁地铁采用双模盾构穿越相关复合地层时的掘进参数选取提供参考建议，具体数值范围见表 5。

4 能耗参数对比分析

4.1 盾尾油脂消耗分析

对比左线泥水盾构及右线双模盾构，根据盾尾油脂消耗随地层的变化可知，除过江段外，双模盾构在其他复合地层油脂消耗量较泥水盾构稍低，双模盾构在粉土、圆砾复合地层中盾尾油脂消耗减少最为明显，相较于左线泥水盾构 28.03 kg/环，右线双模盾构下降至 21.76 kg/环，相比减少了 22.37%。

由于右线过江段在粉砂质泥岩、泥质粉砂岩复合地层中进行了 14 次模式转换，在泥水模式切换至土压模式之前，需要用盾尾油脂将前隔板所有泥浆管路进行封堵，以避免启动土压模式后渣土将管口堵塞的风险，右线在此阶段的盾尾油脂消耗量为 30.42 kg/环，相较于左线油脂消耗量高出 15.3%。

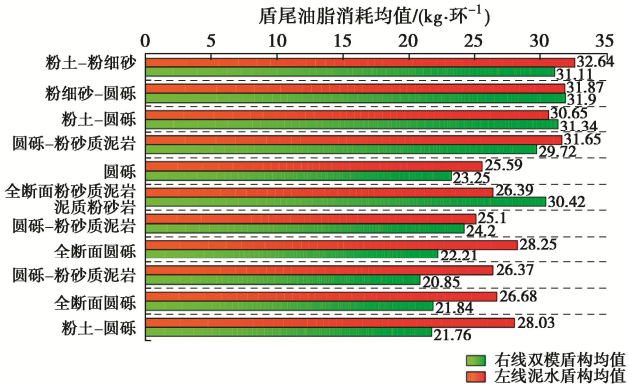


图 12 双模/泥水各地层盾尾油脂消耗对比

Fig. 12 Comparison of tail grease of dual-mode and slurry shield

不同平衡模式下的盾尾油脂消耗量见图 13。经过统计可得，土压模式下的盾尾油脂平均消耗量为 21.61 kg/环，泥水模式下为 23.76 kg/环，泥水模式消耗稍高，主要是原因转换时需要向进入泥水仓内的管路注入盾尾油脂，增加了泥水模式的盾尾油脂消耗量。

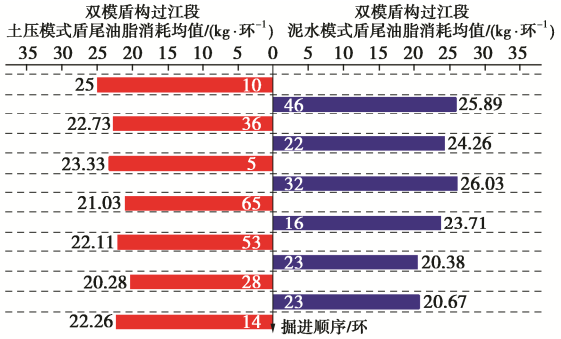


图 13 过江段不同模式盾尾油脂消耗对比

Fig. 13 Comparison of tail grease of different modes of dual-mode shield

4.2 盾构水消耗分析

左右线掘进不同地层的水消耗如图 14 所示。根据不同地层水消耗的情况，在软土中耗水量较低，主要和地层掘进效果良好有关。而在圆砾–粉细砂泥岩地层中，左线泥水盾构遇到掘进难度加大的情况，所以用水量突然增大。而双模盾构整体用水量变化更加平稳。

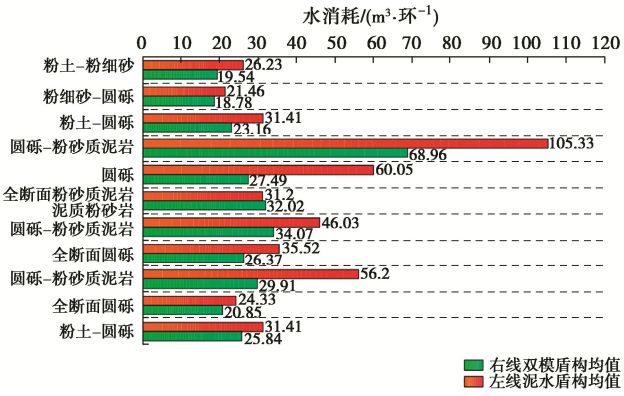


图 14 双模/泥水各地层水消耗对比

Fig. 14 Comparison of water consumption of dual-mode and slurry shield

过江段不同模式下的耗水量见图 15。统计分析右线不同模式下的水消耗量，泥水模式下水消耗量

均值为 35.73 m^3/环，土压模式下水消耗量均值为 19.98 m^3/环，相比泥水模式减少 78.83%。主要原因是泥水模式下通过泥浆循环排渣系统用水量较大，而土压模式直接使用螺旋排渣系统排渣土，水消耗较少。

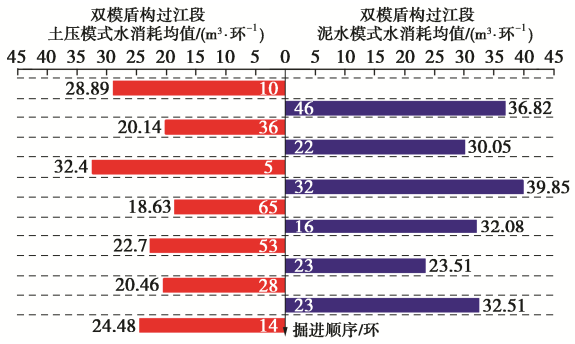


图 15 过江段不同模式水消耗对比

Fig. 15 Comparison of water consumption of different modes of dual-mode shield

4.3 盾构电能消耗分析

左右线掘进不同地层的电能消耗如图 16 所示。由图 16 可知，右线在复合地层掘进过程中的电能消耗普遍低于左线。电能消耗随地层变化规律相似，在粉土、粉细砂复合土层中盾构机保持较低转速和较低扭矩即可保持较大贯入度，掘进效果良好，所以耗电量明显较低。在圆砾–粉砂质泥岩复合地层中，由于地层强度增大，刀盘转速、扭矩和总推力都有大幅度提升，同时实际掘进速率依然偏低，导致盾构耗电量突增。

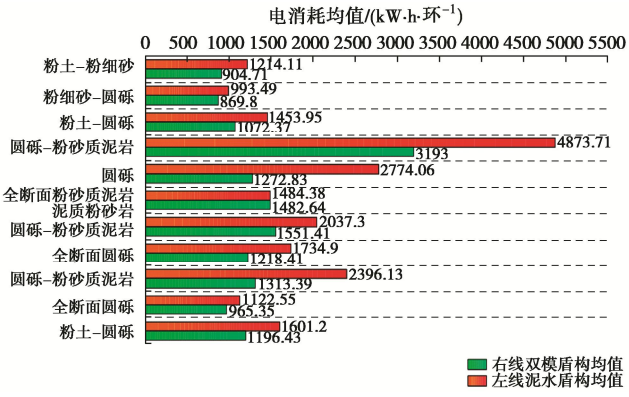


图 16 双模/泥水各地层电能消耗对比

Fig. 16 Comparison of electricity consumption of dual-mode / slurry shield

不同模式的电能消耗对比见图 17。经统计，泥水模式下盾构施工的电能消耗为 1559.81 kW·h/环，土压模式为 950.36 kW·h/环，相对于泥水盾构减少 39.07%，节能效果显著。

4.4 左、右线对比和过江段不同模式能耗总结

针对隧道所处的复合地层，统计分析左、右线掘进的能源消耗均值及相较于右线的节能效果见表 6，可知，相对于泥水盾构，双模盾构盾尾油脂消耗、水消耗、电消耗均有不同程度的降低，节能效果分别达到 7.87%，30.32%，30.67%。

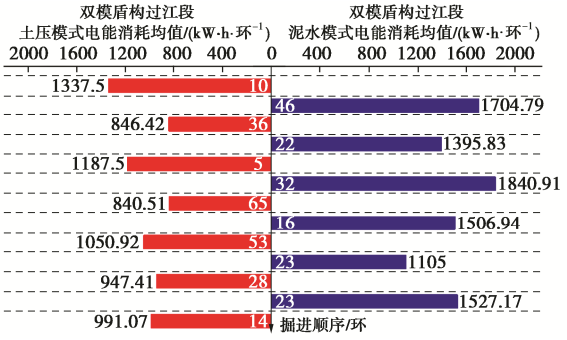


图 17 过江段不同模式电能消耗对比

Fig. 17 Comparison of electricity consumption of different modes of dual-mode shield

表 6 隧道全段左右线能耗均值对比

Table 6 Comparison of mean values of energy consumption between left and right lines

盾构类型	盾尾油脂消耗 /(kg·环$^{-1}$)	水消耗 /(m^3·环$^{-1}$)	电消耗 /(kW·h·环$^{-1}$)
泥水盾构	28.47	42.65	1971.43
双模盾构	26.23	29.72	1367.30
节能效果	7.87%	30.32%	30.64%

在过江段区间，总结右线在采用不同平衡模式下 3 个主要能源指标的损耗特点，分析发现在过江段使用土压模式掘进具有更好的节能效果，相比于泥水平衡模式，土压平衡模式在盾尾油脂消耗、水消耗、电消耗方面的节能效果分别达到 9.05%，44.08%，39.07%，统计结果见表 7。

表 7 过江段右线不同模式能耗均值对比

Table 7 Comparison of energy consumption mean values of different modes of right line

平衡模式	盾尾油脂消耗 /(kg·环$^{-1}$)	水消耗 /(m^3·环$^{-1}$)	电消耗 /(kW·h·环$^{-1}$)
泥水模式	23.76	35.73	1559.81
土压模式	21.61	19.98	950.36
节能效果	9.05%	44.08%	39.07%

5 结 论

依托南宁市轨道交通 5 号线五—新区间盾构隧道工程，论述了双模式盾构的选型依据，并基于复合地层条件下的盾构现场掘进试验，采集了现场大量掘进

参数和能源消耗数据。借助数理统计方法，分析了双模盾构在长段软硬交替复合地层环境下掘进参数的变化规律，并与左线泥水盾构的掘进效能、能源消耗进行对比，主要得出以下 3 点结论。

（1）双模式盾构在复合地层体现了良好的适应性：始发段处于粉土、粉细砂、圆砾组成的复合地层中，隧道埋深较浅且下穿越浅基础老旧建筑物，故采用泥水平衡模式减少对地层的扰动，始发段完成掘进后建筑物沉降累计量−11 mm；在过江段所在的全断面粉砂质泥岩和泥质粉砂岩复合地层渗透低且黏粒含量高，双模盾构实现快速模式转换，土压模式的使用有效规避了泥水模式易结泥饼的风险。

（2）针对过江段，两线采用工法不同，左、右线在过江段泥岩和分布粉砂岩地层中，右线掘进速率显著高于左线：左线泥水盾构平均掘进速率为 13.15 $mm\cdot min^{-1}$，右线双模盾构为 37.01 $mm\cdot min^{-1}$，较左线速率提高了 181.44%，可见过江段土压模式的使用显著提高了掘进速率，表明双模式盾构在针对复合地层的掘进时具有显著优势。

（3）右线双模盾构在整个区间范围内，平均每环隧道相比左线泥水盾构盾尾油脂消耗减少 7.87%、水资源消耗减少 30.32%，电能消耗减少 30.64%，表明对于复合地层而言，双模盾构在能耗方面优于单模式盾构。

参考文献：

[1] 李俊伟, 李丽琴, 吕培印. 复合地层条件下盾构选型的风险分析[J]. 地下空间与工程学报, 2007(增刊 1): 1241－1244, 1260. (LI Jun-wei, LI Li-qin, LÜ Pei-yin. Risk analysis on shield type selection at compound stratum[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007(S1): 1241－1244, 1260. (in Chinese))

[2] 竺维彬, 王　晖, 鞠世健. 复合地层中盾构滚刀磨损原因分析及对策[J]. 现代隧道技术, 2006(4): 72－76, 82. (ZHU Wei-bin, WANG Hui, JU Shi-jian. Analysis and Countermeasure of the abrasion of shield hob in compound stratum[J]. Modern Tunneling Technology, 2006(4): 72－76, 82. (in Chinese))

[3] 袁敏正, 鞠世健, 竺维彬. 广州地铁一号线和二号线盾构机适应性研究与探讨[J]. 现代隧道技术, 2004(3): 31－34, 39. (YUAN Min-zheng, JU Shi-jian, ZHU Wei-bin. Research and discussion on adaptability of shield machine for Guangzhou Metro Line 1 and Line 2[J]. Modern Tunneling Technology, 2004(3): 31－34, 39. (in Chinese))

[4] 张厚美, 吴秀国, 曾伟华. 土压平衡式盾构掘进试验及掘进数学模型研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(增刊 2): 5762－5766. (ZHANG Hou-mei, WU Xiu-guo, ZENG Wei-hua. Study on tunneling experiment and mathematical model of EPB shield[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(S2): 5762－5766. (in Chinese))

[5] 韦良文, 张庆贺, 邓忠义. 大型泥水盾构隧道开挖面稳定机理与应用研究[J]. 地下空间与工程学报, 2007, **3**(1): 87－91. (WEI Liang-wen, ZHANG Qing-he, DENG Zhong-yi. Study on the stability mechanism and application of the excavation face of large slurry shield tunnel[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2007, **3**(1): 87－91. (in Chinese))

[6] 谭忠盛, 洪开荣, 万姜林, 等. 软硬不均地层复合盾构的研究及掘进技术[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(增刊 2): 3945－3952. (TAN Zhong-sheng, HONG Kai-rong, WAN Jiang-lin, et al. Study on composite shield and construction technique in complex uneven strata[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(S2): 3945－3952. (in Chinese))

[7] 王为乐. 长沙地铁复合地层盾构选型与掘进参数研究[D]. 长沙: 中南大学, 2012. (WANG Wei-le. Study on Shield Type Selection and Driving Parameters of Changsha Metro Complex Stratum[D]. Changsha: Central South University, 2012. (in Chinese))

[8] 孟德鑫, 谭忠盛, 李　涛. 大直径土压平衡盾构掘进参数对比试验研究[J]. 土木工程学报, 2015, **45**(增刊 1): 444－448. (MENG De-xin, TAN Zhong-sheng, LI Tao. Comparative test and research on excavation parameters of large diameter EPB shield[J]. China Civil Engineering Journal, 2015, **45**(S1): 444－448. (in Chinese))

[9] 李　正. 深圳复合地层 φ7m 盾构掘进参数与地层相关性研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2016. (LI Zheng. Correlation Study between Tunneling Parameters of φ7m EPB TBM and Geotechnical Properties of Shenzhen's Complex Stratum[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016. (in Chinese))

[10] 梁桥欣, 魏　礼, 何　省. 南宁地铁复合地层盾构施工关键技术[J]. 铁道建筑, 2017, **57**(10): 67－70. (LIANG Qiao-xin, WEI Li, HE Xing. Key Technology of nanning subway shield construction in composite strata[J]. Railway Engineering, 2017, **57**(10): 67－70. (in Chinese))

[11] 占传忠. 复合地层盾构的适应性及掘进参数的关联性分析[J]. 中国煤炭地质, 2018, **30**(增刊 1): 101－108. (ZHAN Chuan-zhong. Relevance analysis of composite strata shield tunneling adaptability and tunneling parameters[J]. Coal

Geology of China, 2018, **30**(S1): 101 – 108. (in Chinese))

[12] 门燕青, 王永军, 周建国, 等. 济南复合地层土压平衡盾构掘进效能实测分析[J]. 土木工程学报, 2019, **52**(8): 110 – 119. (MEN Yan-qing, WANG Yong-jun, ZHOU Jian-guo, et al. Measurement and analysis on EPB shield machine tunneling efficiency in jinan composite stratum[J]. China Civil Engineering Journal, 2019, **52**(8): 110 – 119. (in Chinese))

[13] 杨 旸, 谭忠盛, 彭 斌, 等. 富水圆砾地层土压平衡盾构掘进参数优化研究[J]. 土木工程学报, 2017, **50**(增刊 1): 94 – 98. (YANG Yang, TAN Zhong-sheng, PENG Bin, et al. Study on optimization boring parameters of earth pressure balance shield in soaked round gravel strata[J]. China Civil Engineering Journal, 2017, **50**(S1): 94 – 98. (in Chinese))

[14] 凌 波, 史雪珊. 国内首台泥水、土压双模式盾构机的设计[J]. 中国科技投资, 2014(6): 58. (LING Bo, SHI Xue-shan. Design of the first slurry and EPB dual-mode shield machine in China[J]. China Venture Capital, 2014(6): 58. (in Chinese))

[15] 凌 波, 吴启光. 一种双模式盾构机实用新型专利:ZL201220602041. 4[P]. 2013-06-05[2019-05-13]. (LING Bo, WU Qi-guang. A Utility Model Patent of Dual-Mode Shield Machine: ZL201220602041. 4[P]. 2013-06-05[2019-05-13]. (in Chinese))

[16] 赖理春. 浅谈双模式盾构施工模式的选取[J]. 建筑机械化, 2016, **37**(2): 48. (LAI Li-chun. Select of the double model shield construction[J]. Construction Mechanization, 2016, **37**(2): 48. (in Chinese))

[17] 管会生, 张 瑀, 杨延栋. 新街台格庙矿区斜井隧道双模式盾构关键掘进参数配置研究[J]. 隧道建设, 2015, **35**(4): 377. (GUAN Hui-sheng, ZHANG Yu, YANG Yan-dong. Study on key boring parameters of dual-mode shield used for inclined shaft of Xinjie Taigemiao Mines[J]. Tunnel Construction, 2015, **35**(4): 377. (in Chinese))

[18] 周玉标. 双模式盾构下穿岩溶发育区高速公路施工技术[J]. 建筑机械化, 2016, **37**(5): 42. (ZHOU Yu-biao. Application of dual mode shield in highway construction in karst development area[J]. Construction Mechanization, 2016, **37**(5): 42. (in Chinese))

[19] 刘 东. TBM&EPB 双模式盾构复合地层施工关键技术研究[D]. 成都: 西南交通大学, 2017. (LIU Dong. Study on the Key Technology of TBM & EPB Double Mode Shield Construction in Composite Stratum[D]. Chengdu: South West Jiaotong University, 2017. (in Chinese))

[20] 朱劲锋, 廖鸿雁, 袁守谦, 等. 并联式泥水/土压双模式盾构施工技术与冷冻刀盘开舱技术的创新与实践[J]. 隧道建设(中英文), 2019, **39**(7): 1187 – 1200. (ZHU Jin-feng, LIAO Hong-yan, YUAN Shou-qian, et al. Innovation and practice of parallel dual-mode slurry/EPB shield construction technology and freezing cutterhead opening technology[J]. Tunnel Construction, 2019, **39**(7): 1187 – 1200. (in Chinese))

彩色插图索引

Doi: 10.11779/CJGE202101003 一文彩色插图 …… （后插 1）
Doi: 10.11779/CJGE202101005 一文彩色插图 …… （后插 1）
Doi: 10.11779/CJGE202101006 一文彩色插图 …… （后插 2）
Doi: 10.11779/CJGE202101010 一文彩色插图 …… （后插 2）
Doi: 10.11779/CJGE202101012 一文彩色插图 …… （后插 2）
Doi: 10.11779/CJGE202101015 一文彩色插图 …… （后插 4）
Doi: 10.11779/CJGE202101017 一文彩色插图 …… （后插 2）
Doi: 10.11779/CJGE202101019 一文彩色插图 …… （后插 3）
Doi: 10.11779/CJGE202101021 一文彩色插图 …… （后插 3）
Doi: 10.11779/CJGE202101023 一文彩色插图 …… （后插 3）

DOI：10.11779/CJGE202101006

盐渍土冻结过程中的特征温度研究

应 赛[1,2]，周凤玺[*1]，文 桃[2]，曹亚鹏[3]

（1. 兰州理工大学土木工程学院，甘肃 兰州 730000；2. 长江师范学院建筑物全生命周期健康检测与灾害防治工程研究中心，重庆 408100；3. 中科院西北生态环境资源研究院冻土工程国家重点实验室，甘肃 兰州 730000）

摘 要：盐渍土在降温冻结过程中出现过冷温度和冻结温度两种特征温度，分别表示在降温过程中孔隙溶液中晶核形成和孔隙溶液与冰晶共存时的临界温度，对判断土体的冻结状态有着重要的意义。首先，通过不同含盐量的土体冻结试验，得到了相应的过冷温度和冻结温度；然后，基于热力学与经典成核理论给出了盐渍土冻结过程中的两种特征温度的理论计算模型，并与试验结果进行对比，验证了该模型的有效性；最后，分析了盐渍土特征温度的影响因素，重点考察了孔隙溶液中结晶盐析出对冻结温度和过冷温度的影响。结果表明，提出的模型可以实现对盐渍土冻结特征温度的有效预测。通过冻结特征温度随含盐量的关系曲线，可以得到结晶盐析出时的含盐量。冻结时孔隙溶液的浓度与冻结温度存在负相关关系，结晶盐的析出引起冻结时孔隙溶液浓度下降，从而使冻结温度升高。而结晶盐析出导致孔隙溶液浓度降低和土颗粒与冰晶接触角减小的双重影响，是盐渍土过冷温度的升高的原因。

关键词：盐渍土；冻结温度；过冷温度；结晶盐析出

中图分类号：TU45 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0053－09

作者简介：应 赛(1989—)，男，博士研究生，主要从事盐渍土盐冻胀变形机制方面的研究工作。E-mail：yingsai35910@163.com。

Characteristic temperatures of saline soil during freezing

YING Sai[1,2], ZHOU Feng-xi[1], WEN Tao[2], CAO Ya-peng[3]

(1. College of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730000, China; 2. Engineering Research Center for Health Monitoring in Building Life Cycle and Disaster Prevention, Yangtze Normal University, Chongqing 408100, China; 3. State Key Laboratory of Frozen Soil Engineering, Northwest Institute of Eco-Environment and Resources, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: The characteristic temperatures appearing in freezing process of saline soil include the freezing temperature and the supercooling temperature. The former is the point at which chemical potentials of ice and liquid achieve equilibrium, and the latter is the point of ice nucleation. The characteristic temperatures are important for the analysis of the freezing state of soil. In the beginning, the characteristic temperatures are obtained through the freezing tests on the saline soil with different salt contents. And then, a model for calculating the characteristic temperatures is provided based on the thermodynamics and the classical nucleation theory. The model is proved to be reliable by comparing the calculated data with the test data. Finally, the influence factors for the model are analyzed, and especially the influences of salt precipitation on the characteristic temperatures are considered. The results show that the proposed model can effectively predict the characteristic temperatures of the saline soil. The salt content corresponding to the salt precipitation can be acquired by the relationship curve between the characteristic temperatures and the salt contents of the saline soil. The freezing temperature has a negative correlation with the concentration of pore solution, and the salt precipitation will induce the depression of the concentration of pore solution so as to increase the freezing temperature. The reason for the increase of the supercooling temperature of the saline soil is the double-effect of the depression of solution concentration and the decrease of contact angle between ice and soil particles.

Key words: saline soil; freezing temperature; supercooling temperature; salt precipitation

0 引 言

盐渍土在中国西北部寒旱区有着广泛的分布，其工程性质除了受到本身矿物、结构等因素影响外，更

基金项目：国家自然科学基金项目（11962016）；教育部春晖计划项目（Z2016178）；长江师范学院校级科研项目（2017XJQN16）

收稿日期：2020－06－06

*通信作者（E-mail：geolut@163.com）

多的是受环境因素的影响和控制。其中，温度的改变会导致盐渍土孔隙中的盐溶液发生水盐相变现象，包括孔隙溶液中液态水结晶/融化和溶解盐析出/溶解等，进而影响土的物理力学性质，引起盐渍土地基的盐胀、冻胀和融陷等现象，从而对建筑物和地面设施产生危害[1]。盐渍土孔隙溶液的相变行为受到温度、湿度以及孔隙的吸附和毛细作用、溶质的种类与含量等诸多因素的影响[2-9]，使得盐渍土中水盐相变机制成为特殊土力学及其工程性质领域的一个研究热点和难点问题。盐渍土冻结时的特征温度：冻结温度和过冷温度，是孔隙溶液相变在热量维度的宏观表现，是判断土体是否冻结，预测冻结深度和冻胀变形等工程应用中重要的基本物理指标[10-11]，同时对土体中的水分迁移和分凝冰形成有着重要的影响[12-14]。

许多学者利用室内冻结温度试验，对土体冻结温度与土质、水盐含量及盐的种类等因素的关系进行了系统的研究[15-23]，认为黏性土冻结温度小于砂土冻结温度，塑限对冻结温度有显著影响，土体的冻结温度随含盐量的增加而降低，一定范围内随含水率的增加而增大，随荷载增加而逐渐降低。大量学者利用核磁共振和差热分析技术针对受限于孔隙中水的相变温度进行研究，结果表明孔隙中水的相变温度与冰晶–溶液接触面的曲率和表面张力有关[24-27]，满足 Gibbs-Thomson 方程，该方程被广泛应用于孔隙分布和孔形貌的测定[28]。

Wan 等[29]、Xiao 等[30]考虑了盐溶液中水的活度对冻结温度的影响，给出了盐渍土冻结温度的计算公式，揭示了冻结温度随溶液浓度增大而降低的机理。Kozlowski 等[31]根据试验结果给出了以液塑限、含水率和土样质量为参数的土体过冷温度经验公式，但对于盐渍土的过冷温度，还是缺少简单有效的理论计算模型。试验表明当盐渍土冻结前有结晶盐析出时，冻结温度会发生突变[29]，上述冻结温度公式不再适用。对于结晶盐析出对冻结特征温度的影响这一问题，现有的研究缺乏深入的分析与探讨。

本文通过室内试验测定了盐渍土在冻结过程中的过冷温度和冻结温度，基于热力学原理与成核理论，给出了冻结特征温度的计算方法，分析了结晶盐析出对盐渍土冻结过程中特征温度的影响规律。成果对深化认识多孔介质中的水盐相变机理和寒区盐渍土的盐冻胀病害防治具有一定的指导意义。

1 盐渍土特征温度试验研究

1.1 试验材料

试验用土为兰州地区粉土，土体经纯净水洗盐（6 次）、烘干、粉碎、过筛（2 mm）后密封保存，土的物理性质指标见表 1。使用无水硫酸钠溶解于蒸馏水中，在室温下（20±2℃）配制成一定浓度的硫酸钠溶液，将其与干燥土体拌和均匀后配制成土样。土样的含水率为溶液中水的质量与干土质量之比，控制为 18%。土样中含盐量由溶液浓度控制，本次试验中土体含盐量控制见表 2。试样在高 3.5 cm，直径 3.5 cm 的金属容器中压实，干密度为 1.75±0.01 g/cm^3，该干密度下土样的孔隙分布由压汞试验测定，孔隙分布曲线如图 1 所示，由压汞试验可知，试样孔径结构为单峰孔隙结构，平均孔径为 0.25 μm，孔隙率为 35.2%。

表 1 土的物理性质指标

Table 1 Physical properties of soil

土粒相对质量密度	液限 w_L/%	塑限 w_P/%	塑性指数 I_p
2.71	26.8	17.6	9

表 2 土样含盐量

Table 2 Salt contents of samples

编号	含盐量/(mol·L^{-1})	编号	含盐量/(mol·L^{-1})
1	0	9	0.610
2	0.076	10	0.685
3	0.152	11	0.761
4	0.228	12	0.838
5	0.305	13	0.914
6	0.381	14	0.990
7	0.457	15	1.066
8	0.533	16	1.142

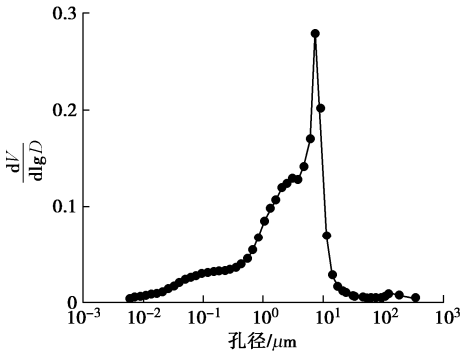


图 1 重塑土样的孔隙分布

Fig. 1 Grain-size distribution curves of remolded samples

1.2 试验仪器及测试方法

试验所采用的控温装置为低温冷浴，精度为±0.1℃，测温装置采用中科院寒旱所自制的温度探头，精度为±0.01℃。将温度探头插入金属容器中土样中，容器用隔水膜包裹后放入冷浴，冷浴温度由 18℃降至−15℃，过程中试样的降温速率为 0.3±0.05℃/min，期间使用数据采集器 DT80 每隔 5 s 采集一次温度数据。

1.3　试验结果

土体冻结时的特征温度包括冻结温度 T_f与过冷温度 T_s，如图 2 所示[10-12]。从图 2 可以看到，土体冻结曲线分为过冷、上升、稳定和下降 4 个阶段。过冷阶段中孔隙溶液处于过冷状态，没有冰晶产生，在该阶段的温度最低点为过冷温度，是孔隙溶液中冰晶成核的起始点。在上升阶段，大量冰晶成核，释放潜热，土体温度回升。在稳定阶段晶体生长所释放的潜热与土体与外界热量交换所导致的热量散失相平衡，大量自由水在该阶段冻结，此时土体温度保持稳定，为土体的冻结温度。当大量自由水冻结完成后，吸附水冻结释放的潜热有限，土体温度逐渐下降，该阶段为土体冻结的下降阶段。

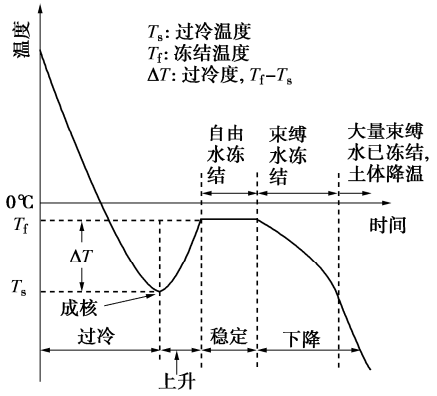


图 2　土体冻结曲线示意图

Fig. 2 Typical cooling curve of frozen soil

图 3 为试验测得不同含盐量盐渍土的冻结曲线，从曲线上可以读出土体的冻结温度与过冷温度。将不同含盐量土体的冻结特征温度绘制于图 4，可以看到，随着含盐量的增大，冻结温度与过冷温度的变化趋势基本一致，分为下降、上升和稳定 3 个阶段。在下降阶段，随着土体含盐量的增加，特征温度逐渐降低；当含盐量大于 0.533 mol/L 时，过冷温度和冻结温度随着含盐量的增加而升高，为上升阶段；当含盐量大于等于 0.76 mol/L 时，土体冻结曲线上的两个特征温度将随着含盐量的增加基本保持不变，为稳定阶段。从图 3 可以明显观察到，当土体含盐量大于等于 0.609 mol/L 时，土体冻结前有结晶盐析出放热现象，这说明在土体含盐量为 0.533～0.609 mol/L 的某一值时，土体冻结前有结晶盐析出。所以冻结前结晶盐析出的临界点为 0.533～0.609 mol/L 的某一值，由试验无法精确得到，采用上升阶段的起始点，0.533 mol/L 作为冻结前结晶盐析出的临界点。认为当土体含盐量小于等于 0.533 mol/L 时，土体冻结前无结晶盐析出，当土体含盐量大于 0.533 mol/L 时，土体冻结前开始有结晶盐析出。

由图 4 可以看到，当含盐量大于 0.533 mol/L 时，土体冻结温度开始进入上升阶段，这表明土体冻结前的结晶盐析出与土体冻结温度的上升同步发生，由此可以判断，土体冻结前的结晶盐析出是导致土体冻结特征温度升高的原因，Wan 等[29]研究结果也证实了这一点。

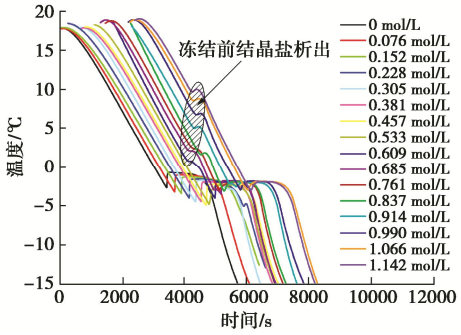


图 3　盐渍土冻结曲线

Fig. 3 Cooling curves of saline soil

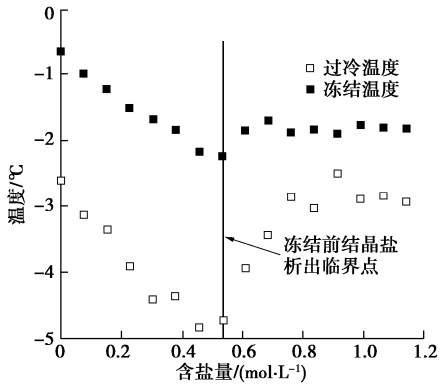


图 4　盐渍土冻结特征温度试验值

Fig. 4 Experimental results of characteristic temperatures of saline soil

2　盐渍土冻结温度模型

2.1　溶液冻结温度

冰–溶液共存体系中当溶液与冰达到平衡时，二者的化学势相等：

$$\mu_i(T,p_i)=\mu_l(T,p_l,a_w) \quad , \tag{1}$$

式中，μ_i 和 μ_l 分别为冰和溶液的化学势，p_i 和 p_l 分别为冰和溶液的压力（Pa），a_w 为溶液的活度，T 为温度（K）。

当冰晶直径大于 1 μm，可忽略冰晶曲率的影响[32]，此时溶液和冰的化学势分别为

$$\mu_l(T,p_l,a_w)=\mu_l^0(T_0,p_0)+\int_{p_0}^{p_l}V_w\mathrm{d}p-\int_{T_0}^{T}S_w\mathrm{d}T+RT\ln a_w \quad , \tag{2}$$

$$\mu_i(T,p_i)=\mu_i^0(T_0,p_0)+\int_{p_0}^{p_i}V_i\mathrm{d}p-\int_{T_0}^{T}S_i\mathrm{d}T \quad 。 \tag{3}$$

式中　$\mu_l^0(T_0,p_0)$ 和 $\mu_i^0(T_0,p_0)$ 分别为溶液和冰在标准

态（p_0 为标准大气压，T_0=273.15 K）下的化学势；V_w 和 V_i 分别为水和冰的摩尔体积（$m^3 \cdot mol^{-1}$）；S_w 和 S_i 分别为水和冰的摩尔焓（$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$）；$R$ 为理想气体常数（$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$）。

在标准态下冰水两相达到平衡时有

$$\mu_l^0(T_0, p_0) = \mu_i^0(T_0, p_0) \quad 。 \tag{4}$$

将式（2）～（4）代入式（1），可得

$$\int_{p_0}^{p_l} V_w \mathrm{d}p - \int_{p_0}^{p_i} V_i \mathrm{d}p + RT \ln a_w = \int_{T_0}^{T} S_w - S_i \mathrm{d}T \quad 。 \tag{5}$$

当 T 为冻结温度 T_f 时，过冷度 $\Delta T = T_f - T$ 为 0，此时 $p_0 = p_i = p_l$[30, 33]，代入式（5）可得

$$T_f - T_0 = \frac{RT \ln a_w}{\Delta S_m} \quad 。 \tag{6}$$

式中，$\Delta S_m = S_w - S_i = L_{wi}/T$ 为冰水相变时的焓变（$J \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$），$L_{wi}$ = 6010 $J \cdot mol^{-1}$ 为冰水相变潜热。

式（6）表示溶液的冻结温度 T_f 还将受到溶液活度的影响。对于盐溶液来说，溶液浓度对冻结温度的影响体现在水的活度 $\ln a_w$ 这一项上。

考虑结晶体含有 v_M 个电荷数为 z_M 的正离子 M，v_X 个电荷数 z_X 的负离子 X 和 v_0 个 H_2O，其电离反应为

$$M_{v_M} X_{v_X} \cdot v_0 H_2O \rightleftharpoons v_M M^{z_{M+}} + v_X X^{z_{X-}} + v_0 H_2O \quad 。 \tag{7}$$

对于芒硝晶体 $Na_2SO_4 \cdot 10H_2O$，$v_M = 2$，$v_X = 1$，$z_M = 1$，$z_X = 2$，$v_0 = 10$。

溶液中水的活度为[34]

$$\ln a_w = -\phi \frac{M_w}{1000} vC \quad , \tag{8}$$

式中，$v = v_M + v_X$，C 为溶液浓度，M_w 为水的摩尔质量，取 18.0153 $g \cdot mol^{-1}$，ϕ 为渗透参数，且有

$$(\phi - 1) = \left| Z_M Z_X \right| f^{\phi} + 2C \frac{v_M v_X}{v} B_{MX}^{\phi} + 2C^2 \frac{(v_M v_X)^{\frac{3}{2}}}{v} C_{MX}^{\phi} , \tag{9}$$

$$B_{MX}^{\phi} = \beta_{MX}^{(0)} + \beta_{MX}^{(1)} \exp(-\alpha_1 I^{1/2}) + \beta_{MX}^{(2)} \exp(-\alpha_2 I^{1/2}) 。 \tag{10}$$

其中，

$$f^{\phi} = -A_{\phi} \frac{I^{1/2}}{1 + bI^{1/2}} , \quad I = \frac{1}{2} \sum_i C_i z_i^2 \quad , \tag{11}$$

式中 I 为溶液的离子强度（$mol \cdot kg^{-1}$）；z_i 为第 i 种离子的离子价。对于 Na_2SO_4 溶液，b=1.2 $kg^{0.5}$ $mol^{-0.5}$，a_1=1.2 $kg^{0.5} \cdot mol^{-0.5}$ 和 a_2=1.2 $kg^{0.5}$ $mol^{-0.5}$ 为经验参数，$\beta_{MX}^{(0)}$，$\beta_{MX}^{(1)}$，$\beta_{MX}^{(2)}$ 和 C_{MX}^{ϕ} 为离子间相互作用的参数（$kg^{0.5} \cdot mol^{-0.5}$），取值见表 3，$A_{\phi}$ 为 Debye-Hückel 参数（$kg^{0.5} \cdot mol^{-0.5}$），其取值与温度 T 相关，计算式为[35]

$$A_{\phi} = 0.13422 \left(0.0368329T - 14.627 \ln T - \frac{1530.1474}{T} + 80.40631 \right) 。 \tag{12}$$

表 3 溶液参数表

Table 3 Parameters of electrolyte solution

盐种类	$\beta_{MX}^{(0)}$	$\beta_{MX}^{(1)}$	$\beta_{MX}^{(2)}$	C_{MX}^{ϕ}
Na_2SO_4	0.1939	1.4285	−0.5954	−0.008222

由式（8）可计算得到 0℃时 Na_2SO_4 溶液中水的活度与溶液浓度的关系，如图 5 所示。图中可以看到，随着溶液浓度的增大，溶液中水的活度不断减小，由式（6）可知，这将导致溶液的冻结温度的降低。图 5 给出了理论上溶液浓度和溶液中水的活度的关系，而实际上当溶液浓度增加至一定值时，会有盐结晶析出，导致溶液浓度的降低，所以溶液浓度不会无限增大，溶液中水的活度和冻结温度也不会随着溶液中盐的增多而无限减小所以图 5 所示的关系曲线只适用于溶液中没有盐析出时的情况，盐析出对溶液冻结温度的影响会在第 4 节进行详细分析。

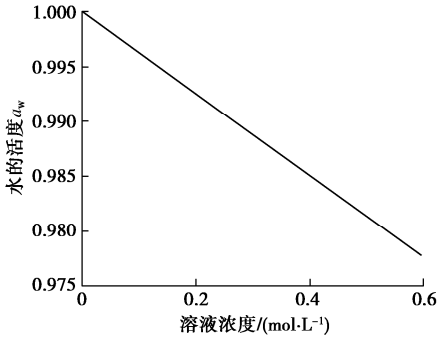


图 5 Na_2SO_4 溶液在 0℃时的水分活度

Fig. 5 Water activities of Na_2SO_4 solution at 0℃

采用逐次逼近的计算方法，图 6 给出了式（6）的计算结果，并与其他模型的 Na_2SO_4 溶液冻结温度计算结果进行了对比。可以看到 3 个公式的计算结果的差异不大，都能较好地反映冻结温度与溶液浓度之间的关系。当 T_0 与 T_f 相差不大，式（6）中的 T 可近似为 T_0，则与文献[30]的计算公式一致。但当 T_0 与 T_f 的差值逐渐增大，文献[30]的计算结果与公式（6）的计算结果的差值也逐渐增大。

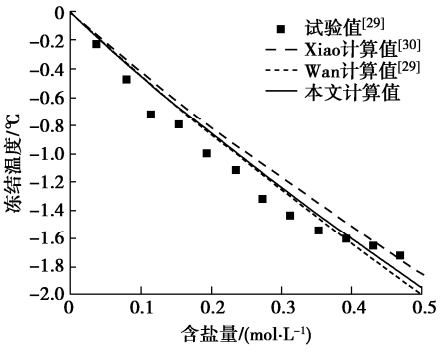


图 6 不同浓度下硫酸钠溶液冻结温度

Fig. 6 Freezing temperatures of Na_2SO_4 solutions with different salt concentrations

2.2　孔隙溶液的冻结温度

当孔隙直径小于 1 μm 时，孔隙中冰晶的化学势受其表面曲率的影响较大，晶体表面曲率的增大导致晶体化学势和溶解度的增大[36]，此时冰的化学势为

$$\mu_{\mathrm{i}}(T,p_{\mathrm{i}})=\mu_{\mathrm{i}}^{0}(T_0,p_0)+\gamma_{\mathrm{sl}}V_{\mathrm{i}}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}V}+\int_{p_0}^{p_{\mathrm{i}}}V_{\mathrm{i}}\mathrm{d}p-\int_{T_0}^{T}S_{\mathrm{i}}\mathrm{d}T \quad 。 \quad (13)$$

式中，γ_{sl} 为冰与溶液的界面能，A 为冰晶表面积，V 为冰晶体积。

利用式（13）代替式（3），经推导可得孔隙中盐溶液冻结温度 T_{f} 的表达式为

$$T_{\mathrm{f}}-T_0=\frac{RT\ln a_{\mathrm{w}}}{\Delta S_{\mathrm{m}}}-\frac{\gamma_{\mathrm{sl}}V_{\mathrm{i}}}{\Delta S_{\mathrm{m}}}\frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}V} \quad 。 \quad (14)$$

当认为孔中的结晶形状为球形时，其曲率 $\mathrm{d}A/\mathrm{d}V=2/r_{\mathrm{p}}$，$r_{\mathrm{p}}$ 为球状冰晶的半径且等于孔隙半径，此时式（14）右侧第二项与 Gibbs-Thomson 方程一致。

土体作为多孔材料，在利用式（14）计算其冻结温度时，需先确定等效孔径 r_{p}。受孔壁毛细与吸附作用的共同影响，多孔材料的等效孔径不仅与其孔隙分布有关，还受含水率与土颗粒表面性质的影响，所以等效孔径不等于平均孔径，等效孔径需根据试验数据修正或直接拟合得到。Wang 等[8]通过试验数据拟合得到粉质黏土和粉土的等效孔径和平均孔径的关系式，结果表明不同土体的等效孔径和平均孔径的关系式有较大差异。根据冻结温度试验数据对式（14）中的孔隙半径进行拟合，当等效半径为 0.11 μm，可得计算值与试验值的可决系数达到最大值 0.995，认为本试验所使用兰州黄土的等效半径为 0.11 μm。根据式（14）计算得到当溶液浓度增大时，兰州黄土的冻结温度，如图 7 所示，随着孔中溶液浓度增大，土体冻结温度不断降低。

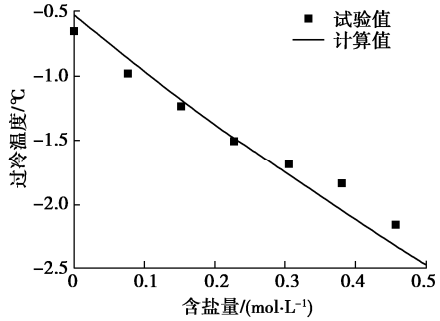


图 7 不同含盐量下盐渍土冻结温度

Fig. 7 Freezing temperatures of saline soil with different salt contents

3　盐渍土过冷温度模型

3.1　过冷度与成核位垒

当土体的温度 T 低于冻结温度 T_{f} 时，溶液处于过冷状态。过冷度 $\Delta T=T_{\mathrm{f}}-T$ 是导致冰晶析出的驱动力，当冰晶在土颗粒表面析出时，要克服冰晶与土颗粒表面物质键合能差异和晶格不匹配所导致的成核位垒，这需要一定的过冷度，需要克服的位垒越大，所需要的过冷度越高[37]。

晶体在催化剂表面的成核为异质成核，由于土颗粒尺寸远大于冰核尺寸，所以土颗粒表面的冰晶成核为平基底上的非均匀成核，根据经典成核理论冰晶的临界半径 r^* 为[37]

$$r^*=-\frac{2\gamma_{\mathrm{sl}}V_{\mathrm{s}}}{\Delta g} \quad , \quad (15)$$

$$\Delta g=-\frac{L_{\mathrm{w}}\Delta T}{NT_{\mathrm{f}}} \quad 。 \quad (16)$$

式中，V_{s} 为单个冰分子的体积，Δg 为相变驱动力，N 为阿伏伽德罗常数。

成核位垒 $\Delta G(r^*)$ 计算公式为

$$\Delta G(r^*)=\frac{16}{3}\frac{\pi V_{\mathrm{s}}^2\gamma^3}{\Delta g^2}f(m) \quad , \quad (17)$$

式中，$f(m)$ 为几何因数，当催化剂为平基底时，$f(m)=(2-3m+m^3)/4$ [37]，m 为土颗粒与冰晶的接触角 θ 的余弦，其值由土颗粒表面物质的物理化学性质决定。若在亚稳流体相 F 中存在催化剂 C，催化剂和流体的界面为平面，有球状晶体胚团 S 在催化剂 C 上成核，此时三相交界处的接触角 θ，则有

$$\cos\theta=\frac{\gamma_{\mathrm{SC}}-\gamma_{\mathrm{CF}}}{\gamma_{\mathrm{SF}}} \quad , \quad (18)$$

其中，γ_{SC}，γ_{CF} 和 γ_{SF} 为界面能，下标 S、C 和 F 分别对应于晶体胚团、催化剂和流体。

催化剂表面物质与冰晶的键合能差异越小，晶格越匹配，则 γ_{SC} 越小，催化剂与冰晶的接触角越小。由于接触角 0° ≤ θ ≤ 180°，所以 m 的取值范围为 $-1\leqslant m\leqslant 1$。

3.2　孔隙溶液的过冷温度

当系统过冷度达到一定值时，冰晶才会在土颗粒表面析出，此时的过冷度为临界过冷度。成核率的计算公式为[38]

$$I=4\pi 10^{25}r^{*2}\exp(-\Delta G(r^*)/kT) \quad , \quad (19)$$

式中，k 为玻尔兹曼常数。

由于成核率与驱动力之间满足指数规律，当溶液过冷度大于临界过冷度时，冰晶成核率从一个接近 0 的值突然增大，宏观上表现为冰晶突然出现。经典成核理论规定，当成核率 I = 1 $\mathrm{cm^{-3}\ s^{-1}}$ 时，对应的过冷度为临界过冷度[37-38]，可以得到临界过冷度的计算公式为

$$\Delta T^* = \left[\frac{8\pi T \gamma^3 V_s^2 f(m)}{3k\left(\frac{L_w}{N}\right)^2 (60.1 + 4.604 \lg r^*)} \right]^{\frac{1}{2}} 。 \quad (20)$$

代入接触角余弦 m 和一个任意给定的晶核临界半径 r^* 的初始值可得到临界过冷度，将该值代入式（15）和（16）可得到一个更准确的临界半径 r^*，临界过冷度和临界半径的数值可由该过程逐次逼近得到。最终可以得到孔隙溶液的过冷温度为

$$T_s = T_f - \Delta T^* 。 \quad (21)$$

土颗粒与冰晶的接触角由土颗粒的表面物理化学系性质决定。根据过冷温度试验数据对式（20）中的接触角余弦 m 进行拟合，当接触角余弦 m=0.935 时，计算值与试验值的可决系数达到最大值 0.94，认为兰州黄土的接触角余弦 m 为 0.935。由式（21）得到兰州黄土过冷温度的计算值，如图 8 所示，可以看到计算值与试验值吻合很好，随着溶液浓度的增加，过冷温度不断减小。

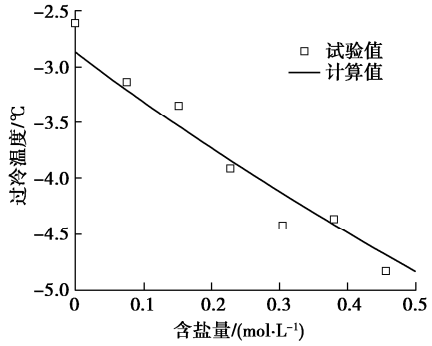


图 8 盐渍土过冷温度与含盐量的关系

Fig. 8 Relationship between supercooling temperatures and salt contents of saline soil

4 结晶盐析出对特征温度的影响

4.1 结晶盐析出对冻结时溶液浓度的影响

与冰晶成核需要一定的过冷度相似，结晶盐的成核需要一定的过饱和度[5]。结晶盐与溶液两相平衡时，溶液的浓度为饱和浓度 C_s，当溶液浓度 $C > C_s$ 时，溶液处于过饱和状态，$U = C / C_s$，称为过饱和度，当过饱和度 $U > 1$，系统中存在驱动结晶盐生长的相变驱动力。由于成核位垒的存在，只有当过饱和度 U 大于起始过饱和度 U_s（$U_s > 1$）时，才会有结晶盐析出，此时溶液浓度为起始析出浓度 C_p。溶液系统中有结晶盐存在后，只要过饱和度 $U > 1$，就会有结晶盐生长，直至过饱和度 $U \leqslant 1$，结晶盐生长停止。由于 $U_s > 1$，所以起始析出浓度 C_p 大于该温度下的饱和浓度 C_s。结晶盐析出过程是溶液从过饱和状态向饱和状态转变的过程，该过程中溶液浓度不断降低，直到溶液浓度达到饱和浓度。万旭升[35]的试验表明，当不同起始浓度的溶液降温至同一温度，若降温过程中各溶液都有结晶盐析出，则当各溶液结晶盐析出完成时，其浓度基本相同且近似等于该温度下的饱和浓度。

在降温过程中，有结晶盐析出时和无盐结晶析出时，溶液浓度的变化路径不同，如图 9 所示。溶液 1 的起始浓度 C_1^* 小于冻结时的析出浓度 C_p'，温度降至过冷温度时，溶液中无结晶盐析出，溶液浓度保持不变。溶液 2 的起始浓度 C_2^* 大于冻结时的析出浓度 C_p'，则在冻结发生之前，溶液中有结晶盐析出，当温度降至过冷温度时，溶液浓度按箭头所示路径减小为 C_s'，很明显 C_s' 小于 C_1^*。所以降温前溶液 2 的浓度大于溶液 1 的浓度，由于降温过程中溶液 2 有结晶盐析出，同时溶液 1 没有结晶盐析出，导致在冻结发生时，溶液 2 的浓度反而小于溶液 1 的浓度。

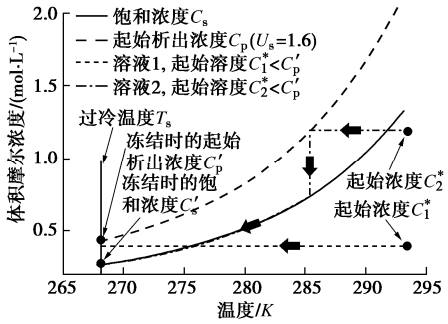


图 9 降温过程中的溶液浓度

Fig. 9 Solution concentrations in cooling process

由上述分析可知，结晶盐析出作用导致冻结发生时孔隙溶液浓度的降低。根据试验结果分析可知，试验土样冻结前的起始析出浓度为 0.533 mol/L，由芒硝的溶解度计算公式可得稳定阶段孔隙溶液的饱和浓度为 0.317 mol/L[39]。由图 3 可以看到，当溶液浓度略大于起始析出浓度时，盐析出时刻与冻结发生时刻间隔很短，则溶液冻结发生时，结晶盐未能完全析出，这时的溶液浓度介于起始析出浓度与稳定阶段的饱和浓度之间，如图 10 所示。可以看到，当溶液起始浓度大于起始析出浓度时，结晶盐析出导致冻结时的溶液浓度的下降。

4.2 结晶盐析出对冻结温度的影响

当土体含盐量较大时，在冻结前会有盐析出，在计算冻结温度时应考虑盐析出对冻结时溶液浓度的影响。将图 10 中的冻结时溶液浓度值代入式（14），计算考虑了盐析出影响的土体冻结温度，见图 11。从图 11 可以看到，冻结时的溶液浓度降低，导致了结晶盐析出时冻结温度的上升，计算值与试验值吻合很好，说明这一分析是合理的。

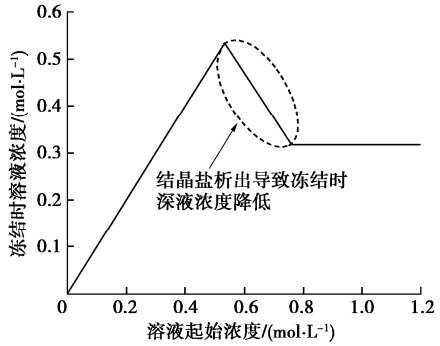


图 10 冻结时的溶液浓度

Fig. 10 Solution concentrations at freezing point

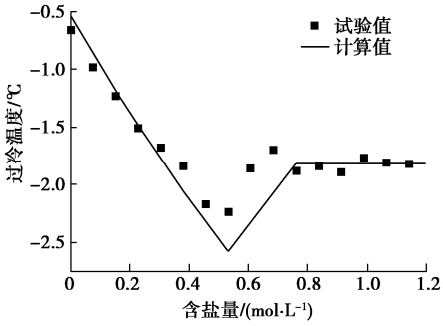


图 11 盐析出对冻结温度的影响

Fig. 11 Influences of salt precipitation on freezing temperatures

4.3 盐析出对催化剂接触角的影响

催化剂与晶体的接触角越大则非均匀成核所需的过冷温度越高。若催化剂与晶体键合能接近，晶格匹配则能有效降低接触角。结晶盐与冰晶的接触角要小于土体颗粒与冰晶的接触角。若冻结前土颗粒表面没有结晶盐，则冻结时冰晶只能在土颗粒表面成核。若冻结前土颗粒表面存在结晶盐，则冻结发生时，就会有部分冰晶在结晶盐表面析出。这在宏观上表现为，冻结前随着结晶盐不断析出，土颗粒表面的结晶盐增多，土颗粒与冰晶的接触角不断减小，并最终趋近于结晶盐与冰晶的接触角。根据特征温度稳定阶段的过冷温度值对式（20）中的接触角余弦 m 进行拟合，当接触角余弦 m=0.971 时，计算值与试验值的可决系数达到最大值 0.977，认为在特征温度稳定阶段，兰州黄土的接触角余弦 m 为 0.971。所以特征温度下降阶段接触角余弦值为 0.935，稳定阶段的接触角余弦为 0.971，上升阶段的接触角余弦由二者插值得到。

4.4 盐析出对过冷温度的影响

结晶盐析出导致冻结时溶液浓度的降低和冰晶与土颗粒接触角的减小，这两个变化同时对过冷温度产生影响。当认为土体与冰晶接触角为常数，只考虑冻结时溶液浓度的变化，得到的过冷温度计算值如图 12 中曲线 1 所示，可以看到冻结时溶液浓度的降低会导致过冷温度的升高。当考虑冻结时溶液浓度和土体与冰晶接触角变化的双重作用，得到的过冷温度如图 12 中曲线 2 所示，试验值与曲线 2 吻合很好，说明结晶盐的析出，导致孔隙溶液浓度降低和土颗粒与冰晶的接触角减小的双重作用，导致了过冷温度的升高。

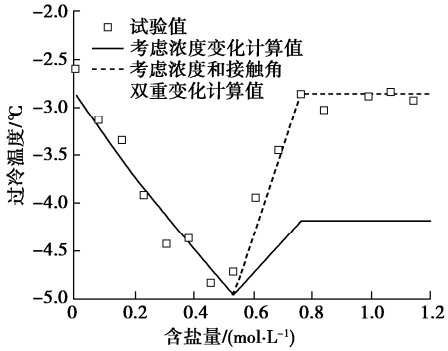


图 12 盐析出对过冷温度的影响

Fig. 12 Influences of salt precipitation on supercooling temperatures

5 结　论

本文给出了盐渍土冻结时的过冷温度和冻结温度的理论计算表达式，并通过与试验结果对比，验证了表达式的有效性，同时对盐渍土冻结特征温度的影响因素进行了分析，得到以下 3 点结论。

（1）随着硫酸钠溶液浓度的增大，特征温度的变化分为下降、上升和稳定 3 个阶段，上升阶段的起始点为土体冻结前结晶盐析出的含盐量临界点。当土体含盐量小于等于该值，土体冻结前无结晶盐析出，当土体含盐量大于该值，土体冻结前开始有结晶盐析出。

（2）冻结温度随着溶液浓度的增大而降低，当冻结前有结晶盐析出，则冻结时孔隙溶液浓度降低，该作用导致了冻结温度的上升。

（3）结晶盐析出导致孔隙溶液降低和土体与冰晶的接触角减小，是过冷温度的升高的原因。

参考文献：

[1] 徐攸在. 盐渍土地基[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012. (XU You-zai. Saline Soil Foundation[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012. (in Chinese))

[2] WU D, LAI Y, ZHANG M. Heat and mass transfer effects of ice growth mechanisms in a fully saturated soil[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015, **86**: 699–709.

[3] KONIORCZYK M, GAWIN D. Modelling of salt crystallization in building materials with microstructure: poromechanical approach[J]. Construction & Building Materials, 2012, **36**: 860–873.

[4] ESPINOSA R M, FRANKE L, DECKELMANN G. Model for the mechanical stress due to the salt crystallization in porous materials[J]. Construction and Building Materials, 2008, **22**(7): 1350 – 1367.

[5] ESPINOSA R M, FRANKE L, DECKELMANN G. Phase changes of salts in porous materials: crystallization, hydration and deliquescence[J]. Construction & Building Materials, 2008, **22**(8):1758 – 1773.

[6] SCHERER G W. Crystallization in pores[J]. Cement & Concrete Research, 1999, **29**(8): 1347 – 1358.

[7] SCHERER G W. Stress from crystallization of salt[J]. Cement & Concrete Research, 2004, **34**(9): 1613 – 1624.

[8] WANG C, LAI Y, YU F, et al. Estimating the freezing-thawing hysteresis of chloride saline soils based on the phase transition theory[J]. Applied Thermal Engineering, 2018, **135**: 22 – 33.

[9] KHVOROSTYANOV V I, CURRY J A. Thermodynamic theory of freezing and melting of water and aqueous solutions[J]. The Journal of Physical Chemistry A, 2004, **108**(50): 11073 – 11085.

[10] WU D, LAI Y, ZHANG M. Heat and mass transfer effects of ice growth mechanisms in a fully saturated soil[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2015, **86**: 699 – 709.

[11] 徐学祖, 王家澄, 张立新. 冻土物理学[M]. 科学出版社, 2001. (XU Xue-zu, WANG Jia-cheng, ZHANG Li-xin. Frozen Soil Physics[M]. Beijing: Science Press, 2001. (in Chinese))

[12] LAI Y , WU D , ZHANG M. Crystallization deformation of a saline soil during freezing and thawing processes[J]. Applied Thermal Engineering, 2017, **120**: 463 – 473.

[13] KONRAD J M. Temperature of ice lens formation in freezing soils[C]// Proceedings of 5th International Conference on Permafrost. Trondheim, Norway: Tapir Publishers. 1988: 384 – 389.

[14] STYLE R W, PEPPIN S S L, COCKS A C F, et al. Ice-lens formation and geometrical supercooling in soils and other colloidal materials[J]. Physical Review E, 2011, **84**(4): 041402.

[15] 万旭升, 赖远明, 廖孟柯. 硫酸盐渍土未相变含水率与温度关系研究[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(12): 2175 – 2181. (WAN Xu-sheng, LAI Yuan-ming, LIAO Meng-ke. Relationship between temperature and water content of sodium saline soils without phase transformation[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(12): 2175 – 2181. (in Chinese))

[16] 邴 慧, 马 巍. 盐渍土冻结温度的试验研究[J]. 冰川冻土, 2011, **3**(5): 1106 – 1113. (BING Hui, MA Wei. Experimental study on freezing point of saline soil[J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2011, **3**(5): 1106 – 1113. (in Chinese))

[17] BING Hui, MA Wei. Laboratory investigation of the freezing point of saline soil[J]. Cold Regions Science & Technology, 2011, **67**(1): 79 – 88.

[18] 张 婷, 杨 平. 不同因素对浅表土冻结温度的影响[J]. 南京林业大学学报(自然科学版), 2009, **34**(4): 136 – 138. (ZHANG Ting, YANG Ping. Effect of different factors on the freezing temperature of shallow top soil[J]. Journal of Nanjing Forestry University (Natural Science Edition), 2009, **33**(4): 132 – 134. (in Chinese))

[19] 李 毅, 崔广心, 吕恒林. 有压条件下湿黏土结冰温度的研究[J]. 冰川冻土, 1996, **18**(1):43 – 46. (LI Yi, CUI Guang-xin, LÜ Heng-lin. A study on freezing point of wet clay under loading[J]. Journal of Glaciolgy & Geocryology, 1996, **18**(1): 43 – 46. (in Chinese))

[20] 周家作, 谭 龙, 韦昌富, 等. 土的冻结温度与过冷温度试验研究[J]. 岩土力学, 2015, **36**(3): 777 – 785. (ZHOU Jia-zuo, TAN Long, WEI Chang-fu, et al. Experimental research on freezing temperature and super-cooling temperature of soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(3): 777 – 785. (in Chinese))

[21] HAN Y, WANG Q, KONG Y, et al. Experiments on the initial freezing point of dispersive saline soil[J]. Catena, 2018, **171**: 681 – 690.

[22] WAN X, HU Q, LIAO M. Salt crystallization in cold sulfate saline soil[J]. Cold Regions Science and Technology, 2017, **137**: 36 – 47.

[23] XIAO Z, LAI Y, YOU Z, et al. The phase change process and properties of saline soil during cooling[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2017, **42**(9): 3923 – 3932.

[24] PETROV O, FURÓ I. Curvature-dependent metastability of the solid phase and the freezing-melting hysteresis in pores[J]. Physical Review E, 2006, **73**(1): 011608.

[25] MORISHIGE K, KAWANO K. Freezing and melting of water in a single cylindrical pore: the pore-size dependence of freezing and melting behavior[J]. The Journal of Chemical Physics, 1999, **110**(10): 4867 – 4872.

[26] JIANG Q, WARD M D. Crystallization under nanoscale

confinement[J]. Chemical Society Reviews, 2014, **43**(7): 2066－2079.

[27] SLIWINSKA-BARTKOWIAK M, GRAS J, SIKORSKI R. Phase transitions in pores: experimental and simulation studies of melting and freezing[J]. Langmuir, 1999, **15**(18): 6060－6069.

[28] 王中平, 王　弢. 简述核磁共振冷冻测孔法的原理及应用[J]. 材料导报, 2013, **27**(1): 129－133. (WANG Zhong-ping, WANG Tao. A brief introduction to the principle and application of nuclear magnetic resonance cryoporometry[J]. Materials Reports, 2013, **27**(1): 129－133. (in Chinese))

[29] WAN X, LAI Y, WANG C. Experimental study on the freezing temperatures of saline silty soils[J]. Permafrost & Periglacial Processes, 2015, **26**(2): 175－187.

[30] XIAO Z, LAI Y, ZHANG M. Study on the freezing temperature of saline soil[J]. Acta Geotechnica, 2018, **13**(1): 195－205.

[31] KOZLOWSKI T . Some factors affecting supercooling and the equilibrium freezing point in soil–water systems[J]. Cold Regions ence & Technology, 2009, **59**(1): 25－33.

[32] STEIGER M. Crystal growth in porous materials—I: The crystallization pressure of large crystals[J]. Journal of Crystal Growth, 2005, **282**(3/4): 455－469.

[33] 周凤玺, 应　赛, 蔡袁强. 多孔介质中晶体的结晶压力分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(6): 1158－1163. (ZHOU Feng-xi, YING Sai, CAI Yuan-qiang. Crystallization pressure of crystals in porous media[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(6): 1158－1163. (in Chinese))

[34] PITZER K S. Activity Coefficients in Electrolyte Solutions[M]. Boca Rton: CRC press, 2018.

[35] 万旭升. 硫酸盐渍土盐晶体析出, 盐分迁移及寒区路基防盐胀试验研究[D]. 北京: 中国科学院大学, 2015. (WAN Xu-sheng. Labotory Investigation on Salt Crystals precipitation of Sulfate Saline Soil and Salt Transfer and Salt-Heaving Mitigation of Embankment in Cold Regions[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2015. (in Chinese))

[36] STEIGER M. Crystal growth in porous materials—II: Influence of crystal size on the crystallization pressure[J]. Journal of Crystal Growth, 2005, **282**(3/4):470－481.

[37] MULLIN J W. Crystallization[M]. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.

[38] FLETCHER N H J. Size effect in heterogeneous nucleation[J]. The Journal of Chemical Physics, 1958, **29**(3): 572－576.

[39] 李星星, 王思敬, 肖锐铧, 等. 硫酸钠溶液在降温结晶过程中的盐胀与冻胀[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(11): 2069－2077. (LI Xing-xing, WANG Si-jin, XIAO Rui-hua, et al. Saline expansion and frost heave of sodium sulfate solution during cooling crystallization process[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(11): 2069－2077. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101007

动态土水特征曲线滞后模型研究

刘 艳[1,2]，于建涛[1,2]

（1. 北京交通大学城市地下工程教育部重点实验室，北京 100044；2. 北京交通大学土木建筑工程学院，北京 100044）

摘 要：土水特征曲线是描述非饱和土力学特性必不可少的方程，它的最大特点就是存在滞后效应，尽管目前已经建立了很多的土水特征曲线滞后模型，但这些模型都是针对平衡条件建立的。现有的理论和试验研究已经证实，土水特征曲线存在动态效应，与静态土水特征曲线相比，相同的饱和度时，动态土水特征曲线的吸力在干燥过程中要更大，而湿化过程中则更低。为了描述动态条件下土水特征曲线，首先从热力学的基础理论出发，探讨了动态效应的理论基础，并从熵增不等式中得到了动态的土水特征曲线方程。基于所得方程，利用边界面塑性理论，建立了可以预测任意扫描线的土水特征曲线模型。通过与已有的试验结果进行对比，表明模型可以很好地预测土体在干燥和湿化不同过程中的扫描线变化。所得结果可以用于解释一些实际问题，比如降水引起的沉降和降雨诱发滑坡等。

关键词：土水特征曲线；动态扫描线；滞后；非饱和土

中图分类号：TU443 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0062－07

作者简介：刘 艳(1983—)，女，博士，副教授，主要从事非饱和土相关研究工作。E-mail: yanl@bjtu.edu.cn。

Hysteresis model for soil-water characteristic curve under dynamic conditions

LIU Yan[1,2], YU Jian-tao[1,2]

(1. Key Laboratory of Urban Underground Engineering of Ministry of Education, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;

2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: The soil-water characteristic curve (SWCC) is essential to describe the behavior of unsaturated soils. The capillary hysteresis is an important effect that should be accounted in the equations for SWCC. The existing SWCC models are mainly based on the equilibrium condition. However, there is ample theoretical and experimental evidence that the curve is not unique under dynamic conditions. The dynamic capillary pressure is larger than the static one in drainage and smaller in wetting. A thermodynamic theoretical basis for the SWCC under dynamic conditions is given. A dynamic capillary hysteresis model is developed based on the bounding surface plasticity. Provided that the main drying and wetting curves have been experimentally determined, the model is capable of predicting all the scanning curves. The model predictions are compared with the existing experiments found in the literatures, showing a good accordance with the test data for both the drying and wetting conditions. The results can then be used to explain some practical problems such as foundation settlement and slope stability.

Key words: soil-water characteristic curve; dynamic scanning curve; hysteresis; unsaturated soil

0 引 言

土水特征曲线对于描述非饱和土力学行为至关重要，借助土水特征曲线，可以确立吸力与含水状态的关系，进而对土体的抗剪强度、变形和渗透行为进行分析，因此，土水特征曲线方程成为描述非饱和土的渗流和本构关系中必不可少的方程[1]。

土水特征曲线的一个最大的特点就是存在滞后效应，干湿循环过程中得到的曲线并不重合，不同水力历史条件下得到的扫描线也不重合。为了描述这种滞后效应，研究人员对不同类型的土进行了大量的试验研究，并提出了大量的理论模型[2-9]。其中大部分模型描述的都是土水特征曲线的边界曲线，即主干燥线和主湿化线，但实际工程中土体经历干湿循环的过程大多位于扫描线，由于理论上存在无数条扫描线，很难得知实际条件下扫描线的变化，目前针对扫描线的预测模型主要有域模型[10]、边界面模型[11-14]和接触角模型[14-17]。以上模型可以很好地预测土水特征曲线的扫描线并反映其滞后效应，但是这些模型都是在平衡条件下建立，并没有考虑非饱和土的渗流过程中由于流速变化引起的动态效应。动态效应与滞后效应均与水力历史相关，区别在于：滞后效应与饱和度改变的方

基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金项目（2019JBM086）
收稿日期：2020－01－16

向有关，而动态效应与饱和度改变的速率有关。

受到气候环境影响，实际工程中土的含水状态将不断改变，在孔隙水瞬态流动的过程中，土的持水特征会表现出明显的流速相关的率效应，土水特征曲线和水力参数都与流速有关[18-20]。大量试验已经证实[21-22]，土水特征曲线存在动态效应，与静态土水特征曲线相比，相同饱和度时，动态土水特征曲线的吸力在脱湿过程中要更大，而吸湿过程中则更低。对于产生动态效应的原因有很多不同的解释，如气液接触面的动态运动[23]、接触角的动态变化[24]、土体的不均性[25]等。不论何种原因，这种动态效应必将对土体的行为产生影响。以降雨入渗为例，不同降雨强度下的土水特征曲线并不相同，此时如果仍采用平衡条件下土水特征曲线来建立渗流方程，就会产生误差。研究发现基于平衡条件的土水特征曲线求解的 Richard 方程无法准确预测动态多步排水过程中的水头变化[26]。

为了更精确地描述非平衡过程中土的力学行为，需要建立动态条件下的土水特征曲线模型。目前的模型主要有两类[19]：一是孔隙尺度的网格模型[27]，需要考虑微观的交界面，并借助统计学理论和电镜扫描等试验手段来进行计算，较为复杂；二是宏观尺度的动态模型，主要基于试验现象和经验方程来建立，便于应用，本文将主要基于宏观模型来建立滞回模型。这类模型主要有两种不同的形式，一种是给出动态毛细力的方程[23]，另一种是给出动态含水率的方程[28]。尽管目前已有关于动态土水特征曲线的试验研究和理论模型，但这些模型只能描述主干燥和主湿化线，无法预测任意扫描线的变化。

建立动态土水特征曲线滞后模型具有重要的现实意义，实际过程中非饱和土力学的含水率大多处于动态变化的非平衡状态，此时采用平衡条件下得到的土水特征曲线很难准确地描述其力学行为。本文将利用边界面模型的思想，利用动态边界曲线方程来建立动态扫描线模型。首先对动态土水特征曲线的理论基础进行简单的论述，然后建立动态滞回模型，最后将利用已有试验结果对模型进行验证。

1　动态土水特征曲线的理论基础

赵成刚等[29]以热力学基本平衡方程出发，在不考虑温度影响和质量交换，忽略固体颗粒和流体压缩性的假设下，推导得到了单位体积的非饱和土变形功的基本表达式。在此基础上进一步考虑交界面影响，刘艳等[30]给出了非饱和土流体的熵增不等式：

$$\left[n(p_{\mathrm{g}}-p_{\mathrm{w}})+\gamma^{\mathrm{wg}}\frac{\partial a^{\mathrm{wg}}}{\partial S_{\mathrm{r}}}\right]\mathrm{d}S_{\mathrm{r}}-\mathrm{d}\varphi_{\mathrm{w}}\geqslant 0 \quad 。 \tag{1}$$

式中　n 为孔隙率；p_{g} 和 p_{w} 分别为孔隙气压和孔隙水压；S_{r} 为饱和度；γ^{wg} 为表面张力；a^{wg} 为气液交界面面积；φ_{w} 为水的自由能。式中第一项为孔隙流体的压力差，第二项为宏观毛细力，用 p_{c} 表示。

Hassanizadeh 等[31]从热力学角度探讨了非饱和土的毛细力，指出毛细力本质上是气液交界面上的一种作用力，并不完全等同于界面两侧流体的压力差，并可将宏观毛细力表示为

$$p_{\mathrm{c}}=-\frac{\gamma^{\mathrm{wg}}}{n}\frac{\partial a^{\mathrm{wg}}}{\partial S_{\mathrm{r}}} \quad 。 \tag{2}$$

在线性假设条件下，根据熵不等式（1）可以得到液相广义力与广义流之间本构关系如下：

$$n\left[(p_{\mathrm{g}}-p_{\mathrm{w}})-p_{\mathrm{c}}\right]=-\tau'\dot{S}_{\mathrm{r}} \quad 。 \tag{3}$$

式（3）与 Hassanizadeh 等[31]给出的表达式是一致的，τ' 称为毛细阻尼系数（capillary damping coefficient），它控制了饱和度改变的速率。如果 τ' 取值很小，说明系统受扰动后会迅速地恢复新的平衡。

将式（3）改写一下，可以得到动态土水特征曲线的方程：

$$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{d}}=p_{\mathrm{c}}-\tau\dot{S}_{\mathrm{r}} \quad 。 \tag{4}$$

式中，$\tau=\tau'/n$，$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{d}}=p_{\mathrm{g}}-p_{\mathrm{w}}$ 表示动态毛细力，等于流体的压力差，p_{c} 为平衡时的毛细力，可以用传统的土水特征曲线方程来计算。等式右边第二项的存在说明此时动态毛细力与饱和度的变化历史有关，已有试验证明这种水力历史会对土的变形和强度产生影响。由于流体压力差($p_{\mathrm{g}}-p_{\mathrm{w}}$)与毛细力 p_{c} 的不平衡，导致了系统饱和度的改变，使系统向着新的平衡状态发展，最终恢复流体压力差($p_{\mathrm{g}}-p_{\mathrm{w}}$)与毛细力 p_{c} 的平衡。只有在平衡条件下，饱和度不随时间变化，右边第二项等于 0，式（4）退化为传统的土水特征曲线方程。

2　动态土水特征曲线模型

利用热力学理论推导得到的式（4），可用于计算动态的土水特征曲线，由于平衡条件下土水特征曲线的边界线可以利用经验方程给出（如 VG 模型等），因此式（4）可直接计算出动态边界线，而扫描线的计算则需要借助于边界面模型。

2.1　边界面模型的理论基础

实际工程中，土体受气候和环境影响经历干湿循环，导致其持水特征曲线往往处于扫描线上，一般通过室内试验比较容易确定边界线的方程，而扫描线与水力历史密切相关，难以确定。按照边界面塑性理论，加载面上的塑性反应取决于加载面上的应力点与其在边界面上的映射点之间的距离。只要知道了边界面的塑性模量，根据塑性边界面理论就可得出其中任意一

条扫描线的塑性模量。

如图 1 所示，两条湿化扫描线 BC 和 $B'C'$，尽管它们起点和终点的饱和度相同，但吸力的变化是不一样的。原因就在于由于 B'所在的动态干燥曲线与 B 所在的静态干燥曲线不重合，导致湿化扫描线也不重合。对于同一个点 A，在静态和动态条件下可能处于不同的扫描线上。根据 Wei 等[12]，处于静态的土水特征曲线，其扫描线的斜率与 O，A，S 三点的距离的比值有关，基于这个思想，刘艳等[13]给出了静态扫描线斜率的计算方法如下：

$$K(P_{\mathrm{c}},S_{\mathrm{r}})=\bar{K}(S_{\mathrm{r}})+c\frac{\phi}{r} \quad , \tag{5}$$

式中，c 为材料参数，$\bar{K}(S_{\mathrm{r}})$ 为土水特征曲线边界线的斜率，K 为扫描线的斜率。r 为当前饱和度下两边界曲线的吸力之差（如图 1 中的 OS），可以表示为

$$r=\kappa_{\mathrm{D}}(S_{\mathrm{r}})-\kappa_{\mathrm{W}}(S_{\mathrm{r}}) \quad 。 \tag{6}$$

式中，$\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})$ 表示静态条件下边界土水特征曲线方程，下标α=D 代表干燥过程，下标α=W 代表湿化过程。

ϕ表示当前吸力与所对应的边界曲线的吸力之差，如果是从 B 至 C 湿化时为图 1 中的 AS 段，如果是从 C 到 B 的干燥则是图 1 中 OA 段，因此可以表示为

$$\phi=\left|p_{\mathrm{c}}-\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})\right| \quad 。 \tag{7}$$

式（7）中 p_{c} 代表当前扫描线上的吸力。

边界线斜率可对边界曲线方程求导得到，即

$$\bar{K}_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})=-\mathrm{d}\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})/\mathrm{d}S_{\mathrm{r}} \quad 。 \tag{8}$$

把式（6）～（8）代入到式（5）中则可得扫描线斜率为

$$K_{\alpha}=\bar{K}_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})+c\frac{\left|p_{\mathrm{c}}-\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})\right|}{\kappa_{\mathrm{D}}(S_{\mathrm{r}})-\kappa_{\mathrm{W}}(S_{\mathrm{r}})} \quad 。 \tag{9}$$

利用式（9），给定初始条件，就可以利用

$$\dot{p}_{\mathrm{c}}=-K_{\alpha}\dot{S}_{\mathrm{r}} \tag{10}$$

给出扫描线。式(9)预测扫描线的合理性已在文献[13]中得到了验证。以这个模型为基础，可以建立动态条件土水特征曲线的滞回模型。

2.2 动态条件下边界面模型的建立

在瞬态渗流过程中，土体的土水特征曲线与流速相关，此时可以利用动态的边界曲线来预测动态的扫描线。因此计算原理与静态曲线相同，仍然可以采用式（5）的方法来计算，但此时 $\bar{K}(S_{\mathrm{r}})$ 需采用动态土水特征曲线边界线的斜率，r 和ϕ的取值也将发生变化。

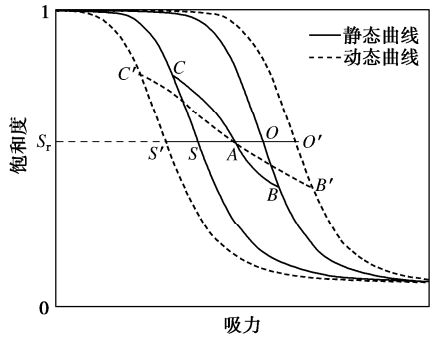


图 1 土水特征曲线边界面模型示意图

Fig. 1 Schematic bounding surface model for SWCC

根据式（4）可知，动态边界曲线与静态条件下的边界曲线不再相同，分别为

$$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{d}}=\kappa_{\mathrm{W}}(S_{\mathrm{r}})-\tau_{\mathrm{W}}\dot{S}_{\mathrm{rW}} \quad \text{(边界湿化曲线)} \ , \tag{11}$$

$$p_{\mathrm{c}}^{\mathrm{d}}=\kappa_{\mathrm{D}}(S_{\mathrm{r}})-\tau_{\mathrm{D}}\dot{S}_{\mathrm{rD}} \quad \text{(边界干燥曲线)}。 \tag{12}$$

预测扫描线时，一般要采用与其相同速率的边界线，如后文图 2 和图 3 所示。相同饱和度时，两边界线的吸力之差 r^{d}（即图 1 中 $O'S'$）可以表示为

$$r^{\mathrm{d}}=\kappa_{\mathrm{D}}(S_{\mathrm{r}})-\kappa_{\mathrm{W}}(S_{\mathrm{r}})-(\tau_{\mathrm{D}}\dot{S}_{\mathrm{rD}}-\tau_{\mathrm{W}}\dot{S}_{\mathrm{rW}})。 \tag{13}$$

对于当前吸力与所对应的边界曲线的吸力之差 ϕ^{d}，如果是从 B'至 C'湿化时为图 1 中的 AS'段，如果是从 C'到 B'的干燥则是图 1 中 $O'A$ 段，可以统一表示为

$$\phi^{\mathrm{d}}=\left|p_{\mathrm{c}}-\left[\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})-\tau_{\alpha}\dot{S}_{\mathrm{r}\alpha}\right]\right| \quad 。 \tag{14}$$

把式（13），（14）代入到式（5）中则可得动态扫描线斜率为

$$K_{\alpha}^{\mathrm{d}}=\bar{K}_{\alpha}^{\mathrm{d}}(S_{\mathrm{r}})+c\frac{\phi^{\mathrm{d}}}{r^{\mathrm{d}}} \quad 。 \tag{15}$$

对式（11）或（12）求导，假设饱和度变化率不随时间变化，可得到边界线的斜率变为

$$\bar{K}_{\alpha}^{\mathrm{d}}(S_{\mathrm{r}},\dot{S}_{\mathrm{r}})=-\frac{\mathrm{d}\kappa_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})}{\mathrm{d}S_{\mathrm{r}}}+\frac{\mathrm{d}\tau_{\alpha}}{\mathrm{d}S_{\mathrm{r}}}\dot{S}_{\mathrm{r}} \quad 。 \tag{16}$$

将式（8），（16）代入式（15），可得

$$K_{\alpha}^{\mathrm{d}}=\bar{K}_{\alpha}(S_{\mathrm{r}})+c\frac{\phi^{\mathrm{d}}}{r^{\mathrm{d}}}+\frac{\mathrm{d}\tau_{\alpha}}{\mathrm{d}S_{\mathrm{r}}}\dot{S}_{\mathrm{r}\alpha} \quad 。 \tag{17}$$

与静态条件下式（9）相比，式（17）中 r 和ϕ的取值有所改变，同时还多了一个第三项，该项与饱和度变化率有关，同时也与参数τ有关。现有研究发现τ并不是一个常数，而是会随着饱和度变化而改变[32]，因此第三项不能忽略。通常可将τ表示为饱和度的函数，目前主要做法是根据试验结果给出一个经验函数，函数形式以线性和指数型为主（如下文的式（20）和（21））。

结合式（17）给定初始条件，利用

$$\dot{p}_{\mathrm{c}}^{\mathrm{d}} = -K_{\alpha}^{\mathrm{d}}\dot{S}_{\mathrm{r}} \tag{18}$$

可以预测动态条件下的扫描线。

通过以上步骤，建立了动态扫描线的模型，计算时需首先给出边界面曲线的方程，然后再标定出扫描线参数 c 和细阻尼系数τ，即可对动态扫描线进行预测。

3　模型验证

为了验证模型，下面将利用上述模型跟已有的实验结果进行比较。首先要确定出边界面，这里将选用 Feng 等[33]提出的方程作为边界面的方程：

$$P_{\mathrm{c}} = b\left(\frac{S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{sat}} - S_{\mathrm{r}}}{S_{\mathrm{r}} - S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{irr}}}\right)^{1/d}, \tag{19}$$

式中，b 和 d 为材料参数，对于干燥和浸湿曲线分别取不同值，$S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{sat}}$ 为饱和时饱和度，$S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{irr}}$ 为残余饱和度。

模型的验证主要包含以下步骤：①根据静态边界线试验结果，利用式（19）拟合出干燥和湿化边界的参数 b 和 d；②根据任意一条静态扫描线试验结果，利用式（9）标定出参数 c；③根据动态边界曲线和静态边界曲线试验结果，利用式（4）标定出参数 τ；④将以上到的参数，代入式（17），（18）可预测动态扫描线。

按照上述步骤，接下来将利用 Zhuang 等[34]给出的干燥曲线结果和 Milatz 等[35]给出的湿化曲线的结果对模型进行验证，模型的部分参数如表 1 所示。

表 1 土样材料参数列表

Table 1 Summary of material parameters

文献	$S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{sat}}$	$S_{\mathrm{r}}^{\mathrm{irr}}$	干燥		浸湿		c
			b/kPa	d	b/kPa	d	
Zhuang 等[34]	0.86	0.21	0.35	9.06	0.23	10.04	200
Milatz 等[35]	1.00	0.18	5.59	8.73	2.95	3.28	18

3.1　干燥扫描线预测

首先利用模型对干燥条件下的扫描线进行预测，选用试验数据来源于 Zhuang 等[34]。Zhuang 等[34]分别测量了砂土在静态和动态条件下的土水特征曲线，如图 2 中的试验点所示。利用静态边界线试验点标定土水特征曲线参数 b 和 d，再利用静态扫描线试验点可以标定参数 c，所得参数如表 1 所示。

根据试验结果，动态主干燥曲线的饱和度变化率为 $\dot{S}_{\mathrm{rD}} = -0.05\ \mathrm{s}^{-1}$。利用动态干燥线和静态干燥线可以标定参数$\tau$(kPa•s)，Zhuang 等[34]将其表示为

$$\tau = 200\times 10^{9.4(0.85-S_{\mathrm{r}})}\ 。 \tag{20}$$

边界线的确定对于预测扫描线非常关键，但 Zhuang 等[34]只给出了动态干燥曲线，而动态湿化曲线由于试验失败，没有相关数据，可利用静态湿化边界曲线计算得到。假设参数τ在湿化与干燥条件下取值相同，即可将式（20）得到的参数τ代入式（4）中计算出动态湿化边界线，如图 2 中的虚线所示。然后将表 1 中的参数代入式（17），（18），可得到动态扫描线的预测结果，如图 2 中的虚线所示，所得结果与试验结果相符，表明模型可以较好地反映干燥过程中动态试验的结果。

从图 2 可以看到动态干燥线位于静态干燥线的右侧，表明相同饱和度条件下，动态曲线的吸力要大于静态曲线的吸力。流速越大，饱和度变化速率越快，动态吸力会越大。这对于模拟地基降水过程中非饱和土体的变形问题有重要的意义，快速降水将导致土体中的吸力更大，由吸力更大导致变形也将更大，说明快速降水可能增加非饱和土地基的沉降。

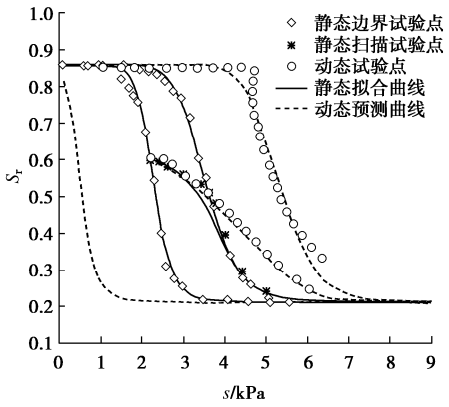


图 2 干燥条件下动态扫描线预测

Fig. 2 Prediction of dynamic scanning curve during drying process

3.2　湿化扫描线预测

为了说明模型在湿化过程中的合理性，接下来采用 Milatz 等[35]的试验结果对模型进行验证。Milatz 等[35]采用改进的直剪仪对 3 种不同密实程度的砂土开展了测试，这里选择动态效应最明显的细砂来进行验证。试验给出了水的流速为 5 mm^3/s，相应的饱和度变化率为 $\dot{S}_{\mathrm{r}} = 2.9\times 10^{-4}\ \mathrm{s}^{-1}$。

由于试验只给了干燥边界线，并没有湿化边界线，这里只能假定给出一个静态的湿化边界面参数，动态湿化曲线采用与动态干燥线相同的参数τ。计算所需的参数如表 1 所示。参数τ(kPa·s)采用 Milatz 等[35]给出的表达式：

$$\tau = 5.2812\times 10^{3} - 3.795\times 10^{2}\times S_{\mathrm{r}}\ 。 \tag{21}$$

利用所得参数，对动态扫描线进行预测，所得结果如图 3 所示。虚线为动态扫描线的预测曲线，与动

态扫描线试验点比较吻合，表明模型可以较好地反映湿化过程中动态试验的结果。

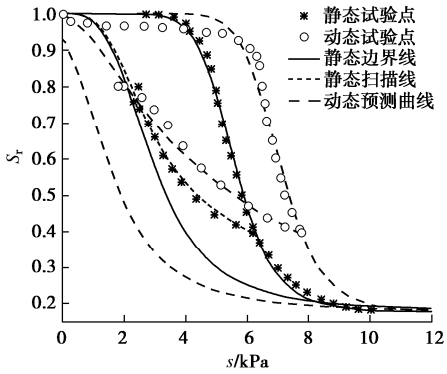


图 3 湿化条件下动态扫描线预测

Fig. 3 Prediction of dynamic scanning curve during wetting process

动态湿化扫描线对于模拟降雨滑坡问题具有重要意义。目前模拟降雨滑坡问题采用的是静态曲线，但是通过以上计算可以看到，不同降雨强度使得饱和度的变化率不同，此时扫描线不重合，从图 3 可以看到动态湿化曲线位于静态湿化曲线下方。降雨强度越大，相同的饱和度对应的吸力将更小，根据非饱和土的强度理论可知，吸力对强度是有贡献的，吸力的减小可能降低土体的强度，从而可以解释为什么强降雨时更容易出现滑坡。

4 结 语

本文对非饱和土的动态土水特征曲线进行了探讨，建立了动态土水特征曲线的边界面模型，利用模型可以较好地预测动态土水特征曲线的扫描线变化。

建立动态土水特征曲线模型对于实际应用具有重要的意义，目前的土水特征曲线大多是基于室内试验获得，这些试验都是在平衡条件下给出的，但实际问题可能一直处在一个动态过程，用平衡条件下得到的土水特征曲线和水力参数去预测一个动态或非平衡的实际问题，就会存在误差。

数值预测结果表明，相同饱和度，动态条件下所对应的吸力与静态条件不同，动态干燥过程吸力要更大，而动态湿化过程的吸力要更小，这对于分析实际工程问题具有重要意义，应用动态的土水特征曲线来分析实际问题是下一步要开展的工作。

参考文献：

[1] 陈正汉, 郭 楠. 非饱和土与特殊土力学及工程应用研究的新进展[J]. 岩土力学, 2019, **40**(1): 1－54. (CHEN Zheng-han, GUO Nan. New developments of mechanics and application for unsaturated soils and special soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(1): 1－54. (in Chinese))

[2] PHAM H Q, FREDLUND D G, BARBOUR S L. A study of hysteresis models for soil-water characteristic curves[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2005, **42**(6): 1548－1568.

[3] 张芳枝, 陈晓平. 反复干湿循环对非饱和土的力学特性影响研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(1): 41－46. (ZHANG Fang-zhi, CHEN Xiao-ping. Influence of repeated drying and wetting cycles on mechanical behaviors of unsaturated soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(1): 41－46. (in Chinese))

[4] 李 军, 刘奉银, 王 磊. 关于土水特征曲线滞回特性影响因素的研究[J]. 水利学报, 2015, **46**(增刊 1): 194－199. (LI Jun, LIU Feng-yin, WANG Lei. Study on the influencing factors of hysteretic characteristics of soil-water characteristic curve[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2015, **46**(S1): 194－199. (in Chinese))

[5] 陈留凤, 彭 华. 干湿循环对硬黏土的土水特性影响规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(11): 2337－2344. (CHEN Liu-feng, PENG Hua. Experimental study on the water retention properties of the hard clay under cyclic suction conditions[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(11): 2337－2344. (in Chinese))

[6] 陈 勇, 苏 剑, 谈云志. 循环脱吸湿与加卸载耦合作用下土体持水性能试验研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(8): 2907－2913. (CHEN Yong, SU Jian, TAN Yun-zhi. Water retention capacities of soils under the coupling actions of cyclic drying-wetting and repeated loading-unloading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(8): 2907－2913. (in Chinese))

[7] 张俊然, 许 强, 孙德安. 多次干湿循环后土–水特征曲线的模拟[J]. 岩土力学, 2014, **35**(3): 689－695. (ZHANG Jun-ran, XU Qiang, SUN De-an. Simulation of soil-water characteristic curves during drying and wetting cycles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(3): 689－695. (in Chinese))

[8] 黎澄生, 孔令伟, 柏 巍. 土–水特征曲线滞后阻塞模型[J]. 岩土力学, 2018, **39**(2): 598－604. (LI Cheng-sheng, KONG Ling-wei, BAI Wei. Hysteresis model of soil-water characteristic curve[J]. Rock and Soil Mechanics, 2018, **39**(2): 598－604. (in Chinese))

[9] 杨明辉, 陈 贺, 陈 可. 基于分形理论的 SWCC 边界曲线滞后效应模型研究[J]. 岩土力学, 2019, **40**(10):

3805－3812. (YANG Ming-hui, CHEN He, CHEN Ke. Study of the hysteresis effect model of SWCC boundary curves based on fractal theory[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, **40**(10): 3805－3812. (in Chinese))

[10] 贺　炜, 赵明华, 陈永贵. 土–水特征曲线滞后现象的微观机制与计算分析[J]. 岩土力学, 2010, **31**(4): 1078－1083. (HE Wei, ZHAO Ming-hua, CHEN Yong-gui. Theoretical study of microscopical mechanisms and computational method of hysteresis in SWCCs[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(4): 1078－1083. (in Chinese))

[11] LI X S. Modelling of hysteresis response for arbitrary wetting/drying paths[J]. Computers and Geotechnics, 2005, **32**(2): 133－137.

[12] WEI C F, DEWOOLKAR M M. Formulation of capillary hysteresis with internal state variables[J]. Water Resources Research, 2006, **42**(7): W7405.

[13] 刘　艳, 赵成刚. 土水特征曲线滞后模型的研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **29**(3): 399－405. (LIU Yan, ZHAO Cheng-gang. Hysteresis model for soil-water characteristic curves[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **29**(3): 399－405. (in Chinese))

[14] 陆业奇, 刘斯宏, 傅中志. 土水特征曲线的一个滞回模型[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2012, **40**(2): 186－190. (LU Ye-qi, LIU Si-hong, FU Zhong-zhi. A hysteresis model for soil-water characteristic curves[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2012, **40**(2): 186－190. (in Chinese))

[15] AZIZI A, JOMMI C, MUSSO G. A water retention model accounting for the hysteresis induced by hydraulic and mechanical wetting-drying cycles[J]. Computers and Geotechnics, 2017, **87**: 86－98.

[16] ZHOU A. A contact angle-dependent hysteresis model for soil–water retention behaviour[J]. Computers and Geotechnics, 2013, **49**: 36－42.

[17] 高　游, 孙德安, 张俊然. 考虑孔隙比和水力路径影响的非饱和土土水特性研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(12): 2191－2196. (GAO You, SUN De-an, ZHANG Jun-ran. Soil-water characteristics of unsaturated soils considering initial void ratio and hydraulic path[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(12): 2191－2196. (in Chinese))

[18] WILDENSCHILD D, HOPMANS J W, SIMUNEK J. Flow rate dependence of soil hydraulic characteristics[J]. Soil Science Society of America Journal, 2001, **65**(1): 35－48.

[19] DIAMANTOPOULOS E, DURNER W. Dynamic nonequilibrium of water flow in porous media: a review[J]. Vadose Zone Journal, 2012, **11**(3): vzj2011.0197.

[20] 伊盼盼, 牛圣宽, 韦昌富. 基于动态多步流动法的非饱和土水力特性测试研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(10): 1797－1801. (YI Pan-pan, NIU Sheng-kuan, WEI Chang-fu. Dynamic multi-step outflow method for tests on hydraulic properties of unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(10): 1797－1801. (in Chinese))

[21] TOPP G C, KLUTE A, PETERS D B. Comparison of water content-pressure head data obtained by equilibrium, steady-state, and unsteady-state methods1[J]. Soil Science Society of America Journal, 1967, **31**(3): 312－314.

[22] SMILES D E, VACHAUD G, VAUCLIN M. A test of the uniqueness of the soil moisture characteristic during transient, nonhysteretic flow of water in a rigid soil1[J]. Soil Science Society of America Journal, 1971, **35**(4): 534－539.

[23] HASSANIZADEH S M, CELIA M A, DAHLE H K. Dynamic effect in the capillary pressure–saturation relationship and its impacts on unsaturated flow[J]. Vadose Zone Journal, 2002, **1**(1): 38－57.

[24] FRIEDMAN S P. Dynamic contact angle explanation of flow rate-dependent saturation-pressure relationships during transient liquid flow in unsaturated porous media[J]. Journal of Adhesion Science and Technology, 1999, **13**(12): 1495－1518.

[25] WEI C, MURALEETHARAN K K. Linear viscoelastic behavior of porous media with non-uniform saturation[J]. International Journal of Engineering Science, 2007, **45**(2/3/4/5/6/7/8): 698－715.

[26] DIAMANTOPOULOS E, DURNER W, IDEN S C, et al. Modeling dynamic non-equilibrium water flow observations under various boundary conditions[J]. Journal of Hydrology, 2015, **529**: 1851－1858.

[27] JOEKAR-NIASAR V, HASSANIZADEH S M, DAHLE H K. Non-equilibrium effects in capillarity and interfacial area in two-phase flow: dynamic pore-network modelling[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, **655**: 38－71.

[28] ROSS P J, SMETTEM K R J. A Simple Treatment of Physical Nonequilibrium Water Flow in Soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 2000, **64**(6): 1926－1930.

[29] ZHAO C G, LIU Y, GAO F P. Work and energy equations and the principle of generalized effective stress for unsaturated soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2010, **34**(9): 920 - 936.

[30] 刘 艳, 赵成刚, 李 舰, 等. 相间交界面对非饱和土应力状态的影响[J]. 力学学报, 2017(2): 335 - 343. (LIU Yan, ZHAO Cheng-gang, LI Jian, et al. The influence of interfaces on the stress state in unsaturated soils[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2017(2): 335 - 343. (in Chinese))

[31] HASSANIZADEH S M, GRAY W G. Thermodynamic basis of capillary pressure in porous media[J]. Water Resources Research, 1993, **29**(10): 3389 - 3405.

[32] MIRZAEI M, DAS D B. Experimental investigation of hysteretic dynamic effect in capillary pressure–saturation relationship for two-phase flow in porous media[J]. AIChE Journal, 2013, **59**(10): 3958 - 3974.

[33] FENG M, FREDLUND D G. Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements[C]// Proceeding From Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics, 1999, Canada, 14214 - 14220.

[34] ZHUANG L, HASSANIZADEH S M, QIN C, et al. Experimental investigation of hysteretic dynamic capillarity effect in unsaturated flow[J]. Water Resources Research, 2017, **53**(11): 9078 - 9088.

[35] MILATZ M, TÖRZS T, NIKOOEE E, et al. Theoretical and experimental investigations on the role of transient effects in the water retention behaviour of unsaturated granular soils[J]. Geomechanics for Energy and the Environment, 2018, **15**: 54 - 64.

第三届全国软土工程学术会议第一号通知（征文）

第一届全国软土工程学术会议本着“软土工程的理论创新与工程实践”的主题，于 2013 年 11 月在同济大学顺利召开。第二届全国软土工程学术会议围绕着“软土工程的性能与安全”的主题，于 2017 年 11 月在天津大学成功举办。第三届全国软土工程学术会议将于 2021 年 11 月中旬在南京召开。全国各地软土工程专家学者将欢聚一堂，以“软土工程智能建造”为主题，针对重大软土工程问题、软土工程新理论、新技术以及学科发展进行研讨。

本次会议将为学者和同行面对面深入广泛的学术交流研讨提供机会，届时将邀请土力学与软土工程领域的知名专家学者就软土工程学科的发展作综述报告，共同探讨土力学与软土工程学科的发展趋势，展现最新研究进展和成果。

会议将通过大会特邀报告、主题报告、分组报告、研究生专场报告等形式，大家共享新思想，激发新思维，拓宽新视野，进一步推动我国在软土工程的理论和工程实践等方面的进程，促进我国软土工程领域的可持续发展。

会议主要研讨软土工程的基本理论、实践探索、新技术和新方法等。征文内容包括以下 10 个方面。①软土的基本特性与本构关系；②软土工程勘察、测试与智能评价；③软土地基处理创新与智能化施工；④软土基础工程；⑤软土地下工程；⑥软土动力学与地震工程；⑦软土工程数值仿真与信息化技术；⑧绿色软土工程；⑨软土地区重大工程实践；⑩软土工程的其他问题。

应征论文须符合上述征文内容要求，且未公开发表过，作者文责自负，字数一般不超过 8000 字（6 页以内，含图表与公式）。

学术委员会将组织专家对所提交的论文进行审查，录用论文将推荐至《岩土工程学报》增刊、《建筑科学与工程学报》正刊等形式发表。论文格式详见《岩土工程学报》征稿简则，期刊录用论文的版面费按照各期刊要求收取。

论文请通过电子邮件发到大会秘书处会务邮箱（softsoilseu@163.com），并注明作者的详细通讯地址、邮编、联系电话及 Email 地址。

DOI：10.11779/CJGE202101008

行波效应下曲线隧道动力响应解析解

禹海涛[1]，李心熙[2]，李 攀*[2,3]

（1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室，上海 200092；2. 同济大学地下建筑与工程系，上海 200092；3. 苏州大学轨道交通学院，江苏 苏州 215131）

摘 要：隧道曲率变化段是制约隧道结构抗震安全性的关键控制区段，但目前隧道抗震设计仅以横断面剪切变形为主，未考虑隧道沿纵向的曲率半径变化，缺乏针对曲线隧道的纵向抗震简化分析方法。将曲线隧道沿纵向简化为作用在黏弹性地基上的变曲率有限长均质 Euler-Bernoulli 梁，基于 Hamilton 原理及黏弹性地基梁理论建立了结构的微分动力控制方程及边界条件，并通过模态叠加法进行求解，推导出任意动载作用下曲线隧道的位移、速度、加速度、弯矩、剪力等动力响应的解析表达式，以行波荷载为例，给出行波效应下曲线隧道动力响应的退化解答。通过与有限元基准模型在相同条件下的对比分析，验证了所推导解析解的正确性。最后应用该解析公式进行参数敏感性分析，揭示了隧道曲率半径、行波波速、行波频率及地层–结构相对刚度比等关键因素对曲线隧道结构动力响应的影响规律。

关键词：曲线隧道；动力响应；行波效应；解析解；影响因素分析

中图分类号：TU435 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0069－08

作者简介：禹海涛(1983—)，男，博士，教授，主要从事地下结构防灾减灾方面的研究工作。E-mail: yuhaitao@tongji.edu.cn。

Analytical solution for dynamic response of curved tunnels under travelling wave effect

YU Hai-tao[1], LI Xin-xi[2], LI Pan[2,3]

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. School of Rail Transportation, Soochow University, Suzhou 215131, China)

Abstract: The tunnel section with curvature variation that restricts the seismic safety of a tunnel is one of the critical sections for structural design. However, the current seismic design of tunnel structures only focuses on the shear deformation of the tunnel cross-section and the longitudinal curvature is not considered. The most important issue is that there are no available simplified methods in the current literatures for longitudinal seismic analysis of curved tunnels. It is therefore necessary to solve the forward problem with the purpose of obtaining an analytical solution for the dynamic response of curved tunnels under travelling loads. Firstly, a curved tunnel is assumed as a finite homogeneous beam with variable curvature resting on a viscoelastic foundation, and the governing differential equation and boundary conditions of the dynamic problem are established based on the Hamilton principle and the viscoelastic foundational beam theory. Then, the modal superposition method is employed to solve the dynamic problem, and thus the analytical solutions of dynamic responses for curved tunnels subjected to arbitrary dynamic loads are derived. Finally, the degraded solution for travelling loads is obtained with the proposed solution. The solutions of tunnel responses investigated are deflection, velocity, acceleration, bending moment, and shear force. The validation of the analytical solution is verified by providing comparisons between its results and those from the finite element method. The parametric analyses are performed to investigate the influences of the radius of curvature, the velocity and frequency of travelling loads and soil-structure relative stiffness ratio on the dynamic responses of the curved tunnel.

Key words: curved tunnel; dynamic response; travelling wave effect; analytical solution; parametric analysis

0 引 言

近年地震频发，隧道作为震后救援的生命线通道，其抗震安全性至关重要。由于隧道建设受到地形、选

基金项目：国家重点研发计划项目（2018YFC1504305，2017YFC0805501，2017YFC1500703）；国家自然科学基金项目（41922059，51978431，51678438）；上海市科委重点课题（18DZ1205103 & 18DZ1205106，17DZ1203804）；中央高校基本科研业务费专项项目

收稿日期：2020－04－15

*通信作者（E-mail: yongpanli@163.com）

线等因素制约，实际工程中将不可避免地出现曲线型隧道。相比直线型隧道，隧道曲率变化段将成为制约隧道结构抗震安全性的关键控制区段[1]。此外，隧道通常都延伸数公里长的距离，地震波在隧道纵向各点引起的振动将存在显著的差异性[2-4]，如行波效应，即由于位置的不同造成地震波到达时的差异。因此，研究曲线隧道在地震作用尤其是行波效应下的抗震安全性至关重要。

目前隧道抗震分析主要以横断面剪切变形为主[5-6]，而对隧道纵向抗震研究相对较少[7]，尤其罕见对行波效应下曲线隧道地震响应的研究。周彦良[8]采用三维数值模型开展曲线隧道抗震性能分析，研究发现地震作用下曲线隧道与直线隧道的交界处出现明显的应力集中，且隧道曲线段沿纵向内力与变形响应均有较大变化。穆嘉豪等[9]通过对某实际工程三维建模分析，研究了隧道曲线段的加速度及变形响应规律。Fabozzi 等[10]建立了实际地层–曲线隧道三维有限元模型以及简化梁–弹簧模型，通过两种模型对比分析说明了该简化模型在非一致地震输入下的可行性。综上可见，上述研究主要以有限元等数值方法为主，相比而言，解析方法具有计算简便、直观等优点，更适于指导曲线隧道抗震设计。然而，目前解析法仅针对直线型隧道动力响应[11-13]，缺乏曲线隧道动力响应的解析解。

本文将曲线隧道简化为作用在黏弹性地基上的变曲率有限长均质梁，基于 Hamilton 原理及黏弹性地基梁理论，建立了变曲率隧道在任意动力荷载作用下的微分控制方程，采用模态叠加法将动力控制方程解耦，求得各模态下结构的幅值函数，并根据边界条件确定其固有频率及振型，从而推导出变曲率隧道在任意动载作用下的动力响应解析表达式，并退化出行波效应下曲线隧道动力响应的解析解。通过与有限元数值解对比，验证了所推导解析解的正确性。最后通过参数敏感性分析揭示了隧道曲率半径、行波波速与频率、地层－结构相对刚度比等关键因素变化对曲线隧道动力响应的影响规律。

1 动力控制方程

曲线隧道动力问题的分析模型如图 1 所示，其基本假定如下：将曲线隧道简化为有限长均质 Euler-Bernoulli 梁，忽略梁的内部阻尼和轴力的影响，将隧道周围土体假定为黏弹性地基，隧道与土体之间的相互作用通过地基反力系数 K 和阻尼系数 C 表征，外部荷载表示为任意动力荷载函数 $F(x，t)$。曲线段长度为 l_2，两相邻直线段长度分别为 l_1，l_3，曲线段曲率半径为 R，所对应的圆心角为 2θ。梁的单位长度质量为 ρA，抗弯刚度为 EI，梁的位移为 $y(x，t)$。设置多个参考坐标系，控制方程推导采用流动坐标系：梁的轴线设为 x 轴，y 轴与 x 轴垂直，曲线段中点设为原点；整体坐标系设置为：X 轴沿水平方向设置，Y 轴与其垂直，梁最左端的点设为原点；局部坐标系设置：每段梁轴线设为该梁 x_i 轴，y_i 轴与 x_i 轴垂直，每段梁最左端的点设为其原点。

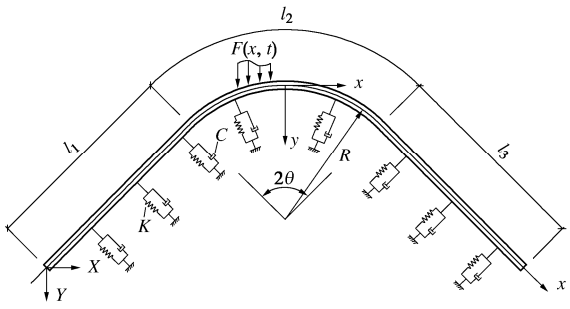


图 1 任意动载作用下黏弹性地基上曲线隧道简化模型

Fig. 1 Curved tunnel on viscoelastic foundation subjected to arbitrary dynamic loads

根据 Hamilton 原理及 Euler–Bernoulli 梁理论[14]，直线段控制方程可以表示为

$$EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+C\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}+Ky(x,t)=F(x,t)。\tag{1}$$

曲线段控制方程为[15]

$$EI\left[\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}+\frac{2}{R^2}\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}+\frac{1}{R^4}y(x,t)\right]+\rho A\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+C\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}+Ky(x,t)=F(x,t)\quad。\tag{2}$$

展开后可写为

$$EI\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4}+2EIR_1(x)\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}+EIR_2(x)y(x,t)+\rho A\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}+C\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}+Ky(x,t)=F(x,t)，\tag{3}$$

式中，$R_1(x)=\begin{cases}0 & |x|>\dfrac{l_2}{2}\\ \dfrac{1}{R^2} & |x|\leqslant\dfrac{l_2}{2}\end{cases}$，$R_2(x)=\begin{cases}0 & |x|>\dfrac{l_2}{2}\\ \dfrac{1}{R^4} & |x|\leqslant\dfrac{l_2}{2}\end{cases}$。

假设梁的初值条件为

$$\begin{cases}y(x,t)\big|_{t=0}=0，\\ \left.\dfrac{\partial y(x,t)}{\partial t}\right|_{t=0}=0。\end{cases}\tag{4}$$

两端任意边界条件可表示为

$$\begin{cases}\left.\dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\right|_{x=-l_1-\frac{l_2}{2}}=B_1,\left.\dfrac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}\right|_{x=\frac{l_2}{2}+l_3}=B_2，\\ \left.\dfrac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3}\right|_{x=-l_1-\frac{l_2}{2}}=B_3,\left.\dfrac{\partial^3 y(x,t)}{\partial x^3}\right|_{x=\frac{l_2}{2}+l_3}=B_4。\end{cases}\tag{5}$$

式中，B_1，B_2，B_3，B_4 是与不同边界条件相关的常数。

方程（3）～（5）构成了问题的完整数学描述，通过求解这些方程，可以获得任意动载下梁的响应。

2　解析解及验证

2.1　解析解推导

利用自由振动的模态振型可以将变曲率有限长梁的动力控制方程进行解耦，使其转换为广义的单自由度体系。将这些振型的幅值定义为广义坐标，可以获得任意形式的梁的响应。理论上该体系包含无数个振型，但梁的动力响应可以用有限数量振型叠加来近似表达[14]。

假设梁位移 $y(x,t)$ 解的形式为

$$y(x,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\Phi_m(x)Y_m(x) \quad , \tag{6}$$

式中，$\Phi_m(x)$ 与 $Y_m(x)$ 分别是第 m 阶振型与幅值。

将方程（6）代入方程（3），乘以 n 阶振型 $\Phi_n(x)$，并对全长进行积分可得

$$\sum_{m=1}^{\infty}Y_m(t)\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\Phi_n(x)[EI\Phi_m^{(4)}(x)+2EIR_1(x)\Phi_m^{\cdot}(x)+EIR_2(x)\Phi_m(x)+K\Phi_m(x)]\mathrm{d}x+\sum_{m=1}^{\infty}\left[\rho A\ddot{Y}_m(t)+C\dot{Y}_m(t)\right]\cdot\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\Phi_n(x)\Phi_m(x)\mathrm{d}x=\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\Phi_n(x)F(x,t)\mathrm{d}x \quad , \tag{7}$$

式中，$\Phi_m^{\cdot}(x)$ 和 $\Phi_m^{(4)}(x)$ 分别是 $\Phi_m(x)$ 对 x 的二阶和四阶导数，$\dot{Y}_m(t)$ 和 $\ddot{Y}_m(t)$ 分别是 $Y_m(t)$ 对时间 t 的一阶和二阶导数。

考虑到振型的正交性，方程（7）可转化为

$$M_n\ddot{Y}_n(t)+C_n\dot{Y}_n(t)+K_nY_n(t)=F_n(t) \quad , \tag{8}$$

式中，M_n，C_n，K_n，F_n 分别为广义质量、广义阻尼、广义刚度、广义荷载，即

$$M_n=\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\rho A\Phi_n^2(x)\mathrm{d}x \quad , \tag{9}$$

$$C_n=\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}C\Phi_n^2(x)\mathrm{d}x \quad , \tag{10}$$

$$K_n=\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\left\{EI\left[\Phi_n^{\cdot}(x)\right]^2+2EIR_1(x)\left[\Phi_n^{'}(x)\right]^2+\left[EIR_2(x)+K\right]\Phi_n^2(x)\right\}\mathrm{d}x \quad , \tag{11}$$

$$F_n(t)=\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\Phi_n(x)F(x,t)\mathrm{d}x \quad 。 \tag{12}$$

利用 Duhamel 积分求解方程（8），可得

$$Y_n(t)=\frac{1}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\sin\left[\omega_{Dn}(t-s)\right]\mathrm{d}s \text{。} \tag{13}$$

式中，ω_n 为自由振动的 n 阶频率，$\omega_n^2=\dfrac{K_n}{M_n}$，$\xi_n$ 为 n 阶模态的阻尼比，$\xi_n=\dfrac{C_n}{2M_n\omega_n}$，$\omega_{Dn}=\omega_n\sqrt{1-\xi_n^2}$。

将方程（13）代入方程（6），可得

$$y(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_n(x)}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\sin[\omega_{Dn}(t-s)]\mathrm{d}s \text{。} \tag{14}$$

方程（14）即为黏弹性地基上变曲率有限长梁的平面内动力响应解析解。速度和加速度响应可以通过位移响应对时间 t 的一阶和二阶导数获得

$$v(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_n(x)}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\,\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\cdot\{\omega_{Dn}\cos\left[\omega_{Dn}(t-s)\right]-\xi_n\omega_n\sin\left[\omega_{Dn}(t-s)\right]\}\mathrm{d}s \quad , \tag{15}$$

$$a(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\Phi_n(x)}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\cdot\{(\xi_n^2\omega_n^2-\omega_{Dn}^2)\sin[\omega_{Dn}(t-s)]-2\xi_n\omega_n\omega_{Dn}\cos[\omega_{Dn}(t-s)]\}\mathrm{d}s \quad 。 \tag{16}$$

弯矩响应和剪力响应可以通过位移响应对空间 x 的二阶和三阶导数并乘以系数 $(-EI)$ 得到

$$M(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-EI\Phi_n^{''}(x)}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\sin[\omega_{Dn}(t-s)]\mathrm{d}s, \tag{17}$$

$$Q(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-EI\Phi_n^{'''}(x)}{M_n\omega_{Dn}}\int_0^t F_n(s)\mathrm{e}^{-\xi_n\omega_n(t-s)}\sin[\omega_{Dn}(t-s)]\mathrm{d}s\text{。} \tag{18}$$

2.2　模态分析

不考虑阻尼，方程（1）可转化成自由振动方程：

$$EI\frac{\partial^4y(x,t)}{\partial x^4}+Ky(x,t)+\rho A\frac{\partial^2y(x,t)}{\partial t^2}=0 \text{。} \tag{19}$$

基于变量分离，可得常微分方程：

$$\Phi_{\mathrm{s}}^{(4)}(x)-b_{\mathrm{s}}^4\Phi_{\mathrm{s}}(x)=0 \quad , \tag{20}$$

式中，$\Phi_{\mathrm{s}}(x)$ 为直线梁振型，$b_{\mathrm{s}}^4=a_{\mathrm{s}}^4-\dfrac{K}{EI}$，$a_{\mathrm{s}}^4=\dfrac{\omega_{\mathrm{s}}^2\rho A}{EI}$，$\omega_{\mathrm{s}}$ 为直线梁自由振动的频率。

方程（20）的解可表示为

$$\Phi_{\mathrm{s}}(x)=D_{\mathrm{s1}}\cos(b_{\mathrm{s}}x)+D_{\mathrm{s2}}\sin(b_{\mathrm{s}}x)+D_{\mathrm{s3}}\cosh(b_{\mathrm{s}}x)+D_{\mathrm{s4}}\sinh(b_{\mathrm{s}}x) \quad , \tag{21}$$

式中，D_{s1}，D_{s2}，D_{s3} 和 D_{s4} 为与直线梁的边界条件相关的实常数。

曲线梁自由振动分析过程与直线梁类似，其振型可表示为

$\Phi_{\mathrm{c}}(x)=D_{\mathrm{c1}}\cos(\mathrm{d}x)+D_{\mathrm{c2}}\sin(\mathrm{d}x)+D_{\mathrm{c3}}\cosh(\mathrm{d}x)+D_{\mathrm{c4}}\sinh(\mathrm{d}x)$。 (22)

式中，$\Phi_{\mathrm{c}}(x)$ 为曲线梁振型，$d=\sqrt{\sqrt{\dfrac{1}{R^4}+b_{\mathrm{c}}^4}-\dfrac{1}{R^2}}$，$b_{\mathrm{c}}^4=a_{\mathrm{c}}^4-\dfrac{1}{R^4}-\dfrac{K}{EI}$，$a_{\mathrm{c}}^4=\dfrac{\omega_{\mathrm{c}}^2\rho A}{EI}$，$\omega_{\mathrm{c}}$ 为曲线梁自由振动的频率，D_{c1}，D_{c2}，D_{c3} 和 D_{c4} 为与曲线梁的边界条件相关的实常数。

对于变曲率弹性地基梁，考虑曲线段与直线段交界处的连续条件及边界条件，即可获得其固有频率及振型。本文采用 Samuel 等[16]建议的矩阵方法来进一步简化问题的表达，并采用局部坐标系进行推导。

不考虑阻尼，振型可以写成以下矩阵形式：

$$\Phi_i(x_i)=D_{i1}\cos(d_ix_i)+D_{i2}\sin(d_ix_i)+D_{i3}\cosh(d_ix_i)+D_{i4}\sinh(d_ix_i)=\boldsymbol{A}_i(x_i)\boldsymbol{D}_i \quad , \tag{23}$$

式中，$\boldsymbol{A}_i(x_i)$ 为向量形式的振型项，$\boldsymbol{D}_i$ 为对应的系数向量，即

$$\boldsymbol{A}_i(x_i)=\begin{bmatrix}\cos(d_ix_i) & \sin(d_ix_i) & \cosh(d_ix_i) & \sinh(d_ix_i)\end{bmatrix}, \tag{24}$$

$$\boldsymbol{D}_i=\begin{bmatrix}D_{i1} & D_{i2} & D_{i3} & D_{i4}\end{bmatrix} \quad , \tag{25}$$

$$d_i=\begin{cases}\sqrt[4]{\dfrac{\omega^2\rho A}{EI}-\dfrac{K}{EI}} & (i=1,3)\\ \sqrt{\sqrt{\dfrac{\omega^2\rho A}{EI}-\dfrac{K}{EI}}-\dfrac{1}{R^2}} & (i=2)\end{cases} \quad 。 \tag{26}$$

式中，x_i 为每段梁在局部坐标系下的坐标，i=1,2,3。

定义矩阵变量 $\boldsymbol{C}_i(x_i)$ 为

$$\boldsymbol{C}_i(x_i)=[\boldsymbol{A}_i(x_i) \quad \boldsymbol{A}_i'(x_i) \quad -EI\boldsymbol{A}_i''(x_i) \quad -EI\boldsymbol{A}_i'''(x_i)]^{\mathrm{T}}。 \tag{27}$$

则可以得到如下关系式：

$$\left[\Phi_i(x_i) \quad \Phi_i'(x_i) \quad -EI\Phi_i''(x_i) \quad -EI\Phi_i'''(x_i)\right]^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{C}_i(x_i)\boldsymbol{D}_i \tag{28}$$

考虑到直线段与曲线段之间变形和内力连续，可得如下关系式：

$$\boldsymbol{C}_1(l_1)\boldsymbol{D}_1=\boldsymbol{C}_2(0)\boldsymbol{D}_2 \quad , \tag{29}$$

$$\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{D}_2=\boldsymbol{C}_3(0)\boldsymbol{D}_3 \quad 。 \tag{30}$$

由此可得

$$\boldsymbol{D}_2=\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{C}_1(l_1)\boldsymbol{D}_1 \quad , \tag{31}$$

$$\boldsymbol{D}_3=\boldsymbol{C}_3^{-1}(0)\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{D}_2=\boldsymbol{C}_3^{-1}(0)\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{C}_1(l_1)\boldsymbol{D}_1。 \tag{32}$$

以上为直线段与曲线段之间系数向量的关系，根据边界条件即可求得梁的固有频率及振型，下面以两端固定边界为例给出梁固有频率及振型的求解过程。

设两端边界条件均为固定，即 $\Phi_1(0)=\Phi_1'(0)=0$，则可得 $D_{13}=-D_{11}$，$D_{14}=-D_{12}$，令

$$\boldsymbol{C}_1(l_1)\boldsymbol{D}_1=\boldsymbol{E}_1(l_1)\begin{bmatrix}D_{11}\\ D_{12}\end{bmatrix} \quad 。 \tag{33}$$

式中，$\boldsymbol{E}_1(l_1)$ 为 4×2 矩阵，则方程（31）与方程（32）可重新写为

$$\boldsymbol{D}_2=\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)\begin{bmatrix}D_{11}\\ D_{12}\end{bmatrix} \quad , \tag{34}$$

$$\boldsymbol{D}_3=\boldsymbol{C}_3^{-1}(0)\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)\begin{bmatrix}D_{11}\\ D_{12}\end{bmatrix} \quad 。 \tag{35}$$

考虑到方程（34）中的 $\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)$ 为 4×2 矩阵，可以将其分解为两个 4×1 向量，即

$$\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}_1 & \boldsymbol{V}_1\end{bmatrix} \quad , \tag{36}$$

式中，$\boldsymbol{T}_1$ 和 $\boldsymbol{V}_1$ 均为 4×1 向量变量。

同理，方程（35）中的 $\boldsymbol{C}_3^{-1}(0)\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)$ 也可分解为

$$\boldsymbol{C}_3^{-1}(0)\boldsymbol{C}_2(l_2)\boldsymbol{C}_2^{-1}(0)\boldsymbol{E}_1(l_1)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{V}_2\end{bmatrix} \quad , \tag{37}$$

式中，$\boldsymbol{T}_2$ 和 $\boldsymbol{V}_2$ 也为 4×1 向量变量。

因此，曲线段与直线段的振型方程可表示为

$$\Phi_2(x_2)=D_{11}\boldsymbol{A}_2(x_2)\boldsymbol{T}_1+D_{12}\boldsymbol{A}_2(x_2)\boldsymbol{V}_1 \quad , \tag{38}$$

$$\Phi_3(x_3)=D_{11}\boldsymbol{A}_3(x_3)\boldsymbol{T}_2+D_{12}\boldsymbol{A}_3(x_3)\boldsymbol{V}_2 \quad 。 \tag{39}$$

考虑到梁另一端的边界条件为 $\Phi_3(l_3)=\Phi_3'(0)=0$，并将方程（39）代入该边界条件，可得：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{V}_2\\ \boldsymbol{A}_3'(l_3)\boldsymbol{T}_2 & \boldsymbol{A}_3'(l_3)\boldsymbol{V}_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}D_{11}\\ D_{12}\end{bmatrix}=0 \quad 。 \tag{40}$$

将方程（40）第一项的行列式的值设为 0，则可以得到梁的频率方程，通常可以采用计算机软件（如 Matlab 等）对其进行求解。

由方程（40）可得

$$D_{12}=-\frac{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{T}_2}{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{V}_2}D_{11} \quad 。 \tag{41}$$

则直线段与曲线段的振型可分别表示为

$$\Phi_1(x_1)=D_{11}\left\{\left[\cos(d_1x_1)-\cosh(d_1x_1)\right]-\frac{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{T}_2}{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{V}_2}\left[\sin(d_1x_1)-\sinh(d_1x_1)\right]\right\} \quad , \tag{42}$$

$$\Phi_2(x_2)=D_{11}\left[\boldsymbol{A}_2(x_2)\boldsymbol{T}_1-\frac{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{T}_2}{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{V}_2}\boldsymbol{A}_2(x_2)\boldsymbol{V}_1\right], \tag{43}$$

$$\Phi_3(x_3)=D_{11}\left[\boldsymbol{A}_3(x_3)\boldsymbol{T}_2-\frac{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{T}_2}{\boldsymbol{A}_3(l_3)\boldsymbol{V}_2}\boldsymbol{A}_3(x_3)\boldsymbol{V}_2\right]。 \tag{44}$$

系数 D_{11} 可以由下式确定：

$$D_{11}^2\left[\int_{-l_1-\frac{l_2}{2}}^{-\frac{l_2}{2}}\rho A\Phi_1^2\left(x+l_1+\frac{l_2}{2}\right)+\int_{-\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}}\rho A\Phi_2^2\left(x+\frac{l_2}{2}\right)+\int_{\frac{l_2}{2}}^{\frac{l_2}{2}+l_3}\rho A\Phi_3^2\left(x-\frac{l_2}{2}\right)\right]=1 \quad 。 \tag{45}$$

则梁的振型函数为

$$\Phi(x)=\begin{cases}\Phi_1\left(x+l_1+\dfrac{l_2}{2}\right) & \left(-l_1-\dfrac{l_2}{2}\leqslant x\leqslant -\dfrac{l_2}{2}\right)\\ \Phi_2\left(x+\dfrac{l_2}{2}\right) & \left(-\dfrac{l_2}{2}<x\leqslant \dfrac{l_2}{2}\right)\\ \Phi_3\left(x-\dfrac{l_2}{2}\right) & \left(\dfrac{l_2}{2}<x\leqslant \dfrac{l_2}{2}+l_3\right)\end{cases}。(46)$$

将方程（46）及相应的固有频率代入方程（14）～（18），即可得两端自由的变曲率弹性地基梁动力响应解析解。需要说明的是，本文推导出的曲线隧道动力响应解析解适用于任意动载条件，以下讨论仅针对行波效应这一特定荷载形式。

2.3　算例分析

行波效应是指荷载抵达隧道不同位置的时间不同步，导致结构响应显著变化的现象，可以将具有行波效应的地震动简化为整体坐标系下如下形式[13]：

$$F(X,t)=\begin{cases}0 & (X>vt)\\ P\sin\left[2\pi f\left(t-\dfrac{X}{v}\right)\right] & (X\leqslant vt)\end{cases}。(47)$$

式中，P 为行波幅值，f 为行波圆频率，v 为行波波速。

以上海某大直径盾构隧道为例，外径为 14.5 m，内径为 13.3 m，直线段长度为 1000 m，曲线段长度为 500 m，曲率半径为 400 m，密度为 2500 kg/m^3，弹性模量为 3.45×10^{10} Pa。盾构隧道是由单块管片在环向和纵向用螺栓装配起来的不连续结构体，因此在进行盾构隧道的纵向分析时，要考虑衬砌构造的接缝特征，本文采用文献[17]提出的纵向等效刚度来考虑接缝的影响。计算模型中隧道环缝接头布置 42 个 M36 螺栓，单个螺栓抗拉刚度 $k_1=2.64\times10^8$ N/m，衬砌环宽 l_s=2 m。经计算得纵向弯曲刚度的折减系数为 0.06。考虑土体弹性模量 E_m=117 MPa，泊松比 ν_m=0.3，阻尼系数取 C=0，根据 St John 等[5]的建议公式确定弹簧刚度。并以上海地区设计地震加速度 PGA=0.1g 为例，取振幅 66 kN，主频 2 Hz，波速 200 m/s。考虑到盾构隧道端部与工作井相连，而工作井的结构刚度远大于盾构隧道的结构刚度[18]，因此隧道两端边界条件近似为固定端。

为了验证本文所推导解析解的正确性，采用有限元软件 ABAQUS 建立了与解析解模型相同参数的梁–弹簧模型，并将解析解计算结果与有限元计算结果进行对比。图 2 给出了 x=0 处结构的加速度和弯矩响应解析解和数值解对比。由图可知，解析解与数值解结果基本一致，由此验证了所推导解析解的正确性。并对比分析了相同模型参数下本文的梁–弹簧模型及三维地层–结构模型的计算结果，两者规律一致，除个别点误差较大外，本文方法精度较好[19]，进一步验证本文所推导解析解的合理性。

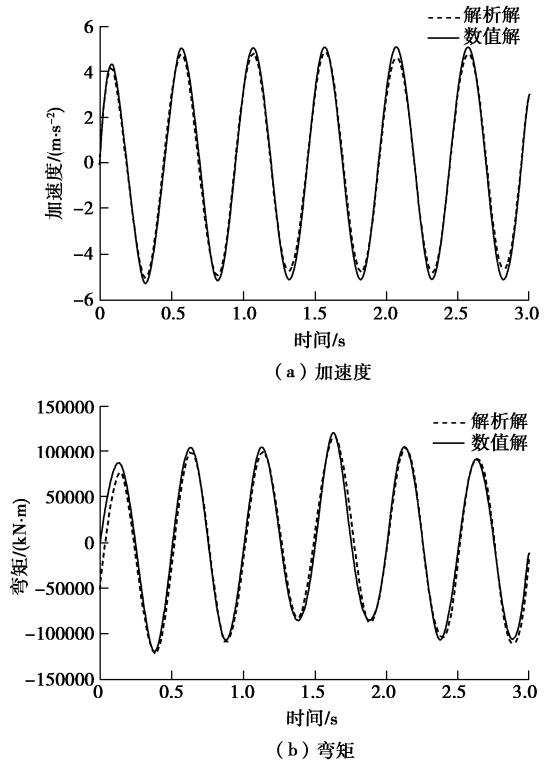


图 2 x=0 处隧道动力响应对比

Fig. 2 Dynamic responses at position of x =0 of tunnel under travelling loads

3　参数敏感性分析

本节保留 2.3 节算例的隧道参数、地基参数及荷载参数，通过分别改变隧道曲率半径、行波波速、行波频率以及土－结构相对刚度比进行参数敏感性分析。

3.1　曲率半径影响分析

考虑到实际情况下，隧道曲率半径与其所对应的圆心角是同时变化的，因此本节考虑固定曲线段的长度，即 l_2 保持不变，通过改变曲率半径来探究隧道动力响应的变化。同时考虑到设计时隧道曲线段曲率半径不宜小于 250 m[20]，本节分析中曲率半径分别取 200，400，600，800，1000 m，∞（直线隧道），隧道对应曲率则为曲率半径的倒数，如直线隧道的曲率为 0。

从隧道曲线段中点（x=0 处）开始，每隔 125 m 设置一个观测点，如图 3 所示，输出其最大加速度随曲率变化图，如图 4 所示，其余动力响应规律（如速度、弯矩、剪力）与其类似。由图可知，在曲线段中部，隧道动力响应随着曲率的增大而迅速增大；随着观测点从曲线段向直线段移动（图 3 中从 A 点到 E 点），隧道动力响应随曲率变化逐渐减小；在直线段，隧道动力响应随曲率变化不大，即基本不受曲线段影响。

因此在曲线隧道抗震设计中，不应选用过小的曲率半径，且应重点关注隧道转弯处的动力响应。

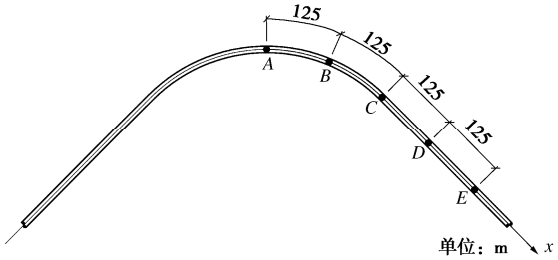


图 3 观测点示意图

Fig. 3 Layout of observation points

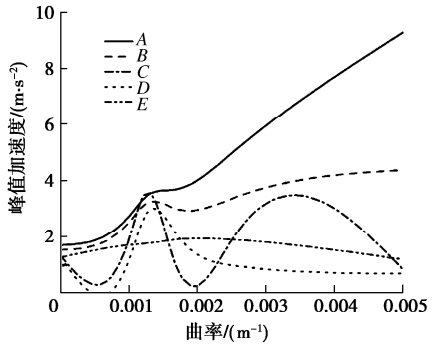


图 4 不同曲率下隧道最大加速度响应

Fig. 4 Peak accelerations of tunnel under travelling loads with different curvatures

3.2 行波波速影响分析

为研究行波波速对隧道动力响应的影响，分别取 200，400，600，800 m/s[21]。图 5 给出了隧道最大加速度响应随行波波速变化曲线，其余动力响应规律与其类似。由图可知，行波波速对隧道动力响应有显著影响，但影响规律并不是简单的正相关或负相关关系，而是存在一个最大响应峰值对应的临界波速，且该临界速度与位置有关，即随着观测点位置从曲线段过渡到直线段，该临界速度逐渐增大，同时，隧道曲线段中部动力响应明显大于直线段动力响应。

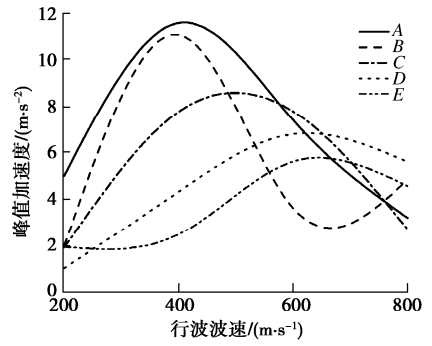


图 5 不同行波波速下隧道加速度峰值

Fig. 5 Peak accelerations of tunnel under travelling loads with different velocities

3.3 行波频率影响分析

为研究行波荷载频率对隧道动力响应的影响，并考虑到地震动频率基本在 10 Hz 以下，行波频率分别取 2，4，6，8，10 Hz。采用傅里叶变换，将隧道曲线段中点加速度－时间曲线转换为幅值－频率曲线，如图 6 所示，并给出隧道最大弯矩随行波频率变化图，如图 7 所示。由图 6，7 可知，行波频率对隧道加速度响应影响显著，隧道加速度响应峰值对应的主频与行波频率基本保持一致；隧道动力响应在行波频率为 2 Hz 时明显大于其余行波频率下的响应。因此，在抗震设计时应尤其关注地震波低频部分对隧道造成的损坏。

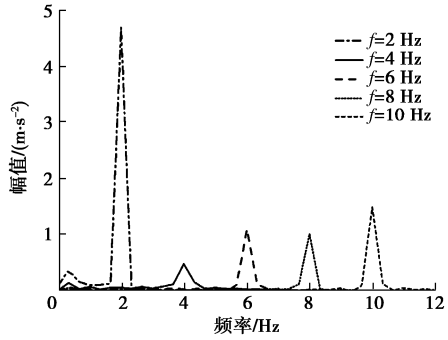


图 6 不同行波频率下隧道加速度响应幅值－频率曲线

Fig. 6 Frequency spectra at position of x =0 of tunnel under travelling loads with different frequencies

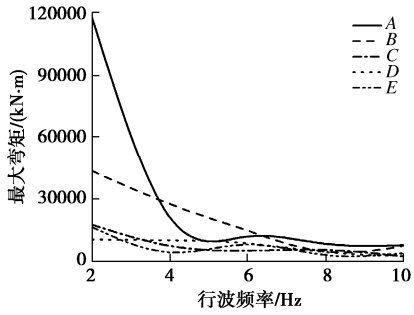


图 7 不同行波频率下隧道最大弯矩响应

Fig. 7 Peak bending moments of tunnel under travelling loads with different frequencies

3.4 土－结构相对刚度比影响分析

土－结构相对刚度比为[12]

$$F=\frac{KI^4}{EI}\quad , \tag{48}$$

式中，K 为地基弹簧刚度，l 为隧道单位长度，E 为隧道衬砌弹性模量，I 为隧道截面惯性矩。考虑Ⅰ～Ⅳ类场地土范围，土体弹性模量 E_m 分别取为 117～5200 MPa，泊松比统一取为 0.3，依据式（48）计算对应的土－结构相对刚度比。

隧道最大弯矩随土－结构相对刚度比变化曲线如

图 8 所示。由图可知，随着土－结构相对刚度比的减小，隧道动力响应明显增大，由此可见软土地层隧道在地震作用下的动力响应要远大于中硬地层的隧道。当土－结构相对刚度比较小时，随着土－结构相对刚度比的增大，隧道最大动力响应降幅较快；随着土－结构相对刚度比进一步增大，隧道最大动力响应降幅有所减缓。因此，设计中可以考虑通过调整土－结构相对刚度比来减小隧道的响应。

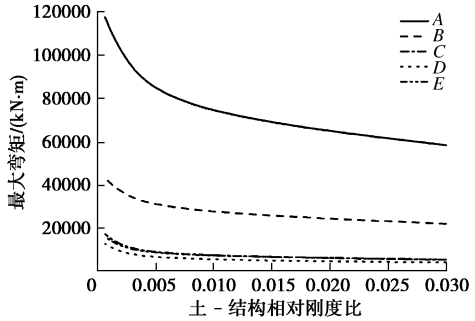


图 8 不同土－结构相对刚度比下隧道最大弯矩响应

Fig. 8 Peak bending moments of tunnel under travelling loads with different soil-structure relative stiffness ratios

4 结　　论

本文为曲线隧道动力响应分析提供了一种新的快速实用简化算法，即将曲线隧道简化为黏弹性地基上的变曲率有限长均质 Euler-Bernoulli 梁，通过模态叠加法推导出任意动载作用下曲线隧道的动力响应解析表达式。通过将所得解析解与数值模拟的数值解对比，验证了所推导解析解的正确性。以行波荷载为例进行参数敏感性分析，探究了曲率半径、行波波速、行波频率及土－结构相对刚度比对隧道响应的影响规律，结果表明：

（1）随着曲率半径的增大，隧道动力响应减小，且曲率的存在会使隧道转弯处动力响应明显增大。

（2）行波波速对隧道动力响应的影响并非呈正相关或负相关关系，而是存在一个临界波速，且该临界速度与隧道观测点位置有关。

（3）行波频率为低频时隧道结构的动力响应显著放大，因此在抗震设计中应重点关注地震波低频部分对隧道的损坏。

（4）土–结构相对刚度比对曲线隧道的动力响应影响显著，且随着土－结构相对刚度比的减小，隧道动力响应明显加剧，说明软土地层的隧道抗震更为突出。

本文所推导出的解析解适用于线性问题分析，可以简便、快速地对曲线隧道结构的抗震安全性进行评估，还可以直观地给出各关键参数之间相互关联的解析关系，为隧道结构抗震设计与分析提供了理论依据。

参考文献：

[1] 张玉娥, 白宝鸿, 张耀辉, 等. 地铁区间隧道震害特点、震害分析方法及减震措施的探讨[J]. 振动与冲击, 2003(1): 72－73, 65, 76, 111. (ZHANG Yu-e, BAI Bao-hong, ZHANG Yao-hui, et al. Study on subway tunnel's behavior due to seismic damage, methods of analyzing seismic response and earthquake-proof means[J]. Journal of Vibration and Shock, 2003(1): 72－73, 65, 76, 111. (in Chinese))

[2] 袁　勇, 包　蓁, 禹海涛, 等. 考虑行波效应的盾构隧道多点振动台试验[J]. 中国公路学报, 2017, **30**(8): 174－182. (YUAN Yong, BAO Zhen, YU Hai-tao, et al. Multi-point shaking table test on shield tunnels in consideration of wave-passage effect[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, **30**(8): 174－182. (in Chinese))

[3] 袁　勇, 禹海涛, 燕　晓, 等. 超长沉管隧道多点振动台试验模拟与分析[J]. 中国公路学报, 2016, **29**(12): 157－165. (YUAN Yong, YU Hai-tao, YAN Xiao, et al. Multi-point shaking table test simulation and analysis of a super-long immersed tunnel[J]. China Journal of Highway and Transport, 2016, **29**(12): 157－165. (in Chinese))

[4] 禹海涛, 袁　勇, 顾玉亮, 等. 非一致激励下长距离输水隧道地震响应分析[J]. 水利学报, 2013, **44**(6): 718－725. (YU Hai-tao, YUAN Yong, GU Yu-liang, et al. Effect of non-uniform excitation on seismic response of long-distance water-conveyance tunnel[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2013, **44**(6): 718－725. (in Chinese))

[5] St JOHN C M S, ZAHRAH T F. Aseismic design of underground structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 1987, **2**(2):165－197.

[6] HASHASH Y M A, HOOK J J, SCHMIDT B, et al. Seismic design and analysis of underground structures[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2001, **16**(4): 247－293.

[7] 禹海涛, 吴胤翔, 涂新斌, 等. 盾构隧道纵向地震响应的多尺度分析方法[J]. 中国公路学报, 2019, **33**(1): 139－144, 152. (YU Hai-tao, WU Yin-xiang, TU Xin-bin, et al. Multi-scale method for longitudinal seismic response analysis of shield tunnels[J]. China Journal of Highway and Transport, 2019, **33**(1): 139－144, 152. (in Chinese))

[8] 周彦良. 曲线隧道的地震响应特性及抗震减震方法研究[D]. 西安: 西安科技大学, 2013. (ZHOU Yan-liang. Study on Seismic Response Properties and Anti-Seismic and Seismic-Relieving Measures of Curved Tunnel[D]. Xi'an:

Xi'an University of Science and Technology, 2013. (in Chinese))

[9] 穆嘉豪, 王国波. 小半径平面曲线隧道地震响应分析[J].岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 2): 197－200. (MU Jia-hao, WANG Guo-bo. Seismic response of small-radius planar curved tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S2): 197－200. (in Chinese))

[10] FABOZZI S, BILOTTA E, YU H, et al. Effects of the asynchronism of ground motion on the longitudinal behavior of a circular tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **82**: 529－541.

[11] 禹海涛, 张正伟, 李 攀, 等. 土岩变化地层长隧道纵向地震响应解析解[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(7): 1244－1250. (YU Hai-tao, ZHANG Zheng-wei, LI Pan, et al. Analytical solution for longitudinal seismic responses of long tunnels crossing soil-rock stratum[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(7): 1244－1250. (in Chinese))

[12] 禹海涛, 袁 勇. 长大隧道地震响应分析与试验方法新进展[J]. 中国公路学报, 2018, **31**(10): 19－35. (YU Hai-tao, YUAN Yong. Review on seismic response analysis and test methods for long and large tunnels[J]. China Journal of Highway and Transport, 2018, **31**(10): 19－35. (in Chinese))

[13] 禹海涛, 蔡 创, 张正伟. 任意动载作用下长隧道纵向响应解析解[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2018, **46**(1): 1－6. (YU Hai-tao, CAI Chuang, ZHANG Zheng-wei. Analytical solutions for long tunnels under arbitrary dynamic loadings[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2018, **46**(1): 1－6. (in Chinese))

[14] CLOUGH R W, PENZIEN J. Dynamics of Structures[M]. the United: States of America Computers and Structures, Inc, 2003.

[15] 姚玲森. 曲线梁[M]. 北京: 人民交通出版社, 1989. (YAO Ling-sen. Curved Beam[M]. Beijing: China Communications Press, 1989. (in Chinese))

[16] STANTON S C, MANN B P. On the dynamic response of beams with multiple geometric or material discontinuities[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2010, **24**(5): 1409－1419.

[17] 志波由紀夫, 川島一彦, 大日方尚巳, et al. 応答変位法によるシールドトンネルの地震時断面力の算定法[C]// 土木学会論文集, 1989: 385－394. (YUKIS S, KAZUHIKO K, NAOMI O, et al. Calculation of internal force of structure during earthquake using response displacement method[C]// Proceedings of the Civil Academy, 1989: 385－394. (in Japanese))

[18] ZHANG J, YUAN Y, YU H. Shaking table tests on discrepant responses of shaft-tunnel junction in soft soil under transverse excitations[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2019, **120**: 345－359.

[19] 李心熙. 曲线隧道纵向动力响应解析解及其影响因素分析[D]. 上海: 同济大学, 2019. (LI Xin-xi. Analytical Solution for Longitudinal Dynamic Responses of Curved Tunnels and Parametric Analyses[D]. Shanghai: Tongji University, 2019. (in Chinese))

[20] 公路隧道设计规范 第一册 土建工程：JTG 3370.1—2018[S]. 北京: 人民交通出版社, 2018. (Specifications for Design of Highway Tunnels Section 1 Civil Engineering: JTG 3370.1—2018[S]. Beijing: China Communications Press, 2018. (in Chinese))

[21] 范立础, 王君杰, 陈 玮. 非一致地震激励下大跨度斜拉桥的响应特征[J]. 计算力学学报, 2001, **18**(3): 358－363. (FAN Li-chu, WANG Jun-jie, CHEN Wei. Response characteristics of long-span cable-stayed bridges under non-uniform seismic action[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, **18**(3): 358－363. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101009

温度对 GMZ 膨润土的膨胀性能影响研究

项国圣[1, 2]，吕立勇[1]，葛 磊[1]，周殷康[1]，谢胜华[1]

（1. 安徽工业大学建筑工程学院，安徽 马鞍山 243002；2. 同济大学土木工程学院，上海 200092）

摘 要：在 25℃，40℃，60℃和 90℃的蒸馏水中对高庙子（GMZ）膨润土进行了膨胀性能试验。由于在试验条件下渗透膨胀占主导地位，GMZ 膨润土的膨胀性能随温度的升高而增大，其中最大膨胀率随温度线性增加，而膨胀力随温度呈指数增加。压实 GMZ 膨润土的膨胀性能可用 $e_m=Kp^{D-3}$ 表示。N_2 吸附试验结果表明温度对 GMZ 膨润土的表面分维 D 基本没有影响。在渗透膨胀条件下，采用扩散双层模型计算发现膨胀系数 K 与温度 T_c 之间存在线性关系，并且通过 GMZ 膨润土和 Bikaner 膨润土的膨胀试验进行了验证。将 $K-T_c$ 线性关系与 e_m-p 分形关系相结合，提出了温度作用下 GMZ 膨润土膨胀性能的一种简便定量评价方法。

关键词：膨润土；温度；膨胀性能；表面分维；分形模型

中图分类号：TU443 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0077－08

作者简介：项国圣(1986—)，男，博士，副教授，主要从事复杂环境中膨胀性黏土岩土工程等方面的研究工作。E-mail: xianggsh2011@163.com。

Effects of temperature on swelling characteristics of GMZ bentonite

XIANG Guo-sheng[1, 2], LÜ Li-yong[1], GE Lei[1], Zhou Yin-kang[3], XIE Sheng-hua[1]

(1. School of Civil Engineering and Architecture, Anhui University of Technology, Ma'anshan 243002, China; 2. College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: The buffer/backfill performance of bentonite–based materials may be affected by the influences of temperature fields, thereby leading to uncertainties in the safe operation of repositories. In order to address this issue, the swelling tests on Gaomiaozi (GMZ) bentonite are carried out in distilled water at 25, 40, 60, and 90 °C. The results show that the swelling of GMZ bentonite increases with the temperature, owing to that the osmotic swelling dominates the swelling of compacted GMZ bentonite under the experimental conditions. The maximum swelling strain increases linearly with the temperature, whereas the swelling pressure increases exponentially with the temperature. The swelling characteristics of compacted GMZ bentonite can be expressed as $e_m=Kp^{D-3}$. According to the results of N_2 adsorption tests, the fractal dimension, D, of GMZ bentonite is unaffected by the temperature. Calculated by the diffuse double layer model under osmotic swelling, a linear relation is found between the montmorillonite swelling coefficient K and the temperature Tc, which is verified by the swelling tests on GMZ bentonite and Bikaner bentonite. Combining the linear $K-T_c$ relation and the fractal e_m-p relation, a simple method for evaluating the swelling of GMZ bentonite affected by the temperature is proposed.

Key words: bentonite; temperature; swelling property; fractal dimension; fractal method

0 引 言

深层地质处置被认为是处置高放废物最合理的方法。膨润土具有低渗透性、较好的吸附性和较大的膨胀性等特点，被广泛认为是深层地质处置库理想的缓冲/回填材料[1-3]。由压实膨润土构成的屏障的一个重要功能是填充建造或运行过程中可能产生的裂缝，形成封闭的环境，防止核素迁移。在过去几十年中，膨润土基缓冲/回填材料的膨胀特性得到了广泛的研究[4-7]。研究结果表明，膨润土的膨胀受干密度、孔隙流体化学物质和温度等多种因素的影响[8-10]。

相关研究表明，温度对不同膨润土膨胀的影响是不同的，即使在不同的试验条件下对同一膨润土的影响也不相同[11-13]。Pusch 等[14]指出温度对膨润土膨胀力的影响与其主要的阳离子有一定关系，温度升高可提高高密实钠膨润土的膨胀力，但会降低二价膨润土膨胀力。蒙脱石类黏土的膨胀过程大致可分为晶层膨胀和渗透膨胀[15]。在水分进入膨润土的初始阶段，膨

基金项目：国家自然科学基金项目（41702311）；中国博士后科学基金面上项目（2019M660096）

收稿日期：2019－11－17

表 1 GMZ 膨润土的物理化学指标[22]

Table 1 Physicochemical indices of GMZ bentonite

土粒相对质量密度	液限 w_L/%	塑限 w_P/%	塑性指数 I_P	蒙脱石含量 C_m/%	阳离子交换量/(cmol·kg^{-1})	主要交换性阳离子/(cmol·kg^{-1})			
						Na^+	Ca^{2+}	Mg^{2+}	K^+
2.66	276	37	239	75	75.1	36.2	24.7	11.9	3.62

胀是由存在于蒙脱石单元层之间的可交换阳离子的水化作用引起的（阳离子与水发生化合反应，在其周围形成一定的水分子层），称之为晶层膨胀。随着水分进一步渗入并充填蒙脱石集合体内的孔隙，集合体膨胀并裂开成薄层叠体，甚至为单层晶层，形成渗透膨胀也称为双电层膨胀[16]。扩散双电层（DDL）模型适用于渗透膨胀。根据 DDL 模型，DDL 的厚度随温度的升高而增大。因此，如果 DDL 在粒间孔隙中发育良好，温度会促进黏土的膨胀。通常，扩散双电层在钠基膨润土中容易发展，但其间距随着阳离子价的增加而减小，导致二价膨润土中 DDL 的形成相对困难。因此，温度往往会促进钠基膨润土的膨胀，例如 GMZ 膨润土[17-18]。此外，DDL 的发展还取决于荷载或试样的干密度，在小荷载或低密度的试样中，扩散双电层可以得到很好的发展。在这种情况下，渗透膨胀仍是主要的膨胀形式。Romero 等[19]报告了 FEBEX Ca/Mg-膨润土的自由膨胀率随温度升高而增加。Cho 等[4]发现加热可以促进干密度较低的 Korea 钙基膨润土的膨胀力。Bag 等[12]也发现温度升高使 Bikane 钙基膨润土的膨胀力有轻微的增加。然而，对于高压实膨润土，无论是钠基膨润土[13,20]还是二价膨润土[21]，膨胀性能均随温度的增加而降低。这主要是因为晶层膨胀是高压下高压实膨润土主要的膨胀形式[13]。在这种情况下，晶层间水分子的动能受到热量的促进，导致水分子不稳定，蒙脱石吸水能力降低[13]。因此，根据目前的研究可以推断，在渗透膨胀为主的情况下，膨润土的膨胀特性随着温度的升高而增强，而在晶层膨胀的情况下则相反。

高庙子（GMZ）膨润土被认为是中国深层地质处置首选的缓冲/回填材料。不同条件下 GMZ 膨润土膨胀性能的研究已取得较丰富的成果[16-17, 22]。但温度对 GMZ 膨润土膨胀性能的影响还不够明确。另外，目前比较缺乏膨胀性能随温度变化的定量评价模型。DDL 模型是适用于压实膨润土渗透膨胀的计算方法[23]。但目前也发现了 DDL 模型的一些局限性，如 DDL 模型不适用于晶层膨胀或浓盐溶液中的膨胀计算。此外，该模型所需参数较多且较难确定，不方便应用。Xu 等[24]发现蒙脱石孔隙率 e_m 与竖向压力 p 之间存在分形关系，可表示为 $e_m=Kp^{D-3}$。这是一种定量评价膨润土膨胀性能的简便有效方法，模型得到了室温下不同膨胀性黏土试验数据的验证[3, 25]。但该模型并没有考虑到温度变化对膨胀性能的影响。

本文开展不同温度下 GMZ 膨润土膨胀性能试验，分析了温度对膨胀性能的影响机理，基于 DDL 模型和分形模型，建立了一种温度作用下 GMZ 膨润土膨胀性能的简便计算方法。

1 材料与试验方法

1.1 GMZ 膨润土

GMZ 膨润土来源于内蒙古自治区高庙子矿床。该膨润土被选用作为中国高放废物处置库的缓冲/回填主料。对 GMZ 膨润土进行研究可为处置库的设计提供科学依据。GMZ 膨润土的物理化学指标见表 1。

1.2 试验装置

所用不同温度下膨胀试验的试验装置如图 1 所示，该装置其主要包括自制的固结室和电加热套，温度可以用温度控制器调节。电加热套和固结室可以安装于普通的三联中压固结仪。

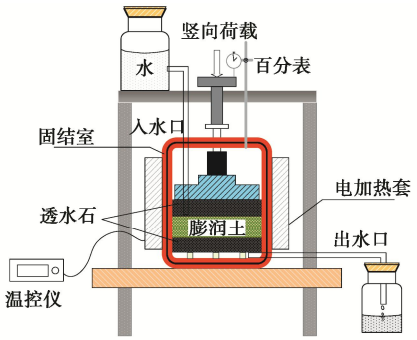


图 1 温度作用下膨胀性能试验装置

Fig. 1 Experimental apparatus for swelling tests under different temperatures

1.3 膨胀试验

将 GMZ 膨润土配制成含水率约 18.0 %的湿土，并在环刀中静压制成高度 1.0 cm，直径 6.18 cm 的饼状试样。将压实试样放入自制的固结室中，连同外部加热套安装于三联固结仪中。设置目标温度，一次性施加所需荷载，加蒸馏水进行渗流饱和，外部容器中水面高度保持高于试样顶面的 1.0 cm 左右。采用百分表记录膨润土的膨胀率随时间的增加过程，膨胀率为

高度变化量与原试样高度之比，当在 24 h 内百分表指针保持不动，认为试样膨胀饱和完成，此时的最终膨胀率称为最大膨胀率。

在膨胀力试验中，将压实试样安装在固结仪中并对其施加恒定温度后，记录指针的初始读数，向试样中注入蒸馏水。当样品开始膨胀时，迅速施加竖向荷载到样品上，让指针回到原来的位置，在试验过程中保持指针变化量小于 0.01 mm。当百分表读数在某压力下保持 24 h 不变时，认为达到最大膨胀压力 p_s，试验完成。

Pastina 等[26]发现高放废物储存库中的最高温度可接近于 90℃，且距离核废料储藏罐距离越远温度越低。据此本文将膨胀变形和膨胀力试验的温度设定为 25℃，40℃，60℃和 90℃。膨胀变形试验中各试样的初始状态和试验条件见表 2。

表 2 膨胀变形试验中试样的初始状态和试验条件

Table 2 Initial and experimental conditions of samples in swelling deformation tests

初始干密度/(g·cm^{-3})	初始含水率/%	温度/℃	竖向荷载/kPa
1.70 ± 0.03	17.7～18.1	25，40，60，90	6.25，12.5，25，50，100，200，400，800
1.50 ± 0.03	17.5～17.9	25，40，60，90	100，400
1.60 ± 0.03	17.6～18.2	25，40，60，90	100，400

1.4　氮吸附试验

在蒸馏水中膨胀后，卸载膨润土试样，在 105℃的烘箱中干燥 12 h，然后磨成粉末状，过 200 目筛。对原 GMZ 膨润土粉末和 40℃，90℃水中膨胀后的试样进行了 N_2 吸附试验，分析了温度对 GMZ 膨润土表面性质的影响。

2　膨胀试验结果

图 2 为不同温度下初始干密度为 1.7 g/cm^3 的 GMZ 膨润土的最大膨胀率 ε_{max}。可以发现，ε_{max} 随竖向荷载的增大而减小，随温度的升高而增大。这是由于在本次试验条件下，渗透膨胀为主要膨胀形式，这种状况下，蒙脱石颗粒间扩散双电层厚度随温度的增加而增大，进而增强了膨胀变形。从图中也可发现，温度升高引起的膨胀率的增加随竖向压力的增大而减小。当竖向荷载较小时，试样的膨胀率随着温度的升高明显增大，而竖向荷载较大时，试样的膨胀率随温度升高轻微增加。

图 3 为初始干密度为 1.7 g/cm^3 试样的最大膨胀率与温度之间的关系。可以看出在给定的压力下，试样的 ε_{max} 随温度增加线性增加，而随着竖向荷载的增加，线性 ε_{max} – T_c 关系的斜率逐渐减小。

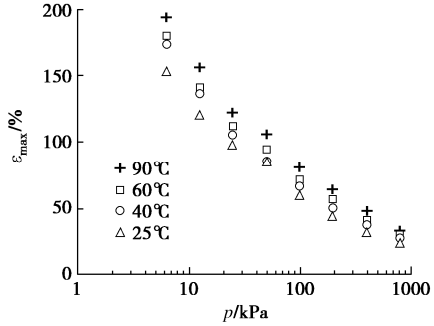


图 2 不同温度下的 GMZ 膨润土的最大膨胀率

Fig. 2 ε_{max} of GMZ bentonite under different temperatures

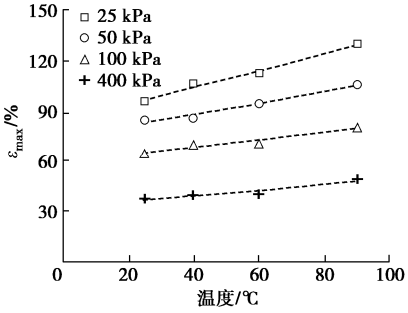


图 3 不同荷载作用下 GMZ 膨润土的 ε_{max} – T_c 关系

Fig. 3 Relationship between ε_{max} and T_c of GMZ bentonite under different stresses

如图 4 所示，在相同的荷载和温度条件下，GMZ 膨润土试样的 ε_{max} 随初始干密度 ρ_d 的增大线性增加，这与室温下不同膨润土的试验结果一致[1, 27]。

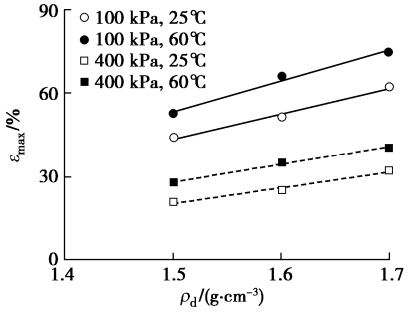


图 4 25℃和 60℃时 GMZ 膨润土的 ε_{max} – ρ_d 关系

Fig. 4 Relationship between ε_{max} and ρ_d for GMZ bentonite at 25℃ and 60℃

在膨胀力试验中，膨润土试样的干密度相对较低（ρ_d=1.35～1.55 g/cm^3）。从图 5 中可以发现，在给定温度下，膨胀力随初始干密度呈指数增长，对于相同密度的样品，膨胀力随温度升高而增大。此外，相较于膨胀变形随温度增加轻微增加，温度对 GMZ 膨润土膨胀力的影响较大，且随初始干密度的增大而显著增大。这种差异主要是由于 GMZ 膨润土具有较高的膨胀性，需要较高的应力来防止膨胀变形；此外，根据 Zhang 等[28]GMZ 膨润土压缩曲线发现压实膨润土

的压缩模量可达到 30 MPa^{-1}。微小的变形变化需要较大的荷载维持，所以膨胀变形随温度略有增加，而膨胀力显著增加。

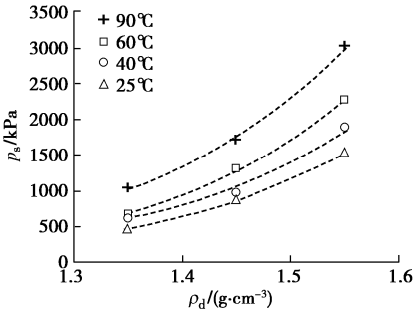


图 5 不同温度下 GMZ 膨润土的 p_s – ρ_d 关系

Fig. 5 Relationship between p_s and ρ_d for GMZ bentonite under different temperatures

3 膨胀性能计算

3.1 e_m – p 分形关系

GMZ 膨润土的膨胀性能主要是由其中蒙脱石矿物所引起的[29]。膨润土的膨胀性能可采用膨胀饱和时的蒙脱石孔隙比 e_m 表示[29]：

$$e_m = \frac{e}{\alpha} = \frac{V_w}{V_m} \quad 。 \tag{1}$$

式中 e 为膨润土试样膨胀饱和的孔隙比；α 为膨润土中蒙脱石的含量；V_w 为饱和试样中的水体积；V_m 为蒙脱石的体积。

基于 N_2 等温吸附方程[30]，Xu 等[25]给出了蒙脱石吸附水的相应表达式：

$$e_m = \eta(\ln h_r)^{D-3} \quad , \tag{2}$$

式中，η 为吸水系数，h_r 为相对湿度。

当含水率高于 10%时，Kahr 等给出膨润土的膨胀力计算公式为[31]

$$p = \frac{RT}{M\upsilon}\ln h_r \quad , \tag{3}$$

式中，R 为气体常数，T 为热力学温度，M 和 υ 分别为水的分子质量和部分比体积。因此，将式（2）和（3）相结合，可以得出膨胀性能的 e_m – p 分形关系[24]：

$$e_m = Kp^{D-3} \quad , \tag{4}$$

式中，D 为膨润土表面分维，K 为反映膨润土中蒙脱石矿物膨胀性能的系数，简称为蒙脱石膨胀系数，K 越大蒙脱石的膨胀性能越大，在温度一定时只与蒙脱石交换性阳离子有关[32]。

膨润土的分形维数可通过 N_2 吸附得到。图 6 绘制了不同蒸气压 p/p_0 下原始 GMZ 膨润土粉末和 40℃和 90℃下试样的 N_2 吸附量 V_{ads}。可以发现 3 个试样的等温吸附线基本相同。采用 Frenkel-Halsey-Hill 方程计算了试样的表面分维[33]，各试样的 D 值约为 2.75。表明膨润土的分形维数基本不受试验温度的影响，这主要是因为 GMZ 膨润土的矿物组成在 25℃到 90℃范围的蒸馏水中没有发生改变[18]，膨润土的表面结构在膨胀过程中没有受到化学反应的作用。

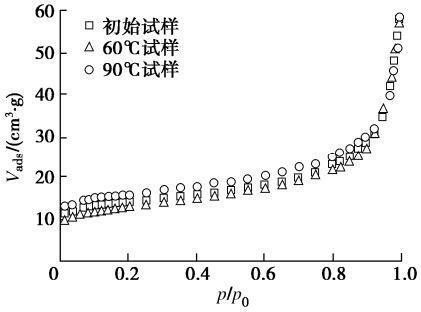


图 6 GMZ 膨润土的 N_2 等温吸附线

Fig. 6 N_2 adsorption isotherms of GMZ bentonite samples

3.2 K – T_c 关系

如上所述，当荷载一定时，膨润土的膨胀随温度的升高而增大，而分形维数为常数，所以可以认为温度对 GMZ 膨润土膨胀的影响主要表现在蒙脱石膨胀系数 K 的变化，该系数随温度的升高而增大。膨润土的膨胀性能随温度的升高而提高，也说明此时渗透膨胀为主，而 DDL 模型在这种情况下有很好的应用。因此，利用 DDL 模型可以计算 GMZ 膨润土在不同温度下的膨胀系数 K。

Gouy–Chapman 的 DDL 理论是基于两个蒙脱石层间的排斥力和吸引力提出的[34]。完全饱和时的 e_m 表示为[34]

$$e_m = \frac{d - R_{ion}}{t + R_{ion}} \quad 。 \tag{5}$$

式中，t 为蒙脱石层的厚度（0.96 nm），d 为两蒙脱石层之间距离的一半，R_{ion} 为未水化的交换性阳离子的平均半径。

DDL 模型表明膨胀力可以表示为[34]

$$p = f_r - f_a \quad , \tag{6}$$

式中，f_a 为范德华力，表达式为[34]

$$f_a = \frac{A_h}{24\pi}\left[\frac{1}{d^3} + \frac{2}{(d+t)^3} - \frac{2}{(d+t/2)^3}\right] \quad 。 \tag{7}$$

式中，A_h 为 Hamaker 常数（2.2×10^{-20} J）。

蒙脱石间排斥力 f_r 计算式为[34]

$$f_r = 2nbT(\cosh u - 1) \quad , \tag{8}$$

$$u = 8\operatorname{artanh}\left[e^{-\kappa d}\tanh(Z/4)\right] \quad , \tag{9}$$

$$\kappa = \sqrt{\frac{2n\nu^2 e'^2}{\varepsilon kT}} \quad , \tag{10}$$

$$Z = 2\operatorname{arsinh}\left(96.5\times\frac{\mathrm{CEC}}{S}\sqrt{\frac{1}{8n\varepsilon kT}}\right) \quad 。 \tag{11}$$

式中　u 为平行蒙脱石层间中平面的静电势；$1/\kappa$ 为 Debye 长度(m)；b 为 Boltzmann 常数(1.38×10^{-23}J/k)；ε 为孔隙水的静态介电常数（6.95×10^{-10}C^2/J/m）；n_0 为孔隙水离子浓度（$10\times6.023\times10^{23}$ 个/m^3）；CEC 为阳离子交换量（75.1 cmol/kg）；e' 为电子电荷（1.602×10^{-19}C）；S 为 GMZ 膨润土的总比表面积（0.75×810 m^2/g）。

通常认为当膨润土在一定荷载作用下饱和时，渗透膨胀是在晶层膨胀完成之后才开始的[15]。因此，半间距 d 应满足[22]

$$d > \frac{t+R_{\text{ion}}}{t}d_{\text{m}} + R_{\text{ion}} \quad , \tag{12}$$

其中，

$$d_{\text{m}} = \frac{1}{\text{CEC}}\sum_i \text{EXC}_i d_i \quad , \tag{13}$$

$$R_{\text{ion}} = \frac{1}{\text{CEC}}\sum_i \text{EXC}_i R_i \quad 。 \tag{14}$$

式中　EXC_i和 R_i分别为第 i 个交换性阳离子的交换量和离子半径；Na^+、K^+、Mg^{2+}和 Ca^{2+}的半径分别为 0.098，0.133，0.082，0.1115 nm[15]；d_i 为仅存在第 i 个交换性阳离子蒙脱石晶层膨胀最大距离，对于 K^+、Ca^{2+}、Mg^{2+}和 Na^+，d_i 分别为 0.6，0.9，0.9，1.2 nm[15]。因此，根据式（12），常温时 GMZ 膨润土发生渗透膨胀 d 值应大于 1.25 nm[22]。将该值作为 GMZ 膨润土发生渗透膨胀和晶层膨胀的临界值，代入式（5）可以算出临界蒙脱石孔隙比约为 1.086，并可估算出相应的荷载值为 1820 kPa。所以对于 GMZ 膨润土而言，当荷载小于 1820 kPa 时，渗透膨胀为主要膨胀形态，反之，则以晶层膨胀为主。

表 3 不同温度下膨胀系数 K 计算

Table 3 Calculated values of swelling coefficient K under different temperatures

T_c/℃	Z	κ/m^{-1}	u	p/kPa	K
25	19.172	691409134	3.456	1393.12	6.904
30	19.156	685683554	3.485	1465.08	6.992
40	19.123	674646562	3.542	1615.84	7.165
50	19.092	664125934	3.598	1775.94	7.336
60	19.061	654082622	3.652	1945.66	7.506
70	19.032	644481593	3.705	2125.26	7.673
80	19.003	635291309	3.756	2315.02	7.839
90	18.975	626483295	3.806	2515.22	8.003

由于渗透膨胀时蒙脱石层间间距随温度的升高而略有增加，在 DDL 模型的计算中，令 GMZ 膨润土在每个温度下的 d 等于 1.3 nm，此时相应的蒙脱石孔隙比为 1.13，对应于不同温度下保持体积不变的膨胀力试验。通过计算可以发现（表 3），DDL 理论计算的膨胀力 p 随温度的增加而增大，得出的膨胀系数 K 随温度呈线性增加（图 7），K 与温度 T_c 的关系式为

$$K = 0.017T_{\text{c}} + 6.486 \quad , \tag{15}$$

式中，T_c 为摄氏温度（℃）。

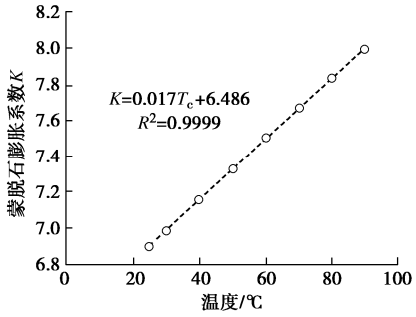


图 7 计算的 GMZ 膨润土 K – T_c 关系

Fig. 7 Calculated relationship between K and T_c for GMZ bentonite

3.3　验证与计算

结合 K – T_c 关系可得到不同温度下 GMZ 膨润土的 e_m – p 关系：

$$e_{\text{m}} = \left(0.017T_{\text{c}} + 6.486\right)p^{D-3} \quad 。 \tag{16}$$

从式（16）可以看出，当荷载相同时，孔隙比与温度之间存在线性关系。采用式（16）估算了不同温度下 GMZ 膨润土 e_m(图 8)。室温条件下，Sun 等[35]GMZ 膨润土试验数据也用于比较。结果表明，不同温度下 GMZ 膨润土的蒙脱石孔隙比的估算值与试验值吻合较好。

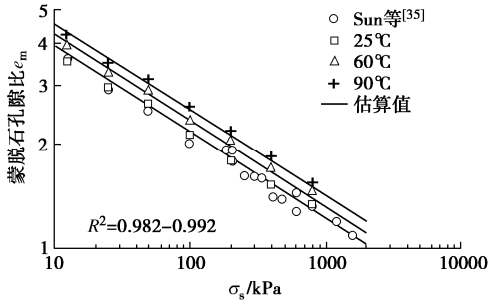


图 8 不同温度下 GMZ 膨润土的蒙脱石孔隙比估算值

Fig. 8 Estimation of montmorillonite void ratio of GMZ bentonite under different temperatures

根据 Bag 等[12]对 Bikaner 膨润土开展的膨胀试验结果，发现相同荷载下，Bikaner 膨润土试样的孔隙比也随温度呈线性增加，不同温度下的 e – p 关系式可表示为 $e = (0.033T_{\text{c}} + 6.58)p^{D-3}$，其中 D= 2.785。Bikaner 膨润土膨胀预测值与试验数据的比较如图 9 所示，孔隙比预测值与试验数据之间吻合较好。

根据土力学公式，饱和后试样的最大膨胀率与试样孔隙比之间的关系为

$$\varepsilon_{\max} = \frac{e - e_0}{1 + e_0} \times 100\% \quad 。 \tag{17}$$

式中，e 为饱和后膨润土试样的孔隙比，e_0 为初始孔隙比，可以表达为

$$e_0 = \frac{d_s \rho_w}{\rho_d} - 1 \quad 。 \tag{18}$$

式中，d_s 为 GMZ 膨润土土粒相对质量密度，ρ_w 为水的密度，ρ_d 为试样的干密度。

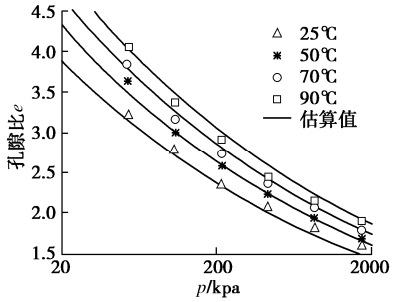


图 9 不同温度下 GMZ 膨润土的蒙脱石孔隙比估算值[13]

Fig. 9 Estimation of void ratio for Bikaner bentonite under different temperatures

结合式（1），（17）和（18），膨润土的最大膨胀率 ε_{max} 与孔隙比 e_m 之间关系为

$$\varepsilon_{max} = \left(\frac{\alpha e_m + 1}{d_s \rho_w} \rho_d - 1 \right) \times 100\% \quad 。 \tag{19}$$

将式（16）代入式（19）中，可以得出不同温度下 GMZ 膨润土的最大膨胀率。从式（19）也可以看出，当荷载和温度条件相同时，ε_{max} 随试样的初始干密度线性增加，这与试验数据一致（图 4）。同样，如图 10 所示，在相同的荷载和密度条件下，ε_{max} 随温度线性增加。ε_{max} - T_c 关系的斜率随竖向荷载减小，但随初始干密度增大而增大，表明温度对膨胀变形的影响随压力的增大而减弱，随干密度的增大而增强。

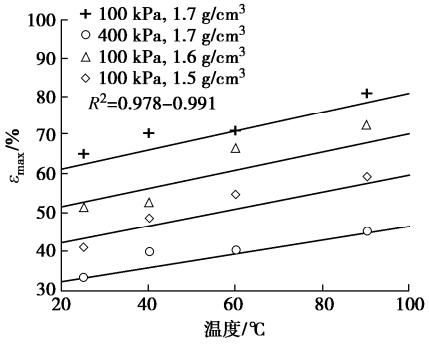


图 10 不同温度下 GMZ 膨润土最大膨胀率的预测值

Fig. 10 Prediction of maximum swelling strain of GMZ bentonite at different temperatures

当式（19）中的膨胀率等于零时，可得出不同温度下 GMZ 膨润土的膨胀力：

$$p_s = \left[\frac{1}{K\alpha} \left(\frac{G_s}{\rho_d} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{D-3}} \quad 。 \tag{20}$$

由式（20）可知，膨胀力应随温度或初始干密度呈指数增长。初始干密度显著促进了温度对膨胀力的影响。如图 11 所示，不同温度下膨胀压力的预测值与试验数据之间也具有较好的一致性。

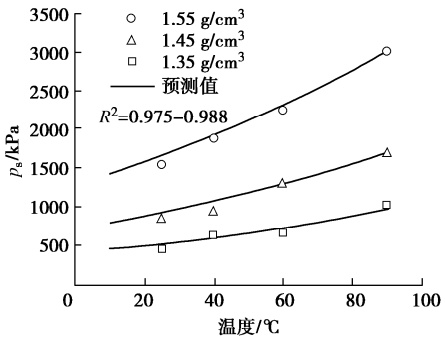


图 11 不同干密度不同温度时 GMZ 膨润土的膨胀力

Fig. 11 Prediction of swelling pressure of GMZ bentonite with different densities under different temperatures

4 结 论

（1）由于在本次试验条件下，渗透膨胀占主导地位，温度增加了黏土颗粒间扩散双电层的厚度，进而提高了 GMZ 膨润土的膨胀性能。使得膨胀率和膨胀力均随温度的升高而增大。

（2）当其他条件相同时，GMZ 膨润土的最大膨胀率随温度呈线性增加，膨胀力随温度和干密度呈指数增长。温度对膨胀性能的影响还与试样干密度有关，干密度越大，温度升高对膨胀性能的促进作用越明显。

（3）压实膨润土的膨胀性能可采用分形模型表达成 $e_m = Kp^{D-3}$。试验结果表明，GMZ 膨润土在在 25℃～90℃范围内蒸馏水中膨胀时，其分形维数 D 不变。同时，采用 DDL 模型计算得出蒙脱石的膨胀系数 K 随温度呈线性增加，GMZ 膨润土的 K - T_c 关系可表示为 $K = 0.017T_c + 6.486$。利用 e_m - p 与温度的关系，可以估算出 GMZ 膨润土在不同温度下的膨胀变形和膨胀压力。

（4）本文中计算模型是建立在膨润土矿物在 100 ℃以内基本不发生改变的基础上的。当温度更高时，膨润土中某些矿物可能会发生化学反应并对膨胀性能产生影响，这种条件下膨胀性能的变化仍有待进一步的研究。

参考文献：

[1] KOMINE H, OGATA N. Experimental study on swelling characteristics of compacted bentonite[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1994, **31**(4): 478 - 490.

[2] 刘樟荣, 崔玉军, 叶为民, 等. 缓冲/回填材料——膨润土颗粒及其混合物研究进展[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(8):

1401－1410. (LIU Zhang-rong, CUI Yu-jun, YE Wei-min, et al. Advances in researches on buffer/backfilling materials—bentonite pellets and pellet mixtures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(8): 1401－1410. (in Chinese))

[3] 徐永福. 考虑渗透吸力影响膨润土的修正有效应力及其验证[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(4): 631－638. (XU Yong-fu. Modified effective stress induced by osmotic suction and its validation in volume change and shear strength of bentonite in saline solutions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(4): 631－638. (in Chinese))

[4] CHO W J, LEE J O, KANG C H. Influence of temperature elevation on the sealing performance of a potential buffer material for a high-level radioactive waste repository[J]. Annals of Nuclear Energy, 2000, **27**(14): 1271－1284.

[5] 李晓月, 徐永福. 盐溶液中膨润土峰值剪切强度的计算方法[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(5): 885－891. (LI Xiao-yue, XU Yong-fu. Calculation of peak shear strength of bentonite in salt solutions[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(5): 885－891. (in Chinese))

[6] 张虎元, 崔素丽, 刘吉胜, 等. 混合型缓冲回填材料膨胀力试验研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **31**(10): 3087－3095. (ZHANG Hu-yuan, CUI Su-li, LIU Jie-sheng, et al. Experimental study of swelling pressure of compacted bentonite-sand mixture[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **31**(10): 3087－3095. (in Chinese))

[7] SUN W J, ZONG FEI Y, SUN D A, et al. Swelling prediction of bentonite-sand mixtures in the full range of sand content[J]. Engineering Geology, 2017, **222**: 146－155.

[8] LLORET MORANCHO A, VILLAR M V, SANCHEZ M, et al. Mechanical behaviour of heavily compacted bentonite under high suction changes[J]. Géotechnique, 2003, **53**: 27－40.

[9] HERBERT H J, KASBOHM J, SPRENGER H, et al. Swelling pressures of MX-80 bentonite in solutions of different ionic strength[J]. Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C, 2008, **33**: 327－342.

[10] 项国圣, 姜　昊, 徐永福. 压实膨润土膨胀变形的分形计算方法[J]. 岩土力学, 2015, **36**(4): 1009－1014. (XIANG Guo-sheng, JIANG Hao, XU Yong-fu. Fractal calculation method for swelling deformation of compacted bentonite[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, **36**(4): 1009－1014. (in Chinese))

[11] PUSCH R. Swelling Pressure of Highly Compacted Bentonite[R]. Stockholm: Swedish Nuclear Fuel Supply Co, 1980.

[12] BAG R, RABBANI A. Effect of temperature on swelling pressure and compressibility characteristics of soil[J]. Applied Clay Science, 2017, **136**: 1－7.

[13] CHEN Y G, DONG X X, ZHANG X D, et al. Combined thermal and saline effects on the swelling pressure of densely compacted GMZ bentonite[J]. Applied Clay Science, 2018, **166**: 318－326.

[14] PUSCH R, KARNLAND O, HOKMARK H. GMM-Ea General Microstructural Model for Qualitative and Quantitative Studies of Smectite Clays[R]. Stockholm: Swedish Nuclear Fuel Supply Co, 1990.

[15] LIU L. Prediction of swelling pressures of different types of bentonite in dilute solutions[J]. Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects, 2013, **434**: 303－318.

[16] 陈永贵, 蒯　琪, 叶为民, 等. 高压实膨润土膨胀力预测研究[J]. 同济大学学报, 2018, **46**(12): 1628－1636. (CHEN Yong-gui, KUAI Qi, YE Wei-min, et al. Prediction of Swelling Pressure for Compacted Bentonite[J]. Journal of Tongji University, 2018, **46**(12): 1628－1636. (in Chinese))

[17] YE W M, WAN M, CHEN B, et al. Temperature effects on the swelling pressure and saturated hydraulic conductivity of the compacted GMZ01 bentonite[J]. Environmental Earth Sciences, 2013, **68**(1): 281－288.

[18] CUI S, DU Y, WANG X, et al. Influence of temperature on swelling deformation characteristic of compacted GMZ bentonite-sand mixtures[J]. Journal of Central South University, 2018, **25**(11): 2819－2830.

[19] ROMERO E, VILLAR M V, LLORET A. Thermo-hydro-mechanical behaviour of two heavily overconsolidated clays[J]. Engineering Geology, 2005, **81**(3): 255－268.

[20] TRIPATHY S, BAG R, THOMAS H R. Enhanced Isothermal Effect on Swelling Pressure of Compacted MX80 Bentonite[M]. Cham: Springer, 2015: 537－539.

[21] VILLAR M V, LLORET A. Influence of temperature on the hydro-mechanical behaviour of a compacted bentonite[J]. Applied Clay Science, 2004, **26**(1/2/3/4): 337－350.

[22] XIANG G S, XU Y F, YU F, et al. Prediction of swelling characteristics of compacted GMZ bentonite in salt solution incorporating ion-exchange reactions[J]. Clays and Clay Minerals, 2019, **67**(2): 163－172.

[23] TRIPATHY S, SRIDHARAN A, SCHANZ T. Swelling pressures of compacted bentonites from diffuse double layer

theory[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(3): 437 – 450.

[24] XU Y F, MATSUOKA H, SUN D A. Swelling characteristics of fractal-textured bentonite and its mixtures[J]. Applied Clay Science, 2003, **22**(4): 197 – 209.

[25] XU Y F, XIANG G S, JINAG H, et al. Role of osmotic suction in volume change of clays in salt solution[J]. Applied Clay Science, 2014, **101**: 354 – 361.

[26] PASTINA B, HELLÄ P. Expected Evolution of a Spent Nuclear Fuel Repository at Olkiluoto[R]. Posiva Oy, 2006.

[27] CUI S L, ZHANG H Y, ZHANG M. Swelling characteristics of compacted GMZ bentonite–sand mixtures as a buffer/backfill material in China[J]. Engineering Geology, 2012, **141**: 65 – 73.

[28] ZHANG F, YE W M, CHEN Y G, et al. Influences of salt solution concentration and vertical stress during saturation on the volume change behavior of compacted GMZ01 bentonite[J]. Engineering Geology, 2016, **207**: 48 – 55.

[29] SUN D A, CUI H B, SUN W J. Swelling of compacted sand–bentonite mixtures[J]. Applied Clay Science, 2009, **43**: 485 – 492.

[30] YIN Y. Adsorption isotherm on fractally porous materials[J]. Langmuir, 1991, **7**(2): 216 – 218.

[31] KAHR G, KRAEHENBUEHL F, STOECKLI H F, et al. Study of the water-bentonite system by vapour adsorption, immersion calorimetry and X-ray techniques: II. Heats of immersion, swelling pressures and thermodynamic properties[J]. Clay Minerals, 1990, **25**(4): 499 – 506.

[32] XIANG G S, YE W M, XU Y F, et al. Swelling deformation of Na-bentonite in solutions containing different cations [J]. Engineering Geology, 2020, 105757.

[33] XIANG G S, YE W M, YU F, et al. Surface fractal dimension of bentonite affected by long-term corrosion in alkaline solution[J]. Applied Clay Science, 2019, **175**: 94 – 101.

[34] KOMINE H, OGATA N. New equations for swelling characteristics of bentonite-based buffer materials[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, **40**(2): 460 – 475.

[35] SUN D A, ZHANG, J Y, ZHANG J R, et al. Swelling characteristics of GMZ bentonite and its mixtures with sand[J]. Applied Clay Science, 2013, **83**: 224 – 230.

黄土力学的理论与实践专题学术研讨会在西安成功召开

由中国土木工程学会土力学及岩土工程分会与中国工程建设标准化协会湿陷性黄土专业委员会联合主办，西安理工大学等单位承办的“黄土力学的理论与实践专题学术研讨会”于2020年11月20日—22日在西安成功召开。参会单位共120个，参会学者652位。

会议组织学术报告98个，其中院士报告2个，特邀报告24个，分会场报告72个。邓铭江院士做了题为“中国西北“水三线”空间格局与区域协调发展”的报告，彭建兵院士做了题为“宜居黄河科学愿景”的报告。会议以“一带一路”重大工程建设中的黄土力学理论与实践的关键科学问题和工程技术问题为中心议题进行了广泛深入交流。在黄土的基本性质、测试技术、本构模型、地基处理、基坑支护、桩基工程、地下工程、边坡工程、环境工程和数值分析以及其它特殊土等方面，与会专家提供了最新研究成果，拓展了与会者的学术视野，将有力地促进黄土力学理论与实践的发展和创新。

本次会议共收到全国60多个单位提交的169篇学术论文。

会议采用线上线下同时进行，全程线上免费直播，盛况空前。会议组织和大会报告得到与会专家的高度评价和盛赞，取得了圆满成功，既是黄土力学的第一次盛会，也是名副其实的学术盛宴。

会议期间，非饱和土与特殊土专委会举行了工作会议，共有92名专委会委员出席会议。

（西安理工大学党发宁教授和王丽琴副教授、陆军勤务学院方祥位教授联合供稿）

DOI：10.11779/CJGE202101010

深部厚硬顶板综放开采覆岩运移三维物理模拟试验研究

杨 科[1, 2, 3]，刘文杰*[1, 3]，焦 彪[4]，张庆贺[1, 3]，刘 帅[5]，张寨男[1, 3]

（1. 安徽理工大学深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室，安徽 淮南 232001；2. 合肥综合性国家科学中心能源研究院（安徽省能源实验室），安徽 合肥 230031；3. 安徽理工大学煤矿安全高效开采省部共建教育部重点实验室，安徽 淮南 232001；4. 陕西彬长胡家河矿业有限公司，陕西 咸阳 713600；5. 东北大学资源与土木工程学院 辽宁 沈阳 110819）

摘 要：为分析深部厚硬顶板破断对厚煤层安全开采的影响，根据胡家河矿402102工作面工程地质和开采条件，构建了大型真三维相似物理模拟试验（3500 mm×3000 mm×2000 mm），开展了留煤柱双工作面开采的试验研究。利用光栅位移连续监测装置对采动覆岩位移进行实时监测，获得了厚硬顶板条件下厚煤层开采覆岩破断运移规律和“三带”动态演化特征。研究结果表明：厚硬关键层变形破断时，软弱岩层会发生协同运动，位移监测点位移量发生突增，监测点位移曲线随工作面推进呈“台阶式”变化。在一侧临空条件下，402102 工作面亚关键层 1（粉砂岩）初次破断步距为43 m，周期破断步距为21 m；亚关键层2（含砾粗砂岩）初次破断步距为74 m，周期破断步距为51 m；亚关键层3（中砂岩）初次破断步距为171 m。当亚关键层2发生周期性破断和亚关键层3发生初次破断时，采空区位移监测点位移量均发生增幅，覆岩发生大范围整体性运动，矿压显现较为剧烈；受402103采空区采动覆岩结构的影响，在402102工作面回采时，其回风巷侧覆岩运移较为剧烈，巷道受动压影响较大。根据位移监测点的位移量和覆岩变形碎胀因子$\max(K_i)$的大小，对采动覆岩“三带”发育形态进行了初步判别，亚关键层1（粉砂岩）和亚关键层2（含砾粗砂岩）均处于冒落带中，且随着工作面推进，冒落带和裂隙带高度呈“台阶式”增大。

关键词：三维相似模拟试验；光栅位移连续监测；厚煤层开采；覆岩运移

中图分类号：TU458 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0085－09

作者简介：杨 科(1979—)，男，四川叙永人，教授，博士，主要研究方向为安全精准开采，矿山压力与控制，煤及共伴生资源开采。E-mail: yksp2003@163.com。

Three-dimensional physical simulation of overburden migration in deep thick hard roof fully-mechanized caving mining

YANG Ke[1, 2, 3], LIU Wen-jie[1, 3], JIAO Biao[4], ZHANG Qing-he[1, 3], LIU Shuai[5], ZHANG Zhai-nan[1, 3]

(1. State Key Laboratory of Mining Response and Disaster Prevention and Control in Deep Coal Mines, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. Institute of Energy, Hefei Comprehensive National Science Center, Hefei 230031, China; 3. Key Laboratory of Mining Coal Safety and Efficient Construction by Anhui Province and Ministry of Education, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 4. Shaanxi Binchang Hujiahe Mining Co., Ltd., Xianyang 713600, China; 5. School of Resources and Civil Engineering, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: In order to analyze the influences of breaking of deep thick hard roofs on the safe mining of thick coal seam, a large three-dimensional physical simulation experiment (3500 mm×3000 mm×2000 mm) is constructed, and the experimental study on the double-working face mining with coal pillar is carried out according to the engineering geology and mining conditions of coal face 402102 of Hujiahe Coal Mine. The grating displacement continuous monitoring device is used to monitor the displacement of overburden in real time, and the fracture migration laws and the dynamic evolution characteristics of "three zones" of overburden in thick coal seam mining under thick hard roofs are obtained. The results show that: when the thick and hard key stratum is deformed and broken, the weak rock stratum will move in coordination, the displacement at the monitoring point will increase sharply, and the displacement curve will be pushed forward in a "stepped" way with the advancing of working face. When one side of the working face is mined out, the first weighting interval of SKS1 (siltstone) of working face 402102 is 43 m, and the periodic weighting interval is 21 m. The first weighting interval of SKS2 (coarse sandstone) is 73 m, and the periodic weighting interval is 51 m. The first weighting interval of SKS3 (medium sandstone) is 171 m. When SKS2

基金项目：国家重点研发计划项目(2016YFC0801402)；安徽省“115”产业创新团队项目

收稿日期：2020－05－11

*通信作者（E-mail: 1320047926@qq.com）

breaks periodically and SKS3 breaks for the first time, the overburden rocks move in a wide range and the ground pressure is intense. Under the influences of mining-induced overburden structure in goaf 402103, the overlying rocks of the return airway on the working face 402102 migrate violently, and the roadway is greatly affected by dynamic pressure. According to the displacement at the monitoring points and the size of overburden deformation and fragmentation expansion factor max (K_i), the development morphology of the "three zones" is identified. Both SKS1 and SKS2 are in the caving zone, and the heights of the caving zone and fracture zone increase in a "stepped" manner with the advancing of the working face.

Key words: three-dimensional similarity simulation test; continuous monitoring of grating displacement; thick seam mining; overburden rock migration

0 引 言

厚煤层在中国分布广泛，储量丰富，具有赋存稳定、厚度大、地质构造简单的特点，约占全国煤炭资源总量的 40%～46%[1-2]，是煤炭产量的主要来源。近年来随着开采设备与技术的提升，大采高综放开采在厚煤层开采中逐渐形成了成熟的技术体系[3-4]；但由于厚煤层综放开采一次采出空间较大，覆岩破断运移较为剧烈，易引起大规模、高强度的开采扰动，采场动力灾害频频发生[5]，如液压支架立柱大幅下缩、“煤炮”频发、冲击地压[6]等现象，其严重制约着厚煤层的安全高效开采，而采场矿压显现与厚硬顶板的变形破断特征、采动覆岩结构的稳定性等密切相关[7-8]。为掌握厚煤层开采覆岩运移对采场矿压的影响规律，获得厚硬顶板下综放开采强矿压机理，国内学者分别采用理论分析、相似模拟试验、现场测试等方法研究了厚煤层开采扰动岩体的破断运移规律和覆岩“三带”动态演化特征。在相似模拟试验研究方面，张培鹏等[9]研究了上覆单层和双层高位厚硬岩浆岩下采动覆岩结构的演化特征，分析了典型采动覆岩结构致灾机理。柴敬等[10]开展了双工作面开采立体相似模型试验，指出上覆巨厚复合关键层的同步和非同步破断现象，增大了采场围岩失稳的不确定性及控制难度。在理论分析方面，朱卫兵等[11]、于斌等[12-13]提出了“远近场”的概念，构建了近场关键层“悬臂梁+砌体梁”结构和远场关键层“三角板”结构，并分析了关键层结构失稳机理。还有部分学者通过现场观测和微震监测技术，根据不同边界条件下采动覆岩结构特征，提出了“OX－F－T”覆岩结构形态[14]和中部有支撑的“θ”型和无支撑的“O”型、“S”型及“C”型[15]，并针对不同覆岩结构下致灾机理和防制措施进行了深入研究[16]。在大采高综放开采采覆岩“三带”演化特征方面，已有研究表明，采厚和覆岩关键层结构对垮落带及冒落带高度影响较大[17]，且大采高的垮落带及断裂带高度大于相同煤厚分层开采相应的高度[18]。

以上研究成果为厚硬顶板条件下厚煤层的安全高效开采及强矿压控制提供了大量基础性研究，但受复杂地质环境的影响，覆岩采动响应规律与理论或经验解答可能存在较大偏差，而且在实际开采活动中，煤系地层处于复杂多变的三维应力环境，而前人研究大多集中在二维平面相似模拟。因此，有必要开展真实应力环境下厚硬顶板厚煤层综放开采覆岩破断运移规律的研究。本文运用大型真三维相似模拟试验系统，以胡家河 402102 工作面为工程地质背景，通过物理相似模拟试验，研究了真实地应力环境下厚煤层综放开采厚硬顶板采动响应规律及“三带”动态演化特征。

1 大型真三维相似模拟试验

大尺度覆岩结构整体性运动和高应力集中区域矿震活动所引起能量的集聚与释放其本质是煤层开采过程中扰动岩体的变形、破断与运移的一种宏观表征。厚硬顶板综放开采真三维相似物理模拟试验的主要目的是为了研究真实应力环境下厚煤层开采时厚硬关键层的力学响应特征、采动覆岩结构协同运移规律和“三带”动态演化形态。该物理相似模拟试验相关参数，以中国彬长矿业集团胡家河矿#4 煤，402102 工作面的地质资料为基础开展。

1.1 工程地质概况

胡家河矿地处陕西省长武县，主采煤层#4 煤。4 煤煤层倾角为 5°～10°，平均煤层厚度约为 23 m，属于近水平特厚煤层，采用分层开采方式，顶分层采用综放开采，采高 3.5 m，采放比为 1∶2.8，采用垮落法管理顶板。根据 402102 工作面中部 T1 地面钻孔柱状和实验室物理力学试验结果（表 1），利用关键层理论，对胡家河矿关键层及位置进行判别。402102 工作面上覆岩层总厚度为 650 m，共存在四层关键层，亚关键层 1（SKS1）为距离煤层 5.0 m，厚度 18.5 m 的粉砂岩，亚关键层 2（SKS2）为距离煤层 56.0 m，厚度 35.8 m 的含砾粗粒砂岩，亚关键层 3（SKS3）为距离煤层 132.5 m，厚度 24.5 m 的中砂岩，主关键层（PKS）为距离煤层 354 m，厚度 45 m 的粉砂岩。如图 1，402102 北侧为矿井边界，西侧为 402101 设计工

作面，东侧为 402103 采空区，洋红色方框区为相似模拟待研究区域。

1.2　相似材料与相似配比

正确的选择相似材料并确定相似配比是相似模型能否准确反映工程原型客观规律的关键因素之一。笔者在分析总结相似材料研究现状的基础上，考虑所需相似材料的自身特性，最终确定选用铁晶砂胶结相似材料[19-20]。铁晶砂胶结相似材料以铁精粉、重晶石粉、石英砂作为骨料，松香溶于酒精作为胶结剂，具有重度高，力学参数变化范围广，干燥速度快，制作工艺简单等显著优点。如图 2，为了获得相似材料物理力学特性，在实验室进行了大量的相似材料力学试验，通过筛选和比较，最终确定各岩层的相似配比，如表 1 所示。在相似模型铺设时，按照各岩层相似配比，

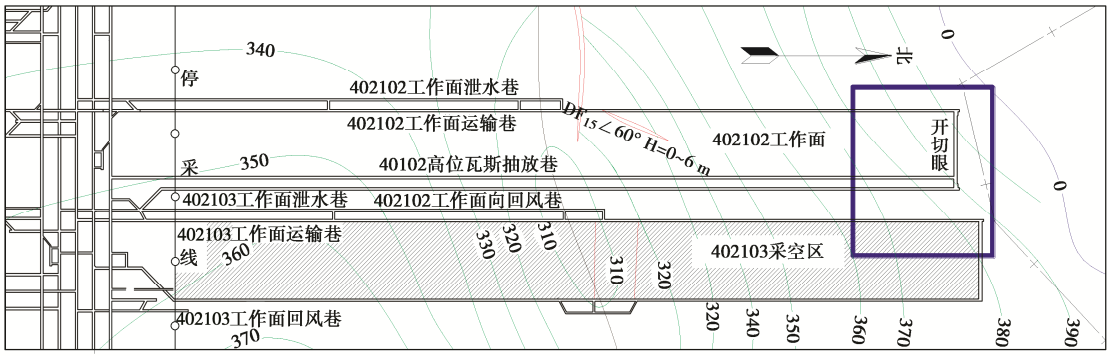


图 1　工作面布置图

Fig. 1 Layout of working face

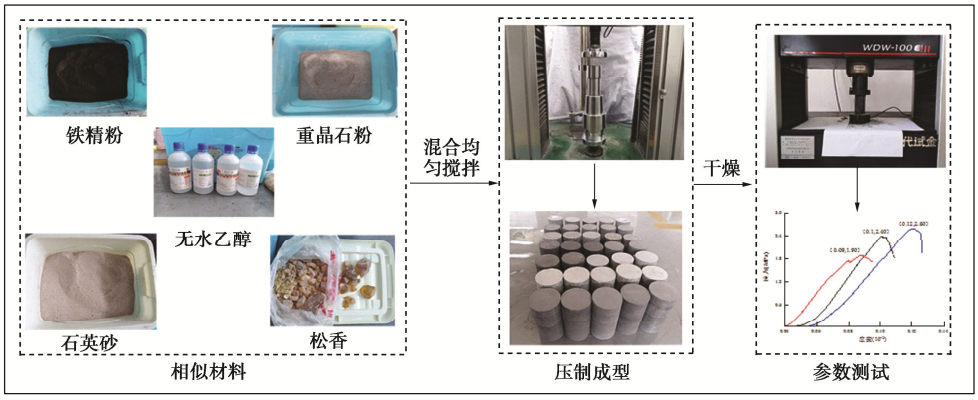


图 2　相似材料力学参数测试

Fig. 2 Tests on mechanical parameters of similar materials

表 1　煤岩物理力学参数

Table 1 Physical and mechanical parameters of coal and rock

岩性	泊松比	黏聚力/MPa	内摩擦角/(°)	密度/(kg·m^{-3})	抗压强度/MPa		弹性模量/GPa		相似配比	
					原型	模型	原型	模型	石英砂：铁粉：重晶石粉	胶结剂浓度%
中砂岩	0.17	2.56	34	2510	40.77	0.41	3.04	0.03	1∶3∶12	10
粗粒砂岩	0.15	3.71	38	2310	18.36	0.18	1.37	0.01	1∶1∶8	5
粉砂岩	0.11	8.79	41	2640	55.65	0.56	5.16	0.05	2∶1∶7	15
含砾粗砂岩	0.11	3.77	38	2420	15.13	0.15	1.43	0.01	0∶1∶9	5
粗粒砂岩	0.18	3.59	33	2310	11.66	0.12	1.30	0.01	1∶1∶8	5
粉砂岩	0.07	8.34	42	2370	60.21	0.60	8.28	0.08	2∶1∶7	20
细粒砂岩	0.08	6.88	48	2640	69.42	0.69	6.83	0.07	3∶1∶6	20
粗粒砂岩	0.16	3.68	39	2390	16.31	0.16	1.30	0.01	1∶1∶8	5
粉砂岩	0.08	8.79	45	2640	69.82	0.70	11.03	0.11	2∶1∶7	15
粗粒砂岩	0.12	5.30	37	2310	19.55	0.20	2.19	0.02	1∶1∶8	5
砂质泥岩	0.14	5.40	38	2510	19.91	0.20	2.24	0.02	0∶1∶9	5
4 煤	0.29	4.30	36	1350	24.27	0.24	2.51	0.03	2∶3∶15	6
粉砂岩	0.12	3.77	40	2440	52.33	0.52	4.22	0.04	2∶1∶7	15
泥岩	0.21	4.30	39	2310	16.66	0.17	1.43	0.01	0∶1∶9	5

将搅拌均匀的相似材料，以 2.5 cm 为一层进行摊铺、刮平、压实，当模型铺设到岩层交界面时均匀的铺撒较薄的云母粉作为层理面，静置干燥一周后铺设下一层岩层，直至模型铺设完成。

1.3 三维相似模型的建立

根据试验目的和相似模拟试验条件，选用有效加载尺寸为 3500 mm×3000 mm×2000 mm 的大型真三维相模拟试验系统（图 3），确定原型和模型几何相似常数为 C_D=1/100，重度相似常数为 C_γ=1/1，应力相似常数为 C_δ=1/100，时间相似比为 $C_t=C_D^{1/2}$=1/10。根据现场工程地质和开采条件，设计模型试验加载设备长度方向与煤层倾向一致，模型宽度方向与煤层走向方向一致，共布置 402102、402103 两个工作面。如图 6，考虑边界效应的影响，模型沿工作面走向两端各留设 50 cm 边界煤柱，沿工作面倾向留设 65 cm 边界煤柱和 45 cm 区段煤柱，相似模型下部模拟至煤层底板 50 m，上部模拟至煤层顶板 126 m 处。

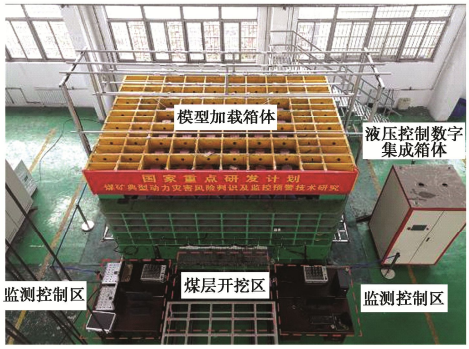
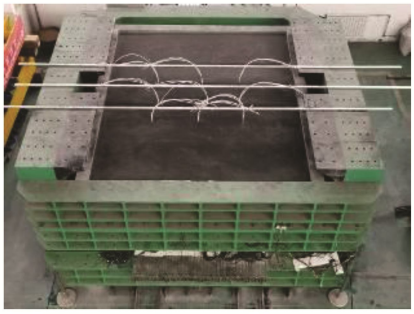


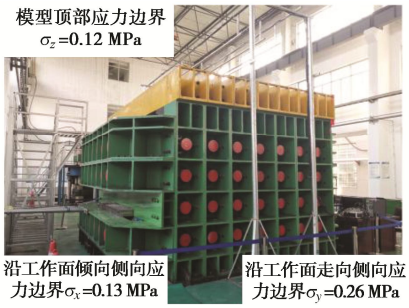
图 3 大型三维相似模拟试验系统

Fig. 3 Large-scale three-dimensional similarity simulation test system

为保证相似模型与工程原型的相似性，试验加载系统采用应力控制方式逐级加载至对应的应力边界（σ_x=0.13 MPa，σ_y=0.26 MPa，σ_z=0.12 MPa），各应力边界是由真实地应力经相似比确定的，见图 4（b）。为了便于煤层开采,在模型铺设时,设计选用 135 mm×35 mm 的矩形方管替代煤层。试验开始后，预先开采 402103 工作面，根据时间相似比，每 2.4 h 抽出 1 根方管，代表模拟煤层开挖 1 次，见图 4（c），待 402103 工作面采动覆岩垮落运移稳定后回采 402102 工作面。



（a）模型铺设



（b）应力边界施加



（c）煤层开采

图 4 三维相似模型建立过程

Fig. 4 Establishment of three-dimensional similar model

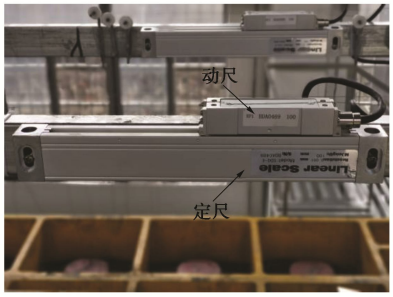
1.4 试验监测系统

（1）光栅位移连续监测系统

为获得 402102 工作面推进过程中采动覆岩破断运移规律，采用光栅位移连续监测装置[21]对工作面推进过程中，采动覆岩位移进行准确、实时监测。如图 5，光栅位移连续监测装置由微型多点位移测点、光栅尺、光栅数据采集仪和可视化软件等组成。模型铺设时，在目标岩层预先埋设微型多点位移计监测点，试验中，当微型多点位移计测点与岩层发生同步变形时，光栅尺自动捕获该位移，并将位移信号转化为电信号传输至光栅数据采集仪，经过可视化软件处理后传输到电脑实时显示。



（a）多点位移测点埋设



（b）光栅尺



（e）光栅数据采集仪

图 5 光栅位移连续监测装置

Fig. 5 Grating displacement continuous monitoring device

（2）位移监测方案

如图 6 所示，相似模型铺设时，在目标岩层中共埋设三层多点位移计，第一层位移测面位于 SKS1 粉砂岩中，监测点编号为 1-#1～1-#9，第二层位移测面位于距离煤层 32.5 m 的细粒砂岩软弱岩层中，测点编号为 2-#1～2-#9，第三层位移测面位于 SKS2 粗粒砂岩中，测点编号为 3-#1～3-#9（不同层位相同次序的位移测点位于同一条竖向测线上）。

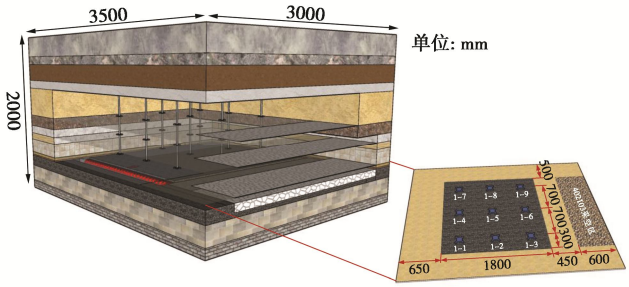


图 6 位移监测方案示意图

Fig. 6 Schematic diagram of displacement monitoring scheme

2　近场关键层采动响应特征

2.1　亚关键层 1 变形破断特征

亚关键层 1 粉砂岩是距离煤层最近的一层关键层，其力学响应特征与关键块体的破断运移规律直接影响着工作面周围的力学环境与回采空间的安全与稳定。为获得 402102 工作面亚关键层 1 的采动力学响应特征，在第一层位移测面的基础性上择优选取 1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位移数据进行分析。

1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位置如图 6 所示，位移测试结果如图 7 所示。由图 7 可知，随工作面由开切眼推进，各监测点位移大小阶段性增加，位移曲线呈“台阶式”变化，最大位移量达 13.1 m。工作面推进距离在 0～30 m 时，此时各监测点均在工作面前方受开采影响较小，监测点位移量几乎为 0 m。工作面推进距离在 30～40 m 时，1-#1、1-#2、1-#3 监测点位移发生微增，说明在上覆岩层及自重作用下亚关键层 1 发生弯曲变形；当工作面推进至 42～45 m 时，1-#1、1-#2、1-#3 监测点位移分别突增为 4.7，6.6，10.4 m，说明亚关键层 1 发生初次破断，因此 402102 工作面初次来压步距约为 43 m。

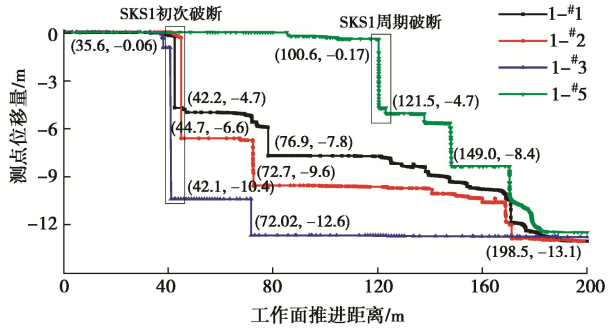


图 7 1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位移曲线

Fig. 7 Displacement curves at monitoring points No. 1-1, 1-2, 1-3 and 1-5

当工作面推进到 72～77 m 时，1-#1、1-#2、1-#3 监测点位移再次发生突增，说明监测点附近破断岩块发生剧烈运动，推测上覆岩层发生整体性破断导致破断岩块下沉量增大。值得注意的是，与 1-#1 和 1-#2 监测点相比，1-#3 监测点位移增幅较大，在工作面推进距离达 72 m 时，1-#3 监测点位移达到最大且随工作面推进基本不发生变化，对比分析 1-#1、1-#2、1-#3 监测点位置信息，推测受 402103 采空区采动覆岩结构协同作用的影响，1-#3 位移测点附近采动覆岩未能形成稳定结构，覆岩运动较为剧烈。

由位移监测方案可知，1-#5 监测点沿走向距开切眼 100 m。当工作面距离在 100～120 m 时，1-#5 监测点位移随着推进距离的增大而逐渐增大但位移较小，说明此时亚关键层 1 未发生破断，且随着工作面推进，1-#5 监测点处亚关键层 1 变形逐渐增大。当工作面推进到 121 m 时，亚关键层 1 发生周期破断，此时，1-#5 监测点处覆岩破断块体回转下沉位移为 4.7 m，因此亚关键层 1 周期来压步距最小为 21 m。

工作面由 121 m 继续推进，各监测点位移逐渐增大，说明采空区在破断岩块重力作用下逐渐被压实。工作面推进到 149 m 时，1-#5 监测点位移突增为 8.4 m，工作面推进到 170 m 左右时，1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位移均发生小幅度的突增，推断高位关键层发生破断，导致采空区破断岩块位移发生整体性增大。

2.2　亚关键层 2 变形破断特征

为获得亚关键层 2 厚硬粗粒砂岩采动响应规律，在第三层位移测面的基础性上选取 3-#1、3-#2、3-#3、3-#5 监测点位移数据进行分析。

3-#1、3-#2、3-#3、3-#5 监测点位置如图 6 所示。监测点测试结果如图 8 所示，与亚关键层 1 破断岩块

下沉位移相比，亚关键层 2 破断岩块的位移明显减小，测点最大下沉量为 7.6 m，破断岩块位移曲线仍呈现“台阶式”增加。由上述分析可知，当工作面推进至 43 m 左右时，亚关键层 1 发生初次破断，此时，3-#1、3-#2、3-#3 监测点位移约为 0.12 m，说明此时亚关键层 2 悬露在采空区上方未发生破断。随工作面推进距离的增加，亚关键层 2 悬露面积逐渐增大，当亚关键层 2 中的最大主应力大于其抗拉强度时，亚关键层 2 发生初次破断，此时工作面推进距离为 72～76 m，3-#1、3-#2、3-#3 监测点位移瞬间分别增大为 3.8，3.1，4.2 m，因此亚关键层 2 初次破断步距约为 74 m。

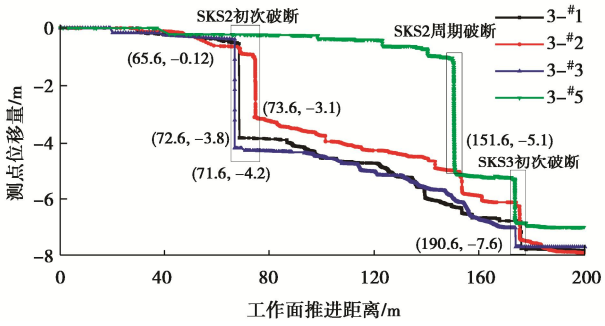


图 8 3-#1、3-#2、3-#3、3-#5 监测点位移曲线

Fig. 8 Displacement curves at monitoring points No. 3-1, 3-2, 3-3 and 3-5

工作面继续推进，3-#1、3-#2、3-#3 位移曲线呈“波浪式”下降，说明采空区破断岩块逐渐被压缩密实。当工作面推进至 151.6 m 时，3-#5 监测点位移突增为 5.1 m，说明亚关键层 2 发生周期性破断；由上述分析可知，此时 1-#5 监测点位移也发生突增，验证上述推论；由 3-#5 监测点位置可知，此时亚关键层 2 悬露长度达 51 m，因此亚关键层 2 周期破断步距约为 51 m。当工作面推进至 172 m 左右时，3-#1、3-#2、3-#3、3#-5 号监测点位移量发生整体性增大，结合上述分析 1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位移此时也出现突增现象，推断亚关键层 3 发生初次破断，覆岩结构发生大尺度整体性运动。

由上述分析可知，当关键层发生破断时，各监测点位移发生突增，关键层破断块体的下沉曲线呈台阶式分段突增，可反推厚煤层开采时垮落带与断裂带高度也呈台阶式变化。在亚关键层 2 和亚关键层 3 破断时，覆岩发生整体性运动，易引起强矿压和冲击地压的发生。其次在 402102 工作面与 402103 采空区采动覆岩协同作用下靠近采空区侧覆岩破断运移较为剧烈，推断工作面回风巷道受覆岩破断动压影响较大，易引起回风巷道超前区域的变形破坏和动力事件的显现，现场应加强回风巷道的防冲吸能支护。

2.3 近场采动覆岩协同运移规律

为获得厚硬顶板条件下厚煤层开采采动覆岩协同运移规律，沿工作面走向选取两条竖向位移测线，分析监测点附近岩层采动响应特征，其中一条竖向测线由 1-#2、2-#2、3-#2 监测点组成，另一条竖向测线由 1-#5、2-#5、3-#5 监测点组成。

由图 9 可知，当工作面推进至 45 m 左右，亚关键层 1 发生初次破断时，1-#2 监测点位移为 6.5 m，2-#2 监测点位移为 3.6 m，说明软弱岩层随亚关键层 1 发生复合破断，而此时 3-#2 监测点位移为 0.12 m，远小于 1-#2 和 2-#2 监测点位移，说明亚关键层 2 悬而未断，处于弯曲变形状态，亚关键层 2 下方存在大量自由空间。当工作面推进至 72～75 m 时，亚关键层 2 发生初次破断，破断岩块对采空区形成冲击，1-#2、2-#2、3-#2 监测点位移发生突增，待关键块体运移稳定后，1-#2、2-#2、3-#2 监测点位移为分别为 9.5，6.9，3.1 m；当工作面推进至 172～177 m 时，亚关键层 3 发生初次破断，各测点位移再次发生突增，受岩石碎胀性的影响，1-#2、2-#2、3-#2 测点最终位移量分别为 12.8，9.5，7.1 m。

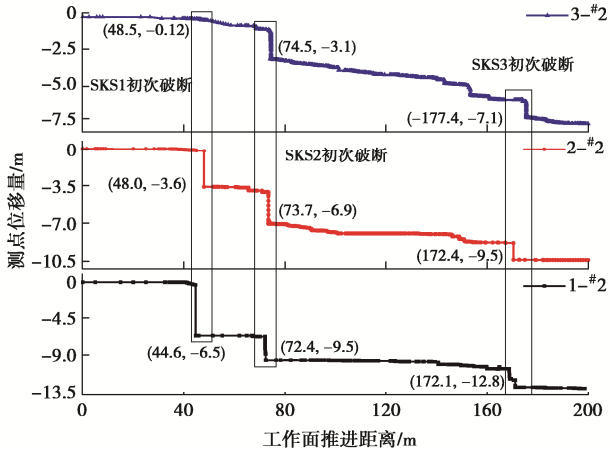


图 9 1-#2、2-#2、3-#2 监测点位移曲线

Fig. 9 Displacement curves at monitoring points No. 1-2, 2-2 and 3-2

由位移监测方案可知，1-#5、2-#5、3-#5 位移测点位于工作面倾向中央，沿走向距开切眼 100 m 处。位移测试结果如图 10 所示，当工作面推进距离在 0～80 m 时，1-#5、2-#5、3-#5 监测点位移为 0 m，说明监测点附近岩层未受开采扰动。当工作面推进距离在 80～100 m 时，1-#5 和 2-#5 监测点位移开始发生较小的增幅，说明受采动影响工作面前方岩层发生压缩变形。当工作面推进至 120 m 左右时，亚关键层 1 发生周期性破断时，1-#5 监测点位移为 5.6 m，2-#5 监测点位移为 5.5 m，说明软弱岩层随亚关键层 1 发生周期性复合破断，此时 3-#5 监测点位移为 0.4 m，说明亚关键层 2 仅发生弯曲变形。当工作面推进 148 m 左右，亚关键层 2 厚粗粒砂岩发生周期破断时，1-#5、2-#5、3-#5 位移测点下沉量均发生整体性大幅度增加，易引起强

矿压现象。工作面推进至 173 m 左右时，亚关键层 3 厚粗粒砂岩发生初次破断，1-#5、2-#5、3-#5 监测点附近破断岩块位移发生突增，稳定后各测点位移量分别为 10.6，9.7，6.8 m。

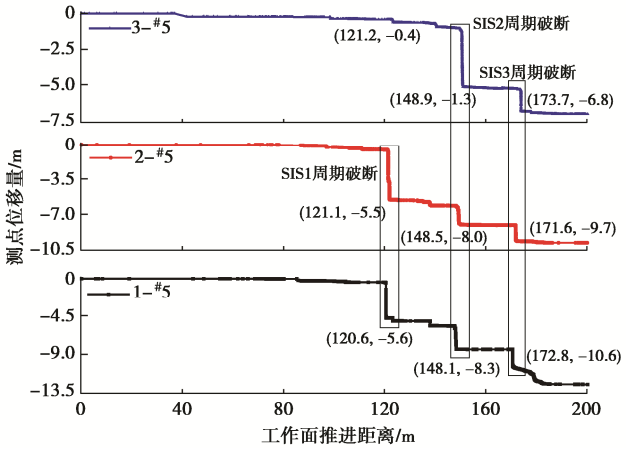


图 10 1-#5、2-#5、3-#5 监测点位移曲线

Fig. 10 Displacement curves of monitoring points No.1-5, 2-5, 3-5

3　三维相似模拟采动覆岩“三带”判别

为获得采动覆岩垮落压实特性和“三带”发育形态，定义覆岩变形碎胀因子 K_i，如式（1）所示。根据 K_i 的采动演化规律，可对采动覆岩变形、破断运动进行定量分析，进而确定垮落带、裂隙带及弯曲下沉带的高度。

$$K_i=1+[(S_{i+1}-S_i)/H_i] \quad , \qquad (1)$$

式中，S_i 为第 i 层位移测点的下沉量，H_i 为第 i+1 层位移点与第 i 层位移点高差。

当 max（K_i）>1.1 时覆岩处于冒落带，1.0<max（K_i）<1.1 时覆岩处于裂隙带，max（K_i）=1.0 时覆岩处于弯曲下沉带[22]。如图 11 所示，选取 1-#2、2-#2、3-#2 监测点，对工作面推进过程中覆岩变形碎胀因子 K_1，K_2 进行分析。

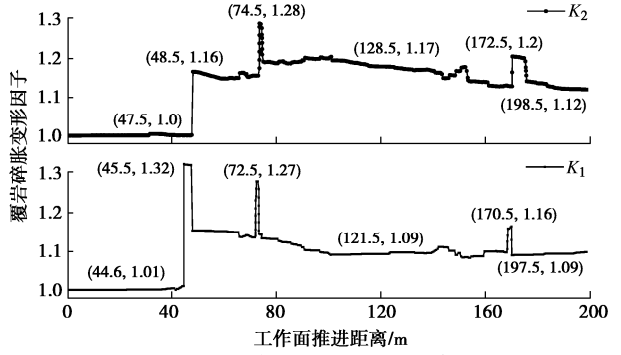


图 11　覆岩碎胀变形因子演化规律

Fig.11 Evolution rules of overburden fragmentation and expansion deformation factors

由覆岩变形碎胀因子 K_1，K_2 随工作面推进变化规律可知，当工作面推进距离在 0～35 m 时，K_1=K_2=1，说明覆岩不受采动影响，未发生相对位移；当工作面推进到 35～45 m 时，受超前支承压力的影响，监测点附近煤岩体发生变形，由于变形的不协调性，覆岩变形碎胀因子 K_1 发生微增。

当工作面推进到 45m 左右，亚关键层 1 发生初次破断时，K_1 突增为 1.32 后又降为 1.15，K_2 先突增为 1.16 后缓慢降低并保持稳定，结合 3-2 位移曲线可知，分析其原因，此时亚关键层 2 未发生初次破断，因此当工作面推进至 45 m 时，冒落带发育到亚关键层 2 底部，高度为 56 m。

当工作面推进至 72～75 m，亚关键层 2 发生初次破断时，破断岩块冒落到采空区，并对采空区下部矸石形成冲击，K_1 先突增后突降，K_2 先突降而后突增再而发生突降，稳定后 K_1<K_2，说明亚关键层 2 初次破断后，采空区矸石在破断岩块的重力和冲击力下被压实，且采空区下部压实程度大于上部，即采空区下部矸石下沉压缩量较大，因此覆岩碎胀因子 K_1 会表现先突增后突降的特征。K_2 先突降而后突增再而发生突降的过程可分为两个过程，第一个过程在亚关键层 2 破断岩块下落未接触采空区矸石前，在这个过程 K_2 发生突降；第二个过程即采空区矸石在破断岩块的重力和冲击力下被压实的过程，K_2 表现先突增后突降的特征，此时冒落带和垮落带高度将越过亚关键层 2 继续向上发育。

随工作面继续推进，K_1，K_2 逐渐降低，说明采空区在重力作用下被逐渐压实，当工作面推进至 170 m 时，亚关键层 3 发生初次破断时，K_1，K_2 均先增大后又降低，此时垮落带和裂隙带发育高度约为 150 m。当工作面回采完毕，覆岩运移稳定后，K_1，K_2 大小分别为 1.12 和 1.09。

由上述分析可知，根据 max(K_i)的大小与 K_i 曲线形态，可对“三带”动态发育特征进行动态监测，由于 max(K_1)=1.32，max(K_2)=1.28 所以亚关键层 1 和亚关键层 2 均处于冒落带。

4　结　　论

（1）以胡家河 402102 工作面工程地质条件为基础，选用铁精砂胶结相似材料，利用三向可加载大型真三维相似模拟系统，开展了真实应力环境厚硬顶板下厚煤层开采覆岩运移规律研究。

（2）厚硬关键层与软弱岩层的复合破断会对采场和采空区形成冲击，受冲击荷载和破断岩块的重力作用破断岩块位移发生突增，关键层破断岩块位移曲线呈“台阶式”升高。

（3）在一侧临空条件下，402102 工作面亚关键

层 1 初次破断步距为 43 m，周期来压步距约为 21 m；亚关键层 2 初次破断步距为 74 m，周期来压步距约为 51 m；亚关键层 3 初次破断步距约为 173 m。

（4）亚关键层 2 和亚关键层 3 发生初次破断以及亚关键层 2 发生周期破断时，覆岩发生整体性运动，推测工作面来压强度较大，且临近采空区侧覆岩破断、运移较为剧烈，应加强回风巷道超前区域的动载防护。

（5）根据覆岩碎胀变形因子 K_i 的变化特征和 max(K_i)的大小，分析了覆岩“三带”演化规律。亚关键层 1 和亚关键层 2 均处于冒落带中，随工作面推进“两带”高度呈“台阶式”升高。

参考文献：

[1] 王家臣. 厚煤层开采理论与技术[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2009: 27－51. (WANG Jia-chen. The theory and Technique on the Thick Coal Seam Mining[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2009: 47－51. (in Chinese))

[2] 王云广, 郭文兵, 白二虎, 等. 高强度开采覆岩运移特征与机理研究[J]. 煤炭学报, 2018, **43**(增刊 1): 28－35. (WANG Yun-guang, GUO Wen-bing, BAI Er-hu, et al. Characteristics and mechanism of overlying strata movement due to high-intensity mining[J]. Journal of China Coal Society, 2018, **43**(S1): 28－35. (in Chinese))

[3] 王家臣. 我国放顶煤开采的工程实践与理论进展[J]. 煤炭学报, 2018, **43**(1): 43－51. (WANG Jia-chen. Engineering practice and theoretical progress of top coal caving mining technology in China[J]. Journal of China Coal Society, 2018, **43**(1): 43－51. (in Chinese))

[4] 孟宪锐, 王鸿鹏, 刘朝晖, 等. 我国厚煤层开采方法的选择原则与发展现状[J]. 煤炭科学技术, 2009, **37**(1): 39－44. (MENG Xian-rui, GANG Hong-peng, LIU Chao-hui, et al. Selection principle and development status of thick seam minim methods in China[J]. Coal Science and Technology, 2009, **37**(1): 39－44. (in Chinese))

[5] 谢广祥, 杨 科, 常聚才, 等. 综放采场围岩支承压力分布及动力灾害的层厚效应[J]. 煤炭学报, 2006, **31**(6): 731－735. (XIE Guang-xiang, YANG Ke, CHANG Ju-cai, et al Surrounding rock abutment pressure distribution and thickness effect of dynamic catastrophic in fully mechanized sub level mining stope[J]. Journal of China Coal Society, 2006, **31**(6): 731－735. (in Chinese))

[6] 李振雷, 何学秋, 窦林名. 综放覆岩破断诱发冲击地压的防治方法与实践[J]. 中国矿业大学学报, 2018, **47**(1): 162－171. (LI Zhen-lei, HE Xue-qiu, DOU Lin-ming. Control measures by overburden and practice for rock burst induced fracture in top-coal caving mining[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2018, **47**(1): 162－171. (in Chinese))

[7] 钱鸣高, 石平五, 许家林. 矿山压力与岩层控制[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2010. (QIAN Ming-gao, SHI Ping-wu, XU Jia-ling. Mining Pressure and Strata Control[M]. Xuzhou: China University of Ming and Technology Press, 2010: 325－328. (in Chinese))

[8] 许家林, 鞠金峰. 特大采高综采面关键层结构形态及其对矿压显现的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2011, **30**(8): 1547－1556. (XU Jia-lin, JU Jin-feng. Structural morphology of key stratum and its influence on strata behavior in fully mechanized face with super large height[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2011, **30**(8): 1547－1556. (in Chinese))

[9] 张培鹏, 蒋力帅, 刘绪峰, 等. 高位硬件厚岩层采动覆岩结构演化特征及致灾规律[J]. 采矿与安全工程学报, 2017, **34**(5): 852－860. (ZHANG Pei-peng, JIANG Li-shuai, LIU Xu-feng, et al. Mining-induced overlying strata structure evolution characteristic and disaster-triggering undr high level hard thick strata[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2017, **34**(5): 852－860. (in Chinese))

[10] 柴 敬, 雷武林, 杜文刚, 等. 分布式光纤监测的采场巨厚复合关键层变形试验研究[J].煤炭学报, 2020, **45**(1): 44－54. (CHAI Jing, LEI Wu-lin, DU Wen-gang, et al. Deformation of huge thick compound key layer in stope based on distributed optical fiber sensing monitoring[J]. Journal of China Coal Society, 2020, **45**(1): 44－54. (in Chinese))

[11] 朱卫兵, 于 斌. 大空间采场远场关键层破断形式及其对矿压显现的影响[J]. 煤炭科学技术, 2018, **46**(1): 99－104. (ZHU Wei-bing, YU Bin. Breakage form and its effect on strata behavior of far field key stratum in large space stope[J].Coal Science and Technology, 2018, **46**(1): 99－104. (in Chinese))

[12] 于 斌, 朱卫兵, 高 瑞, 等. 特厚煤层综放开采大空间采场覆岩结构及作用机制[J]. 煤炭学报, 2016, **41**(3): 571－580. (YU Bin, ZHU Wei-bing, GAO Rui. Strata structure and its effect mechanism of large space stope for fully-mechanized sublevel caving mining of extremely thick coal seam[J]. Journal of China Coal Society, 2016, **41**(3): 571－580. (in Chinese))

[13] 于 斌, 朱卫兵, 李 竹, 等. 特厚煤层开采远场覆岩结

构失稳机理[J]. 煤炭学报, 2018, **43**(9): 2398－2407. (YU Bin, ZHU Wei-bing, LI Zhu, et al. Mechanism of the instability of strata structure in far field for super-thick coal seam mining[J]. Journal of China Coal Society, 2018, **43**(9): 2398－2407. (in Chinese))

[14] 窦林名, 贺　虎. 煤矿覆岩空间结构 OX-F-T 演化规律研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, **31**(3): 453－460. (DOU Lin-ming, HE Hu. Study of OX-F-T spatial structure evolution of overlying strata in coal mine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, **31**(3): 453－460. (in Chinese))

[15] 姜福兴, 张兴民, 杨淑华, 等. 长壁采场覆岩空间结构探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(5): 979－984. (JIANG Fu-xing, ZHANG Xing-min, YANG Shu-hua, et al. Discussion on overlying strata spatial structures of longwall in coal mine[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(5): 979－984. (in Chinese))

[16] 李振雷, 何学秋, 窦林名. 综放覆岩破断诱发冲击地压的防治方法与实践[J]. 中国矿业大学学报, 2018, **47**(1): 162－171. (LI Zhen-lei, HE Xue-qiu, DOU Lin-ming. Control measures by overburden and practice for rock burst induced fracture in top-coal caving mining[J]. Journal of China University of Mining and Technology, 2018, **47**(1): 162－171. (in Chinese))

[17] 王晓振, 许家林, 韩红凯, 等. 顶板导水裂隙高度随采厚的台阶式发育特征[J]. 煤炭学报, 2019, **44**(12): 3740－3749. (WANG Xiao-zhen, XU Jia-lin, HAN Hong-kai. Stepped development characteristic of water flowing fracture height with variation of mining thickness[J]. Journal of China Coal Society, 2019, **44**(12): 3740－3749. (in Chinese))

[18] 弓培林, 靳钟铭. 大采高采场覆岩结构特征及运动规律研究[J]. 煤炭学报, 2004, **29**(1): 7－11. (GONG Pei-lin, JIN Zhong-ming. Study on the structure characteristics and movement laws of overlying strata with large mining height[J]. Journal of China Coal Society, 2004, **29**(1): 7－11. (in Chinese))

[19] 张强勇, 李术才, 郭小红, 等. 铁晶砂胶结新型岩土相似材料的研制及其应用[J]. 岩土力学, 2008, **29**(8): 2126－2130. (ZHANG Qiang-yong, LI Shu-cail, GUO Xiao-hong, et al. Research and development of new typed cementitious geotechnical similar material for iron crystal sand and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(8): 2126－2130. (in Chinese))

[20] 高富强, 王兴库. 岩体力学参数敏感性正交数值模拟试[J]. 采矿安全与工程学报, 2008, **25**(1): 95－98. (GAO Fu-qiang, WANG Xing-ku. Orthogonal numerical simulation on sensitivity of rock mechanical parameters[J]. Journal of Mining and Safety Engineering, 2008, **25**(1): 95－98. (in Chinese))

[21] 张庆贺, 杨　科, 袁　亮, 等. 基于位移连续监测的采场两带变形垮落特性试验研究[J]. 工程科学与技术, 2019, **51**(3): 36－42. (ZHANG Qing-he, YANG Ke, YUAN Liang, et al. Experimental study on deformation and collapse characteristics of two stope belts based on continuous displacement monitoring[J]. Advanced Engineering Sciences, 2019, **51**(3): 36－42. (in Chinese))

[22] SHAO H, JIANG S G, WANG L Y, et al. Bulking factor of the strata overlying the gob and a three-dimensional numerical simulation of the air leakage flow field[J]. Mining Science and Technology (China), 2011, **21**: 261－266.

DOI：10.11779/CJGE202101011

基坑支挡结构设计若干问题探讨

盛志强[1, 2, 3, 4]，滕延京[3, 4]，李 平[3, 4]

(1. 建筑安全与环境国家重点实验室，北京 100013；2. 国家建筑工程技术研究中心，北京 100013；3. 中国建筑科学研究院有限公司地基基础研究所，北京 100013；4. 建研地基基础工程有限责任公司，北京 100013)

摘 要：根据基坑开挖应力路径的室内试验和现场实测数据，从土工试验方法、土体强度指标、地基土水平反力系数等方面分析了现在基坑工程支挡结构设计存在的一些问题。研究成果如下：支挡结构设计参数的获取应考虑主动区及被动区地基土的应力路径，并恢复地基土的固结状态。基坑开挖后主动区和浅部被动区土体抵抗剪切破坏的能力大于以常规CU强度指标的计算结果，这有利于工程安全；深部被动区土体抵抗剪切破坏的能力小于以常规CU强度指标的计算结果，对于地基土被动抗力发挥较大的工程，需验算嵌固深度，确保被动抗力小于极限被动土压力。定义了被动区基坑开挖“强影响区”，并给出了该区域深度的计算方法。以相应应力路径下的土体割线模量值作为地基土水平反力系数，讨论推导了作用于支挡结构上的分布土反力与支挡结构水平位移的计算公式，其计算结果更接近工程实际。本次研究对以变形控制为主的基坑设计具有较好的指导意义。

关键词：应力路径；固结状态；应力应变关系；归一化；水平反力系数

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0094－08

作者简介：盛志强(1987—)，男，博士，工程师，主要从事地基基础工程技术方面的研究工作。E-mail：sheng123zq@163.com。

Discussion on several problems in design of retaining structures of deep excavation

SHENG Zhi-qiang[1, 2, 3, 4], TENG Yan-jing[3, 4], LI Ping[3, 4]

(1. State Key Laboratory of Building Safety and Built Environment, Beijing 100013, China; 2. National Engineering Research Center of Building Technology, Beijing 100013, China; 3. Institute of Foundation Engineering, China Academy of Building Research, Beijing 100013, China; 4. CABR Foundation Engineering Co., Ltd., Beijing 100013, China)

Abstract: Based on the laboratory tests on excavation stress paths and field test data, some problems in the design of the supporting structures of foundation pits are analyzed. The idea is proposed that the consolidation state of the foundation soil should be recovered and the stress paths corresponding to the active and passive areas of foundation soils should also be considered. It is found that the capability of soil resistance to shear failure in active and shallow passive areas is greater than the calculated results using the conventional CU strength index, and it is beneficial to engineering safety. However, the capability of the soils in the deep passive zone to resist shear failure is less than the calculated results using the conventional CU strength index. For the projects requiring a large degree of resistance capability of the passive foundation soils, the embedment depth of the supporting structures needs to be checked to ensure that the passive resistance is less than the limit passive earth pressure. The ‘strong impact zone’ of excavations in the passive zone is proposed, and the method for calculating its depth is developed. The value of secant modulus of soils under the corresponding stress paths is employed as the horizontal reaction coefficient of the foundation soils, and the formula for calculating the reaction force of distributed soils acting on the supporting structures and the horizontal displacement of the supporting structures is deduced. It can reflect the characteristics of load deformation of foundation soils under the action of the excavation stress path, and the calculated results are closer to those of engineering reality. This study has a good guiding significance for the design of foundation pits mainly dominated by deformation control.

Key words: stress path; consolidation state; stress-strain relationship; normalization; horizontal reaction coefficient

0 引 言

目前，针对基坑工程，土压力理论还不够完善，实际设计计算往往采用经验取值，或按照郎肯土压力、

基金项目：中国建筑科学研究院有限公司青年基金项目（20181602331030009）

收稿日期：2020－03－25

库仑土压力理论及弹性地基梁板计算，然后再根据经验进行修正。此种设计计算理念的不妥之处主要有：①基坑开挖引起土体卸荷，其应力路径较复杂，目前计算参数的获取是采用常规加荷的剪切试验，土样所处应力状态与实际工况差别较大；②现在基坑工程设计以控制变形为主，应考虑相应工况下地基土的荷载变形特征，仅以强度指标计算极限土压力是不合理的；③以弹性地基梁板法计算作用于支挡结构上的土反力及水平位移，假定土反力与水平位移呈线性比例关系，这也是基坑规范推荐的方法，且认为地基土水平反力系数沿深度按线性分布，而地基土为非线性材料，其水平反力系数与应力状态相关，并非常数，也不能简单地认为沿深度线性分布。

近代土力学研究表明，地基土的荷载变形特征不仅取决于土体最初和最终的应力状态，而且与其应力历史和应力路径有关。基坑开挖是主动区土体侧向卸荷、被动区土体竖向卸荷又受支挡结构挤压再侧向加荷过程，加、卸荷状态下土体的力学参数差异较大。基坑工程设计时应考虑周围土体的应力历史及施工过程对其造成的应力状态的变化，确定适用于工程实际情况的土体工程特性。

本文基于基坑开挖卸荷应力路径的室内试验和现场实测数据，从土工试验方法、土体强度指标、地基土水平反力系数等方面分析现在基坑工程支挡结构设计存在的问题，探讨符合基坑工程实际工况的参数获取手段和设计计算方法。

1　土工试验方法

基坑工程多在城市建筑密集区，不允许基坑开挖时周边地基土发生破坏或产生较大变形，因此，绝大多数情况下，地基土处于静止土压力状态和极限破坏状态之间，单以强度指标不能准确地评价基坑支护设计的安全性和经济合理性，应更多地考虑基坑工程施工过程中地基土的荷载及变形特性。现阶段，基坑工程设计仍采用加载条件下得到的强度指标，工程勘察取回试样直接在指定的应力状态下进行固结快剪或固结不排水剪，并将剪切围压等同于固结围压。实际上，剪切围压对应的是基坑开挖卸荷后主动区地基土的侧压力和被动区地基土的上覆压力；而固结围压对应的是初始固结应力，不因基坑开挖短期卸荷而改变。因此，上述试验方法并未考虑应力历史及开挖卸荷应力路径对土体力学性质的影响，其确定的设计参数难免与工程实际存在差异。

通常情况下基坑开挖较快，地基土卸荷并发生剪切变形时来不及排水或排水不充分，因此，土工试验的正确做法应是先通过密度试验、高压固结试验、K_0 试验确定地基土前期固结压力，并在前期固结应力状态下预固结稳定，然后在基坑开挖卸荷路径下进行不排水剪切，以此得到应力应变关系曲线及强度指标。

基坑开挖过程中土体的应力状态有显著的时空效应，之前大多数学者的研究[1-2]将应力路径简化为：主动区上覆压力不变、侧向压力减小；被动区上覆压力减小、侧向压力不变。上述应力路径的简化分析，对主动区基本无异议；而被动区的应力路径比较适合于地基土受支挡结构挤压作用较小、侧压力增加较小的情况，即符合被动区深部地基土的受力情况，该区域地基土一般不会破坏，而对易受支挡结构挤压的浅部地基土适用性较差，尤其是该区域地基土被动抗力达到极限的情况。本文考虑上述情况，将应力路径分为以下3种，图1为土体应力路径分布图。

应力路径 a：上覆压力不变，侧向压力减小，即 K_0 状态固结之后，不排水情况下 σ_1 不变，σ_3 减小，以模拟基坑开挖主动区土体应力状态；

应力路径 b：上覆压力减小，侧向压力增大，土体最大主应力方向发生变化，由原来垂直向变为水平向，即平均主应力状态固结后，不排水情况下平均主应力减小至不同应力值，然后 σ_1 增大，σ_3 不变(小于初始平均主应力)，以模拟基坑开挖浅部被动区支挡结构附近土体应力状态；

应力路径 c：上覆压力减小，侧向压力不变，即 K_0 状态固结后，不排水情况下 σ_3 不变，σ_1 减小，以模拟基坑被动区较深位置处土体应力状态。

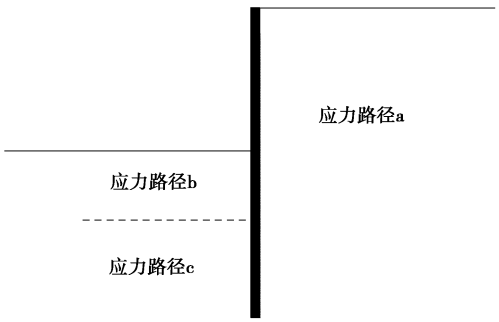


图 1 应力路径分布区域

Fig. 1 Distribution area of stress path

研究表明[3-4]，以上 3 种应力路径作用下的土体应力应变关系与常规加荷状态不同，且有较好的归一化特性，应力应变关系归一化曲线如图 2，其中，$-\varepsilon$ 为拉伸应变，ε 为压缩应变。应力路径 b 作用下的地基土，在剪切围压小于初始平均固结应力时，因初始平均固结应力预固结处理，土体破坏强度、相同应力下的土体模量均大于常规 CU 强度试验所得结果，即说明该路径下地基土的实际极限被动土压力大于以常规

CU 强度试验所得参数的计算结果，该区域被动区土体受支挡结构等挤压产生的实际变形小于以加荷状态所得参数的理论计算结果。

综上所述，研究基坑开挖地基土荷载－变形特征及其强度指标，应恢复地基土固结状态，并进行相应应力路径作用下的剪切试验。

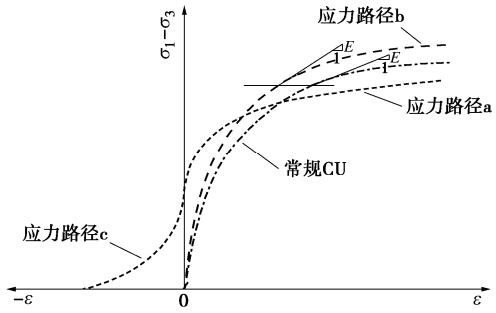


图 2 基坑开挖应力路径作用下应力应变关系

Fig. 2 Stress-strain relationship under excavation stress path

2 土体卸荷强度指标及土压力

已有研究表明[5-8]，加、卸荷状态下土体的抗剪强度指标不同。图 3 给出了加、卸荷状态下土体的应力莫尔圆及强度包线，其中，γh 为初始上覆压力，K_0 为静止侧压力系数，σ_c 为初始平均固结应力，σ_a、σ_p 分别为以常规 CU 强度指标所得主动土压力和被动土压力，$\gamma h_{卸荷}$ 为开挖卸荷后上覆压力，$\sigma_{a卸荷}$，$\sigma_{p卸荷}$ 为以 σ_c 预固结后 UU 强度指标所得主动土压力和被动土压力。通常认为常规 CU 剪切试验得到的强度包线是一条直线，固结围压即为剪切围压，得到的强度指标记为 c_{CU}，φ_{CU}；而对于初始平均固结压力预固结之后的 UU 剪切试验，其强度包线以初始平均固结应力为界分为两段直线，在剪切围压大于初始平均固结应力时，强度指标记为 c_{CUU+}，φ_{CUU+}，在剪切围压小于初始平均固结应力时，强度指标记为 c_{CUU-}，φ_{CUU-}。研究发现：$c_{CU}<c_{CUU-}<c_{CUU+}$，$\varphi_{CU}>\varphi_{CUU-}>\varphi_{CUU+}$。

对于主动区，基坑开挖后上覆压力 γh 不变，侧压力逐渐减小至极限主动土压力，此时地基土的强度指标记为 c_{CUU-}，φ_{CUU-}。对于被动区，则分两种情况，一是浅部土层，土方开挖引起的卸荷附加应力较大，上覆压力减小至 $\gamma h_{卸荷}$ 且小于初始平均固结应力 σ_c，侧压力受支挡结构挤压逐渐增加至极限被动土压力，此时地基土的强度指标与主动区地基土的强度指标相等，为便于比较，同样记为 c_{CUU-}，φ_{CUU-}；二是深度土层，土方开挖引起的卸荷附加应力较小，上覆压力减小至 $\gamma h_{卸荷}$ 且不小于初始平均固结应力 σ_c，侧压力受支挡结构挤压逐渐增加至极限被动土压力，此时地基土的强度指标记为 c_{CUU+}，φ_{CUU+}。由此可见，相对于常规 CU 剪切试验得到的强度指标，以考虑地基土固结状态及应力路径的预固结 UU 剪切试验确定的强度指标计算得到的极限主动土压力 $\sigma_{a卸荷}$ 较小，浅部地基土的极限被动土压力 $\sigma_{p卸荷}$ 较大，深度地基土的极限被动土压力 $\sigma_{p卸荷}$ 较小。这说明基坑开挖后主动区和浅部被动区土体抵抗剪切破坏的能力大于以常规 CU 强度指标的计算结果，这对基坑工程的安全性是有利的；深部被动区土体抵抗剪切破坏的能力小于以常规 CU 强度指标的计算结果，这对以变形控制为主的基坑设计影响不明显，但对地基土被动抗力发挥较大的工程，应重视这一点，需验算嵌固深度，确保被动抗力小于极限被动土压力。

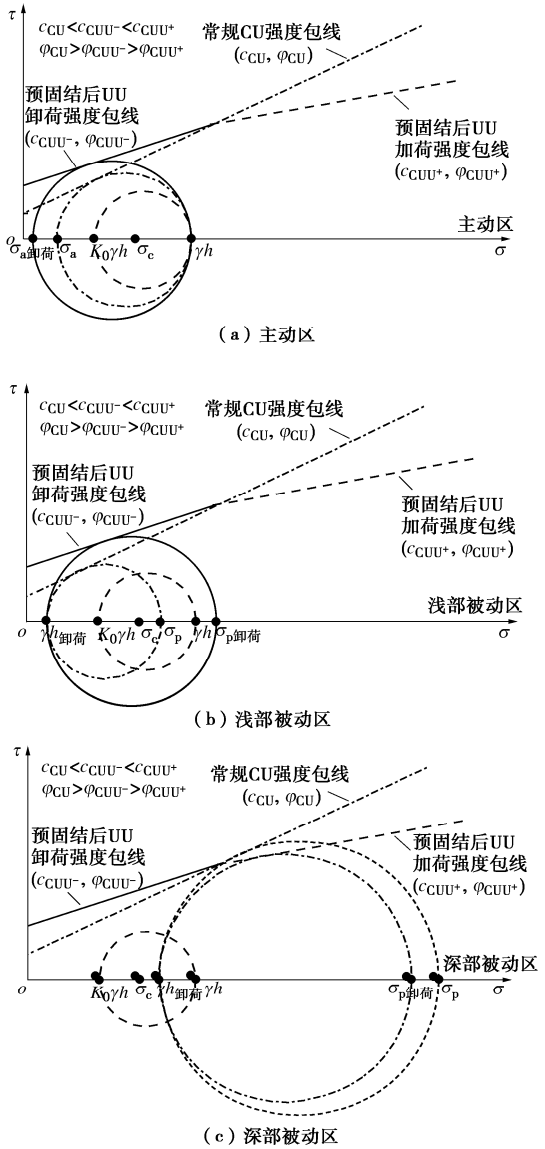


图 3 加、卸荷土体的应力莫尔圆及强度包线

Fig. 3 Mohr circles of stress and strength envelopes of soils under loading and unloading conditions

3 基坑开挖“强影响区”

将被动区地基土易受支挡结构挤压产生水平位

移的区域定义为基坑开挖“强影响区”，分析这一区域深度可为被动区地基土加固深度的确定提供依据。对于现在以变形控制为主的基坑设计，被动区地基土比较接近应力路径 c 的状态，因此，以该路径下地基土的荷载变形特征对“强影响区”进行分析。

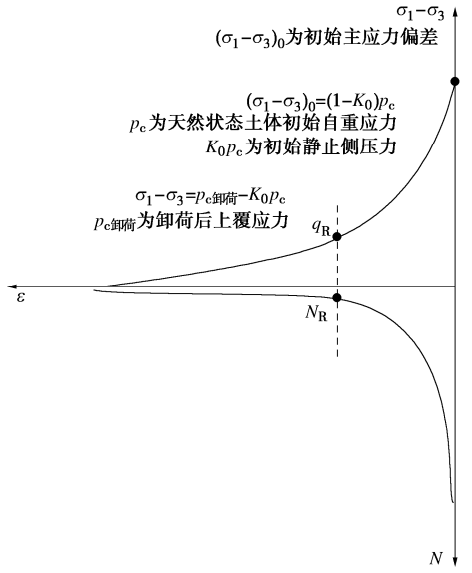


图 4 N 与土体应力应变的关系曲线

Fig. 4 Relation curve between N and stress-strain of soils

应力路径 c 作用下地基土应力应变关系存在归一化特征，其归一化公式为

$$\frac{(\sigma_1-\sigma_3)-(\sigma_1-\sigma_3)_0}{\sigma_{\mathrm{m}}}=\frac{\varepsilon}{a+b\varepsilon}\quad 。\tag{1}$$

式中　$\sigma_1-\sigma_3$ 为主应力偏差，$(\sigma_1-\sigma_3)_0$ 为初始主应力偏差，$(\sigma_1-\sigma_3)-(\sigma_1-\sigma_3)_0$ 为基坑开挖后不同深度卸荷量，等于被动区地基土附加应力 $p_{0,\mathrm{d}}$；σ_{m} 为初始平均主应力，$\sigma_{\mathrm{m}}=\dfrac{\sigma_{1\mathrm{c}}+2\sigma_{3\mathrm{c}}}{3}$，其中，$\sigma_{1\mathrm{c}}$ 为初始上覆压力，即后面提到的 p_{c}，$\sigma_{3\mathrm{c}}$ 则为初始侧压力，等于 K_0p_{c}；ε 为土体应变，应力应变关系曲线中规定为负值；a，b 为系数。

式（1）可变换为

$$N=\frac{p_{\mathrm{c}}}{p_{0,\mathrm{d}}}=\frac{ap_{\mathrm{c}}}{\sigma_{\mathrm{m}}\varepsilon}+\frac{bp_{\mathrm{c}}}{\sigma_{\mathrm{m}}}\quad ,\tag{2}$$

式中，N 为初始上覆压力与附加应力的比值，负值表示卸荷，其绝对值表示初始上覆压力对开挖卸荷量的倍数。图 4 给出 N 与土体应变的关系曲线，为双曲线类型，曲线可分为两段，将前、后两段转折点处（曲率 K 最大）的主应力偏差记为 N_{R}，当附加应力增大至 N 值小于 N_{R} 时，土体应变开始明显增加，以 N_{R} 对应的深度记为 d_{R}，则 d_{R} 以上至坑底范围内的地基土易受支挡结构挤压发生变形。d_{R} 从坑底起算，即为“强影响区”深度。

基坑开挖后附加应力及上覆压力可由如下公式计算得到：

① 基坑开挖后，可认为坑底土体附加应力 p_0：

$$p_0=-\sum\gamma_ih_i\quad 。\tag{3}$$

② 坑底往下至不同深度的附加应力 $p_{0,\mathrm{d}}$：

$$p_{0,\mathrm{d}}=\alpha_{\mathrm{d}}p_0=-\alpha_{\mathrm{d}}\sum\gamma_ih_i\quad 。\tag{4}$$

式中　γ_i，h_i 分别为基坑顶面至底面范围内 i 层土的重度和厚度，如有地下水，取浮重度；$\sum h_i=H$，H 为基坑开挖深度；α_{d} 为基坑底面以下基坑中心计算点的附加应力系数，参考《建筑地基基础设计规范：GB 50007—2011》[9]有关附加应力系数的规定进行取值，从坑底起算深度 d。

③坑底往下至不同深度的上覆压力 $p_{c\,\text{卸荷}}$：

$$p_{c\text{卸荷}}=\sum\gamma_jh_j+p_{0,d}=\sum\gamma_jh_j-\alpha_d\sum\gamma_ih_i\quad 。\tag{5}$$

式中，γ_j，h_j 分别为基坑顶面至计算深度范围内 j 层土的重度和厚度，即 $\sum\gamma_jh_j$ 为基坑开挖之前自然状态下地基土自重应力 p_{c}，$\sum h_j=H+d$。

4　地基土水平反力系数

4.1　现行规范法

目前，基坑开挖支挡结构设计，采用经典土力学理论和基于经验参数的弹性地基梁板设计计算，计算参数采用加载条件下得到的抗剪强度指标及地基变形刚度。

以现行规范[10]为例，同样以弹性地基梁板计算理论建立作用支挡结构的土反力与其变形的关系，而对于地基土水平反力系数，则采用“m”法。

作用于支挡结构的分布土反力 p_{s}：

$$p_{\mathrm{s}}=k_{\mathrm{s}}v+p_{\mathrm{s}0}\quad 。\tag{6}$$

式中　$p_{\mathrm{s}0}$ 为初始土反力强度，通过主动土压力强度标准值公式计算，但须采用支挡结构内侧计算点的土中竖向应力标准值和水压力值，且不考虑地基土黏聚力的影响；k_{s} 为土的水平反力系数；v 为支挡结构在分布土反力计算点的水平位移值。

基坑内侧土的水平反力系数为

$$k_{\mathrm{s}}=m(z-H)\quad 。\tag{7}$$

式中　m 为土的水平反力系数的比例系数；z 为计算点距地面的深度，$z=\sum h_j=H+d$。

土的水平反力系数的比例系数为

$$m=\frac{0.2\varphi^2-\varphi+c}{v_{\mathrm{b}}}\quad ,\tag{8}$$

式中，v_{b} 为支挡结构在坑底处的水平位移量，c，φ 为土的黏聚力、内摩擦力，通过三轴固结不排水剪试验或固结快剪试验获得。

4.2　考虑应力路径影响的计算方法

（1）初始土反力

基坑开挖瞬时，被动区地基土仍处于侧限状态，初始土反力强度应为侧限状态的侧向应力，并非采用强度指标计算得到的极限强度。上覆应力减小，地基土处于一定的超固结状态，可近似以其侧压力系数 $K_{0(OC)}$ 计算：

$$K_{0(OC)} = K_{0(NC)}\mathrm{OCR}^{a} \quad , \tag{9}$$

超固结比：

$$\mathrm{OCR} = \frac{p_{\mathrm{c}}}{p_{\mathrm{c卸荷}}} = \frac{\sum \gamma_j h_j}{\sum \gamma_j h_j - \alpha_d \sum \gamma_i h_i} \quad , \tag{10}$$

初始土反力为

$$p_{s0} = K_{0(OC)} p_{\mathrm{c卸荷}}$$

$$= K_{0(NC)} \left(\frac{\sum \gamma_j h_j}{\sum \gamma_j h_j - \alpha_d \sum \gamma_i h_i} \right)^{a} \left(\sum \gamma_j h_j - \alpha_d \sum \gamma_i h_i \right) \ 。 \tag{11}$$

式中 $K_{0(OC)}$ 为基坑开挖后被动区土体侧压力系数；$K_{0(NC)}$ 为基坑开挖前天然状态被动区土体侧压力系数；OCR 为超固结比；a 为经验系数，建议取 0.5[11]。

（2）地基土水平反力系数

水平反力系数与土体模量密切相关。本次考虑应力路径，为反映地基土不同应力状态的荷载－变形特征，以应力路径 c 作用下的地基土的割线模量 G 作为地基土水平反力系数，见图 4，即

$$k_{\mathrm{s}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_0}{\varepsilon} \quad 。 \tag{12}$$

（3）作用于支挡结构的分布土反力 p_{s}

综合上述考虑地基土应力状态及其相应的荷载－变形特征，依据弹性地基梁板理论，作用于支挡结构的分布土反力 p_{s} 为

$$p_{\mathrm{s}} = k_{\mathrm{s}} v + p_{s0} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3)_0}{\varepsilon} v + K_{0(NC)} \left(\frac{\sum \gamma_j h_j}{\sum \gamma_j h_j - \alpha_{\mathrm{d}} \sum \gamma_i h_i} \right)^{a} \left(\sum \gamma_j h_j - \alpha_{\mathrm{d}} \sum \gamma_i h_i \right) \ 。 \tag{13}$$

5 实例分析

实例为一个基坑现场足尺试验。试验场地为耕地，之前并无大范围大深度的开挖回填，为自然状态下沉积而成的原状土。勘察结果表明，场地土质水平向分布较为均匀，垂直向成层明显；通过密度试验及高压固结试验，确定该场地土体为正常固结土，地下水位埋深 1.2 m。

基坑长度为 10 m，宽度为 6 m。基坑三面边坡按 1∶0.5 自然放坡，一面采用悬臂式排桩支护结构形式，土体参数选用常规三轴 CU 剪切试验所得结果，见表 1。排桩 8 根，桩径为 800 mm，桩长为 17 m，桩间距为 1.2 m，采用泥浆护壁反循环成孔工艺；冠梁宽 1.0 m，高 300 mm。土层分布及悬臂桩桩周土情况见图 5。计算方法采用弹性地基梁板法，m 值由式（8）计算得到。

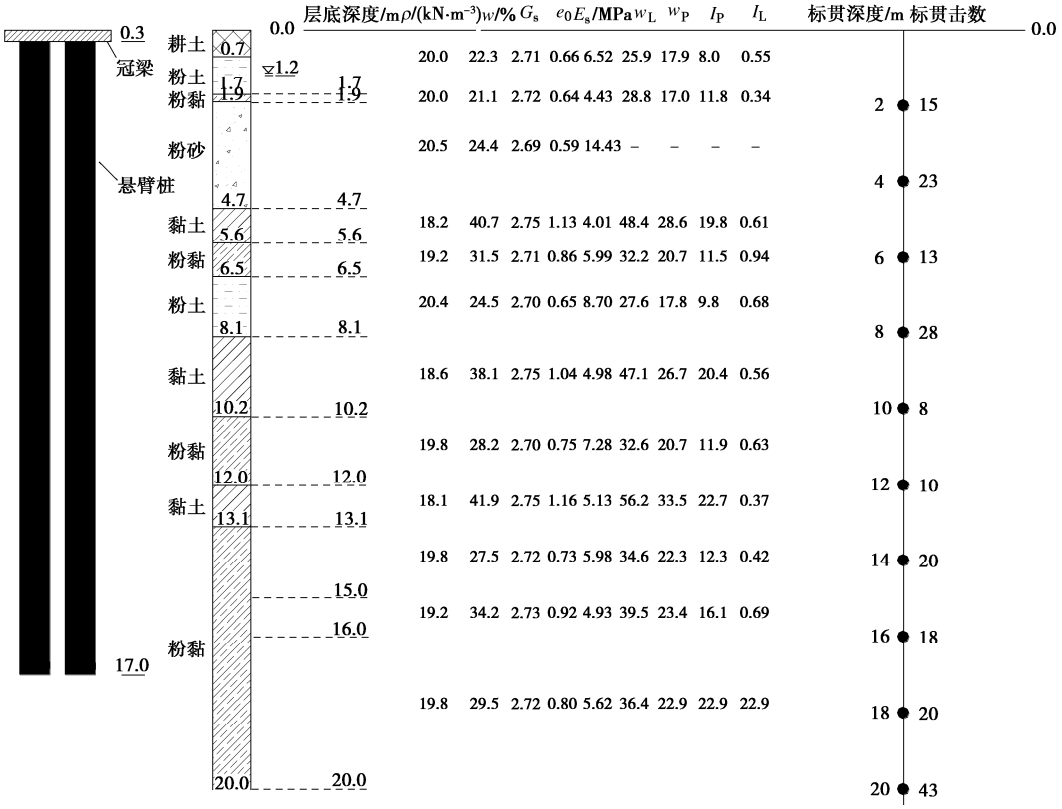


图 5 土层分布及悬臂式排桩埋深情况

Fig. 5 Soil layer and buried depth of cantilever row piles

表 1 土体参数

Table 1 Soil parameters

土层	层底埋深/m	土层名称	γ /(kN·m^{-3})	K_0	c_{CU} /kPa	φ_{CU} /(°)
#1	1.7	粉土	20.0	0.33	15.3	32.1
#2	1.9	粉黏	20.0	0.37	23.5	10.2
#3	4.7	粉砂	20.5	0.33	8.3	33.2
#4	5.6	黏土	18.2	0.43	21.6	12.5
#5	6.5	粉黏	19.2	0.37	20.7	20.1
#6	8.1	粉土	20.4	0.34	20.3	29.1
#7	10.2	黏土	18.6	0.43	31.5	14.3
#8	12.0	粉黏	19.8	0.36	30.8	29.4
#9	13.1	黏土	18.1	0.42	29.6	19.1
#10	15.0	粉黏	19.8	0.38	23.8	21.7
#11	16.0	粉黏	19.2	0.40	35.6	20.7
#12	20.0	粉黏	19.8	0.38	23.8	21.7

为便于数据采集及分析，在中间两根支护埋置测斜管，且沿深度每隔 2 m 埋设土中土压力盒。其中，土中土压力盒的埋设是预先固定于钢筋笼，待钢筋笼下放到位后，通过弹簧钢带将土压力盒应力感应面挤压贴近孔壁，浇筑混凝土，成桩后土压力盒应力感应面两侧分别贴紧支护桩和土；测斜管及土压力盒埋设方法详见参考文献[3]，本文不做详细叙述，图 6 为土压力盒及测斜管埋置示意图。降水后地下水位埋深 12 m，认为降水时间较短，未引起地基土再次固结，且不考虑降水后部分地基土处于非饱和状态。

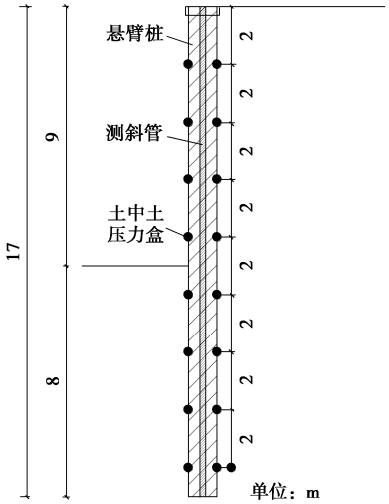


图 6 测试设备埋置示意图

Fig. 6 Schematic diagram of embedment of test equipments

共分了五步开挖，开挖深度分别为 1.5，3.5，5.5，7.5，9.0 m，开挖至第四步时，主动区地表开始出现裂缝，开挖至第五步后，裂缝发展，排桩变形加大，地基土处于极限状态或部分处于极限状态，此时桩顶水平位移实测值为 41.0 mm，仅为桩顶水平位移计算值（85.4 mm）的 48%；常规设计计算结果中开挖第四步的桩顶水平位移已超过开挖第五步实测值。可见，常规支挡结构设计方法所得结果与实际相差较大，其计算结果不足以准确指导基坑工程设计与施工。每步开挖工况下悬臂桩水平位移设计计算值与实测值见图 7，开挖第一步悬臂桩变形较小，限于测试精度，未给出该工况数据。

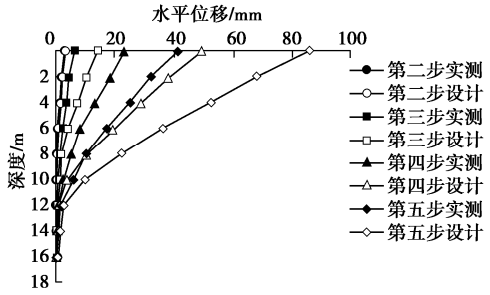


图 7 分步开挖工况悬臂桩水平位移

Fig. 7 Horizontal displacements of cantilever piles in stepwise excavation

按应力路径 c 进行剪切试验，得到相应的应力应变关系，图 8 为土压力盒埋设处的土体应力应变关系。依据 N_R 的计算结果，得到每一步基坑开挖“强影响区”深度，见表 2。随着基坑开挖深度的增加，“强影响区”深度也在增加，基坑设计时应重点分析该区域地基土的力学及变形性质。

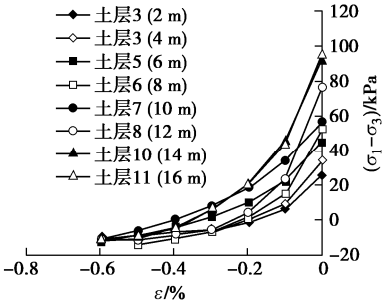


图 8 应力路径 c 作用下各土层地基土应力应变关系

Fig. 8 Stress-strain relationship under stress path c

表 2 基坑开挖“强影响区”深度

Table 2 Depths of "strong impact zone" for excavation

工况	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步
(开挖深度)	(1.5 m)	(3.5 m)	(5.5 m)	(7.5 m)	(9.0 m)
d_R/m	0.5	1.1	1.9	2.2	2.5

注：d_R 为“强影响区”深度，从坑底算起。

根据式（7）计算地基土水平反力系数，记为“现行规范法”；根据式（12）及应力应变关系曲线确定地基土水平反力系数，记为“应力路径法”；根据实测数据及式（13）反推地基土水平反力系数，记为“实测验证法”，嵌固段悬臂桩水平位移见表 3。将 3 种方法得到的地基土水平反力系数进行比较，见表 4，采用“应力路径法”和“实测验证法”计算得到的地基土水平反力系数大于“现行规范法”的计算值，特别是在“强影响区”，是“现行规范法”计算得到的 k_s 值的 1.5～3.0 倍，这是支挡结构水平位移实测值较

小的原因之一。同时，相较于“现行规范法”，考虑应力路径作用下土体荷载–变形特征的计算方法更加接近工程实际。

表 3 嵌固段悬臂桩水平位移

Table 3 Horizontal displacements of embedded section of cantilever piles

埋深/m	嵌固段悬臂桩水平位移/mm				
	第一步	第二步	第三步	第四步	第五步
2	—				
4	—	1.10			
6	—	0.80	2.40		
8	—	0.50	1.60	5.30	
10	—	0.35	1.20	2.50	6.0
12	—	0.15	0.30	0.60	1.3
14	—	0.10	0.20	0.35	0.6
16	—	0.06	0.13	0.25	0.4

注：开挖第一步悬臂桩变形较小，限于测试精度，未给出该工况数据。

表 4 地基土水平反力系数 k_s

Table 4 Horizontal reaction coefficients of foundation soils

(MN/m^3)

工况	土层埋深/m	现行规范法	应力路径法	增加比例/%	实测验证法	增加比例/%
第一步	2	9.9	12.0	21.5	—	—
	4	49.4	52.0	5.3	—	—
	6	36.6	50.0	36.5	—	—
	8	104.4	127.3	21.9	—	—
	10	49.4	55.0	11.4	—	—
	12	183.0	200.0	9.3	—	—
	14	120.3	120.6	0.2	—	—
	16	145.9	147.7	1.3	—	—
第二步	4	9.9	14.2	43.8	17.3	75.0
	6	20.4	27.8	36.7	25.3	24.2
	8	72.3	94.5	30.9	77.1	6.7
	10	37.8	45.2	19.6	50.8	34.6
	12	148.1	163.6	10.5	267.0	80.2
	14	101.1	109.8	8.6	114.0	12.8
	16	125.7	132.4	5.3	176.2	40.1
第三步	6	4.1	9.2	124.4	13.2	223.4
	8	40.1	45.5	13.2	41.2	2.7
	10	26.1	31.9	22.1	27.4	5.0
	12	113.3	137.3	21.2	117.5	3.7
	14	81.8	96.0	17.3	104.1	27.2
	16	105.6	122.1	15.6	156.5	48.2
第四步	8	8.0	13.0	62.5	14.0	74.6
	10	14.5	21.4	47.4	20.7	42.6
	12	78.4	91.2	16.3	94.0	19.9
	14	62.6	82.5	31.8	97.1	55.1
	16	85.5	97.1	13.6	122.7	43.5
第五步	10	5.8	11.1	90.4	14.0	140.6
	12	52.3	58.1	11.2	67.6	29.4
	14	48.1	52.8	9.7	72.4	50.4
	16	70.4	74.9	6.3	89.0	26.4

注：开挖第一步悬臂桩变形较小，限于测试精度，未给出该工况数据。

将“应力路径法”确定的 k_s 和 p_{s0} 与实测的嵌固段支挡结构水平位移 v 代入式（13），计算得到作用于支挡结构的分布土反力 p_s，并与被动土压力实测值进行比较，见图 9，图例中数字表示开挖步数。两者得到的土压力相对接近，且在支挡结构水平位移较小时，被动土压力变化幅度较小，尤其是深部地基土，当支挡结构水平位移较大时，被动土压力增加，尤其是浅部地基土，这两种工况也说明了应力路径 b、应力路径 c 的合理性和适用性；另外，随着开挖深度及悬臂桩水平位移的增加，尤其是开挖第五步，“应力路径法”计算所得被动土压力小于土压力实测值。

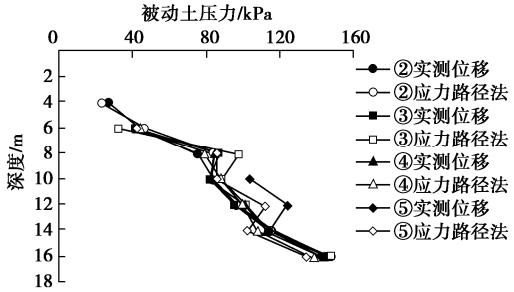


图 9 分步开挖工况被动土压力

Fig. 9 Passive earth pressures under stepwise excavation

同样，将“应力路径法”确定的 k_s 和 p_{s0} 与实测的被动土压力 p_s 代入式（13），计算得到嵌固段支挡结构水平位移 v，并与实测值进行比较，见图 10，图例中数字表示开挖步数。两者相近，“应力路径法”计算结果略大，但随着开挖深度及变形的发展，“应力路径法”计算所得嵌固段支挡结构水平位移较实测值明显增大。

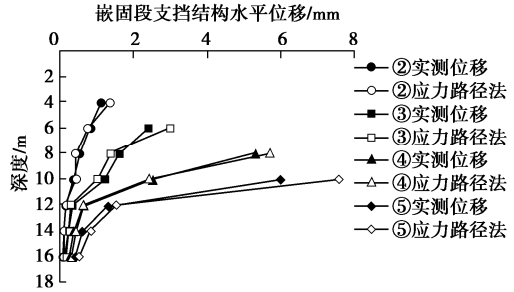


图 10 分步开挖工况嵌固段支挡结构水平位移

Fig. 10 Horizontal displacement of the embedded section of the cantilever pile under step by step excavation condition

本文所述“应力路径法”基于基坑开挖应力路径下地基土的荷载变形特征，计算得到的地基土水平反力系数和被动土压力比较接近实测数据，对以变形控制进行设计的基坑工程有较好的适应性。

6 结 论

本文从土工试验方法、土体强度指标、地基土水平反力系数等方面分析现在基坑工程支挡结构设计存在的问题，得到以下 4 点结论。

（1）获取设计参数的土工试验方法应考虑土体的应力状态，通过简化分析，得到了 3 种基坑开挖土体应力路径及其应力应变关系和归一化特征。

（2）分析比较了常规 CU 剪切试验和考虑基坑开

挖应力状态的预固结 UU 剪切试验确定的强度指标，后者得到的极限主动土压力较小，浅部地基土的极限被动土压力较大，深度地基土的极限被动土压力较小。这说明基坑开挖后主动区和被动区浅部土体抵抗剪切破坏的能力大于以常规 CU 强度指标的计算结果，这对基坑工程的安全性是有利的；被动区深部土体抵抗剪切破坏的能力小于以常规 CU 强度指标的计算结果，对地基土被动抗力发挥较大的工程，应重视这一点，需验算嵌固深度，确保被动抗力小于极限被动土压力。

（3）将被动区地基土易受支挡结构挤压产生水平位移的区域定义为基坑开挖“强影响区”，依据土体应力应变关系曲线，利用归一化方程式，给出了该区域深度的计算方法。

（4）考虑基坑开挖应力路径作用下地基土荷载变形特征，分析推导了作用于支挡结构上的分布土反力与支挡结构水平位移的计算公式；相较于现行规范方法，以被动区应力路径作用下的土体割线模量作为水平反力系数，其计算结果更接近工程实际。

参考文献：

[1] 何世秀, 韩高升, 庄心善, 等. 基坑开挖卸荷土体变形的试验研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(1): 17－20. (HE Shi-xiu, HAN Gao-sheng, ZHUANG Xin-shan, et al. Experimental researches on unloading deformation of clay in excavation of foundation pit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(1): 17－20. (in Chinese))

[2] 袁　静, 龚晓南. 基坑开挖过程中软土性状若干问题的分析[J]. 浙江大学学报(工学版), 2001, **35**(5): 465－470. (YUAN Jing, GONG Xiao-nan. Analysis of soft clay during excavation[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2001, **35**(5): 465－470. (in Chinese))

[3] 盛志强. 与基坑开挖过程有关的土体工程特性试验研究[D]. 北京: 中国建筑科学研究院, 2016. (SHENG Zhi-qiang. Experimental Study on Engineering Properties of Foundation Soil Related to Excavation Process[D]. Beijing: China Academy of Building Research, 2016. (in Chinese))

[4] 盛志强, 崔　挺. 基坑开挖卸荷应力路径地基土工程特性[J].建筑科学, 2018, **34**(7): 1－11. (SHENG Zhi-qiang, CUI Ting. The engineering characteristics of foundation soil under the action of unloading stress path of foundation pit excavation[J]. Building Science, 2018, **34**(7): 1－11. (in Chinese))

[5] 滕延京, 盛志强, 王曙光. 饱和黏性土抗剪强度的试验方法[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(3): 426－431. (TENG Yan-jing, SHENG Zhi-qiang, WANG Shu-guang. Test method for shear strength of saturated cohesive soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(3): 426－431. (in Chinese))

[6] 盛志强, 滕延京. 考虑应力历史的饱和土抗剪强度测试方法探讨[J]. 岩土力学, 2014, **35**(增刊 2): 107－113. (SHENG Zhi-qiang, TENG Yan-jing. The study on the test methods of saturated soil shear strength considering effects of stress history[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(S2): 107－113. (in Chinese))

[7] 滕延京. 基于建造过程地基土工程特性基础设计理论和方法[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2018. (TENG Yan-jing. Foundation Design Theory and Method Based on Engineering Characteristics of Foundation Soil During Construction[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2018. (in Chinese))

[8] 潘林有, 程玉梅, 胡中雄. 卸荷状态下黏性土强度特性试验研究[J].岩土力学, 2001, **22**(4): 490－493. (PAN Lin-you, CHENG Yu-mei, HU Zhong-xiong. Experimental study on the shear strength of clay under the unloading state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, **22**(4): 490－493. (in Chinese))

[9] 建筑地基基础设计规范：GB 50007—2011[S]. 北京:中国建筑工业出版社, 2011. (Code of Design of Building Foundation: GB 50007—2011[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2011. (in Chinese))

[10] 建筑基坑支护设计规程：JGJ 120—2012[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012. (Technical Specification for Retaining and Protection of Building Foundation Excavations: JGJ 120—2012[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012. (in Chinese))

[11] 胡中雄. 土力学与环境土工学[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. (HU Zhong-xiong. Soil Mechanics and Environmental Geotechnical[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101012

岩石疲劳应力等效化及非线性疲劳变形本构模型

唐 欣[1]，俞 缙[*1]，林立华[2]，高海东[3]，李 刚[3]，林植超[2]

(1. 华侨大学福建省隧道与城市地下空间工程技术研究中心，福建 厦门 361021；2. 厦门路桥工程投资发展有限公司，福建 厦门 361026；3. 中铁十八局集团有限公司，天津 300222)

摘 要：传统的岩石疲劳本构模型对循环加卸载次数敏感性方面存在明显不足，无法准确描述残余变形与疲劳损伤进程的关系。在蠕变与疲劳试验基础上，通过对岩石蠕变和疲劳的时间（循环次数）与变形归一化，分析验证了两者间存在某种“同源性”。运用流变理论描述疲劳荷载下岩石变形全过程，基于等寿命 Gerber 曲线方程与 Goodman 直线方程，提出了通过疲劳寿命与应力关系的方式，定义了一种新的疲劳应力等效方法。用村山黏弹塑性体替换 Kelvin 黏弹性体，并加入开关函数和岩石完整度参数对 Bingham 黏塑性体进行改造，建立了一种新的 7 参数岩石非线性疲劳变形本构模型。该模型能较好地表征疲劳荷载下岩石减速、等速和加速疲劳变形的全过程，其加速疲劳变形段的完整度参数随着循环次数 N 增加而减小，能够体现疲劳损伤对加卸载次数因素的敏感性。

关键词：疲劳变形；应力等效；西原模型；村山体；非线性本构模型

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0102－10

作者简介：唐 欣(1993—)，男，江西抚州人，硕士研究生，主要从事岩石力学研究工作。E-mail: Tx14046341@outlook.com。

Equivalent fatigue stress and non-linear constitutive model for fatigue of rock

TANG Xin[1], YU Jin[1], LIN Li-hua[2], GAO Hai-dong[3], LI Gang[3], LIN Zhi-chao[1]

(1. Fujian Research Center for Tunneling and Urban Underground Space Engineering, Huaqiao University, Xiamen 361021, China; 2. Xiamen Road & Bridge Engineering Investment and Development Co., Ltd., Xiamen 361026, China; 3. China Railway 18th Bureau Group Co., Ltd., Tianjin 300222, China)

Abstract: The traditional damage model is insensitive to cycles of loading and unloading, and it is obviously inadequate for the characterization of fatigue deformation and failure of rock. Based on the creep and fatigue tests, the "homology" hypothesis of the two kinds of deformation is verified by normalizing the time (cycle number) and deformation of rock creep and fatigue. The rheological theory is used to describe the whole process of fatigue deformation of rock under fatigue loads, and susequently the improved fatigue stress equivalence is put forward based on the equal life curve equation, Gerber and Goodman linear equation. The Kelvin visco-elastomer is replaced by the Murayama visco-elastomer, and the switch function and rock integrity parameters are added to non-linear treatment of Bingham viscoplastic body to establish a 7-parameter non-linear fatigue model for rock. The results show that the model can characterize the whole process of rock deceleration, constant velocity and accelerated fatigue deformation under the fatigue loads. The integrity parameter decreases as the number of cycles, N, increases, and this trend reflects the sensitivity of the fatigue damage to factors of loading and unloading times. The research put a foundation for the long-term deformation prediction of engineering rock mass.

Key words: fatigue deformation; stress equivalence; Nishihara model; Murayama; non-linear constitutive model

0 引 言

疲劳作用是影响岩石工程安全和长期服役性能的关键问题，一直以来都是研究热点[1-4]。不少学者试图采用各种方法进行岩石疲劳变形和损伤的量化表征：Tao 等[5]结合热力学和内时理论，通过强调材料本身内蕴时间的塑性变形特征，建立了应力应变的疲劳本构方程；Xiao 等[6]用循环次数的对数函数对比损伤曲线对试验数据进行拟合，构建了考虑初始损伤的疲劳本构；Sun 等[7]在 Chaboche 疲劳损伤模型基础上建立多轴疲劳模型，准确描述了多轴应力下的岩石疲劳损伤；蔡燕燕等[8]对循环加载的初始轴向应变速率归一化后得到其与损伤因子的线性关系；Liu 等[9]和 Li[10]等研究单个循环滞回圈内裂隙扩展和能量耗散规律，

基金项目：国家自然科学基金项目(51874144，51679093，42077254)；华侨大学研究生科研创新能力培育计划项目（18014086024）

收稿日期：2020－05－28

*通信作者（E-mail: bugyu0717@163.com）

运用损伤力学描述第 i 次循环内的损伤变化，但未考虑疲劳过程中循环次数累加对岩石性能的影响。上述研究虽然定量描述了岩石的疲劳损伤过程，但大多存在参数物理意义不明确，对疲劳变形与循环加卸载次数等关键因素的考量不充分等问题。

根据 Momeni 等[11]、Liu 等[12]、葛修润等[13]和冯春林等[14]的试验研究可知，岩石疲劳破坏时的不可逆变形可分为初始变形、等速变形和加速变形三阶段，这与岩石蠕变试验结果极为相似。葛修润[15]还曾提出疲劳破坏与流变破坏似乎是“同源”的基本观点（部分学者将蠕变称作为“静疲劳”）。事实上，当加卸载频率确定时，循环加卸载次数可以视作为一个规律性的时间函数。鉴于流变模型能较好反映变形对时间的敏感性，学者开始尝试利用蠕变模型描述岩石疲劳变形。Fuenkajorn 等[16]假定疲劳变形是黏塑性变形的积累，建立了岩石疲劳模型。Khaledi 等[17]采用弹黏塑性蠕变模型预测岩盐在施工和循环运行阶段洞室周围的应力—应变关系。王军保等[18]、郭建强等[19]分别利用流变元件构建了围压条件下低频循环作用疲劳变形的 Burgers 模型，及单轴循环荷载下的黏弹塑性岩石疲劳模型。上述研究主要利用正弦函数计算疲劳等效应力，此方法难以合理解释修正系数的原因，同时也不能合理反映加卸载频率和幅值对岩石疲劳变形的影响。当蠕变与疲劳“同源”观点缺乏足够论据支持，直接运用流体元件对疲劳变形进行描述，有失科学严谨性。

本文在大理岩蠕变与疲劳试验数据基础上，首先对时间、变形、疲劳荷载的循环次数进行归一化处理，验证蠕变与疲劳的“同源性”假说。在等寿命 Gerber 曲线方程与 Goodman 直线方程基础上提出疲劳应力等效化方法，确定疲劳等效应力。最终，改进西原模型中元件，提出 7 参数岩石非线性疲劳变形本构模型。

1　岩石疲劳与蠕变试验

1.1　试样准备

岩样为白色粗晶粒大理岩，质地均匀，无杂质，少裂隙，完整性和均匀性较好。岩样的加工制作符合国际岩石力学学会（ISRM）试验规程，长度为 100 mm，直径为 50 mm），两端平整度在 0.02 mm 以内。在试验前，各试验用岩样均经过横纵波波速测试（其中横波：2198～2582 m/s，纵波：3817～4256 m/s），并去除波速异常试样，保证试样的一致性。

1.2　试验方案

试验仪器为 TFD—2000/D 型电液伺服三轴压缩试验机。试验步骤如下：①单调加载压缩变形试验，获取应力－应变全过程关系曲线（详见文献[8]），确定蠕变和疲劳试验中荷载幅值；②疲劳试验：开展 0～90%，0～80%，0～70%峰值强度下低周疲劳荷载试验（加载方式为正弦波，频率为 0.01 Hz），记录应力、应变数据，研究疲劳破坏特征和疲劳塑性应变变化规律；③蠕变试验：开展 95%，90%，80%峰值强度下蠕变试验，记录应变数据，以研究变形规律。

1.3　试验结果

不同应力幅值疲劳试验应力－应变关系结果如图 1 所示，在应力幅值为 70%峰值应力时，岩石经 400 次大幅值循环后，变形未发生明显退化，故认为其不会发生疲劳破坏。由图 1 可知：①疲劳应力幅值越大，破坏所需的循环荷载次数越少；②随着循环次数增加残余应变不断发展，滞回圈随之向右移动，且幅值越大，移动越显著；③首次加卸载滞回圈的面积较大，且在上限应力较大时从第二次循环之后，随着循环次数增加，滞回圈右移速度先减小后稳定再增加，且滞回圈面积明显增大。

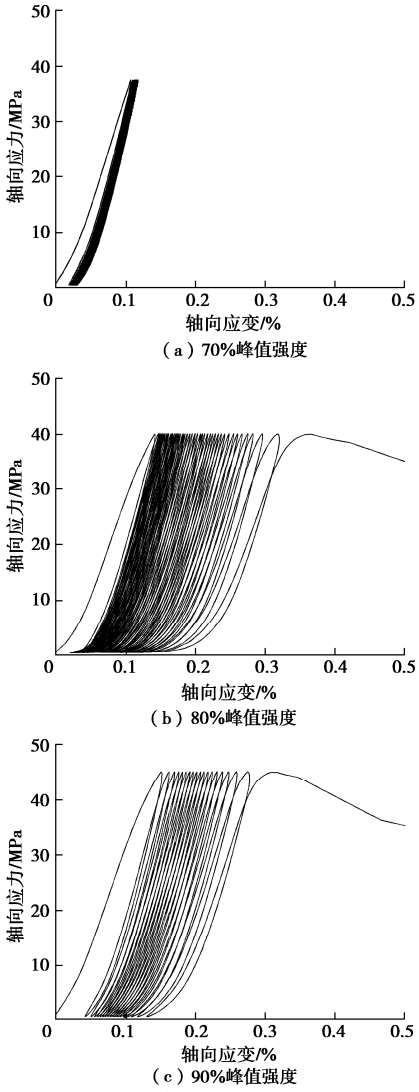


图 1　不同幅值下疲劳荷载的应力－应变曲线

Fig. 1 Stress-strain curves of fatigue loads under different amplitudes

图 2 为蠕变变形－时间关系曲线与残余变形－荷载循环次数关系曲线，从图中可以看出二者在形态上

具有很强的相似性，均可大致分为 a，b，c 三类：a 类一般出现在上限应力较大的条件下，变形随时间或循环次数增加，快速增长直至破坏；b 类，应变率呈现快—慢—快趋势，可以明显观察到破坏阶段；c 类常出现在上限应力较小的条件下，应变最终趋于稳定。显然，可将岩石蠕变与疲劳破坏过程根据应变率划分为减速、等速和加速 3 个阶段。

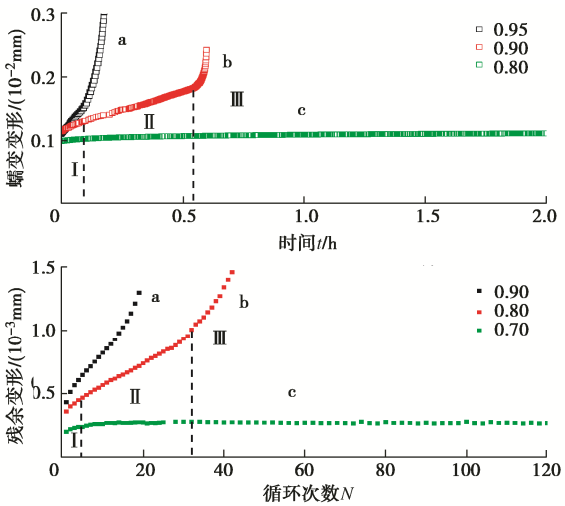


图 2 不同应力比下蠕变变形－时间、疲劳残余变形－荷载循环次数曲线

Fig. 2 Curves of creep deformation-time and residual deformation-cycle times of fatigue loads under different stress ratios

2 蠕变与疲劳“同源”性

从第 1 节可知蠕变变形曲线与疲劳变形曲线存在宏观相似性，但蠕变时间和循环加卸载次数仍是具有两种不同量纲形式的物理量，蠕变变形和疲劳残余变形的物理意义也有所区别。鉴于此，分别对蠕变试验中的时间和变形，以及疲劳试验中的循环加卸载次数和残余变形，进行归一化处理：

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= \frac{t_i - t_0}{t_n - t_0}, \\ D_2 &= \frac{\varepsilon_i^t - \varepsilon_0^t}{\varepsilon_n^t - \varepsilon_0^t}, \\ D_3 &= \frac{N_i - N_1}{N_n - N_1}, \\ D_4 &= \frac{\varepsilon_i^N - \varepsilon_0^N}{\varepsilon_n^N - \varepsilon_0^N}。 \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

式中 D_1，D_2，D_3，D_4 分别为蠕变时间与蠕变变形、疲劳荷载循环次数与残余变形的归一化变量；t_0，ε_0^t，N_1，ε_0^N 分别为与前述变量依次对应的初始变量；t_n，ε_n^t，N_n，ε_n^N 分别为末变量；t_i，ε_i^t，N_i，ε_i^N 分别为中间任意时刻变量。

将归一化后的蠕变与疲劳试验数据绘制于对数坐标中，如图 3 所示，曲线近似为直线。由图可见：①结合图 2 可知，两者在上限应力比相近或处于同种变形类型时，其对数关系曲线接近甚至重合；②虽然疲劳与蠕变在同类型变形状态的应力峰值相近，但时间尺度上快慢不一。D_1 与 D_3 相差 100 倍左右，D_2 与 D_4 相差 1000 倍左右，表明蠕变时间和疲劳加卸载循环次数对变形的敏感度不相等。上述现象表明：蠕变与疲劳不仅在三阶段的变形形态上具有相似性，其归一化后变形和时间（循环次数）的无量纲变量上也存在相近关系，也印证了“同源”性假说。因此，参考蠕变模型构建疲劳变形模型是切实可行的，首先需要分析疲劳变形构成，进行疲劳作用的应力等效化处理。

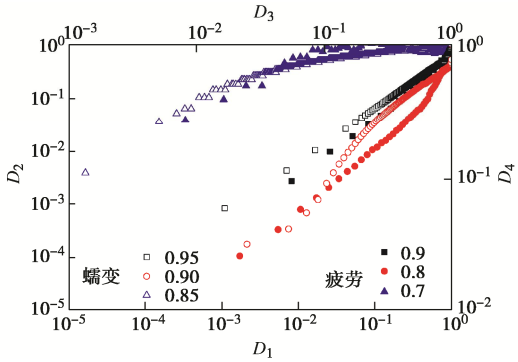


图 3 归一化后对数关系图

Fig. 3 Graph of normalized logarithmic relation

3 疲劳应变构成与应力等效化

3.1 岩石疲劳变形构成

岩石疲劳塑性应变是由每个循环内微小的塑性变形累积而成。借鉴岩石流变学理论，认为岩石疲劳变形总量 $\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)$ 也由弹性应变 $\varepsilon_{\mathrm{e}}(N)$、黏弹塑性应变 $\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)$ 及黏塑性应变 $\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N)$ 三类变形组成，即

$$\left.\begin{aligned} &\Delta\varepsilon_i^{\mathrm{p}}(N_i) = \varepsilon_{\mathrm{ve}}(N_i) + \varepsilon_{\mathrm{vp}}(N_i)， \\ &\varepsilon^{\mathrm{p}}(N) = \Delta\varepsilon_1^{\mathrm{p}}(N_1) + \Delta\varepsilon_2^{\mathrm{p}}(N_2) + \\ &\Delta\varepsilon_i^{\mathrm{p}}(N_i) + \cdots + \Delta\varepsilon_N^{\mathrm{p}}(N_N) + \varepsilon_{\mathrm{e}}(N)。 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中 $\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)$ 为总疲劳变形；$\Delta\varepsilon_i^{\mathrm{p}}(N_i)$，$\Delta\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N_i)$，$\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N_i)$，$\Delta\varepsilon_N^{\mathrm{p}}(N_N)$ 分别为第 i 个循环周期的塑性变形、黏弹塑性应变和黏塑性应变、末次循环周期的塑性变形。

但式（2）不能描述第三阶段加速变形段的非线性变形趋势，故进一步将黏塑性应变分为线性黏塑性应变 $\Delta\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N_i)$ 和非线性黏塑性应变 $\varepsilon'_{\mathrm{vp}}(N_i)$。当岩石所受应力超过疲劳应力门槛值 σ_{av} 时：若循环次数 $N_i < N_{\mathrm{s}}$（N_{s} 为进入非线性变形时临界循环次数），则只发生线性黏塑性变形，此时岩石为理想黏塑性体：

$$\Delta\varepsilon_i^{\mathrm{p}}(N_i)=\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N_i)+\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N_i)\quad 。\tag{3}$$

若循环次数 $N_i > N_{\mathrm{s}}$，存在非线性黏塑性变形，为非线性黏塑性体：

$$\Delta\varepsilon_i^{\mathrm{p}}(N_i)=\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N_i)+\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N_i)+\varepsilon'_{\mathrm{vp}}(N_i)\quad 。\tag{4}$$

3.2　疲劳应力等效方法

关于疲劳应力等效问题，Wohler 首次提出采用应力－寿命曲线描述疲劳行为，并提出了“疲劳极限”σ_R（$R=\sigma_{\max}/\sigma_{\min}$，$R$ 为应力上、下限的比值），见图 4。图 4 中，$\sigma_{\max 1}$，$\sigma_{\max 2}$ 为循环最大应力值，N_1，N_2 为对应的寿命值，这一概念与岩石的长期强度类似。随后，Gerber 提出了考虑平均应力影响的疲劳寿命计算方法，见下式[20]：

$$\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{\sigma_{-1}}+\left(\frac{\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{c}}}\right)^2=1\,,\tag{5}$$

式中　σ_{a} 为应力振幅，$\sigma_{\mathrm{a}}=\dfrac{\sigma_{\max}-\sigma_{\min}}{2}$；$\sigma_{\max}$，$\sigma_{\min}$ 为加卸载最大、最小偏应力；σ_{-1} 为材料的疲劳极限值；σ_{n} 为加卸载平均偏听偏应力，$\sigma_{\mathrm{n}}=\dfrac{\sigma_{\max}+\sigma_{\min}}{2}=\dfrac{\Delta\sigma}{2}$；$\sigma_{\mathrm{c}}$ 为单调加载下的材料抗压强度。

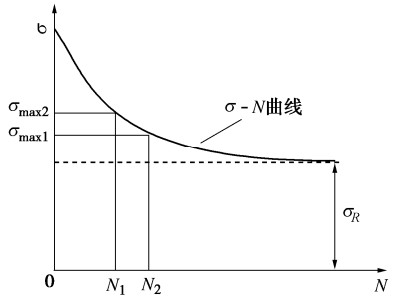


图 4　应力－寿命曲线图

Fig. 4 Stress-life curves

Goodman 进一步提出考虑平均应力的简化理论，见下式：

$$\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{\sigma_{-1}}+\frac{\sigma_{\mathrm{n}}}{\sigma_{\mathrm{c}}}=1\quad 。\tag{6}$$

Gerber 与 Goodman 方程强调在对称循环荷载下（$\sigma_{\max}=-\sigma_{\min}$，$R$=−1），一定寿命 N 时的平均应力与幅值关系（如图 5 所示）。当 R 为变量时，等寿命曲线与 R=−1 时的曲线形态相同（如图 4，6 所示）。可以推断，将两个公式推广至一般的等幅循环荷载条件下也同样适用。图 6 中每个 R 都对应一个疲劳极限应力，而 σ_{R} 与材料寿命存在对应的系数关系，则利用广义 Gerber 方程与广义 Goodman 方程求出的 σ_{R} 可视为一种循环应力下的初步等效应力 σ^{e}。运用广义 Goodman 方程求解初步等效应力时其数值偏大，而利用广义 Gerber 公式确定初步等效应力时数值又偏小。为使所求初步等效应力更接近真实状态，本文所采取的确定方法为从广义 Gerber 曲线的外切线与广义 Goodman 直线之间进行折中取值，以保证大多数应力环境下疲劳荷载的初步等效应力更加合理。令 σ_{c}=1.0，见图 5 与下式：

$$\sigma^{\mathrm{e}}=\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{1.125-\sigma_{\mathrm{n}}/\sigma_{\mathrm{c}}}\quad 。\tag{7}$$

式中，σ^{e} 为材料的循环初步等效应力，依次计算岩石疲劳荷载下的初步等效应力水平。

图 7 为运用式（7）求得的初步等效应力，该曲线处在广义 Gerber 曲线与广义 Goodman 曲线之间。

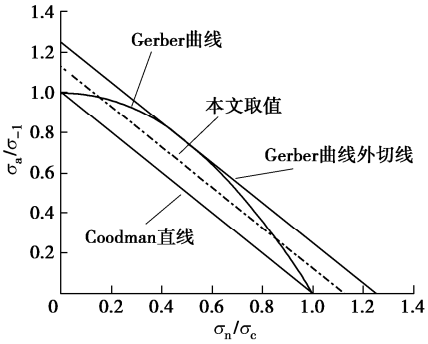


图 5　等寿命曲线图

Fig. 5 Haigh diagram

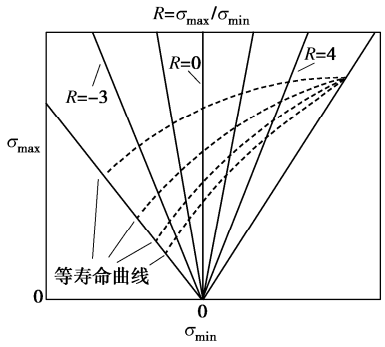


图 6　不同应力幅下的等寿命曲线图

Fig. 6 Constant-life curves under different stress amplitudes

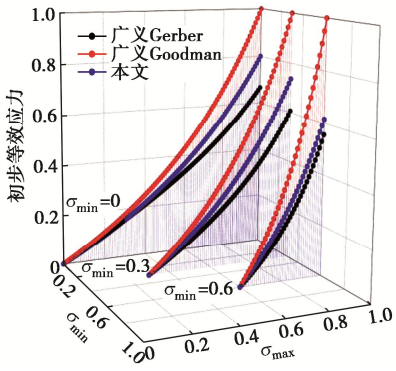


图 7　初步等效应力曲线图

Fig. 7 Curves of preliminary equivalent stress

初步等效应力只考虑了循环应力上下限的影响，对于岩石类材料，加载频率对岩石的受力性能也有重要的影响，进一步降低应力峰值强度，因此需修正初步等效应力。加卸载频率可反映加载速率引起摩擦内能累积，故引入黏弹性模型公式[21-22]：

$$\sigma^{\mathrm{T}}=\sigma^{\mathrm{e}}+\eta\dot{\varepsilon}_z \quad , \tag{8}$$

式中，σ^{T} 为循环等效应力，$\dot{\varepsilon}_z=4\sigma_{\mathrm{a}}f/E$ 为轴向应变率。

将式（7）代入式（8），建立考虑疲劳荷载频率的等效应力公式为

$$\sigma^{\mathrm{T}}=\frac{\sigma_{\mathrm{a}}}{1.125-\sigma_{\mathrm{n}}/\sigma_{\mathrm{c}}}+4\frac{\eta\sigma_{\mathrm{a}}}{E}f \quad , \tag{9}$$

式中，f 为加卸载周期频率，η，E 分别为材料黏性系数和模量系数。

4 疲劳变形本构模型

4.1 疲劳元件

根据前述疲劳变形与等效应力分析，定义疲劳模型中的元件，如图 8 所示。

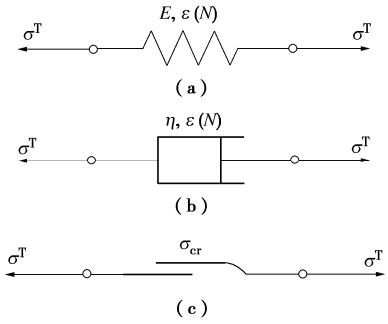


图 8 疲劳元件力学模型

Fig. 8 Mechanical model for fatigue element

图 8（a）为弹性疲劳元件，由胡克体构成，当瞬时施加应力σ^{T}后，弹性疲劳元件产生瞬时弹性应变：

$$\sigma^{\mathrm{T}}=E\varepsilon(N) \quad , \tag{10}$$

式中，E 为弹性疲劳系数。

图 8（b）为黏性疲劳元件，由牛顿流体构成，疲劳应力作用下变形随循环次数的增加而增加，其方程为

$$\sigma^{\mathrm{T}}=\eta\dot{\varepsilon} \quad , \tag{11}$$

式中，η 为牛顿体的黏滞系数，$\dot{\varepsilon}=\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)}{\mathrm{d}N}f$，$\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)$ 为黏性应变，$\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)}{\mathrm{d}N}$ 为每个循环周期黏性应变增量。

对式（11）进行积分，则

$$\varepsilon=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{\eta}\cdot\frac{N}{f}+C \quad , \tag{12}$$

式中，C 为常数。

不难看出，由牛顿体构成的黏性疲劳元件无弹性后效，具有永久变形。

图 8（c）为摩擦疲劳元件，由摩擦片表示。当疲劳等效应力或应力上限超过临界应力值时，即使应力或循环次数不再增加（即超过临界值时 f 无限小），变形仍持续增加，其方程为

$$\left.\begin{aligned}&\sigma^{\mathrm{T}}<\sigma_{\mathrm{cr}}\quad\left(\varepsilon=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{E}\right),\\&\sigma^{\mathrm{T}}\geqslant\sigma_{\mathrm{cr}}\quad(\varepsilon\to\infty)\ 。\end{aligned}\right\} \tag{13}$$

式中，σ_{cr} 为临界应力。

4.2 疲劳模型建立

西原模型作为传统流变模型，能够描述蠕变三阶段，形式简洁，应用广泛。故可将西原模型中各元件替换成疲劳元件，从而得到西原疲劳模型，如图 9（a）所示。

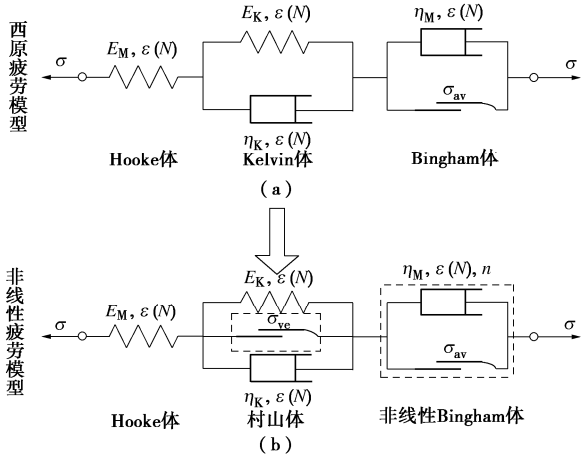


图 9 非线性黏弹塑性疲劳模型

Fig. 9 Nonlinear viscoelastic-plastic fatigue model

Kelvin 体在荷载作用下同时产生可逆与不可逆变形，与荷载超过门槛值σ_{ve}时岩石才有不可逆变形矛盾。为此，将 Kelvin 体替换为带有疲劳摩擦片的村山体（由疲劳弹性元件、疲劳黏性元件和塑性疲劳元件并联而成），以描述疲劳的减速与等速变形阶段。另外西原疲劳模型中 Bingham 体模型为线性函数，而一般疲劳变形第三阶段为加速的非线性变形，所以将 Bingham 体改进为非线性元件，变换后的非线性黏弹塑性疲劳模型见图 9（b）。

根据流变力学元件理论，在串联组件中，总应力与各元件应力相等，总应变等于各元件的应变总和。并联组件中，总应力等于各元件应力之和，各组件应变相等，这些基本原则同样适用于疲劳元件。假设岩石抵抗变形的能力为抵抗不可回弹变形的门槛值σ_{ve}，又根据本文试验和大量试验[11-15]均表明岩石疲劳破坏存在门槛值σ_{av}，即：只有当$\sigma_{\max}>\sigma_{\mathrm{s}}$且$\sigma^{\mathrm{T}}>\sigma_{\mathrm{av}}$同时满足时，岩石才会发生疲劳破坏；而当$\sigma_{\max}<\sigma_{\mathrm{av}}$时，

岩石不会发生疲劳破坏，因此可得不同应力状态下的疲劳变形本构方程：

（1）当$\sigma^{\mathrm{T}}<\sigma_{\mathrm{ve}}$时，不会产生残余变形，只有 Hooke 体发挥作用，本构方程为

$$\sigma^{\mathrm{T}}=\sigma_{\mathrm{H}}=E_{\mathrm{M}}\varepsilon_{\mathrm{e}}(N)=E_{\mathrm{M}}\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)\quad , \tag{14}$$

循环 N 次后应变为

$$\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)=\varepsilon_{\mathrm{e}}(N)=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{E_{\mathrm{M}}}\quad , \tag{15}$$

式中，E_{M}为 Hooke 体弹性疲劳系数，σ_{H}为 Hooke 体所受应力。

（2）当$\sigma_{\max}>\sigma_{\mathrm{s}}$，$\sigma^{\mathrm{T}}\leqslant\sigma_{\mathrm{av}}$，$\sigma_{\mathrm{ve}}\leqslant\sigma^{\mathrm{T}}$时，应力达到变形门槛值，但未达到疲劳破坏门槛值，只有 Hooke 体和村山体工作，村山体上状态方程为

$$\sigma^{\mathrm{T}}=\sigma_{\mathrm{H}}=\sigma_{\mathrm{C}}=E_{\mathrm{K}}\varepsilon_{\mathrm{ve}}+\eta_{\mathrm{K}}\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)}{\mathrm{d}N}f+\sigma_{\mathrm{ve}}\text{。} \tag{16}$$

式中　σ_{C}为村山体上所受应力；η_{K}为村山体的黏滞系数；E_{K}为村山体的弹性疲劳系数；$\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)$为黏弹塑性应变；$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)}{\mathrm{d}N}$为每个循环周期黏弹性应变增量；$f$ 为周期频率。

对式（16）积分可得

$$\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{ve}}}{E_{\mathrm{K}}}\left\{1-\exp\left[-\frac{E_{\mathrm{K}}}{\eta_{\mathrm{K}}}\left(\frac{N}{f}\right)\right]\right\}\text{。} \tag{17}$$

循环 N 次后总应变为

$$\begin{aligned}\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)&=\varepsilon_{\mathrm{e}}(N)+\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)\\&=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{E_{\mathrm{M}}}+\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{ve}}}{E_{\mathrm{K}}}\left\{1-\exp\left[-\frac{E_{\mathrm{K}}}{\eta_{\mathrm{K}}}\left(\frac{N}{f}\right)\right]\right\}\text{。}\end{aligned} \tag{18}$$

（3）当$\sigma_{\max}\geqslant\sigma_{\mathrm{s}}$，$\sigma^{\mathrm{T}}>\sigma_{\mathrm{av}}$且$N\leqslant N_{\mathrm{S}}$时，岩石进入加速破坏阶段，此时变形主要为线性 Bingham 黏塑性变形，应力关系有

$$\begin{aligned}\sigma^{\mathrm{T}}&=\sigma_{\mathrm{H}}=\sigma_{\mathrm{C}}=\sigma_{\mathrm{B}}=\sigma_{\mathrm{av}}+\sigma_{\mathrm{N}}\\&=\sigma_{\mathrm{av}}+\eta_{\mathrm{M}}\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N)}{\mathrm{d}N}f\quad ,\end{aligned} \tag{19}$$

式中，η_{M}为 Bingham 黏塑性体的黏滞系数，$\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N)}{\mathrm{d}N}$为每个循环周期黏塑性应变增量。$\sigma_{\mathrm{B}}$为 Bingham 体上所受应力，$\sigma_{\mathrm{N}}$为 Bingham 体中黏性疲劳元件上所受应力。

循环 N 次后总应变为

$$\begin{aligned}\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)&=\varepsilon_{\mathrm{e}}(N)+\varepsilon_{\mathrm{ve}}(N)+\varepsilon_{\mathrm{vp}}(N)\\&=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{E_{\mathrm{M}}}+\frac{\sigma^{\mathrm{T}}}{E_{\mathrm{K}}+\eta_{\mathrm{K}}f\Delta}+\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{av}}}{\eta_{\mathrm{M}}f\Delta}\quad ,\end{aligned} \tag{20}$$

式中，$\Delta=\frac{\partial}{\partial c}$，$\frac{\partial \mathrm{c}}{\partial N}$为对变量 N 求偏导。

整理式（20），可得串联模型的本构模型为

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\eta_{\mathrm{M}}f}{E_{\mathrm{K}}}+\frac{\eta_{\mathrm{K}}f}{E_{\mathrm{K}}}+\frac{\eta_{\mathrm{M}}f}{E_{\mathrm{M}}}\right)\dot{\sigma}^{\mathrm{T}}+\frac{\eta_{\mathrm{K}}\eta_{\mathrm{M}}f^{2}}{E_{\mathrm{K}}E_{\mathrm{M}}}\ddot{\sigma}^{\mathrm{T}}+\\&\left(\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{av}}-\frac{\eta_{K}\sigma_{\mathrm{av}}f\Delta}{E_{\mathrm{K}}}\right)=\eta_{\mathrm{M}}f\dot{\varepsilon}^{\mathrm{p}}(N)+\frac{\eta_{\mathrm{K}}\eta_{\mathrm{M}}f^{2}}{E_{\mathrm{K}}}\ddot{\varepsilon}^{\mathrm{p}}(N)\text{。}\end{aligned} \tag{21}$$

同时结合式（18），（21）可得疲劳模型的本构模型如下：

$$\begin{aligned}\varepsilon^{\mathrm{p}}(N)&=\sigma^{\mathrm{T}}\left(\frac{1}{E_{\mathrm{M}}}+\frac{1}{E_{\mathrm{K}}}\right)-\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{ve}}}{E_{\mathrm{K}}}\exp\left(-\frac{E_{\mathrm{K}}N}{\eta_{\mathrm{K}}f}\right)+\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{av}}}{\eta_{\mathrm{M}}}\left(\frac{N}{f}\right)\\&=\sigma^{\mathrm{T}}\left(\frac{1}{E_{\mathrm{M}}}+\frac{1}{E_{\mathrm{K}}}\right)+P(N)+Q(N)\quad ,\end{aligned} \tag{22}$$

式中，$P(N)=-\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{ve}}}{E_{\mathrm{K}}}\exp\left(-\frac{E_{\mathrm{K}}N}{\eta_{\mathrm{K}}f}\right)$，$Q(N)=\frac{\sigma^{\mathrm{T}}-\sigma_{\mathrm{av}}}{\eta_{\mathrm{M}}}\left(\frac{N}{f}\right)$。

从式（22）可分析得出：当N趋于零或f无限大时，可以认为岩石在σ^{T}作用下有瞬时弹性变形；当 f 无限接近零时，视为岩石在平均荷载σ_{m}作用下蠕变变形，如图 10 所示。当 N 无限大时，函数$P(N)$主要描述了岩石等速变形阶段的变形特征，而函数$Q(N)$主要描述了加速阶段的变形特点。可以看出，模型中的理想黏塑性体可以很好地描述 b 类疲劳荷载下岩石变形，岩石存在进入长期疲劳的应力门槛阀值，只有达到阀值时，才会出现等速蠕变，这与实际情况相符。此外，$Q(N)$函数只是关于 N 的线性函数，还无法准确描述岩石后期加速疲劳的非线性变形特征。

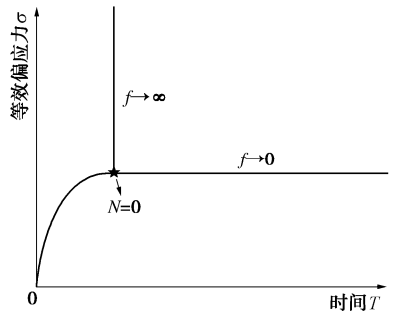


图 10 频率 f 特殊值下的应力－时间曲线

Fig. 10 Time-stress curves under special value of frequency

（4）$\sigma_{\max}\geqslant\sigma_{\mathrm{s}}$且$\sigma_{\mathrm{av}}\leqslant\sigma^{\mathrm{T}}$，$N>N_{\mathrm{S}}$时，岩样进入非线性加速疲劳阶段，岩石的黏滞系数随循环次数的增大而逐渐降低。孙均[23]提出了一种非线性的流变的黏性元件经验本构关系式：

$$\dot{\varepsilon}=A\sigma^{m}t^{n-1}\quad \text{。} \tag{23}$$

但此模型对进入加速流变的时间敏感性并不强。将其改进为疲劳荷载下加速变形段的本构方程：

$$\dot{\varepsilon}_{\mathrm{vp}}=\frac{\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{vp}}}{\mathrm{d}N}=\frac{\sigma'_{B}-\sigma_{\mathrm{av}}}{\eta_{\mathrm{M}}}\left(1+A\sigma^{m}n\left\langle\frac{N-N_{\mathrm{s}}}{f}\right\rangle^{n-1}\right)\frac{1}{f}\text{。} \tag{24}$$

式中 A，m，n 均为与岩石性质相关的系数；N_s 为进入加速变形段时的循环次数；σ'_B 为改进后的加速度段非线性 Bingham 黏塑性体上所受应力；< >内部为开关函数：

$$\left\langle \frac{N-N_s}{f} \right\rangle = \begin{cases} 0 & (N \leqslant N_s) \\ \dfrac{N-N_s}{f} & (N > N_s) \end{cases} 。 \quad (25)$$

不同岩石进入加速变形阶段所需循环圈次数不同，内部损伤也不一样，故定义此时完整度参数 η_0，以表示岩石进入加速变形时的变形快慢程度。在某个特定应力下，式（24）可简化为

$$\dot{\varepsilon}_{vp} = \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vp}}{\mathrm{d}N} = \frac{\sigma'_B - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(1 + \frac{n}{\eta_0}\left\langle \frac{N-N_s}{f} \right\rangle^{n-1}\right)\frac{1}{f} 。 \quad (26)$$

当 $\sigma_{max} \geqslant \sigma_s$，$\sigma^T \geqslant \sigma_{av}$，$N \leqslant N_s$ 时，结合式（25），（26）得

$$\sigma^T = \sigma'_B = \sigma_{av} + \eta_M \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vp}}{\mathrm{d}N} f 。 \quad (27)$$

当 $\sigma_{max} \geqslant \sigma_s$，$\sigma^T \geqslant \sigma_{av}$，$N > N_s$ 时，得

$$\sigma^T = \sigma'_B = \sigma_{av} + \eta_M \frac{\mathrm{d}\varepsilon_{vp}}{\mathrm{d}N} f = \sigma_{av} + \frac{\eta_M \dfrac{\mathrm{d}\varepsilon_{vp}}{\mathrm{d}N} f}{1 + \dfrac{n}{\eta_0}\left(\dfrac{N-N_s}{f}\right)^{n-1}} 。 \quad (28)$$

至此，建立的非线性黏弹塑性疲劳模型为

$$\varepsilon^p(N) = \begin{cases} \dfrac{\sigma^T}{E_M} & (\sigma^T < \sigma_{ve}) \\ \dfrac{\sigma^T}{E_M} + \dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{E_K N}{\eta_K f}\right)\right) & (\sigma_{ve} \leqslant \sigma^T) \\ \dfrac{\sigma^T}{E_M} + \dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{E_K N}{\eta_K f}\right)\right) + \\ \dfrac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(\dfrac{N}{f}\right) & (\sigma_{max} \geqslant \sigma_s, \sigma^T \geqslant \sigma_{av}, N \leqslant N_s) \\ \dfrac{\sigma^T}{E_M} + \dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\left(1 - \exp\left(-\dfrac{E_K N}{\eta_K f}\right)\right) + \\ \dfrac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(\dfrac{N}{f} + \dfrac{1}{\eta_0}\left(\dfrac{N-N_s}{f}\right)^n\right) \\ \qquad (\sigma_{max} \geqslant \sigma_s, \sigma^T \geqslant \sigma_{av}, N > N_s) \end{cases} 。 \quad (29)$$

4.3 疲劳模型分析

当 N 无穷大且满足 $\sigma_{max} \geqslant \sigma_s$，$\sigma^T \geqslant \sigma_{av}$，$N < N_s$ 时，整理式（29）可得

$$\varepsilon^p(N) = \left(\frac{\sigma^T}{E_M} + \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\right) - \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\exp\left(-\frac{E_K N}{\eta_K f}\right) + \frac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(\frac{N}{f}\right) = \left(\frac{\sigma^T}{E_M} + \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\right) + P'_1(N) + Q'_1(N), \quad (30)$$

式中，$P'_1(N) = -\dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\exp\left(-\dfrac{E_K N}{\eta_K f}\right)$，$Q'_1(N) = \dfrac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(\dfrac{N}{f}\right)$。

当 N 无穷大且满足 $\sigma^T \geqslant \sigma_{av}$，$N > N_s$ 时，整理式（29）可得

$$\varepsilon^p(N) = \left(\frac{\sigma^T}{E_M} + \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\right) - \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\exp\left(-\frac{E_K N}{\eta_K f}\right) + \frac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left[\frac{N}{f} + \frac{1}{\eta_0}\left(\frac{N-N_s}{f}\right)^n\right] = \left(\frac{\sigma^T}{E_M} + \frac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\right) + P'_2(N) + Q'_2(N,n)， \quad (31)$$

式中，$P'_2(N) = -\dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}\exp\left(-\dfrac{E_K N}{\eta_K f}\right)$，$Q'_2(N,n) = \dfrac{\sigma^T - \sigma_{av}}{\eta_M}\left(\dfrac{N}{f} + \dfrac{1}{\eta_0}\left(\dfrac{N-N_s}{f}\right)^n\right)$。

对式（30），（31）分析可知：$\sigma^T \geqslant \sigma_{av}$，$N$ 无穷大时，$\dfrac{\sigma^T}{E_M} + \dfrac{\sigma^T - \sigma_{ve}}{E_K}$ 为元件的瞬时弹性应变，由弹性元件产生，函数 $P'_1(N)$ 和 $P'_2(N)$ 都收敛于 0，为控制等速疲劳变形阶段的函数；当 $N < N_s$ 时，$Q'_1(N)$ 为线性函数控制等速疲劳变形段的变形；当 $N > N_s$，且 $n > 1$ 时，$Q'_2(N,n)$ 为发散的非线性函数，可描述加速变形阶段的非线性变化规律。

5 模型适用性验证

运用新构建的非线性疲劳模型对试验和文献数据进行拟合，对各参数利用线性内插法确定各参数值，验证模型的适用性。

拟合参数见表 1，2，计算结果见图 11。从图 11 中可以得到如下结论：①图 11（a）显示，70%峰值的疲劳试验中最大幅值低于破坏门槛值，岩样未发生破坏，模型中只有 Hooke 体与村山体工作，效果良好。90%峰值和 80%峰值的疲劳试验中最大幅值试验均超过破坏门槛值和疲劳门槛值，曲线拟合结果较好。另外，表 2 中大理岩的模型疲劳参数 E_M，E_K，η_K，η_M 值较其他种类岩石较大，表明大理岩具有黏性较高和延展性较好的特点，与实际相符。②从图 11（b），（c）中得出，在单轴疲劳试验中加载幅值的影响程度高于比频率的影响；图 11（d），（e）为文献[12]中不同围

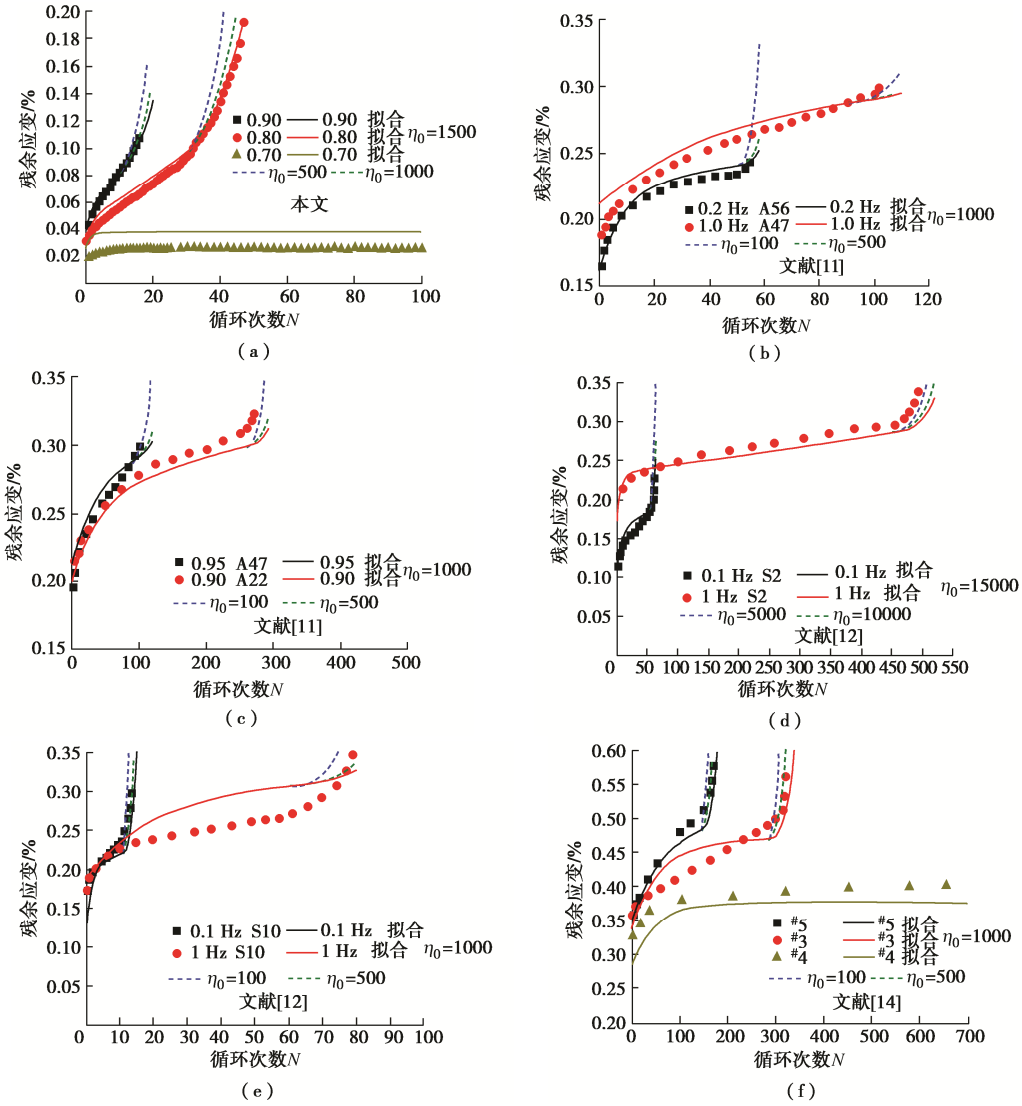


图 11　不同应力条件下疲劳变形模拟

Fig. 11 Fitting of fatigue deformation of stone under different stresses

表 1　各类岩样的荷载条件

Table 1 Load conditions of various types of rock samples

文献	岩石种类	单调加载强度 σ_c /MPa	破坏门槛值 σ_s /MPa	变形门槛值 σ_{ve} /MPa	循环荷载值/MPa		频率 f /Hz
					σ_{min}	σ_{max}	
文献[11]	花岗岩 A56	112.35	89.88	3.00	28.09	106.73	0.2
文献[11]	花岗岩 A47	112.35	89.88	3.00	28.09	106.73	1.0
文献[11]	花岗岩 A22	112.35	89.88	3.00	22.47	101.11	1.0
文献[12]	砂岩 S2	87.55	70.04	2.00	10.00	80.00	0.1
文献[12]	砂岩 S2	87.55	70.04	2.00	10.00	80.00	1.0
文献[12]	砂岩 S10	134.08	107.26	2.00	10.00	117.30	0.1
文献[12]	砂岩 S10	134.08	107.26	2.00	10.00	117.30	1.0
文献[14]	白砂岩#5	119.60	95.68	3.00	23.92	101.66	0.2
文献[14]	白砂岩#3	119.60	95.68	3.00	35.88	107.64	0.2
文献[14]	白砂岩#1	119.60	95.68	3.00	35.88	95.68	0.2

表 2　各参数的理论模型计算值

Table 2 Calculated values of theoretical model for each parameter

文献	岩石种类	η /(MPa·s^{-1})	E_M /GPa	E_K /GPa	η_K /(GPa·s^{-1})	η_M /(GPa·s^{-1})	n
本文	大理岩	6000	85	200	30000	45000	2.1
文献[11]	花岗岩	10000	50	120	5000	15000	3.2
文献[12]	砂岩 S2	15000	55	120	8000	25000	3.5
文献[12]	砂岩 S10	16000	68	110	2000	15000	3.5
文献[14]	白砂岩	12000	23.5	60	15000	18000	3.0

压下的疲劳试验结果，结合表 2 中可知，随着围压的增大，η 和 E_M 呈现不同程度增加趋势，而其他参数 η_K，η_M 减小，随着围压增加，晶体所需运动能增加，因此 η 增大，且岩样 E_M 也随之增大，其疲劳延展性下降，故 η_K，η_M 减小。而当材料参数 n 一定时，10 MPa 的岩样破坏完整度参数 η_0 明显低于 2 MPa 的破坏岩样，这一现象也与实际试验现象相符。此外，图 12 为不同条件下岩石进入加速段时完整度 η_0 分布图。由图 12 可知，对于同种岩石，随着破坏时所需循环次数的增加，η_0 越来越小。这一趋势说明由于循环次数增加内部积累损伤更大，岩样完整度降低，加速疲劳阶段应变急剧变化。综上可见，新模型各参数能较全面地反映岩石的疲劳变形和损伤特性。

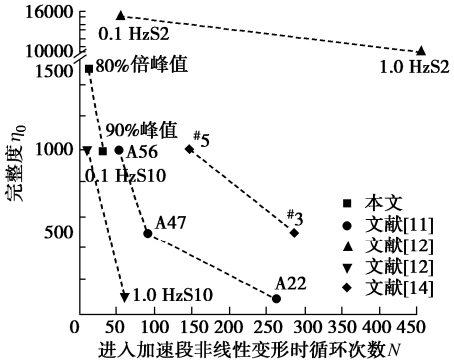


图 12 不同条件下岩石进入加速段非线性变形时完整度 η_0

Fig. 12 Integrity η_0 of rock entering nonlinear deformation in acceleration section under different conditions

6 结　　论

（1）通过对疲劳试验和蠕变试验结果进行归一化处理，发现二者在变形和时间（循环次数）的无量纲变量上存在相近的曲线关系，某种意义上证明了蠕变和疲劳变形具有“同源”性的假说具有一定合理性，其内在力学机理有待进一步研究。

（2）提出一个新的疲劳应力等效计算方法，将传统西原模型中 Kelvin 体替换成带有开关功能的村山体，并将黏塑性体中的线性黏性元件替换为非线性黏性元件，从而建立了一种可描述岩石疲劳变形的 7 参数非线性疲劳变形本构模型。该模型可较好得描述岩石衰减、等速、加速疲劳变形的三阶段疲劳特征。

（3）对同一种岩石，模型参数 n 不变，岩石完整度 η_0 随着疲劳破坏次数增加而减小，随着围压增大而减小，与疲劳试验中岩石破碎结果相一致，这表明完整度参数与岩石损伤存在一定关系。

参考文献：

[1] 罗嗣海, 钱七虎, 周文斌, 等. 高放废物深地质处置及其研究概况[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(5): 831－838. (LUO Si-hai, QIAN Qi-hu, ZHOU Wen-bin, et al. Deep geological disposal of high-level nuclear waste and its research outlines[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **23**(5): 831－838. (in Chinese))

[2] SHEN Y, GAO B, YANG X, et al. Seismic damage mechanism and dynamic deformation characteristic analysis of mountain tunnel after Wenchuan earthquake[J]. Engineering Geology, 2014, **180**: 85－98.

[3] SHI T, CHEN Z, LUO Z, et al. Mechanism of groundwater bursting in a deep rock salt mine region: a case study of the Anpeng trona and glauber mines, China[J]. Environmental Earth Sciences, 2013, **68**(1): 229－239.

[4] CHEN Y, ZUO J P, GUO B H, et al. Effect of cyclic loading on mechanical and ultrasonic properties of granite from Maluanshan Tunnel[J]. Bulletin of Engineering Geology and the Environment, 2020, **79**(1): 299－311.

[5] XIAO J Q, FENG X T, DING D X, et al. Investigation and modeling on fatigue damage evolution of rock as a function of logarithmic cycle[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2011, **35**: 1127－1140.

[6] SUN B, ZHU Z, SHI C, et al. Dynamic mechanical behavior and fatigue damage evolution of sandstone under cyclic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2017, **100**(94): 82－89.

[7] WANG Y, MA L, FAN P, et al. A fatigue damage model for rock salt considering the effects of loading frequency and amplitude[J]. International Journal of Mining Science and Technology, 2016, **26**(5): 955－958.

[8] 蔡燕燕, 唐　欣, 林立华, 等. 疲劳荷载下大理岩累积损伤过程的应变速率响应[J]. 岩土工程学报, 2020, **42**(5): 827－835. (CAI Yan-yan, TANG Xin, LIN Li-hua, et al. Strain rate response of damage accumulation under fatigue loading on marble[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2020, **42**(5): 827－835. (in Chinese))

[9] LIU X S, NING J G, TAN Y L, et al. Damage constitutive model based on energy dissipation for intact rock subjected to cyclic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2016, **85**: 27－32.

[10] LI N, CHEN W, ZHANG P, et al. The mechanical properties and a fatigue-damage model for jointed rock masses subjected to dynamic cyclical loading[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2001, **38**: 1071－1079.

[11] MOMENI A, KARAKUS M, KHANLARI G R, et al. Effects of cyclic loading on the mechanical properties of a granite[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2015, **77**: 89－96.

[12] LIU E L, HUANG R Q, HE S M. Effects of frequency on the dynamic properties of intact rock samples subjected to cyclic loading under confining pressure conditions[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2012, **45**(1): 89－102.

[13] 葛修润, 蒋　宇, 卢允德, 等. 周期荷载作用下岩石疲劳变形特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(10): 1581－1585. (GE Xiu-run, JIANG Yu, LU Yun-de, et al. Testing study on fatigue deformation law of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(10): 1581－1585. (in Chinese))

[14] 冯春林, 吴献强, 丁德馨. 周期荷载作用下白砂岩的疲劳特性研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(增刊 1): 2749－2754. (FENG Chun-lin, WU Xian-qiang, DING De-xin. Investigation on fatigue characteristics of white sandstone under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(S1): 2749－2754. (in Chinese))

[15] 葛修润. 岩石疲劳破坏的变形控制律、岩土力学试验的实时 X 射线 CT 扫描和边坡坝基抗滑稳定分析的新方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **30**(1): 1－20. (GE Xiu-run. Deformation control law of rock fatigue failure, real-time X-ray CT scan of geotechnical testing, and new method of stability analysis of slopes and dam foundations[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **30**(1): 1－20. (in Chinese))

[16] FUENKAJORN K, PHUEAKPHUM D. Physical model simulation of shallow openings in jointed rock mass under static and cyclic loadings[J]. Engineering Geology, 2010, **113**: 81－89.

[17] KHALEDI K, MAHMOUDI E, DATCHEVA M, et al. Stability and serviceability of underground energy storage caverns in rock salt subjected to mechanical cyclic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences，2016, 86: 115－131.

[18] 王军保, 刘新荣, 黄　明, 等. 低频循环荷载下盐岩轴向蠕变的 Burgers 模型分析[J]. 岩土力学, 2014, **35**(4): 934－941. (WANG Jun-bao, LIU Xin-rong, HUANG Ming, et al. Analysis of axial creep properties of salt rock under low frequency cyclic loading using Burgers model[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(4): 934－941. (in Chinese))

[19] 郭建强, 黄质宏. 循环荷载作用下岩石疲劳本构模型初探[J]. 岩土工程学报, 2015, **37**(9): 1698－1703. (GUO Jian-qiang, HUANG Zhi-hong. Constitutive model for fatigue of rock under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2015, **37**(9): 1698－1703. (in Chinese))

[20] 杨新华, 陈传尧. 疲劳与断裂[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2018. (YANG Xin-hua, CHEN Chuan-yao. Fatigue and Fracture[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2018. (in Chinese))

[21] BAGDE M N, PETROS˘A V. Fatigue properties of intact sandstone samples subjected to dynamic uniaxial cyclical loading[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2005(42): 237－250.

[22] 薛东杰, 周宏伟, 王子辉, 等. 不同加载速率下煤岩采动力学响应及破坏机制[J]. 煤炭学报, 2016, **41**(3): 595－602. (XUE Dong-jie, ZHOU Hong-wei, WANG Zi-hui, et al. Failure mechanism and mining-induced mechanical properties of coal under different load-ing rates[J]. Journal of China Coal Society, 2016, **41**(3): 595－602. (in Chinese))

[23] 孙　钧. 岩石流变力学及其工程应用研究的若干进展 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(6): 1081－1106. (SUN Jun. Rock rheological mechanics and its advance in engineering applications[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(6): 1081－1106. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101013

边坡稳定性的多米诺骨牌模型分析方法

陈文胜，蒋茂林，戴嘉宁，丁 博，尹平保
（长沙理工大学土木工程学院，湖南 长沙 410114）

摘 要：边坡稳定性分析的条分法现仍是边坡分析和评估的主要方法。然而，现今条分法分析均是基于整体分析思想，获得整体或常安全系数，这是一理想的模式。真实的边坡失稳一般是渐进的过程，而这种渐进的失稳模式与多米诺骨牌的失稳倒塌有很多相似之处。基于这种边坡渐进失稳的考虑，提出了一种新的分析边坡稳定性的条分方法，即多米诺骨牌模型分析方法（简称骨牌模型）。骨牌模型定义了每个条块的局部安全系数和边坡的安全系数，也即边坡的安全系数由控制条块的局部安全系数决定。而控制条块是在形成某一滑动面时，所有组成滑体条块中具有最大局部安全系数的条块。而边坡的安全系数则为所有滑动面所对应的控制条块的安全系数中，最小的安全系数。这样定义安全系数是出于骨牌模型的渐进破坏机制而考虑的，突破了传统条分法的整体或常安全系数的局限。给出了骨牌模型的求解方法和求解步骤，并通过算例分析了骨牌模型的求解特点。

关键词：边坡；条分法；多米诺骨牌模型；控制条块
中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0112－09

作者简介：陈文胜(1966—)，男，博士，教授，主要从事岩土工程方面的教学和科研工作。E-mail: 13319504070@126.com。

A domino model based method for slope stability

CHEN Wen-sheng, JIANG Mao-lin, DAI Jia-ning, DING Bo, YIN Ping-bao
(School of Civil Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract: The slices model for slope stability analysis is still the mainstream method for slope analysis and evaluation. However, the existing slice model analysis methods are only based on the whole analysis model to obtain an overall or a constant safety factor, which is an ideal model. The real slope failure is generally a gradual process, and this gradual failure process has many similarities with the collapse of dominoes. Considering the gradual slope instability, a new slice method, the domino model-based analysis method for analyzing the stability of the slope is proposed. The domino model defines a local safety factor of each slice and the safety factor of the slope as well, that is, the safety factor of the slope is determined by the local safety factor of the control slice of the slope. The control slice is the one which has the maximum local safety factor in the form of a sliding surface. The safety factor of the slope is defined as the minimum safety factor of the control slice corresponding to all sliding surfaces. This definition of safety factor is based on the consideration of the progressive failure mechanism of the domino model, which overcomes the limitation of the definition of an overall or a constant safety factor by the traditional slice methods. The soring method and procedure of the domino model-based method are given, and some of its solving characteristics are analyzed through examples.

Key words: slope; slice method; domino model; control slice

0 引 言

边坡稳定性分析是岩土工程的一个重要研究领域，是边坡安全性评估和加固的基本理论依据，长期以来是岩土等土木工程领域的一个研究热点。其中，传统的以极限平衡理论为基础的条分法现仍是边坡稳定性分析和评估的主要方法，如瑞典条分法、毕肖普条分法、Janbu 法、传递系数法等[1-3]。条分法将复杂的滑体划分为若干竖直条块，并通过极限平衡状态下的力（矩）平衡求解，获得各条块在极限平衡状态下的相互作用力（矩）。在此过程中，条块底部的阻滑力 T 被设定为 $\tau l/F$，其中 τ 为抗剪强度（应力量纲），l 为条块被滑面所截取的宽度，F 为安全系数。为了使问题变为静定可解，各种条分法需要对条间力做出一些假定。但这其中最大的一个假定就是 F 为常数。这些简化抓住了稳定性分析的主要矛盾，所求得的力系可以被认为是边坡在极限平衡状态下的力系，回答了边

基金项目：国家自然科学基金面上项目（51778067）
收稿日期：2020－04－20

坡是否稳定这一最重要的问题。但是，传统的条分法无法回答渐进边坡的失稳过程，从而使得边坡加固带有一定的盲目性。

随着计算机技术的发展，现今同样应用广泛的还有数值分析方法，如：有限单元法[4]、离散单元法、流形元法、无网格法等。数值分析方法的重点是在不同的边界条件下求出边坡的位移场、应力场、渗流场，并模拟其破坏过程。其精度主要取决于所采用的本构模型的实用性及合理性。并且由于核心思想的差异，不同数值分析方法具备不同的适用范围及特点。尽管分析边坡的方法越来越多，但是由于直观、简便的特点，条分法至今仍然是边坡稳定性分析和评估时最受欢迎的方法。

然而，无论采用何种方法，边坡稳定性分析的核心问题是求解到边坡的安全系数。为了求解安全系数，这一核心问题又分为两个方面：一是安全系数的定义[5]；二是安全系数的求解方法。如前所述，常安全系数假定是经典条分法的最为关键的一个假定，可以被认为是边坡的整体安全系数。整体安全系数只能回答边坡是否整体稳定，无法回答边坡失稳时从何处开始，即所谓的渐进失稳过程。本文的目的就是在条分法框架下，力图弥补经典的、基于常安全系数假定的条分法的这一不足。

在真实的边坡滑坡事件中，滑坡总是从某一部位先失稳，之后失稳区域逐渐扩大，最后导致边坡的整体滑坡。这一过程可以看到，各条块局部的强度发挥是不一样的。最先失稳的部位发挥百分百的强度最先达到极限，而后才影响到后续的部位。这一过程也就是边坡的渐进破坏，采用整体安全系数是无法分析这一渐进过程的。

大量的工程观测表明，真实的边坡产生失稳滑坡，不是一蹴而就的，而是一个渐进发展的过程，即边坡局部先达到峰值强度而破坏，抗剪强度由峰值变为残余值，于是超额剪应力转嫁给相邻土体而导致相继破坏，最终形成贯通滑面的破坏过程[6]。从这一点考虑，现有的基于整体的安全系数与实际是不相符的，所以假定边坡安全系数是一整体常安全系数，本身就是一个不符合工程实际的假设，而这一假设对求解结果的影响程度，至今也没有人去探究。

为了实现对渐进破坏的分析并得到合理的安全系数，本文提出了一种新的基于条分块体的分析方法，即多米诺骨牌模型分析方法。将边坡条块的渐进破坏与多米诺骨牌的倒塌这两种现象及其过程进行对比分析，并引入启动条块、控制条块等定义，实现了一种新的考虑了渐进破坏和不同条块安全系数差异性的边坡稳定性分析方法。

1　多米诺骨牌及其特点

骨牌起源于 12 世纪的宋朝，在 19 世纪由多米诺传教士引入意大利，由于多米诺骨牌的趣味及其背后所包含的哲理与思考，其迅速发展成为一项世界性的运动。而多米诺骨牌效应也成为了诸多学科的指导思想。

多米诺骨牌是一种木制、骨制或塑料制成的长方体骨牌，其按一定距离将骨牌排列成行，当第一枚骨牌倒下，其余骨牌则会发生连锁反应，依次倒下。这种在一个相互联系的系统中，由一个较小的初始能量而产生一系列连锁反应，或指一件事的发生会引发一连串连锁反应的现象就叫作“多米诺骨牌效应”（domino effect），也称多米诺效应或骨牌效应，因按一定间距排列的多米诺骨牌相继倒下得名。除了字面意思，它也常用来比喻系统内的因果关系，如全球金融或政治。

现今如金融、国际关系、交通规划、环境保护、风评风控等[7-9]诸多领域的专家学者都在结合专业知识与多米诺骨牌效应对相应领域的某些现象进行解释与分析，并取得了显而易见的成果。多米诺骨牌倒下实质上还是个力学问题，与骨牌的受力，骨牌间的相互力学作用是有关的，这方面的研究却是十分缺乏的，更鲜见以多米诺骨牌为模型在土木工程领域中的运用。

可以观察到，多米诺骨牌效应是一个过程，由于其第一块骨牌倒下到最后骨牌倒下的过程，吻合了工程中由某位置引起破坏并渐进发展，逐步演变成整体破坏的过程。如果对比多米诺骨牌效应现象，结合工程实际与力学模型，对于边坡分析将有望形成一种行之有效的评估方法。

作为一个过程，多米诺骨牌效应有 3 个特点：①必须有至少一个启动的骨牌（启动骨牌），该骨牌是产生多米诺骨牌效应的原因；②倒下的先后次序是可以预先确定的；③能否依次倒下直到最后一个骨牌（终点骨牌）需要判断，其难易程度将决定于骨牌序列中最难倒下的一个骨牌，称为控制骨牌。假设每个骨牌倒下的难度系数不一样，若某个骨牌是倒下难度系数最大的，则也是这个过程遇到的最大难度系数，可称为整个过程的难度系数。也可以用游戏的语言这样描述：骨牌如果需要成功通关，需要逾越这个最大难度系数。

可以看到，如需分析骨牌模型全过程，则必须获知启动骨牌、终点骨牌和控制骨牌的性质和位置，以及控制骨牌所具有的最大难度系数。

2 边坡稳定性的多米诺骨牌模型

2.1 条分法的力学模型

典型的条分法力学模型如图 1 所示（本文以圆弧滑动面为例），图中右侧为竖直条分后的任一条块 i 的受力分析。则条块上的受力分别为：①条块的重力 W_i；②滑动面 ef 上的法向力 N_i，剪切力 T_i；③条块两侧的法向力 E_i，E_{i+1} 和竖向剪切力 X_i，X_{i+1}。

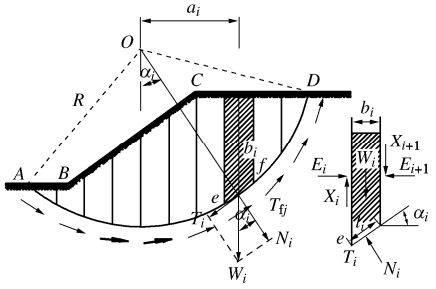


图 1 条块受力模型

Fig. 1 Mechanical model for a slice

一般认为，条块 i 的作用力中有 5 个未知数（N_i，T_i，E_{i+1}，X_{i+1}，E_{i+1} 作用点），其它所示的力为已知或前一条块已求出。这一力学模型是基于块与块接触或与滑动面接触是平面接触，接触之间的力可以用等效的集中力表达，而且已经将底滑面的法向量的作用点简化为在接触面的中点（不简化实则有 6 个未知数）。根据图 1 的模型，因为在平面上只能建立 3 个平衡方程，故为超静定或静不定问题。为了求得 N_i，T_i 值并最终求到安全系数，就要简化上述 5 个未知数，或补充方程，达到未知数与方程数相等，从而可以静定求解，如流行的毕肖普方法、简布方法和不平衡推力传递系数法等。所以上述方法均可视为简化（simplified）方法。

2.2 基本假设和稳定性安全系数定义

根据如图 1 条分法的力学模型，可以建立起条分法的多米诺骨牌模型和其求解步骤。条块的划分按条分法的方法进行，也即为竖向条分，条块底面视为平面。

基本假设如下：

（1）将每个条块视为一个多米诺骨牌。

（2）边坡的破坏不是整体的，而是先由某一条块先失稳，之后沿潜在滑移方向，依次影响到下一个条块。边坡的滑动是渐进的。最先可能失稳的条块，称为启动条块。启动条块可以是任一个条块。

（3）每一条块均是沿其底面滑动。对于边坡条块其潜在破坏模式是沿条块底面剪切滑动，可以将剪切滑动方式视为类似多米诺骨牌的倒下。

（4）如果从假定某个启动条块开始，依次滑动到最后一个条块，则认为形成了一个贯通的滑动面。条块的滑动是依次被推动的，其中最难推动的条块，称为控制条块，类似于骨牌模型中的控制骨牌。每个条块均可以作为启动条块试算，并通过分析可得到其对应的控制条块。

（5）每个条块被推动的难易程度，可以用安全系数来表示，这相当于骨牌模型中的骨牌倒下难度系数。在条块被推动的过程中，每个条块的安全系数是不同的，其中安全系数最大的条块，称为控制条块，类似于骨牌模型中的控制骨牌。而控制条块的安全系数，就是形成贯通滑动面的所要逾越的最大安全系数，也称为此滑动面的安全系数。类似于骨牌模型中的最大难度系数。

（6）每一条块沿其底面滑动的安全系数均可以不一样，每一条块在渐进滑坡过程中所具有的安全系数可以根据力学分析依次计算获得，也即条块所具有的底面抗剪强度与底面所发生的切向力之比。

（7）滑动面可以是圆弧或非圆弧。

从如上假定，结合条分模型的受力情况，条块可以视为多米诺骨牌，并在边坡潜在滑动分析过程中同样具有多米诺骨牌效应的特点：①有一启动条块；②条块依次滑动；③能否形成贯通滑动面，取决于条块系列中最难滑动的条块，也即具有最大安全系数的条块。

根据如上假定，因为控制条块是潜在滑动面能否贯通时遇到的具有最大安全系数的条块，故滑动面的安全系数定义如下：控制条块被推动时所具有的安全系数，即为该潜在滑动面的安全系数。

此安全系数的定义与传统条分法的安全系数定义有较大区别。传统条分法定义的是常安全系数，是一种整体式滑坡的理想模式，认为所有条块底面抗剪强度的发挥均为一致，即 1/F(若安全系数表示为 F)。但对于渐进分析过程中，每一个条块均可能有不同的安全系数。

由控制条块决定了边坡的安全系数，这在工程实践中有非常重要的意义。一旦获知控制条块的位置，则在边坡治理时加固相应位置，更有利于安全系数的提高。工程中可指导抗滑桩、锚索等加固措施的位置选择。而控制条块对应的启动条块，则可预知边坡最先可能发生裂缝和破坏的位置。

2.3 求解方法和受力分析

图 2 为多米诺骨牌模型计算分析图，该模型与图 1 的边坡条分模型是一致的。条块编号见图 2，边坡滑动趋势为从右向左。

一次完整的多米诺骨牌模型分析过程，将从启动条块开始，依次分析到终点条块，并找出控制条块。

终点条块一般为已知，也即滑动面滑出位置对应的条块，启动条块将依次假定，通过试算寻找。每一假定的启动条块，均有对应的控制条块，并将通过计算分析后确定相应的控制条块，同时确定此滑动面的安全系数。

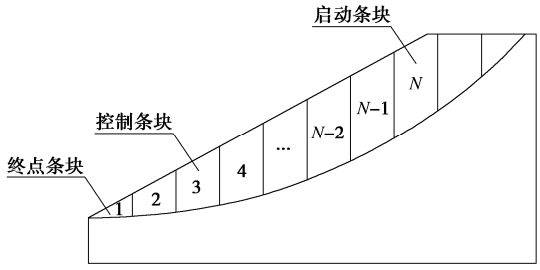


图 2 骨牌模型示意图

Fig. 2 Schematic diagram of domino model

骨牌模型中条块的受力分析、条块自身的安全系数计算和力的传递是在传统条分法的基础上，结合骨牌模型渐进分析的受力特点，从启动条块开始，对每一个条块依次进行力学计算与稳定性分析而实现的。

在骨牌模型中，因为土体不受拉，所以条块之间不存在拉力。

启动条块计算时有几个性质：①因为土体不受拉，启动条块不承受上部条块传递的推力；②启动条块自身滑移之前，可认为其对下一条块不产生推力；③其底面将发挥抗剪强度，并逐渐达到极限应力状态，并按极限平衡求解其安全系数；④启动条块自身滑移后，将产生多米诺效应，其底面抗剪强度破坏，底面处于残余应力状态，随后将剩余不平衡推力传递给下一条块。

启动条块后的其余条块则将承受上部条块推力的作用，其它计算与启动条块相同。

在对条块进行依次计算时，对于每一个条块都将按条块底面处于极限应力状态和处于残余应力状态计算两次[10]。这两次计算的意义是不同的，分述如下。

（1）当按极限应力状态计算时，可以得到当前条块能提供的安全系数，也即极限抗剪强度与剪切力之比。也可以称为此条块的局部安全系数。当同一启动条块对应的所有条块计算完成后，则可通过比较所有条块的局部安全系数，获知具有最大安全系数的条块，即为该启动条块对应的控制条块。

（2）当按残余应力状态计算时，可以得到当前条块传递给下一条块的推力。这时可能出现两种情形：①当前条块在按残余应力状态计算时可以平衡，没有剩余下滑力产生，说明当前条块以上均不会产生滑动，则重新定义下一条块为启动条块做计算，即剩余下滑力按 0.0 传递；②计算有剩余下滑力，将力传递给下一条块，进行下一条块的计算。

根据骨牌模型，极限应力状态可直接通过受力分析及库仑公式求得条块阻滑力。而残余应力状态认为剪切面已经出现，若再沿用极限应力状态计算显然不合适，故在其基础上对黏聚力 c 及内摩擦角 φ 值进行调整，以满足残余应力状态的计算。对于边坡剪切破坏面而言，根据土体性质的不同，黏聚力 c 和内摩擦角 φ 的衰弱程度[11-13]是不一样的，可引入二者衰减系数 k_c，k_φ，衰弱程度的大小与土体黏粒含量及塑性指数有关。Skempton[14-15]通过试验表明当黏粒含量超过 50%后，土体残余强度基本由黏土矿物之间的摩擦力决定。故对黏土边坡而言，剪切破坏后的残余强度就是其摩擦力维持的，此时可以考虑滑带土黏聚力 c 为 0.0（k_c=0.0）。

在此需要特别注意的是：如果当前条块按极限应力状态计算时的安全系数可能大于 1.0，说明自身能够平衡，为什么计算下一条块受力时，当前条块底面需要按残余应力状态计算？因为当前条块计算的安全系数，并不一定是最大安全系数，也即当前条块并不一定是控制条块。而控制条块的安全系数将大于当前条块的安全系数。如果边坡需要达到控制条块的安全系数时，当前条块是达不到的。或者有某一事件使控制条块底面抗剪强度达到极限或失稳时，由于其它条块的安全系数比控制条块小，则应该先于控制条块失稳。所以在计算控制条块安全系数时，其余条块底面将按残余应力状态计算。也即为了寻找控制条块，每一个条块都会假设为控制条块进行一次计算。

图 3 为启动条块和非启动条块的受力，其受力分析和局部安全系数求解如下。

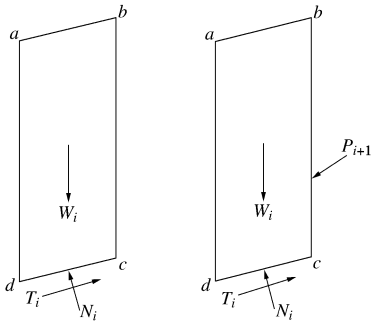


图 3 条块受力图

Fig. 3 Forces on a slice

图 3（b）中非启动条块的力学模型与不平衡推力传递系数法相似，由于假设条块是沿其底面滑移，P_{i+1} 的作用点对该条块局部安全系数和剩余推力的计算没有影响。图中 P_{i+1} 作用点并非真实作用点。

（1）启动条块

a）法向力

$$N_i = W_i \cos\alpha_i \quad , \tag{1}$$

式中，N_i 为条块底面正压力，W_i 为条块重力，α_i 为条块底面与水平面的夹角，见图 3（a）。

b）下滑力

$$Q_i = W_i \sin\alpha_i \quad , \tag{2}$$

式中，Q_i 为条块下滑力。

c）极限应力状态下的阻滑力

$$T_i = c_i l_i + W_i \cos\alpha_i \tan\varphi_i \quad , \tag{3}$$

式中，T_i 为极限状态下基于莫尔–库仑准则获得的阻滑力，c_i 为土体黏聚力，l_i 为条块底边长，φ_i 为土体内摩擦角。

d）残余应力状态下的阻滑力

$$T_i' = c_i l_i k_c + W_i \cos\alpha_i \tan(\varphi_i k_\varphi) \quad , \tag{4}$$

式中，T_i' 为破坏状态下基于莫尔–库仑准则获得的阻滑力。k_c，k_φ 分别为残余应力状态下黏聚力和内摩擦角的衰减系数。

e）条块的局部安全系数

$$f_i = \frac{T_i}{Q_i} \quad , \tag{5}$$

式中，f_i 为第 i 个条块的局部安全系数。

f）剩余推力

$$P_i = Q_i - T_i'(P_i \geqslant 0) \quad , \tag{6}$$

式中，P_i 为第 i 个条块的剩余推力，考虑土体不存在拉力，故 $P_i \geqslant 0$，若计算得 $P_i < 0$，取 $P_i = 0$，此时，下一条块将重新定义为启动条块。

（2）非启动条块

a）法向力

$$N_i = W_i \cos\alpha_i + P_{i+1} \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i) \quad , \tag{7}$$

式中，N_i 为当前条块法向力，W_i 为当前条块重力，P_{i+1} 为上一条块的剩余推力，由式（6）计算，α_i 为当前条块底面与水平面的夹角，α_{i+1} 为上一条块底面与水平面的夹角。

b）下滑力

$$Q_i = W_i \cos\alpha_i + P_{i+1} \cos(\alpha_{i+1} - \alpha_i) \quad , \tag{8}$$

式中，Q_i 为当前条块下滑力。

c）极限应力状态下的阻滑力

$$T_i = c_i l_i + W_i \cos\alpha_i \tan\varphi_i + P_{i+1} \tan\varphi_i \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i) \text{。} \tag{9}$$

d）残余应力状态下的阻滑力

$$T_i' = c_i l_i k_c + W_i \cos\alpha_i \tan(\varphi_i k_\varphi) + P_{i+1} \tan(\varphi_i k_\varphi) \sin(\alpha_{i+1} - \alpha_i) \text{。} \tag{10}$$

e）条块的局部安全系数

$$f_i = \frac{T_i}{Q_i} \text{。} \tag{11}$$

f）剩余推力

$$P_i = Q_i - T_i'(P_i \geqslant 0) \text{。} \tag{12}$$

通过式（1）～（12）即可依次分析所有条块的受力和其局部安全系数，并最后通过比较得到最大安全系数和相应控制条块。

可以看到，条块的受力计算非常简便，而且对于所建立的骨牌模型在进行受力分析时，与传统条分法模型如图 1 比较，不需要再进行其它简化，并可获得唯一静力解，这给边坡分析提供了受力计算的确定性。

2.4 计算步骤

骨牌模型的分析，在给定滑动面的前提下，在滑体分成若干条块后，就转变为寻找启动条块和控制条块的过程，并最终确定安全系数。

由式（8）可知每块条块受力分析都需要用到上一条块的剩余推力，故从启动条块计算到终点条块是一个反复迭代计算的过程。且启动条块需要自上而下搜索，最后通过比较找到最小安全系数所对应的启动条块及相应滑面，同样也是一个反复计算的过程。设计的计算步骤如下：

（1）假定滑面最上方的条块 n 为启动条块，通过式（5），（6）得到其局部安全系数 f_n 和剩余推力 P_n。

（2）将 P_n 作为推力传递给下一条块 n–1，通过受力分析及式（11），（12）计算得其局部安全系数 $f_{n\text{-}1}$ 和 $P_{n\text{-}1}$。

（3）重复步骤（2），直到计算得到终点条块 1 的安全系数 f_1。

（4）比较 f_n，$f_{n\text{-}1}$，…，f_1 的大小，找到其中最大的局部安全系数 f_i，作为以条块 n 为启动条块下的安全系数，即 F_n=f_i，并以条块 i 作为启动条块 n 下的控制条块。

（5）向下依次假定条块 n–1，n–2，…，1 为启动条块，并重复(2)～(4)步，得到各启动条块下边坡的安全系数 $F_{n\text{-}1}$，$F_{n\text{-}2}$，…，F_1，找到其中最小的安全系数作为该滑面的安全系数。

在上述计算过程中需要注意的是若剩余推力计算为负时，将其视为 0.0 继续向下传递，直到计算完终点条块才开始下一个启动条块的计算。

3 分析算例

3.1 程序介绍

结合滑动面搜索方法和骨牌模型，开发了边坡稳定性分析程序 Slope-DES。该程序采用面向对象的 C++作为编程语言，借助微软基础类库 MFC，遵守最新的编码规范。程序主要包括了文件系统、视图设置、模型绘制、参数设定、分析计算、结果可视化 6 个模

块。程序的计算方法包含瑞典条分法、毕肖普法、不平衡推力法及本文提出的多米诺骨牌模型方法，较全面实现了边坡稳定性分析的功能。

3.2　程序算例分析

本文提出的多米诺骨牌模型有别于传统条分法，其考虑了边坡渐进性破坏及条块的局部稳定性，以控制条块的安全系数作为滑面稳定性的评价指标，故为了探讨多米诺骨牌模型分析方法的特点，采用瑞典条分法、毕肖普法、不平衡推力法及多米诺骨牌模型分别计算同个均质黏土边坡案例。边坡模型如图 4 所示。重度为 19.2 kN/m^3，黏聚力为 10.0 kN/m^2，内摩擦角为 25.2° 。

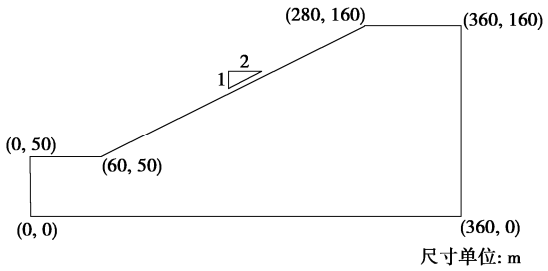


图 4　土质边坡模型

Fig. 4 Soil slope model

采用瑞典条分法、毕肖普条分法、不平衡推力法及多米诺骨牌模型方法，利用程序 Slope-DES 进行分析。由于是黏土边坡，程序中设定残余应力状态下黏聚力 c 衰减系数 k_c = 0.0，内摩擦角 φ 衰减系数 k_φ = 1.0，即残余应力状态黏聚力衰减为 0.0，而内摩擦角不变。

图 5，6 分别为程序依据毕肖普条分法及多米诺骨牌模型计算得到结果。分析采用圆弧滑动面，滑动面搜索是采用比较直观的网格法（gird search）定义滑动圆心区域网格。计算结果图网格区域中的云图颜色表示对应滑动圆心计算获得的安全系数值的等值云图，点击小方格可获得相应滑面的安全系数，颜色越深说明其安全系数越小，白色方格表示该方格位置圆心无有效滑动圆弧。

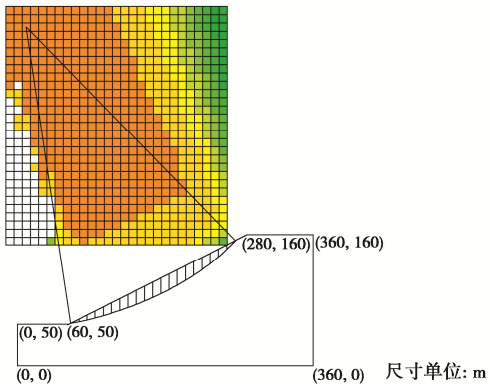


图 5　毕肖普条分法分析结果

Fig. 5 Results by Bishop's simplified method

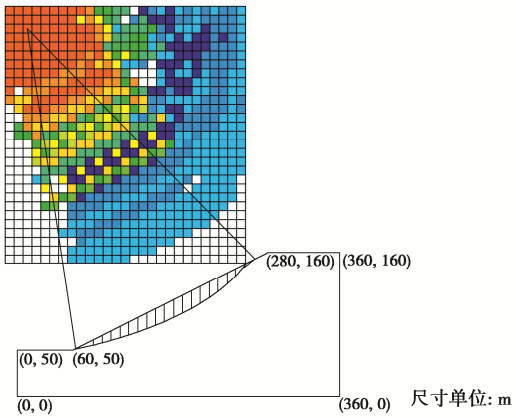


图 6　骨牌模型分析结果 (控制：2；启动：19)

Fig. 6 Results by domino model (control slice: No. 2; start slice: No.19)

图 6 骨牌模型示图用红色线将相应滑面中最不稳定的坡体及启动条块和控制条块标示出，各计算方法安全系数如表 1 所示。

表 1　安全系数计算结果

Table 1 Results of safety factor

计算方法	安全系数	计算方法	安全系数
瑞典法	1.0553	骨牌模型	0.7506
毕肖普法	1.0840	推力法	1.0859

表 1 中计算采用了同一滑动面，骨牌模型计算结果较瑞典条分法、毕肖普条分法和不平衡推力法偏小。偏小的主要原因是骨牌模型考虑了边坡的渐进破坏，除控制条块外，控制条块以上条块底滑面均是按残余抗剪强度计算。而其它几种传统条分方法是按常安全系数或整体安全系数计算，忽略了部分坡体发生破坏致使阻滑力已经下降的因素[16]。

传统条分法安全系数定义是边坡整体阻滑力矩与下滑力矩的比值，如瑞典条分法：

$$F = \frac{\sum (c_i l_i + W_i \cos\alpha_i \tan\varphi_i)}{\sum (W_i \sin\alpha_i)} \quad 。 \qquad (13)$$

这样整体定义对牵引式滑坡[17]和推移式滑坡[18]这种渐进破坏模式的分析存在明显不足。如果存在局部条块强度低于其局部下滑力时，该条块会先发生破坏，但传统的定义方式即整体安全系数会仍然将该条块按极限强度来发挥进行计算，这样计算对安全系数起到了“抬升”作用，在实践中，可能会出现稳定性分析所得安全系数满足要求，但仍然发生滑坡破坏的现象。

3.3　人工算例分析

为了更直观地体现多米诺骨牌模型计算过程及特点，除了程序算例外，以下为一人工算例。

某黏土边坡及条块编号如图 7 所示，边坡高度 H=6.0 m，坡角 β =55.0° ，土的重度 γ = 18.6 kN/m^3，

内摩擦角 φ=12.0°，黏聚力 c=16.7 kPa。拟用瑞典条分法及骨牌模型人工计算对比分析，分别见表 2，3。

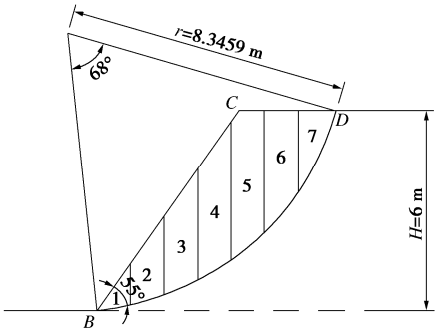


图 7 黏土边坡模型

Fig. 7 Clay slope model

通过表 2 计算，得到该边坡滑动面按瑞典条分法计算得到的安全系数 F=1.16。

由于多米诺骨牌模型需经多次迭代运算寻找对应安全系数最小的启动条块，计算过程较冗长，故此处仅列出最小安全系数所对应的启动条块及滑面的计算过程。

因为边坡是黏土边坡，考虑其残余强度基本由摩擦力所维持，在上述计算过程中取黏聚力 c 的衰减系数 k_c= 0.0（c_r= ck_c），内摩擦角 φ 的衰减系数 k_φ= 1.0。

通过多米诺骨牌模型计算求得该边坡滑动面的安全系数 F=0.6969，且此时启动条块和控制条块皆为第 5 个条块，计算所得安全系数较瑞典条分法较小。

从分析结果，可以看到骨牌模型的计算结果，不仅与土体的原始强度参数 c，φ 有关，也与其残余强度参数有关（在本文体现为强度的衰减系数）。这主要是因为骨牌模型分析的是边坡在渐进破坏模式下的安全系数。

为了进一步了解强度参数 c，φ 的变化对黏土边坡的影响，本文在图 7 算例基础上设 c 为 5.0，18.0 kPa 时，取 φ 不同值计算得到安全系数值。以及 φ 为 12.0°，22.0° 时，取不同 c 值计算得到安全系数值，并绘制成曲线图如图 8，9。

由图 8，9 中 F - c，F - φ 曲线图可以反映出黏土边坡中瑞典条分法、多米诺骨牌模型所计算的安全系数大小与强度参数 c，φ 值的关系。

值得注意的是 F - φ 图中，骨牌模型的安全系数在内摩擦角增大到一定程序的时候，其曲线会出现拐点，随后以较快的速度持续升高。对于这一现象，从人工计算过程与骨牌模型计算流程及计算公式综合分析，可以认为黏土边坡骨牌模型安全系数大小随内摩擦角的变化可大概分为 3 个阶段，并有明显不同的物理意义。针对图 7 边坡的几何算例，各阶段的形成原因初步分析如下。

第一阶段，因为内摩擦角较小，按残余应力状态计算得到剩余推力较大，下方条块在累积剩余推力的作用下安全系数比较小，故此时边坡的启动条块的局

表 2 瑞典条分法计算过程

Table 2 Calculation procedure of Sweden method

编号	条宽/m	条重/(kN·m^{-1})	β/(°)	φ/(°)	cl/(kN·m^{-1})	下滑力/(kN·m^{-1})	阻滑力/(kN·m^{-1})
#1	1.0	11.16	9.5	12.0	16.9	1.84	19.24
#2	1.0	33.48	16.5	12.0	17.4	9.51	24.22
#3	1.0	53.01	23.8	12.0	18.3	21.39	28.61
#4	1.0	69.75	31.6	12.0	19.6	36.55	32.23
#5	1.0	76.26	40.1	12.0	21.8	49.12	34.20
#6	1.0	56.73	49.8	12.0	25.9	43.33	33.68
#7	1.15	27.90	63.0	12.0	42.3	24.86	44.99
合计						186.6	217.17

表 3 多米诺骨牌模型计算过程

Table 3 Calculation procedure of domino model

编号	中心高度/m	条宽/m	条重/(kN·m^{-1})	β/(°)	φ/(°)	cl/(kN·m^{-1})	剩余推力/(kN·m^{-1})	阻滑力/(kN·m^{-1})	下滑力/(kN·m^{-1})	安全系数 F
#1	0.60	1.0	11.16	9.5	12.0	16.93	65.44	21.04	69.55	0.3025
#2	1.80	1.0	33.48	16.5	12.0	17.41	68.22	26.07	76.88	0.3392
#3	2.85	1.0	53.01	23.8	12.0	18.25	67.92	30.26	79.93	0.3786
#4	3.75	1.0	69.75	31.6	12.0	19.61	59.09	33.39	72.87	0.4582
#5	4.10	1.0	76.26	40.1	12.0	21.83	36.72	34.23	49.12	0.6969

部安全系数一般最大，也即启动条块往往也是控制条块，启动条块的安全系数即边坡的安全系数。在工程中，说明此类边坡，一旦产生局部失稳，就可能会引起边坡整体的失稳。

第二阶段，随着内摩擦角 φ 值的增大，下方条块在残余应力状态下可以抵挡自身下滑力及部分剩余推力，安全系数显著提升。该阶段边坡安全系数应为各启动条块与其相应的下部条块安全系数综合对比后的结果。

第三阶段，土的内摩擦角 φ 值继续增大，体现为即使在残余应力状态，多数条块均能自身稳定，不产生向下的推力。此时，因为块体累加的下滑推力变小或没有，边坡的安全系数会陡然增加，而且即使局部条块失稳，也不会产生边坡的贯通滑动面或整体失稳。

以上分析是针对黏土边坡，基于莫尔–库仑强度准则，并采取衰减系数 $k_c = 0.0$，$k_\varphi = 1.0$ 将残余应力状态下的黏聚力折减为 0.0，内摩擦角不做折减计算剩余推力而得。对于其它土体如砂性土或岩质边坡，或不同的衰减系数取值，强度参数 c，φ 对剩余推力和安全系数的影响也将有所不同。如有条件可获取岩土体残余强度参数，可直接代入残余强度参数进行计算。

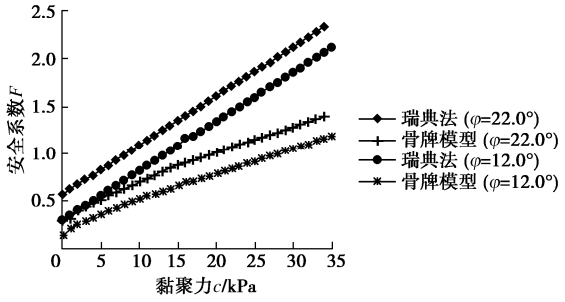


图 8 安全系数与黏聚力关系

Fig. 8 Relationship between safety factor and cohesive force

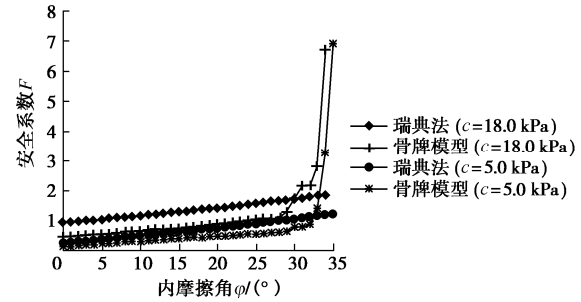


图 9 安全系数与内摩擦角关系

Fig. 9 Relationship between safety factor and internal friction angle

4 结　　论

（1）本文提出了一种新的分析边坡稳定性的方法，即多米诺骨牌模型分析方法。该方法也属于条分法。本文方法的特点在于在条分法框架下，分析了复杂的边坡渐进失稳过程，计算过程简便。

（2）骨牌模型分析方法是基于边坡渐进破坏的分析方法。边坡的渐进破坏就如多米诺骨牌的倒塌，所以可以根据逐个条块依次分析，获得其安全系数。

（3）骨牌模型定义了每个条块的局部安全系数和边坡的安全系数，也即边坡的安全系数由控制条块的局部安全系数决定。而控制条块是在形成某一滑动面时，所有组成滑体条块中具有最大局部安全系数的条块。而边坡的最小安全系数由所有滑动面所对应的控制条块的安全系数中，具有的最小安全系数。这样定义安全系数是出于骨牌模型的渐进破坏机制而考虑的，突破了传统条分法的常安全系数或整体安全系数假定的局限。

（4）骨牌模型定义了滑动条块中的启动条块和控制条块，并通过求解获得。这更便于更好更准确地治理边坡。

（5）通过算例，初步论证了本文方法的可行，并对计算结果做出了分析。

参考文献：

[1] FELLENIUS W. Caculation of the stability of earth dams[C]// Transactions of the 2nd Congress on Large Dams, 1936, Washington D C: 445 – 462.

[2] BISHOP A W. The use of the slip circle in the stability analysis of slopes[J]. Géotechnique, 1955, **5**: 7 – 17.

[3] JANBU N. Slope stability computations[C]// HIRSCHFIELD E, POULOS S, ed. Embankment Dam Engineering. Casagrande Memorial Volume, 1973, New York: John Wiley.

[4] 郑　宏, 李春光, 李焯芬, 等. 求解安全系数的有限元法[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(5): 626 – 628. (ZHENG Hong, LI Chun-guang, LEE C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(5): 626 – 628. (in Chinese))

[5] 郑　宏, 田　斌, 刘德富, 等. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(13): 2225 – 2230. (ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU De-fu, et al. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(13): 2225 – 2230. (in Chinese))

[6] 蹇宜霖. 基于渐进式破坏的滑坡稳定性分析[D]. 长沙: 湖南大学, 2018. (JIAN Yi-lin. Analysis of Landslide Stability

Based on Progressive Failure[D]. Changsha: Hunan University, 2018. (in Chinese))

[7] 叶伟波. 基于多米诺骨牌算法的动态路径诱导研究[D]. 西安: 长安大学, 2017. (YE Wei-bo. A Real-Time Path Navigating Researh Under Dynamic Traffic Conditions Based on Domino Algorithm[D]. Xi'an: Chang'an University, 2017. (in Chinese))

[8] 贾梅生, 陈国华, 胡 昆. 化工园区多米诺事故风险评价与防控技术综述[J]. 化工进展, 2017, **36**(4): 1534－1543. (JIA Mei-sheng, CHEN Guo-hua, HU Kun. Review of risk assessment and pre-control of Domino effect in Chemical Industry Park[J]. Chemical Industry And Engineering Progress, 2017, **36**(4): 1534－1543. (in Chinese))

[9] 李建军. 多米诺效应定量风险评估研究评述[J]. 中国公共安全(学术版), 2015(1): 40－44. (LI Jian-jun. Reviews on the quantitative risk assessment of domino effect[J]. China Public Security(Academic Edition), 2015(1): 40－44. (in Chinese))

[10] 卢应发, 邓国栋, 杨丽平, 等. 滑坡关键块力学行为及力传递特征和不同应力状态的稳定系数研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2014, **33**(5): 884－891. (LU Ying-fa, DENG Guo-dong, YANG Li-ping, et al. Study on mechanical behaviors of key block and characteristics of force transmit and stability coefficient of different stress states of landslide[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, **33**(5): 884－891. (in Chinese))

[11] 张芳枝, 陈晓平, 吴煌峰, 等. 东深供水工程风化泥质软岩残余强度特性研究[J]. 工程地质学报, 2003, **11**(1): 54－57. (ZHANG Fang-zhi, CHEN Xiao-ping, WU Huang-feng, et al. The characteristics of residual strength of soft clayey rocks of the east river-Shenzhen water supply project[J]. Journal of Engineering Geology, 2003, **11**(1): 54－57. (in Chinese))

[12] 谭文辉, 任奋华, 苗胜军. 峰值强度与残余强度对边坡加固的影响研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(增刊 1): 616－618. (TAN Wen-hui, REN Fen-hua, MIAO Sheng-jun. Influence of parameters of peak strength and residual strength on the reinforcement of slopes[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(S1): 616－618. (in Chinese))

[13] 刘 动. 基于滑带土剪切强度特性的边坡渐进性破坏研究[D]. 广州: 暨南大学, 2014. (LIU Dong. Analysis of the Progressive Failure of Slope Based on Shear Strength Character of Slip Zone Soils[D]. Guangzhou: Jinan University, 2014. (in Chinese))

[14] SKEMPTON A W. Residual strengthof clays in landslides, folded strata and the laboratory[J]. Géotechnique, 1985, **35**(1): 3－18.

[15] SKEMPTON A W. Long-term stability of clay slopes[J]. Géotechnique, 1964, **14**(2): 77－101.

[16] 王庚荪. 边坡的渐进破坏及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, **19**(1): 29－33. (WANG Geng-sun. The progressive failure of slope and the stability analysis[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, **19**(1): 29－33. (in Chinese))

[17] 陈文胜, 尹哲彬, 罗迎迎. 基于条分法原理的牵引式滑坡分析方法研究[J]. 交通科学与工程, 2019, **35**(3): 1－5. (CHEN Wen-sheng, YIN Zhe-bin, LUO Ying-ying. Research on tractive landslide analysis based on the slice method[J]. Journal of Transport Science and Engineering, 2019, **35**(3): 1－5. (in Chinese))

[18] 卢应发, 黄学斌, 刘德富. 推移式滑坡渐进破坏机制及稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, **35**(2): 333－345. (LU Ying-fa, HUANG Xue-bin, LIU De-fu. Mechanism and stability analyses of progressive failure of thrust-type landslides[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2016, **35**(2): 333－345. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101014

埋地排水管道高聚物注浆修复受力特性分析

徐建国，陈志豪，王 壬
（郑州大学水利科学与工程学院，河南 郑州 450001）

摘 要：高聚物注浆非开挖修复技术目前已广泛应用于地下管道的渗漏脱空修复处置，但对修复后管道计算理论和方法的研究相对不足。为此，依据弹塑性理论建立管－土－高聚物相互作用分析 Winkler 模型和 Vlazov 模型，推导了高聚物注浆修复管土相互作用计算公式，基于传递矩阵法，编制了 MATLAB 计算程序。计算分析结果与管道试验结果进行了对比，探讨了多工况下不同因素对高聚物注浆修复后管道内力和变形的影响等。分析结果表明：模型计算得出的径向变形和环向弯矩数值及变化趋势与试验值符合较好，其中采用 Vlazov 模型得到的结果与试验值更为接近。此外管道底部脱空对管道的整体力学性能有较大的影响，高聚物注浆后对于脱空管道具有较好的修复作用，分析显示修复后管道的内力和变形接近正常管道。研究方法和计算结果对管道高聚物注浆修复分析与管道脱空修复设计具有参考价值。

关键词：埋地排水管道；高聚物注浆修复；双参数模型；传递矩阵法

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0121－09

作者简介：徐建国(1965—)，男，博士，教授，主要从事岩土工程安全修复等方面的研究工作。E-mail：jianguoxu@zzu.edu.cn。

Mechanical characteristics of buried drainage pipes repaired by polymer grouting technology

XU Jian-guo, CHEN Zhi-hao, WANG Ren
(School of Water Conservancy and Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The polymer grouting technology can be used to repair the leakage and subsidence of buried pipelines, but there have been insufficient researches on the calculation theory and methods of the pipeline repairing process. Therefore, a Winkler model and a Vlazov model are established to analyze the pipe-soil-polymer interaction based on the elastoplastic theory, the relevant formulas for the pipe-soil interaction under polymer grouting are derived, and a MATLAB calculation program is compiled based on the transfer matrix method. Then the calculated values are compared with the experimental ones of pipelines, and the influences of different factors on the internal forces and deformations of the polymer-repaired pipelines are discussed under different work conditions. The results show that the values and trends of the radial deformations and circumferential bending moments calculated by the models are consistent with the experimental results, and the results obtained by the Vlazov model are closer to the experimental values. In addition, the void at the bottom of the pipelines has a negative impact on their overall mechanical properties. However, the polymer grouting can repair disengaged pipelines effectively and even restore their mechanical properties to normal levels. The proposed methods and the calculated results are valuable for polymer repairing analysis and void repairing design of the pipelines.

Key words: buried drainage pipe; polymer grouting repairing; two-parameter model; transfer matrix method

0 引 言

城市排水管网肩负着城市污水、雨水排放的重任，是现代城市重要的基础设施。但中国大部分市政排水管道铺设于20世纪80年代以前，随着使用年限的临近，管道老化严重，管道下部脱空、沉降、管道腐蚀、渗漏、断裂等灾害不断发生，导致管道无法正常使用[1]，更严重的是因此产生的地面塌陷，地下水污染等事故频发。排水管道的传统修复方式主要是现场整体开挖进行局部修复或管道整体更换，该方式成本昂贵且对城市道路及周围居民生活造成严重影响。高聚物注浆修复技术是一种高效的非开挖修复技术，通过向管道结构脱空渗漏处注射高聚物注浆材料，利用非水反应类高聚物材料本身的膨胀性及固化后的高黏结性，达到填充脱空、封堵渗漏和抬升沉降管道的目的（如图

基金项目：国家重点研发计划项目（2016YFC0401608）；国家自然科学基金项目（52079128）；河南省科技攻关项目（182102210013）
收稿日期：2020－06－03
*通信作者（E-mail:519685309@qq.com）

1，2 所示），目前该技术已成功应用于多种地下管道修复项目中[2-3]。

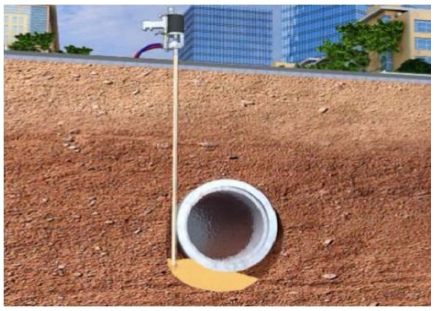


图 1 高聚物注浆填充管道脱空

Fig. 1 Polymer grouting fills the void outside pipe



图 2 高聚物注浆抬升管道沉降

Fig. 2 Polymer grouting lifts the settlement pipe

对于高聚物修复管道的力学性能，目前多利用有限元软件进行模拟或进行试验探究，对修复后管道计算理论和方法的研究相对不足。如徐建国等[4]采用 ABAQUS 软件计算了地下管道高聚物注浆修复后的受力情况，结果表明高聚物注浆后，管道内最大拉压应力和最大竖向位移均明显减小；李斌等[5]对修复后管道在车辆荷载下的力学性能进行了有限元分析，结果显示管道经高聚物修复后，其受力变形恢复到了正常管道水平；张倩倩[6]利用有限元软件分析了高聚物浆液膨胀扩散对管道应力应变的影响；Wang 等[7]进行了高聚物注浆修复钢筋混凝土排水管道在冲击荷载与车辆荷载下的足尺试验，结果表明高聚物注浆可以有效地修复脱空管道。

通常对埋地管道进行计算分析时，需要考虑管与周围介质的相互作用。国内外学者对此进行了大量研究，如 Kjartanson 等[8]通过将管道模化为一系列梁单元，管周的填充土模化为一个非线性材料，从而提出了不开槽埋设管道的管－土相互作用有限元分析法；Lee 等[9]利用有限元模型来反映土壤特性、回填和原位条件，提出了考虑管－土相互作用的地下管道水平挠度方程；Jung 等[10]利用 Mohr-Coulomb 屈服准则建立了粒状土壤中管－土相互作用的有限元模型；可文海等[11]利用 Pasternak 模型模拟管–土相互作用，计算了盾构隧道下穿管道施工引起的管道处土体竖向位移；王小龙等[12]基于 Winkler 地基梁理论，建立了埋地钢管在局部悬空时管－土相互作用的力学模型；刘全林等[13]基于地埋管道受力特征的实测结果，建立了地埋管道与土的相互作用分析组合模型，并给出了模型参数的确定方法。上述文献研究多集中于管－土相互作用，而对于高聚物注浆修复管道则需要考虑管－土－高聚物之间的相互作用。因此本文基于弹塑性理论建立考虑管－土－高聚物相互作用的 Winkler 模型和 Vlazov 模型，采用传递矩阵法，编制了 MATLAB 计算程序，经对地下管道高聚物注浆修复前后的受力变形特性的对比计算，并通过参照现场试验结果，探讨了 Winkler 模型和 Vlazov 模型的准确性和合理性。最后采用 Vlazov 模型分析计算了多工况下管道脱空高聚物注浆修复后的受力变形特性。

1 管－土－高聚物相互作用分析模型

1.1 管－土－高聚物相互作用 Winkler 模型

Winker所提出的土介质理想化弹性模型是假设土介质表面任一点处的位移 ω 与作用在该点的应力 q 成正比而与作用在其他各点的应力无关[14]，即

$$q(x,y)=k\omega(x,y) \quad , \tag{1}$$

式中，$q(x,y)$ 为作用在土介质表面的压力，$\omega(x,y)$ 为土介质表面的沉降，k 为基底反力系数。

方程（1）是Winker模型的响应函数。该模型将土介质理想化为一系列各自独立的弹簧单元，其弹簧常数为 k 。将土与高聚物都简化为弹性材料即可得出管－土－高聚物相互作用Winkler模型，如图3所示。

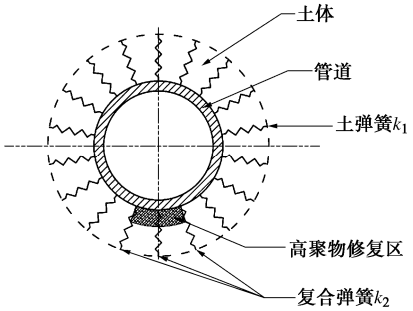


图 3 管－土－高聚物相互作用 Winkler 模型

Fig. 3 Winkler model for pipe-soil-polymer interaction

对于其中的模型参数 k_1，可按地基承载板试验结果确定，或根据加州承载比试验结果确定。而模型参数 k_2 可通过求解无限弹性介质中圆形边界上均匀径向位移，从而求得基底反力系数 k_2 。

对于平面应变的轴对称问题，取应力函数[15]为 $\Phi=A\ln r+Br^2\ln r+Cr^2+D$，当不计体力时则有

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{A}{r^2} + B(1+2\ln r) + 2C\ ,\\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2} + B(3+2\ln r) + 2C\ ,\\ \tau_{r\theta} &= 0\ 。\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

式中，Φ 为应力系数，A，B，C，D 为系数，r 为半径，σ_r，σ_θ 分别为径向应力与切向应力。

由位移单值性可得 $B=0$，其次在距离原点无穷远处，由圣维南原理可知 $\sigma_r=\sigma_\theta \longrightarrow 0$ 从而可得 $C=0$。将 $B=0$，$C=0$ 代入式（2）化简可得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{A}{r^2}\ ,\\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2}\ 。\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

由平面应变的胡克定律，并将式（3）代入可得

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_{r1} &= \frac{1}{E_\mathrm{g}}(\sigma_r - \nu_\mathrm{g}\sigma_\theta) = \frac{A(1+\nu_\mathrm{g})}{E_\mathrm{g} r^2}\ ,\\ \varepsilon_{r2} &= \frac{1}{E_\mathrm{s}}(\sigma_r - \nu_\mathrm{s}\sigma_\theta) = \frac{A(1+\nu_\mathrm{s})}{E_\mathrm{s} r^2}\ 。\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

式中，ε_{r1}，ε_{r2} 分别为高聚物层与土层的应变，E_g，ν_g 分别为高聚物的弹性模量与泊松比，E_s，ν_s 分别为土的弹性模量与泊松比。

圆形边界上均匀径向位移可为

$$u = \int_R^{R+D} \varepsilon_{r1}\mathrm{d}r + \int_{R+D}^{\infty} \varepsilon_{r2}\mathrm{d}r\quad , \tag{5}$$

式中，D为高聚物层厚度。

将式（4）代入式（5）从而得到径向位移：

$$u = \frac{A}{R+D}\left(\frac{1+\nu_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}} - \frac{1+\nu_\mathrm{g}}{E_\mathrm{g}}\right) + \frac{A(1+\nu_\mathrm{g})}{E_\mathrm{g} R}\quad 。 \tag{6}$$

按Winker模型中弹性参数 k 的定义，将式（3），（6）代入，则得到高聚物层的基底反力系数为

$$k_2 = \frac{\sigma_\mathrm{r}}{u} = \frac{1}{\dfrac{R^2}{R+D}\left(\dfrac{1+\nu_\mathrm{s}}{E_\mathrm{s}} - \dfrac{1+\nu_\mathrm{g}}{E_\mathrm{g}}\right) + \dfrac{R(1+\nu_\mathrm{g})}{E_\mathrm{g}}}\quad 。 \tag{7}$$

1.2　管－土－高聚物相互作用 Vlazov 模型

Winkler模型由于在描述自然土体的连续性态中所固有的缺陷以及Winkler模型只适用于地基土（压缩层）很薄的情况，而当压缩层较厚时就会产生较大误差。为了改进Winkler模型的上述缺陷，通过在弹性连续介质模型中引入约束或简化位移分布与应力的某些假设，从而得到一种新的模型，称为双参数模型[14]。Vlazov模型是一种双参数模型，它所列出的模型公式是以变分法的应用为基础，通过引进一些能简化各向同性线弹性连续介质基本方程的位移约束而导出的。其响应函数为

$$q(x,y) = K\omega(x,y) - T\nabla^2\omega(x,y)\quad , \tag{8}$$

式中，$q(x,y)$ 为作用在土介质表面的压力，$\omega(x,y)$ 为土介质表面的沉降，∇^2 为拉普拉斯算子，K 为压应力作用下对土介质变形的度量，T为对邻近土单元体传递性的度量。

该模型也适用于非均匀的弹性层，将土与高聚物都简化为弹性材料即可得出管－土－高聚物相互作用分析Vlazov模型，如图4所示。

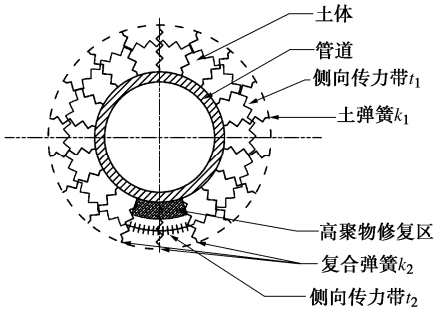


图 4　管－土－高聚物相互作用 Vlazov 模型

Fig. 4 Vlazov model for pipe-soil-polymer interaction

可通过求解双参数模型的地基控制方程来求得模型参数。弹性层在平面应变状态下，在 x－z 平面内假设土层中任一点M的位移满足

$$\bar{u}(x,z) = 0, \bar{\omega}(x,z) = \omega(x)\varphi(z), \left[\varphi(0)=1, \varphi(H)=0\right], \tag{9}$$

式中，$\varphi(z)$ 为描述 z 方向位移 $\omega(x,z)$ 的变化函数。

利用平面应变条件下的应力与应变关系可得

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{z1} &= \frac{E_1}{1-\nu_1^{\,2}}\omega(x)\varphi'(z)\ ,\\ \tau_{xz1} &= \frac{E_1}{2(1+\nu_1)}\omega'(x)\varphi(z)\ ,\\ \sigma_{z2} &= \frac{E_2}{1-\nu_2^{\,2}}\omega(x)\varphi'(z)\ ,\\ \tau_{xz2} &= \frac{E_2}{2(1+\nu_2)}\omega'(x)\varphi(z)\ 。\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

式中　$E_1 = E_\mathrm{g}/(1-\nu_\mathrm{g}^{\,2})$，$\nu_1 = \nu_\mathrm{g}/(1-\nu_\mathrm{g})$；$E_2 = E_\mathrm{s}/(1-\nu_\mathrm{s}^{\,2})$，$\nu_2 = \nu_\mathrm{s}/(1-\nu_\mathrm{s})$；$E_\mathrm{g}$，$\nu_\mathrm{g}$ 为高聚物的弹性模量与泊松比，E_s，ν_s为土的弹性模量与泊松比。

利用拉格朗日虚功原理，取虚位移 $\delta\bar{u}=0$，$\delta\bar{\omega} = \varphi(z)\delta\omega$，得到外力所作的虚功为

$$U_\mathrm{e} = bq(x)\varphi(0)\delta\omega\mathrm{d}x + b\int_0^{H_1}\frac{\partial \tau_{xz1}}{\partial x}\varphi(z)\delta\omega\mathrm{d}x\mathrm{d}x + b\int_{H_1}^{H}\frac{\partial \tau_{xz2}}{\partial x}\varphi(z)\delta\omega\mathrm{d}x\mathrm{d}z\quad 。 \tag{11}$$

内力所作的虚功为

$$U_i = -b\int_0^{H_1}\sigma_{z1}\varphi'(z)\delta\omega\mathrm{d}x\mathrm{d}z - b\int_{H_1}^{H}\sigma_{z2}\varphi'(z)\delta\omega\mathrm{d}x\mathrm{d}z\ 。 \tag{12}$$

由 $U_e+U_i=0$，代入式（10）并消去 $\delta\omega\mathrm{d}x$ 可得

$$q(x)=K\omega(x)-2T\frac{\mathrm{d}^2\omega(x)}{\mathrm{d}x^2} \quad 。 \tag{13}$$

式中，$K=\dfrac{E_1}{1-\nu_1^2}\int_0^{H_1}[\varphi'(z)]^2\mathrm{d}z+\dfrac{E_2}{1-\nu_2^2}\int_{H_1}^{H}[\varphi'(z)]^2\mathrm{d}z$，$T=\dfrac{E_1}{4(1+\nu_1)}\int_0^{H_1}\varphi^2(z)\mathrm{d}z+\dfrac{E_2}{4(1+\nu_2)}\int_{H_1}^{H}\varphi^2(z)\mathrm{d}z$。

对于函数 $\varphi(z)$，Vlazov提出了线性与非线性表达式分别为

$$\varphi_1(z)=1-z/H,\quad \varphi_2(z)=\frac{\mathrm{sh}\left[\gamma(H-z)/L\right]}{\mathrm{sh}\left[\gamma h/L\right]}。$$

式中 H为计算弹性层厚度，L为地埋管道计算长度，γ 为反映基础梁特性的常数，通常取1.5。本文中对于高聚物层，取线性表达式，对于土层，采用非线性表达式。将其代入K，T计算表达式可得模型参数如下：

$$K_1=\frac{E_2}{H(1-\nu_2)^2}\cdot\frac{\gamma H}{2L}\left(\frac{\mathrm{sh}(\gamma H/L)\mathrm{ch}(\gamma H/L)+\gamma H/L}{\mathrm{sh}^2(\gamma H/L)}\right),$$

$$T_1=\frac{E_2H}{12(1+\nu_2)}\cdot\frac{3L}{2\gamma H}\left(\frac{\mathrm{sh}(\gamma H/L)\mathrm{ch}(\gamma H/L)-\gamma H/L}{\mathrm{sh}^2(\gamma H/L)}\right),$$

$$K_2=\frac{E_1}{H_1(1-\nu_1)^2}+\frac{E_2}{H(1-\nu_2)^2}\cdot\frac{\gamma H}{2L}\cdot[\mathrm{sh}(\gamma H/L-\gamma H_1/L)\cdot \mathrm{ch}(\gamma H/L-\gamma H_1/L)+\gamma H/L-\gamma H_1/L]/\mathrm{sh}^2(\gamma H/L),$$

$$T_2=E_1H_1/12(1+\nu_1)+E_2H/12(1+\nu_2)\cdot 3L/2\gamma H\cdot[\mathrm{sh}(\gamma H/L-\gamma H_1/L)\cdot\mathrm{ch}(\gamma H/L-\gamma H_1/L)-\gamma H/L+\gamma H_1/L)]/\mathrm{sh}^2(\gamma H/L)。$$

2 基于传递矩阵法的管道平面应变问题分析

2.1 传递矩阵法

传递矩阵法是以受力杆件的基本微分方程为基础，采用矩阵相乘来求出杆件各截面的内力和位移值，从而对杆件进行力学分析的一种方法[16]。其计算过程为

$$S_i=U_iU_{i-1}\cdots U_2U_1S_0 \quad , \tag{14}$$

式中，S_0 为初始状态矢量，S_i 为末端状态矢量，U_1，U_2，…，U_i，U_{i-1} 为各段的传递矩阵。

2.2 管道计算模型描述

为计算简便，将管道简化为平面应变问题，忽略管道横截面的不圆度，将其假设为圆环形，并且考虑作用在管道上的荷载为对称荷载，因此只需对管道的一半进行计算分析。如图5所示，取单位长度管道，管道壁厚为t，半径为R，将管道的一半划分为n个单元，同时由于管道的不同位置，管土的变形趋势不同并且不同位置土体的压实程度也会有区别，所以与管道相接触的高聚物和土体也相应的被划分为三部分，分别为：底部支承区、胸腔区、管顶区。

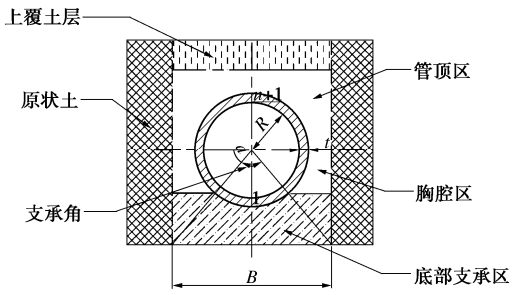


图 5 管道计算模型

Fig. 5 Computational model for buried pipe

将划分的n个单元都假设为梁单元，并按顺序刚性连接，取第i单元作为研究对象，其受力简图如图6所示。

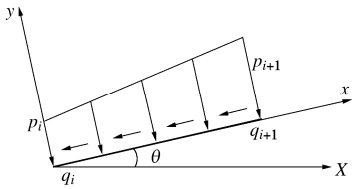


图 6 单元受力简图

Fig. 6 Forces acting on elements

图6中，p_i，q_i 为i节点处的径向荷载和切向荷载，p_{i+1}，q_{i+1} 为$i+1$节点处的径向荷载和切向荷载，l为单元i的长度，θ 为i单元与总体坐标系中 X 轴的夹角。

设在外力作用下，管道i单元中i节点处的切向位移为u_i，径向位移为v_i，转角为ω_i，弯矩为M_i，轴力为N_i，剪力为T_i。在局部坐标系中，由平衡条件和物理方程可得

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x}=-K'y+2T\frac{\mathrm{d}^2y(x)}{\mathrm{d}x^2}-p_i\left(1-\frac{x}{l}\right)-p_{i+1}\frac{x}{l},\\&\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x}=q_i\left(1-\frac{x}{l}\right)+q_{i+1}\frac{x}{l},\\&\frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}x}=T\quad,\quad\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}=-\frac{N}{ES},\\&\frac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}x^2}=\frac{M}{EI}\quad,\quad\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=\varpi\ 。\end{aligned}\right\} \tag{15}$$

求解式(15)，并满足边界条件：当$x=0$时，$u=u_i$，$v=v_i$，$\omega=\omega_i$，$M=M_i$，$N=N_i$，$T=T_i$；当$x=l$时，$u=u_{i+1}$，$v=v_{i+1}$，$\omega=\omega_{i+1}$，$M=M_{i+1}$，$N=N_{i+1}$，$T=T_{i+1}$。可得

$$\{S_{i+1}\}=[U_{i,i+1}]\{S_i\} \quad , \tag{16}$$

式中，$\{S_i\}=\{u_i,v_i,\omega_i,M_i,N_i,T_i,1\}$ 为i节点处的内力和位移列阵，$[U_{i,i+1}]$ 为 7×7 的传递矩阵，$\{S_{i+1}\}=\{u_{i+1},v_{i+1},\omega_{i+1},M_{i+1},N_{i+1},T_{i+1},1\}$ 为$i+1$节点处的内力和位移列阵。

通过坐标转换矩阵 R 可将式（16）变为整体坐标系下的传递关系：

$$\left\{\overline{S}_{i+1}\right\}=[\overline{U}_{i,i+1}]\left\{\overline{S}_i\right\} \quad 。 \tag{17}$$

式中 $[\overline{U}_{i,i+1}]=R[U_{i,i+1}]R^{-1}$，为 i 单元的传递矩阵，$\left\{\overline{S}_i\right\}$、$\left\{\overline{S}_{i+1}\right\}$ 分别为整体坐标系下 i 节点与 $i+1$ 节点处的内力和位移列阵，R 为 i 单元的坐标转换矩阵。已知各单元的传递矩阵后，将其代入式（14）可得

$$\left\{\overline{S}_n\right\}=[\overline{U}_{n,n+1}][\overline{U}_{n-1,n}]\cdots[\overline{U}_{2,3}][\overline{U}_{1,2}]\left\{\overline{S}_1\right\} \quad 。 \tag{18}$$

由 $u_1=\omega_1=T_1$，$u_n=\omega_n=T_n$，代入式（18）即可求得 v_1，M_1，N_1 和 v_n，M_n，N_n。

再以1节点为已知量，代入

$$\left\{\overline{S}_i\right\}=[\overline{U}_{i,i+1}][\overline{U}_{i-1,i}]\cdots[\overline{U}_{2,3}][\overline{U}_{1,2}]\left\{\overline{S}_1\right\} \quad , \tag{19}$$

即可求得任意节点的内力和位移。求出节点的位移后，可以确定各单元相应的接触压力。结合土体的弹–塑性变形法则和管道本身的变形量，部分接触压力将被限制以满足土的塑性条件，然后经迭代计算使之满足所有的边界条件和变形准则。

2.3　程序实现

根据上述计算过程，利用MATLAB编制了管道应力计算程序，其计算流程图如图7所示。

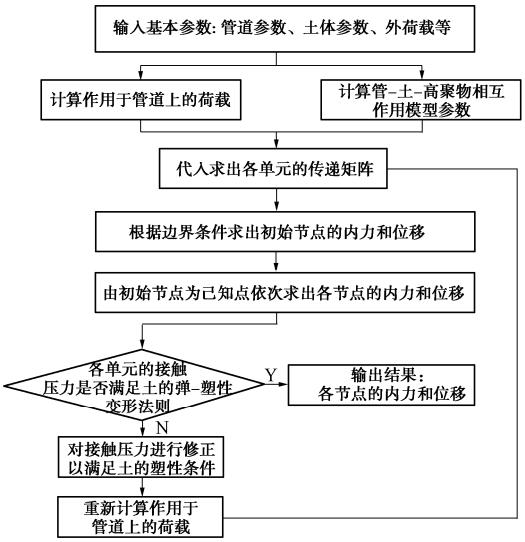


图 7　管道应力计算程序流程图

Fig. 7 Flow chart of stress program for pipe

3　试验概述及数据处理

管道试验在室外现场区域进行，开挖长、宽、深为 8 m×2.3 m×2.3 m 的试验坑。选择 3 个完整的管段和两个半管段，有效长度为 8 m。管道放置到沟槽中后，开始回填，每层厚约 0.2 m，用小夯夯实土壤。然后对同一根管道先后进行正常、脱空、注浆修复等工况的试验。通过在管内外壁黏贴应变片来测量荷载作用下管道的内外应变。试验所用管道、土壤和高聚物性能参数如表 1 所示，试验管道剖面图及现场试验图如图 8 所示。

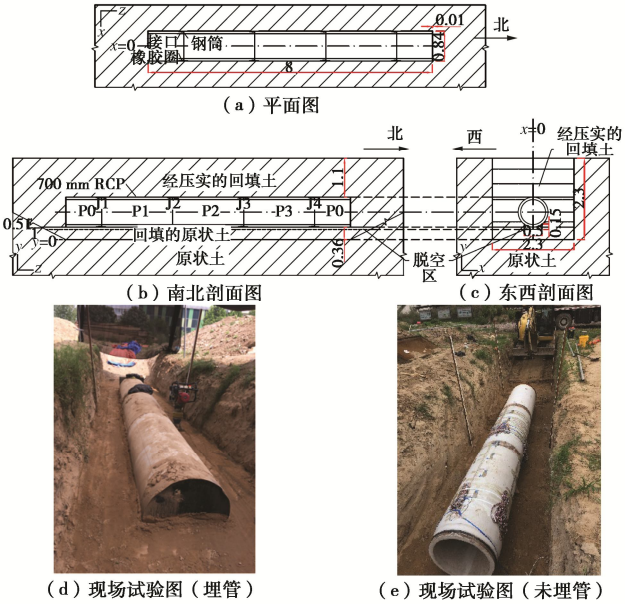


图 8　试验管道剖面图及现场试验图

Fig. 8 Sectional drawing of test pipes and pictures of field tests

表 1　试验所用管道、土壤和高聚物性能参数表

Table 1 Performance parameters of pipes, soil and polymer

材料	密度 /(kg·m^{-3})	弹性模量/MPa	泊松比	黏聚力 /kPa	内摩擦角/(°)
管道	2400	30000	0.3	—	—
填土	1980	60	0.3	40	30
高聚物	240	20	0.2	—	—

为了将试验值与模型计算结果进行更好的对比，需要对试验数据进行一定处理。根据文献[17]可知管道弯矩与内外管壁应变之间的关系如下：

$$M=EI\left(\frac{\varepsilon_{\text{in}}-\varepsilon_{\text{out}}}{h}\right), \tag{20}$$

式中，M 为管道弯矩，E 为管道弹性模量，I 为截面惯性矩，ε_{in}，ε_{out} 分别为内外管壁应变，h 为管壁厚度。

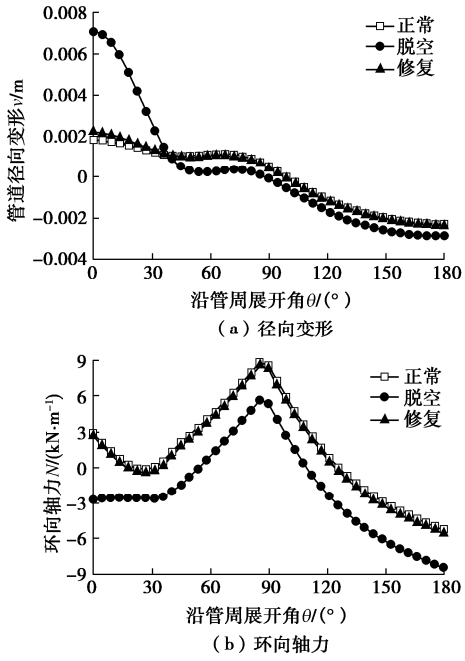
在管道设计中，管道自身承受外部荷载的能力通过管道刚度来定义，其与管壁的几何形状和管道材料类型有关。同时在 ASTM D 2412—11[18]中，管道刚度还被定义为：使管道产生一定百分比变形（即 5%）的荷载与沿荷载施加方向管道内径变形量的比值，因此已知管道刚度和荷载大小可以根据

$$\Delta y=\frac{F}{PS} \tag{21}$$

近似求出相应的管道径向变形。式中，Δy 为管道径向变形，F 为管壁上的径向应力，PS 为管道刚度。

4 模型计算及与试验结果对比

依据试验情况，取静荷载作用管段为计算管道，采用不同的管－土－高聚物相互作用模型，其计算结果如图9，10所示。图9（a），（b）分别表示正常、脱空和高聚物修复情况下，采用Winkler模型计算所得的管道径向变形和环向轴力对比图，同样的图10（a），（b）表示采用Vlazov模型计算所得的结果图。从图9，10可知，修复后管道的径向变形会略大于正常值，而轴力与正常值基本一致，正常与高聚物修复后的径向变形最大差值都出现在管道底部，分别为0.4 mm（采用Winkler模型）与1 mm（采用Vlazov模型）。由此可见，高聚物注浆后管道的变形与力学性能可以恢复到正常水平。在脱空条件下，管道底部的径向变形与管顶的轴力会出现明显的增大现象，与正常条件相比，底部的径向变形增大了3.9倍（采用Winkler模型）与5.3倍（采用Vlazov模型），同样的，顶部的环向轴力分别增大了1.6倍和2.0倍。说明底部脱空对于管道的力学特性会有很大的影响。

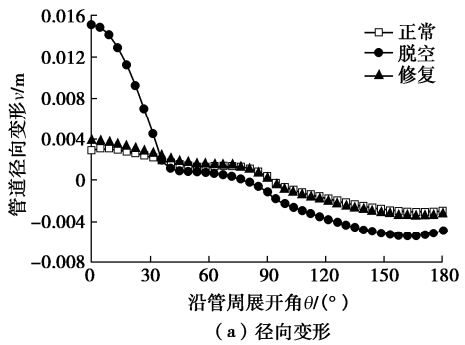


（a）径向变形

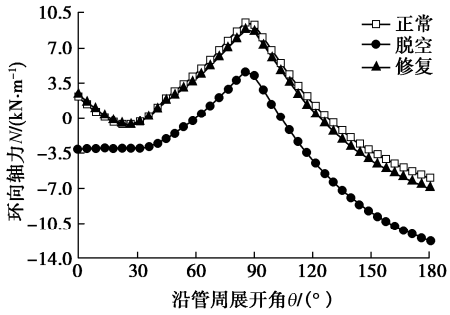
（b）环向轴力

图 9 Winkler 模型计算结果

Fig. 9 Calculated results of Winkler model



（a）径向变形



（b）环向轴力

图 10 Vlazov 模型计算结果

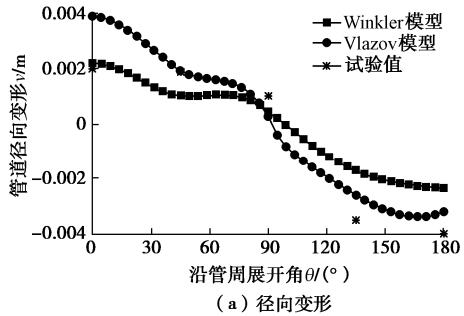
Fig. 10 Calculated results of Vlazov model

表2为正常与修复条件下管－土－高聚物相互作用分析模型参数的比较。由表2可知，Winkler模型计算出的修复后地基反力系数为正常值的66%，而Vlazov模型达到了正常值的91%，说明Vlazov模型计算出的修复后结果会与正常值更为接近。图11给出了采用不同分析模型得到的径向变形和环向弯矩与试验值的对比。由图11（a），（b）可以看出，模型计算得出的径向变形和环向弯矩变化趋势图与试验值基本一致，与试验值相比最大径向变形差值都为2 mm，误差较小，说明建立的计算方法是可靠的。并且Vlazov模型计算结果明显比Winkler模型计算结果大，这是由于Vlazov模型增加了土体的侧向传力作用，考虑了土介质的荷载传递性，比Winkler模型合理。由图11（a）可知，采用Vlazov模型计算的径向变形与试验值较接近，除管顶处，计算误差在2%～25%，在45°管腰处，模型计算结果与试验值最接近，Winkler模型计算结果与试验值误差较大，达9%～55%。由图11（b）可知，在环向弯矩计算中，Winkler模型计算结果与试验值的误差在管底、管侧、管顶分别为35%，21%，12%，同理Vlazov模型与试验值的误差分别为18%，16%，11%，因此，采用Vlazov模型计算的环向弯矩与试验值较接近。综上所述，相比于Winkler模型，Vlazov模型与管道实际受力情况符合得更好。

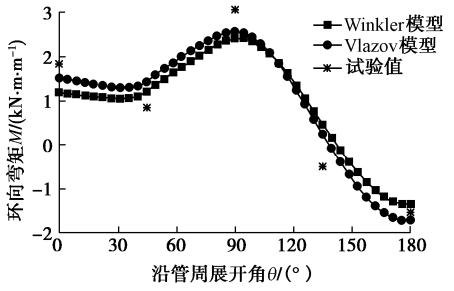
表 2 相互作用分析模型参数

Table 2 Parameters of interaction analysis model

模型参数 /(N·m^{-3})	底部支承区（修复）	底部支承区（正常）	修复/正常/%
Winkler 模型 K	68945	105230	66
Vlazov 模型 K	82842	91434	91
Vlazov 模型 T	66	91	73



（a）径向变形



（b）环向弯矩

图 11 模型计算结果与试验对比

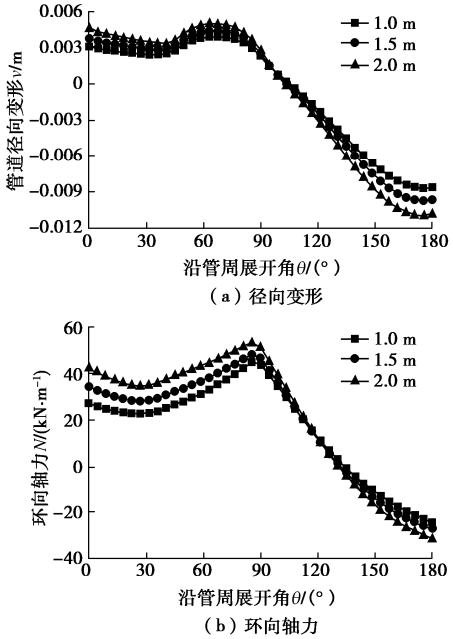
Fig. 11 Comparison between model and test results

5 不同因素对修复后管道内力和变形的影响

埋地管道的内力和变形受到管道埋深、管径、管道材料、地面荷载及周围填土的性质等诸多因素的影响，同时由于利用 Vlazov 模型来模拟管－土－高聚物的相互作用更加符合实际情况，因此下文将采用 Vlazov 模型对管道脱空高聚物注浆修复后不同工况下的管道进行计算。

5.1 不同埋深的影响

图 12 分别为覆土深度是 1.0，1.5，2 m 时修复后管道的径向变形和环向轴力对比图。从图中可以看出，不同埋深时，径向变形和轴力的变化趋势是一致的，随着埋深增大，其数值会明显增大。在图 12（a）中，由于选用坐标系的不同，虽然管道底部变形为正值，顶部为负值，但二者都是向下的，顶部变形量会大于底部变形量。而对于管道的环向弯矩和轴力，从图 12（b）可看出，轴力分布在管顶处呈压缩状态，在管腰下部呈拉伸状态，且轴向最大拉应力大于最大压应力。



（a）径向变形

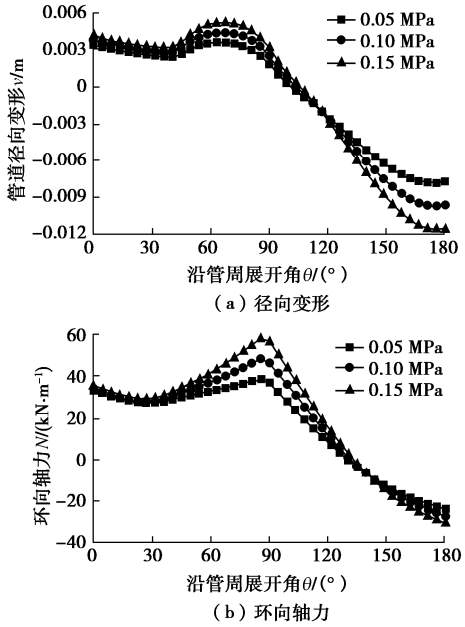
（b）环向轴力

图 12 不同埋深下管道的计算值

Fig. 12 Calculated values of pipes at different buried depths

5.2 不同附加荷载的影响

图 13 为管顶施加不同大小荷载时，修复后管道的径向变形和环向轴力对比图。随着管道附加荷载的增加，管顶处的径向变形以及管腰处的轴力都出现了明显的增大。从图 13（a）可知，荷载为 0.1，0.15 MPa 时管底的径向变形分别为 0.05 MPa 时管底径向位移的 1.1 倍和 1.2 倍；其管顶的径向变形分别为 0.05 MPa 时管顶径向位移的 1.3 倍和 1.5 倍，由此可见，同样荷载变化下，管顶的变形变化率要大于管底，这是因为相对于管顶，管底的埋深更大，而随着土壤厚度的增加，与土压力相比，附加载荷对管道的影响会变小，同时管土相互作用加强，这也在一定程度上限制了管道的变形。



（a）径向变形

（b）环向轴力

图 13 不同荷载下管道的计算值

Fig. 13 Calculated values of pipes under different loads

5.3 不同土壤弹性模量的影响

图 14 为改变回填土的弹性模量时，修复后管道的径向变形和环向弯矩对比图。从图 14（a）可知，在管腰以下，高聚物注浆修复区的径向变形随回填土弹性模量的增大而增大，在非脱空区则呈现相反趋势，图 14（b）中的弯矩也有相同的变化趋势。由此可见，非脱空区的管土相互作用随着土体弹性模量的增大而加强，但在高聚物注浆修复区，由于高聚物的加入，与原来的土层一起形成了复合土层，管道与复合土层之间的相互作用则随着土体弹性模量的增大而减弱。从图 14（b）可以看出，在非脱空区，管腰下部和管顶处的弯矩呈相反的变化趋势，这是因为，管道内力随回填土弹性模量的变化而变化是两个方面效应共同作用的结果[19]，增大管周土体弹性模量一方面增加了

土体对管道的弹性抗力，增强了管土相互作用，使管壁内力分布更加均匀，从而降低了管道内力，但另一方面也增大了管道基础的刚度导致了更大的管顶竖向应力，这会使管道内力随之增大。在管顶区，由于埋深较浅，管顶竖向应力起主导作用，因此图 14（b）中管顶区的弯矩随回填土弹性模量的增大而增大，而在管腰以下，埋深相对较深，管土相互作用起主导作用，弯矩也就随之减小。

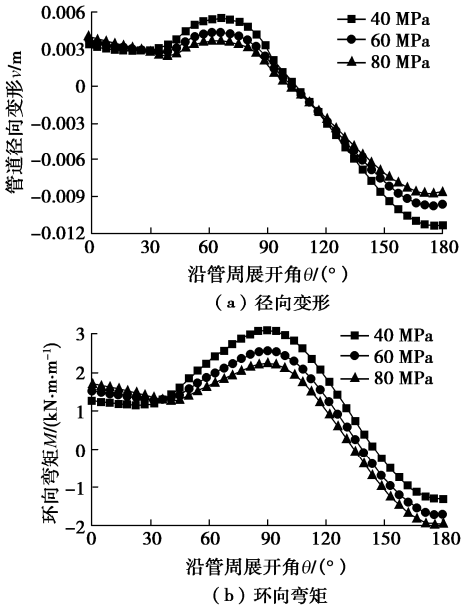
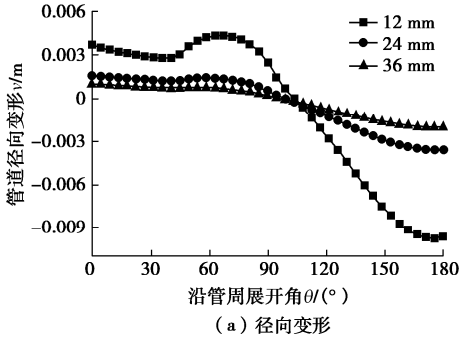


图 14 不同土壤弹性模量下管道的计算值

Fig. 14 Calculated values of pipes under different elastic moduli of soil

5.4 不同管壁厚度的影响

图 15 为不同管壁厚度下，修复后管道的径向变形和环向弯矩对比图。从图中可以看出，管道的环向弯矩随着管壁厚度的增大而增大，径向变形则呈相反趋势。这是由于，同一直径管道，管壁厚度不同，管道的抗弯刚度也就不同，增加管壁厚度实际就是增加了管道的截面刚度，从而导致管道径向变形的减小，但刚度的增大也会使管土之间的变形协调能力降低，使得管顶竖向应力增大，从而增大了管周的应力分布，因此管道的弯矩也随之增大。



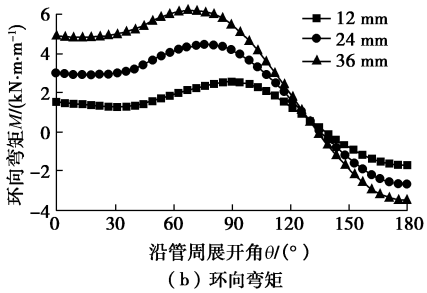


图 15 不同管壁厚下管道的计算值

Fig. 15 Calculated values of pipes with different pipe thicknesses

6 结 论

为了对高聚物注浆修复脱空渗漏的地下管道开展受力变形特性分析，本文基于弹塑性理论分别建立了考虑管－土－高聚物相互作用的Winkler模型和Vlazov模型，采用传递矩阵法，编制了MATLAB计算程序，经对地下管道高聚物注浆修复前后的受力变形特性的对比计算，并通过参照现场试验结果，探讨了Winkler模型和Vlazov模型的准确性和合理性。最后采用Vlazov模型开展了管道脱空高聚物注浆修复后受力变形特性研究，工况包括管道埋深、荷载集度、回填土弹性模量、管道壁厚等因素，得到以下6点结论。

（1）考虑管－土－高聚物相互作用的Winkler模型和Vlazov模型计算得出的径向变形和环向弯矩计算值与试验值基本一致，验证了模型的准确性和合理性，Vlazov模型计算结果与试验值更为接近。

（2）管道底部的脱空对管道的整体受力变形力学特性有很大影响，底部脱空区使管道的径向变形和轴向内力明显增大。但经高聚物注浆修复后，管道的径向变形和轴向内力接近正常管道，说明高聚物注浆具有较好的修复管道功能。

（3）随着管道埋深和附加荷载的增大，管道的径向变形、环向弯矩和环向轴力都有不同程度的增大。

（4）管道的径向变形随回填土弹性模量的增大而减小，随着管道周围填充土弹性模量的增大，管土相互作用也随之加强，更有利于发挥土介质对外荷载的支承作用，从而对管道的整体受力有利。

（5）管道的环向弯矩和轴力随着管壁厚度的增大而增大，径向变形则呈相反趋势，管壁厚度的增加使得管道截面刚度增大，从而导致管道径向变形的减小。

（6）高聚物注浆修复技术是一种高效的非开挖修复技术，通过向管道结构脱空渗漏处注射高聚物注浆材料，利用非水反应类高聚物材料本身的膨胀性及固化后的高黏结性，达到填充脱空、封堵渗漏和抬升沉降管道的目的，目前该技术已成功应用于地下管道的渗漏脱空修复工程。本研究为管道高聚物注浆修复设计施工提供了一定的理论参考。

参考文献：

[1] 林明波. 福州市某片区污水管道健康状况检测与分析[J]. 中国给水排水, 2014, **30**(9): 96－98. (LIN Ming-bo. Health inspection and analysis of sewer system in an area of Fuzhou city[J]. China Water & Waste Water, 2014, **30**(9): 96－98. (in Chinese))

[2] SHI M, WANG F, LUO J. Compressive strength of polymer grouting material at different temperatures[J]. Journal of Wuhan University of Technology (Materials Science Edition), 2010, **25**(6): 962－965.

[3] 唐　瑶, 李碧清, 肖先念, 等. 高聚物注浆技术在城市污水管道修复中的应用[J]. 净水技术, 2015, **34**(6): 90－93. (TANG Yao, LI Bi-qing, XIAO Xian-nian, et al. Application of polymer grouting technology for urban sewage pipeline rehabilitation[J]. Water Purification Technology, 2015, **34**(6): 90－93. (in Chinese))

[4] 徐建国, 胡会明, 钟燕辉, 等. 地下管道沉降与脱空高聚物注浆修复数值分析[J]. 地下空间与工程学报, 2017, **13**(5): 1165－1172. (XU Jian-guo, HU Hui-ming, ZHONG Yan-hui, et al. Numerical analysis on underground pipe settlement and vacancy repairing with polymer injection[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2017, **13**(5): 1165－1172. (in Chinese))

[5] 李　斌, 方宏远, 王复明. 脱空排水管道高聚物修复前后力学特性分析[J]. 郑州大学学报(工学版), 2019, **40**(1): 62－66. (LI Bin, FANG Hong-yuan, WANG Fu-ming. Analysis of the mechanical characteristics of disengaging drainage pipe before and after polymer repairing[J]. Journal of Zhengzhou University (Engineering Edition) , 2019, **40**(1): 62－66. (in Chinese))

[6] 张倩倩. 排水管道脱空高聚物注浆修复数值模拟[D]. 郑州: 郑州大学, 2019. (ZHANG Qian-qian. Numerical Simulation of Repairing by Polymer Grouting for Drainage Pipeline Voids[D]. Zhengzhou: Zhengzhou University, 2019. (in Chinese))

[7] WANG R, WANG F, XU J, et al. Full-scale experimental study of the dynamic performance of buried drainage pipes under polymer grouting trenchless rehabilitation[J]. Ocean Engineering, 2019, **181**: 121－133.

[8] KJARTANSON B H, HEILERS G A, LOHNES R A, et al. Soil-structure interaction analysis of longitudinal uplift of culverts[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1998, **124**(2): 128－139.

[9] LEE Y, FENG M Q, LEE E T. Deflection of buried prestressed concrete cylinder pipe with soil-pipe interaction[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2014, **18**(7): 2191－2195.

[10] JUNG J K, THOMAS D. O'Rourke, OLSON N A. Uplift soil–pipe interaction in granular soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2013, **50**(7): 744－753.

[11] 可文海, 管凌霄, 刘东海, 等. 盾构隧道下穿管道施工引起的管－土相互作用研究[J]. 岩土力学, 2020, **41**(1): 1－9. (KE Wen-hai, GUAN Ling-xiao, LIU Dong-hai, et al. Study on the soil-pipeline interaction induced by tunneling[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, **41**(1): 1－9. (in Chinese))

[12] 王小龙, 姚安林. 埋地钢管局部悬空的挠度和内力分析[J]. 工程力学, 2008(8): 218－222. (WANG Xiao-long, YAO An-lin. Deflection and internal force analysis of buried steel pipelines in partial hanging[J]. Engineering Mechanics, 2008(8): 218－222. (in Chinese))

[13] 刘全林, 杨　敏. 地埋管与土相互作用分析模型及其参数确定[J]. 岩土力学, 2004, **25**(5): 56－59. (LIU Quan-lin, YANG Min. Analytical model and parameters determination of interaction between buried pipe and soil[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **25**(5): 56－59. (in Chinese))

[14] SELVADURAL A P S. 土与基础相互作用的弹性分析[M]. 范文田, 何广汉, 张式深, 等, 译. 北京: 中国铁道出版社, 1984. (SELVADURAL A P S. Elastic analysis of soil-foundation interaction[M]. FAN Wen-tian, HE Guang-han, ZHANG Shi-shen, et al trans. Beijing: China Railway Press, 1984. (in Chinese))

[15] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2016. (XU Zhi-lun. Elasticity[M]. Beijing: Higher Education Press, 2016. (in Chinese))

[16] 刘庆潭. 材料力学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003. (LIU Qing-tan. Material Mechanics[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2003. (in Chinese))

[17] LAY G R, BRACHMAN R W I. Full-scale physical testing of a buried reinforced concrete pipe under axle load[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2014. **51**(4): 394－408.

[18] ASTM. ASTM D2412–11 Standard Test Method for Determination of External Loading Characteristics of Plastic Pipe by Parallel-Plate Loading[S]. 2018.

[19] 王直民. 交通荷载作用下埋地管道的力学性状研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006. (WANG Zhi-min. Study on Mechanical Behaviors of Buried Pipelines Under Traffic Loads[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101015

滇中引水工程香炉山隧洞地应力特征及其活动构造响应

张新辉，付 平，尹健民，刘元坤

（长江科学院水利部岩土力学与工程重点实验室，湖北 武汉 430010）

摘 要：滇中引水工程香炉山隧洞埋深大、距离长且处于复杂的构造地质环境中。为查明其地应力分布特征，统计分析了隧洞沿线 10 个钻孔的水压致裂法地应力测试成果。3 个主应力关系主要表现为$S_{\mathrm{H}} > S_{\mathrm{V}} > S_{\mathrm{h}}$，反映了隧洞沿线以走滑性质为主的构造特征。工程区浅部地层的应力大小主要受地层岩性与断裂带影响。一方面坚硬岩体的水平主应力明显大于软质岩体；另一方面断裂带的发育致使隧洞沿线的应力水平相对较低，同时断裂带局部区间力学性质的差异导致浅部地层水平主应力呈现出较大离散性。香炉山隧洞最大水平主应力的测试方向主要分布在 NNE—NEE 向，与隧洞沿线一系列全新世活动断裂走向及区域构造主压应力方向趋于一致，响应了研究区震源机制解特征和楔形块体的运动特征。基于实测应力数据和断层滑动理论，隧洞沿线活动断裂目前处于相对稳定状态，而鹤庆-洱源断裂更为接近断层滑动的临界条件，随着应力的不断积累其稳定性情况值得进一步关注。

关键词：香炉山隧洞；水平主应力；应力方向；活动断裂；构造运动；断层稳定性

中图分类号：TU456 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0130－10

作者简介：张新辉(1988—)，男，硕士，工程师，主要从事岩石力学试验方面的研究工作。E-mail: 547834903@qq.com。

In-situ stress characteristics and active tectonic response of Xianglushan tunnel of Middle Yunnan Water Diversion Project

ZHANG Xin-hui, FU Ping, YIN Jian-min, LIU Yuan-kun

(Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources, Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: Xianglushan tunnel of Middle Yunnan Water Diversion Project is a deep buried and long distance tunnel in the complex tectonic geological environment. In order to find out the distribution characteristics of in-situ stress, the results of measured stress by hydraulic fracturing method in 10 boreholes along the tunnel are statistically analyzed. The three principal stress relationships are mainly expressed as $S_{\mathrm{H}} > S_{\mathrm{V}} > S_{\mathrm{h}}$, which accords with the strike-slip tectonic characteristics along the tunnel. The in-situ stress of shallow stratum in the project area is mainly affected by the lithology and faults. On the one hand, the horizontal principal stress of hard rock mass is obviously greater than that of soft rock mass. On the other hand, the stress level along the tunnel is relatively lower due to the development of faults. Meanwhile, the difference of mechanical properties in the local section of fault zones makes the horizontal principal stress in shallow stratum discrete. The maximum horizontal principal stress direction of Xianglushan tunnel is distributed in NNE ~ NEE direction. And it is almost parallel to the strike of a series of Holocene active faults along the tunnel and the direction of regional tectonic principal compressive stress, which is in response to the characteristics of focal mechanism solution and wedge block movement in the study area. Based on the measured stress data and the fault slip theory, the active faults along Xianglushan tunnel are in a relatively stable state at present. Among them, Heqing-Eryuan fault is closer to the critical condition of fault sliding. Therefore, with the accumulation of stress in fault zone, the stability of Heqing-Eryuan fault deserves further attention.

Key words: Xianglushan tunnel; horizontal principal stress; stress direction; active fault; tectonic movement; fault stability

0 引 言

地应力的大小和方向随时间和空间位置的不同而变化，构成地应力场，地壳应力状态的变化是导致断裂失稳乃至发生地震的直接动因，探索地壳应力状态及其作用规律是认识地球内部物理过程和研究断层活动性的重要科学问题[1]。

香炉山隧洞作为滇中引水工程中单洞长度最大、

基金项目：国家重点研发计划项目（2016YFC0401803，2016YFC0401801）

收稿日期：2020－03－12

*通信作者（E-mail: 547834903@qq.com）

穿越的地层及活动断裂最为复杂的隧洞之一，位于中国大陆显著的强震活动区[2]。其所在川滇地区构造应力场一直受到重点关注，阚荣举等[3]、崔效锋等[4]综合利用震源机制解、水压致裂法地应力测量结果和断层滑动反演资料，对川滇地区应力分区进行了较为详细的厘定，主要揭示了大跨度区域地壳深部的应力方向信息。相较于地壳深部，地壳浅部复杂多变的应力场才是工程建设中重点关注的对象。原位测试是了解地壳浅部应力场的重要手段，尤其是在有丰富测试资料的情况下，通过统计分析的方法即可获得地壳浅部应力场的基本规律。前人对此进行了大量研究，如 Brown 等[5]统计分析了全球实测垂直应力、水平平均主应力与铅直应力之比随埋深的分布规律。赵德安等[6]、景峰等[7]在大量地应力实测数据的基础上，研究了国内地壳浅部三大岩类地应力量值随深度的变化规律。同时，地壳浅部的主应力方向也是地下工程建设中的重要设计依据，尤其是针对穿越活动断裂带的深埋长隧洞，分析应力方向与断裂带的相关性及其在活动构造方面的动力响应在以往的文献中很少涉及到，本文将结合丰富的实测数据与地质资料对此进行深入的研究。此外，地壳应力状态也与断裂滑动失稳及地震孕育等密切相关，当地壳内应力不断累积，应力水平达到或超过某一“临界状态”，断裂就会突然失稳错动引发地震[8]。目前，以实测应力数据为基础，结合库伦破裂准则与 Byerely 等[9]关于岩石摩擦系数方面的研究成果已成为断裂稳定性的重要评价方法。

香炉山隧洞单洞最长约 55 km，最大埋深约 1370 m，隧洞低于周边的侵蚀基准面 200 m 以上，沿线穿越多条活动断裂[2]。工程区实测地应力资料丰富，隧洞埋深多位于沟谷高程之下，很大程度上削弱了地形因素对应力场的影响，应力数据具有较好的代表性。本文统计分析了香炉山隧洞沿线 10 个深钻孔的水压致裂法地应力测试结果，主要针对工程区地壳浅部应力量值随埋深的变化规律、应力方向与活动断裂的相关性及其构造运动响应、隧洞沿线活动断裂的稳定性特征展开了深入研究，该项研究不仅对香炉山隧洞工程的设计与施工具有重要的指导意义，也为认识地震的孕育和发生机理提供了重要的科学依据。

1　实测地应力量值统计分析

地应力资料来自于长江科学院在香炉山隧洞的测试成果。测试方法采用国际岩石力学学会测试方法委员会于 1987 年、2003 年颁布的测定岩石应力的建议方法水压致裂法。隧洞沿线 10 个钻孔的实测应力数据见表 1 所示，测点分布广泛，最大测试深度超过 850 m，可真实反映出研究区应力场分布特征。

统计分析香炉山隧洞的地应力测试结果可知，香炉山隧洞 3 个主应力主要表现为 $S_H > S_V > S_h$ 的特征，与工程区主要活动断裂呈走滑性质的构造特征相符。

1.1　硬质与软质岩类水平主应力分布规律

浅部地层应力量值的大小与地层岩性密切相关，尤其是岩石的强度。本文根据所有测点不同岩石的单轴饱和抗压强度 R_C 把测试岩体分为两类：①硬质岩类（R_C=50～90 MPa），包括灰岩、白云质灰岩、角砾灰岩、玄武岩、砂岩和粉砂岩；②较软岩类（R_C=20～30 MPa），包括绢云母板岩、粉砂质泥岩和泥质灰岩。水平主应力随埋深变化见图 1 所示。

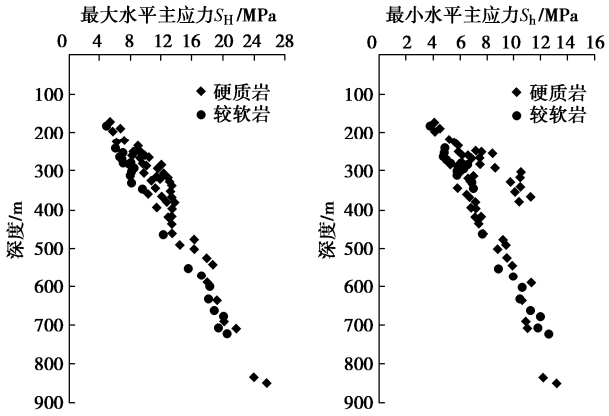


图 1　水平主应力随深度变化规律

Fig. 1. Variation of horizontal principal stress with depth

在测试深度小于 600 m 范围内水平主应力量值硬质岩明显大于较软岩；在测试深度大于 600 m 后硬质岩与较软岩的水平主应力量值接近。

总体上硬质岩、较软岩的水平主应力与埋深 H 都表现出了较好的线性关系，剔除一些异常状态的测点，在测试范围内其线性回归结果分别为

$$\begin{cases} S_H = 0.0273H + 2.3, & R^2 = 0.91 \\ S_h = 0.0141H + 1.7, & R^2 = 0.95 \end{cases} \text{(硬质岩)}, \quad (1)$$

$$\begin{cases} S_H = 0.0298H - 0.8, & R^2 = 0.94 \\ S_h = 0.0152H + 1.3, & R^2 = 0.97 \end{cases} \text{(较软岩)}。 \quad (2)$$

S_H，S_h 与埋深的线性相关系数均大于 0.9，其回归精度较高。众多研究表明，水平应力主要是由自重应力和构造应力共同作用产生的，而 S_H 和 S_h 的线性回归式中均有一定量值的常数项，该常数则主要体现了水平构造应力的作用[7]。线性回归式中可看出，硬质岩常数项明显大于较软岩，因此可推断地壳浅部硬质岩赋存水平构造应力的能力强于较软岩，较软岩在水平构造应力作用下可能通过变形引起应力调整与释放，从而应力量值较低。

表 1 香炉山隧洞地应力测试结果表

Table 1 In-situ stress test results of Xianglushan tunnel

钻孔	深度/m	岩性	S_H/MPa	S_h/MPa	S_V/MPa	α_H/(°)	钻孔	深度/m	岩性	S_H/MPa	S_h/MPa	S_V/MPa	α_H/(°)
XLZK2	241.8	绢云母板岩	6.1	4.9	6.4		XLZK11	463.5	泥质灰岩	14.0	7.7	12.5	
	247.8	砂岩	8.6	7.2	6.6	N36°E		551.7	泥质灰岩	15.5	8.9	14.9	N33°E
	251.4	砂岩	9.3	7.6	6.7			572.7	泥质灰岩	17.2	10.0	15.5	
	259.9	砂岩	8.2	6.2	6.9			602.6	泥质灰岩	18.2	10.6	16.3	N29°E
	265.9	砂岩	9.3	6.8	7.0	N27°E		633.4	泥质灰岩	18.1	10.5	17.1	
	283.9	绢云母板岩	7.9	6.6	7.5			663.3	泥质灰岩	18.9	11.3	17.9	
	295.7	绢云母板岩	8.4	6.3	7.8			678.6	泥质灰岩	20.0	12.0	18.3	
	303.0	绢云母板岩	8.1	5.8	8.0			708.5	泥质灰岩	19.4	11.8	19.1	N40°E
XLZK4	256.2	角砾灰岩	9.4	8.4	6.9	N53°E		723.5	泥质灰岩	20.5	12.6	19.5	
	292.5	角砾灰岩	11.5	8.6	7.9		XLZK16	501.5	灰岩	16.3	8.8	13.5	
	304.5	角砾灰岩	12.3	10.5	8.2			524.6	灰岩	21.3	12.7	14.2	N37°E
	316.8	角砾灰岩	12.9	10.5	8.6			544.0	灰岩	18.6	9.9	14.7	
	329.2	角砾灰岩	13.1	9.8	8.9			590.0	灰岩	18.0	11.3	15.9	
	341.5	灰岩	13.4	10.5	9.2			636.1	灰岩	19.2	10.6	17.2	N30°E
	354.2	灰岩	13.2	10.1	9.6			690.4	灰岩	18.0	9.2	18.6	
	366.8	灰岩	13.4	11.2	9.9	N44°E		708.5	灰岩	21.7	11.0	19.1	N11°E
	379.2	灰岩	13.7	10.4	10.2			835.2	灰岩	24.0	12.2	22.6	
XLP3ZK2	181.8	粉砂质泥岩	4.9	3.8	4.9			850.0	灰岩	25.6	13.2	23.0	N43°E
	253.7	粉砂质泥岩	7.0	4.9	6.8	N55°E	XLZK17	313.1	白云质灰岩	11.4	7	8.5	
	264.8	粉砂质泥岩	6.6	4.8	7.1			325.5	白云质灰岩	10.7	6.7	8.8	
	272.2	粉砂质泥岩	6.9	5.0	7.3			359.5	白云质灰岩	10.3	6.5	9.7	N20°E
	280.8	粉砂质泥岩	7.1	5.3	7.6			395.1	白云质灰岩	10.4	6.8	10.7	
	311.5	粉砂质泥岩	8.0	5.8	8.4	N63°E		460.6	白云质灰岩	11.5	7.7	12.4	
XLP3-1ZK3	173.0	粉砂岩	5.5	4.1	4.7			491.8	白云质灰岩	14.4	9.4	13.3	N29°E
	189.0	粉砂岩	6.7	4.5	5.1		XLZK18	281.8	角砾灰岩	9.6	5.3	7.6	
	220.0	粉砂岩	7.2	5.2	5.9	N65°E		305.7	角砾灰岩	9.9	5.9	8.3	N54°E
	235.0	粉砂岩	9.1	5.9	6.3			319.9	角砾灰岩	11.8	6.6	8.6	
	280.0	粉砂质泥岩	8.1	6.1	7.6			366.1	角砾灰岩	12.0	6.7	9.9	N55°E
	331.0	粉砂质泥岩	8.2	6.9	8.9			417.9	角砾灰岩	13.3	7.6	11.3	
	346.0	粉砂质泥岩	9.5	7	9.3	N54°E	XLZK25	260.2	白云质灰岩	9.8	6.6	7.0	
XLZK10	197.0	白云质灰岩	5.7	4.1	5.3			287.9	白云质灰岩	10.1	5.8	7.8	
	225.2	白云质灰岩	6.2	5.6	6.1			344.3	白云质灰岩	11.2	5.8	9.3	
	252.4	白云质灰岩	8.3	5.9	6.8			380.2	灰岩	12.7	7.2	10.3	
	267.5	白云质灰岩	10.5	7.5	7.2	N35°E		398.3	灰岩	13.4	7.2	10.8	N48°W
	281.5	白云质灰岩	12.0	7.5	7.6			419.2	灰岩	13.0	7.1	11.3	
	522.5	玄武岩	13.8	9.7	14.1			437.6	灰岩	13.4	7.4	11.8	
	560.0	玄武岩	17.4	11.7	15.1	N42°E		478.6	灰岩	16.2	9.2	12.9	N38°W

注：S_H 为最大水平主应力；S_h 为最小水平主应力；S_V 为岩体上覆自重应力（$S_V=\gamma H$）；α_H 为最大水平主应力方向。

1.2 水平主应力侧压系数分布规律

在研究地应力场的变化规律时，习惯采用侧压系数来描述某点的应力状态，经统计隧洞沿线水平主应力侧压系数随深度变化如图 2 所示。图 2 显示：浅部地层水平主应力侧压系数分布比较离散，随着地层埋深的增加侧压系数逐渐降低并趋于集中；硬质岩的最大水平主应力侧压系数明显大于较软岩，硬质岩最大水平主应力侧压系数为 1.0～1.6，随着地层埋深增加逐渐集中在 1.2 左右，较软岩最大水平主应力侧压系数为 0.9～1.1，随着地层埋深增加逐渐集中在 1.0 左右；硬质岩与较软岩的最小水平主应力侧压系数分布特征比较接近，浅部地层最小水平主应力侧压系数为 0.6～1.1，随着地层埋深增加逐渐集中在 0.7 左右。

Brown 等[5]、赵德安等[6]在统计分析地应力实测

数据时，以平均水平主应力侧压系数来研究水平应力的分布规律，但鉴于浅部地层最大和最小水平主应力大小有较大的差异，分开研究最大、最小以及平均水平主应力侧压系数随埋深的变化规律更具工程意义。表 1 显示，香炉山隧洞地应力测试岩体均为沉积岩，针对所有测点，本文在水平应力侧压系数与深度的散点图中，两侧包络线及趋势线采用 $k=a/H+b$ (a，b 为待定常数)的函数形式进行回归。最大、最小水平主应力侧压系数与平均水平应力侧压系数的趋势线及包络线分别见图 2，3 所示。

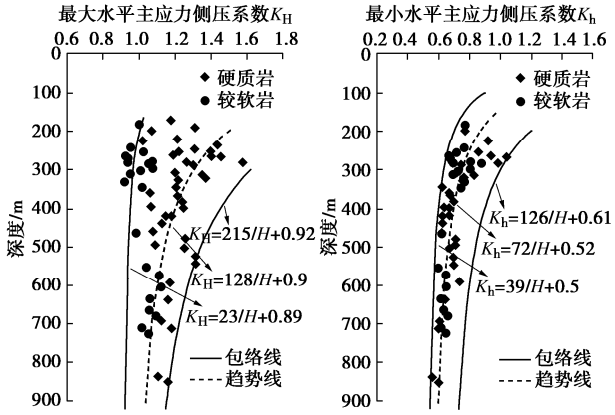


图 2 水平主应力侧压系数随深度变化规律

Fig. 2 Variation of lateral pressure coefficient of horizontal principal stress with depth

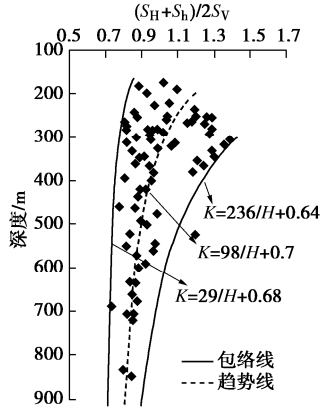


图 3 平均水平应力侧压系数随深度变化规律

Fig. 3 Variation of lateral pressure coefficient of average horizontal stress with depth

最大水平主应力侧压系数包络线及趋势线关系式为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{23}{H}+0.89\leqslant K_{\mathrm{H}}\leqslant\frac{215}{H}+0.92\ ,\\&K_{\mathrm{H}}=\frac{128}{H}+0.9\ 。\end{aligned}\right\}\tag{3}$$

最小水平主应力侧压系数包络线及趋势线关系式为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{39}{H}+0.5\leqslant K_{\mathrm{h}}\leqslant\frac{126}{H}+0.61\ ,\\&K_{\mathrm{h}}=\frac{72}{H}+0.52\ 。\end{aligned}\right\}\tag{4}$$

平均水平应力侧压系数包络线及趋势线关系式为

$$\left.\begin{aligned}&\frac{29}{H}+0.68\leqslant K\leqslant\frac{236}{H}+0.64\ ,\\&K=\frac{98}{H}+0.7\ 。\end{aligned}\right\}\tag{5}$$

针对全国范围沉积岩，赵德安等[6]、景峰等[7]对其平均水平应力侧压系数进行了统计分析，两者得到的趋势线关系式分别为 K=104/H+0.9 和 K=140/H+0.78。对比可知，香炉山隧洞所在区域地层的水平主应力侧压系数相对偏小。众多研究表明，断裂错动过程中能量的释放和断裂带的形成会使其影响范围内地应力明显低于原岩应力，而香炉山隧洞沿线断裂众多，并且规模大、距离近，因此相近断裂影响区的相互叠加，形成了地壳浅部相对较低的应力环境。

香炉山隧洞沿线的地应力测试结果显示地壳浅部（约 300 m 埋深以上）水平主应力呈现较大离散性，而在 300 m 埋深以下地层水平主应力相对比较集中，这除了和地层岩性和地形的差异相关，更大程度受到了隧洞沿线众多断裂带复杂的局部构造性质影响。根据地质资料[2]，香炉山隧洞沿线断裂带整体上以走滑性质为主，实测应力统计也体现了这一特征，但是断裂带的局部位置往往并不表现为纯粹的走滑性质，还经常伴随逆断或正断性质的叠加。例如 XLZK4 钻孔恰好穿过一逆断层，岩心为胶结良好的构造角砾岩，三向主应力关系呈 $S_H>S_h>S_V$ 特征，其水平主应力侧压系数相较于其他测孔明显偏大。因此，本文基于不同类型断层的力学性质推断，断裂带局部区间力学性质的差异会引起地壳浅部地层水平主应力呈现较大的离散性，但随着地层埋深的增加，地应力逐渐受区域构造作用控制，应力环境趋于稳定，因此水平主应力在深部岩体相对比较集中。

2　主应力方向与活动断裂相关性研究

香炉山隧洞地处“川滇菱形块体”西部，工程区内以北东、北北东向构造带和北西向构造带为主体，断裂构造发育，各断裂带经历了较长的地质发育历史，大多属继承性活动断裂，其中龙蟠—乔后断裂、丽江—剑川断裂、鹤庆—洱源断裂均属于区域性大断裂或深大断裂带，与隧洞线路直接相交，与研究区应力场的分布特征密切相关。

统计香炉山隧洞各测孔的最大水平主应力方向，按照测孔坐标绘制到研究区构造地质图内，见图 4 所

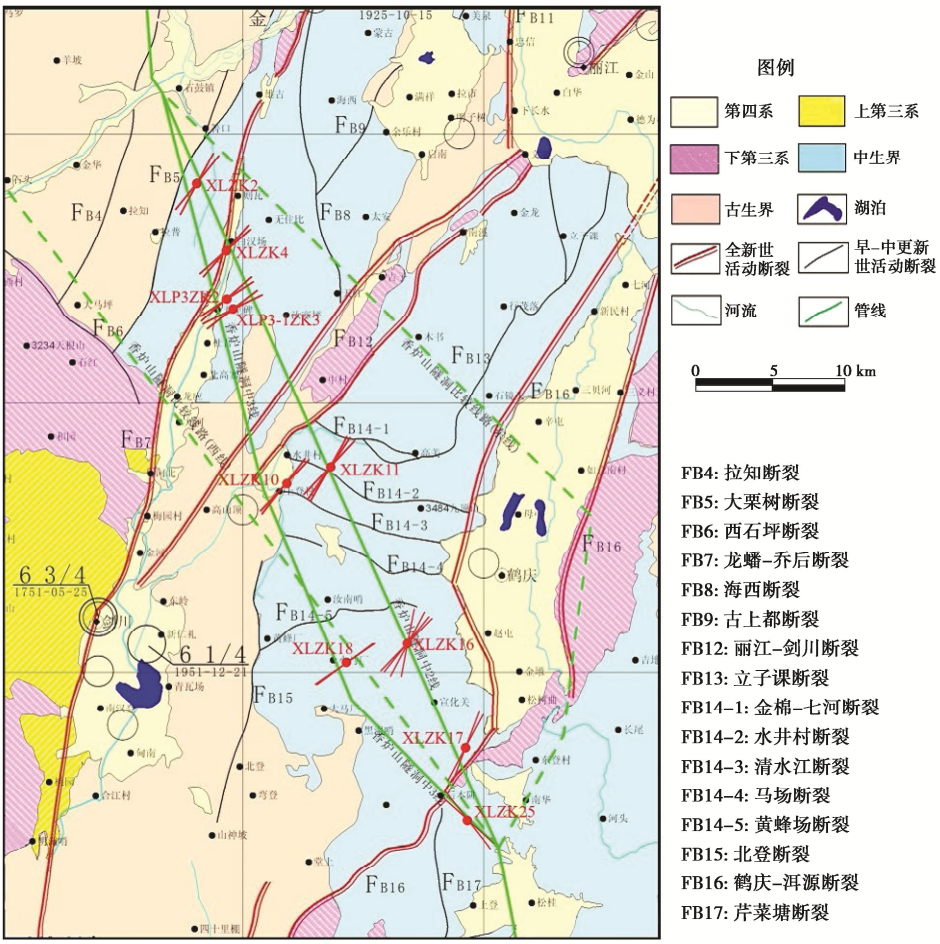


图 4 香炉山隧洞工程区及其周边活动断裂与最大水平主应力方向分布图

Fig. 4 Distribution of active faults and maximum horizontal principal stress in Xianglushan tunnel and its surrounding areas

示，图中红色圆点代表测试钻孔所在的平面位置，红线指向代表测孔最大水平主应力方向。本文最大水平主应力方向的统计数据均来自于埋深大于 200 m 的测点，较大程度上降低了地形因素对应力方向的影响。

根据图 4 所示，香炉山隧洞最大水平主应力测试方向具有较好的一致性，具体统计结果见图 5 所示。

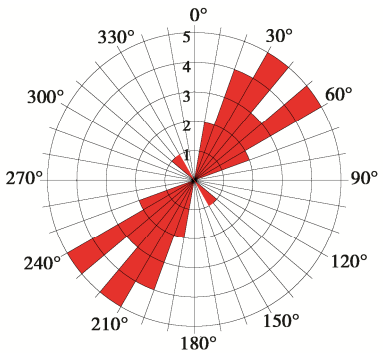


图 5 香炉山隧洞最大水平主应力方向玫瑰花图

Fig. 5 Rose diagram of maximum horizontal principal stress direction of Xianglushan tunnel

图 5 表明，香炉山隧洞最大水平主应力方向主要分布在 NNE—NEE 向，仅 XLZK25 钻孔最大水平主应力方向与其他测试结果差异较大，表现为 NW 向，结合地质资料发现该测孔位于山顶，所处位置地形起伏过大，应力方向主要受地形因素影响。研究区内 NE30°～40° 和 NE50°～60° 为出现频率最高的方向区间，可作为香炉山隧洞最大水平主应力的优势方向。整体来看，测孔中最大水平主应力方向和隧洞穿越的一系列区域性活动断裂走向非常接近，这说明应力方向与活动断裂的展布具有密切相关性。

香炉山隧洞穿越的断裂带较为复杂，全新世活动断裂主要有龙蟠—乔后断裂、丽江—剑川断裂和鹤庆—洱源断裂，其余皆为早—中更新世活动断裂。实测结果显示香炉山隧洞最大水平主应力方向与研究区最大的三条全新世活动断裂走向接近或小角度相交，而与早—中更新世活动断裂的夹角无明显规律，该现象揭示了研究区应力方向主要是受最新活动时期的断裂带影响。下文将结合这几条全新世活动断裂的地质特征展开具体分析。

龙蟠—乔后断裂带走向北北东，陡倾角，整体上表现为左旋兼正断性质的活动断裂，对龙蟠、中和、雄古、九河、剑川、沙溪等第四纪盆地的形成起明显

的控制作用，该断裂在隧洞穿越段主要呈现正断特征，在剑川北水泥厂、九河村、北高寨村、新文村北、雄古村北、宏文村等断层剖面均可看到明显的正断摩擦痕迹[2, 10]。

丽江—剑川断裂为一走向北东的左旋走滑活动断裂，南西延入剑川盆地，控制了沿线吉子盆地、中村盆地、红麦盆地的发育[2]。该断裂在隧洞穿越段具有明显的拉张特性，在丽江文化本过村西探槽剖面[2]和丽江—永胜公路 13 km 处断层剖面[11]均观测到全新世时期正断性质的活动擦痕。

鹤庆—洱源断裂沿鹤庆盆地东、西缘展布，走向北北东—北东，具有左旋走滑兼正断的活动特性，鹤庆盆地和洱源盆地为主体断裂尾端产生张性断裂并形成的拉分盆地[2]，鹤庆盆地东侧断层陡坎遥感影像、断层及探槽剖面均可看出明显的正断层构造地貌特征[12]。

因此，新构造时期研究区内断裂活动表现出强烈的断陷作用，主要活动断裂沿线都分布有断陷盆地、湖泊、槽谷等，其中沉积物可厚达数百余米，形成于主干断裂的拉分或引张作用。

结合以上构造地质条件，研究区地壳浅部的水平主应力方向受隧洞沿线走向北北东—北东向全新世活动断裂的控制作用主要表现在以下两个方面：①香炉山隧洞穿越的活动断裂带具有明显的走滑和正断特征，基于 Anderson 断层理论，走滑断层最大水平主应力一般小角度相交于断层走向，而正断层最大水平主应力平行于断层走向。因此，受断裂的活动性质影响，断裂带内的最大水平主应力方向平行或小角度相交于断裂走向。②活动断裂在走滑或正断作用下地壳浅部断裂带内岩体主要呈拉分和张拉性质，应力得到释放，经过长期的地质作用，沿断裂带形成了诸如剑川、丽江、鹤庆之类的断陷盆地，盆地中主要为第四系覆盖层，厚度可达数百米，因此沿断裂带或盆地的浅部地层呈破碎或松散状态，水平主应力在垂直于断裂走向得不到有效传递，则最大水平主应力方向会相应调整到与断裂带走向一致。

3　区域应力状态及其活动构造响应

为研究香炉山隧洞所在区域构造应力环境，本文对香炉山隧洞附近范围（纬度 25°～28°，经度 98°～102°）的地震震源机制资料展开研究，该资料来自于湖北省地震局，研究区地震震源机制解 P 轴分布见图 6 所示。图中可见隧洞附近的震源机制解 P 轴方向分布比较复杂，以北北东—北东东向构造主压方向为主，但由于样本较少，很难得到确切的构造应力方向。结合崔效峰等[4]、丰成君等[13]的研究可知，香炉山隧洞位于川滇应力区与滇西南应力区的交界地区，此处发生了构造应力方向从 NNW 向 NNE 向的转向。

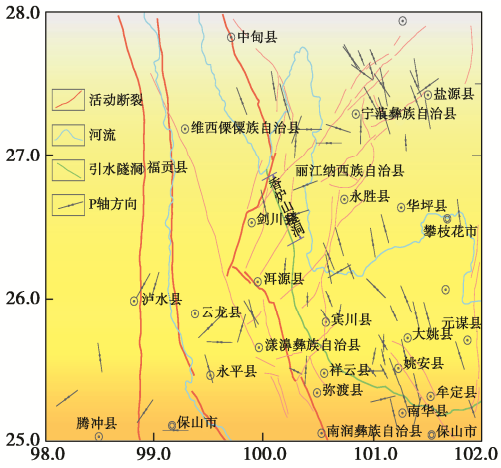


图 6　震源机制解 P 轴分布图

Fig. 6 P-axis distribution of focal mechanism solutions

鉴于构造应力场是地壳变形的起因，地壳变形是地应力活动的实际证据，因此根据区域活动断裂位移场的观测，研究其产生的力源，可以从地球动力学角度解释构造应力场的形成。

香炉山隧洞位于川西北次级块体、滇中次级块体和保山次级块体的交接地带，由丽江—小金河断裂、丽江—剑川断裂、龙蟠—乔后断裂、红河断裂北段、宾川—程海断裂围限成一个楔形块体，见图 7 所示。



图 7　楔形块体滑移趋势示意图

Fig. 7 Schematic diagram of wedge block slip trend

全新世以来，滇中次级块体向南东方向平移且叠加顺时针转动，这是印度板块与欧亚板块碰撞后印度板块北偏东向运移在青藏高原与相对稳定的华南地块之间近南北向右旋剪切变形区的应变响应，红河断裂北段张性倾滑分量（滇西张性区）则是顺时针转动在边界带上的局部应变响应[14]。通过对第四纪地貌的研

究，Lepoup 等[15]认为红河断裂表现为右旋走滑运动，右旋滑移量约 20～50 km，走滑位错速率为 7±3 mm/a。而受到红河断裂强烈右旋走滑运动的影响，丽江—剑川断裂、龙蟠—乔后断裂、鹤庆—洱源断裂和宾川—程海断裂均表现为左旋走滑运动特征[16]。根据丽江盆地的左旋位移量及其形成时代，丽江—剑川断裂全新世以来的左旋走滑水平位错速率介于 2.0～5.0 mm/a，平均水平位错速率值约为 3.5 mm/a[17]。晚更新世以来，鹤庆—洱源断裂西边界的左旋走滑水平位错速率为 2.2～2.5 mm/a，东边界断裂 0.53～1.3 mm/a[2]。第四纪晚期以来，程海断裂走滑水平位错速率为 2.5～3.0 mm/a[18]。

以上数据表明，楔形块体区的主断裂带均处于较强的走滑活动状态，尤其是边界断裂带。在其由北西向南东掀斜的过程中，其力源主要来自滇西北块体向东南方向的挤压和华南地块的阻挡。鉴于红河断裂北段表现为张性特征，楔形块体在北西和南东方向的挤出作用下，致使楔形块体具有沿着北西边界（丽江—小金河断裂、丽江剑川断裂、龙蟠—乔后断裂）和东边界（宾川—程海断裂）向南西方向滑移的趋势。同时，红河断裂北段右旋和宾川—程海断裂左旋的走滑特征也反映了所夹持的楔形块体向南—南南西方向滑移，因此，综合考虑，推断楔形块体具有向南南西方向滑移的趋势，见图 7 所示。

乔学军等[19]、王闫昭等[20]关于川滇地块大区域 GPS 速度场的研究表明，在印度板块向北北东方向楔入青藏高原、高原重力势能推挤和稳定华南块体的阻挡作用下，滇中块体产生了顺时针转动的运动轨迹，如图 8 所示。图中可看出滇中次级块体向南东运动的过程中，在其内部楔形块体所在区域发生明显的顺时针转动，GPS 水平速度场的轨迹方向恰好与该区域一系列北北东—北东走向的走滑断裂契合。前文指出，楔形块体的边界断裂具有较大的水平滑动速率，地壳形变也主要发生在其边界上，因此根据 GPS 水平速度场的轨迹方向，楔形块体沿着其边界断裂表现出向南南西滑移的运动特征。邓启东等[21]和俞鸿年等[22]曾在研究构造应力场与板块运动的关系中指出，二者具有良好的对应关系，主要表现为后者为前者提供动力来源，前者为后者提供验证和地质依据。基于该观点，研究区楔形块体在所受力源的驱动下，其内部的构造主压应力方向与块体的运动方向具有一致性，表现为南南西向。

4 隧洞沿线活动断裂带稳定性探讨

香炉山隧洞沿线依次穿过龙蟠—乔后断裂、丽江—剑川断裂、鹤庆—洱源断裂等 3 条全新世活动断裂，它们活动时代新、规模大、活动强烈，历史上曾发生过多次大震和强震。1996 年丽江地区发生了 7.0 级地震，造成 300 多人死亡，此次地震是近 70 a 来滇西北地区最强烈的一次地震。强烈的地震活动显示研究区断裂依然趋于活跃状态，因此分析其活动稳定性对香炉山隧洞的抗震设计有着重要作用。

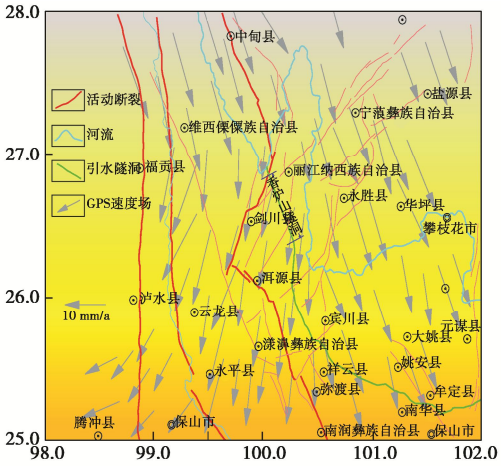


图 8 研究区相对华南块体的 GPS 水平速度场（参考文献 [19, 20]）

Fig. 8 GPS horizontal velocity fields of study area relative to South China block (Reference [19, 20])

Coulomb 准则指出，若断层面上的剪应力大于等于滑动摩擦阻力，则断层产生滑动，破裂面上应力呈现为 $\tau=\mu\sigma_{\mathrm{n}}$，其中 τ 为剪应力，σ_{n} 为正应力，μ 为滑动面摩擦系数。根据 Mohr-Coulomb 准则，断层面上的正应力和剪应力分别为

$$\tau=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\sin 2\alpha \quad , \tag{6}$$

$$\sigma_{\mathrm{n}}=\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2}-\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2}\cos 2\alpha \quad 。 \tag{7}$$

式中 σ_1，σ_3 为最大和最小主应力；α 为最大主应力与破裂面的夹角。

考虑到裂隙岩体中存在空隙水压力 p_0，这里引入有效应力的概念，因此岩体的地应力就由有效应力（岩石晶格骨架所承受的应力）和孔隙水压力（岩石孔隙中的静水压力）组成，即有效应力为 $\sigma-p_0$，当有效主应力满足断层滑动的条件时，将式（6），（7）代入 $\tau=\mu\sigma_{\mathrm{n}}$ 中，滑动面摩擦系数 μ 可表示为

$$\mu=\frac{(\sigma_1-\sigma_3)\sin 2\alpha}{(\sigma_1+\sigma_3)-(\sigma_1-\sigma_3)\cos 2\alpha-2p_0} \quad 。 \tag{8}$$

需要指出，断层滑动时是在方位合适的层面上发生剪切滑动，此处方位合适的面是指断层面的法线方向与最大主应力 σ_1 的夹角为 φ 的面。张伯崇[23]在研究断层滑动准则中指出 φ 与 μ 的关系为 φ =0.5(π/2+

arctanμ)，即断层面与最大主应力σ_1的夹角$\alpha=\pi/2-\varphi$，则

$$\sin 2\alpha=\frac{1}{\sqrt{1+\mu^2}},\ \cos 2\alpha=\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\quad 。\quad (9)$$

将式（9）代入式（8）转换为

$$\frac{\sigma_1-\sigma_3}{\sigma_1+\sigma_3-2p_0}=\frac{\mu}{\sqrt{1+\mu^2}}\quad 。\quad (10)$$

宏观上来讲，断层产生的本质就是剪应力的增大而沿剪切面发生滑动破坏，式（10）则反映了最大剪切应力$(\sigma_1-\sigma_3)/2$与平均有效主应力$(\sigma_1+\sigma_3-2p_0)/2$的比值，该比值体现了一个区域应力的积累水平，比值越大说明应力积累程度越高、断层破裂面的剪应力相对较大，更有利于断层活动[24]。

为了便于表达，将式（10）进一步转换为

$$\mu=\frac{\sigma_1-\sigma_3}{2\sqrt{(\sigma_1-p_0)(\sigma_3-p_0)}}\quad 。\quad (11)$$

显然，式（11）中μ只与最大和最小主应力的有效应力相关。在 Anderson 理论体系下，中间主应力与断层破裂面共面，逆断层的应力状态为$\sigma_1=S_H$，$\sigma_3=S_V$，正断层的应力状态为$\sigma_1=S_V$，$\sigma_3=S_h$，走滑断层的应力状态为$\sigma_1=S_H$，$\sigma_3=S_h$。因此通过对比实测地应力与式（11）所限定的主应力关系即可判定应力状态是否能够导致断层失稳。

Byerlee[9]总结了各种岩石的室内摩擦试验资料得出，应力值小于 100 MPa 时，大部分岩石的摩擦系数μ为 0.85，μ总体位于 0.6～1.0。张伯崇等[23]在三峡地区花岗岩、灰岩和砂岩进行的三轴摩擦试验中得到的结果与 Byerlee[9]的结论基本一致，同时论证了在判断浅部断层活动时，摩擦系数取 0.6～1.0 是合理的。

因此本文将摩擦系数μ=0.6 及μ=1.0 作为断层滑动的临界值，依据香炉山隧洞地应力实测数据、各测点静水压力和上述断层滑动理论，对断层的稳定性进行判别，隧洞沿线断层稳定性分析结果如图 9 所示。

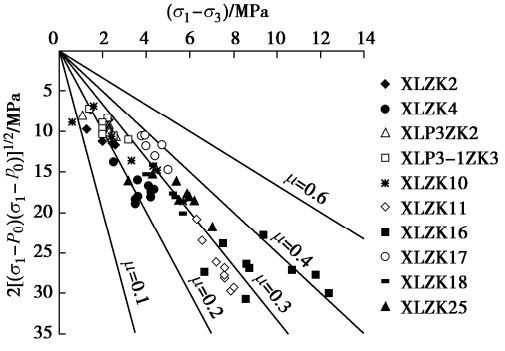


图 9 断层摩擦系数μ与有效主应力的相关性

Fig. 9 Correlation between friction coefficient (μ) of faults and effective principal stress

图 9 中可以看出，各钻孔地应力测值均位于临界线μ=0.6 之下，地应力实测值低于断层发生摩擦滑动极限状态的应力临界值，因此香炉山隧洞沿线活动断裂暂时处于相对稳定状态。需要说明的是，上述评价实际上是一种定性的分析方法，其并不含有应力方向的相关信息，只能反映出最大与最小主应力的大小关系以及断层带应力积累程度。

进一步分析发现，隧洞沿线各测孔的应力测值大多处于μ值为 0.1～0.4 所对应的应力区间，比较离散，其中 XLZK2、XLZK4、XLP3ZK2 和 XLP3-1ZK3 钻孔的应力测值多处于μ值为 0.1～0.3 所对应的应力区间，XLZK10、XLZK11 和 XLZK18 钻孔的应力测值多处于μ值接近 0.3 所对应的应力区间，而 XLZK16、XLZK17 和 XLZK25 钻孔的应力测值多处于μ值为 0.3～0.4 所对应的应力区间，且部分测点μ值大于 0.4，这一特征主要反映了香炉山隧洞沿线各断裂应力积累程度不同，对照钻孔位置，可推断龙蟠—乔后断裂和丽江—剑川断裂处于较为稳定状态，而鹤庆—洱源断裂发生滑动的危险性较高。因此，随着应力积累的不断提高，鹤庆—洱源断裂带的稳定性情况值得进一步研究。

活动断裂与地震的发生密切相关，香炉山隧洞所在区域属于地震多发区，其中 1996 年丽江 7.0 级地震导致丽江及其附近地区地壳内能量得到释放，该震源附近断层过渡到相对稳定的状态，香炉山隧洞地应力测试结果与断层稳定评价也体现了这一特征。

5　结　　论

统计分析滇中引水工程香炉山隧洞 10 个钻孔的实测地应力数据，结合隧洞沿线活动断裂与构造运动研究了香炉山隧洞所在区域的应力场分布特征，并对活动断裂稳定性展开分析，可得到以下 4 点结论。

（1）香炉山隧洞主应力关系主要表现为$S_H>S_V>S_h$，应力量值的大小与岩性相关，表现为硬质岩的水平主应力明显大于较软岩，但随着地层埋深的增大，岩性对水平主应力量值的影响逐渐减弱，表现为软硬岩体应力量值接近一致。

（2）一系列断裂带的相互叠加影响，形成了工程区地壳浅部相对较低的应力环境。断裂带局部区间力学性质的差异会引起地壳浅部地层水平主应力呈现较大的离散性，但随着地层埋深的增加，地应力逐渐过度到区域性构造应力场，深部岩体应力趋于稳定。

（3）隧洞沿线最大水平主应力方向主要分布在 NNE—NEE 向。最大水平主应力方向受全新世活动断裂控制，测试方向表现为平行于或小角度相交于全新

世活动断裂走向。研究区楔形块体沿着其边界断裂朝南南西方向滑移，块体在所受力源的驱动下，其内部的构造主压应力方向与块体的运动方向具有一致性，表现为南南西向。

（4）基于香炉山隧洞地应力实测数据和断层滑动理论，隧洞沿线活动断裂处于相对稳定状态，但各断裂应力积累程度不同。受 1996 年丽江 7.0 级地震影响，丽江及其附近地区地壳内能量得到一定的释放，应力积累程度相对较低，因此龙蟠—乔后断裂和丽江—剑川断裂相对稳定；而鹤庆—洱源断裂距发震中心较远，随着应力的不断积累，该断裂滑动失稳的的可能性较高，需要进一步关注。

参考文献：

[1] 谢富仁, 陈群策, 崔效锋, 等. 中国大陆地壳应力环境研究[M]. 北京: 地质出版社, 2003. (XIE Fu-ren, CHEN Qun-ce, CUI Xiao-feng, et al. Study on Crustal Stress Environment in Mainland China[M]. Beijing: Geological Publishing House, 2003. (in Chinese))

[2] 长江勘测规划设计研究有限责任公司. 滇中引水工程可行性研究阶段香炉山隧洞线路比选地质专题研究报告[R]. 武汉: 长江勘测规划设计研究有限责任公司, 2013. (Changjiang Survey Planning and Design Research Co., Ltd. Geological subject study report on route selection of Xianglushan tunnel in feasibility study stage of Yunnan diversion project[R]. Wuhan: Changjiang Survey Planning and Design Research Co., Ltd., 2013. (in Chinese))

[3] 阚荣举, 张四昌, 晏凤桐, 等. 我国西南地区现代构造应力场与现代构造活动特征的探讨[J]. 地球物理学报, 1977, **20**(2): 96－108. (KAN Rong-ju, ZHANG Si-chang, YAN Feng-tong, et al. Present tectonic stress field and its relation to the characteristics of recent tectonic activity in southwest China[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1977, **20**(2): 96－108. (in Chinese))

[4] 崔效锋, 谢富仁, 张红艳. 川滇地区现代构造应力场分区及动力学意义[J]. 地震学报, 2006, **28**(5): 451－461. (CUI Xiao-feng, XIE Fu-ren, ZHANG Hong-yan. Recent tectonic stress field zoning in Sichuan-Yunnan region and its dynamics interest[J]. Acta Seismologica Sinica, 2006, **28**(5): 451－461. (in Chinese))

[5] BROWN E T, HOEK E. Technical note trends in relationships between measured in-situ stress and depth[J]. Int J Rock Mech Min Sci and Geomech Abstr, 1978, **15**(4): 211－215.

[6] 赵德安, 陈志敏, 蔡小林, 等. 我国地应力场分布规律统计分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **26**(6): 1265－1271. (ZHAO De-an, CHEN Zhi-min, CAI Xiao-lin, et al. Analysis of the distribution rule of geostress in China[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **26**(6): 1265－1271. (in Chinese))

[7] 景 锋, 盛 谦, 张勇慧, 等. 不同地质成因岩石地应力分布规律的统计分析[J]. 岩土力学, 2008, **29**(7): 1877－1883. (JING Feng, SHENG Qian, ZHANG Yong-hui, et al. Statistical analysis of geostress distribution laws for different rocks[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(7): 1877－1883. (in Chinese))

[8] 张培震, 邓起东, 张国民, 等. 中国大陆的强震活动与活动地块[J]. 中国科学(D 辑), 2003, **33**(增刊): 12－20. (ZHANG Pei-zhen, DENG Qi-dong, ZHANG Guo-min, et al. Strong seismic activities and active blocks in mainland China[J]. Science in China (Series D), 2003, **33**(S0): 12－20. (in Chinese))

[9] BYERLEE J D. Friction of rock[J]. Pure and Applied Geophysics, 1978, **116**: 615－626.

[10] 汤 勇. 龙蟠—乔后断裂带晚第四纪活动速率研究[D]. 北京: 中国地震局地震预测研究所, 2014. (TANG Yong. A Study on the Slip Rates of Longpan-Qiaohou Fault Zone in Late Quaternary[D]. Beijing: Institute of Earthquake Science, China Earthquake Administration, 2014. (in Chinese))

[11] 许晶莉. 云南丽江—剑川断裂带活动性研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2012. (XU Jing-li. Study on the Activity of Lijiang-Jianchuan Fault Zone in Yunnan[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2012. (in Chinese))

[12] 魏永明, 魏显虎, 李德文, 等. 滇西北地区鹤庆—洱源断裂带遥感影像特征及活动性分析术[J]. 第四纪研究, 2017, **37**(2): 234－249. (WEI Yong-ming, WEI Xian-hu, LI De-wen, et al. Remote sensing imagery features and activity analyses of Heqing-Eryuan fault zone in the northwestern area of Yunnan province[J]. Quaternary Sciences, 2017, **37**(2): 234－249. (in Chinese))

[13] 丰成君, 陈群策, 李国歧, 等. 青藏高原东南缘丽江—剑川地区地应力测量与地震危险性[J]. 地质通报, 2014, **33**(4): 524－534. (FENG Cheng-jun, CHEN Qun-ce, LI Guo-qi, et al. In-situ stress measurement in Lijiang-Jianchuan area and tentative discussion on the seismic hazards on the southeastern margin of the Tibetan Plateau[J]. Geological Bulletin of China, 2014, **33**(4): 524－534. (in Chinese))

[14] 徐锡伟, 程国良, 于贵华, 等. 川滇菱形块体顺时针转动的构造学与古地磁学证据[J]. 地震地质, 2003, **25**(1): 61－70. (XU Xi-wei, CHENG Guo-liang, YU Gui-hua, et al.

Tectonic and paleomagnetic evidence for the clockwise rotation of the Sichuan-Yunnan Rhombic Block[J]. Seismology and Geology, 2003, **25**(1): 61－70. (in Chinese))

[15] LEPOUP P H, HARRISON T M, RYERSON F J, et al. Structural, petrological and thermal evolution of a tertiary ductile strike slip shear zone, Diancangshan, Yunnan[J]. J Geophys Res, 1993, **98**: 6715－6743.

[16] 范柱国, 李　峰, 谈树成, 等. 丽江—大理地区新构造运动特征及环境效应[J]. 大地构造与成矿学, 2002, **26**(1): 6－9. (FAN Zhu-guo, LI Feng, TAN Shu-cheng, et al. The characteristics and environment effects of geotectonic movement in the Lijiang−Dali region[J]. Geotectonic et Metallogenia, 2002, **26**(1): 6－9. (in Chinese))

[17] 向宏发, 徐锡伟, 虢顺民, 等. 丽江—小金河断裂第四纪以来的左旋逆推运动及其构造地质意义—陆内活动地块横向构造的屏蔽作用[J]. 地震地质, 2002, **24**(2): 188－198. (XIANG Hong-fa, XU Xi-wei, GUO Shun-min, et al. Sinistral thrusting along the Lijiang-Xiaojinhe fault since quaternary and its geologic-tectonic significance-shielding effect of transverse structure of intracontinental active block[J]. Seismology and Geology, 2002, **24**(2): 188－198. (in Chinese))

[18] 韩　源, 张　靖. 滇西北地区活动断裂[M]. 北京：地震出版社, 1990. (HAN Yuan, ZHANG Jing. Active Faults in Northwest Yunnan[M]. Beijing: Seismological Press, 1990. (in Chinese))

[19] 乔学军, 王　琪, 杜瑞林. 川滇地区活动地块现今地壳形变特征[J]. 地球物理学报, 2004, **47**(5): 805－811. (QIAO Xue-jun, WANG Qi, DU Rui-lin. Characteristics of current crustal deformation of active blocks in the Sichuan-Yunnan region[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, **47**(5): 805－811. (in Chinese))

[20] 王阎昭, 王恩宁, 沈正康, 等. 基于 GPS 资料约束反演川滇地区主要断裂现今活动速率[J]. 中国科学(D 辑), 2008, **38**(5): 582－597. (WANG Yan-zhao, WANG En-ning, SHEN Zheng-kang, et al. Inversion of present activity rate of main faults in Sichuan-Yunnan region based on GPS data constraints[J]. Science in China (Series D), 2008, **38**(5): 582－597. (in Chinese))

[21] 邓起东, 张裕明, 许桂林, 等. 中国构造应力场特征及其与板块运动的关系[J]. 地震地质, 1979, **1**(1): 11－22. (DENG Qi-dong , ZHANG Yu-ming, XU Gui-lin, et al. On the tectonic stress field in China and its relation to plate movement[J]. Seismology and Geology, 1979, **1**(1): 11－22. (in Chinese))

[22] 俞鸿年, 卢华复, 张庆龙, 等. 福建东南沿海中、新生代构造应力场的演化及其与板块运动的关系[J]. 南京大学学报(自然科学版), 1987, **23**(3): 473－484. (YU Hong-nian, LU Hua-fu, ZHANG Qing-long, et al. The evolution of the meso-cenozoc structural stress field in the southeastern Fu Jian coastal region and its bearing on the plate movement[J]. Journal of Nanjing University (Natural Science Edition), 1987, **23**(3): 473－484. (in Chinese))

[23] 苏恺之, 李方全, 张伯崇, 等. 长江三峡坝区地壳应力与孔隙水压力综合研究[M]. 北京: 地震出版社, 1996. (SU Kai-zhi, LI Fang-quan, ZHANG Bo-chong, et al. Integrated research on the crustal stress and pore water pressure at the dam site of the Three Gorges[M]. Beijing: Earthquake Press, 1996. (in Chinese))

[24] 王成虎, 宋成科, 郭启良, 等. 利用原地应力实测资料分析芦山地震震前浅部地壳应力积累[J]. 地球物理学报, 2014, **57**(1): 102－114. (WANG Cheng-hu, SONG Cheng-ke, GUO Qi-liang, et al. Stress build-up in the shallow crust before the Lushan Earth quake based on the in-situ stress measurements[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2014, **57**(1): 102－114. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101016

氨氮在土工合成黏土衬垫中的扩散行为研究

王 宝[1,2]，王泽峰[3,2]，窦桐桐[1]，赵亚峰[1]，葛碧洲[1]

（1. 西安建筑科技大学环境与市政工程学院，陕西 西安 710055；2. 陕西省岩土与地下空间工程重点实验室，陕西 西安 710055；
3. 西安建筑科技大学土木工程学院，陕西 西安 710055）

摘 要：氨氮是垃圾渗滤液中最具代表性的污染物之一，但其在土工合成黏土衬垫（GCL）中的扩散行为至今尚未得到重视。开展批式吸附试验和扩散试样浸提试验测定氨氮在 GCL 中的吸附分配系数；进行扩散试验测定氨氮在 GCL 中的扩散系数；基于试验得到的吸附分配系数和扩散系数，使用数值软件 POLLUTE v7.0 对氨氮在 GCL 中的运移行为进行模拟。试验结果表明，氨氮在膨润土上的吸附分配系数为 0.017 L/g，在 GCL 中的扩散系数约为 9.0×10^{-11} m^2/s。POLLUTE v7.0 的模拟结果显示，当考虑扩散存在时，氨氮将提前 30 a 击穿 GCL。

关键词：土工合成黏土衬垫；氨氮；扩散；吸附

中图分类号：TU449 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0140－07

作者简介：王 宝(1983—)，男，讲师，主要从事固体废物填埋处置方面的研究工作。E-mail: wangbao@xauat.edu.cn。

Diffusion of ammonium through a geosynthetic clay liner

WANG Bao[1,2], WANG Ze-feng[3,2], DOU Tong-tong[1], ZHAO Ya-feng[1], GE Bi-zhou[1]

(1. School of Environmental & Municipal Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Geotechnical and Underground Space Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China; 3. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology，Xi'an 710055, China)

Abstract: Ammonium is a typical pollutant encountered in municipal solid waste landfill leachate. However, there have been no researches about the diffusion behavior of ammonium in a geosynthetic clay liner (GCL) until now. A series of batch adsorption tests and diffusion specimen leaching tests are conducted to measure the distribution coefficient of ammonium onto bentonite. In addition, the diffusion tests are conducted to estimate the diffusion coefficient of ammonium in the GCL. Both the adsorption and diffusion coefficients are used in the POLLUTE v7.0 to simulate the mass transfer of ammonium through the GCL. The test results show that the distribution coefficients of ammonium onto bentonite is 0.017 L/g, and the diffusion coefficient through the GCL is 9.0×10^{-11} m^2/s. The simulated results obtained by the POLLUTE v7.0 show that the ammonium will break through the GCL about 30 years earlier when the diffusion behavior is considered.

Key words: geosynthetic clay liner; ammonium; diffusion; adsorption

0 引 言

土工合成黏土衬垫（geosynthetic clay liners, GCLs）是一种将膨润土夹封在土工织物中间或胶黏在土工膜上而制成的防渗材料。由于具有现场铺设简单，占用体积小以及价格相对低廉等诸多优点，GCL 被广泛用于建造生活垃圾填埋场底部防渗层[1-5]。已有研究表明，在垃圾渗滤液作用下，GCL 可以维持极低的渗透系数（$1.0\sim3.0\times10^{-11}$ m/s）[6-7]。但是，这并不意味着 GCL 能够彻底阻隔污染物向外迁移。事实上，在极低的渗透系数条件下，垃圾渗滤液中的污染物仍然可以通过分子扩散（diffusion）的方式通过 GCL[8]，而且在极低的渗透系数条件下，分子扩散还是污染物运移的主导方式[9]。因此，为了科学评估 GCL 对垃圾渗滤液中污染物的截污性能，有必要对污染物在 GCL 中的扩散行为进行研究。

Rowe 等[10]、Lake 等[11]率先开展了垃圾渗滤液中污染物在 GCL 中扩散行为研究，他们以 Cl^-和 Na^+作为垃圾渗滤液中典型污染物，研究二者在 GCL 中的扩散行为。Malusis 等[12]对 Cl^-和 K^+在 GCL 中的扩散行为进行了研究，分析了浓度及有效应力对污染物扩散行为可能产生的影响。Ashmawy 等[13]开展了类似的研究，以 Cl^-、Na^+、K^+、Ca^{2+}和 Mg^{2+}为研究对象，分析了 GCL 孔隙比对污染物在 GCL 中扩散行的影响。何

基金项目：国家自然科学基金青年基金项目（41602291）

收稿日期：2020－05－25

表 1 试验用膨润土的基本性质[21]

Table 1 Properties and mineralogy of bentonites in geosynthetic clay liner

界限含水率/%		膨胀指数	主要矿物质/%					阳离子交互容量
液限	塑限	/(mL·2g^{-1})	蒙脱石	石英	斜长石	高岭石	钾长石	/(meq·100g^{-1})
314	40	39	70.56	18.30	5.80	2.94	2.40	91

何俊等[14]选择 Cl^-、Ca^{2+}和 Zn^{2+}作为垃圾渗滤液中的代表性污染物，研究它们在 GCL 中的扩散行为，重点讨论 GCL 孔隙率对污染物扩散行为的影响。

垃圾渗滤液所含有机污染物在 GCL 中的扩散行为也受到了研究人员的关注。Lake 等[15]率先研究了各类挥发性芳烃（苯和甲苯等）在 GCL 中的扩散行为，给出了各个挥发性芳烃在 GCL 中的扩散系数。Paumier 等[16]和 Mendes 等[17]分别以挥发性有机物（苯和甲苯等）和酚类污染物（甲酚和五氯苯酚等）为对象，重点讨论了 GCL 预水化过程以及膨润土性质等因素对污染物在 GCL 中扩散行为的影响。最近，Saheli 等[18]对垃圾渗滤液中双酚 A（一种内分泌干扰素，对人类脑发育和生殖系统发育具有危害）在 GCL 中的扩散行为进行了研究。

尽管垃圾渗滤液中众多污染物在 GCL 中的扩散行为已受到关注，但是氨氮在 GCL 中的扩散行为至今还未得到研究。垃圾渗滤液中的氨氮主要来源于有机物，特别是蛋白质类有机物的生化降解过程，不仅浓度高[19]，而且具有显著的生物毒性[20]，因此，氨氮已成为垃圾填埋场场地环境风险评价和污染控制工程中优先关注的污染物。为提高 GCL 截污性能评价的科学性，有必要对氨氮在 GCL 中的扩散行为进行研究。

为此，本文拟开展扩散试验，研究氨氮在 GCL 中的扩散行为。要研究氨氮在 GCL 中的扩散行为，必须首先确定氨氮在 GCL 中的吸附分配情况，因此，本研究还开展了批式吸附试验和扩散试样浸提试验，测定了氨氮在膨润土上的吸附分配系数。

1　试验材料与方法

1.1　GCL 与膨润土的基本性质

研究使用的 GCL 购自某膨润土科技公司，其所含膨润土为颗粒状天然钠基膨润土。该 GCL 的单位面积膨润土含量为 6000 g/m^2，厚度为 5.2～5.7 mm；其他有关膨润土的基本性质，见表 1。其中，界限含水率依据 ASTM D 4318-05 测定；膨胀指数按 ASTMD 5890-06 测定；主要矿物质含量采用 X 射线法测定；阳离子交互容量按 ASTM D 7503-10 测定。批式吸附试验（batch test）所用膨润土粉末取自 GCL：将 GCL 的针刺线剪断，取出膨润土，在实验室内风干，研磨后过 2 mm 土工筛，筛下膨润土装入自封袋备用。

试验中所用氨氮溶液使用乙酸铵试剂配制（天津科密欧化学试剂有限公司）。之所以选用乙酸铵是因为垃圾渗滤液中氨氮主要来自于有机垃圾的降解过程，而乙酸是有机垃圾降解的另一个主要产物[20]。使用去离子水配制浓度为 100～2500 mg/L 的乙酸铵溶液（以 NH_4^+计），此浓度范围基本涵盖国内外主要垃圾填埋场渗滤液中氨氮的浓度。

1.2　GCL 水化膨胀厚度确定

污染物在 GCL 中的扩散行为与 GCL 的孔隙比直接相关[11]。在填埋场中，随着填埋垃圾厚度的不断增加，GCL 所承受的上覆荷载会逐渐增大，在此情况下，GCL 会逐渐固结，孔隙比不断下降，扩散系数将随之减小。为保守考虑，本文选择在较低有效应力（15 kPa）下进行扩散试验；15 kPa 有效应力相当于渗滤液收集和导排系统以及第一层填埋垃圾作用在 GCL 上的荷载（此荷载可以被认定为是 GCL 在整个服役期间所承受的最低荷载）。

具体试验操作如下：首先，根据 ASTM D 6766[22]中的方法，从 GCL 卷材上切割直径为 101 mm 的圆形试样，将其安装到柔性壁渗透仪中，施加 15 kPa 有效应力，使用蒸馏水对 GCL 进行历时 7 d 的连续渗透，让其充分膨胀；膨胀完成后，将 GCL 从柔性壁渗透仪中取出，使用游标卡尺在 GCL 的周边 6 个不同位置处测量其厚度，取平均值作为 GCL 水化膨胀后的厚度。

1.3　扩散系数测定试验

从 GCL 卷材上切割直径为 101 mm 的 GCL 圆形试样并将其安装到自制的扩散系数测定仪中（图 1）。安装 GCL 试样时，根据前述确定的 GCL 水化膨胀厚度，在扩散系数测定仪的上筒和下筒之间预留一定空间（1.2 节中确定的 GCL 水化膨胀厚度），以供 GCL 水化膨胀。通过液位调节管向扩散系数测定仪的下筒注入脱气去离子水，直至去离子水渗透通过 GCL 并充满扩散系数测定仪上筒；之后，让 GCL 水化膨胀（为确保 GCL 完全水化膨胀，此过程持续 28 d）。待水化膨胀完成后，用注射器将扩散系数测定仪上筒中的去离子水抽出，随后向其中注入浓度为 1500 mg/L 的乙酸铵溶液至完全充满；关闭液位调节管上的阀门，开始扩散试验。在试验过程中，定期从上筒和下筒中取出 3 mL 溶液，使用纳氏试剂分光光度法（HJ 535—2009）[23]测定其中氨氮浓度，绘制上下筒中氨氮浓度随时间变化曲线。为保持上下筒中溶液体积恒定，每

次取样后，各补充 3 mL 去离子水。待上下筒溶液中氨氮浓度趋于稳定，停止试验。将 GCL 从扩散系数测定仪中取出，测量厚度并称重，样品装入自封袋，用于后续的氨氮吸附分配系数测定。

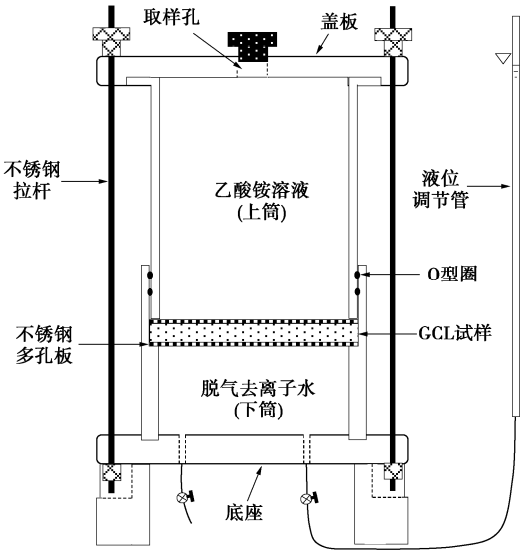


图 1 扩散系数测定仪示意图

Fig. 1 Schematic of diffusion test apparatus

1.4 分配系数测定试验

为了得到氨氮在 GCL 中的扩散系数，首先需要确定氨氮在 GCL 中的吸附分配系数[14]。本文使用两种方法确定氨氮的吸附分配系数：批式吸附法和扩散后 GCL 试样浸提法（以下简称扩散浸提法）。批式吸附法测定氨氮的吸附分配系数参照 Roy 等[24]的方法进行，具体操作过程如下：取多支洁净的 50 mL 聚乙烯塑料离心管，向各离心管加入 1.0 g（干质量）风干过筛后的膨润土，随后分别向各离心管注入 20 mL 不同浓度的乙酸铵溶液（100～2500 mg/L），形成土水比为 1∶20 的膨润土悬液。将离心管的盖子拧紧后，固定到旋转振荡器上，设定转速为 30 rpm，在 23℃± 2℃温度下振荡 24 h（预先进行的动力学试验显示，膨润土对氨氮的吸附在 24 h 内可以完成）。待振荡完成后，将离心管取下，使用高速离心机在 10000 rpm 的转速下对膨润土悬液进行离心，持续时间为 10 min。取上清液，使用 0.45 μm 微孔滤膜对上清液进行过滤。最后，使用纳氏试剂分光光度法（HJ 535—2009）[23]测定水样中氨氮的浓度。膨润土对氨氮的吸附量为

$$q_e = \frac{(C_i - C_e)V}{W} \quad 。 \tag{1}$$

式中 q_e 为吸附平衡时单位质量膨润土吸附的氨氮的质量（mg/g）；C_i，C_e 分别为试验溶液中氨氮初始浓度与平衡浓度（mg/L）；V 为试验溶液的体积（L）；W 为膨润土的质量（g）。使用 Henry 公式（线性）对试验数据进行拟合，拟合直线的斜率便是氨氮在膨润土上的吸附分配系数 K_{dp}。

扩散浸提法测定氨氮吸附分配系数参照《土壤 氨氮、亚硝态氮、硝酸盐氮的测定 氯化钾溶液提取——分光光度法：HJ634—2012》[25]进行，具体操作过程如下：首先将 1.2 节中使用的 GCL 样品两端的土工织物拆除，取出其中的膨润土芯；按圆心角 120° 将膨润土芯均分为 3 个面积相同的扇形。从每一个扇形样品中取出一定量膨润土，用于确定含水率。待含水率确定后，再从每块扇形膨润土样品中取出 3.0 g 膨润土（干质量）；将膨润土转移到 50 mL 的聚乙烯塑料离心管中，并向离心管中注入一定量的去离子水，形成土水比为 1∶10 的土悬液；将离心管盖子拧紧后固定到旋转振荡器上，在室温 23℃± 2℃旋转 24 h；然后，使用高速离心机将膨润土悬液固液分离，倒掉离心管的上清液，保留其底部的膨润土；此操作主要是为了洗脱膨润土芯孔隙液中的氨氮。紧接着，向离心后的塑料离心管中注入 20 mL 浓度为 1 mol/L 的 KCl 溶液，拧紧离心管的盖子后，将其再次固定到旋转振荡器上，在 23℃± 2℃条件下振荡 24 h，离心，取上清液并测定其中氨氮的浓度；该操作的目的是测定膨润土黏粒上氨氮的吸附量 c_s。膨润土液相中（孔隙液）中氨氮的浓度 c_{aq} 为扩散试验结束时扩散系数测定仪上下筒中氨氮浓度的平均值。氨氮在膨润土上的吸附分配系数 K_{dk} 为

$$K_{dk} = \frac{c_s}{c_{aq}} \quad 。 \tag{2}$$

2 GCL 中污染物扩散系数确定方法

污染物在 GCL 中的扩散系数通过反分析法确定。使用扩散系数测定仪进行试验时，污染物在 GCL 中的运移控制方程为

$$n\frac{\partial c}{\partial t} = nD_e\frac{\partial^2 c}{\partial z^2} - \rho_d K_d\frac{\partial c}{\partial t} \quad 。 \tag{3}$$

式中 c 为污染物在 GCL 中的浓度；z 为空间坐标；t 为时间坐标；n 为 GCL 中膨润土的孔隙率；D_e 为有效扩散系数；ρ_d 为 GCL 中膨润土的干密度；K_d 为污染物的吸附分配系数。

控制方程（3）的初始条件为

$$c(z,t) = 0 \qquad (0 \leqslant z \leqslant h, t = 0) \quad 。 \tag{4}$$

控制方程（3）的边界条件：

（1）上边界为有限质量边界。根据质量守恒原理，t 时刻上筒中污染物的量 c_s 等于初始量 c_{s0} 减去 t 时刻经过 GCL 上断面（z=0）进入到 GCL 中污染物的量和因取样分析取出的污染物的量，所以控制方程的上边界条件表示为[10]

$$c_s(z,t)=c_{s0}-\frac{1}{h_s}\int_0^t f_s(t)\mathrm{d}t-\frac{q_c}{h_s}\int_0^t c_s(z,t)\mathrm{d}t \quad (z=0,t>0)。 \tag{5}$$

式中　c_{s0} 为扩散系数测定仪上筒中污染物初始浓度，本文取 1500 mg/L；h_s 为上筒中溶液的高度，本文取 70 mm；$f_s(t)$为任意时刻 t 进入到 GCL 中污染物的量；q_c 为每次取样分析时从上筒中取出的溶液的体积，本研究设定为 3 mL。

（2）下边界为恒定流速边界。根据质量守恒原理，t 时刻下筒中污染物浓度等于初始浓度加上 t 时刻经过 GCL 下断面（$z=h$）运移到下筒中污染物的量，并减去因取样分析取出的污染物的量，所以控制方程的下边界条件可以表示为[10]

$$c_r(z,t)=c_{r0}+\frac{1}{h_r}\int_0^t f_r(t)\mathrm{d}t+\frac{q_c}{h_r}\int_0^t c_r(z,t)\mathrm{d}t \quad (z=h,t>0)。 \tag{6}$$

式中　c_{r0} 为扩散系数测定仪下筒中污染物初始浓度，本文取 0；h_r 为下筒中溶液高度，本文设定为 35 mm；$f_r(t)$为 t 时刻进入到下筒中污染物的量；q_c 为每次分析时从下筒中取出的溶液的体积，本文设定为 3 mL。

因为 K_d 已通过批式吸附试验和扩散浸提试验确定，控制方程（3）中仅有一个未确定参数 D_e。通过控制方程（3）拟合扩散系数测定仪上下筒中污染物浓度随时间变化曲线便可得到 D_e。这个拟合过程可以借助 POLLUTE v7.0 软件完成[18, 26]。

3　试验结果与分析

3.1　分配系数测定试验结果

膨润土对氨氮的等温吸附试验结果示于图 2，从图中可以看出，在试验所用的氨氮浓度范围内（100～2500 mg/L），膨润土对氨氮的吸附量随着初始溶液中氨氮浓度的增大而不断增加。使用 Henry 方程（线性）对试验数据进行拟合，得到拟合决定系数 R^2 为 0.97，显然，Henry 方程能够较好地描述膨润土对氨氮的吸附过程。Xie 等[27]在研究黄土对垃圾渗滤液中氨氮吸附特性时也发现，黄土对氨氮的吸附过程可以使用 Henry 模型进行拟合。根据图中拟合直线的斜率，可以得出氨氮的吸附分配系数 K_{dp} 为 0.017 L/g。

在扩散浸提法中，测得膨润土固相中氨氮的吸附量 c_s 为 3.80 mg/g。扩散试验结束时上筒中氨氮浓度为 508.20 mg/L，下筒中氨氮浓度为 346.35 mg/L，平均值为 427.27 mg/L，此值可视为氨氮在 GCL 孔隙溶液中的浓度 c_{aq}。根据式（2），可求得氨氮在膨润土上的吸附分配系数 K_{dk} 为 0.009 L/g。

以上试验结果显示，K_{dp} 大于 K_{dk}，这与 Lange 等[28]的研究相似，他们在对膨润土中重金属的吸附分配系数进行测定时也发现，批式吸附法中测得的重金属吸附分配系数普遍大于扩散浸提法得到的吸附分配系数。K_{dp} 之所以大于 K_{dk}，可能是因为批式吸附法中膨润土黏粒充分分散，能够与乙酸铵溶液完全接触，所以氨氮吸附量偏高，吸附分配系数偏大。而在扩散浸提法中，由于 GCL 中膨润土芯是一个完整的试样，部分膨润土颗粒无法与乙酸铵溶液接触，不能吸附氨氮，导致膨润土芯氨氮吸附量偏低，吸附分配系数偏小。

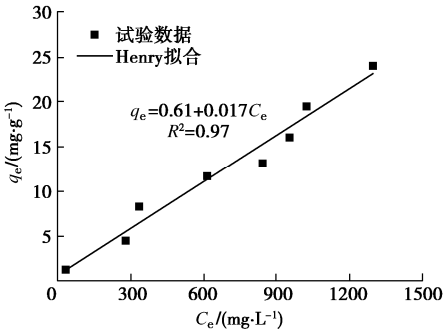


图 2　批式吸附试验结果

Fig. 2 Result of batch adsorption tests

3.2　扩散系数计算结果

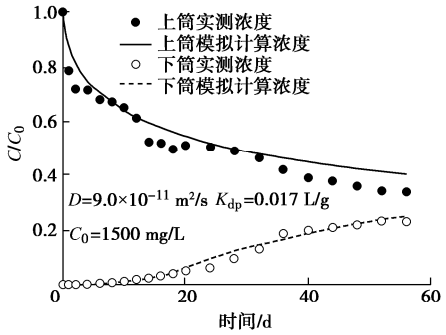
图 3 是扩散系数测定仪上下筒中氨氮浓度随时间的变化情况。图 3 中同时还给出了 POLLUTE v7.0 模拟结果：图 3（a）中的模拟曲线是使用批式吸附法所得的吸附分配系数 K_{dp} 进行模拟的，据此反算得到的氨氮扩散系数为 9.0×10^{-11} m^2/s；图 3（b）中的模拟曲线是使用扩散浸提法所得的吸附分配系数 K_{dk} 进行模拟的，反算得到的氨氮扩散系数为 6.3×10^{-11} m^2/s。对比图 3（a），（b）中拟合曲线和实测数据的接近程度可以看出，图 3（a）拟合的结果要优于图 3（b）。所以，本研究中氨氮在 GCL 中的扩散系数应为 9.0×10^{-11} m^2/s。这一数值与何俊等[14]和 Lange 等[28]测得的 Cd^{2+}和 Zn^{2+}在 GCL 和膨润土中的扩散系数非常接近。正如 Lange 等[28]所报道，污染物在 GCL 中的扩散系数可能存在一个数值范围，大部分污染物在 GCL 中的扩散系数应该都在这个数值范围内，大小变化可能只有几倍。

使用 K_{dp} 模拟的结果之所以会优于使用 K_{dk} 模拟的结果，可能是因为，在扩散试验中只有一部分膨润土（扩散通道周围的膨润土）参与氨氮的吸附，而部分膨润土（主要是死孔隙周围的膨润土）则由于不能构成扩散通道，无法对氨氮进行吸附。但是，在将 GCL 样品拆散后进行吸附分配系数测定时，这部分膨润土也包含在内，它们的存在导致 K_{dk} 比氨氮在膨润土上的实际吸附分配系数偏小，最终导致使用 K_{dk} 进行拟合所得结果与氨氮实际运移情况偏离较为严重。

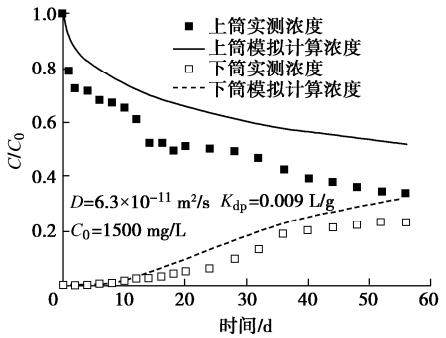
表 2 输入到 POLLUTE v7.0 的参数

Table 2 Input data for modeling ammonium transport through GCL using POLLUTE v7.0

参数	填埋场长度 L/m	填埋场宽度 W/m	垃圾填埋高度 H/m	填埋场中垃圾密度 ρ/(kg·m^{-3})	单位质量垃圾中氨氮含量 ω_b/(g·kg^{-1})	渗滤液中氨氮初始浓度 c_i /(mg·L^{-1})	垃圾渗滤液深度 H_{Le} /m	GCL 厚度 H_{Li} /m	GCL 中膨润土干密度 ρ_d /(g·cm^{-3})	GCL 中膨润土孔隙率 n	GCL 渗透系数 k /(m·s^{-1})	氨氮在 GCL 中扩散系数 D_e /(m^2·s^{-1})	氨氮在膨润土上分配系数 k_d /(L·g^{-1})	含水层厚度 h_a/m	含水层孔隙率 n_a	含水层地下水流速 v_a /(m·a^{-1})
数值	100	50	20	600	0.35	1500	0.30	0.075	0.79	0.73	5.0×10^{-11}	9.0×10^{-11}	0.017	5.0	0.3	5.0



（a）使用批式吸附法获得的吸附分配系数进行拟合



（b）使用扩散浸提法获得的吸附分配系数进行拟合

图 3 扩散系数测定仪上下筒中氨氮浓度变化趋势及模拟数值

Fig. 3 Observed and predicted change of ammonium with time during diffusion tests

3.3 氨氮在 GCL 中的运移模拟

为进一步阐明扩散在氨氮运移过程中所起到的作用，选取填埋场的典型参数，使用数值软件 POLLUTE v7.0 分别模拟考虑扩散作用和不考虑扩散作用时氨氮在 GCL 底部出流中浓度的变化情况。模拟的场景的模型如图 4 所示，其上边界选用 POLLUTE v7.0 软件中的有限质量边界，对应填埋场封场后氨氮总量不再增加的工况；下边界设定为固定流速边界，对应填埋场地下水恒定流动工况。

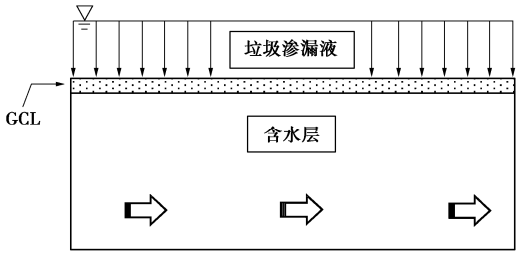


图 4 垃圾渗滤液运移通过 GCL 的模型

Fig. 4 Mathematical model for landfill leachate transport through GCL

POLLUTE v7.0 软件模拟时输入的具体参数见表 2。其中，垃圾填埋场的长度、宽度以及垃圾填埋高度均参考 Du 等[29]以及 Saheli 等[18]的研究进行设定；填埋场内垃圾的密度根据《生活垃圾卫生填埋处理技术规范：GB50869——2013》[30]的要求设定。

垃圾渗滤液中氨氮浓度设定为 1500 mg/L，与本研究中扩散试验所使用的氨氮浓度相同。GCL 上部渗滤液的深度根据《生活垃圾填埋场污染控制标准：GB 16889—2008》[31]的要求设定为 0.3 m。GCL 的渗透系数设定为 5.0×10^{-11} m/s，该值与《生活垃圾卫生填埋场防渗系统工程技术规范：CJJ113—2007》[32]中的规定一致；GCL 的其他性质与本研究中扩散试验所用 GCL 的性质相同。

图 5 是考虑扩散作用和不考虑扩散作用时，GCL 底部出流中氨氮的浓度随时间变化情况。从图中可以看出，考虑扩散作用时，GCL 底部出流中氨氮的浓度快速升高，并在第 7 年达到峰值 514.70 mg/L；而不考虑扩散作用时，GCL 底部氨氮的浓度始终很低，在第 30 年时仅为 2.19 mg/L（垃圾填埋场封场后管理时间一般为 30 a）。若将 GCL 底部出流中氨氮浓度达到垃圾渗滤液中氨氮浓度的 10%（即 150 mg/L）所需要的时间设定为 GCL 击穿时间[33-34]，从图 5 中可以看出，考虑扩散作用存在时，氨氮只需要 1.2 a 便可击穿 GCL；而忽略扩散作用存在时，在 30 a 内，氨氮都无法击穿 GCL。从以上分析可以看出，如果忽略了扩散作用的存在，对 GCL 截污性能的评价将极为不保守，由此将严重低估填埋场渗滤液中氨氮对地下水可能造成的危害。

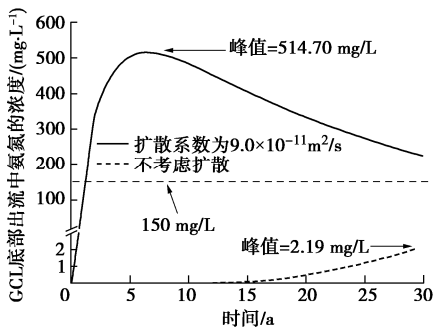


图 5 GCL 底部出流中氨氮浓度随时间变化情况

Fig. 5 Calculated concentration in outflow of GCL versus time

4 结　　论

本文通过开展扩散试验、批式吸附试验和扩散试样浸提试验，测定了氨氮在 GCL 中的扩散系数和吸附分配系数，得出以下 3 点结论。

（1）在批式吸附试验中，氨氮的吸附分配系数为 0.017 L/g，而在扩散试样浸提试验中氨氮的吸附分配系数为 0.009 L/g。批式吸附试验中得到的吸附分配系数更适合用于反算氨氮的扩散系数。

（2）氨氮在 GCL 中的扩散系数约为 9.0×10^{-11} m^2/s。

（3）考虑扩散作用存在时，氨氮只需要 1.2 a 便可击穿 GCL；而忽略扩散作用存在时，氨氮在 30 a 内都无法击穿 GCL。因此，在对 GCL 的截污性能进行评价时，必须考虑扩散作用的存在，否则评价结果将极为不保守。

参考文献：

[1] 李志斌, 徐　超. 竖向应力作用下 GCL 的膨胀特性和渗透性能[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(12): 1876－1880. (LI Zhi-bin, XU Chao. Swelling characteristics and hydraulic properties of GCLs under vertical stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(12): 1876－1880. (in Chinese))

[2] 谢海建, 楼章华, 陈云敏, 等. 污染物通过 GCL/AL 防渗层的对流–弥散解析解[J]. 科学通报, 2010, **55**(21): 2153－2163. (XIE Hai-Jian, LOU Zhang-hua, CHEN Yun-min, et al. An analytical solution to contaminant advection and dispersion through a GCL/AL liner svstem[J]. Chinese Science Bulletin, 2010, **55**(21): 2153－2163. (in Chinese))

[3] 谢海建, 詹良通, 陈云敏, 等. 我国四类衬垫系统防污性能的比较分析[J]. 土木工程学报, 2011, **44**(7): 133－141. (XIE Hai-jian, ZHAN Liang-tong, CHEN Yun-min, et al. Comparison of the performance of four types of liner systems in China[J]. China Civil Engineering Journal, 2011, **44**(7): 133－141. (in Chinese))

[4] GUAN C, XIE H J, WANG Y Z, et al. An analytical model for solute transport through a GCL-based two-layered liner considering biodegradation[J]. Science of The Total Environment, 2014, **466/465/467**: 221－231.

[5] ROWE R K. Geosynthetic clay liners: Perceptions and misconceptions[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2020, **48**(2): 137－156.

[6] BRADSHAW S L, BENSON C H, RAUEN T L. Hydraulic conductivity of geosynthetic clay liners to recirculated municipal solid waste leachates[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, **142**(2): 4015074.

[7] RUHL J L, DANIEL D E. Geosynthetic clay liners permeated with chemical solutions and leachates[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1997, **123**(4): 369－381.

[8] SHACKELFORD C D. The ISSMGE Kerry Rowe Lecture: The role of diffusion in environmental geotechnics[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2014, **51**: 1219－1242.

[9] 张文杰, 顾　晨, 楼晓红. 低固结压力下土－膨润土防渗墙填料渗透和扩散系数测试[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(10): 1915－1921. (ZHANG Wen-jie, GU Chen, LOU Xiao-hong. Measurement of hydraulic conductivity and diffusion coefficient of backfill for soil-bentonite cutoff wall under low consolidation pressure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(10): 1915－1921. (in Chinese))

[10] ROWE R K, LAKE C B, PETROV R J. Apparatus and procedures for assessing inorganic diffusion coefficients for geosynthetic clay liners[J]. Geotechnical Testing Journal, 2000, **23**(2): 206－214.

[11] LAKE C B, ROWE R K. Diffusion of sodium and chloride through geosynthetic clay liners[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2000, **18**(2/3/4): 103－131.

[12] MALUSIS M A, KANG J B, SHACKELFORD C D. Restricted salt diffusion in a geosynthetic clay liner[J]. Environmental Geotechnics, 2015, **2**(2): 68－77.

[13] ASHMAWY A K, MUHAMMAD N, ELHAJJI D. Advection, diffusion, and sorption characteristics of inorganic chemicals in GCL bentonite [C]// Waste Containment and Remediation, 2005, Austin.

[14] 何　俊, 施建勇, 廖智强, 等. 膨润土中离子扩散特征试验研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(4): 831－835. (HE Jun, SHI Jian-yong, LIAO Zhi-qiang, et al. Test of ions diffusion in bentonite[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(4): 831－835. (in Chinese))

[15] LAKE C B, ROWE R K. Volatile organic compound diffusion and sorption coefficients for a needle-punched GCL[J]. Geosynthetics International, 2004, **11**(4): 257－272.

[16] PAUMIER S, TOUZE-FOLTZ N, MAZEAS L, et al. Quantification of volatile organic compounds diffusion for virgin geosynthetic clay liners and for a GCL after contact with a synthetic leachate[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2011, **137**(11): 1039－1046.

[17] MENDES M J A, TOUZE-FOLTZ N, GARDONI M, et al.

Quantification of diffusion of phenolic compounds in virgin GCL and in GCL after contact with a synthetic leachate[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2013, **38**: 16 – 25.

[18] SAHELI P T, ROWE R K. Sorption and diffusion of bisphenol: A (BPA) through a geosynthetic clay liner (GCL)[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2016, **44**(5): 731 – 738.

[19] 姚海楠, 张立秋, 李淑更, 等. 厌氧铁氨氧化处理模拟垃圾渗滤液的影响因素研究[J]. 环境科学学报, 2019, **39**(9): 2953 – 2963. (YAO Hai-nan, ZHANG Li-qiu, LI Shu-geng, et al. Study on the factors affecting simulated landfill leachate treatment by anaerobic ferric ammonia oxidation[J]. Acta Scientiae Circumstantiae, 2019, **39**(9): 2953 – 2963. (in Chinese))

[20] KJELDSEN P, BARLAZ M A, ROOKER A P, et al. Present and long-term composition of MSW landfill leachate: a review[J]. Critical Reviews in Environmental Science and Technology, 2002, **32**(4): 297 – 336.

[21] 王 宝, 陈 彬, 窦桐桐, 等. 干湿循环与垃圾渗滤液耦合作用下 GCL 防渗性能[J]. 中国环境科学, 2020, **40**(2): 701 – 707. (WANG Bao, CHEN Bin, DOU Tong-tong, et al. Hydraulic performance of GCL under wet-dry cycling concurrent with municipal solid waste leachate permeation[J]. China Environmental Science, 2020, **40**(2): 701 – 707. (in Chinese))

[22] ASTM D 6766. Standard Test Method for Evaluation of Hydraulic Properties of Geosynthetic Clay Liners Permeated with Potentially Incompatible Aqueous Solutions[S]. 2012.

[23] 水质氨氮的测定纳氏试剂分光光度法：HJ 535—2009[S]. 2009. (Water Quality Determination of Ammonia Nitrogen Nessler's Reagent Spectrophotometry: HJ 535—2009[S]. 2009. (in Chinese))

[24] ROY W R, KRAPAC I G, CHOU S F J, et al. Batch-Type Procedures for Estimating Soil Adsorption of Chemicals[M]. Washington: United States Environmental Protection Agency, 1991.

[25] 土壤 氨氮、亚硝酸盐氮、硝酸盐氮的测定 氯化钾溶液提取——分光光度法: HJ 634—2012[S]. 2012. (Soil-Determination of Ammonium, Nitrite and Nitrate by Extraction with Potassium Chloride Solution -Spectrophotometric Methods: HJ 634—2012 [S]. 2012. (in Chinese))

[26] ROWE R K, MUKUNOKI T, SANGAM H P. Benzene, Toluene, Ethylbenzene, m&p-Xylene, o-Xylene diffusion and sorption for a geosynthetic clay liner at two temperatures[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2005, **131**(10): 1211 – 1221.

[27] XIE H, WANG S, QIU Z, et al. Adsorption of NH_4^+-N on Chinese loess: Non-equilibrium and equilibrium investigations[J]. Journal of Environmental Management, 2017, **202**: 46 – 54.

[28] LANGE K, ROWE R K, JAMIESON H. Diffusion of metals in geosynthetic clay liners[J]. Geosynthetics International, 2009, **16**(1): 11 – 27.

[29] DU Y J, SHEN S L, LIU S Y, et al. Contaminant mitigating performance of Chinese standard municipal solid waste landfill liner systems[J]. Geotextiles and Geomembranes, 2009, **27**(3): 232 – 239.

[30] 生活垃圾卫生填埋处理技术规范：GB 50869—2013[S]. 2013. (Technical Code for Municipal Solid Waste Sanitary Landfill: GB 50869—2013 [S]. 2013. (in Chinese))

[31] 生活垃圾填埋场污染控制标准：GB 16889—2008[S]. 2008. (Standard for Pollution Control on the Landfill Site of Municipal Solid Waste: GB 16889—2008[S]. 2008. (in Chinese))

[32] 生活垃圾卫生填埋场防渗系统工程技术规范：CJJ 113—2007[S]. 2007. (Technical Code for Liner System of Municipal Solid Waste Landfill: CJJ 113—2007 [S]. 2007. (in Chinese))

[33] 张文杰, 黄依艺, 张改革. 填埋场污染物在有限厚度土层中一维对流–扩散–吸附解析解[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(7): 1197 – 1201. (ZHANG Wen-jie, HUANG Yi-yi, ZHANG Gai-ge. Analytical solution for 1D advection-diffusion-adsorption transport of landfill contaminants through a soil layer with finite thickness[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(7): 1197 – 1201. (in Chinese))

[34] 张文杰, 贾文强, 张改革, 等. 黏土–膨润土屏障中氯离子对流扩散规律研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(11): 2076 – 2081. (ZHANG Wen-jie, JIA Wen-qiang, ZHANG Gai-ge, et al. Advection and dispersion of Cl^- in clay-bentonite barriers[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(11): 2076 – 2081. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101017

基于主动加热光纤法的毛细阻滞入渗模型试验研究

王家琛[1]，朱鸿鹄*[1,2]，王 静[1]，曹鼎峰[3]，苏立君[2]，Narala Gangadhara Reddy[1,4]

(1.南京大学地球科学与工程学院，江苏 南京 210023；2.中国科学院山地灾害与地表过程重点实验室，四川 成都 610041；
3.中山大学土木工程学院，广东 广州 510275；4. 印度理工学院布巴内斯瓦尔分校基础设施学院，印度 布巴内斯瓦尔 752050)

摘 要：毛细阻滞效应是多层、不同粒径非饱和土入渗过程中的一个自然现象。为了探究多层土水分入渗的毛细阻滞过程，设计了室内模型试验，采用主动加热光纤法（AHFO法）对多层土的水分迁移进行试验，并结合频域反射法（FDR法） 和直接观测法作为验证。试验结果表明：相较于FDR法和直接观测法，AHFO法对降雨入渗所产生的毛细阻滞现象具有较好的观测效果，可观测出水分运移的更多细节；运用FDR法，对AHFO传感器进行原位标定，曲线拟合精度 R^2 均大于0.93，具有较高的体积含水率监测准确度；毛细阻滞层对降雨入渗具有明显的阻滞效应，即存储屏障上部入渗和减少水分向下部水体渗出。相关研究结论为毛细阻滞现象研究以及土壤水分场监测提供了一种新的监测方法。

关键词：毛细阻滞；主动加热光纤法；砂土模型试验；降雨入渗

中图分类号：TU411 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0147－09

作者简介：王家琛(1995—)，男，硕士研究生，主要从事地质工程方面的研究工作。E-mail: wang_jc@smail.nju.edu.cn。

Laboratory model tests on capillary barrier infiltration using actively heated fiber optic method

WANG Jia-chen[1], ZHU Hong-hu[1,2], WANG Jing[1], CAO Ding-feng[3], SU Li-jun[2], Narala Gangadhara Reddy[1,4]

(1. School of Earth Sciences and Engineering，Nanjing University, Nanjing 210023, China; 2. Key Lab. of Mountain Hazards and Earth Surface Processes, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610041, China; 3. School of Civil Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China; 4. School of Infrastructure, Indian Institute of Technology Bhubaneswar, Bhubaneswar 752050, India)

Abstract: The capillary barrier effect is a natural phenomenon during the infiltration of unsaturated soil layers with different particle sizes. In order to test the capillary barrier effect of multi-layer soils, laboratory model tests are designed. Subsequently, the actively heated fiber optic (AHFO) method is used to test the water migration of the model tests, and the direct observation method and the frequency domain reflection (FDR) technology are used for verification. The analysis of test shows that compared with the direct observation method and the FDR method, the AHFO method has a better observation effect on the capillary barrier phenomenon caused by rainfall infiltration, and can observe more details of water movement as well. The FDR method is used to perform the in-situ calibration of the AHFO sensor, and the curve-fitting accuracy R^2 is greater than 0.93, indicating a high accuracy of volume water content monitoring. The capillary barrier layer has a significant retarding effect on rainfall infiltration, that is, infiltration water can be saved at the storage barrier which can also reduce seepage to the layer under the barrier. The research results may provide a new method for the research on capillary barrier effect and the monitoring of water content distribution.

Key words: capillary barrier; actively heated fiber optic method; sand model experiment; rainfall infiltration

0 引 言

降雨渗入边坡土层是诱发滑坡的主要因素之一[1]，降雨引起边坡土壤含水率上升、基质吸力下降[2]，使得坡体强度降低进而发生滑动[3-5]。除可能带来边坡失稳的问题之外，降雨入渗会把尾矿库、垃圾填埋场等工程中的上层污染物带到深部土层中，从而造成深部岩土体和地下水的污染问题[6]。利用土壤的毛细阻滞作用可以有效缓解和解决上述问题[7]，这是一种运用入渗规律解决环境岩土工程问题的良好方法。

毛细阻滞通常包括多个不同粒径的多孔材料扩散

基金项目：国家重点研发计划课题（2018YFC1505104）；国家自然科学基金优秀青年基金项目（41722209）；中国科学院山地灾害与地表过程重点实验室开放基金项目

收稿日期：2020－03－29

*通信作者（E-mail: zhh@nju.edu.cn）

层[8-9]。通常而言，毛细阻滞由细粒土下衬粗粒土而成。细粒土层作为核心储层发挥储水作用，粗粒土作为基础层与细粒土构成毛细阻滞屏障，由于不同粒径土层间水力特性的差异形成了毛细阻滞作用，从而增大了细粒土层的储水能力。国内外学者近二十年来在该领域完成了包括理论、室内试验和现场测试的一系列研究工作[10-13]。Stormont[11]成功地使用毛细阻滞将水分流，并且达到了运用毛细阻滞减缓水渗透到粗糙层中的效果。Yang 等[12]通过土柱试验测试了不同种类互层条件的毛细阻滞效应，发现粗细砂互层比中细砂互层所产生的屏障效应更加明显。除了将毛细阻滞应用于水分阻滞，Cude 等[13]还对毛细阻滞减少土壤中盐分的作用开展了研究，验证了这一方法的有效性。

在毛细阻滞效应的试验研究中，通常需要基于土体水分迁移的特征进行判断。目前，测量土体水分迁移的方法主要有直接观测法、示踪剂法、时域反射法（TDR 法）、频域反射法（FDR 法）、电阻率法、γ 射线透射法等[14-15]。其中，直接观测法、示踪剂法通常是在试验室内的透明有机玻璃器皿中进行[16]，不适用于现场实测。TDR 法、FDR 法、电阻率法以及 γ 射线透射法都属于点式测量方法，通常只能测量各个传感器处的含水率，应用于大面积和长距离分布式含水率监测的难度较大，难以实现原位土壤含水率的分布式实时测量[17-20]。

近年来，主动加热光纤法（actively heated fiber optic method, 简称 AHFO 法）由于长距离、高精度、分布式等优点发展迅速，已被成功应用于室内测试及现场的长期监测[20-23]。在长距离和大面积的监测中，AHFO 传感器的造价与安装费用相对于传统的点式监测更经济，更适宜于现场实测。AHFO 法采用脉冲加热的方法，运用光纤测量不同土性的温度变化特征，达到测试土壤水分的目的[20-23]。因此，在测试前需通过室内标定建立土壤温度特征值与含水率之间的经验关系，然后再根据现场获取的温度特征值的实测值获得待测土壤的含水率[22-24]。目前，该技术在工程实践中并未广泛应用于非饱和渗流的监测，尤其是对于毛细管屏障效应的监测。

本文开展了毛细阻滞入渗的模型试验，借助 AHFO 法获取了水分场的迁移规律；通过对比 FDR 法、直接观测法的监测结果，对 AHFO 法的准确性进行了验证。本次研究根据不同含水率的土体升温场的变化特征，研究确定水分场的变化规律，从而达到毛细阻滞监测的目的。

1 理论原理

毛细阻滞的工作原理可以结合 Lu 等[25]的研究总结，即通过在静水条件下两层系统内压头的相对简单平衡分析来说明。考虑水在位于粗粒土上方的细粒土层中逐渐积累，图 1 将这个位置的界面概念化为一个薄过渡区域，可以在其中考虑平衡因素。细粒土（黄色）和粗粒土（灰褐色）之间的过渡被理想化为圆锥形的孔，其两侧的半径分别对应于细粒土和粗粒土的平均孔径。

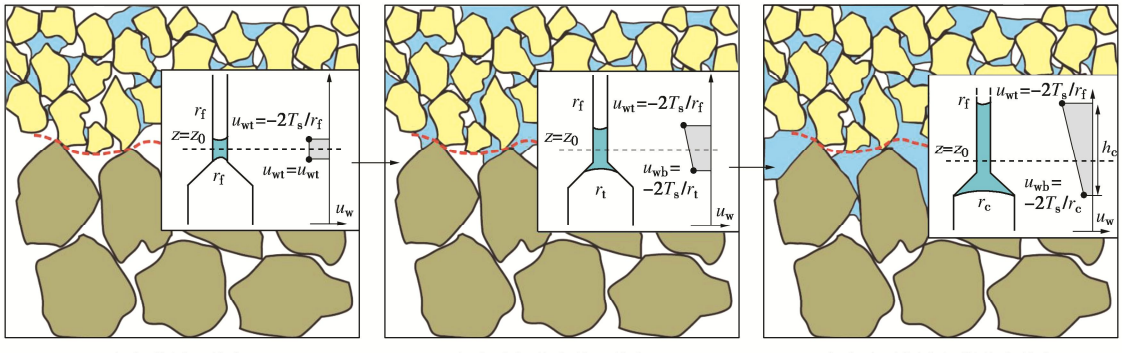
由于与大气的连通，基质吸力在此处等于孔隙水压力，可表示为

$$u_{\mathrm{wt}} = -\frac{2T_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{f}}} \quad , \tag{1}$$

$$u_{\mathrm{wb}} = -\frac{2T_{\mathrm{s}}}{r_{\mathrm{f}}} \quad 。 \tag{2}$$

式中 u_{wt} 为细粒土中靠近气－水界面的一点处的孔隙水压力，r_{f} 为细粒土的代表性孔隙半径，T_{s} 为液体的表面张力。同样式（2），在毛细管水较薄并满足力学平衡的状态下，毛细管水底部气－水－固体界面的一点处的孔隙水压力为 u_{wb}，并且 $u_{\mathrm{wb}}=u_{\mathrm{wt}}$。

如图 1 所示，随着上方毛细管水厚度的增加，由于重力导致的总水头积聚使孔隙水少量移入细粒土层和粗粒土层之间的过渡区域，即达到图 1 中阶段 II 所示的阶段。毛细管水底部附近的孔隙压力大于顶部附近的孔隙压力，其大小与毛细管水的厚度和 $\rho_{\mathrm{w}}g$ 成比



（a）薄层悬着水 （b）中间状态的悬着水 （c）突破隔离极限状态的水

图 1 细土-粗土毛细阻滞系统界面附近的毛细水静水平衡

Fig. 1 Hydrostatic equilibrium of capillary water near interface of fine soil–coarse soil capillary barrier system

例关系。达到力学平衡时，接近底部的孔隙水压力主要由过渡区等效孔隙半径的大小决定，即 r_t 。r_t 大小介于细粒土的代表性孔隙半径 r_f 与粗粒土的代表性孔隙半径 r_c 之间。随着地表水入渗的持续进行，毛细管水的厚度不断增加，毛细管水底部的孔隙水压力逐渐增加并且湿润锋前进到一个新的平衡位置。当这个压力与粗粒土的进水压力值相等时，湿润锋将会到达过渡区的尾部。这时，将会得到临界力学平衡关系：

$$h_c\rho_w g = u_{wb} - u_{wt} = \frac{2T_s}{r_f} - \frac{2T_s}{r_c} \quad , \tag{3}$$

式中，h_c 为临界水头，ρ_w 为水的密度。

在这种情况下，毛细阻滞失效。如果任何额外的水加入该屏障系统中，水分将入渗至粗粒层，该状态需要满足

$$h_c \geqslant \frac{2T_s}{\rho_w g r_f} - \frac{2T_s}{\rho_w g r_c} \quad 。 \tag{4}$$

2　土壤含水率监测方法

2.1　频域反射法

频域反射法是基于电容/频域技术通过监测的介质介电常数来测量体积含水率的一种监测技术[26-28]。因为水的介电常数远大于土颗粒、空气介电常数的介电常数，故土壤的介电常数主要由水分含量决定。因此，根据土壤介电常数可间接获得土壤的体积含水率[28]。监测设备利用 LC 电路的振荡，由于在不同介质中电磁波振荡频率产生的变化来反映介质的介电常数，根据介电常数的对应关系获得土壤含水率状况[28-29]。该方法的不足在于布设大量传感器成本较高，且读数线缆较多，对原位土体有一定程度的扰动。

2.2　主动加热光纤法

主动加热光纤法的监测原理见图 2。该方法在测试时，需要通过传感器对周围土体施加一定热量，由于水与土体、空气的导热系数不同，因此能量在不同含水率的土体扩散的速度有所差异[20, 22-23]。AHFO 法利用升温或降温曲线和土体的热力学性质之间的经验关系实现测量。

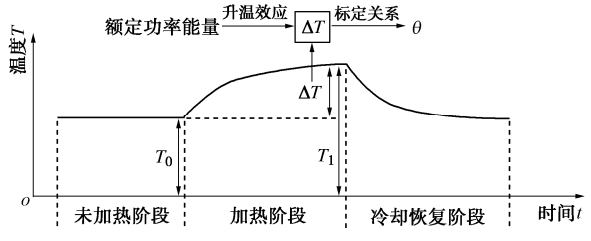


图 2 主动加热光纤法的监测原理

Fig. 2 Monitoring principle of AHFO method

FDR 法和 AHFO 法各自具有不同的特点，具体信息见表 1。在现象进行多测点应用时，FDR 法需要合理排布和保护各点传感器的传输线，线缆的阻值变化、防水效果对于测值有一定影响；而 AHFO 法借助单根光纤，即可监测较大范围（光纤感测长度可达 2 km 以上）。同时，光纤信号不受环境干扰，线缆排布和保护较为方便，但是在应用 AHFO 技术前需要进行较细致的参数标定。由于土的孔隙率、土体结构、边界条件等因素的变化将影响土体的热力学性质，导致现场取样后的室内标定与实际场地土层有差异，该技术的精度往往受到该因素的影响。

表 1 两类土含水率监测方法对比

Table 1 Comparison of two types of monitoring methods for water content of soils

对比项目	FDR 法	AHFO 法
直接测量参数	介电常数	温度变化量
监测方式	点式	分布式
传感器标定	出厂前完成标定，必要时可再次标定	出厂后室内或原位标定
适用土层	低盐度的粗、细粒土层	粗、细粒土层
现场安装	直接埋置	直接埋置或钻孔埋设

3　模型试验

3.1　土样选取

为了探究水分入渗多层土毛细阻滞的过程，在室内开展了土柱模型降雨试验。在该试验中，采用细砂和中砂两种土样来测试毛细阻滞现象。土体性质列于表 2，颗分曲线见图 3。两种砂土均为天然的长江砂，两种土样在风干 7 d 之后在模型桶内人工填实至目标干密度。

表 2 试验土体的基本参数

Table 2 Basic parameters of the test soils

土类	颗粒相对质量密度	目标干密度 /(g·cm^{-3})	饱和渗透系数 /(10^{-2}cm·s^{-1})
细砂	2.69	1.58	1.03
中砂	2.68	1.62	2.30

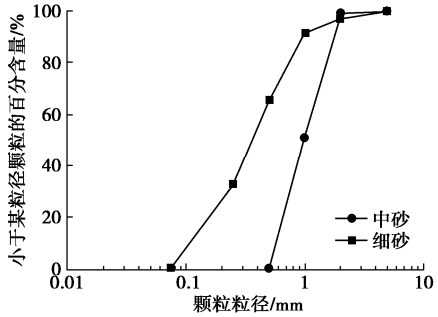


图 3 土样的粒径分布曲线

Fig. 3 Grain-size distribution curves of soil samples

运用土壤张力计和 FDR 传感器分别测定土壤吸力和体积含水率。试验中的土壤张力计采用浙江托普仪器公司的 TRS-II 土壤水势测量仪。FDR 传感器选用 METER Group 公司生产的 EC-5 传感器[27]，其主要参数指标见表 3。土样的土水特征曲线用 van Genuchten 模型进行拟合，拟合公式如下[30]：

$$\theta_{\mathrm{w}}=\theta_{\mathrm{r}}+\frac{\theta_{\mathrm{s}}-\theta_{\mathrm{r}}}{[1+(a\psi)^{n}]^{m}} \quad , \tag{5}$$

式中，θ_{w} 为体积含水率，θ_{r} 为残余体积含水率，θ_{s} 为饱和体积含水率，ψ 为基质吸力，a，m，n 为拟合参数。此次试验土样的土水特征曲线如图 4 所示。

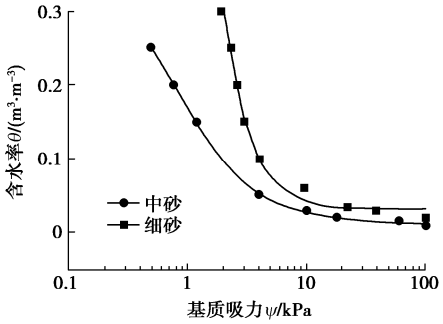


图 4 土样吸湿土水特征曲线

Fig. 4 Wetting curves of soil-water characteristic for samples

表 3 FDR 传感器主要技术指标

Table 3 Main technical parameters of FDR sensors

含水率测量范围 /(m³·m⁻³)	传感器尺寸 /cm	工作温度/℃	测量耗时 /ms	精度 /(m³·m⁻³)
0~1	8.9×1.8×0.7	−40~60	10	±0.03

3.2 土柱模型

模型桶为圆柱形，内高 65 cm，内径 24 cm，下部有水阀与空气连通。在模型桶内填土前，将土样搅拌均匀并风干 1 周。填土前需使用凡士林对筒壁和将埋入土体的传感器导线进行处理，以减小水分沿侧壁和导线入渗的概率。填土时，将 5 个 FDR 传感器和 AHFO 传感器按指定高程控制在相应的空间位置，之后填土并分层压实各土层至目标干密度，确保传感器与土体接触良好。

考虑到刚玉材料具有绝缘、耐高温及导热性能优异等特点[31]，本次试验采用了刚玉管封装的 AHFO 传感器进行含水率监测。该 AHFO 传感器由苏州南智传感有限公司和南京大学共同研发，传感器探杆直径为 6 mm，内部包含 5 个感测温度变化的光纤光栅（简称 FBG），各个 FBG 空间距离为 10 cm，刚玉管比热 0.26 cal/(g·℃)，其结构示意见图 5。之后，本次试验通过原位标定减小取样标定带来的土性分布与原位不一致等干扰因素的影响。在测试过程中，用移动变压器对 AHFO 传感器加热，控制加热电流为 0.60 A，加热时间为 60 s，加热间隔为 20 min 以上，以保证传感器表面温度恢复至初值。试验中使用苏州南智传感科技有限公司所生产的 NZS-FBG-A01C 解调仪进行光信号解调，该解调仪的主要指标见表 4。

表 4 FBG 解调仪主要技术指标

Table 4 Main technical parameters of FBG demodulator

光纤类型	波长分辨率 /pm	解调速率 /Hz	动态范围 /dB
62.5/125	1	≥1	35

此外，除第 2 节中介绍的 FDR 法和 AHFO 法两种主要监测方法外，运用影像采集手段的直接观测法可作为降雨入渗的另一种观测方法[32]。在试验中，可通过点位标注、定时拍摄，减小人员在试验中目测读数的不确定性。本次试验采用 Canon 600D 数码相机对降雨入渗全过程进行摄像记录，用于验证土含水率的实测数据。

试验采用内置针头的内径为 0.16 mm 的降雨器进行模拟降雨，降雨范围略小于模型桶内径（直径 23 cm），以降低降雨沿模型桶侧壁入渗的概率。上部降雨器的雨量大小可通过调节支撑架和支撑箱的高度进行控制。降雨器底部与模型桶顶部法兰间放有 4 处 2 cm 左右的塑料支撑垫片，以保证模型桶内部与大气连通，具体试验装置布置见图 6。

本次试验控制室内温度 15.6℃～16.0℃，空气湿度 51.5%～53.6%。试验前，调整马氏瓶内液面高度对降雨器进行标定。在本次研究中控制降雨强度在暴雨—大暴雨、大暴雨两个级别。试验测试中，控制降雨在不同时间范围内的强度，具体测试阶段见表 5。

4 试验结果

4.1 降雨过程土壤热响应

根据 2.2 节的介绍，AHFO 传感器将热量输入至

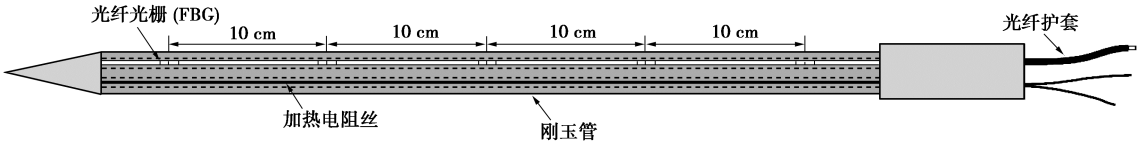


图 5 AHFO 传感器示意图

Fig. 5 Schematic of AHFO alundum tube

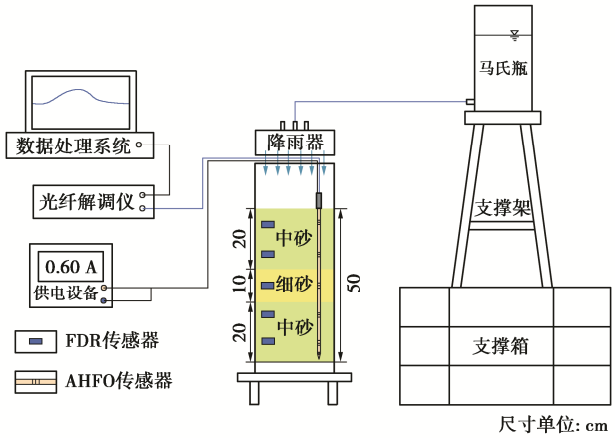


图 6 试验设备布置

Fig. 6 Layout of test equipments

表 5 时间－降雨强度表

Table 5 Time-rainfall intensity setting

降雨阶段	降雨时间/h	降雨强度/(mm·h^{-1})	降雨类型
I	0～2	3～5	暴雨—大暴雨
II	2.5～6	7～14	大暴雨
III	19.33～24.33	6～12	大暴雨

待测土中，引起待测土体内部温度场的变化。这种热量输入引起的升温效应可由 AHFO 传感器监测。随着降雨入渗，湿润锋经过的位置，含水率将明显增高，同时引起土体内部导热系数的改变。土体导热系数是由土颗粒、水、气体三相物质组成，其中气体的导热能力很弱，故气体在土体热力学性能的研究中可以忽略[33-35]。

土体的加热温度特征值与导热系数成负相关，而导热系数与含水率呈正相关关系，故温度特征值与含水率有负相关关系。温度特征值的变化反映出的是待测土体内升温场的变化，这种趋势直接受到水分迁移的影响。AHFO 传感器串联监测得到的数据通过线性插值生成温度场变化的云图，如图 7。加热 60 s 后的温度变化量（ΔT）较小的位置说明已受到湿润锋的影响。蓝色范围的变化意味着较小ΔT 的范围扩展，该现象可理解为是水体向土体内部输入与运移产生的导热系数变化（可对比 4.3 中图 9 的采集影像）。这种升温场的变化可以反映出土体内场的水分场的变化趋势，但其具体变化特征还需由原位标定后的函数确定。

4.2　温度特征值与土体含水率关系的率定

目前室内入渗试验通常采用配置不同的土样进行标定[21, 36-37]，该标定方法耗时、操作复杂，尤其是对于不同含水率的多层土样，制样标定不符合实际水分运移时的分布特征。

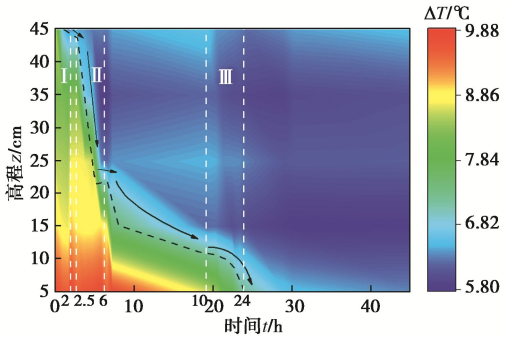


图 7 温度场－时间变化趋势

Fig. 7 Changing tendency of temperature field and time

本次研究根据 FDR 法测得的原位标定值对应不同位置处 FBG 测量的温度特征值，基于最小二乘法运用不同函数进行含水率与温度特征值的函数关系拟合。很多学者使用线性函数、二次函数多项式以及幂函数等函数形式拟合[21, 36-37]。本次标定试验采用幂函数进行拟合，结果见图 8。

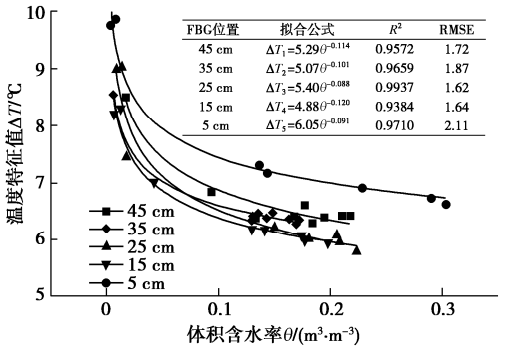


图 8 温度特征值与体积含水率关系

Fig. 8 Relationship between temperature characteristic value and volume water content

4.3　湿润锋推移与屏障现象

开始试验后，在 0～2 h 内处于暴雨—大暴雨阶段，由图 9 可以看出，至 2 h 时，运用影像采集法发现湿润锋前进至 43 cm 的高程左右。2.5～6 h 期间，增强降雨强度至大暴雨。在此期间，湿润锋迁移速率明显增强，在 3.67 h 湿润锋已接近上部中砂层与中部细砂层的边界处，之后湿润锋抵达细砂层，进入与下层中砂层构成的毛细阻滞系统的悬着水阶段（对应第 1 节图 1 的状态 I），之后在 5.67 h 湿润锋渗透第二层细砂已过半。之后水分继续向下部迁移，下层土交界面处的细砂层吸力值减小逐步接近至下层中砂层的吸力值，最终发生屏障失效，降水继续向下部渗流。经过 13.17 h 的静置，湿润锋已到达了桶内 8 cm 的高程处，即湿润锋前进了约 42 cm。

6～19.17 h 处于停雨阶段，上部水体向下运移，

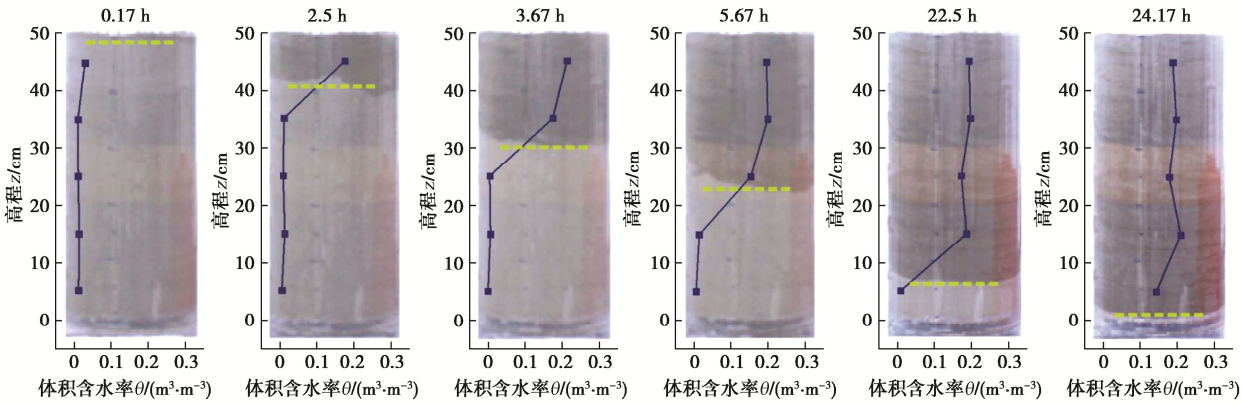


图 9 入渗不同阶段的影像与含水率分布

Fig. 9 Images at different stages of infiltration and vertical distribution of water content

由于室内温度较低，停雨时间短，故本次试验不考虑蒸发对土体水分场的影响，将顶部砂土表面流量边界条件为视为 0 cm³/min。在 19.17 h 开始进入第三阶段的大暴雨，直接观测法发现：经过 3.33 h 的降水，至 22.5 h 湿润锋依然未发生明显的迁移；而在此之后湿润锋继续运移，至 24.17 h 时，湿润锋已完全浸湿土柱。

运用 AHFO 法可以清楚地观测出模型桶内水分场的变化特征。如图 10 所示，第 I 阶段降雨入渗过程较短，水分场特征与直接观测法和 FDR 法的结果较为一致。至第 II 阶段降雨时，湿润锋从 45 cm 处至 35 cm 高程的时间区间稍大于湿润锋从 35 cm 处至 25 cm 的时间区间，体现了湿润锋前进速率的变化。在 6 h 时关闭马氏瓶水阀，停止降雨，上部中砂层的含水率逐渐降低，说明水分补给至下部土层，导致湿润锋进一步向下移动，继续向细砂层入渗。通过 5.5～7.5 h 湿润锋的运移特征可以发现，细砂层对降雨入渗有明显的阻滞作用，延缓下渗约 2 h。细砂层作为阻滞层，随着入渗的进一步进行，水分逐渐过渡至与下部土层的交界面附近（即第 1 节图 1 的状态 II）。当细砂层底部的基质吸力等于下覆中砂层顶部的基质吸力时，起阻滞作用的细砂层达到临界状态。随着水分继续到达细砂层，该毛细阻滞系统被击穿（即第 1 节图 1 的状态 III）。此时，细砂层内部的水分迅速补给下部中砂层，形成了中砂层对细砂层的抽湿作用，细砂层含水率降低。之后随着湿润锋继续运移，在 8.5 h 抵达 15 cm 位置处。第 III 阶段降雨入渗 AHFO 法同样可以对其进行良好的监测。整体而言，直接观测法和 AHFO 法的湿润锋位置监测结果对应较为一致；FDR 法和 AHFO 法含水率监测结果也较为一致。

此外，运用 FDR 法也可以监测出湿润锋的运移情况。选取处于初始含水率与饱和含水率之间的同一含水率作为湿润锋到达某一高程的标志，根据抵达各位置的时间进行分析湿润锋运移状况。经过含水率初值测量，试验开始前的各 FDR 传感器位置处的体积含水率均小于 3%，根据 FDR 传感器监测到的数据发现：所有湿润锋经过位置的体积含水率均大于 12%。本文选取体积含水率 8%，10%，12%作为 3 个标志点，判断湿润锋运移的情况。由于湿润锋经过桶内某一位置时含水率在该位置处短时间内大幅增加，故取不同含水率标志点湿润锋的运移趋势基本一致（表 6），在计算湿润锋运移速率时，所有时间横坐标 t 在计算时取各个含水率标志点的平均值。

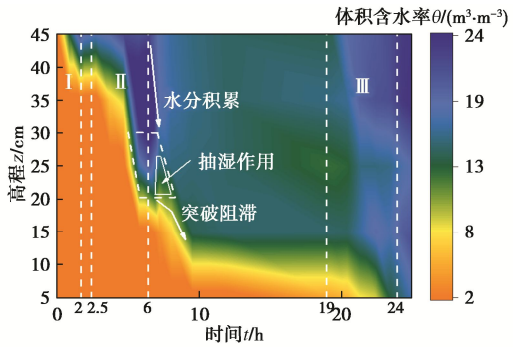


图 10 水分场－时间变化趋势

Fig. 10 Changing tendency of water distribution and time

表 6 湿润锋到达不同高程的时间对比

Table 6 Comparison of time of wet front arriving at different heights

(min)

抵达高程/cm	含水率/%		
	8	10	12
45	49.5	55	58.7
35	202	204	206
25	295	301	307
15	491	499	510.8
5	1392	1395	1400

根据不同的监测方法，可得到湿润锋前进位置的高程 z 与时间 t 关系曲线，其斜率即为湿润锋的前进速度 v。湿润锋的运移速率可用图中高、低含水率分界线的斜率表示，即

$$v=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\quad 。\tag{6}$$

通过式（6）计算结果发现，3 种方法均可以探测出湿润锋的迁移特征并且变化趋势较为一致，运移速率均为低、高、低 3 个阶段（图 11 中 1、2、3 阶段）。本次试验使用 5 个 FDR 传感器，数量较多且单个造价高，只有在数量充足的情况下可以反映湿润锋迁移中速率的明显变化。在现场监测中，多个点式监测器通常存在多条线路，埋设复杂且容易受到破坏，所以在工程现场监测中成本较高。相较于 FDR 法，直接观测法、AHFO 法均能够较为完整地反映整个试验阶段湿润锋的速率，包括降雨强度激增、屏障效应、停止降雨时带来的入渗速率的显著变化。然而，在实际工程应用中难以进行横剖面上降雨入渗的影像观测，而 AHFO 传感器在原位监测可行性高且长距离布设时费用比 FDR 传感器更低，所以采用 AHFO 法更能够在现场工程监测中进行应用，具有较高的应用意义。

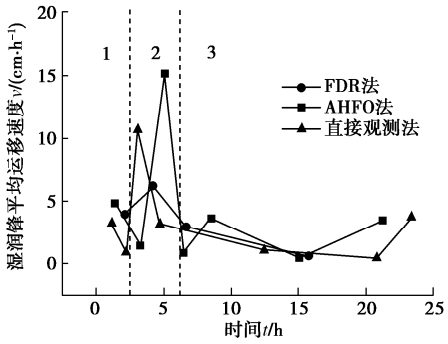


图 11 湿润锋平均运移速度和时间的变化关系

Fig. 11 Relationship between average velocity and time of wet front migration

需要说明的是，在 AHFO 法应用于毛细阻滞效应的监测中，由于传感器在埋置过程中穿过多层土层，可能会出现水分优先沿传感器表面、导线下渗。因此，建议在传感器表面和将埋入土体的导线均匀涂抹非亲水材料（例如凡士林）。同时，在填土过程中需要注意传感器周边压实均匀，使传感器表面与土体贴合良好，以保证传感器对水分入渗的监测效果。

相比于室内试验，在野外监测试验中，通常浅部水分场监测运用开挖直埋的方式即可。对于深部土壤的监测需要运用钻孔进行布设。需要注意的是：在钻孔回填时，应注意回填材料的选用，宜选用原状土或与原状土粒径分布特性相似的土进行回填[38]。下一步研究也将涉及野外毛细阻滞现象的监测，探究毛细阻滞层的作用效果以及光纤传感监测的野外适用性和精确度。

5　结　　论

本文设计了降雨入渗试验，采用主动加热光纤法（AHFO 法）进行毛细阻滞效应的监测。研究得出以下 3 点结论。

（1）降雨入渗多层、不同粒径非饱和土所产生的毛细阻滞现象可运用 AHFO 法有效地监测出来，通过对比直接观测法和 FDR 法，AHFO 法能够反映湿润锋的迁移完整过程，其具有的方便埋设、大范围监测成本较低等特点使其更适宜于现场监测。

（2）通过 FDR 法结合直接观测，对 AHFO 传感器进行标定，验证了指数函数对温度特征值和含水率之间的关系进行拟合的可行性，各曲线拟合精度 $R^2>0.93$，传感器各位置处监测误差较小，精度 RMSE≤2.2。

（3）监测数据显示，在中砂和细砂互层的试验中，毛细阻滞对降雨入渗具有明显的阻滞效应，即存储屏障上部入渗和减少屏障下部水体渗出，对雨水下渗延缓 2 h 左右。3 种方法监测的湿润锋迁移特征较为一致，运移速率均表现为低、高、低 3 个阶段。

本次研究的 AHFO 传感器及其原位标定方法对降雨入渗以及毛细阻滞现象的探究具有较高的可行性和可靠性，然而目前主要应用于室内试验的测试中，未来将在原位开展进一步研究工作。

参考文献：

[1] AU S W C. Rainfall and slope failure in Hong Kong[J]. Engineering Geology, 1993, **36**(1/2): 141 - 147.

[2] KASSIM A, GOFAR N, LEE L M, et al. Modeling of suction distributions in an unsaturated heterogeneous residual soil slope[J]. Engineering Geology, 2012, **131**: 70 - 82.

[3] LEE M L, NG K Y, HUANG Y F, et al. Rainfall-induced landslides in Hulu Kelang area, Malaysia[J]. Natural Hazards, 2014, **70**(1): 353 - 375.

[4] JONES D D, ROWE R K. BTEX migration through various geomembranes and vapor barriers[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2016, **142**(10): 04016044.

[5] TAN S H, WONG S W, LEE M L, et al. Soil column infiltration tests on biomediated capillary barrier systems for mitigating rainfall-induced landslides[J]. Environmental Earth Sciences, 2018, **77**(16): 589.

[6] 焦卫国, 詹良通, 季永新, 等. 黄土–碎石毛细阻滞覆盖层储水能力实测与分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(6): 1149 - 1157. (JIAO Wei-guo, ZHAN Liang-tong, JI Yong-xin,

et al. Field test and study on water storage capacity of loess-gravel capillary barrier cover[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(6): 1 – 10. (in Chinese))

[7] RAHARDJO H, GOFAR N, HARNAS F, et al. Effect of geobags on water flow through capillary barrier system[J]. Geotechnical Engineering Journal of the SEAGS & AGSSEA, 2018, **49**(2): 1 – 6.

[8] ZASLAVSKY D, SINAI G. Surface hydrology: IV Flow in sloping, layered soil[J]. Journal of the Hydraulics Division, 1981, **107**(1): 53 – 64.

[9] HO C K, WEBB S W. Capillary barrier performance in heterogeneous porous media[J]. Water Resources Research, 1998, **34**(4): 603 – 609.

[10] ROSS B. The diversion capacity of capillary barriers[J]. Water Resources Research, 1990, **26**(10): 2625 – 2629.

[11] STORMONT J C. The effectiveness of two capillary barriers on a 10% slope[J]. Geotechnical & Geological Engineering, 1996, **14**(4): 243 – 267.

[12] YANG H, RAHARDJO H, LEONG E C, et al. A study of infiltration on three sand capillary barriers[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2004, **41**(4): 629 – 643.

[13] CUDE S M, ANKENY M D, NORTON J B, et al. Capillary barriers improve reclamation in drastically disturbed semiarid shrubland[J]. Arid Land Research and Management, 2018, **32**(3): 259 – 276.

[14] NIU Q, FRATTA D, WANG Y H. The use of electrical conductivity measurements in the prediction of hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Journal of Hydrology, 2015, **522**: 475 – 487.

[15] BARBOUR S L, HENDRY M J, CAREY S K. High-resolution profiling of the stable isotopes of water in unsaturated coal waste rock[J]. Journal of Hydrology, 2016, **534**: 616 – 629.

[16] 张志军, 李亚俊, 贺桂成, 等. 某尾矿坝毛细水带内的坝体材料物理力学特性研究[J]. 岩土力学, 2014, **35**(6): 1561 – 1568. (ZHANG Zhi-jun, LI Ya-jun, HE Gui-cheng, et al. Study of physico-mechanical properties of dam body materials in capillary water fringe of a certain tailings dam[J]. Rock and Soil Mechanics, 2014, **35**(6): 1561 – 1568. (in Chinese))

[17] DOBRIYAL P, QURESHI A, BADOLA R, et al. A review of the methods available for estimating soil moisture and its implications for water resource management[J]. Journal of Hydrology, 2012, **458**: 110 – 117.

[18] SU S L, SINGH D N, BAGHINI M S. A critical review of soil moisture measurement[J]. Measurement, 2014, **54**: 92 – 105.

[19] YIN Z, LEI T, YAN Q, et al. A near-infrared reflectance sensor for soil surface moisture measurement[J]. Computers and Electronics in Agriculture, 2013, **99**: 101 – 107.

[20] CAO D, SHI B, ZHU H, et al. A distributed measurement method for in-situ soil moisture content by using carbon-fiber heated cable[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2015, **7**(6): 700 – 707.

[21] 郝 瑞, 施 斌, 曹鼎峰, 等. 基于 AHFO 技术的毛细水运移模型验证试验研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(2): 376 – 382. (HAO Rui, SHI Bin, CAO Ding-feng, et al. Experimental study on capillary water transport model based on AHFO technology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(2): 376 – 382. (in Chinese))

[22] CAO D, SHI B, ZHU H, et al. Performance evaluation of two types of heated cables for distributed temperature sensing-based measurement of soil moisture content[J]. Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering, 2016, **8**(2): 212 – 217.

[23] CAO D, SHI B, WEI G, et al. An improved distributed sensing method for monitoring soil moisture profile using heated carbon fibers[J]. Measurement, 2018, **123**: 175 – 184.

[24] 曹鼎峰, 施 斌, 顾 凯, 等. 土的含水率 AHFO 法测量中分段函数模型建立[J]. 水文地质工程地质, 2016, **43**(6): 41 – 47. (CAO Ding-feng, SHI Bin, GU Kai, et al. Establishment of the piecewise function model in the process of soil moisture monitoring with the AHFO method[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2016, **43**(6): 41 – 47. (in Chinese))

[25] LU N, LIKOS W. Unsaturated Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2004.

[26] KODEŠOVÁ R, KODEŠ V, MRAZ A. Comparison of two sensors ECH2O EC-5 and SM200 for measuring soil water content[J]. Soil and Water Research, 2011, **6**(2): 102 – 110.

[27] DECAGON. EC-5 Volumetric Water Content Sensor: Manual[EB/OL]. 2015.

[28] 董翰川, 庞丽丽, 史 云. 频域反射分析法测定土壤含水率标定试验研究[J]. 水文地质工程地质, 2019, **46**(3): 55 – 61. (DONG Han-chuan, PANG Li-li, SHI Yun. An experimental study of calibration of soil moisture content by using the frequency domain reflectometry[J]. Hydrogeology & Engineering Geology, 2019, **46**(3): 55 – 61. (in Chinese))

[29] HILHORST M A, BALENDONCK J, KAMPERS F W H. A broad-bandwidth mixed analog/digital integrated circuit for the measurement of complex impedance[J]. IEEE Journal of Solid-state Circuits, 1993, **28**(7): 764－769.

[30] VAN GENUCHTEN M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. Soil Science Society of America Journal, 1980, **44**(5): 892－898.

[31] 段超喆, 施　斌, 曹鼎峰, 等. 一种准分布式内加热刚玉管 FBG 渗流速率监测方法[J]. 防灾减灾工程学报, 2018, **38**(3): 504－510. (DUAN Chao-zhe, SHI Bin, CAO Ding-feng, et al. A quasi-distributed velocity monitoring method using FBG embedded in internal heated alundum tube[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2018, **38**(3): 504－510. (in Chinese))

[32] HSU S Y, HUANG V, PARK S W, et al. Water infiltration into prewetted porous media: dynamic capillary pressure and Green-Ampt modeling[J]. Advances in Water Resources, 2017, **106**: 60－67.

[33] DE VRIES D A. Thermal Properties of Soil. In 'Physics of Plant Environment'[M]. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1963: 210－235.

[34] BRISTOW K L. 5.3 Thermal conductivity[J]. Methods of Soil Analysis: Part 4 Physical Methods, 2002(5): 1209－1226.

[35] 曹鼎峰, 施　斌, 严珺凡, 等. 基于 C-DTS 的土壤含水率分布式测定方法研究[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(5): 910－915. (CAO Ding-feng, SHI Bin, YAN Jun-fan, et al. Distributed method for measuring moisture content of soils based on C-DTS[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(5): 910－915. (in Chinese))

[36] BENÍTEZ-BUELGA J, SAYDE C, RODRÍGUEZ-SINOBAS L, et al. Heated fiber optic distributed temperature sensing: a dual-probe heat-pulse approach[J]. Vadose Zone Journal, 2014, **13**(11): 1－12.

[37] WU J, SHI B, CAO D, et al. Model test of soil deformation response to draining-recharging conditions based on DFOS[J]. Engineering Geology, 2017, **226**: 107－121.

[38] LIU S, SHI B, GU K, et al. Land subsidence monitoring in sinking coastal areas using distributed fiber optic sensing: a case study[J]. Natural Hazards, 2020, **103**: 3043－3061.

新书介绍：《工程艺术大师：卡尔·太沙基》

《工程艺术大师：卡尔·太沙基》一书由同济大学出版社于 2020 年 5 月出版。该书由同济大学朱合华教授等译著，由同济大学杨林德教授译校。原书由国际著名岩石力学专家理查德·E.古德曼先生编著。

本书介绍了太沙基先生的生平事迹，真实可靠地反映了太沙基的生活，既是一部记录作品，也是一部文学作品。书中分时期记录了卡尔·太沙基的生平，涉及了他的日记、信件、手稿、出版的论文书籍，还有一些便条、草图、工作手册、备忘录、剪报等。书中内容生动、真实地展示了卡尔创立土力学的初衷和设想，体现了卡尔谨慎、敬畏、恭敬、精进、纯朴、广大和包容的品格，展现了卡尔一生中，无论人生在怎样的境地、遭受怎样的质疑，都能够执着于自己的研究、工作专注且逻辑缜密的精神品质。

全书分为十九章，分别是第 1 章 1883—1906：天才的童年，第 2 章 1906—1912：在欧洲工作，第 3 章 1912：在美国的雄心抱负，第 4 章 1912—1915：从人生低谷到战争，第 5 章 1915—1918：重归学术，第 6 章 1918—1923：土力学诞生，第 7 章 1922—1925：在土耳其发展，第 8 章 1925—1929：在美国的成就和赞誉，第 9 章 1929—1935：在奥地利的学术巅峰，第 10 章 20 世纪 30 年代中期：在欧洲对生活愈益不满，第 11 章 1935—1936：在柏林和剑桥的两个巅峰，第 12 章 1936——1937：人生低谷——土力学受到质疑，第 13 章 1937—1938：逃离维也纳去国外做咨询，第 14 章 战争年代：观察法的发展，第 15 章 20 世纪 40 年代及以后：目不暇接的美国生活，第 16 章 哈佛、印度和巴西，第 17 章 冷战政治与专家法庭证词，第 18 章 加拿大不列颠哥伦比亚省的挑战，第 19 章 最后的拼搏。

（明经平）

DOI：10.11779/CJGE202101018

不同细颗粒含量甲烷水合物沉积物三轴剪切试验研究

吴 杨[1,2]，崔 杰*[1,2]，廖静容[1]，兵动正幸[3]

（1. 广州大学土木工程学院，广东 广州 510006；2. 广东省滨海软土地区地下结构安全防护工程技术研究中心，广东 广州 510006；
3. 山口大学创成科学研究科，山口 宇部 7558611）

摘 要：海域试开采区域含水合物沉积物的粒度分析结果表明水合物沉积物骨架由粗、细颗粒混合构成，通过开展多组低温、高压三轴排水剪切试验研究细颗粒含量和密度对含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的强度和变形特性的影响。试验结果表明，含水合物沉积物抗剪强度及剪胀性都随细粒含量提高而显著增强。这是由于细颗粒含量增加改变了颗粒间水合物的样貌和分布特征，形成了由水合物包裹着粗颗粒-细颗粒的团簇状集合体。然而，细颗粒含量对无水合物沉积物的强度和变形特性的影响却表现出相反趋势。另外，含水合物沉积物的剪胀关系可以使用修正剑桥模型中的剪胀关系式进行描述。结果表明，剪胀关系的拟合曲线依赖于水合物饱和度的大小。通过对比研究发现，天然水合物和实验室合成水合物试样在较高饱和度时的峰值摩擦角大小及其伴随水合物饱和度的增长趋势存在差异，这种差异主要来源于水合物在沉积物骨架颗粒孔隙中不同的赋存模式及分布特征。

关键词：细颗粒；含水合物沉积物；剪胀关系；水合物样貌；摩擦角

中图分类号：TU411 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0156－09

作者简介：吴 杨(1985—)，男，博士，副教授，主要从事天然气水合物沉积物力学性质及南海钙质砂力学性质等方面的研究。E-mail: yangwu@gzhu.edu.cn。

Experimental study on mechanical characteristics of gas hydrate-bearing sands containing different fines

WU Yang[1, 2], CUI Jie[1, 2], LIAO Jing-rong[1], HYODO Masayuki[3]

(1. School of Civil Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China; 2. Guangdong Provincial Engineering and Technology Research Center of Geo-Structure Safety and Protection, Guangzhou 510006；3. Graduate School of Sciences and Technology for Innovation, Yamaguchi University, Ube 7558611, Japan)

Abstract: The skeleton structure of gas hydrate-bearing sediments from ocean gas exploitation is composed of coarse grains and fines. A series of low-temperature and high-pressure triaxial drained shear tests are performed to examine the effects of fines and density on the strength and deformation properties of host sands with and without gas hydrate. The results imply that the shear strength and dilation tendency increase with a rise in fines. The rise in fines alerts hydrate morphology and distribution pattern among sand grains. The cluster of coarse grains and fines bonded by hydrate are formed in samples. The shear behavior of host sands exhibits opposite varying tendency with the increasing fines. Moreover, the stress-dilatancy relationship can be modeled using the equation adopted by the modified Cam-clay model and is dependent on hydrate saturation. At a larger hydrate saturation level, the natural samples own a higher peak friction angle and larger increasing speed with the level of gas hydrate than the gas hydrate-bearing samples synthetized in laboratory. The difference is originated from the nucleation mode and distribution pattern of hydrate mass among sand grains.

Key words: fines; hydrate-bearing sediment; stress-dilatancy relationship; hydrate morphology; frictional angle

0 引 言

天然气水合物是由水分子和天然气分子在高压和低温条件下形成的一种类冰状晶体[1]。自然界中的天然气水合物广泛分布在深海和永久冻土区，是前景广阔的新型能源。水合物开采过程中，压力下降和温度升高导致天然气水合物快速分解为气体和水，这就会改变水合物储层的力学性质；影响开采井以及井壁结

基金项目：国家重点研发计划项目（2017YFC1500400）；中国工程院咨询研究项目（2019-XZ-18）；国家自然科学基金项目（51778159）；日本学术振兴会外国人特别研究员基金项目（15F15368）；广州市科技计划项目（201904010278）

收稿日期：2020－06－17

*通信作者（E-mail: jcui2009@hotmail.com）

构的稳定性，甚至引起海底沉积地层不均匀沉降和海底滑坡等一系列地质灾害。因此，充分了解含天然气水合物沉积物的力学特性对长期、高效开采天然气水合物工程具有重大意义。

为了研究人工合成天然气水合物沉积物的力学性质，国内外的学者们开展了一系列试验研究。Masui 等[2]研究了水合物合成方式、饱和度和压力对含水合物沉积物力学性能的影响，结果发现其剪切强度伴随饱和度提高而增大。李洋辉等[3]调查了围压对天然气水合物和高岭土混合物的影响，发现围压的影响依赖于其本身的大小。张旭辉等[4]分别对含四氢呋喃、二氧化碳和甲烷 3 种水合物沉积物，与冰沉积物一起进行三轴压缩试验，分析和比较了 4 种沉积物样品的应力－应变特性。魏厚振等[5]通过不同初始含水率控制试样的水合物含量的方法，对含水合物试样三轴剪切特性的影响开展调查。刘芳等[6]研究了水合物饱和度、有效围压、反压及温度对含甲烷和含四氢呋喃水合物的非饱和砂性沉积物强度特性的影响。颜荣涛等[7]采用非饱和法和气体扩散法合成水合物，观察到两种水合物沉积物的强度和刚度都随饱和度增大而提高，同时指出其强度特征依赖于水合物的赋存状态。Hyodo 等[8]采用原位生成法合成含甲烷水合物沉积物，并进行了一系列室内三轴压缩试验，研究有效围压、孔隙率、反压、温度对沉积物剪切特性的影响。以上试验结果都表明，水合物的存在改变了沉积物试样的应力－应变特征，随着水合物饱和度的提高，试样的剪切强度增大，剪胀性愈发显著。Yoneda 等[9]采用压力保持技术开展三轴试验获得了日本南海海槽原位试样的剪切强度数据。

另外，许多学者也提出了考虑水合物胶结作用对强度和变形影响的本构模型[10-12]来描述含水合物沉积物的力学性质。也有学者采用离散元分析来探明温度，饱和度，和压力等因素对含水合物沉积物宏观力学响应和微观作用机理的影响[13-14]。

水合物沉积物力学特性研究已取得丰硕成果，但上述大多数试验都是采用不含细颗粒的粗砂作为沉积物骨架合成水合物来开展的。然而海域试开采水合物储层粒度分析结果表明天然水合物主要赋存在粗粒岩、细粒和裂隙发育的泥、砂地层中[15]。2004 年学者们在日本南海海槽（Nankai Trough）进行了钻井测试[16-17]，发现甲烷水合物主要赋存在砂和泥质交互分布的沉积层中，有不同的颗粒级配曲线。然而，细颗粒数量对海底含甲烷水合物的储层力学特性影响的研究还鲜有报道。因此，急需开展细粒含量对含甲烷水合物沉积物强度及变形特性影响的研究并揭示相关机理。

本文对不同细颗粒含量的含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物进行了多组三轴排水剪切试验，系统地研究了细颗粒含量和密度对含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的峰值和临界状态强度特性的影响。分析了含水合物沉积物的剪胀关系曲线伴随水合物饱和度提高的变化规律。 此外，通过与深海底原位天然水合物沉积物试样的数据进行对比，分析实验室合成试样与天然试样的强度差异并探明产生相应差异的原因。

1　试验方法

1.1　试验设备和材料

本文用日本山口大学研制的低温高压三轴仪，该加载设备的围压，反压（孔隙压力）和温度可以独立调节以模拟原位条件从而更好地再现海底深水环境。该三轴仪的轴向加载系统的最大荷载值为 200 kN。三轴压力室围压最大值为 30.0 MPa，精度为 0.1 MPa；甲烷气和孔隙水压力由反压施加，最大值为 20.0 MPa，精度为 0.05 MPa。该加载系统通过在三轴压力室内循环冷却液，采用外部温控箱对试样进行温度调节，三轴压力室的温度控制范围为−35℃～30℃。该三轴加载系统采用油压设备施加围压，反压则由连接试样顶部和底部的上、下注射泵来控制。

图 1 为日本南海海槽甲烷水合物富集区域的粒度分布情况。可以看出，水合物富集区域沉积物的颗粒级配分布较为广泛且部分级配含有大量细颗粒（fines content, 用 F_C 表示）。本文关于细颗粒的定义参考了《土的工程分类标准：GB/T 50145—2007》[18]中的粒组划分，其中细粒的粒径范围是 $d \leqslant 0.075$ mm，与本文所指细颗粒的归类标准一致。

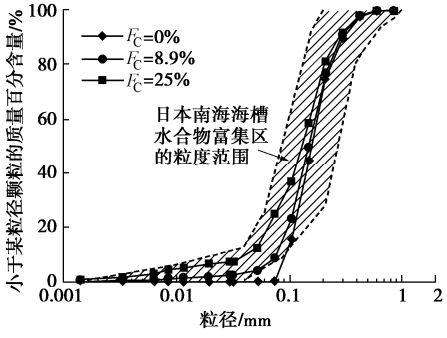


图 1　不同细颗粒含量的沉积物级配曲线

Fig. 1 Gradation curves of sands with different fines contents

为了定量研究细颗粒含量对含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物剪切特性的影响，在水合物富集区域颗粒级配范围内，选取细颗粒含量为 8.9%的砂样作为代表性的沉积物骨架，同时调整试样颗粒级配中的细粒含量分别为 0%和 25%来合成水合物。

表 1 给出了 3 种不同细颗粒含量的沉积物骨架的矿物组成。实验室配制试样的矿物成分与从日本南海海槽中钻取的原位岩心样品[19]成分近似一致。这 3 种沉积物骨架分别由不同比例的硅砂 R55、硅砂 No.7、硅砂 No. 8、淤泥质硅砂、云母和高岭石组成。本文试样中细颗粒主要由高岭石，云母 300 及淤泥质硅砂组成。

表 1 不同细颗粒含量的沉积物骨架矿物组成

Table 1 Mineralogy compositions of host sands with different fines conternt

细粒含量/%	高岭石	云母 300	淤泥质硅砂	硅砂 No.8	硅砂 No.7	硅砂 R55
	d≤0.075 mm			d>0.075 mm		
0	0	0	0	13.8	75.2	11.0
8.9	1.0	2.0	5.9	12.6	68.5	10.0
25	2.8	5.6	16.7	10.4	56.4	8.2

Suzuki 等[17]对从日本南海海槽钻取的岩心样品进行测试，结果表明原位沉积物试样的孔隙率变化范围在 40%～50%。为消除细颗粒含量对粗粒土最大、最小孔隙比和密实状态的影响，本文采用控制能量的击实方法来制备不同密实程度的试样，使试样的孔隙率与上述岩心样品相接近。击实能量(energy compaction 用 E_C 表示)，表示为

$$E_C=\frac{W_R H N_L N_B}{V} \quad , \tag{1}$$

式中，W_R 为捣锤的重量，V 为试样体积，H 为捣锤的击实高度，N_L 为击实层数(本研究中取 N_L=15)，N_B 为每一层的击实次数。为制备不同密实程度的试样，根据击实能量确定所需的击实次数，N_B =8，24，72 分别对应击实能量 E_C =40，120，360 kJ/m^3。

试样的孔隙率 n 与孔隙比 e 的换算公式为

$$n=\frac{e}{1+e} \quad 。 \tag{2}$$

1.2 制样方法

本文采用原位生成法合成甲烷水合物沉积物。首先，向具有不同细颗粒含量的砂土试样中分别添加所需饱和度的蒸馏水，并充分搅拌均匀，制备成具有一定初始含水率和细颗粒含量不同的试样。本文中水合物沉积物试样的初始饱和度设定为 50 %。随后，将土样装入圆柱形模具中，试样高度为 60.0 mm，直径为 30.0 mm。土样分 15 层装入模具中并逐层击实，每一层的击实次数根据击实能量确定，以调节试样的孔隙率。为防止试样坍塌，将装有试样的模具移入冷库中冷却，冷却后将试样脱模，再将冷冻试样装入丁基橡胶模中，安装试样在三轴压力室内的底座上。

随后，解冻试样至室温，向试样中加压通入甲烷气体，使甲烷气逐渐进入试样并充满颗粒间的孔隙。接下来，以 0.2 MPa 的恒定差值开始同步施加围压和反压，围压和反压相应增大至 4.2，4.0 MPa 后停止。在特定的压力和温度条件下，试样中预先掺入的蒸馏水与甲烷开始反应合成水合物。待生成水合物稳定后，调节三轴压力室的温度至 1℃，使得压力和温度条件都在水合物的相平衡曲线的水合物稳定区间一侧。

在水合物合成的整个过程中，保持反压、围压及温度条件不变，持续通气 36 h 以上。保持试样与上、下注射泵连接处的气压稳定，观察注射泵随时间的体积变化量，若无明显变化，则可判断预先加入试样中的蒸馏水已完全转化为水合物。详细的制样过程可以参考先前的研究工作[8]。

1.3 试验步骤

表 2 列出了本研究中不同细颗粒含量甲烷水合物沉积物在不同密实条件下的三轴排水剪切试验条件。

表 2 含水合物和无水合物沉积物的三轴排水剪切试验条件

Table 2 Test conditions of drained triaxial shear tests on sands with and without methane hydrate

细粒含量/%	孔压/MPa	温度 T/℃	击实能量 E_C /(kJ·m^{-3})	孔隙比 e	有效围压 σ_c' /MPa	饱和度 S_H/%
0.0	10.0	5	40	0.94	3.0	0
			40	0.95		63.1
			120	0.82		0
			120	0.80		42.2
			360	0.76		0
			360	0.77		63.3
8.9	10.0	5	40	0.94	3.0	0
			40	0.94		44.0
			120	0.82		0
			120	0.80		58.9
			360	0.74		0
			360	0.73		46.1
25.0	10.0	5	40	0.82	3.0	0
			40	0.80		54.4
			120	0.72		0
			120	0.73		45.9
			360	0.67		0
			360	0.65		51.0

水合物合成结束后，通过上下注射泵循环注入蒸馏水浸透试样，从而排净孔隙中残留的甲烷气体，注水体积约为试样体积的 2 倍，确保试样达到饱和状态。将围压和反压逐渐调增至 10.2，10.0 MPa，压力室温度增加到 5℃。从而在三轴压力室内再现深海原位环境。

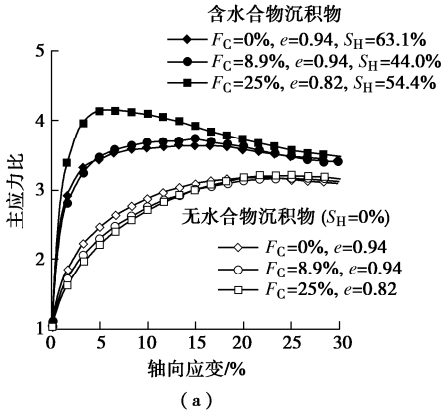
对试样进行等向固结，增大固结压力直到达到所需的有效围压 σ_c'。所有试样均在 3.0 MPa 的有效围压下以 0.1 %/min 的恒定应变速率进行剪切，轴向应变达 30%时停止试验。剪切完成后升高三轴压力室内的温度，使试样中甲烷水合物完全解离，用流量计测定分解出的甲烷气体体积，并通过计算确定甲烷水合物试样的实际饱和度。

可以看出，表 2 中每个试样的实际饱和度 S_H 与目标值 50 %都略有差异。实际饱和度高于 50%的试样可能是由于在注水饱和过程中由纯净水和残留在孔隙中的甲烷气体合成了新的水合物造成的；饱和度低于 50%的试样可能是由于试样饱和过程中水合物分解引起的。对于含有大量细颗粒的试样，细颗粒在试样中的分布呈现出显著的非均质性。本研究中，水由于毛细作用被吸附到细粒含量较多的区域中从而形成“细颗粒–粗颗粒–水”的集合体。Yoneda 等[20]采用 CT 断层扫描技术观察、比较了剪切过程中无水合物沉积物和胶结型水合物沉积物的微观结构的变化过程，发现胶结型水合物沉积物中形成了水合物–砂颗粒的团簇体。这些集合体仅在其外表面水容易和甲烷发生反应。这样，水与甲烷气体之间的总接触面积就会减少，使集合体中的水远离甲烷并无法与其反应合成水合物，从而导致水合物饱和度低于目标值。

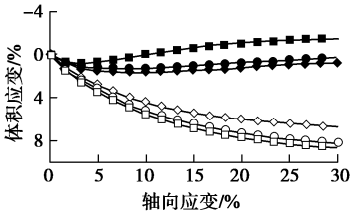
2　试验结果与分析

2.1　强度及体积变形特性分析

图 2～4 分别表示在不同击实能量 E_C=40 kJ/m^3（松散）、120 kJ/m^3（中密实）和 360 kJ/m^3（密实）条件下的含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物试验结果曲线。本文采用主应力比来描述试样强度，它与剪应力比、摩擦角等类似，可作为表示土体强度的一个指标。比较含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的应力－应变曲线可发现，试样中水合物的生成，使得试样的峰值强度，初始刚度和剪胀性显著增强。相比于 F_C=25%无水合物试样，含水合物试样的峰值主应力比从 3.2 增加到 4.2，表明试样强度显著提高。这与近年来学者们对的水合物粗颗粒沉积物和含水合物压力岩心样品进行的试验研究结果一致。含水合物沉积物抗剪强度增强的原因主要有：①在颗粒孔隙中形成的骨架支撑型（load-bearing）水合物，能够分担部分外荷载；②颗粒与颗粒接触端水合物的胶结作用增强了试样抵抗剪切破坏的能力。



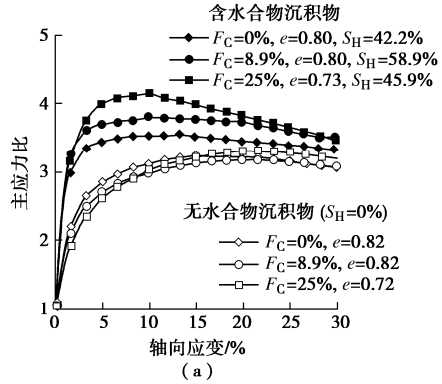
（a）



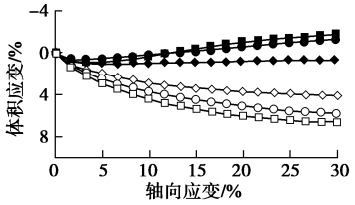
（b）

图 2　不同细粒含量的松散无水合物沉积物和含甲烷水合物沉积物的应力－应变关系（E_C=40 kJ/m^3）

Fig. 2 Stress-strain curves of host and methane hydrate-bearing sands with different fines contents with E_C=40 kJ/m^3



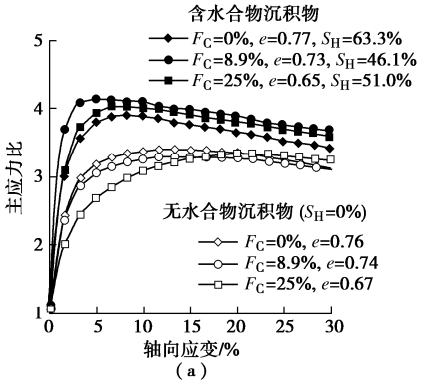
（a）



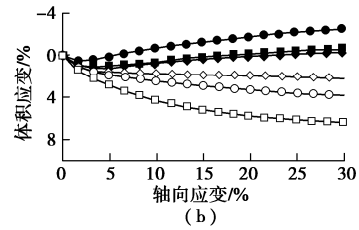
（b）

图 3　不同细粒含量的中密实无水合物沉积物和含甲烷水合物沉积物的应力－应变关系（E_C=120 kJ/m^3）

Fig. 3 Stress-strain curves of host and methane hydrate-bearing sands with different fines contents with E_C=120 kJ/m^3



（a）



（b）

图 4　不同细粒含量的密实无水合物沉积物和含甲烷水合物沉积物的应力－应变关系（E_C=360 kJ/m^3）

Fig. 4 Stress-strain curves of host and methane hydrate-bearing sands with different fines contents with E_C=360 kJ/m^3

观察图 2 可发现，含甲烷水合物沉积物应力－应变曲线展现出显著的应变软化现象。其产生的原因可能是水合物从颗粒表面脱落或者与颗粒之间胶结的断裂，也可能是在剪切过程中试样形成了剪切带，引起局部破坏。颜荣涛等[7]在对含水合物砂土的剪切机理分析中指出，采用非饱和成样法制得的试样处于水合物胶结模式，这种模式使试样初始刚度变大。随着剪切过程的开展，土颗粒和水合物发生旋转和滑移引起剪胀，使颗粒从低势能状态变为高势能状态，出现抗剪强度峰值。随着剪切作用的继续，颗粒运动引起的水合物损伤破坏会一直持续，高势能渐渐降低，引起试样的应变软化。Yoneda 等[20]认为含水合物沉积物发生应变软化的原因是水合物从砂颗粒上剥离，然后在剪切过程中发生水合物破坏；且由于砂土颗粒和水合物的旋转和滑移，剪切带中的沉积物结构发生了显著变化。

含水合物沉积物结果曲线显示，细粒含量从 0%增加到 8.9%，强度没有明显的变化，剪胀性略有提高；细粒含量从 8.9%增加到 25%，抗剪强度明显提高，剪胀性也显著增强。不同细颗粒含量的无水合物沉积物则都表现出应变硬化行为。增加细粒含量会降低无水合物沉积物的初始刚度并加剧体积剪缩，但对其峰值抗剪强度的影响较小。产生这种现象的主要原因是细颗粒含量增加减少了粗颗粒直接的接触，使得粗颗粒之间的咬合作用发挥滞后。

细颗粒使含水合物沉积物强度提高，使无水合物沉积物强度降低。相同轴向应变水平下，随着细粒含量增加，同一沉积物骨架的含水合物和无水合物试样强度差值也会随之增大。Hyodo 等[8]研究表明，水合物分解后强度下降并回归到沉积物骨架本身的承载能力的大小。所以，沉积层中细颗粒含量的多少会显著影响水合物开采前后水合物储层的承载性能。因此，在细粒含量高的水合物储层中的开采工程需考虑沉积物强度的下降幅值并制定合理的开采方案。

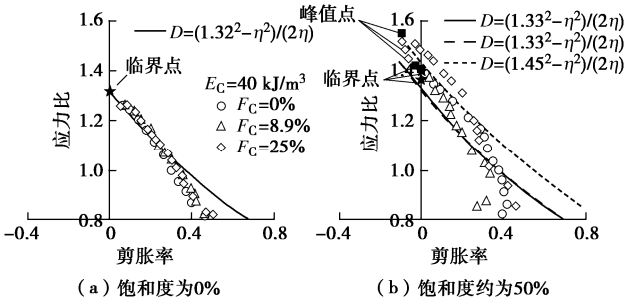
图 3 给出了不同细颗粒含量的甲烷水合物和无水合物试样在击实能量 E_C=120 kJ/m^3 条件下的应力－应变曲线关系。观察含甲烷水合物沉积物的试验曲线可发现，随细粒含量的增加，峰值抗剪强度和初始刚度逐渐提高，剪胀性增强。图 3 中无水合物沉积物的试验得到的应力－应变曲线伴随细粒含量增加的变化趋势与图 2 相似。

图 4 给出了不同细粒含量含甲烷水合物和无水合物试样在密实状态时（E_C=360 kJ/m^3）的试验结果。含甲烷水合物沉积物的抗剪强度及剪胀性与细粒含量的相关性较小。图 4 中无水合物沉积物应力－应变曲线表现出轻微的应变软化现象。当细粒含量增加到 25%时，试样的初始刚度下降较为明显。

观察发现，所有试样在较大位移条件下，试样体积变化都趋于平稳。由图 2～4 可发现含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物在临界状态下的强度（主应力比）存在明显差异。三轴排水剪切试验中试样的轴向应变大约达到 30%时停止，此时部分试样仍未到达临界状态，但体积应变增量 $d\varepsilon_v$ 已经很小，故本文近似认为其达到临界状态。导致这种差异的主要原因有两个：①水合物进入孔隙形成骨架支撑型水合物，改变原来颗粒之间的排列状态和接触形式；②在含有大量细颗粒的试样中，细颗粒分布表现出很强的不均质性，使得合成的水合物样貌更为复杂，从而形成了水合物包裹的粗颗粒–细颗粒的块状团簇集合体，这些集合体在外力传导过程中能够发挥更大的抵抗作用，增强了试样的峰值强度。同时，这些水合物包裹的粗颗粒–细颗粒的块状团簇集合体在较大的变形水平也没有被完全破坏，能够继续发挥承载作用。

2.2 剪胀关系

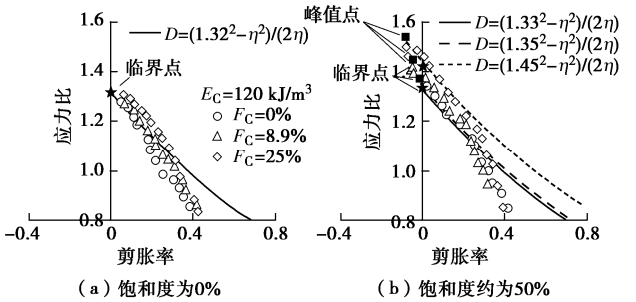
图 5～7 分别给出了 3 种击实能量下不同细粒含量的无水合物沉积物和含甲烷水合物沉积物的剪胀关系曲线。图中，剪胀率 $D=d\varepsilon_v/d\varepsilon_q$，应力比 $\eta=q/p'$，$d\varepsilon_v$ 为体积应变增量，$d\varepsilon_q$ 为偏应变增量，q 为偏应力，p' 为有效平均应力。



（a）饱和度为0% （b）饱和度约为50%

图 5 不同细粒含量的松散无水合物沉积物和含水合物沉积物的剪胀关系曲线（E_C=40 kJ/m^3）

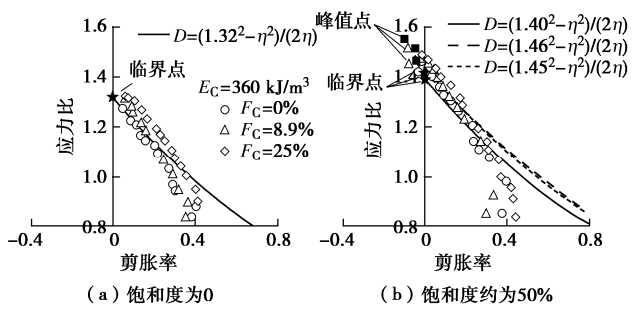
Fig. 5 Stress-dilatancy relationship of host sands and methane hydrate-bearing sands with different F_C with E_C=40 kJ/m^3



（a）饱和度为0% （b）饱和度约为50%

图 6 不同细粒含量的中密实无水合物沉积物和含水合物沉积物的剪胀关系（E_C=120 kJ/m^3）

Fig. 6 Stress-dilatancy relationship of host sands and methane hydrate-bearing sands with different fines contents with E_C=120 kJ/m^3



（a）饱和度为0　　（b）饱和度约为50%

图 7 不同细粒含量的密实无水合物沉积物和含水合物沉积物的剪胀关系（E_C=360 kJ/m³）

Fig. 7 Stress-dilatancy relationship of host sands and methane hydrate-bearing sands with different fines contents with E_C=360 kJ/m³

为更好地描述含甲烷水合物和无水合物沉积物的剪胀关系，本文使用修正剑桥模型中的剪胀方程[21]对含水合物和无水合物的试验数据进行拟合，结果表明拟合效果较好。该剪胀方程为

$$D=\frac{M^2-\eta^2}{2\eta} \quad , \tag{3}$$

式中，M 为临界状态应力比。

图 5～7 中用实线表示细粒含 0%的含水合物沉积物的剪胀方程拟合曲线，用短划线和短点线分别表示细粒含量 8.9%和 25%的含水合物沉积物的剪胀方程拟合曲线。此外还标识出了各剪胀曲线的特征点，其中方形表示峰值点，星形表示临界状态点（即 M 值）。观察无水合物沉积物的剪胀关系曲线可发现，细粒含量对同一密度的无水合物沉积物的剪胀关系曲线无明显影响，且不同密度的无水合物沉积物 M 值无太大差异，可用同一剪胀方程曲线（图中用实线表示）来拟合。

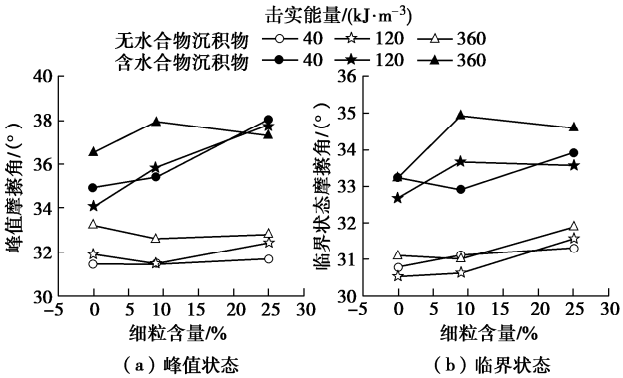
观察含水合物沉积物的剪胀曲线可发现，含水合物沉积物的 M 值大于同一密度的无水合物沉积物的 M 值，说明颗粒之间骨架支撑水合物和水合物包裹的粗颗粒–细颗粒团簇体的生成提高了沉积物的临界状态抗剪强度。此外，针对含水合物沉积物，在 E_C=40，120 kJ/m³ 条件下得到的曲线中可观察到细粒含量为 8.9 %时，其 M 值与无细粒沉积物的 M 值无明显差别；而细粒含量提高到 25%时，M 值明显提高。观察 E_C=360 kJ/m³ 的曲线可发现，细粒含量提高到 8.9%时，M 值有较大提高，且与细粒含量为 25%时的 M 值差异较小。因此，试验结果表明含水合物沉积物 M 值的大小依赖于沉积物中细颗粒的含量。

3　试验结果讨论

3.1　细颗粒含量的影响

图 8（a）为含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的峰值摩擦角与细颗粒含量的关系。图中实心图案表示含甲烷水合物沉积物，空心图案表示无水合物沉积物。观察含水合物沉积物的曲线可发现，松散和中密实水合物沉积物的峰值摩擦角均随细粒含量增加而增大。加入了细颗粒后，在水合物的胶结作用下细粒和粗砂粒被水合物包裹形成块状团簇集合体，团簇体拥有较高的滚动阻力，从而提高了峰值抗剪强度。密实水合物沉积物结果则显示，细粒含量从 8.9%增加到 25%后试样峰值摩擦角略有下降。这可能是细粒含量较大时，试样中初始添加的水分布很不均匀，在水合物形成过程中生成非均质分布的水合物而造成的。观察无水合物沉积物的曲线可发现，松散无水合物沉积物受细粒含量的影响很小。密实无水合物沉积物的峰值强度甚至随细粒含量的增加而略有降低。这是因为细颗粒最初填充了孔隙，只有部分细颗粒参加弱力链的传导，增多的细颗粒又迫使更小的细颗粒占据粗颗粒之间的接触空间，进一步减少了粗颗粒间的接触。此外，细颗粒在粗颗粒之间发挥润滑剂作用，引起含有细粒的砂结构重排也会略微降低峰值抗剪强度。

图 8（b）为含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的临界状态摩擦角与细粒含量的关系。可以看出，水合物的存在显著增大了试样的临界状态摩擦角，在密实状态下，细粒含量为 8.9%时含甲烷水合物沉积物的临界状态摩擦角值最大，松散状态下细颗粒含量为 25%时临界状态摩擦角值最大。说明细颗粒数量的提高增添了水合物样貌和分布情况的复杂性从而提高了试样的临界状态摩擦角。Yoneda 等[20]使用 CT 断层扫描设备观察剪切过程中胶结型水合物的水合物样貌变化。结果表明团簇状水合物在试样中分散分布且在临界状态时仍残留而未完全破坏。



（a）峰值状态　　（b）临界状态

图 8 不同密实度的无水合物沉积物和含水合物沉积物摩擦角与细粒含量的关系

Fig. 8 Relationships between friction angle and fines content of host sands and methane hydrate-bearing sands with different densities

3.2　孔隙比的影响

图 9（a）为甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物

的峰值摩擦角与孔隙比的关系。结果表明，细粒含量为 8.9%的含甲烷水合物沉积物及无水合物沉积物的峰值摩擦角随孔隙比增大而减小。试样密实程度提高导致孔隙比降低，改变土颗粒和水合物颗粒的胶结和接触情况，使试样抗剪强度增强，剪胀性提高。

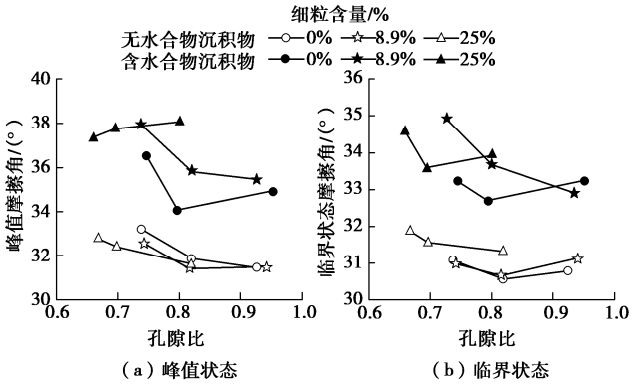


图 9 不同细粒含量的无水合物沉积物和含水合物沉积物摩擦角与孔隙比的关系

Fig. 9 Relationship between friction angle and void ratio of host sands and methane hydrate-bearing sands with different fine contents

图 9（b）为含甲烷水合物沉积物和无水合物沉积物的临界状态摩擦角与孔隙比的关系。结果表明，随着孔隙比的增加，含甲烷水合物沉积物的临界状态摩擦角减小，且当细粒含量增加到 8.9%时，减小的趋势非常明显。以上结果表明含甲烷水合物沉积物在临界状态下的摩擦角对沉积物的细粒含量和密度都较为敏感。观察发现，无水合物沉积物的临界状态摩擦角无明显差异。

4 天然试样和实验室合成试样强度比较

图 10 比较了实验室合成沉积物与天然水合物沉积物试样的强度指标即峰值摩擦角伴随水合物饱和度增长的变化规律。选取的天然试样的三轴排水剪切试验条件和结果如表 3 所示，用于对比的实验室合成试样的三轴排水剪切试验条件如表 4 所示。

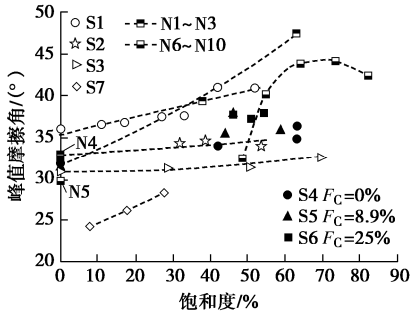


图 10 实验室合成试样与天然试样的峰值摩擦角与饱和度的关系比较

Fig. 10 Comparison of relationship between peak friction angle and hydrate saturation between laboratory synthesized and in-situ samples

表 3 含水合物天然试样三轴排水剪切试验结果

Table 3 Triaxial shear test results of natural hydrate-bearing sands

编号	有效围压 σ_c' /MPa	孔隙率 n/%	细粒含量/%	饱和度/%	峰值摩擦角/(°)	来源
N1	1.4	54.1	8	0	31.7	文献[9]
N2	1.5	44.1	2	38.0	39.3	
N3	1.5	45.2	4	63.0	47.5	
N4	1.7	57.0	15	0	32.7	
N5	1.7	56.0	12	0	29.5	
N6	1.0	41.6	2	48.7	32.6	文献[23]
N7	1.0	38.8	7	55.0	40.2	
N8	1.0	45.2	4	64.2	43.9	
N9	1.0	39.7	8	73.4	44.2	
N10	1.1	39.6	15	82.2	42.4	

表 4 含水合物实验室合成试样三轴排水剪切试验结果

Table 4 Triaxial shear test results of laboratory synthesized hydrate-bearing sands

编号	有效围压 σ_c' /MPa	孔隙率 n/%	细粒含量/%	饱和度/%	来源
S1	3	38.0	0	0,11,17,27,33,42,52	文献[24]
S2	3	39.3~39.6	0	0 , 31.9 , 38.7 , 53.7	文献[8]
S3	3	45.3~45.4	0	0 , 28.7 , 50.4 , 69.5	
S4	3	43.3~48.8	0	0 , 63.1 , 42.2 , 63.3	本研究试样
S5	3	42.2~48.5	8.9	0 , 44 , 58.9 , 46.1	
S6	3	39.5~45.2	25.0	0 , 54.4 , 45.9 , 51	
S7	3	42.3~45.7	0	7.66 , 17.6 , 27.75	文献[22]

为更好地调查细颗粒对水合物沉积物强度的影响，在图 10 中汇总了实验室合成试样 S1～S7 的三轴试验结果，试验有效围压均为 3.0 MPa。试样 S1，S2，S3 分别是孔隙率约为 38%，40%和 45%的以石英砂为沉积物骨架的不含细粒的甲烷水合物沉积物。试样 S4，S5，S6 分别是本研究中细粒含量为 0%，8.9%，25%的含甲烷水合物沉积物。试样 S7 为中国南海神狐海域钻探的重塑含水合物沉积物[22]。图 10 显示，对于某一特定的孔隙率，不含细颗粒的甲烷水合物沉积物的峰值摩擦角随着饱和度的增加而增大。

图 10 中虚线为各组试样峰值摩擦角随饱和度提高而变化的趋势线。通过比较可以发现合成试样 S4，S5，S6 与试样 S2，S3 具有相近的孔隙率，但 S4，S5，S6 的峰值摩擦角位于 S2，S3 趋势线的上方，表明在相近孔隙率下，含细颗粒的沉积物强度较高。这可能是因为细颗粒和粗砂容易结合水合物形成团簇体，该团簇状集合体阻止试样中力链屈曲，抵抗颗粒滚动从而提高沉积物的抗剪强度。

为更好地说明实验室合成试样与天然试样的差

异，在图 10 中汇总了日本东南海[9]和印度洋 Krishna-Godavari 盆地[23]天然原位试样的三轴试验结果。其中试样 N1～N5 取自日本东南海，试样 N6～N10 取自印度洋 Krishna-Godavari 盆地。

试样 S7 是中国南海钻探的重塑含天然气水合物粘土沉积物，结果显示其峰值摩擦角随饱和度的提高而增大，但总体上远小于其他实验室合成试样的峰值摩擦角。造成这种差异的原因可能是 S7 的沉积物骨架主要为泥质粉砂，粗颗粒含量少，细颗粒含量高达 40 %，使合成的饱和度较低，强度也随之降低。

当沉积物饱和度一定且较低时，天然试样和实验室合成试样的强度指标差异不大，合成试样摩擦角的大小可以反映原位沉积物的抗剪性能。但是，当沉积物饱和度一定且较高时，天然试样的摩擦角显著大于实验室合成试样，造成这种差异的主要原因是水合物的合成机理及赋存模式不同。尽管天然试样在试验中的有效围压普遍小于实验室合成试样，围压会对该差异造成一定影响。但笔者认为此影响较小，结果差异最主要的原因仍是来自沉积物孔隙中和接触位置不同的水合物样貌、赋存状态和合成机理。同时，实验室合成试样因水合物而增加的强度大小及随饱和度增大而提升的幅度与实验室采取的合成水合物的方法密切相关[25]。

5 结　　论

本研究通过对不同细粒含量的含甲烷水合物沉积物及相应的无水合物沉积物进行多组低温、高压三轴压缩试验，研究细粒含量和密实度对含水合物沉积物和无水合物沉积物的力学性质的影响，分析了剪胀关系曲线伴随细颗粒增加的变化规律，此外，在相同条件下，比较了天然试样和实验室合成试样的强度参数指标。主要得出以下 4 点结论。

（1）无水合物沉积物应力－应变关系表现出应变硬化和剪缩行为，在相同试验条件下，含水合物沉积物的应力－应变关系表现出应变软化和剪胀行为。沉积物孔隙间和接触点附近水合物的存在提高了沉积物的抗剪强度，显著提升了剪胀性。抗剪强度提高的主要原因是颗粒孔隙之间形成了骨架支撑型水合物及颗粒间水合物存在而产生的胶结作用。

（2）增加细粒含量可以提高含水合物沉积物的抗剪强度，初期刚度及剪胀性，增强效果在试样松散状态下尤为显著。这是由于合成的水合物包裹的粗粒–细颗粒的团簇状集合体能显著增强抵抗颗粒相对滚动的能力。与之相反，细颗粒增大了无水合物沉积物的剪缩性，延迟其峰值抗剪强度出现的轴向应变大小。

（3）无水合物沉积物在不同细粒含量和密度条件下的剪胀曲线无显著差异，临界状态应力比值接近；含水合物沉积物的剪胀关系依赖于水合物饱和度的大小，沉积物孔隙间骨架支撑水合物和水合物包裹的粗粒–细颗粒集合体的生成提高了沉积物的临界状态摩擦角。

（4）天然和实验室合成含水合物沉积物的峰值摩擦角都随饱和度增大而增大。在较大饱和度数值范围，天然试样和实验室合成试样的峰值摩擦角存在差异，天然试样的峰值摩擦角大小和伴随饱和度变化的增长趋势都大于实验室合成试样。造成这种差异的主要原因是沉积物中水合物不同的合成机理，样貌形态和赋存模式。

参考文献：

[1] SLOAN E D. Clathrate hydrate measurements: Microscopic, mesoscopic, and macroscopic[J]. Journal of Chemical Thermodynamics, 2003, **35**(1): 41－53.

[2] MASUI A, HANEDA H, OGATA Y, et al. Effects of methane hydrate formation on shear strength of synthetic methane hydrate sediments[C]// The Fifteenth International Offshore and Polar Engineering Conference, 2005, Seoul.

[3] 李洋辉, 宋永臣, 于　锋, 等. 围压对含水合物沉积物力学特性的影响[J]. 石油勘探与开发, 2011, **38**(5): 637－640. (LI Yang-hui, SONG Yong-chen, YU Feng, et al. Effect of confining pressure on mechanical behavior of methane hydrate-bearing sediments[J]. Petroleum Exploration and Development, 2011, **38**(5): 637－640. (in Chinese)).

[4] 张旭辉, 王淑云, 李清平, 等. 天然气水合物沉积物力学性质的试验研究[J]. 岩土力学, 2010, **31**(10): 3069－3074. (ZHANG Xu-hui, WANG Shu-yun, LI Qing-ping, et al. Experimental study of mechanical properties of gas hydrate deposits[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, **31**(10): 3069－3074. (in Chinese)).

[5] 魏厚振, 颜荣涛, 陈　盼, 等. 不同水合物含量含二氧化碳水合物砂三轴试验研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(增刊 2): 198－203. (WEI Hou-zhen, YAN Rong-tao, CHEN Pan, et al. Deformation and failure behavior of carbon dioxide hydrate-bearing sands with different hydrate contents under triaxial shear tests[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(S2): 198－203. (in Chinese)).

[6] 刘　芳, 寇晓勇, 蒋明镜, 等. 含水合物沉积物强度特性的三轴试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(8): 1565－1572. (LIU Fang, KOU Xiao-yong, JIANG Ming-jing, et al. Triaxial shear strength of synthetic hydrate-bearing sediments[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering,

2013, **35**(8): 1565－1572. (in Chinese)).

[7] 颜荣涛, 韦昌富, 魏厚振, 等. 水合物形成对含水合物砂土强度影响[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(7): 1234－1240. (YAN Rong-tao, WEI Chang-fu, WEI Hou-zhen, et al. Effect of hydrate formation on mechanical strength of hydrate-bearing sand[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(7): 1234－1240. (in Chinese))

[8] HYODO M, YONEDA J, YOSHIMOTO N, et al. Mechanical and dissociation properties of methane hydrate-bearing sand in deep seabed[J]. Soils and Foundations, 2013, **53**(2): 299－314.

[9] YONEDA J, MASUI A, KONNO Y, et al. Mechanical properties of hydrate-bearing turbidite reservoir in the first gas production test site of the Eastern Nankai Trough[J]. Marine and Petroleum Geology, 2015, **66**: 471－486.

[10] 刘乐乐, 张旭辉, 刘昌岭, 等. 含水合物沉积物三轴剪切试验与损伤统计分析[J]. 力学学报, 2016, **48**(3): 720－729. (LIU Le-le, ZHANG Xu-hui, LIU Chang-ling, et al. Triaxial shear tests and statistical analyses of damage for methane hydrate-bearing sediments[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2016, **48**(3): 720－729. (in Chinese))

[11] WU Y, LI N, HYODO M, et al. Modeling the mechanical response of gas hydrate reservoirs in triaxial stress space[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2019, **44**(48): 26698－26710.

[12] 颜荣涛, 梁维云, 韦昌富, 等. 考虑赋存模式影响的含水合物沉积物的本构模型研究[J]. 岩土力学, 2017, **38**(1): 10－18. (YAN Rong-tao, LIANG Wei-yun, WEI Chang-fu, et al. A constitutive model for gas hydrate-bearing sediments considering hydrate occurring habits[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, **38**(1): 10－18. (in Chinese))

[13] 蒋明镜, 朱方园, 申志福. 试验反压对深海能源土宏观力学特性影响的离散元分析[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 219－226. (JIANG Ming-jing, ZHU Fang-yuan, SHEN Zhi-fu. Influence of back pressure on macro-mechanical properties of methane hydrate soils by DEM analyses[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 219－226. (in Chinese))

[14] 蒋明镜, 朱方园. 不同温压环境下深海能源土力学特性离散元分析[J]. 岩土工程学报, 2014, **36**(10): 1761－1769. (JIANG Ming-jing, ZHU Fang-yuan. DEM investigation on mechanical properties of methane hydrate bearing soils under different temperatures and pore-water pressures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2014, **36**(10): 1761－1769. (in Chinese))

[15] LEE M W. Models for Gas Hydrate-Bearing Sediments Inferred from Hydraulic Permeability and Elastic Velocities[R]. Herndon VA: US Geological Survey, 2008: 14.

[16] MINAGAWA H, NISHIKAWA Y, IKEDA I, et al. Characterization of sand sediment by pore size distribution and permeability using proton nuclear magnetic resonance measurement[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2008, **113**, B07210.

[17] SUZUKI K, EBINUMA T, NAIRTA H. Features of methane hydrate-bearing sandy-sediments of the forearc basin along the Nankai Trough: Effect on methane hydrate-accumulating mechanism in turbidite[J]. Journal of Geography (Chigaku Zasshi), 2009, **118**(5): 899－912.

[18] 土的工程分类标准：GB/ T50145—2007[S]. 2007. (Standard for Engineering Classification of Soil: GB/ T50145—2007[S]. 2007. (in Chinese))

[19] EGAWA K, NISHIMURA O, IZUMI S, et al. Bulk sediment mineralogy of gas hydrate reservoir at the East Nankai offshore production test site[J]. Marine and Petroleum Geology, 2015, **66**: 379－387.

[20] YONEDA J, JIN Y, KATAGIRI J, TENMA N. Strengthening mechanism of cemented hydrate-bearing sand at microscales[J]. Geophysical Research Letters, 2016, **43**(14): 7442－7450.

[21] ROSCOE K H, BURLAND J B. On the generalized stress-strain behavior of ‘wet’ clay[M]. HEYMAN J, LECKIE F A, ed. Engineering Plasticity. Cambridge: Cambridge University Press, 1968: 535－609.

[22] WANG L, LI Y H, SHEN S, et al. Mechanical behaviours of gas-hydrate-bearing clayey sediments of the South China Sea[J/OL]. Environmental Geotechnics, 2019: 1－13. DOI: 10.1680/jenge.19.00048.

[23] YONEDA J, OSHIMA M, KIDA M, et al. Pressure core based onshore laboratory analysis on mechanical properties of hydrate-bearing sediments recovered during India’s National Gas Hydrate Program Expedition (NGHP) 02[J]. Marine and Petroleum Geology, 2019, **108**:482－501.

[24] MIYAZAKI K, MASUI A, SAKAMOTO Y, et al. Triaxial compressive properties of artificial methane hydrate-bearing sediment[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2011, **116**, B06102.

[25] PRIEST J A, HAYLEY J L. Strength of laboratory synthesized hydrate-bearing sands and their relationship to natural hydrate-bearing sediments[J]. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 2019, **124**, B018324.

DOI：10.11779/CJGE202101019

小转弯半径曲线盾构隧道开挖引发地表沉降计算

邓皇适，傅鹤林*，史 越
（中南大学土木工程学院，湖南 长沙 410075）

摘 要：小转弯半径曲线盾构隧道施工引发的地表沉降变形规律极为复杂，但相应的变形预测解析公式仍未明确。依据前人研究成果，构建曲线段盾构隧道施工的地层损失模型，基于镜像法及Mindlin解，推导曲线盾构隧道开挖引发地表沉降的计算公式，并将其应用于工程实例计算，最后分析曲线盾构隧道施工引发地表变形规律及其影响因素。研究表明：构建的小转弯半径曲线段地层损失模型合理，推导所得公式适用于实际工程计算；地表纵向沉降在靠近刀盘3倍洞径范围内变化极大，刀盘前方3倍洞径范围内地表会产生轻微隆起，刀盘后方3~4倍洞径处出现最大沉降；地表横向沉降槽为非对称分布，最大沉降位置位于弯道内侧，距刀盘中心线约1倍洞径；地层损失引起的地表横向沉降大小主要受转弯半径及盾壳长度影响，地表横向沉降槽偏移程度主要由刀盘直径大小决定。

关键词：盾构隧道；小转弯半径；地表沉降；镜像法；Mindlin解

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0165－09

作者简介：邓皇适(1996—)，男，硕士，主要从事隧道及地下工程理论计算及数值模拟研究工作。E-mail: tunneldhs@csu.edu.cn。

Calculation of surface settlement caused by excavation of shield tunnels with small turning radius

DENG Huang-shi, FU He-lin, SHI Yue
(School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract: The settlement deformation caused by the construction of shield tunnels with small turning radius curve is very complicated, but the corresponding analytical method of deformation prediction is still not clear. According to the results of the previous researches, the formation loss model for construction of shield tunnels with curved section is established. Based on the mirror image method and the Mindlin solution, the formula for calculating the surface settlement caused by the excavation of shield tunnels with curved section is derived and applied to the calculation of engineering examples. Finally, the surface deformation laws and influencing factors of construction of shield tunnels with curved section are analyzed. The results show that the model for formation loss of curved section is reasonable and the derived formula is applicable to practical projects. The longitudinal surface settlement varies greatly in the range of 3 times the diameter of the hole close to the cutter head, a slight bulge on the surface within 3 times the hole diameter in front of the cutter head, and the maximum settlement position is located at 3 ~ 4 times the hole diameter behind the cutter head. The surface transverse settlement groove is asymmetrically distributed, and the maximum settlement position is at the inner side of the bend, about 1 time the hole diameter from the center line of the cutter disc. The surface settlement caused by formation loss is mainly affected by the turning radius and the length of the shield and shell, and the displacement degree of the surface transverse settlement groove is mainly affected by the diameter of the cutter disc.

Key words: shield tunnel; small turning radius; surface subsidence; mirror image method; Mindlin solution

0 引 言

城市盾构隧道工程中，线路周边建筑环境极为复杂，为了减小盾构施工对重要建（构）筑物的扰动，常选用小转弯半径曲线盾构方案绕行。小转弯半径曲线盾构隧道开挖时，不仅刀盘附加推力、盾壳摩阻力在弯道内外两侧严重分布不均，且弯道内侧土体需进行大体积超挖，以满足盾构机转弯要求。因此小转弯半径曲线段盾构施工相对直线段盾构施工，对地层扰动更大，地表沉降变形规律也更为复杂。随着城市地

基金项目：国家自然科学基金项目（51538009）
收稿日期：2020－06－15
*通信作者（E-mail: fu.h.l@csu.edu.cn）

铁工程及地下综合管廊建设的兴起，小转弯半径曲线盾构隧道掘进工程日益增多，建立小转弯半径曲线盾构隧道施工引发地表沉降变形的预测模型及公式显得非常必要。

已有大量学者针对直线段盾构隧道施工引起的地表变形计算进行了研究，魏纲等[1]根据 Mindlin 解，推导了盾构隧道开挖面附加推力、盾壳摩阻力、附加注浆压力及地层损失所引起的地表沉降变形公式；Peck[2]根据大量施工监测数据，构建了经验公式预测盾构施工引起的地表沉降；马险峰等[3]利用离心模型试验对盾构隧道的地层损失进行了模拟，研究了地层损失与地表沉降之间的关联；张洋等[4]构建了盾构隧道施工的数值计算模型，分析了不同地层条件及施工参数对地表沉降的影响。可以看出针对直线段盾构隧道引发的地表变形问题，研究方法及成果已较为成熟，但鲜有针对小转弯半径曲线盾构隧道施工引起地表沉降计算的研究，且已有研究对曲线盾构隧道开挖扰动效应的研究方法主要采用数值模拟手段[5-6]，缺少相应的理论计算方法及预测公式。

本文根据小转弯半径曲线盾构隧道实际施工情况及前人研究经验，构建曲线段盾构隧道施工时地层损失模型，基于镜像法和 Mindlin 解，推导小转弯半径曲线盾构隧道施工引发的地表沉降计算公式，随后代入工程案例中进行计算，分析小转弯半径曲线盾构隧道施工引发的地表沉降规律。

1 地层损失引起的地表沉降计算

1.1 现有曲线盾构隧道地层损失模型缺陷

隧道盾构开挖导致地表产生变形的因素主要有：开挖面附加推力 q、盾尾同步附加注浆压力 p、盾壳摩阻力 f 以及地层损失率 ρ。根据前人的研究经验[1, 14-15]：直线段盾构隧道施工中，影响地表变形的两个主导因素是盾壳摩阻力 f 和地层损失率 ρ，开挖面附加推力 q 及附加注浆压力 p 对地表沉降影响较小。因此，确定盾壳摩阻力 f 及地层损失率 ρ 所引起的地表沉降计算公式对预测结果准确性尤为关键。

盾壳摩阻力 f 主要与周边地层挤压力及盾壳与土层间的摩擦系数有关，其计算方法较为成熟[7-8]，本文不进一步研究。由地层损失率 ρ 导致的地表变形计算准确度主要受计算模型影响，对于直线段盾构隧道，地层损失主要是由盾尾管片脱出、注浆浆液尚未凝固过程所产生。而在小转弯半径曲线段盾构隧道中，为了实现盾构机转弯以及减小盾构机对弯道内侧土体的挤压作用，需对弯道内侧土体进行大体积超挖，导致地层损失率进一步扩大，其计算模型也更为复杂。孙捷城等[9]以济南市轨道交通 1 号线曲线段隧道（转弯半径 R_0=300 m）为例，提出了简化的曲线段地层损失模型，本文认为孙捷城模型的简化处理方式与实际施工情况存在较大差距，主要体现在：①研究[10-11]指出曲线段盾构隧道超挖土体是由超挖刀伸出直至收缩整个过程开挖产生，超挖部分主要分布在弯道内侧隧道拱顶至拱底位置，以内侧拱腰轴线对称分布，而孙捷城模型中，将超挖轮廓视为正态分布，其轮廓线相比实际超挖轮廓线小，且不能考虑超挖刀刀伸及刀缩的起始情况。②实际施工中，盾壳一般为封闭壳体，不设有注浆系统，因此超挖脱空部分会一直存在于开挖面至盾尾范围内，直至盾尾同步注浆后，超挖脱空部分才得到封闭，而孙捷城模型中只考虑开挖面处超挖引起的地层损失，此方法将极大减小地层损失体积，导致计算结果产生较大误差。

1.2 本文曲线盾构模型

基于 1.1 节分析，综合已有研究及现场实际施工情况，本文构建小转弯半径地层损失模型如图 1 所示。

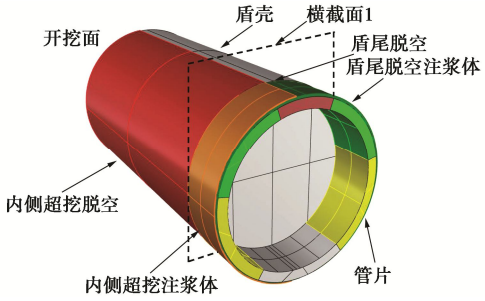


图 1 曲线段地层损失模型

Fig. 1 Formation loss model for curved segment

本文将曲线段地层损失模型分为两部分，第一部分为开挖面及盾壳范围内的地层损失，此部分地层损失轮廓由超挖刀刀伸直至刀缩整个过程产生，且脱空范围开始于开挖面并延伸至盾尾处，如图 1 中内侧超挖脱空及图 2（a）断面所示，相比文献[9]中模型，本文模型超挖面积更广，总体的地层损失体积更大；第二部分为盾尾处的地层损失，为超挖轮廓与盾尾地层损失轮廓叠加，其中盾尾地层损失轮廓满足非等量径向土体移动模型[1]，如图 2（b）所示。本文模型考虑了超挖刀实际开挖过程以及整个盾壳范围内与超挖部分脱空所引起的地层损失，模型更符合曲线段内侧盾构施工超挖情况。

图中，β 为超挖刀伸缩角度，一般为 5°～10°；g 为等效土体损失参数；x 方向为盾构隧道横截面方向；z 方向为隧道埋深方向；δ 为曲线段盾构超挖量（m），由刀盘半径及转弯半径决定，取值可按文献[10]推导所得公式计算：

$$\delta=\frac{\sqrt{(2R_0+D)^2+L^2}-(2R_0+D)}{2}\quad 。\qquad (1)$$

式中　R_0 为转弯半径（m）；D 为盾构机刀盘直径（m）；L 为盾壳长度（m），设置有铰接装置时，为前段盾壳长度。

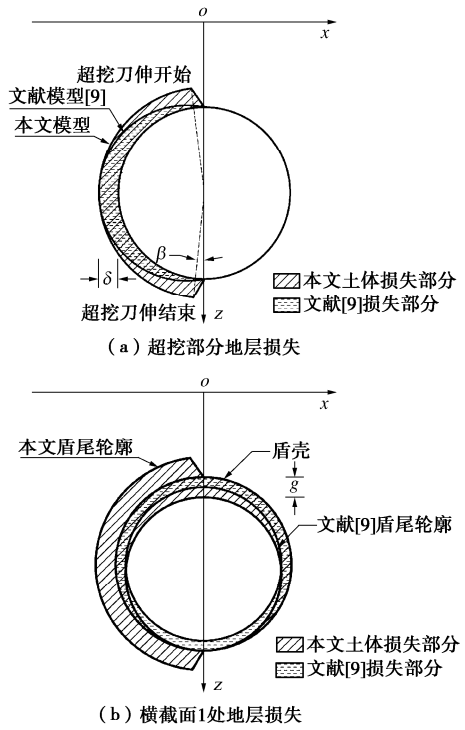


图 2 地层损失截面

Fig. 2 Cross section of formation loss

1.3　镜像法简介

依据上述地层损失模型，采用镜像法计算地层损失引起的地表沉降变化。镜像法由 Sagaseta[12]提出，用于求解半无限体内孔隙产生引起周边土体位移场变化问题。姜忻良等[13]根据镜像法，将单位体积孔隙引起半无限体内某点沉降变化分为由叠加切应力引起的位移 S_0 以及体积变化引起的位移 S_{z1}，S_{z2}，其计算算式分别为

$$S_0=-\frac{3}{4\pi^2}\lim_{b\to\infty}\lim_{c\to\infty}\int_{y0-b}^{y0+b}\int_{x0-c}^{x0+c}\left[\frac{z}{R_s^3}+\frac{1-2\nu}{R_s(R_s+z)}\right]\cdot$$
$$\left\{\frac{z_0(u-x_0)(x-u)}{\left[(u-x_0)^2+(t-y_0)^2+z_0^2\right]^{5/2}}-\right.$$
$$\left.\frac{z_0(t-x_0)(y-t)}{\left[(u-x_0)^2+(t-y_0)^2+z_0^2\right]^{5/2}}\right\}\mathrm{d}u\mathrm{d}t\quad 。\qquad (2)$$

式中　$(x，y，z)$为计算点坐标；$(x_0，y_0，z_0)$为空隙点坐标；b，c 分别为 y 方向和 x 方向的积分范围；u，t 为积分变量；ν 为土体泊松比；$R_s=[(x-u)^2+(y-t)^2+z^2]^{1/2}$。

$$S_{z1}=-\frac{1}{4\pi}\frac{(z-z_0)}{r_1^3}\quad ，\qquad (3)$$

$$S_{z2}=\frac{1}{4\pi}\frac{(z+z_0)}{r_2^3}\quad 。\qquad (4)$$

式中，$r_1=[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2]^{1/2}$，$r_2=[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z+z_0)^2]^{1/2}$。

将式（2）～（4）叠加即可得到单位孔隙存在引起半无限体内任意一点的沉降变化总量 S_z：

$$S_z=S_0+S_{z1}+S_{z2}\quad 。\qquad (5)$$

1.4　第一部分地层损失

曲线段第一部分地层损失引起地表沉降的计算图示如图 3。

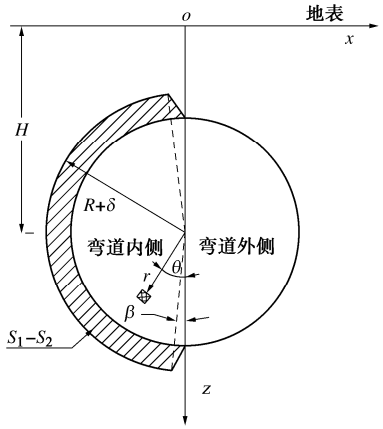


图 3 第一部分地层损失计算模型

Fig. 3 Model for formation loss of first part

图 3 中：H 为刀盘中心点埋深（m）；R 为刀盘半径（m）；θ 为计算单元与 z 轴的夹角（°）；r 为计算单元离刀盘中心点的距离（m）；S_1 为开挖土体和超挖部分土体面积，S_2 为刀盘面积（m²）。刀盘中心点位坐标为(0，0，H)，则开挖面至盾壳范围内任意一点单位间隙点的坐标$(x_0，y_0，z_0)$需变换为

$$\begin{cases}x_0=r\cos\theta\ ,\\ y_0=y-s\ ,\\ z_0=H-r\sin\theta\ 。\end{cases}\qquad (6)$$

将式（6）代入式（5）中，超挖部分地层损失可由内外两个圆柱体体积相减得到，则第一部分地层损失导致开挖面处地表变形的计算公式为

$$w_{z1}=\iiint_{V_1}S_z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}s-\iiint_{V_2}S_z\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}s$$
$$=\int_{-\pi/2+\beta}^{\pi/2-\beta}\int_{R}^{R+\delta}\int_{0}^{L}(S_0+S_{z1}+S_{z2})\mathrm{d}\theta\mathrm{d}r\mathrm{d}s\quad 。\qquad (7)$$

式中　$V_1=S_1s$，$V_2=S_2s$；L 为盾壳长度（m）；R 为刀盘半径（m）；s 为计算点离刀盘的距离（m）；$r_1=[(x-r\cos\theta)^2+(y-s)^2+(z-H+r\sin\theta)^2]^{1/2}$，$r_2=[(x-r\cos\theta)^2+(y-s)^2+$

$(z+H-r\sin\theta)^2]^{1/2}$。式（7）采用常规的积分手段难以得到其精确解，本文通过 matlab 编制三阶九点 Gauss-Legendre 积分公式进行计算。

1.5 第二部分地层损失

魏纲等[1]考虑了非等量径向移动变形和土体可压缩性的影响，推导得到了直线段地层损失引起地表沉降的计算公式。但其公式未考虑此部分地层损失位于盾尾处的情况，需将 y 变换为 y–L，结合魏纲公式，得到了用于第二部分地层损失引起地表沉降计算公式：

$$w_{z2}=2(1-\nu)(Rg-g^2/4)\frac{H}{(y-L)^2+H^2}\cdot \exp\left[-\frac{1.38y^2}{(h+R)^2}\right]\cdot\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+(y-L)^2+H^2}}\right) \quad 。 \tag{8}$$

将式（7）与式（8）相加，即可得到曲线段地层损失引起的地表沉降计算公式：

$$w_0=w_{z1}+w_{z2} \quad 。 \tag{9}$$

2 施工诱发地表变形计算

上文已推导得到曲线段地层损失引起的地表沉降计算公式，下面对开挖面附加推力 q、盾尾同步附加注浆压力 p、盾壳摩阻力 f 引起的地表沉降计算公式进行推导。计算过程满足以下假定[9]：①土体为各向同性均质体，计算区域为线弹性半无限空间，不考虑施工过程中土体排水固结影响；②曲线段盾构机掘进时，开挖面附加推力分布不均匀，其曲线内侧推力 q_1 一般小于外侧推力 q_2，假定以刀盘中线为分界线，两者关系满足 $q_2=m\,q_1$（m 为内外两侧附加推力差异系数，m>1）；③由于盾构转弯过程中，内侧土体与盾壳之间的挤压作用相对外侧土体的挤压作用更严重，而土体挤压力为盾壳摩阻力计算的主要因素，因此假定弯道内外两侧的盾壳摩阻力满足 $f_1=nf_2$（n 为盾壳摩阻力差异系数，n>1）；④盾尾注浆影响范围为盾尾后一环管片宽度，且附加注浆压力沿管片圆周径向均匀分布。以上假定的计算图示见图 4。

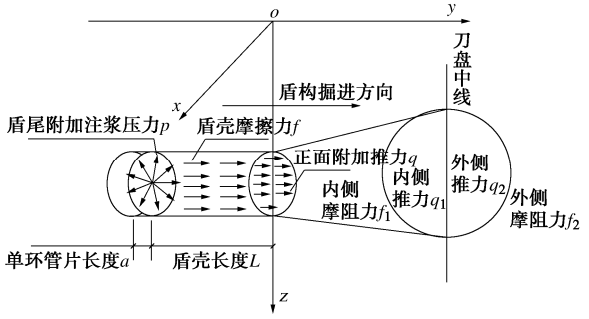


图 4 计算图示

Fig. 4 Diagram of calculation

2.1 开挖面不均匀附加推力 q

Mindlin 分别推导出半无限弹性空间内一点(0，0，c)在竖向集中力 P_v 和水平集中力 P_h 作用下，引起另外一点(x，y，z)的竖向位移 w_z 和水平位移 w_x，其计算模型、推导过程及计算公式见文献[14，15]，本文不再详述。

基于 Mindlin 公式，盾构开挖面附加推力引起的地表变形计算，相当于一圆盘面上作用水平荷载，如图 5 所示。图 5 中开挖面处任意微元的面积 $\mathrm{d}A=r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，该微元体所受的集中荷载可以表示为 $\mathrm{d}P_h=qr\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$，以刀盘中心点位(0，0，$H$)为原点，设空间中任意一点坐标为($x$，$y$，$z$)，刀盘面上微元体的坐标为($x'$，$y'$，$z'$)，需将坐标变换为

$$\begin{cases} x'=x+r\cos\theta \ \text{(弯道外侧)}, \\ x'=x-r\cos\theta \ \text{(弯道内侧)}, \\ y'=y\ , \\ z'=z\ , \\ c=H-r\sin\theta\ 。 \end{cases} \tag{10}$$

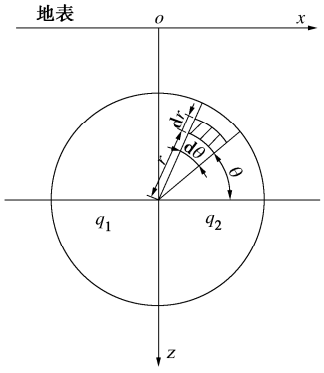


图 5 开挖面附加推力计算图示

Fig. 5 Calculation of additional thrust on excavation surface

将变换后的坐标代入 Mindlin 解中，将开挖面划分为内外两侧同时积分，积分区间为[−π/2，π/2]，得到曲线段开挖面不均匀附加推力引起的地层变形 w_1 的计算公式为

$$w_1=\int_0^R\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{yq_1r\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\theta}{16\pi G(1-\nu)}\left\{m\left[\frac{z-H+r\sin\theta}{R_{q1}^3}+\frac{(3-4\nu)(z-H+r\sin\theta)}{R_{q2}^3}-\frac{6z(H-r\sin\theta)(z+H-r\sin\theta)}{R_{q2}^5}+\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{q2}(R_{q2}+z+H-r\sin\theta)}\right]+\frac{z-H+r\sin\theta}{R_{q3}^3}+\frac{(3-4\nu)(z-H+r\sin\theta)}{R_{q4}^3}-$$

$$\frac{6z(H-r\sin\theta)(z+H-r\sin\theta)}{R_{q4}^5}+\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{q4}(R_{q4}+z+H-r\sin\theta)}\Bigg\}\quad 。\tag{11}$$

式中，$R_{q1}=[(x+r\cos\theta)^2+y^2+(z-H+r\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{q2}=[(x+r\cos\theta)^2+y^2+(z+H-r\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{q3}=[(x-r\cos\theta)^2+y^2+(z-H+r\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{q4}=[(x-r\cos\theta)^2+y^2+(z+H-r\sin\theta)^2]^{1/2}$。

2.2　盾尾附加注浆压力 p

盾尾附加注浆压力 p 引起的地表沉降计算模型如图 6 所示。其计算模型相当于在圆柱曲面上作用沿曲面外法线方向均布荷载，可将作用力分解成水平 p_h 和竖向 p_v 两个分量。梁荣柱等[15]认为附加注浆压力中起主导作用的是竖向分量 p_v，忽略附加注浆压力水平分量 p_h 作用，其计算公式为

$$w_2=\int_0^a\int_0^{2\pi}\frac{pR\sin\theta\mathrm{d}l\mathrm{d}\theta}{16\pi G(1-\nu)}\Bigg[\frac{3-4\nu}{R_{p1}}+\frac{(z-H+R\sin\theta)^2}{R_{p1}^3}+\frac{8(1-\nu)^2-(3-4\nu)}{R_{p2}}+\frac{6z(H-R\sin\theta)(z+H-R\sin\theta)^2}{R_{p2}^5}+\frac{(3-4\nu)(z+H-R\sin\theta)^2-2(H-R\sin\theta)z}{R_{p2}^3}\Bigg]\quad 。\tag{12}$$

式中，$R_{p1}=[(x+R\cos\theta)^2+(y-l-L)^2+(z+H-R\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{p2}=[(x+R\cos\theta)^2+(y-l-L)^2+(z-H+R\sin\theta)^2]^{1/2}$，$l$ 为注浆压力影响范围（m），一般取为单环管片长度 a。

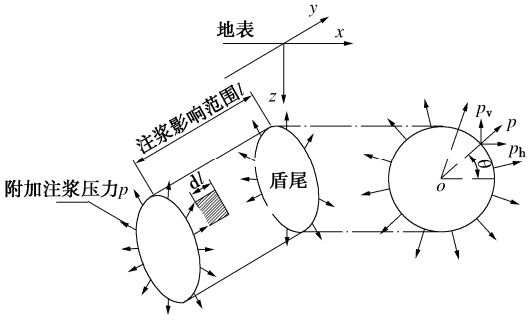


图 6 附加注浆压力计算图示

Fig. 6 Calculation of additional grouting pressure

2.3　盾壳摩阻力 f

盾壳摩阻力 f 引起的地表沉降计算模型如图 7 所示。其计算模型可以简化为圆柱曲面上沿圆柱母线方向作用的水平荷载，盾壳上一微元面积 $\mathrm{d}A=R\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$。则微元体所受的集中荷载可以表示为 $\mathrm{d}P_h=fR\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta$，同样对其进行坐标变换：

$$\begin{cases}x'=x+R\cos\theta(\text{弯道外侧}),\\ x'=x-R\cos\theta(\text{弯道内侧}),\\ y'=y-s,\\ z'=z,\\ c=H-R\sin\theta\ 。\end{cases}\tag{13}$$

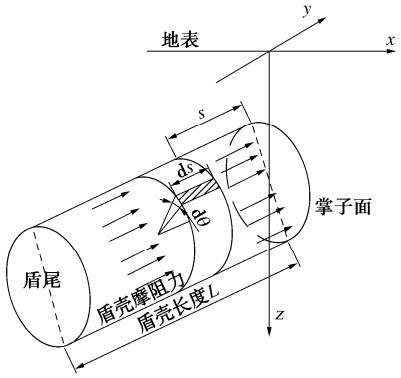


图 7 盾壳摩阻力计算图示

Fig. 7 Calculation of friction resistance of shield shell

将式（13）代入 Mindlin 解，分别对内外两侧盾壳面积分，积分区间为[−π/2，π/2]，得到曲线段盾壳不均匀摩阻力引起的地层变形 w_3 为

$$w_3=\int_0^L\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{f_2R\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta(y-s)}{16\pi G(1-\nu)}\Bigg\{n\Bigg[\frac{z-H+R\sin\theta}{R_{f1}^3}+\frac{(3-4\nu)(z-H+R\sin\theta)}{R_{f2}^3}-\frac{6z(H-R\sin\theta)(z+H-R\sin\theta)}{R_{f2}^5}+\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{f2}(R_{f2}+z+H-R\sin\theta)}\Bigg]+\frac{z-H+R\sin\theta}{R_{f3}^3}+\frac{(3-4\nu)(z-H+R\sin\theta)}{R_{f4}^3}-\frac{6z(H-R\sin\theta)(z+H-R\sin\theta)}{R_{f4}^5}+\frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_{f4}(R_{f4}+z+H-R\sin\theta)}\Bigg\}\quad 。\tag{14}$$

式中，$R_{f1}=[(x+R\cos\theta)^2+(y-s)^2+(z-H+R\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{f2}=[(x+R\cos\theta)^2+(y-s)^2+(z+H-R\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{f3}=[(x-R\cos\theta)^2+(y-s)^2+(z-H+R\sin\theta)^2]^{1/2}$，$R_{f4}=[(x-R\cos\theta)^2+(y-s)^2+(z+H-R\sin\theta)^2]^{1/2}$。

2.4　地表总沉降

综上所述，将式（9），（11），（12），（14）相加，即可得到小转弯半径盾构隧道施工引起的地表沉降计算公式，其总沉降变形计算公式为

$$w=w_0+w_1+w_2+w_3\quad 。\tag{15}$$

3　工程算例对比分析

3.1　工程概况及参数取值

长沙市万家丽电力隧道项目为湖南省重点建设项

表 1 计算参数表

Table 1 Calculation parameters

转弯半径 R_0/m	刀盘直径 D/m	盾壳长度 L/m	内侧超挖量 σ/mm	泊松比 ν	摩阻力差异系数 n	刀盘埋深 H/m
150	4.4	7.3	43.8	0.28	0.9	18.0
剪切模量 G /MPa	附加推力 q /kPa	附加注浆压力 p/kPa	盾壳摩阻力 f/kPa	土体损失参数 g/mm	推力差异系数 m	单环管片长度 a/m
22	120 ± 15	20	100 ± 10	44	1.1	1.2

目，隧道走向沿城市主干道布设，所经区间内建筑、障碍物多，对施工过程中产生的沉降控制要求极高，设计拟定多次采用小“S”弯规避重要建构筑物，其中最小曲线区段转弯半径仅为 150 m，国内外罕见如此小转弯半径的曲线盾构工程，其区段路径及周边建筑环境示意图见图 8。隧道中心埋深约为 18.0 m，区域内土体的平均重度 γ =18.6 kN/m^3，剪切模量 G=22 MPa，黏聚力 c=18 kPa，内摩擦角 φ=26°，泊松比 ν =0.28。计算中所需参数见表 1，表中参数由现场监测及试验测量所得，其中 p，q，f，m，n 为多个施工段的均值。

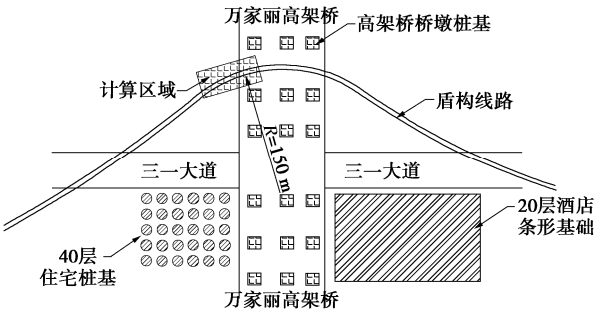


图 8 曲线盾构隧道周边建筑环境

Fig. 8 Construction environment around curved shield tunnel

3.2 地层损失引起地表变形计算

将上述参数代入本文所得公式及文献[9]公式中，分别计算开挖面处（y=0 m），开挖面前方 10 m（y=10 m）及开挖面后方 10 m（y= −10 m）的横向地表沉降分布曲线，见图 9 所示，从图中可以看出本文公式计算所得地层损失引起地表沉降量与文献公式计算结果在数值及分布情况都存在较大的差异，本文计算结果约为文献计算结果的 3～5 倍，且文献[9]公式计算所得的横向地表沉降曲线呈对称分布，最大沉降位置位于刀盘中心线处（x=0 m），而本文计算结果显示横向地表沉降槽为非对称分布，弯道内侧的地表沉降沉降大于弯道外侧沉降，地表横向最大沉降位置位于弯道内侧（x=2 m）。本文计算结果更符合小转弯半径曲线盾构隧道施工时弯道内侧大体积超挖引起的地表沉降分布规律。

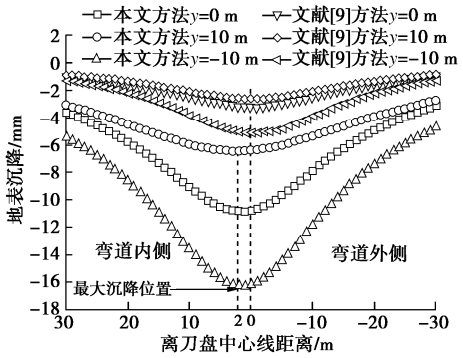


图 9 地层损失计算对比

Fig. 9 Calculation and comparison of formation loss

3.3 地表沉降曲面及纵向沉降

图 10 为代入本文公式计算所得地表沉降曲面，其对应计算区域见图 8。图 11 为纵向地表沉降最大值，可以看到，刀盘前、后三倍洞径范围内的地表沉降值与实测值较为接近，而对开挖面后方较远距离处的地表沉降计算存在较大误差，其主要原因是理论计算中未考虑二次注浆及土体固结[16]作用，导致本文计算结果偏大；开挖面附加推力、盾壳摩阻力引起的纵向地表沉降呈反对称分布，附加注浆压力在注浆位置形成峰值，随后逐渐减小。同时可以看到，两种公式计算纵向不同位置的地表沉降时，其计算所得规律相同，最大地表沉降位置位于在刀盘后方，约 3～4 倍洞径距离，刀盘前方 3 倍洞径范围内的地表会产生较小隆起。

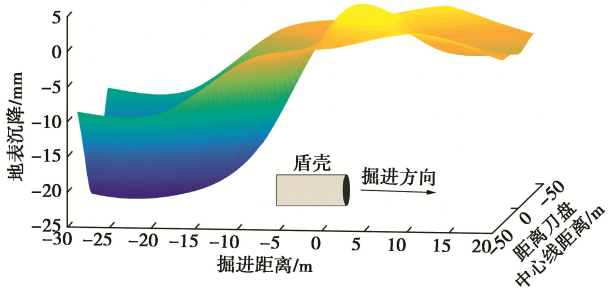


图 10 地表沉降曲面

Fig. 10 Surface subsidence surface

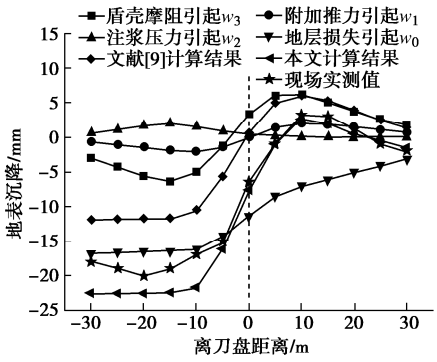


图 11 纵向地表沉降曲线

Fig. 11 Curves of vertical surface subsidence

3.4 横向地表变形

由图 12，13 可以看出：

（1）本文公式计算结果及现场监测数据表明，小转弯半径曲线盾构隧道施工时，地表横向沉降槽偏移弯道内侧，地表沉降最大值位于刀盘中心线左侧 1～2 倍洞径范围，而文献[9]计算公式所得地表沉降最大值仍位于隧道中心线上方，与实际情况存在较大差距，由此反映了本文构建的曲线段地层损失模型相比文献模型更符合曲线盾构隧道实际超挖情况，但本文计算得到沉降最大位置与实际监测最大沉降位置存在一定的差距，其主要原因可能是本文在计算中未考虑土体不均匀分布及超挖轮廓不规则的影响。

（2）对比地表最大沉降数据可以发现，本文公式计算得到沉降数值大小与实测数据的误差较小，而文献[9]公式计算结果与实际监测结果差距较大，其主要原因是文献[9]中曲线段地层损失模型未综合考虑整个盾壳范围内超挖脱空情况，大大减小了曲线段盾构隧道超挖施工引起的地层损失量，从而降低了计算结果的准确性。

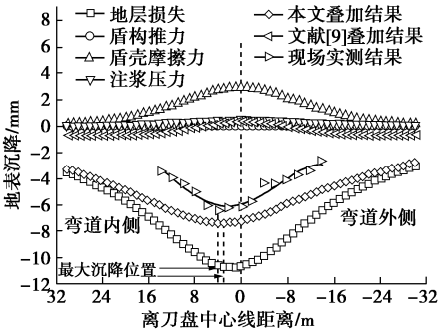


图 12 y=0 m 处(开挖面)横向地表沉降曲线

Fig. 12 Curves of horizontal surface subsidence at y=0 m

4 地表横向沉降影响因素分析

从推导所得公式可以看出，引起地表横向沉降的因素有：开挖面附加推力 q、盾尾同步附加注浆压力 p、盾壳摩阻力 f 以及地层损失率 ρ。附加注浆压力 p 对地表沉降的影响不显著，可以忽略；文献[9]研究结果表明附加推力差异系数 m、盾壳摩阻力差异系数 n 对地表变形的影响较小，只有在极不均匀分布情况下，才会对地表沉降槽的偏向产生影响，而实际施工中此类情况基本不会出现。因此，本文只研究地层损失 ρ 对横向地表沉降槽的影响。由式（1）和式（7）可以看出，地层损失主要与转弯半径 R_0、盾壳长度 L、刀盘直径 D 以及等效土体损失参数 g 相关，而 g 主要受地层条件及施工工艺影响，本文不做深入讨论，基于此本文主要分析不同转弯半径 R_0、刀盘直径 D 及盾壳长度 L 等因素下横向地表沉降规律。

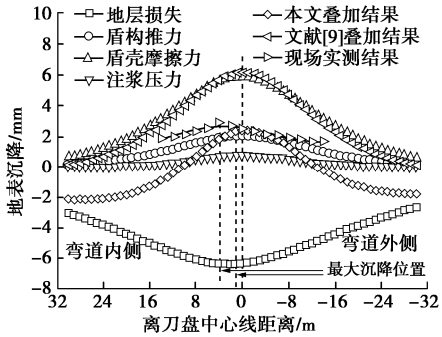


图 13 y=10 m 处(开挖面前方)横向地表沉降曲线

Fig. 13 Curves of horizontal surface subsidence at y=10 m

图 14 为不同转弯半径情况下，地层损失引起的横向地表沉降变形曲线，可以看出随着转弯半径 R_0 减小，地表沉降值逐渐增大，尤其是转弯半径 R_0 小于 300 m 时，地表沉降大小对转弯半径 R_0 的变化敏感性极高；但转弯半径大小改变不会影响地表横向沉降槽偏移程度。

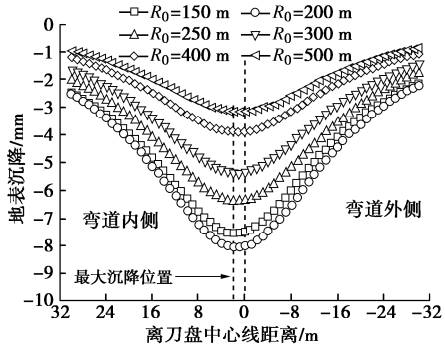


图 14 不同转弯半径横向地表沉降曲线 (y=0 m)

Fig. 14 Curves of lateral surface subsidence under different turning radii

图 15 为不同刀盘直径横向地表沉降曲线，刀盘直径 D 改变对地表沉降大小影响较小，但对地表横向沉降槽偏移程度影响较大，随着刀盘直径增大，沉降槽偏移程度增加，地表最大沉降位置离刀盘中心线约一倍洞径距离。

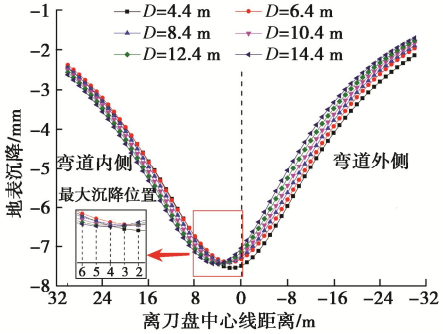


图 15 不同刀盘直径横向地表沉降曲线 (y=0 m)

Fig. 15 Curves of transverse surface settlement under different blade diameters

从图 16 可以看出，地表沉降变形程度受盾壳长度变化影响极大，盾壳长度越短，地表沉降变形越小。在小转弯半径曲线盾构隧道工程中，可以选用盾壳长度较短或设有铰接装置的盾构机施工，减少盾构机转弯所需的超挖量，从而减小地表沉降。

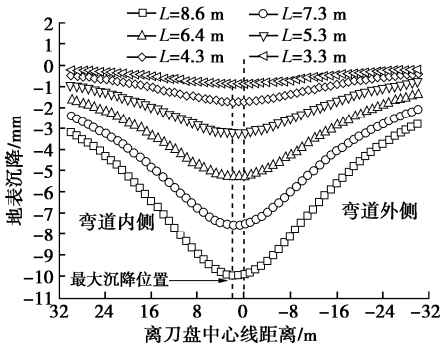


图 16 不同盾壳长度横向地表沉降曲线 (y=0 m)

Fig. 16 Curves of horizontal surface settlement of different shield shell lengths

5 结 论

（1）构建了符合实际施工情况的曲线段盾构隧道开挖地层损失模型，基于镜像法，推导了小转弯半径曲线盾构隧道施工地层损失引发的地表沉降计算公式。

（2）小转弯半径曲线段盾构隧道施工时，由于内侧土体大体积超挖，弯道内外两侧的地层损失分布严重不均，导致横向地表沉降最大位置偏离刀盘中心线，出现在弯道内侧，这与本文公式计算规律一致，证明了本文构建的曲线段地层损失模型是可靠的。

（3）开挖面附加推力、盾壳摩阻力引起的纵向地表沉降呈反对称分布，附加注浆压力引起的地表变形在注浆位置处形成峰值，随后逐渐减小；纵向地表沉降在刀盘前、后方 3 倍洞径内急速发育，随后趋于平稳，刀盘前方 3 倍洞径范围内土体会产生轻微隆起，最大沉降位置出现在刀盘后方 3～4 倍洞径范围。

（4）曲线盾构隧道施工时，地层损失引起的地表沉降大小主要受转弯半径及盾壳长度影响，而地表横向沉降槽偏移程度主要由刀盘直径大小决定，地表最大沉降位置离刀盘中心线约 1 倍洞径距离。

（5）本文未考虑盾构机设有铰接装置的情况以及由于地层性质、施工因素导致超挖部分不规则分布的影响，后续研究中有待进一步完善。

参考文献：

[1] 魏 纲, 张世民, 齐静静, 等. 盾构隧道施工引起的地面变形计算方法研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, **25**(增刊 1): 3317－3323. (WEI Gang, ZHANG Shi-min, QI Jing-jing, et al. Study on calculation method of ground deformation induced by tunnel construction[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, **25**(S1): 3317－3323. (in Chinese))

[2] PECK R B. Deep excavation and tunneling in soft ground [C]// Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1969, Mexico: 225－281.

[3] 马险峰, 王俊淞, 李削云, 等. 盾构隧道引起地层损失和地表沉降的离心模型试验研究[J]. 岩土工程学报, 2012, **34**(5): 942－947. (MA Xian-feng, WANG Jun-song, LI Xiao-yun, et al. Centrifuge modeling of ground loss and settlement caused by shield tunnelling in soft ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2012, **34**(5): 942－947. (in Chinese))

[4] 张 洋, 刘陕南, 吴 俊, 等. 盾构隧道掘进时地层参数变化对地表沉降的敏感性研究[J]. 现代隧道技术, 2019, **56**(4): 127－134. (ZHANG Yang, LIU Shan-nan, WU Jun, et al. Sensitivity and its impact of strata parameters on ground surface settlements during shield tunnelling[J]. Modern Tunnelling Technology, 2019, **56**(4): 127－134. (in Chinese))

[5] 张明聚, 张振波, 陈 锋. 高压富水碎裂状岩层小半径曲线盾构隧道施工技术[J]. 现代隧道技术, 2018, **55**(6): 197－203, 209. (ZHANG Ming-ju, ZHANG Zhen-bo, CHEN Feng. Construction techniques for the small-radius curved shield tunnels in water-rich fractured stratum with high pressure[J]. Modern Tunnelling Technology, 2018, **55**(6): 197－203, 209. (in Chinese))

[6] ZHANG Ming-ju, LI Shao-hua, LI Peng-fei. Numerical analysis of ground displacement and segmental stress and influence of yaw excavation loadings for a curved shield tunnel[J]. Computers and Geotechnics, 2020, **118**: 103325.

[7] 张雪辉, 陈吉祥, 白　云, 等. 类矩形土压平衡盾构施工引起的地表变形[J]. 浙江大学学报(工学版), 2018, **52**(2): 317－324. (ZHANG Xue-hui, CHEN Ji-xiang, BAI Yun, et al. Ground surface deformation induced by quasi-rectangle EPB shield tunneling[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2018, **52**(2): 317－324. (in Chinese))

[8] 吴昌胜, 朱志铎, 宋世攻, 等.软土地层大直径泥水盾构掘进引起的地面变形分析[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(增刊 1): 169－172. (WU Chang-sheng, ZHU Zhi-duo, SONG Shi-gong, et al. Ground settlement caused by large-diameter slurry shield during tunnel construction in soft soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(S1): 169－172. (in Chinese))

[9] 孙捷城, 路林海, 王国富, 等. 小半径曲线盾构隧道掘进施工地表变形计算[J]. 中国铁道科学, 2019, **40**(5): 63－72. (SUN Jie-cheng, LU Lin-hai, WANG Guo-fu, et al. Calculation method of surface deformation induced by small radius curve shield tunneling construction[J]. China Railway Science, 2019, **40**(5): 63－72. (in Chinese))

[10] 郝润霞. 软土地区曲线段盾构隧道超挖量与注浆量分析[J]. 地下空间与工程学报, 2013, **9**(5): 1132－1136. (HAO Run-xia. Analysis of over-excavation volume and synchronous grouting volume for the shield tunnel at curve section of soft soil area[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2013, **9**(5): 1132－1136. (in Chinese))

[11] 陈　剑, 李智明. 急曲线隧道盾构超挖量及铰接角的理论算法[J]. 中国公路学报, 2017, **30**(8): 66－73. (CHEN Jian, LI Zhi-ming. Theoretical algorithm for over-excavated volume and articulation angle during shield tunneling along sharp curves[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017, **30**(8): 66－73. (in Chinese))

[12] SAGASETA C. Analysis of undraind soil deformation due to ground loss[J]. Géotechnique, 1987, **37**(3): 301－320.

[13] 姜忻良, 赵志民. 镜像法在隧道施工土体位移计算中的应用[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005(6): 801－803. (JIANG Xin-liang, ZHAO Zhi-min. Application of image method in calculation of tunneling-induced soil displacement[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2005(6): 801－803. (in Chinese))

[14] MINDLIN R D. Force at a point in the interior of a semi−infinite solid[J]. Physics, 1936, **7**(5):195－202.

[15] 梁荣柱, 夏唐代, 林存刚, 等. 盾构推进引起地表变形及深层土体水平位移分析 [J]. 岩石力学与工程学报, 2015, **34**(3): 583－593. (LIANG Rong-zhu, XIA Tang-dai, LIN Cun-gang, et al. Analysis of ground surface displacement and horizontal displacement of deep soil induced by shield advance[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2015, **34**(3): 583－593. (in Chinese))

[16] 魏　纲, 周　洋, 魏新江. 盾构隧道施工引起的工后地面沉降研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, **32**(增刊 1): 2891－2896. (WEI Gang, ZHOU Yang, WEI Xin-jiang. Research on post-construction surface settlement caused by shield tunneling[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, **32**(S1): 2891－2896. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101020

层状地基上预应力弹性板的竖向振动特性研究

刘春林[1, 2, 3]，艾智勇*[2]，唐孟雄[1]，胡贺松[1]

（1. 广州市建筑科学研究院有限公司，广东 广州 510440；2. 同济大学地下建筑与工程系，上海 200092；
3. 华南理工大学土木与交通学院，广东 广州 510641）

摘 要：基于解析层元法和经典弹性薄板理论，提出了一种求解层状地基与预应力弹性板竖向动力相互作用的计算方法。从地基的基本解和弹性薄板动力方程出发，借助Hankel积分变换，并结合地基与弹性板在接触面上的相容条件，得到变换域内地基与弹性板的动力耦合方程。通过求解耦合方程和数值逆变换，得到频域内预应力弹性板的位移解。与已有文献的结果进行对比，验证提出方法及计算程序的正确性及有效性。最后，通过算例分析，探讨了板－土刚度比和板径向预应力对预应力弹性板竖向动位移的影响。

关键词：预应力弹性板；层状地基；解析层元法；竖向振动；经典薄板理论

中图分类号：TU431 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0174－07

作者简介：刘春林(1987—)，男，博士，主要从事土与结构共同作用方面的研究工作。E-mail: liuchunlin2007@163.com。

Dynamic analysis of pre-stressed elastic plates resting on layered soils

LIU Chun-lin[1, 2, 3], AI Zhi-yong[2], TANG Meng-xiong[1], HU He-song[1]

(1. Guangzhou Institute of Building Science Co., Ltd., Guangzhou 510440, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

Abstract: Based on the analytical layer-element method and classical the elastic thin plate theory, a method for solving the vertical dynamic interaction between the layered soils and the pre-stressed elastic plates is proposed. Starting from the fundamental solution of soils and the dynamic equation of elastic plates, a dynamic coupling equation for the soils and elastic plates in the transformation domain is obtained by means of the Hankel integral transformation and the compatibility condition at the soil-elastic plate interface. The displacement solution for the pre-stressed elastic plates in frequency domain is further obtained by solving the coupling equation and the numerical inverse transformation. By comparing with the results in the existing literatures, the accuracy of the proposed method and the program is verified. Finally, the influences of the stiffness ratio of the plates to the soils and the radial pre-stress of plate on the vertical dynamic displacement of pre-stressed elastic plates are discussed.

Key words: pre-stressed elastic plate; layered soil; analytical layer-element method; vertical vibration; classical elastic thin plate theory

0 引 言

地基上的道路路面、高铁轨道板、机场跑道等在热胀冷缩作用下会产生径向应力。通常，材料遇冷收缩，产生拉应力，遇热膨胀，产生压应力。对于以混凝土为建造材料的弹性板结构来说，其热胀冷缩效应更为明显，因为混凝土的极限拉应力约只有压应力的十分之一，过大的拉应力容易导致混凝土板开裂，从而影响板的正常使用。另一方面，车辆的行驶、高铁的运行、飞机的滑行等都会对混凝土板产生竖向动力作用，以致弹性板的变形规律在动荷载和径向应力的耦合作用下变得甚为复杂。目前，关于该状态下预应力弹性板的动力分析理论仍然非常缺乏，而且径向应力的存在对沉降变形的影响机理也缺少深入了解。因此，提出有效的分析方法揭示地基上预应力弹性板的动力特性，不仅有利于准确预测预应力弹性结构在动荷载作用下的变形规律，而且还能将该方法推广应用到工程实践中，具有一定的理论意义和工程应用价值。

针对地基上无预应力弹性板的振动问题，国内外

基金项目：国家自然科学基金项目（51908225，41672275）；中国博士后科学基金项目（2019M652899）

收稿日期：2019－12－31

*通信作者（E-mail: zhiyongai@tongji.edu.cn）

学者已开展了一系列研究。Rajapakse[1]采用经典薄板理论和位移格林函数，研究了圆环板的动力响应问题。Gucunski 等[2]应用能量法和环型单元法，探讨了地基上弹性圆板的竖向简谐振动。金波[3]建立了弹性半空间地基与弹性圆板竖向相互作用的第二类 Fredholm 积分方程。Yu 等[4]对 Winkler 地基和 Pasternak 地基上 Reissner-Mindlin 板的瞬态响应进行了细致的研究。Chen 等[5]运用模态分析法评估了竖向动荷载作用下弹性圆板的动位移。张建辉[6]基于无单元方法获得了双参数地基上矩形弹性板的挠度分布。王春玲等[7]获得了非饱和地基与多层矩形板的稳态解。上述工作均以有限尺寸板为研究对象。

一般道路路面、机场跑道相对于荷载作用面积可看成是无限大板。针对地基上无限大弹性板的振动问题，学者们也做了大量工作。孙璐等[8]和 Kim 等[9]通过积分变换方法，分析了移动荷载对无限大弹性板的作用。鉴于积分变换方法带来的便利，越来越多学者[10-14]结合经典薄板理论和积分变换方法来研究不同地基模型与无限大板的动力相互作用。然而，上述研究仍未考虑径向应力的耦合效应。通常，热胀冷缩引起的径向应力先于外荷载作用在弹性板上，因而引起的径向应力可称为预应力。目前，针对动荷载引起地基与预应力结构相互作用的分析极少。Kin 等[15]以列车在轨道上的行驶为研究背景，研究了 Winkler 地基上预应力轨道梁的竖向动力沉降变形。天然地基往往呈现分层特性，因此有必要开展层状地基与预应力弹性板的动力相互作用研究。

本文在已有研究基础上[16-18]，借助解析层元法和经典薄板理论，求解了层状地基上预应力弹性板的动力响应问题。首先采用经典弹性薄板理论和积分变换方法，推导出预应力弹性板的动力方程；然后，结合层状地基的基本解和板－土接触面上的接触条件，求得层状地基上预应力弹性板的位移解答；在此基础上，重点分析弹性板的板－土刚度比和径向预应力对弹性板竖向沉降变形的影响。

1　预应力弹性板的振动方程

图 1 所示为预应力弹性板明置在层状横观各向同性地基表面，在预应力弹性板的上表面作用有一竖向简谐荷载 $p(r,z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，其中 p 为荷载幅值，a 为荷载半径，ω 为荷载圆频率，z_0 为地基深度位置，且其所引起的地基反力为 $q(r,z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$。此外，假设弹性板的径向还受到均匀应力 N 的作用，以此来模拟弹性板所受到预应力的影响。为简化分析，对板－土相互作用模型作以下假定：①弹性板满足小挠度经典弹性薄板理论；②弹性板竖向位移与地基表面紧密连接，且忽略径向摩擦力的影响。层状地基由 n 层土组成，最下面层土为基岩或半空间，第 j 层土的材料参数分别为竖向弹性模量 $E_{\mathrm{v}j}$、水平向弹性模量 $E_{\mathrm{h}j}$，竖向剪切模量 $G_{\mathrm{v}j}$、正交水平向泊松比 $\mu_{\mathrm{vh}j}$ 和 $\mu_{\mathrm{h}j}$、土体密度 ρ_{sj} 和土层厚度 Δh_j。

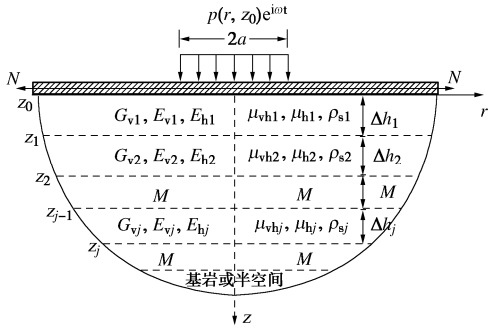


图 1　层状地基上预应力弹性板的竖向振动计算模型

Fig. 1 A pre-stressed elastic plate resting on layered soils

考虑到研究问题的对称性，采用柱坐标系进行分析。根据弹性薄板振动理论，可以得到以位移形式表示的弹性板动力微分方程为[19]

$$D\nabla^4 w_{\mathrm{p}}(r,z_0,t)-N\nabla^2 w_{\mathrm{p}}(r,z_0,t)+\rho_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}\frac{\partial^2 w_{\mathrm{p}}(r,z_0,t)}{\partial t^2}=p(r,z_0,t)-q(r,z_0,t)\text{。}\quad(1)$$

式中　$D=E_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}^3/12(1-\mu_{\mathrm{p}}^2)$ 为弹性板的抗弯刚度，E_{p}，μ_{p}，ρ_{p} 和 h_{p} 分别为弹性板的弹性模量、泊松比、密度和厚度；$w_{\mathrm{p}}(r,z_0,t)$ 为弹性板的挠度函数，∇^2 为 Laplace 算子；N 为弹性板的径向预应力，当弹性板径向受压时，N 为负值。

由于弹性板受到竖向简谐荷载作用，且公式所有变量均含有简谐因子 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，即 $w_{\mathrm{p}}(r,z_0,t)=w_{\mathrm{p}}(r,z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，$p(r,z_0,t)=p(r,z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，$q(r,z_0,t)=q(r,z_0)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega t}$，为简化理论推导，将上述物理量代入式（1）进行稳态化处理，于是可得

$$D\nabla^4 w_{\mathrm{p}}(r,z_0)-N\nabla^2 w_{\mathrm{p}}(r,z_0)-\rho_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}\omega^2 w_{\mathrm{p}}(r,z_0)=p(r,z_0)-q(r,z_0)\quad\text{。}\quad(2)$$

当预应力弹性板受到的是竖向圆形均布简谐荷载时，$p(r,z_0)$ 可表示为

$$p(r,z_0)=\begin{cases}p_0 & 0<r\leqslant a\\ 0 & r>a\end{cases}\quad,\qquad(3)$$

式中，p_0 为作用在弹性板上的均布荷载强度幅值。

式（2）是偏微分方程，直接求解较为困难。为此，按常规做法引入 Hankel 积分变换，将式（2）转换为常微分方程。函数 $f(r,z)$ 为关于坐标 r 的 m 阶 Hankel 积分变换及其逆变换分别定义为[20]

$$\bar{f}(\xi,z)=\int_0^\infty f(r,z)\mathrm{J}_m(\xi r)r\mathrm{d}r\quad,\qquad(4a)$$

$$f(r,z)=\int_0^{\infty}\overline{f}(\xi,z)\mathrm{J}_m(\xi r)\xi\mathrm{d}\xi \quad 。 \tag{4b}$$

式中 $\overline{f}(\xi,z)$ 为 $f(r,z)$ 的 m 阶 Hankel 变换；$\mathrm{J}_m(\xi r)$ 为 m 阶第一类 Bessel 函数；ξ 为关于 r 的 Hankel 积分变换参数。

因此，采用式（4a）对式（2）进行关于径向 r 的零阶 Hankel 变换，并结合其变换性质[20]，可得

$$D\xi^4\nabla^4\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)+N\xi^2\nabla^2\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)-\rho_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}\omega^2\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)=\overline{p}(\xi,z_0)-\overline{q}(\xi,z_0)，\tag{5}$$

式中，$\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)$，$\overline{p}(\xi,z_0)$ 和 $\overline{q}(\xi,z_0)$ 分别为 $w_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)$，$p(\xi,z_0)$ 和 $q(\xi,z_0)$ 在 Hankel 积分变换域内的物理量。

类似地，对式（3）进行关于 r 的零阶 Hankel 变换，可得以下表达式：

$$\overline{p}(\xi,z_0)=\begin{cases}p_0a\mathrm{J}_1(a\xi)/\xi & (0<r\leqslant a)\\ 0 & (r>a)\end{cases} 。 \tag{6}$$

结合式（5）和（6），可得预应力弹性板挠度方程在变换域内的表达式为

$$\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0)=\frac{\overline{p}(\xi,z_0)-\overline{q}(\xi,z_0)}{D\xi^4+N\xi^2-\rho_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}\omega^2} 。 \tag{7}$$

在研究弹性板–层状地基动力相互作用时，核心问题在于弹性板–地基界面处接触应力的求解，即 $\overline{q}(\xi,z_0)$ 的求解。若作用在弹性板上表面的外荷载 $\overline{p}(\xi,z_0)$ 和地基对弹性板下表面的接触应力 $\overline{q}(\xi,z_0)$ 已知，即可根据式（7）求得预应力弹性板的挠度变形。因此，需求解层状地基在 $\overline{q}(\xi,z_0)$ 作用下的动力响应。

2 弹性板与层状地基的共同作用方程

层状地基由 n 层土体组成，在荷载作用下层状地基的动力响应问题已有众多学者研究。本文采用课题组前期推导的解析层元方法进行求解，其简要求解思路介绍如下：

假设第 j 层土的厚度为 $\Delta h_j=z_j-z_{j-1}$，其上表面 z_{j-1} 处与下表面 z_j 处的应力与位移关系为[18]

$$\begin{bmatrix}-\overline{\tau}_{zr}(\xi,0)\\ -\overline{\sigma}_z(\xi,0)\\ \overline{\tau}_{zr}(\xi,\Delta h_j)\\ \overline{\sigma}_z(\xi,\Delta h_j)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_{11}&k_{12}&k_{13}&k_{14}\\ &k_{22}&k_{23}&k_{24}\\ &&k_{33}&k_{34}\\ &&&k_{44}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-\overline{u}_r(\xi,0)\\ -\overline{u}_z(\xi,0)\\ \overline{u}_r(\xi,\Delta h_j)\\ \overline{u}_z(\xi,\Delta h_j)\end{bmatrix} 。 \tag{8}$$

式中 $\overline{u}_r(\xi,\Delta h_j)$，$\overline{u}_z(\xi,\Delta h_j)$，$\overline{\tau}_{zr}(\xi,\Delta h_j)$，$\overline{\sigma}_z(\xi,\Delta h_j)$ 分别为经过 Hankel 积分变换后的径向和竖向位移分量以及应力分量；k_{ij} 为对称的精确刚度矩阵元素，即解析层元元素，其表达式及推导过程详见文献[18]。

为表达简洁，将式（8）缩写为以下矩阵形式：

$$\begin{bmatrix}-\overline{\boldsymbol{T}}(\xi,0)\\ \overline{\boldsymbol{T}}(\xi,\Delta h_j)\end{bmatrix}=\boldsymbol{K}^{(j)}(\xi,z)\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{U}}(\xi,0)\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,\Delta h_j)\end{bmatrix} ， \tag{9}$$

式中 $\overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_j)=\left[\overline{u}_r(\xi,z_j),\overline{u}_z(\xi,z_j)\right]^{\mathrm{T}}$ 和 $\overline{\boldsymbol{T}}(\xi,z_j)=\left[\overline{\tau}_{zr}(\xi,z_j),\overline{\sigma}_z(\xi,z_j)\right]^{\mathrm{T}}$ 分别为 Hankel 变换域内地基深度 z_j 处的位移矩阵和应力矩阵；$\boldsymbol{K}^j(\xi,z)$ 为第 j 层土的刚度矩阵，它只与土层材料参数和厚度有关，且不含负指数函数，因求解时具有解析解的精度，故称之为单层土的解析层元。

对于层状地基，采用式（9）获取每层土体的解析层元，再结合有限元法关于单元刚度矩阵的组装思路，则可建立层状地基的总刚度矩阵方程组如下：

$$\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{F}}(\xi,z_0)\\ \boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}^{(1)}&&&\boldsymbol{0}\\ &\boldsymbol{K}^{(2)}&&\\ &&\ddots&\\ \boldsymbol{0}&&&\boldsymbol{K}^{(n)}+\widehat{\boldsymbol{K}}\end{bmatrix}_{(2n+2)\times(2n+2)}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_0)\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_1)\\ \vdots\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_j)\\ \vdots\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_{n-1})\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_n)\end{bmatrix}， \tag{10}$$

式（10）可进一步改写为

$$\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_0)\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_1)\\ \vdots\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_j)\\ \vdots\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_{n-1})\\ \overline{\boldsymbol{U}}(\xi,z_n)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}^{(1)}&&&\boldsymbol{0}\\ &\boldsymbol{K}^{(2)}&&\\ &&\ddots&\\ \boldsymbol{0}&&&\boldsymbol{K}^{(n)}+\widehat{\boldsymbol{K}}\end{bmatrix}^{-1}_{(2n+2)\times(2n+2)}\cdot\begin{bmatrix}\overline{\boldsymbol{F}}(\xi,z_0)\\ \boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\\ \vdots\\ \boldsymbol{0}\\ \boldsymbol{0}\end{bmatrix} 。 \tag{11}$$

由于弹性板－土体的竖向接触应力 $\overline{q}(\xi,z_0)$ 作用在地基表面，故（11）式中 $\overline{\boldsymbol{F}}(\xi,z_0)=\left[0,\overline{q}(\xi,z_0)\right]^{\mathrm{T}}$。于是，将 $\overline{\boldsymbol{F}}(\xi,z_0)$ 作为已知外荷载量，代入式（11）即可求得变换域内层状地基任意深度处的位移向量。于是，在变换域内地基表面的竖向位移可表示为

$$\overline{u}_z(\xi,z_0)=K_{22}\overline{q}(\xi,z_0) ， \tag{12}$$

式中，K_{22} 为式（11）中地基总柔度矩阵的第二行第二列所对应的矩阵元素。

由弹性板与层状地基在接触面上的位移连续条件可知

$$\overline{u}_z(\xi,z_0)=\overline{w}_{\mathrm{p}}(\xi,z_0) 。 \tag{13}$$

联立公式（7），（12）和（13），可求得变换域内未知的板－土接触应力：

$$\overline{q}(\xi,z_0)=\frac{\overline{p}(\xi,z_0)}{1+(D\xi^4+N\xi^2-\rho_{\mathrm{p}}h_{\mathrm{p}}\omega^2)K_{22}} 。 \tag{14}$$

将式（14）代入式（11），可得到变换域内预应力弹性板的竖向挠度表达式；然后通过数值逆变换，可进一步得到频域内的解答。

3　数值分析与讨论

根据上述理论编译了相应的 Fortran 计算程序。为了简化结果分析与讨论，定义弹性板－土体的刚度比为 $S_r = E_p h_p^3 / G_{v1} a^3$。此外，还定义下面无量纲变量：无量纲半径 $r_0 = r/a$，无量纲圆频率 $\bar{\omega} = a\omega\sqrt{\rho_{s1}/G_{v1}}$，无量纲竖向位移 $w_{p0} = G_{v1} w_p / (a p_0)$，无量纲预应力 $\bar{N} = N / p$。由于数值计算在复数域内进行求解，所得竖向位移量由实部和虚部两部分数值组成，其真实竖向位移幅值可表示为 $\left|w_{p0}\right| = \left|G_{v1} w_p / (a p_0)\right|$。考虑到弹性板材料一般是混凝土，除特殊说明外，下面的算例分析中均取弹性板的泊松比 μ_p 为 0.25。

3.1　算例验证

文献[2]通过环形单元法分析了明置在地基表面弹性板的竖向频域响应。与本文方法相比，该方法不能考虑弹性板径向预应力对板竖向振动特性的影响。鉴于此，将本文解答退化为无预应力弹性板模型与其结果进行对比验证。在对比算例中，计算参数取为 E_{v1} ： E_{h1} ： $G_{v1} = 2.7$ ： 2.7 ： 1，$\mu_{vh1} = \mu_{h1} = 0.35$，$S_r = 0.125$，$\rho_p = 0.0$，$\bar{\omega} = 1.35$ 和 $\bar{N} = 0$。图 2 给出了弹性半空间地基上弹性板在竖向均布简谐荷载作用下的竖向动力位移对比结果，其中，w_p^{max} 为 $\bar{\omega} = 0$ 时弹性板的中心竖向位移。由图 2 可知，本文结果与文献[2]结果吻合较好，这证明了本文理论和数值方法的正确性及可行性。

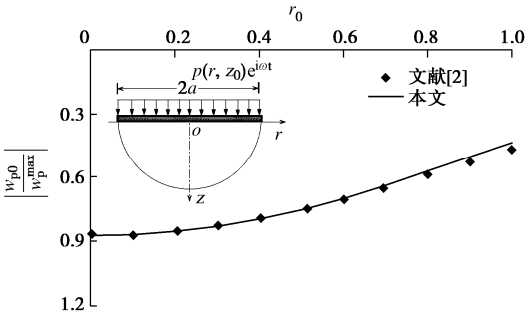


图 2　半空间地基上弹性板的竖向位移对比

Fig. 2 Comparison of vertical displacements of elastic plates on half space

表 1　层状地基计算参数

Table 1 Parameters of layered soils

土层	E_v /MPa	E_h /MPa	G_v /MPa	μ_{vh}	μ_h	Δh /m
1	6	3	2.4	0.25	0.25	5.0
2	8	16	3.2	0.40	0.25	5.0
3	10	5	4.0	0.35	0.25	5.0
4	12	12	5.0	0.30	0.25	5.0
5	14	14	5.0	0.25	0.25	5.0

为进一步验证层状地基与弹性板竖向相互作用理论的正确性，采用文献[21]给出的算例进行对比验证。文献[21]采用传递矩阵法求解了横观各向同性地基与弹性板的相互作用，其中层状地基由 5 层横观各向同性土体组成，土层参数如表 1 所示，文献[21]定义的无量纲竖向位移系数为 $I_w = w_{p0}(1+v_{h1})$，板－土刚度比为 $k_r = S_r(1-v_{h1})/2$。由图 3 可知，本文解析层元法计算结果与文献[21]结果吻合较好，这就进一步证明了本文方法的正确性与适用性。

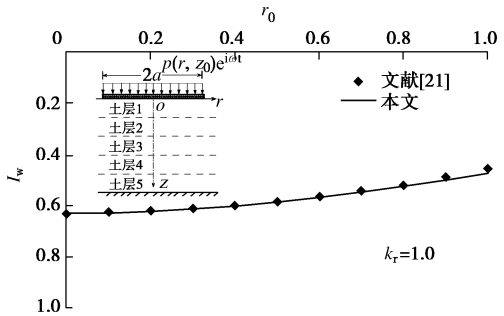


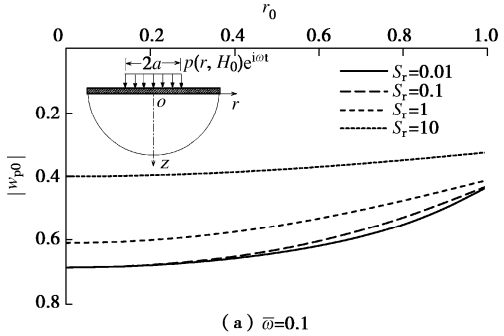
图 3　层状横观各向同性地基上弹性板的竖向位移对比

Fig. 3 Comparison of vertical displacements of elastic plates on transversely isotropic layered soils

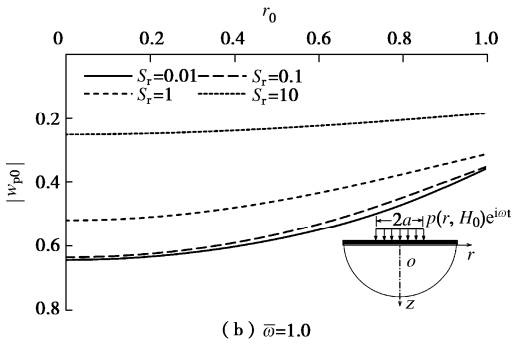
3.2　板－土刚度比的影响分析

实际工程中，弹性板一般由钢筋混凝土材料或者钢材建造而成，其物理力学性能变化幅度不大。然而，天然土体由于历史沉积形成或人为扰动等原因而呈现出复杂的力学特性，造成了板－土刚度比的明显差异。本算例侧重研究板－土刚度比 S_r 对弹性板竖向振动响应的影响。假设地基为横观各向同性半空间模型（$\mu_{vh1} = \mu_{h1} = 0.35$，$E_{v1} : E_{h1} : G_{v1} = 2.5 : 2.5 : 1$，$\rho_p = 0.0$ 和 $\bar{N} = 0$），分析刚度比 S_r 分别为 0.01，0.1，1.0 和 10 的 4 种工况。

图 4 给出了 $\bar{\omega} = 0.1$（低频）和 $\bar{\omega} = 1.0$（高频）时，不同刚度比条件下，弹性板竖向位移沿径向的分布规律。由图可知，从整体上看，板的中心位移最大，离中心越远，位移越小；刚度比 S_r 越大，位移也越小；无论处于高频还是低频工况，S_r 在 0.01～0.1 范围内变化，其竖向位移都比较相近，说明此时弹性板较为柔软；同时还发现，当 $S_r = 10$ 时，弹性板竖向位移沿径向的分布都比较均匀，与刚性板的分布特点相似，故可近似看成刚性板。此外，频率越高，竖向位移相对减少，因此低频振动引起无预应力弹性板的变形更为明显。



（a）$\bar{\omega}$=0.1



(b) $\bar{\omega}$=1.0

图 4 板−土刚度比 S_r 对弹性板竖向位移的影响

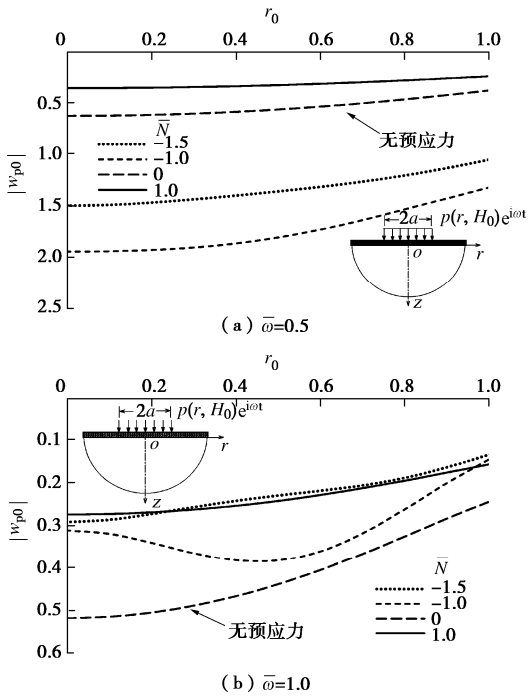
Fig. 4 Influences of stiffness ratio S_r on vertical displacements of elastic plates

3.3 弹性板径向预应力的影响分析

对于混凝土路面板，若路面板由 C15 等级的混凝土建造而成，而且以其抗压、抗拉设计强度作为混凝土板预应力 N 的最大预压、预拉应力值（压应力 7.2 MPa，拉应力 0.91 MPa），并以中型车辆单轮的轮压动荷载强度为例（单轮承担荷载/轮压接触面积=70 kN/0.05 m^2=1.4 MPa），可得此时无量纲预应力 $\bar{N}$ 的取值范围约为−5.14～0.65；因此，实际工程中大部分混凝土结构因热胀冷缩所引起的温度应力基本都会在此范围内变动，具有较为广泛的适用性，故后续算例分析中 $\bar{N}$ 的取值基本都在此范围内。

预应力弹性板属于受弯构件，探讨预应力板的竖向位移沿径向的变化规律，有助于深入揭示预应力板的受力变形机理。同样，以横观各向同性半空间地基上预应力弹性板的竖向振动为研究背景（$\mu_{vh1}=\mu_{h1}=0.3$，$E_{v1}:E_{h1}:G_{v1}=2.85:2.85:1$，$S_r=0.2$ 和 $\rho_p=0.0$），对承受不同预应力强度的弹性板进行讨论。无量纲预应力 $\bar{N}$ 分别取−1.5，−1，0 和 1 四种工况。需要指出的是，弹性板的径向预应力 $\bar{N}$ 以拉为正，压为负，$\bar{N}=0$ 表示弹性板没有受到径向预应力的作用。

如图 5（a）所示，当荷载频率较低时，预拉应力板（$\bar{N}>0.0$）的竖向位移明显小于其它情况；而且，就本算例而言，无预应力板（$\bar{N}=0.0$）的竖向位移幅值也小于预压应力板（$\bar{N}<0.0$）。换句话说，在其它条件相同的情况下，预压应力板的受力行为最为不利，无预应力板的次之，预拉应力板的最小。高频荷载作用时，如图 5（b）所示，无预应力弹性板（$\bar{N}=0.0$）的竖向位移要大于有预应力作用的弹性板（$\bar{N}\neq0.0$），这与低频时所得规律不同；而且，此时最大竖向位移并非都集中在弹性板中心，当 $\bar{N}=-1$ 时，其最大竖向位移在无量纲半径 $r_0=0.5$ 处，但最小值仍在边缘位置。此外，高频荷载作用时，弹性板可通过施加预应力的手段来达到减少沉降变形的目的；就本算例而言，施加的预应力 $\bar{N}\leqslant-1.5$ 时可有效减少板的沉降变形，这为改善动力弹性板的抗变形能力提供了新思路。



(a) $\bar{\omega}$=0.5

(b) $\bar{\omega}$=1.0

图 5 径向预应力 $\bar{N}$ 对弹性板竖向位移的影响

Fig. 5 Influences of radial prestress $\bar{N}$ on vertical displacements of elastic plates

当荷载频率较低时，在不同板－土刚度比条件下，较小的预压应力也会导致弹性板产生较大的竖向位移，具体如图 6（a）所示。对于 $S_r\leqslant0.2$ 的弹性板，应避免承受的预应力范围为 $-2\leqslant\bar{N}\leqslant0$，其它情况则约为 $-3\leqslant\bar{N}\leqslant0$ 比较适宜。总体而言，低频荷载作用时，具有一定预拉应力和较大预压应力的弹性板，其沉降变形均较小，抗变形能力更强。换句话说，工程实践中，低温引起弹性板的拉应力与高温引起弹性板的较大压应力，在一定程度上均能有效减少弹性板的的动力变形。这种现象有利于工程设计人员在进行工程设计时考虑预应力对结构受力变形的影响范围。

图 6（b）反映的是高频时弹性板最大竖向位移与预应力 $\bar{N}$ 之间的关系。由图 6 可见，在所施加的预压应力范围中，$S_r=2$ 的最大竖向位移要远小于其它两种情况；虽然 $S_r=0.02$ 和 0.2 的最大竖向位移相差不大，但是它们却在 $-1\leqslant\bar{N}<0$ 范围内陡增得非常明显，这说明弹性板要避免受到此范围内预压应力作用，否则会造成弹性板产生过大的竖向位移，进而降低了弹性板的抗变形能力；对于抗变形扰动要求较高的精密设备基础板，尤其要引起重视。对于 $S_r=2$ 的弹性板，其受预压应力影响较为平缓，且主要影响范围为 $-2\leqslant\bar{N}<0$。此外，对比图 6（a）和（b）发现，板－土刚度比 S_r 相同时，荷载频率越高，最大竖向位移越小，且并非 S_r 越大最大竖向位移越小。总之，弹性板变形

与板－土刚度比、荷载频率以及径向预应力密切相关。

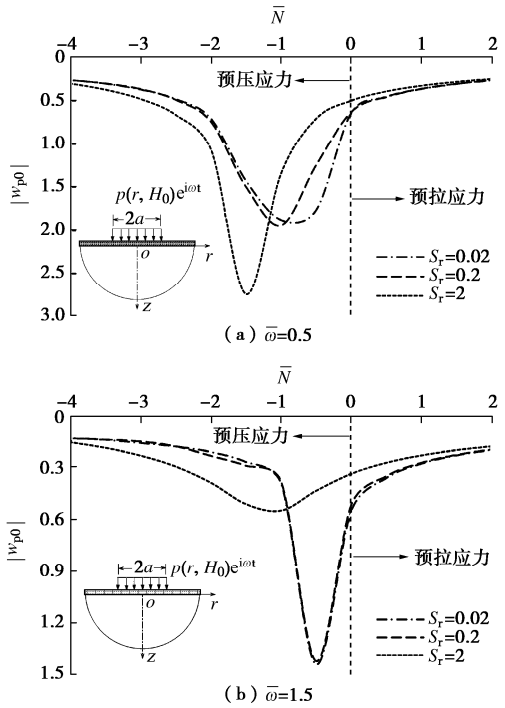


图 6 径向预应力 $\bar{N}$ 对弹性板最大竖向位移的影响

Fig. 6 Influences of $\bar{N}$ on maximum vertical displacements of elastic plates

4 结　论

基于解析层元法和弹性薄板理论，提出了一种求解预应力弹性板与层状地基竖向动力相互作用的计算模型。通过数值计算与分析验证了该模型的有效性，得出以下两点结论。

（1）无论高频荷载还是低频荷载作用，板－土刚度比 S_r 在 0.01～0.1 范围内变化时，弹性板竖向位移的差异较小；当 $S_r=10$ 时，弹性板竖向位移沿径向的分布较为均匀，可将其视为刚性板。

（2）动荷载作用下，弹性板的沉降变形与荷载频率、预应力大小及板－土刚度比相关；为避免产生过大变形，对于板－土刚度比 $S_r \leqslant 0.2$ 的弹性板，应避免承受 $-2 \leqslant \bar{N} \leqslant 0$ 范围内的预压应力作用，其它刚度比情况则为 $-3 \leqslant \bar{N} \leqslant 0$ 比较适宜。

参考文献：

[1] RAJAPAKSE R K N D. Dynamic response of elastic plates on viscoelastic half space[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1989, **115**(9): 1867－1881.

[2] GUCUNSKI N, PEEK R. Vertical vibrations of circular flexible foundations on layered media[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 1993, **12**(3): 183－192.

[3] 金　波. 用第二类 Fredholm 积分方程求解弹性半空间上弹性板的垂直振动[J]. 应用数学和力学, 1998, **19**(2): 145－150. (JIN Bo. Using Fredholm integral equation of the second kind to solve the vertical vibration of elastic plate on an elastic half-space[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1998, **19**(2): 145－150. (in Chinese))

[4] YU L, SHEN H S, HUO X P. Dynamic responses of Reissner-Mindlin plates with free edges resting on tensionless elastic foundations[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, **299**(1/2): 212－228.

[5] CHEN S S, HOU J G. Modal analysis of circular flexible foundations under vertical vibration[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2009, **29**(5): 898－908.

[6] 张建辉. 双参数地基板的无单元法[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(7): 776－779. (ZHANG Jian-hui. Element-free method for two-parameter subgrade plates[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(7): 776－779. (in Chinese))

[7] 王春玲, 赵鲁珂, 李东波. 非饱和地基上多层矩形板稳态响应解析研究[J]. 岩土工程学报, 2019, **41**(12): 2182－2190. (WANG Chun-Lin, ZHAO Lu-ke, LI Dong-bo. Analytical study on dynamic response of multi-layered plate in unsaturated half-space[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2019, **41**(12): 2182－2190. (in Chinese))

[8] 孙　璐, 邓学钧. 弹性基础无限大板对移动荷载的响应[J]. 力学学报, 1996, **28**(6): 756－760. (SUN Lu, DENG Xue-jun. General theory for stead dynamic problem of infinite plate on an elastic foundation[J]. Acta Mechanica Sinica, 1996, **28**(6): 756－760. (in Chinese))

[9] KIM S M, ROESSET J M. Moving loads on a plate on elastic foundation[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1998, **124**(9): 1010－1017.

[10] 卢　正, 姚海林, 杨　洋. 上覆弹性板双层地基在移动荷载作用下的动力响应[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(增刊 2): 3312－3320. (LU Zheng, YAO Hai-lin, YANG Yang. Dynamic response of an elastic slab resting on double-layered subgrade subjected to moving load[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(S2): 3312－3320. (in Chinese))

[11] 蔡袁强, 孙宏磊, 徐长节. 移动荷载下上覆弹性板饱和地基的动力响应[J]. 计算力学学报, 2008, **25**(2): 156－161. (CAI Yuan-qiang, SUN Hong-lei, XU Chang-jie. Response of beams on poroelastic half-space soil medium to moving load[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2008, **25**(2): 156－161. (in Chinese))

[12] CAI Y, CAO Z, SUN H, et al. Dynamic response of pavements on poroelastic half-space soil medium to a moving traffic load[J]. Computers and Geotechnics, 2009, **36**(1/2): 52－60.

[13] 曹彩芹, 李诚诚, 李 华. 移动荷载作用下路面板与饱和弹性地基的动力响应[J]. 西安建筑科技大学学报(自然科学版), 2014, **46**(2): 204－209. (CAO Cai-qin, LI Cheng-cheng, LI Hua. Dynamic response of pavement plate-saturated elastic foundation under moving loads[J]. Journal of Xi'an Univerdity of Architecture & Technology (Natural Science Edition), 2014, **46**(2): 204－209. (in Chinese))

[14] 张春丽, 王 博, 祝彦知. 移动荷载下正交各向异性地基无限大板的动力响应[J]. 岩土工程学报, 2017, **39**(2): 352－358. (ZHANG Chun-li, WANG Bo, ZHU Yan-zhi. Dynamic response of infinite elastic plate on orthotropic half-space medium under moving loads[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(2): 352－358. (in Chinese))

[15] KIM S M, CHUNG W. Vibration of simplified presstressed pavement model under moving two-axle harmonic loads[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2009, **13**(6): 409－421.

[16] 艾智勇, 杨轲舒. 横观各向同性层状地基上弹性矩形板的参数研究[J]. 岩土工程学报, 2016, **38**(8): 1442－1446. (AI Zhi-yong, YANG Ke-shu. Parametric study on an elastic rectangle plate on transversely isotropic multi-layered soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2016, **38**(8): 1442－1446. (in Chinese))

[17] AI Z Y, XU C J, REN G P. Vibration of a pre-stressed plate on a transversely isotropic multilayered half-plane due to a moving load[J]. Applied Mathematical Modelling, 2018, **59**: 728－738.

[18] AI Z Y, LI Z X, CANG N R. Analytical layer-element solution to axisymmetric dynamic response of transversely isotropic multilayered half-space[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2014, **60**: 22－30.

[19] CHONAN S. Moving load on a pre-stressed plate resting on a fluid half-space[J]. Ingenieur-Archiv, 1976, **45**(3): 171－178.

[20] SNEDDON I N. The Use of Integral Transforms[M]. New York: McGraw-Hill, 1972.

[21] 艾智勇, 成怡冲. 轴对称受荷弹性圆板下横观各向同性多层地基分析[J]. 建筑结构学报, 2012, **33**(4): 154－157. (AI Zhi-yong, CHENG Yi-chong. Analysis of transversely isotropic layered soils beneath axisymmetrically loaded elastic circular plate[J]. Journal of Building Structures, 2012, **33**(4): 154－157. (in Chinese))

《岩土工程学报》征订启事

《岩土工程学报》创办于 1979 年，是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办，国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿，倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿，并优先刊用这些稿件。主要栏目有黄文熙讲座、综述、论文、短文、工程实录、焦点论坛、讨论和简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续多年确认为核心期刊，并在建筑类核心期刊中位于前列；本刊被科技部“中国科技论文统计源期刊”（中国科技核心期刊）及“中国科技论文与引文数据库”收录；本刊被中国科学院“中国科学引文数据库”收录；本刊被“中国知网”全文收录及“中国学术期刊综合评价数据库”收录；本刊被“工程索引 Ei Compendex 数据库”和“日本科学技术振兴机构数据库 JST”等国际数据库收录。本刊网址（www.cgejournal.com）全文发布本刊所有刊载文章。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊，A4 开，双栏排版，192 页，每月中旬出版，每期定价 40 元，全年定价 480 元。

本刊国际标准刊号 ISSN 1000－4548，国内统一刊号 CN 32－1124/TU，国内发行代号 28－62，国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购，也可在编辑部订购（不另收邮费）。编辑部订购地址：南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部；邮编：210024；联系电话：025-85829534，85829543，85829553，85829556；传真：025-85829555；E-mail: ge@nhri.cn。

《岩土工程学报》编辑部

DOI：10.11779/CJGE202101021

基于多功能CPTU测试的基坑开挖扰动深度确定方法

李 赞[1, 2]，刘松玉*[1, 2]，吴 恺[1, 2]，蔡国军[1, 2]，童立元[1, 2]，刘文亮[1, 2]

（1. 东南大学岩土工程研究所，江苏 南京 211189；2. 江苏省城市地下工程与环境安全重点实验室，江苏 南京 211189）

摘 要：基坑开挖卸荷扰动区深度的确定是基坑设计的重要指标。现有的关于扰动区深度的确定大都采用室内试验方法，无法反映土体的原位应力状态。基于多功能孔压静力触探(CPTU)原位测试，对南京、无锡、常州3个基坑工程进行开挖前、后的原位测试，分析了开挖卸荷对锥尖阻力q_t、侧壁摩阻力f_s、摩阻比R_f、电阻率ρ的影响；进一步结合室内卸荷回弹试验，提出了基于原位测试的基坑开挖扰动深度确定方法。结果表明，对于粉土和粉砂地基，开挖卸荷会使锥尖阻力和侧壁摩阻力降低，且随着土体埋深增加，其影响程度逐渐减小；对摩阻比和电阻率影响则较小；基坑开挖扰动区深度为CPTU锥尖阻力q_t衰减20%时对应的深度距坑底开挖面的距离。

关键词：多功能孔压静力触探；开挖卸荷；锥尖阻力；侧壁摩阻力；扰动深度

中图分类号：TU43 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0181－07

作者简介：李 赞(1989—)，男，博士研究生，主要从事原位测试技术、软土地基处理等方面的研究工作。E-mail: lizan@seu.edu.cn。

Determination of disturbance depth due to excavation using multifunctional CPTU tests

LI Zan[1, 2], LIU Song-yu[1, 2], WU Kai[1, 2], CAI Guo-jun[1, 2], TONG Li-yuan[1, 2], LIU Wen-liang[1, 2]

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. Jiangsu Key Laboratory of Urban Underground Engineering and Environmental Safety, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The disturbance depth of excavations is an important parameter for their design. Most of the existing methods for determining the disturbed depth are laboratory tests, which cannot reflect the in-situ stress state of soils. The in-situ multifunctional piezocone penetration tests (CPTU) are carried out before and after the excavation of three projects in Nanjing, Wuxi and Changzhou. The influences of unloading induced by excavation on the cone resistance (q_t), sleeve resistance (f_s), friction ratio (R_f) and resistivity (ρ) are also analyzed. Further combining with the laboratory unloading resilience tests, the disturbance depth of excavation based on in-situ tests is proposed. The results show that the unloading effect may reduce the values of cone resistance and sleeve resistance for silt and silty sand foundations, and the corresponding influences on the amplitudes decrease with the increase of depth. However, the excavation has little effect on the friction ratio and resistivity. The disturbance depth of excavation can be determined by the depth beneath the excavation bottom where the cone resistance (q_t) is reduced by 20% as compared to that prior to excavation.

Key words: multifunctional CPTU; excavation unloading; cone resistance; sleeve resistance; disturbance depth

0 引 言

基坑开挖会引起土体扰动进而改变土体的工程特性，土体扰动分析不当会诱发工程安全事故[1-2]。现有关于扰动对土体影响的研究主要集中在扰动对土体强度特性和变形特性的影响[3-10]。开挖卸荷使坑底土体应力释放，强度方面，卸荷扰动使坑内土体的强度降低；变形方面，开挖卸荷使坑内土体产生回弹变形。这一变化只局限在坑底一定深度范围内，此范围之外的土体仍保持开挖前的初始状态。将这一土体工程特性因基坑开挖发生改变的深度称为卸荷影响深度。目前，计算开挖卸荷影响深度比较困难，在工程中一般只需要确定受卸荷影响较大的深度（称为卸荷扰动深度），即对土体强度和回弹变形影响较大的深度。基坑开挖卸荷扰动深度是直接影响地基基础安全的重要设计指标，是基坑支护设计的重要依据[11]。

基金项目：国家重点研发计划项目（2016YFC0800201）；国家自然科学基金项目（41972269，51878157）；江苏省交通工程建设局科技项目（CX-2019GC02）

收稿日期：2020－01－08

*通信作者（E-mail: liusy@seu.edu.cn）

潘林有等[12]提出了利用卸荷比 R（式（1））衡量基坑开挖前后坑底应力水平的变化，通过室内抗剪强度试验，得到极限卸荷比 R_u，当 $R=R_u$ 时，卸荷影响深度定义为扰动区深度 h_u（式（2））。室内模拟试验结果表明，扰动区深度约为开挖深度 D 的 56%（模型见图 1），扰动区内强度折减达 38%以上。

$$R=\frac{p_{\max}-p_i}{p_{\max}} \quad , \tag{1}$$

$$h_u=\frac{(1-R_u)D}{R_u} \quad , \tag{2}$$

式中，R_u 为极限卸荷比，$p_{\max}$ 为初始上覆荷载，p_i 为第 i 级卸荷后剩余上覆荷载，D 为开挖深度，h_u 为扰动区深度。

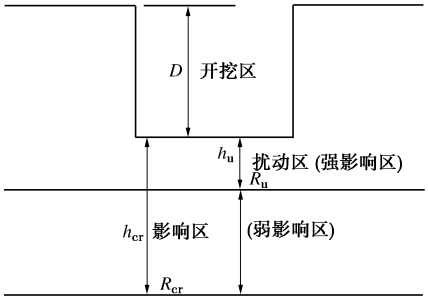


图 1 卸荷影响深度

Fig. 1 Depths affected by unloading

此后，秦爱芳等[11]、张淑朝等[13]、邓指军等[14]、程玉梅[15]、潘林有等[16]进行了相关研究，研究成果见表 1。

表 1 现有开挖扰动区深度确定的室内试验方法

Table 1 Existing laboratory test methods for determination of disturbance depth

文献	试验类型	极限卸荷比 R_u	扰动区深度 h_u
秦爱芳等[11]	直剪试验	0.67	0.50D
潘林有等[12]		0.64	0.56D
程玉梅[15]		0.66	0.52D
秦爱芳等[11]	卸荷回弹试验	0.80	0.25D
张淑朝等[13]		0.90	0.11D
邓指军等[14]		0.81	0.23D
潘林有等[16]		0.67	0.25D

以上关于开挖卸荷扰动区深度的确定，大都通过室内抗剪强度试验和卸荷回弹试验确定，秦爱芳等[11]指出，两种分析方法的差异是由室内试验的局限性导致的。同时，钻孔取样、室内试验不可避免地会对土体造成扰动，无法反映土体的原位应力状态[17-18]。

现代多功能 CPTU 原位测试已广泛应用于评价土体的工程特性，相较于传统的室内试验，具有快捷、经济、连续性、高精度等优点[19]。原位测试数据能较好地反映基坑开挖前后坑底土体工程特性的变化，进而可用于确定开挖卸荷引起的土体扰动程度和深度。陈云敏等[20]对杭州地铁湘湖车站基坑坍塌后坑内扰动土和坑外原状土进行了 CPT 静力触探测试，锥尖阻力的现场测试结果表明，坑内上部 2 m 深度范围内土层受坍塌扰动最大，扰动度接近 80%，随深度增加扰动程度逐渐减小，地连墙墙底土体的扰动度约为 40%。

基于以上背景，本文通过对长三角地区南京、无锡、常州 3 个典型的场地进行基坑开挖前、后的 CPTU 试验，分析了基坑开挖卸荷对 CPTU 测试参数的影响规律；与室内卸荷回弹试验对比分析，提出了基于多功能 CPTU 原位测试的基坑开挖卸荷扰动深度确定方法。

1 试验场地描述

采用东南大学引进的现代多功能 CPTU 测试系统，对长三角城市南京、无锡和常州的典型基坑开挖工程进行了开挖前、后的坑外和坑内原位测试，基坑开挖前通过 GPS 定位测试点坐标，基坑开挖后根据现场施工情况选取合适的测试点，确保与开挖前测试点平面位置接近。通过室内土工试验，各场地土层的基本物理力学性质指标见表 2。

南京试验场地位于南京河西南鱼嘴金融聚集区 H 地块，属长江漫滩地貌单元，地形平整开阔。场地开挖影响深度范围内的土层主要为第四纪淤泥质粉质黏土及分布于其中的粉砂夹层。淤泥质粉质黏土层压缩性大，含水率高，强度低；粉砂层为轻微液化土层。基坑平面尺寸为 30 m×50 m。

无锡试验场地位于苏锡常南部高速公路太湖隧道标段 K24+500 处，地处太湖湖荡平原区，地貌属长三角太湖堆积平原区。地表土层主要为第四纪全新世黏土及上更新世黏土、粉土层。具有高含水率，高压缩性和低强度等特征。基坑平面尺寸为 50 m×185 m。

常州试验场地位于常州市轨道交通 2 号线怀德桥站，地貌属长三角冲湖积高亢平原，地势平坦。地面以下浅部广泛分布第四纪晚更新世黏土及粉土、粉砂。场地黏性土含水率高、压缩性高、强度中等；粉（砂）性土含水率高，具有中等压缩性，局部夹少量的粉砂和黏性土，土质不均匀。基坑平面尺寸为 25 m×240 m。

2 室内卸荷回弹试验

2.1 试验结果

由表 2 可知，因同属长三角冲积平原，常州地区粉土层和粉砂层的重度、含水率和孔隙比等基本物理力学参数与南京的粉砂层和无锡的粉土层非常接近。

表 2 场地主要土层的物理力学性质

Table 2 Physical and mechanical properties of soils

场地名称	土层	层厚/m	γ /(kN·m^{-3})	γ' /(kN·m^{-3})	G_s	w/%	e_0
南京	淤泥质粉质黏土	2.4	17.8	8.07	2.68	38.3	1.081
	粉砂	4.6	19.1	9.58	2.65	25.0	0.723
无锡	粉质黏土	5.0	19.5	9.45	2.71	30.3	0.810
	粉土	6.4	19.4	9.64	2.71	27.1	0.774
常州	素填土	2.3	19.1	9.26	2.75	31.4	0.890
	淤泥质粉质黏土	3.6	18.6	8.51	2.72	38.1	1.020
	⑤$_1$粉土	4.7	19.4	9.48	2.70	29.0	0.794
	粉砂	4.4	19.7	9.80	2.69	26.0	0.724
	⑤$_3$粉土	10.0	19.0	9.14	2.71	31.0	0.870

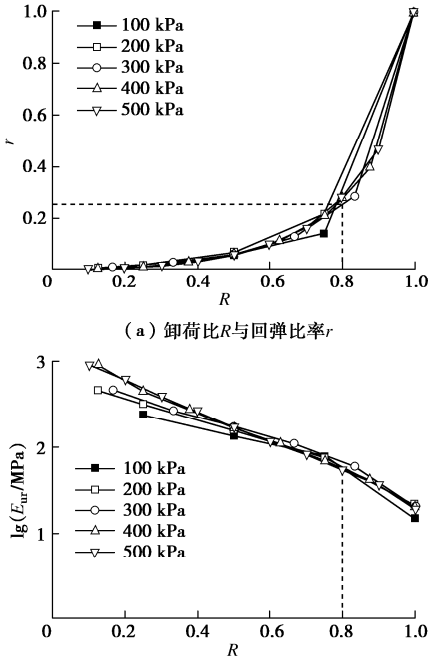
注：表中，γ 为天然土层的重度，γ' 为浮重度，G_s 为土粒相对质量密度，w 为含水率，e_0 为原状土孔隙比。

针对南京场地基坑开挖面以下的粉砂层和无锡场地基坑开挖面以下的粉土层进行室内卸荷回弹试验。为了取得充分的卸荷回弹试验数据，每组土样的预压荷载分别为 100，200，300，400，500 kPa。在进行回弹试验时，对各土样在每级卸荷下的回弹变形进行了记录，采用式（3）和式（4）分析卸荷比 R 与回弹比率 r、卸荷比 R 与回弹模量对数 $\lg E_{ur}$ 之间的关系[21]，计算结果见图 2，3。

$$r=\frac{e_i-e_0}{e_{\max}-e_0}\quad , \tag{3}$$

$$E_{ur}=\frac{p_{\max}-p_i}{e_i-e_0}(1+e_0)\quad , \tag{4}$$

式中，r 为回弹比率，e_i 为第 i 级卸荷后回弹变形稳定时的孔隙比，e_0 为初始孔隙比，$e_{\max}$ 为荷载全部卸除后回弹变形稳定时的孔隙比；E_{ur} 为回弹模量，$p_{\max}$ 为最大上覆压力，p_i 为第 i 级卸荷后上覆压力。

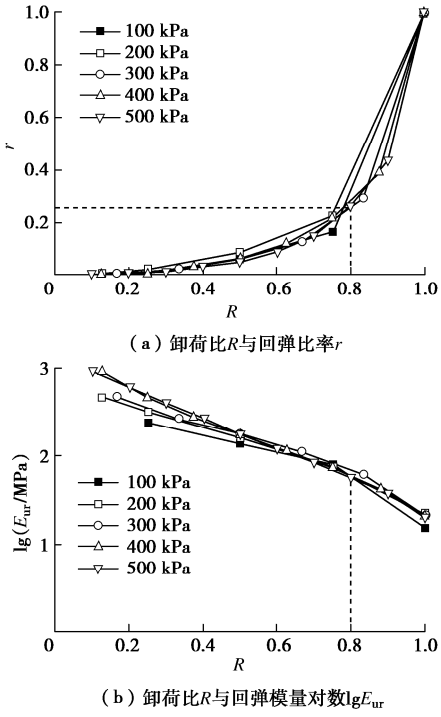


（a）卸荷比R与回弹比率r

（b）卸荷比R与回弹模量对数$\lg E_{ur}$

图 2 粉砂（南京场地）卸荷回弹试验结果

Fig. 2 Results of unloading rebound tests on silty sand at Nanjing site



（a）卸荷比R与回弹比率r

（b）卸荷比R与回弹模量对数$\lg E_{ur}$

图 3 粉土（无锡场地）卸荷回弹试验结果

Fig. 3 Results of unloading rebound tests on silty sand at Wuxi site

2.2　开挖卸荷扰动深度的确定

对于均质地基，不考虑分层开挖的影响，坑底中心点以下任一深度 h 处的卸荷比 R[16]：

$$R=\frac{\alpha D}{D+h}\quad , \tag{5}$$

式中，α 为附加应力系数（对于大面积卸荷工况，强影响深度范围内，取 $\alpha=1$），D 为开挖深度。

由图 2，3 可知，对于粉砂和粉土，二者卸荷回弹试验得到的回弹规律基本一致，当 $R>0.8$ 时，回弹量达到全部回弹量的 80%左右，回弹模量 E_{ur} 发生明显变化，这一卸荷比 R 即为极限卸荷比 R_u，对应的卸荷影响深度 h 为扰动区深度 h_u，取 $\alpha=1$，可以看出，此时式（5）与式（2）等价。对于某一开挖深度 D，将 $R_u=0.8$ 代入式（5）计算得到卸荷扰动区深度 h_u 约为 $0.25D$。

3 CPTU 原位测试

3.1 试验结果

现场 CPTU 测试简况如图 4 所示。南京、无锡和常州 3 个典型基坑场地的原位测试结果和土层剖面划分如图 5～7 所示，测试期间的地下水位在图中进行了标注，锥尖阻力均为孔压修正后的锥尖阻力。此外，为分析基坑开挖卸荷对土体电阻率的影响，在南京和无锡场地进行了电阻率同步测试。



图 4 CPTU 现场测试

Fig. 4 In-situ piezocone penetration tests

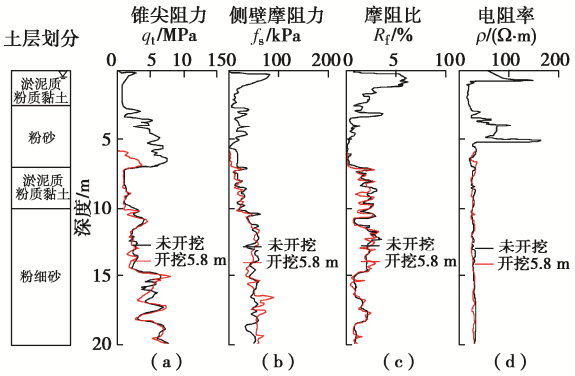


图 5 南京场地电阻率 CPTU 测试结果

Fig. 5 Results of piezocone penetration tests on resistivity at Nanjing site

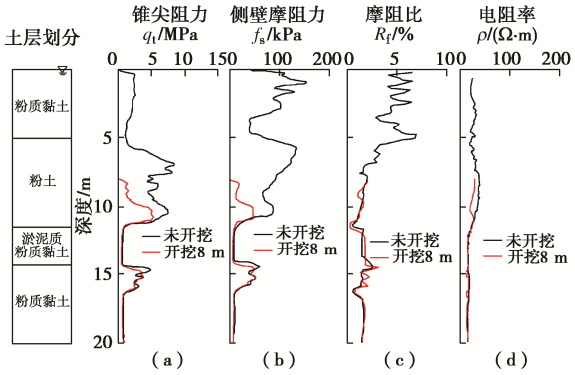


图 6 无锡场地电阻率 CPTU 测试结果

Fig. 6 Results of piezocone penetration tests on resistivity at Wuxi site

3.2 开挖卸荷对锥尖阻力和侧壁摩阻力的影响

图 5～7 的锥尖阻力和侧壁摩阻力测试结果表明，

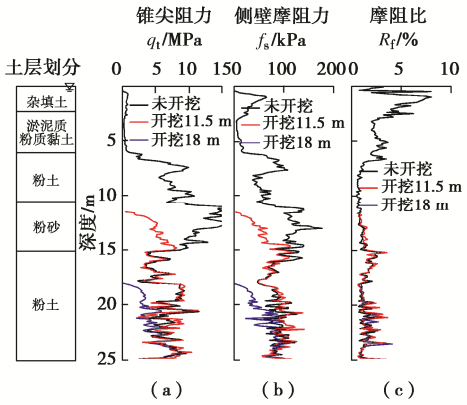


图 7 常州场地 CPT 测试结果

Fig. 7 Results of cone penetration tests at Changzhou site

开挖卸荷对锥尖阻力和侧壁摩阻力的影响规律基本一致，本文着重分析其一。文献[19]指出，锥尖阻力的测试精度高于侧壁摩阻力，因此，采用式（6）对 3 个测试场地的锥尖阻力衰减规律进行了定量分析[20]，计算结果如图 8～10 所示。

$$S_D = \frac{q_{t1} - q_{t2}}{q_{t1}} \times 100 \tag{6}$$

式中，S_D 为锥尖阻力衰减率（百分数），q_{t1} 为未开挖时坑外测试的锥尖阻力，q_{t2} 为开挖后坑内测试的锥尖阻力。

图 8～10 的计算结果表明，开挖卸荷会使土体应力释放、强度降低，引起锥尖阻力减小，同一土层内，随深度增加衰减幅度逐渐减小。存在某一临界深度 h，当深度超过这一深度时，锥尖阻力衰减出现折点；在此深度之上，锥尖阻力衰减明显，在此深度之下，锥尖阻力衰减小于 20%，可视为开挖卸荷影响较小。对于南京场地，基坑开挖 5.8 m，临界深度 h 为 7 m；对于无锡场地，基坑开挖 8 m，临界深度 h 为 10.7 m；对于常州场地，基坑开挖 11.5 m 时，临界深度 h 为 14.5 m；基坑开挖 18 m 时，临界深度 h 为 22 m。

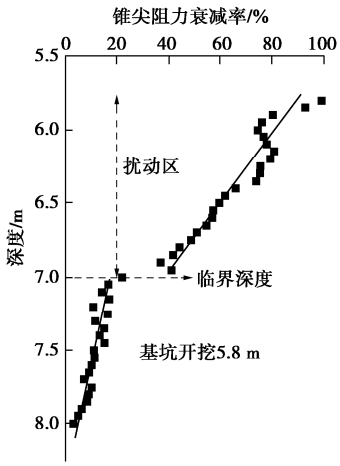


图 8 南京场地锥尖阻力衰减

Fig. 8 Decrease of cone resistance at Nanjing site

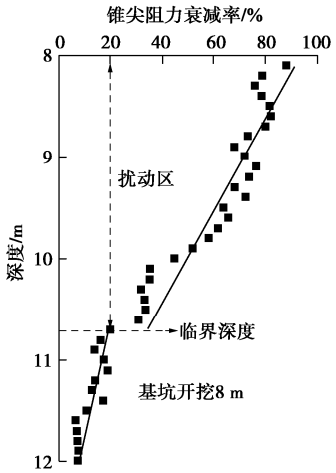


图 9 无锡场地锥尖阻力衰减

Fig. 9 Decrease of cone resistance at Wuxi site

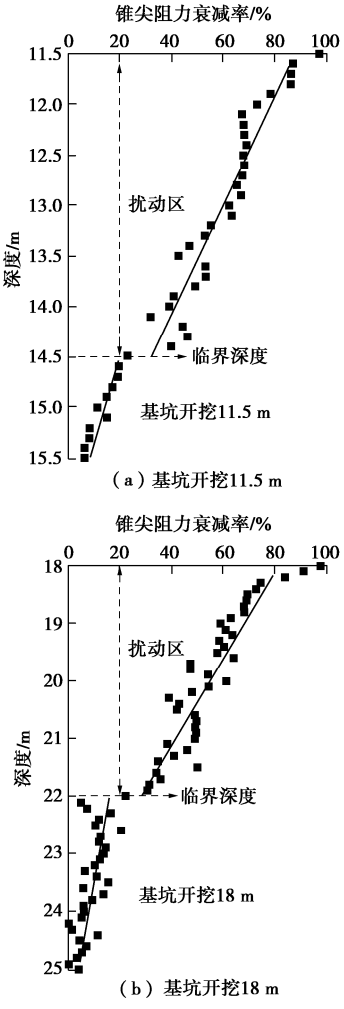


图 10 常州场地锥尖阻力衰减

Fig. 10 Decrease of cone resistance at Changzhou site

3.3　开挖卸荷对摩阻比和电阻率的影响

图 5～7 的试验结果表明，开挖卸荷对摩阻比的影响较小。这是因为，摩阻比为任一深度的侧壁摩阻力与锥尖阻力的比值，而 3.2 节的分析表明，开挖卸荷对锥尖阻力和侧壁摩阻力的影响规律基本一致。同时，图 5～7 的电阻率测试结果表明，开挖卸荷对电阻率影响较小。这是因为土体电阻率主要受含水率、离子浓度、饱和度、温度等因素影响[22-23]，而开挖卸荷主要影响土体的原位应力状态，对土体含水率、离子浓度、饱和度、温度等因素影响较小。

综合以上分析可知，开挖卸荷使坑内土体扰动，引起坑底土体锥尖阻力和侧壁摩阻力衰减，坑底土体的物理力学参数发生变化。针对开挖后的工况，基于多功能 CPTU 原位测试的锥尖阻力和侧壁摩阻力能较好的反应卸荷状态下土体的物理力学性质的变化，为基坑工程岩土设计参数的优化提供了新的途径，对基坑等卸荷类工程的设计和施工具有一定的指导意义。

3.4　开挖卸荷扰动深度的确定

由图 8～10 可知，对于 3 个基坑测试场地，锥尖阻力的衰减规律基本一致。在临界深度以上，土体锥尖阻力衰减大于 20%，为强影响区；临界深度以下锥尖阻力衰减小于 20%，为弱影响区。结合潘林有等[12]提出的扰动区深度概念，将临界深度以上的强影响区定义为扰动区，即 CPTU 锥尖阻力衰减为 20%处的深度距坑底开挖面的距离为扰动区范围。由图 8～10 可知，对于南京场地，扰动区深度 h_u 为 1.2 m；对于无锡场地，扰动区深度 h_u 为 2.7 m；对于常州场地，基坑开挖 11.5 m 时，扰动区深度 h_u 为 3 m，基坑开挖 18.0 m 时，扰动区深度 h_u 为 4 m。显然，扰动区深度与开挖深度呈正比。

文献[12]指出，卸荷比 R 是衡量基坑开挖前后坑底应力水平变化的重要指标，极限卸荷比 R_u 对应的深度为扰动区深度 h_u。因此，为了验证基于 CPTU 原位测试基坑开挖扰动深度确定方法的适用性，对比分析室内试验与原位测试的极限卸荷比。

对于原位测试场地的成层地基，不考虑分层开挖的影响，参考式（6），坑底中心点以下任一深度 h 处的卸荷比可用式（7），（8）表示，将 3 个测试场地的扰动区深度 h_u 代入式（7），（8），计算得到极限卸荷比 R_u。

$$R=\frac{\alpha\sum_{i=1}^{n}\gamma_i' h_i}{\sum_{i=1}^{k}\gamma_i' h_i}\quad , \tag{7}$$

$$\begin{cases}\sum_{i=1}^{n} h_i = D\ , \\ \sum_{i=1}^{k} h_i = D+h\ 。\end{cases} \tag{8}$$

式中　α 为附加应力系数（对于大面积卸荷工况，强影响深度范围内，取 α = 1）；D 为开挖深度；h 为坑

底中心点以下任一深度；γ_i' 为第 i 层土体的有效重度；h_i 为第 i 层土体的厚度。

原位试验得到的扰动区深度与开挖深度的比值 h_u/D 和极限卸荷比 R_u 与 2.2 节室内试验得到的 h_u/D 和 R_u 计算结果对比见表 3。

表 3 室内试验与原位测试的结果对比

Table 3 Comparison of results between laboratory and in-situ tests

场地名称	土层	D/m	h_u/D		R_u	
			原位	室内	原位	室内
南京	粉砂	5.8	0.21	0.25	0.83	0.80
无锡	粉土	8.0	0.34	0.25	0.76	0.80
常州	粉砂	11.5	0.26	—	0.79	—
	⑤$_3$粉土	18.0	0.22	—	0.82	—

由表 3 可知，基于原位测试参数锥尖阻力（q_t）衰减规律得到的扰动区深度与开挖深度的比值 h_u/D 和极限卸荷比 R_u 与室内卸荷回弹试验得到的结果基本一致，表明了原位测试方法确定扰动区深度的适用性。同时，计算结果的差异是由于原位测试参数反映了天然成层地基的不同基坑开挖方式和支护方式的土体原位应力状态，而室内试验是在理想均质土体条件下进行的，无法反映现场实际工况。对于不同形状、尺寸、开挖方式的基坑，原位测试具有直观、精确、连续性等特点，因此，运用原位测试的方法分析开挖扰动区深度具有重要的工程意义。

4 结 论

本文通过对长三角城市群中南京、无锡、常州地区典型基坑工程在开挖前、后的 CPTU 试验，以及现场粉土和粉砂的室内卸荷回弹试验，得到以下 3 点结论。

（1）开挖卸荷会使粉土和粉砂的锥尖阻力 q_t、侧壁摩阻力 f_s 减小，同一土层内，随深度增加衰减幅度逐渐减小。开挖卸荷对粉土和粉砂的摩阻比 R_f、电阻率 ρ 影响较小。基于多功能 CPTU 原位测试的锥尖阻力和侧壁摩阻力能较好地反映卸荷状态下土体的物理力学性质的变化。

（2）与室内试验相比，原位测试参数反映了非均质成层地基不同开挖方式和支护方式下坑内土体的应力变化，更为符合工程实际。

（3）提出了一种基于原位测试参数的基坑开挖扰动区深度预测方法，开挖卸荷扰动区深度可用基坑开挖后锥尖阻力 q_t 衰减 20%处的深度距坑底开挖面的距离确定。

参考文献：

[1] 孙 钧, 周 健, 龚晓南, 等. 受施工扰动影响土体环境稳定理论与变形控制[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2004, **32**(10): 1261－1269. (SUN Jun, ZHOU Jian, GONG Xiao-nan, et al. Theory of soil environment stability and deformation control under influence of construction disturbance[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 2004, **32**(10): 1261－1269. (in Chinese))

[2] 孙 钧. 城市环境土工学[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 2005. (SUN Jun. Geoenvironmental Engineering[M]. Shanghai: Shanghai Science & Technology Press, 2005. (in Chinese))

[3] ROCHELLE P L, SARRAILH J , TAVENAS F , et al. Causes of sampling disturbance and design of a new sampler for sensitive soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1981, **18**(1): 52－66.

[4] SANTAGATA M C , GERMAINE J T . Sampling disturbance effects in normally consolidated clays[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2002, **128**(12): 997－1006.

[5] HONG Z S, HAN J . Evaluation of sample quality of sensitive clay using intrinsic compression concept[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2007, **133**(1): 83－90.

[6] CARROLL R, LONG M . Sample disturbance effects in silt[J]. Journal of Geotechnical and Geo-environmental Engineering, 2017, **143**(9):04017061.

[7] 李忠超. 软黏土中轨道交通地下深开挖工程变形及稳定性研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2015. (LI Zhong-chao. Deformation and Stability Investigation of Underground Excavation of Subway Transit System in Soft Clay[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2015. (in Chinese))

[8] 徐永福, 陈建山, 傅德明. 盾构掘进对周围土体力学性质的影响[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(7): 1174－1179. (XU Yong-fu, CHEN Jian-shan, FU De-ming. Effect of shield tunneling on mechanical properties of soils[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(7): 1174－1179. (in Chinese))

[9] 邓永锋, 刘松玉, 季署月. 取样扰动对固结系数的影响研究[J]. 岩土力学, 2007, **28** (12): 2687－2690. (DENG Yong-feng, LIU Song-yu, JI Shu-yue. Effect of sample disturbance on consolidation coefficient[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(12): 2687－2690. (in Chinese))

[10] MENG F Y, CHEN R P, KANG X. Effects of tunneling-induced soil disturbance on the post-construction settlement in structured soft soils[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2018, **80**: 53-63.

TERZAGHI, K. Theoretical Soil Mechanics[M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1943.

[11] 秦爱芳, 胡中雄，彭世娟. 上海软土地区受卸荷影响的基坑工程被动区土体加固深度研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(6): 935－940. (QIN Ai-fang, HU Zhong-xiong, PENG Shi-juan. Depth of soil stabilization in passive area of foundation pits for Shanghai soft clay[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(6): 935－940. (in Chinese))

[12] 潘林有, 程玉梅, 胡中雄. 卸荷状态下黏性土强度特性试验研究[J]. 岩土力学, 2001, **22**(4): 490－493. (PAN Lin-you, CHENG Yu-mei, HU Zhong-xiong. Experimental study on the shear strength of clay under the unloading state[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, **22**(4): 490－493. (in Chinese))

[13] 张淑朝, 张建新, 张　阳, 等. 基坑开挖卸荷土体回弹实验研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(增刊 1): 426－429. (ZHANG Shu-chao, ZHANG Jian-xin, ZHANG Yang, et al. Experimental study on rebound of clay due to foundation excavatiom[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(S1): 426－429. (in Chinese))

[14] 邓指军, 贾　坚. 地铁车站深基坑卸荷回弹影响深度的试验[J]. 城市轨道交通研究, 2008, **11**(3): 52－55. (DENG Zhi-jun, JIA Jian. On unloading resilience depth in deep station foundation pit[J]. Urban Mass Transit, 2008, **11**(3): 52－55. (in Chinese))

[15] 程玉梅. 基坑开挖卸荷影响深度的确定[J]. 大坝观测与土工测试, 2001, **25**(5): 36－38. (Determination of the influence depth due to excavation unloading[J]. Dam Observation and Geotechnical Tests, 2001, **25**(5): 36－38. (in Chinese))

[16] 潘林有, 胡中雄. 深基坑卸荷回弹问题的研究[J]. 岩土工程学报, 2002, **24**(1): 101－104. (PAN Lin-you, HU Zhong-xiong. Experimental study on the resilience of pit under unloading[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, **24**(1): 101－104. (in Chinese))

[17] 沈珠江. 原状取土还是原位测试——土质参数测试技术发展方向刍议[J]. 岩土工程学报, 1996, **18**(5): 90－91. (SHEN Zhu-jiang. Soil sampling on site or in-situ testing—A preliminary research on development of soil parameters testing technology[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1996, **18**(5): 90－91. (in Chinese))

[18] BUDHU M , WU C S . Numerical analysis of sampling disturbances in clay soils[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1992, **16**(7):467－492.

[19] 刘松玉, 蔡国军, 童立元. 现代多功能 CPTU 技术理论与工程应用[M]. 北京：科学出版社, 2013. (LIU Song-yu, CAI Guo-jun, TONG Li-yuan. Research and engineering application of the digital multifunction piezocone penetration test system (CPTU)[M]. Beijing: Science Press, 2013. (in Chinese))

[20] 陈云敏, 胡　琦, 陈仁朋. 杭州地铁湘湖车站基坑坍塌引起的基底土深层扰动与沉降分析[J]. 土木工程学报, 2014, **47**(7): 110－117. (CHEN Yun-min, HU Qi, CHEN Ren-peng. Soil disturbance by the collapse of retaining wall for a pit excavation and the induced additional settlement: a case study of Hangzhou Metro Xianghu Station[J]. China Civil Engineering Journal, 2014, **47**(7): 110－117. (in Chinese))

[21] 李建民. 超深超大基坑回弹变形计算方法的试验研究[D]. 北京:中国建筑科学研究院, 2010. (LI Jian-min. Research on the Calculation Method of Resilient Deformation in Ultra-Deep Foundation Pit[D]. Beijing: China Academy of Building Research, 2010. (in Chinese))

[22] 刘国华, 王振宇, 黄建平. 土的电阻率特性及其工程应用研究[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(1): 83－87. (LIU Guo-hua, WANG Zhen-yu, HUANG Jian-ping. Research on electrical resistivity feature of soil and it's application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, **26**(1): 83－87. (in Chinese))

[23] 韩立华, 刘松玉, 杜延军. 温度对污染土电阻率影响的试验研究[J]. 岩土力学, 2007, **28**(6): 1151－1155. (HAN Li-hua, LIU Song-yu, DU Yan-jun. Experiment study on effect of temperature on electrical resistivity of contaminated soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(6): 1151－1155. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101022

盾构隧道环间纵向压力时变规律研究

柳 献[1]，杨振华[1]，门燕青[2]

（1. 同济大学地下建筑与工程系，上海 200092；2. 济南轨道交通集团有限公司，山东 济南 250101）

摘 要：盾构隧道断面上受到纵向压力的大小，一方面影响环缝止水垫的防水性能；另一方面影响环缝刚度，从而影响隧道纵向不均匀沉降的发展。目前实际工程中主要依据经验估测隧道中残留的纵向力。通过求解描述隧道受力变形特征的微分方程，建立了隧道任意断面纵向力随时间的变化关系，并将理论解与现场试验实测结果进行了对比，二者具有良好的匹配性。研究结果表明，隧道纵向力在波动中下降，最终残留的纵向力大小与混凝土徐变系数和周围土体的压缩模量有关，约为掘进阶段千斤顶顶力的20.4%～44%。

关键词：盾构隧道；纵向力消散；拼装过程；混凝土徐变；压缩模量

中图分类号：U45 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0188－06

作者简介：柳 献(1977—)，男，湖北武汉人，博士，教授，主要从事隧道与地下建筑结构方面的教学和科研工作。E-mail: xianliu@tongji.edu.cn。

Temporal variation laws of longitudinal stress on cross section of shield tunnels

LIU Xian[1], YANG Zhen-hua[1], MEN Yan-qing[2]

(1. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. Jinan Rail Transit Group Co., Ltd., Jinan 250101, China)

Abstract: The longitudinal stress acting on the cross section of shield tunnels will affect the waterproof properties of the segments and the stiffness of the circumferential joints, which will thus affect the development trend of the longitudinal nonuniform settlements. At present, the longitudinal stress is estimated based on the experience in actual engineering. By solving the differential equation, the temporal variation laws of the longitudinal stress are proposed. The theoretical solution is also compared with meatured data from field experiments, and they matches well. The results show that the longitudinal stress decreases in fluctuations with time. The magnitude of the remaining stress is related to the creep coefficient of concrete and the compression modulus of formation. There is 20.4%~44% of the initial longitudinal stress left.

Key words: shield tunnel; longitudinal stress dissipation; construction process; creep of concrete; compression modulus

0 引 言

盾构隧道施工阶段，盾构机内的千斤顶向已拼装完成的管片环施加压力，从而平衡掌子面上受到的水土压力。管片环受到的压力即使在隧道贯通后仍然不会完全消散。隧道断面上残留的纵向压力对隧道的正常使用性能有很大的影响。一方面，环缝断面上受到的纵向压力过小将导致环缝张开，进而导致环缝止水垫防水失效。另一方面，环缝断面上纵向压力减小将导致环缝的抗剪刚度和抗弯刚度大幅减小，从而使得隧道不均匀沉降加大，环缝错台，张开加剧。所以，有必要研究盾构隧道横断面上受到的纵向压力的消散规律，从而在残留的纵向力不满足使用要求时采取相应措施。

现有关于盾构隧道纵向力消散规律的理论研究较少。部分学者在隧道结构三维数值模拟中考虑了纵向力的影响[1-3]，但常认为盾构隧道纵向力在任意时刻都等于盾构机千斤顶的顶进力。这种假定夸大了横断面上的纵向力，从防水设计的角度来看会使得设计偏于不安全。Arnau 等[4]研究了隧道内纵向力随时间的变化规律。但是，其没有考虑拼装过程的影响，也没有考虑地层本身变形的影响，从而导致推导出的纵向力偏大。门燕青[5]采用数值模拟的方法获得了纵向应力消散全过程的演变规律，主要考虑了材料应力松弛，管片间接缝的非连续性以及隧道–地层间的水平剪切效应的影响。但数值模型建模计算复杂，工程设计人员难以借此对纵向力松弛效应进行整体把握。

除理论研究外，部分学者对隧道纵向力消散规律进行了现场实测。孙肖辉等[6]对北京槐房再生水厂污

基金项目：上海市科学技术委员会科研计划项目（17DZ1203902）
收稿日期：2020－02－19

水隧道管片纵向应力进行了现场监测，其结果表明，在盾构掘进期间，管片距离盾构越远，其纵向压应力值越小；在管片拼装期间，管片距离盾构越远，其纵向压应力经历了先增大后减小的过程。廖少明等[7]对钱江隧道纵向应力进行了长达 2 a 的现场监测，结果表明，纵向应力松弛将经历周期性剧烈波动、动态稳定、逐渐衰减、趋于稳定 4 个阶段的演变，纵向应力平均值由 3 MPa 逐渐松弛为 1.2 MPa，在达到稳定前至少需要 1 a 时间。

综上所述，现有的盾构隧道纵向力消散规律理论研究假定过于理想，忽略了很多重要的影响因素。例如：没有考虑拼装过程，没有考虑地层本身的变形，没有考虑浆液硬化过程等。而现有的现场试验研究对实测纵向力分布规律的解释停留在定性的层面上，与理论缺乏联系。

本文从实际工程问题中抽象出了描述隧道纵向受力变形特征的微分方程，通过对这些微分方程进行求解，对隧道断面纵向力随时间的变化规律进行了研究。并通过敏感性分析，研究了各因素对隧道断面纵向力时变规律的影响。

1　考虑拼装过程的盾构隧道环间纵向压力时变规律研究

在盾构隧道施工期，盾构机掘进和管片拼装交替进行。现有研究表明[7]，掘进阶段盾构机内的千斤顶作用在管片环上的压力大于拼装阶段盾构机内的千斤顶作用在管片环上的压力。从而，掘进达到预定进尺，开始进行管片拼装的瞬时，已拼装完成的管片环会发生回弹。而隧道周围的同步注浆浆液以及浆液渗透范围内的土体将会阻止隧道回弹，同时自身在隧道回弹力的作用下伸长，如图 1 所示。

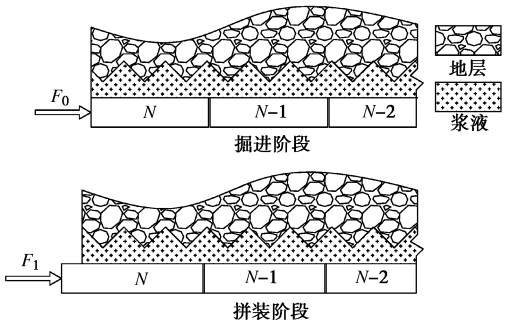


图 1 管片环回弹

Fig. 1 Resilience of linings

假定地层与隧道之间的相互作用力与地层和隧道之间的相对位移成正比，则地层与隧道之间的接触关系可以简化为弹簧连接。将包裹管片环的浆液、地层和管片环本身视为均质连续梁。则本问题的计算简图如图 2 所示。

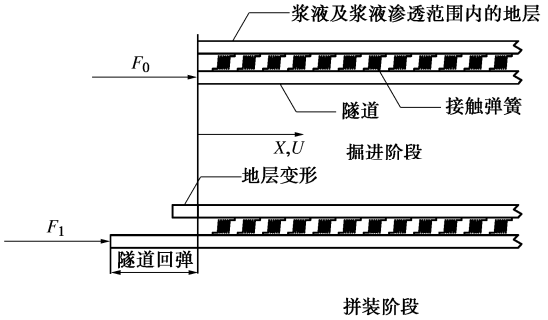


图 2 计算简图

Fig. 2 Diagram of calculation

如图 2 所示，设掘进阶段盾构机千斤顶的顶进力为 F_0，拼装阶段盾构机的顶进力为 F_1，管片环刚度为 E_2A_2，管片环与地层之间的连接弹簧刚度为 K，管片环的位移函数为 $U_2(x)$。值得指出的是，虽然隧道回弹不会引起地层的整体变形（由于地层和隧道体量相差悬殊），但隧道和地层接触面附近的土层却有可能随隧道回弹发生变形，故地层刚度并非无穷大。设等效地层刚度为 E_1A_1，其反映的是地层及同步注浆浆液对隧道的总约束作用。等效地层刚度一般通过三维数值模拟进行求解。首先建立隧道周边地层的三维实体模型，然后在孔洞内壁施加沿隧道轴向的均布荷载 q，算得地层的最大切向位移 Δl 后，将地层对隧道约束等效为梁对隧道的约束，计算得到等效地层刚度：

$$\Delta l = \frac{ql^2}{2E_1A_1} \quad 。 \tag{1}$$

最后，设地层位移函数为 $U_1(x)$。

由于同步注浆浆液是在掘进过程中注入的，浆液和浆液渗透范围内的土体其初始应变等于掘进阶段管片环的应变，掘进阶段地层和隧道间的位移是协调的，因此，不妨设掘进阶段 $U_1(x)=U_2(x)=0$。

首先应指出，由于掘进阶段隧道和包裹隧道的浆液、地层之间位移协调，二者之间不存在相互作用，因此，掘进阶段隧道断面纵向力就等于掘进阶段的顶进力 F_0。下面求解拼装阶段隧道断面纵向力的变化规律。

以最靠近盾构机的管片环位置为原点，建立坐标系，其正方向如图 2 所示。由掘进阶段转换到拼装阶段的过程中，管片环位移和地层位移遵循如下平衡方程式：

$$\left.\begin{aligned} -E_1A_1U_1'(x) &= \int_0^x k(U_2-U_1)\mathrm{d}x \ , \\ F_0 + E_2A_2U_2'(x) &= \int_0^x k(U_2-U_1)\mathrm{d}x + F_1 \ 。 \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

此微分方程的通解为

$$\left.\begin{aligned} U_1(x) &= C_1 + C_2x + C_3\mathrm{e}^{\beta x} + C_4\mathrm{e}^{-\beta x} \ , \\ U_2(x) &= U_1(x) - \frac{E_1A_1}{K}U_1''(x) \ 。 \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

此微分方程遵循如下边界条件式：

$$-E_1A_1U_1'(0)=0 \quad , \tag{4}$$

$$F_0+E_2A_2U_2'(0)=F_1 \quad 。 \tag{5}$$

方程（2）表达的位移 U_1，U_2 中共有 4 个待定参数，但实际上本文求解的环间纵向压力只与位移的导数有关，所以 C_1 不发挥作用，目前尚有 3 个待定参数。考虑到环间纵向压力不能随管片环与盾构机的距离增长而无限增大，因此，必有 C_3=0。此时只余下两个参数 C_2，C_4 待定，将边界条件（4）和边界条件（5）代入方程（3），即可解得拼装阶段管片环中的纵向力 $N_2(x)$：

$$N_2(x)=\frac{E_1A_1(F_0-F_1)}{E_1A_1+E_2A_2}(1-\mathrm{e}^{-\beta x})+F_1 \quad , \tag{6}$$

$$\beta=\sqrt{\frac{k(E_1A_1+E_2A_2)}{E_1A_1E_2A_2}} \quad 。 \tag{7}$$

由式（6）可知，N_2（x）是单调递增函数，当 x=0 时，N_2=F_1，当 x=+∞时，有

$$N_2=\frac{E_1A_1F_0+E_2A_2F_1}{E_1A_1+E_2A_2} \quad 。 \tag{8}$$

由此可知，拼装阶段，距离盾构机越远，管片环中的纵向力越大。正在拼装的管片环受到的纵向力最小，为拼装阶段盾构机顶进力。距离盾构机足够远（$x=+\infty$）的管片环，其纵向力大小由管片环和地层的相对刚度决定，地层相对刚度越大，纵向力越大。当地层刚度远大于管片环刚度时（$E_1A_1\to+\infty$），距离盾构机足够远的管片环拼装阶段纵向力等于掘进阶段纵向力。认为某环管片拼装阶段纵向力达到拼装阶段纵向力极限值 95%时，该环管片纵向力开始进入稳定状态，此时该环管片与盾构机之间的距离为

$$l_0=-\frac{\mathrm{In}0.05}{\beta} \quad 。 \tag{9}$$

可以预见，与盾构机之间的距离大于 l_0 的管片环，拼装阶段与地层几乎达到变形协调，与地层间的相互作用力几乎为 0。此过程与钢筋在混凝土中的锚固过程相似，故将 l_0 定义为锚固长度。

隧道贯通后，盾构机的顶进力撤除，隧道将发生回弹。这一过程类似于上文所述由掘进阶段向拼装阶段的转换过程。事实上，只要令拼装阶段盾构机千斤顶给管片的压力 $F_1=0$，并代入式（6）中，即可求得隧道贯通后隧道内千斤顶顶力的分布 N_3（x）：

$$N_3(x)=\frac{E_1A_1F_0}{E_1A_1+E_2A_2}(1-\mathrm{e}^{-\beta x}) \quad 。 \tag{10}$$

此过程中的锚固长度与掘进阶段向拼装阶段转换过程中的锚固长度完全相同。

以上描述了盾构隧道环间纵向压力的空间分布规律。事实上，假定盾构拼装速度不变，某环管片与盾构机之间的距离和该环管片拼装成环后经历的时间成正比。假定盾构每天拼装 n 环，则某环管片与盾构机之间的距离 x 和该环管片拼装成环后所经历的时间 t 之间有如下关系：x=nt。将此关系代入式（6）和式（10）即可得到某环管片纵向压力在隧道贯通前后的时变规律。

2 考虑混凝土徐变效应的盾构隧道纵向力时变规律研究

混凝土在应力不变的情况下，其应变会随持荷时间的延长而增长，这种效应被称为混凝土的徐变效应。衡量混凝土徐变效应大小的物理量是混凝土的徐变系数，其定义[8]如下

$$\varphi(t,\tau)=\frac{\varepsilon_c(t,\tau)}{\sigma(\tau)}E_{28} \quad 。 \tag{11}$$

式中，τ 为混凝土的加载龄期，$\varepsilon_c(t,\tau)$ 为 t 时刻的徐变应变。由式（11）可知，徐变系数是徐变应变与 28 d 龄期混凝土加载瞬时产生的弹性应变的比值。

管片混凝土徐变会显著影响隧道内纵向力的分布。具体而言，随着管片环受压时间的增长，管片徐变应变增长，周围地层将会约束管片，防止其应变增长，从而地层和已经凝固的浆液会对管片产生作用力，这种作用力方向与隧道断面上的纵向压力相反，从而导致隧道断面上纵向力的减小，隧道断面纵向力的减小又将导致隧道弹性应变减小，从而造成隧道内纵向力新一轮的重分布。总而言之，由管片环混凝土徐变导致的纵向力重分布是一个不断迭代，逐步稳定的过程，如图 3 所示。

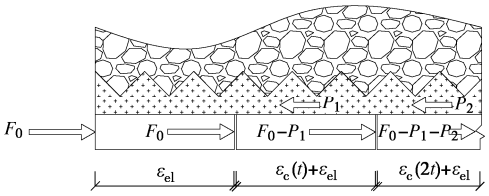


图 3 徐变引起的应力重分布效应

Fig. 3 Redistribution of stress caused by creep of linings

混凝土徐变对隧道纵向力分布的影响存在一个复杂的调整过程，但是其最终结果与应力重分布的过程无关。可以预见，锚固长度外的管片环，其变形与地层几乎完全协调。由此可知，在这部分管片环中，徐变应变等于弹性应变的减小量，管片的总应变不随时间变化而变化：

$$\left.\begin{aligned}&\varepsilon_c(t)=\varepsilon_c(t_0)\ ,\\&\varepsilon_c(t)=\left[\frac{\sigma_c(t_0)}{E_c}+\frac{\Delta\sigma_c(t,t_0)}{E_c}\right][1+\varphi(t,t_0)]\ 。\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

式中，$\varepsilon_c(t_0)$ 为管片开始受压时的弹性应变，$\varepsilon_c(t)$ 为 t 时刻管片的总应变，$\sigma_c(t_0)$ 为管片开始受压时的应力，$\Delta\sigma_c(t,t_0)$ 为 t 时刻管片中应力相比于 t_0 时刻管片中应力的减小量。求解式（12）可以得到 t 时刻压应

力 $\sigma_c(t)$ 与 t_0 时刻管片中压应力 $\sigma_c(t_0)$ 的关系：

$$\sigma_c(t)=\sigma_c(t_0)\left[1-\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\varphi(t,t_0)}\right] \quad 。 \tag{13}$$

所以，在考虑徐变效应的情形下，管片环拼装阶段纵向力 $N_2(t)$ 的时变规律为

$$\left.\begin{aligned} N_2(t)&=\left[\frac{E_1A_1(F_0-F_1)}{E_1A_1+E_2A_2}(1-\mathrm{e}^{-\beta nt})+F_1\right]\cdot\psi \ ,\\ \psi&=1-\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\varphi(t,t_0)} \ 。\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

式中，n 表示盾构拼装速度（环/d）。

掘进阶段管片环纵向力 $N_1(t)$ 的时变规律：

$$N_1(t)=F_0\cdot\left[1-\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\varphi(t,t_0)}\right] \quad 。 \tag{15}$$

隧道贯通后，徐变引起隧道纵向力衰减的规律与施工阶段完全相同，所以，隧道贯通后纵向力的时变规律为

$$\left.\begin{aligned} N_3(x,t)&=\frac{E_1A_1F_0}{E_1A_1+E_2A_2}(1-\mathrm{e}^{-\beta x_0})\cdot\psi \ ,\\ \psi&=1-\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\varphi(t,t_0)} \ 。\end{aligned}\right\} \tag{16}$$

式中，x_0 为计算点到隧道洞口的距离。

由于地层体量远大于隧道，地层刚度 E_1A_1 常为隧道刚度 E_2A_2 的十倍以上，其对残留纵向力大小的影响较小。由式（15）可知，在距离洞口足够远的位置，隧道贯通后其断面上残留的纵向力几乎完全由徐变系数决定。由《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范：JTG D62—2004》[9]中规定可知，在持荷时间无限长时，徐变系数的取值范围为 1.28～3.9，代入式（15），算得隧道中最终残留的纵向力约占掘进阶段千斤顶总推力的 20.4%～44%。

综上所述盾构隧道环间纵向压力的时变规律受到隧道回弹和混凝土徐变效应的双重影响。某环管片所受到的纵向压力和该环管片拼装成环后历时的关系如图 4 所示。

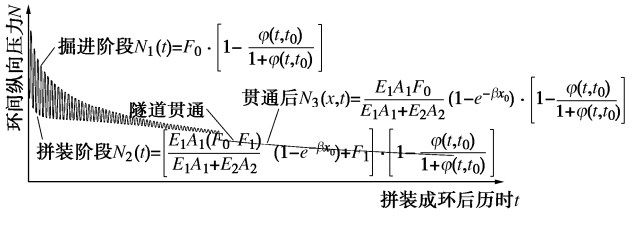


图 4 环间纵向压力时变曲线

Fig. 4 Changing curve of longitudinal force

由图 4 可知，某环管片拼装成环后，其所受到的环间纵向压力在波动中下降。波动量逐渐减小，环间纵向压力的下降速率也逐渐减小，直至达到稳定。

3　理论模型的试验验证

3.1　试验概况

钱江隧道是当前世界上已建成通车的最大直径的软土盾构法隧道工程之一[10]。盾构段隧道采用圆形断面，单层衬砌的结构形式，衬砌环外径 15.00 m，内径 13.70 m，管片厚度 0.65 m，环宽度 2.0 m，采用“9+1”（B1～B7、L1、L2、K）通用楔形环分块方式，环间错缝拼装，环、块间采用斜螺栓连接。管片混凝土强度等级 C60。隧道结构及内部布置如图 5 所示。

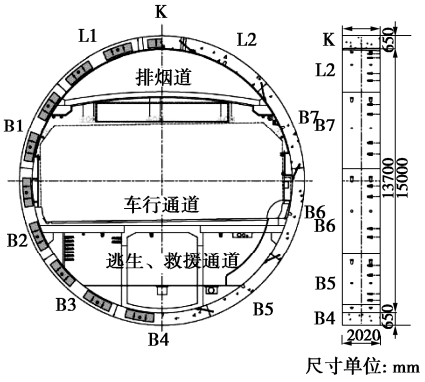


图 5 钱江隧道结构及内部布置图

Fig. 5 Structure of Qianjiang tunnel

盾构段隧道穿越土层主要为透水性强的粉砂层和强度低，含水率高，灵敏度高的淤泥质黏土层。隧址位于钱塘江赶潮河段，以非正规浅海半日潮为主的潮汐现象明显、潮差较大。廖少明等[7]在隧道第 618 环内部，隧道第 618 环和第 619 环环间接触面上布置了钢筋计，应变计，和纵向测力螺栓等元件，对隧道纵向力变化进行了长达 2 a 的测量。

3.2　理论模型参数

本文中徐变系数的取值采用《公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范：JTG D62—2004》[9]中规定。适用于本工程的混凝土徐变本构关系为

$$\phi(t,t_0)=1.99\times\left[\frac{(t-t_0)/t_1}{1225+(t-t_0)/t_1}\right]^{0.3} \quad 。 \tag{17}$$

其中 $\phi(t,t_0)$ 为 t 时刻混凝土的徐变系数，t_0 为混凝土管片的加载龄期，$t_1=1$ d 。

由文献[7]可知，掘进阶段盾构机千斤顶顶进力基本在 80～100 MN 附近波动，所以，将隧道掘进阶段的纵向力 F_0 近似取为 90 MN。拼装阶段盾构机千斤顶顶力基本为 50～80 MN，故令 F_1=65 MN。依据盾构机的掘进记录，2012-06-03 日—2013-01-18 日共计 225 d 的时间内，隧道从第 601 环拼装至第 1320 环，共计拼装 720 环，平均每天拼装 3.2 环。

依据文献[10]，算得连接刚度 K 为

$$K=\frac{E_{\mathrm{S}}P_{\mathrm{e}}}{3R(1+\nu)}=7.4(\mathrm{MPa}) \quad 。 \tag{18}$$

式中，E_{S} 为周围地层和硬化同步注浆浆液组成的混合物的弹性模量，R 为隧道的半径，ν 为周围地层和硬化同步注浆浆液组成的混合物的泊松比，P_{e} 为隧道周长。

地层刚度 E_1A_1 采用数值模型进行计算。沿隧道横向水平方向和竖直方向的计算域取为隧道长度的 10 倍，沿隧道纵向的计算域取为隧道长度 3245 m，算得地层刚度为 $E_1A_1=3.04\times10^{10}$ kN 。

本工程隧道断面外径 15 m，内径 13.7 m，所以，管片环刚度为 $E_2A_2=1.054\times10^{6}$ MN 。

3.3 理论纵向力时变曲线与实测值对比

由文献[5]可知，实测纵向应力时变曲线如图 6 所示，在同一坐标系中做出理论纵向应力时变曲线。

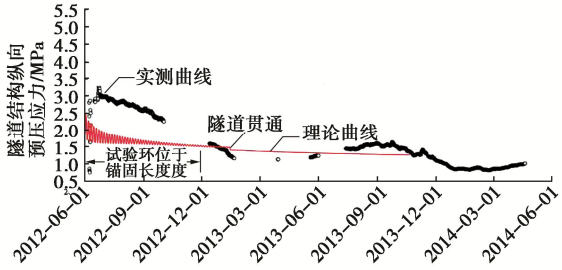


图 6 理论纵向力时变曲线

Fig. 6 Theoretical curve of temporal variation of longitudinal stress

由图 6 可知，实测隧道断面纵向应力与理论隧道断面纵向应力变化趋势一致，均在波动中下降。不论是实测断面纵向应力还是理论断面纵向应力，在管片拼装成环后短时间内，其波动量均很大，随后其波动量逐渐减小，直至稳定。稳定阶段实测纵向应力和理论纵向应力大小均为 1 MPa 左右，二者具有良好的匹配性。

由图 6 可知，理论曲线和试验曲线在后期（180 d 以后）符合较好，而在前期与试验曲线差距较大，具体表现为 180 d 前，实测纵向力大于理论推导得出的纵向力。其原因是考虑徐变作用时纵向力的衰减因子为

$$1-\frac{\varphi}{1+\varphi} \quad 。 \tag{19}$$

是针对锚固长度外的管片提出的。对于锚固长度以内的管片，由于其与地层之间尚未达到变形协调，所以徐变应变的增长量不等于弹性应变的减小量，采用锚固长度以外管片的徐变折减系数实际上高估了徐变造成的纵向力衰减。

针对于本次现场试验，锚固长度 l_0 为

$$l_0=-\frac{In0.05}{\beta}=1105(\mathrm{m}) \quad 。 \tag{20}$$

按照每天掘进 3.2 环的速度，试验环推出锚固长度需要 172.6 d，从而在 172.6 d 以内，理论推导出的试验环纵向力将小于实测试验环纵向力，在 172.6 d 之后理论推导出的纵向力将于实测纵向力基本相同。这一结论与事实相符，从而说明了上述误差分析过程的合理性。

4 盾构隧道纵向力时变规律影响因素敏感性分析

纵向力时变规律影响因素众多，有必要分析各因素对纵向压力影响的大小，以便于在工程中进行重点控制。

贯通后断面残留纵向力是影响隧道纵向受力性能的主要因素。将其取为系统的输出变量。影响贯通后隧道断面残留纵向力的主要因素有掘进阶段的顶进力，地层压缩模量，以及管片的加载龄期。将隧道掘进阶段顶进力，地层压缩模量，掘进速度，管片加载龄期 4 个物理量作为系统的输入变量。不妨将敏感性系数取为系统输出变量对系统输入变量的一阶偏导数[11-12]。

由于各输入变量单位和取值范围均有不同，故首先对其进行归一化处理。假定某一因素的变化范围为 $(X_{\min}，X_{\max})$，则该因素的某一取值 x 进行归一化为

$$\hat{X}=\frac{X-X_{\min}}{X_{\max}-X_{\min}} \quad 。 \tag{21}$$

不难看出，经过归一化后，输入变量的取值范围将统一变为（0，1）。

以下分析中所采用的参数与第 4 节现场试验中参数相同。

由式（6），（7）可知，地层压缩模量一方面影响公式中的等效地层刚度 E_2A_2，另一方面影响系数 β。等效地层刚度 E_2A_2 一般情况下其远大于隧道本身的刚度，从而其对贯通后隧道断面残余纵向力的影响有限，出于简化计算的考虑，不计等效地层刚度的影响，从而，贯通后隧道断面纵向力与地层压缩模量的关系为

$$\left.\begin{aligned} N_3(x)&=F_0\left(1-\mathrm{e}^{-\sqrt{\frac{P_{\mathrm{e}}E_{\mathrm{S}}}{3R(1+\nu)E_1A_1}}x}\right)\cdot\psi \ ，\\ \psi&=1-\frac{\varphi(t,t_0)}{1+\varphi(t,t_0)} \ 。 \end{aligned}\right\} \tag{22}$$

断面残余纵向力 N_3 对地层压缩模量 E_{s} 求偏导数，并考虑地层压缩模量在实际地层压缩模量±10%的范围内变化（3.96～4.84 MPa），进行归一化处理，可得敏感性系数为

$$\frac{\partial N_3}{\partial \hat{E}_{\mathrm{s}}}=0.88\frac{\partial N_3}{\partial E_{\mathrm{s}}}=0.257 \quad 。 \tag{23}$$

下面分析隧道掘进阶段顶进力对贯通后隧道断面残留纵向力的影响。断面残余纵向力 N_3 对掘进阶段顶

进力 F_0 求偏导数，并考虑掘进阶段顶进力在实际掘进阶段顶进力±10%的范围内变化（81～99 MN），进行归一化处理，可得敏感性系数为

$$\frac{\partial N_3}{\partial \hat{F}_0}=\frac{\partial N_3}{\partial F_0}\frac{\partial F_0}{\partial \hat{F}_0}=5.88 \quad 。 \tag{24}$$

下面考虑管片加载龄期对贯通后隧道断面残留纵向力的影响。断面残余纵向力 N_3 对管片加载龄期 t_0 求偏导数，并考虑管片加载龄期在实际管片加载龄期±10%的范围内变化（25.2～30.8 d），进行归一化处理，可得敏感性系数为

$$\frac{\partial N_3}{\partial \hat{t}_0}=\frac{\partial N_3}{\partial t_0}\frac{\partial t_0}{\partial \hat{t}_0}=0.6 \quad 。 \tag{25}$$

综上所述，掘进阶段顶进力的敏感性系数最大，管片加载龄期的敏感性系数次之，地层压缩模量的敏感性系数最小。从而，对隧道贯通后断面残留纵向力影响最大的因素是掘进阶段的顶进力，其次是管片的加载龄期，对隧道贯通后断面残留纵向力影响最小的因素是地层压缩模量。

5　结论与建议

本文通过理论推导，建立了盾构隧道任意断面纵向力随推出盾尾时间的变化规律，并将其与钱江隧道实测纵向力变化规律进行了对比，得到以下两点结论。

（1）施工期拼装阶段隧道断面纵向压力时变规律如式（14）所示，施工期掘进阶段隧道断面纵向压力时变规律如式（15）所示，贯通后隧道断面纵向压力时变规律如式（16）所示。

（2）纵向压力隧道断面上最终残留的纵向力约占掘进阶段顶进力的 20.4%～44%。

在实际工程中，建议对管片进行足时的养护以增大隧道中残留的纵向力，改善隧道的使用性能。建议采用掘进拼装同步的施工方法（从根本上消除波动原因）和采用强度更高的同步注浆浆液，以减小隧道中纵向力的波动时间。

参考文献：

[1] BLOM C B M, HORST E J V D, JOVANOVIC P S. Three-dimensional structural analyses of the shield-driven “Green Heart” tunnel of the high-speed line south[J]. Tunnelling & Underground Space Technology, 1999, **14**(2): 217－224.

[2] KLAPPERS C, GRÜBL F, OSTERMEIER B. Structural analyses of segmental lining – coupled beam and spring analyses versus 3D-FEM calculations with shell elements[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2006, **21**(3).

[3] MO H H, CHEN J S. Study on inner force and dislocation of segments caused by shield machine attitude[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2008, **23**(3): 281－291.

[4] ARNAU O, MOLINS C, BLOM C B M, et al. Longitudinal time-dependent response of segmental tunnel linings[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2011, **28**(1): 98.

[5] 门燕青. 盾构法隧道纵向应力松弛的发生机理及其效应[D]. 上海: 同济大学, 2017. (MEN Yan-qing. The Origination and Effect of Longitudinal Stress Relaxation Along the Shield Tunnel[D]. Shanghai: Tongji University, 2017. (in Chinese))

[6] 孙肖辉, 马孝春, 黄　峰, 等. 小直径盾构施工中管片纵向应力监测研究[J]. 隧道建设(中英文), 2017, **37**(11): 1436－1441. (SUN Xiao-hui, MA Xiao-chun, HUANG Feng, et al. Study of monitoring of longitudinal stress of small-diameter shield tunnel segment during construction[J]. Tunnel Construction, 2017, **37**(11): 1436－1441. (in Chinese))

[7] 廖少明, 门燕青, 肖明清, 等. 软土盾构法隧道纵向应力松弛规律的实测分析[J]. 岩土工程学报, 2016, **39**(5): 795－803. (LIAO Shao-ming, MEN Yan-qing, XIAO Ming-qing, et al. Field tests on longitudinal stress relaxation along shield tunnel in soft ground[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2017, **39**(5): 795－803. (in Chinese))

[8] CEB-FIP. CEB-FIP Model Code 1990[S]. London: Thomas Telford, 1993.

[9] 公路钢筋混凝土及预应力混凝土桥涵设计规范：JTG D62—2004[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004. (Code for Design of High Way Reinforced Concrete and Prestressed Concrete Bridge and Culverts: JTG D62—2004[S]. Beijing: Chinese Communications Publishing, 2004. (in Chinese))

[10] KOEK A J. Axiale voorspanning in de lining van een geboorde tunnel[D]. Delft: Delft University of Technology, 2004. (in Dutch)

[11] SALTELLI A. Sensitivity Analysis[M]. Chichester: Wiley, 2000.

[12] 蔡　毅, 邢　岩, 胡　丹. 敏感性分析综述[J]. 北京师范大学学报(自然科学版), 2008, **44**(1): 9－16. (CAI Yi, XING Yan, HU Dan. On sensitivity analysis[J]. Journal of Beijing Normal University (Natural Science), 2008, **44**(1): 9－16. (in Chinese))

DOI：10.11779/CJGE202101023

基于响应面法的盾构施工膨润土改良参数优化

徐征杰，郭晓阳*

（上海隧道工程有限公司，上海 200032）

摘 要：为确定福州地铁 4 号线金牛山—工业路盾构区间强风化花岗岩地层中的膨润土改良最优参数，分别选择膨润土泥浆浓度、掺入比和盾构推进速度 3 个影响因素，以渣土塌落度、渗透系数和改良成本为响应值。采用中心复合试验设计方法进行了 20 组试验，分别构建了各响应值的响应面函数。试验结果表明，膨润土泥浆浓度、掺入比和盾构推进速度对渣土改良效果均有较大影响，且各因素之间存在显著交互作用。利用响应面－满意度函数，将渣土改良的 3 个响应值优化问题转化为单一响应值优化，获得强风化花岗岩地层在不同盾构推进速度下的最优改良参数。该方法科学合理，为金牛山—工业路盾构区间在强风化花岗岩内的高效施工提供了技术保障。

关键词：土压平衡盾构；渣土改良；膨润土；多目标优化；响应面

中图分类号：TU411；U455 **文献标识码**：A **文章编号**：1000－4548(2021)01－0194－07

作者简介：徐征杰(1982—)，男，硕士，高级工程师，主要从事地下工程施工方面的技术研究工作。E-mail: bepatient@163.com。

Optimization of bentonite parameters for shield tunneling based on response surface method

XU Zheng-jie, GUO Xiao-yang

(Shanghai Tunnel Engineering Co., Ltd., Shanghai 200032, China)

Abstract: In order to determine the optimal parameters of bentonite improvement in the strongly weathered granite strata in Jinniu Mountain-Gongye Road shield interval of Fuzhou metro line 4, the concentration and mixing ratio of bentonite slurry and advancing speed of shield are selected as the three factors, and the slump, permeability and improvement cost of soils are taken as the response values. The central composite design (CCD) method is used to carry out 20 groups of tests, and the response surface functions of each response value are constructed respectively. The results show the concentration and mixing ratio of bentonite slurry and advancing speed of shield all have great influences on the improvement effect of soils, and there is a significant interaction among these factors. By using the response surface-satisfaction function, the optimization problem of three response values for soil improvement is transformed into that of a single response value, and the optimal improvement parameters of the strongly weathered granite strata under different advancing speeds of shield tunneling are obtained. The proposed method is scientific and reasonable, which provides a technical guarantee for the efficient construction of Jinniu Mountain-Gongye Road shield interval in the strongly weathered granite strata.

Key words: EPB shield; soil improvement; bentonite; multi-objective optimization; response surface

0 引 言

土压平衡式盾构通过密闭土仓内的渣土平衡开挖面，学者们普遍认为，土仓内渣土应该具有良好的流塑性、较低的渗透性和较小的内摩擦角等特征[1]。渣土性能不良可能会带来刀具磨损、刀盘结泥饼、螺旋输送机口堵塞和喷涌等问题，给工程施工造成极大的困难[2]。因此，必须要进行土体改良。

膨润土改良技术广泛应用于砂砾层、卵石层、砂层和风化岩层等地层。Tang 等[3]、Barzegari 等[4]、Huang 等[5]、姜厚停等[6]针对砂砾石地层，利用 RUB 隧道掘进模拟试验、土壤磨损试验及剪切试验以及现场掘进试验等方法进行研究，认为膨润土泥浆能有效改变土的力学性能，降低刀具磨损，并针对该地层得到了合理的改良参数。张润来等[7]针对砂卵石地层采用膨润土改良，进行室内塌落度试验、搅拌试验、泥浆黏度试验和剪切试验确定了适宜的改良参数。Ding 等[8]、Wang 等[9]针对高水压条件下的中粒砂层，通过塌落度试验和渗透试验分析了不同注入率时的膨润土改良效果，并将试验结果应用于盾构施工中。

现有文献中得到的膨润土方案是针对特定土层，

收稿日期：2020－05－02

*通信作者（E-mail: 651402719@qq.com）

适用于强风化花岗岩的研究还较少。其次，膨润土改良效果受盾构推进速度影响较大，但该方面尚缺少相应的研究方法和结论。

本文依托福州 4 号线金牛山—工业路盾构区间强风化花岗岩地层，将响应曲面法引入膨润土改良施工参数的优化分析。探讨了膨润土泥浆掺入比、浓度和盾构推进速度对渣土性能的影响规律，明确了不同盾构推进速度下的最优膨润土改良方案。

1　工程背景

福州地铁 4 号线金牛山—工业路盾构区间全长约 900 m，隧道埋深在 14～25 m。区间主要穿越地层为<7-1>强风化花岗岩。天然的强风化花岗岩标准贯入试验锤击数为 65，呈灰黄色，含大量中粗粒石英颗粒、白云母片及长石，风化强烈，岩芯多呈砂土状，平均石英砾粒 33.22%，遇水易软化、崩解，粒径级配曲线见图 1。

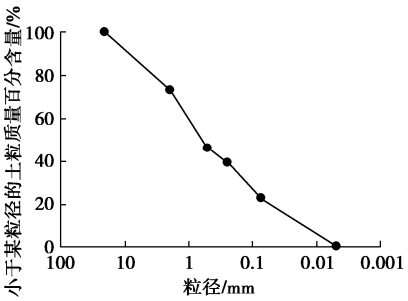


图 1　粒径级配曲线

Fig. 1 Grain-size distribution curve

由于区间隧道靠近闽江，地层含水率达 30%，对改良渣土的抗渗性能要求较高。土压平衡盾构在富水岩层中掘进时常用气压辅助模式，这要求开挖渣土具有良好的稳定性和气密性。由于天然的强风化花岗岩地层表现出强烈的崩解性和离析性，难以满足气压辅助模式的要求，因此选择膨润土泥浆作为改良剂。

2　试验方案

2.1　试验材料

试验土取自福州 4 号线金牛山站基坑底部强风化花岗岩地层，将所取土加水至与隧道区间地层含水率一致，取样过程及试验土样见图 2。试验用钠基膨润土来自漳州华欣，基本性质如表 1 所示。



（a）现场取样　　（b）试验土样

图 2　土样制备

Fig. 2 Preparation of soil samples

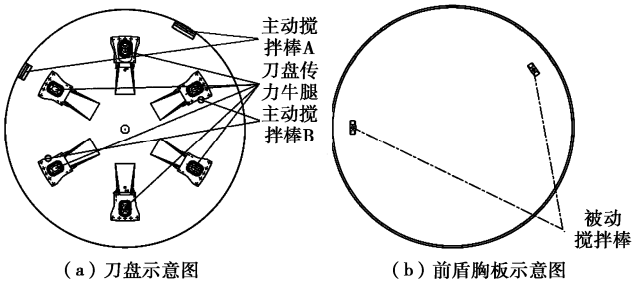
表 1　膨润土基本性质表

Table 1 Basic properties of bentonite

吸蓝量 /(g·100g^{-1})	胶质价 /(mL·15g^{-1})	膨胀倍数 /(mL·g^{-1})	pH 值	细度（200 目）
32	400	20	8.0~9.5	95

2.2　盾构机土舱相似模型

为探究推进速度对渣土性能的影响，以福州 4 号线金牛山—工业路区间盾构机土舱（见图 3）为背景，按 1∶15 的缩尺比例制作盾构机土舱相似模型如图 4 所示。模型主要包括搅拌箱体、主动搅拌棒 A、主动搅拌棒 B 和被动搅拌棒。



（a）刀盘示意图　　（b）前盾胸板示意图

图 3　盾构机土舱示意图

Fig. 3 Schematic diagram of earth chamber of shield machine

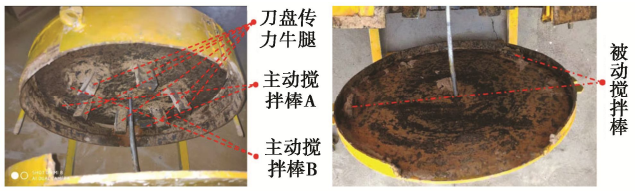


图 4　盾构机土舱相似模型

Fig. 4 Similar model for EPB shield chamber

当盾构机推进速度变化时，由于土仓大小和刀盘转速固定，渣土从螺旋输送机排出前的刀盘转数也会受到影响：

$$n=\frac{lr}{v}\quad 。\tag{1}$$

式中　n 为渣土从进入土舱到被螺旋输送机排出期间的刀盘搅拌转数；l 为盾构机土舱长度（cm）；r 为刀盘转速（rad/min）；v 为推进速度（cm/min）。结合本工程的实际情况，盾构机土舱长度为 100 cm，推进过程中刀盘转速为 1.2 rad/min。由式（1）得到推进速度（cm/min）影响搅拌转数（rad）的实际关系：

$$n=\frac{120}{v}\quad 。\tag{2}$$

由于推进速度难以通过室内试验直接控制，实际试验通过调整土仓相似模型的刀盘转数模拟盾构机推进速度的变化。

图 5 为土仓相似模型在相同改良参数下模拟不同

推进速度时的改良情况。



（a）v=3.5 cm/min （b）v=1.5 cm/min

图 5 改良效果对比

Fig. 5 Comparison of improvement effect

显然，当推进速度较高时，搅拌转数较低，渣土与膨润土无法均匀混合，膨润土泥浆只存在于渣土的表面，改良效果因此受到较大影响。由此可得，推进速度是影响渣土改良效果的重要因素之一。

2.3 响应变量及评价指标

试验选取塌落度和渗透系数作为响应变量。采用标准塌落度桶测定渣土的塌落度值。根据 Budach 等[10]的研究，渣土塌落度在 100～200 mm 以内为宜。由于改良后的渣土已不再属于砂质土，故选用《土工试验规程：SL237—1999》[11]中的变水头渗透试验法测定渣土的渗透系数。根据瞬时达西定律计算得到水温为 17℃时渣土的渗透系数：

$$K_{17}=\frac{2.3al}{A\Delta t}\times\lg\frac{h_1}{h_2} \quad 。 \tag{3}$$

式中 K_{17} 为水温为 17℃时试样的渗透系数（cm/s）；2.3 为 ln 和 lg 的变换因数；a 为变水头管的断面面积（cm^2）；l 为试样高度（cm）；A 为试验截面积（cm^2）；Δt 为测读水头的起始到终止时间段（s）；h_1 和 h_2 为起始和终止水头（cm）。由于强风化花岗岩中石英含量较高，刀盘切削过程中会产生大量热量，使土中水温度升高，利用式（4）将 K_{17} 转化为 40℃时的渗透系数 K_{40}：

$$K_{40}=K_{17}\frac{\eta_{17}}{\eta_{40}} \quad , \tag{4}$$

式中，η_{17}，η_{40} 为 17℃和 40℃时水的动力黏滞系数（KPa·s），K_{40} 为水温 40℃时试样的渗透系数。

为控制喷涌的发生，朱伟等[12]推导得到了渣土临界渗透系数的表达式：

$$K=\frac{QL_1A_2-QL_2A_1}{A_1A_2(H_1-H_2)} \quad 。 \tag{5}$$

式中 H_1，H_2 分别为开挖面中心和螺旋输送机出口的水头；Q 为螺旋输送机出口处渗流量；L_1，L_2 分别为土舱和螺旋输送机长度；A_1，A_2 分别为土舱和螺旋输送机的截面积；K 为渣土临界渗透系数。工程取出螺旋输送机出口的水头为 0，渗水量为 0.3 cm^3/s，开挖面中心水头为 20.4 m，代入式（5）得到渗透系数的临界值 lg$K$=−4.45。但由于地下工程的复杂性，可以认为渣土渗透系数处于 $10^{-4.45}$～$10^{-5.45}$cm/s 时仍存在喷涌的风险。

2.4 中心复合试验设计与试验结果

选取膨润土泥浆浓度（m_p/m_n）、掺入比（V_n/V_s）和盾构机推进速度 3 个对渣土性能影响比较大的因素，以三因素五水平（−1.682，−1.000，0，1.000，1.682）的中心复合试验表安排试验，所得结果汇总入表 2 中。试样的塌落度变化范围为 8～231 mm，lgK_{40} 变化范围为−4.57～−5.64。该结果可用于寻找膨润土改良施工参数的最优值。

表 2 中心复合试验结果表

Table 2 Results of central composite tests

运行序	浓度/%	掺入比/%	推进速度/(cm·min^{-1})	塌落度/mm	lgK_{40}
1	5	15	3.5	35	−4.83
2	8	8	2.5	8	−5.11
3	5	15	1.5	113	−4.89
4	11	35	1.5	140	−5.64
5	8	25	2.5	122	−4.98
6	11	15	1.5	56	−5.41
7	5	35	1.5	231	−4.68
8	5	35	3.5	201	−4.72
9	8	25	4.2	153	−4.60
10	8	25	2.5	147	−4.96
11	3	25	2.5	183	−4.57
12	8	25	2.5	151	−4.93
13	8	42	2.5	191	−5.17
14	13	25	2.5	106	−5.42
15	8	25	2.5	138	−5.04
16	11	15	3.5	30	−5.14
17	8	25	0.8	171	−5.01
18	8	25	2.5	147	−5.00
19	11	35	3.5	155	−5.39
20	8	25	2.5	141	−4.98

3 响应模型的建立

为寻找渣土塌落度和渗透系数与各因子间的定量规律，找出最佳的膨润土改良参数，采用二次多项式逐步回归–后退法，将 α 值设为 0.1，应用 Design Expert 软件对表 2 试验结果进行拟合并修正后的响应模型为：

$$\left.\begin{aligned} &Y_1=X^TA_1X,\ Y_2=X^TA_2X,\ X=(1,\ X_1,\ X_2,\ X_3)^{\mathrm{T}},\\ &\boldsymbol{A}_1=\begin{bmatrix} 62.2 & -5.14 & 7.31 & -35.4\\ & 0.00 & -0.157 & 2.02\\ & & -0.180 & 0.549\\ \text{sym} & & & 0.00 \end{bmatrix}, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{A}_2=\begin{bmatrix}-4.99 & -0.0358 & 0.0313 & -0.0682\\ & 0.00 & 0.000149 & 0.0106\\ & & -8.23\times10^{-4} & 0.00\\ \text{sym} & & & 0.00\end{bmatrix}。$$

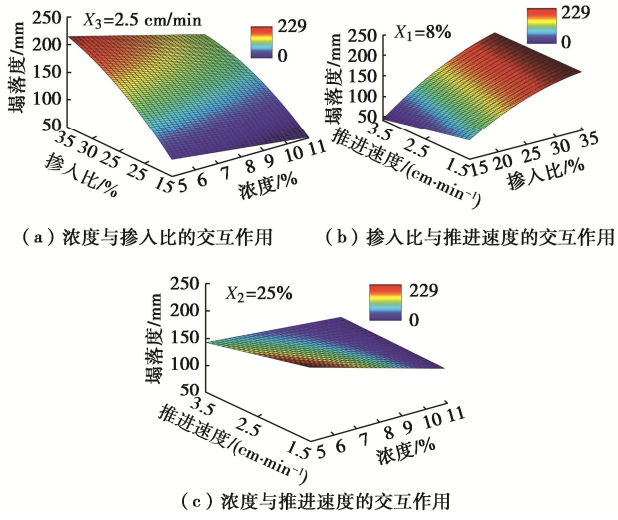
式中　Y_1和Y_2分别为塌落度和渗透系数的预测响应值；A_1和A_2为计算信息矩阵；X_1为膨润土泥浆浓度（%）；X_2为膨润土泥浆掺入比（%）；X_3为盾构机推进速度（cm/min）。对模型进行方差分析，结果见表4。F值为F检验时的统计量值，P值为大于F值时的概率。P值用于分析对象显著性，P<0.01表示响应模型显著性极强。R^2为决定系数，决定系数越接近1，说明模型拟合优度越高。优化后渣土塌落度模型P<0.0001，失拟项P=0.2472，决定系数R^2=0.9685；优化后渣土渗透系数模型P<0.0001，失拟项P=0.0186，决定系数R^2=0.9257。结果表明模型拟合度较高，可用于本试验的分析和预测。

4　结果分析

4.1　塌落度

由表 3 的显著性检验可知，影响渣土塌落度的主要因素依次为：X_2（膨润土泥浆掺入比）> X_1（膨润土泥浆浓度）> X_3（盾构机推进速度）> X_2^2 > X_1X_2 > X_2X_3 > X_1X_3。膨润土泥浆浓度值与渣土塌落度值负相关，膨润土泥浆浓度的增加对渣土塌落度值降低明显；膨润土泥浆掺入比与渣土塌落度值正相关，膨润土泥浆掺入比的增加可以增加渣土塌落度；盾构机推进速度与渣土塌落度值负相关，推进速度的增加会使渣土塌落度值减小。

膨润土泥浆浓度、掺入比和推进速度 3 个因素间交互作用的响应面如图 6 所示。从图 6（a）可知，当推进速度固定在 0 水平，即 X_3=2.5 cm/min 时，若膨润土泥浆掺入比 X_2∈（15，35），塌落度增长率随着浓度 X_1 的增加持续减少，说明浓度的增加会抑制掺入比对渣土塌落度的贡献；从图 6（b）可知，当膨润土泥浆浓度固定在 0 水平，即 X_1=8%时，若膨润土泥浆掺入比 X_2∈（15，35），塌落度增长率随着推进速度 X_3 的增加持续减少，说明推进速度的增加会抑制掺入比对渣土塌落度的贡献；从图 6（c）可知，当膨润土泥浆掺入比固定在 0 水平，即 X_2=25%时，若膨润土泥浆浓度 X_1∈（5，11），塌落度下降率随着推进速度 X_3 的增加持续减少，说明推进速度的增加会抑制浓度对渣土塌落度的贡献。



（a）浓度与掺入比的交互作用　　（b）掺入比与推进速度的交互作用

（c）浓度与推进速度的交互作用

图 6　塌落度响应曲面图

Fig. 6 Response surface of slump

表 3　回归模型方差分析表

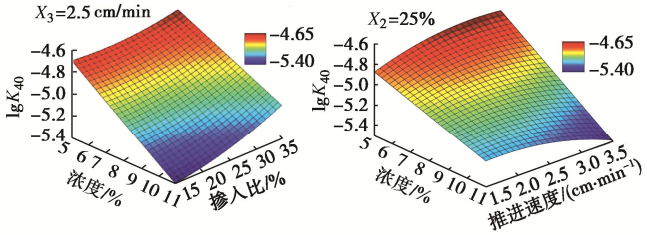
Table 3 Analysis of variance of regression model

预测响应值	变异来源	平方和	均方	F 值	P 值	备注
Y_1	模型	64180.16	9168.59	52.78	< 0.0001	显著
	X_1	7894.86	7894.86	45.45	< 0.0001	
	X_2	47051.44	47051.44	270.88	< 0.0001	
	X_3	1629.43	1629.43	9.38	0.0098	
	X_1X_2	709.08	709.08	4.08	0.0662	
	X_1X_3	1178.79	1178.79	6.79	0.0230	
	X_2X_3	965.22	965.22	5.56	0.0362	
	X_2^2	4751.34	4751.34	27.35	0.0002	
	失拟项	1516.83	216.69	1.91	0.2472	不显著
Y_2	模型	1.28	0.21	27.00	< 0.0001	显著
	X_1	1.06	1.06	134.01	< 0.0001	
	X_2	0.01	0.01	1.12	0.3102	
	X_3	0.02	0.02	2.08	0.1733	
	X_1X_2	0.06	0.06	8.11	0.0137	
	X_1X_3	0.03	0.03	4.13	0.0631	
	X_2^2	0.10	0.10	12.55	0.0036	
	失拟项	0.10	0.01	7.76	0.0186	不显著

4.2 渗透系数

由表 3 的显著性检验可知，影响渣土渗透系数的主要因素依次为：X_1（膨润土泥浆浓度）> X_3（盾构机推进速度）> $X_2^2 > X_1X_2 > X_1\ X_3 > X_3^2 > X_2$（膨润土泥浆掺入比）。膨润土泥浆浓度值与渣土渗透系数负相关，膨润土泥浆浓度的增加对渣土渗透系数降低明显；盾构机推进速度与渣土渗透系数正相关，推进速度的增加会使渣土渗透系数增加；膨润土泥浆掺入比与渣土渗透系数相关性受交互作用影响大，掺入比的增加可能会使渣土渗透系数增加，也可能会使渣土渗透系数减小。

膨润土泥浆浓度、掺入比和推进速度 3 个因素间交互作用的响应面如图 7 所示。



（a）浓度与掺入比的交互作用　（b）浓度与推进速度的交互作用

图 7 渗透系数响应曲面图

Fig. 7 Response surface of permeability coefficient

从图 7（a）可知，当推进速度固定在 0 水平，即 X_3=2.5 cm/min 时，若膨润土泥浆浓度 X_1∈（5，11），掺入比与渣土渗透系数在高浓度下表现负相关，在低浓度下表现正相关，渗透系数增长率随着浓度 X_1 的增加持续减少，说明浓度的增加会抑制掺入比对渣土渗透系数的贡献；从图 7（b）可知，当膨润土泥浆掺入比固定在 0 水平，即 X_2=25%时，若膨润土泥浆浓度 X_1∈（5，11），渗透系数降低率随着推进速度 X_3 的增加持续减少，说明推进速度的增加会抑制泥浆浓度对渣土渗透系数的贡献。

5 非线性多目标优化

5.1 优化方法

盾构隧道膨润土改良施工参数优化应基于以下原则：合理的塌落度、较小的渗透系数以及较低的改良成本（膨润土单耗）。每环管片膨润土泥浆消耗量 Y_3（kg）为

$$Y_3 = \rho X_1 X_2 V \quad 。 \tag{6}$$

通过计算可知，响应模型定义域范围内，Y_3 上限为 1645 kg，下限为 320 kg。

为获得最优的膨润土泥浆施工参数，在膨润土泥浆浓度、掺入比和每环膨润土消耗量响应优化分析的基础上，采用满意度函数（desirability function approach，DFA）的方法优化模型所得的工艺参数。由 2.3 节可知，塌落度属于望目型响应，即响应值越接近目标值满意度越高，其满意度函数为

$$d_i(Y_i)=\begin{cases}\dfrac{Y_i-L_i}{T_i-L_i} & (L_i \leqslant Y_i \leqslant T)_i \\ \dfrac{U_i-Y_i}{U_i-T_i} & (T_i \leqslant Y_i \leqslant U_i) \\ 0 & (\text{其它})\end{cases} \quad 。 \tag{7}$$

渗透系数和改良成本为望小型响应，即响应值越小满意度越高，其满意度函数为

$$d_i(Y_i)=\begin{cases}1 & (Y_i < L_i) \\ \dfrac{U_i-Y_i}{U_i-L_i} & (L_i \leqslant Y_i \leqslant U_i) \\ 0 & (T_i > U_i)\end{cases} \quad 。 \tag{8}$$

式中 d_i 为第 i 个响应面的满意度函数；Y_i 为第 i 个响应值；L_i 为第 i 个响应值的规格下限；U_i 为第 i 个响应值的规格上限；T_i 为相应目标值。根据 2.3 节，取各响应值优化目标范围见表 4。

表 4 响应优化目标范围

Table 4 Target ranges of response optimization

响应	塌落度/cm	lgK_{40}	膨润土单耗/(kg/环)
优化目标	100<Y_1<200，Y_1=150 最为理想	−5.45<Y_2<−4.45	320<Y_3<1645

在此基础上建立整体满意度函数为

$$D=\left(\prod_{i=1}^{3} d_i^{r_i}\right)^{\frac{1}{\sum r_i}} \quad , \tag{9}$$

式中，r_i 为权数，取决于各响应面在膨润土改良参数优化设计中的重要程度。假设各响应面回归模型重要程度相同，即 r_1=r_2=r_3，

$$D=\sqrt[3]{d_1 d_2 d_3} \quad 。 \tag{10}$$

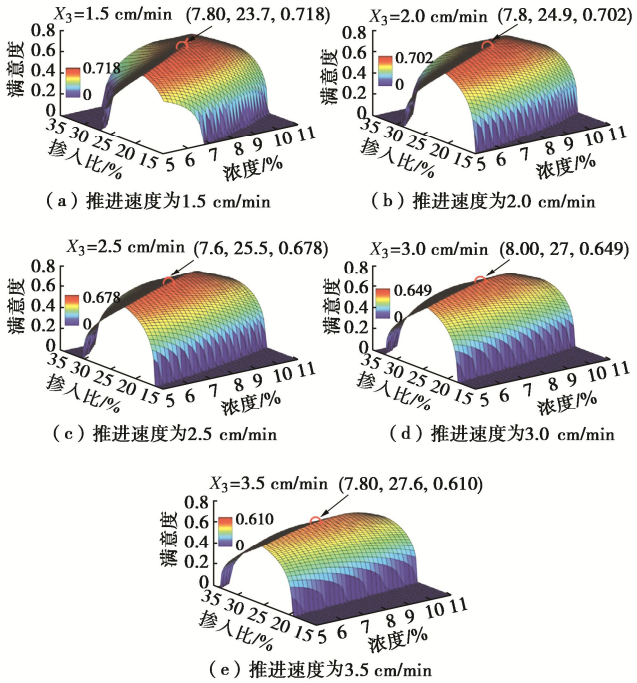
渣土改良效果的整体满意度 D 是膨润土泥浆浓度、掺入比和推进速度的函数。该函数可作为改良参数优化的依据。

5.2 优化结果分析

由于盾构推进速度由工况决定，故针对不同推进速度时的膨润土泥浆浓度和掺入比分别进行优化分析。根据式（10）计算推进速度 X_3=1.5，2.0，2.5，3.0，3.5 cm/min 时的整体满意度函数并作图见图 8。由图 8 可知，渣土改良整体满意度在膨润土泥浆高浓度、低掺入比和低浓度、高掺入比的情况下都很低，不能应用于膨润土改良施工。

分别对不同推进速度下的满意度函数取极大值，将结果汇入表 5。由表 5 可知，随着推进速度的提高，

膨润土改良的整体满意度最大值会下降，说明为了保证良好的膨润土改良效果，盾构机推进速度不宜过快。



（a）推进速度为1.5 cm/min　（b）推进速度为2.0 cm/min

（c）推进速度为2.5 cm/min　（d）推进速度为3.0 cm/min

（e）推进速度为3.5 cm/min

图 8 不同推进速度下满意度响应曲面图

Fig. 8 Satisfaction response surface under different advancing speeds

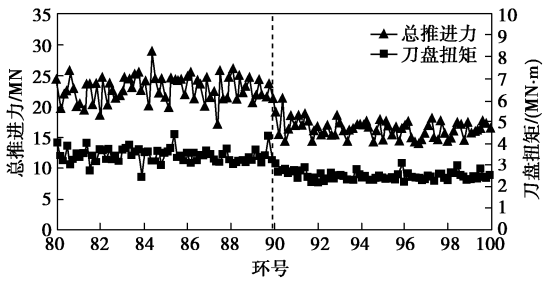
表 5 膨润土最优改良参数表

Table 5 Optimal parameters of bentonite improvement

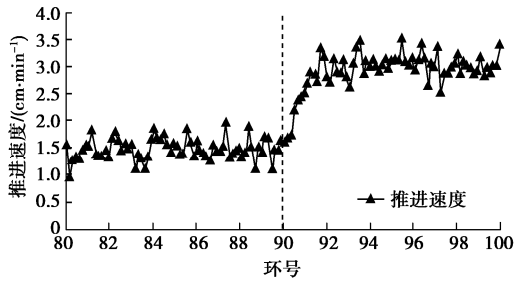
推进速度/(cm·min^{-1})	膨润土泥浆浓度/%	膨润土泥浆掺入比/%	整体满意度极大值
1.5	7.8	23.7	0.718
2.0	7.8	24.9	0.702
2.5	7.6	25.5	0.678
3.0	8.0	27.0	0.649
3.5	7.8	27.6	0.610

6　现场渣土改良应用分析

如图 9 所示，在盾构掘进 81～90 环，仅使用泡沫以 45%的注入比进行土体改良。盾构推进过程中扭矩平均值 3.2 MN·m，推力平均值 23 MN，土压力波动大，掘进速度越来越慢，且喷涌现象频繁发生，严重影响工作进度。



（a）总推力与刀盘扭矩分布



（b）推进速度分布

图 9 试验段改良情况

Fig. 9 Improvement of test sections

将响应面－满意度函数得到的最优参数应用到 91～100 环进行掘进试验。与前 10 环相比，刀盘扭矩平均值降为 2.4 MN·m，推力平均值降为 18 MN，土压力趋于稳定，推进速度显著上升，喷涌现象不再发生，改良方案优化效果显著。

7　结　　论

（1）设计了可用于研究盾构推进速度对渣土性能影响的盾构土舱相似模型，通过调节模型的刀盘转数模拟盾构推进速度的变化，具有良好的可操作性和便捷性。

（2）膨润土泥浆浓度、掺入比和盾构推进速度对强风化花岗岩地层渣土塌落度影响显著。膨润土泥浆浓度和盾构推进速度与塌落度值负相关；膨润土泥浆掺入比与塌落度值正相关。各因素间存在交互性。

（3）膨润土泥浆浓度、掺入比和盾构推进速度对强风化花岗岩地层渣土渗透系数影响显著。膨润土泥浆浓度与渗透系数负相关；盾构推进速度与渗透系数正相关。各因素间存在显著交互性，膨润土泥浆掺入比的增加可能会使渗透系数增加，也可能会使渗透系数减小。

（4）通过响应面－满意度函数的应用，将渣土塌落度、渗透系数和改良成本 3 个响应值优化问题转化为单一响应值优化，获得强风化花岗岩地层在不同盾构推进速度下的最优改良参数。

参考文献：

[1] PEILA D, MARTINELLI D, TODARO C. Soil conditioning in EPB shield tunnelling–An overview of laboratory tests[J]. Geomechanics and Tunnelling, 2019, **12**(5): 491－498.

[2] 肖　超, 阳军生, 王树英, 等. 土压平衡盾构改良渣土力学行为及其地层响应特征[J]. 中南大学学报（自然科学版）, 2016, **47**(7): 2432－2440. (XIAO Chao, YANG Jun-sheng, WANG Shu-ying, et al. Conditioned soils mechanical behavior of earth pressure balance shield tunneling and its

impact on formation respons[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2016, **47**(7): 2432－2440. (in Chinese))

[3] TANG S, ZHANG X, LIU Q. Prediction and analysis of replaceable scraper wear of slurry shield TBM in dense sandy ground: a case study of Sutong GIL Yangtze River Crossing Cable Tunnel[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2020, **95**: 103090.

[4] BARZEGARI G B, UROMEIHY A U, ZHAO J Z. Parametric study of soil abrasivity for predicting wear issue in TBM tunneling projects[J]. Tunnelling And Underground Space Technology, 2015, **48**: 43－57.

[5] HUANG Z H, WANG C W, DONG J D. Conditioning experiment on sand and cobble soil for shield tunneling[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, **87**: 187－194.

[6] 姜厚停, 龚秋明, 杜修力. 卵石地层土压平衡盾构施工土体改良试验研究[J]. 岩土工程学报, 2013, **35**(2): 284－292. (JIANG Hou-ting, GONG Qiu-ming DU Xiu-li. Experimental study on soil conditioning in cobble layer by use of earth pressure balanced machine[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, **35**(2): 284－292. (in Chinese))

[7] 张润来, 宫全美, 周顺华, 等. 砂卵石地层土压平衡盾构施工渣土改良试验[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2019, **47**(5): 673－680. (ZHANG Run-lai, GONG Quan-mei, ZHOU Shun-hua, et al. Test on improvement of residual soil by EPB shield in sandy pebble stratum[J]. Journal of Tongji University(Natural Science), 2019, **47**(5): 673－680. (in Chinese))

[8] DING Y D Y, JIANG Y J Y, YANG Z Y Z. Soil conditioning of high water pressure sandy stratum for an EPB shield[J]. Journal of the Agromomy Faculty of Universidad del Zulia, 2019, **36**(2): 215－229.

[9] WANG S W S, LU X L X, WANG X W X. Soil improvement of EPBS construction in high water pressure and high permeability sand stratum[J/OL]. Advances in Civil Engineering, 2019. DOI: 10.1155/2019/4503219.

[10] BUDACH C, THEWES M. Application ranges of EPB shields in coarse ground based on laboratoryresearch[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2015, **50**: 296－304.

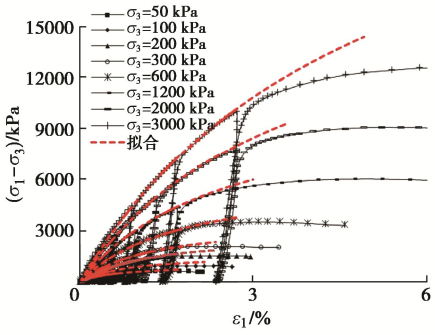
[11] 土工试验规程: SL237—1999[S]. 1999. (Specification of Soil Test: SL237—1999[S]. 1999. (in Chinese))

[12] 朱 伟, 秦建设, 魏康林. 土压平衡盾构喷涌发生机理研究[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(5): 589－593. (ZHU Wei, QIN Jian-she, WEI Kang-lin. Research on the mechanism of the spewing in the EPB shield tunnelling[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(5): 589－593. (in Chinese))

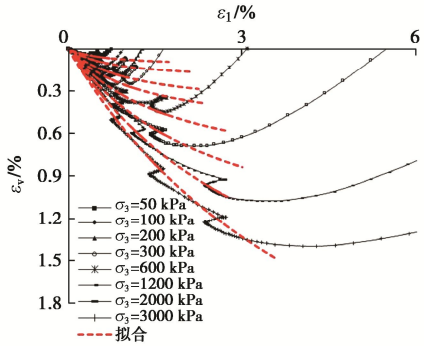
本期广告索引

封 3 北京理正软件股份有限公司

Doi：10.11779/CJGE202101003 一文彩色插图



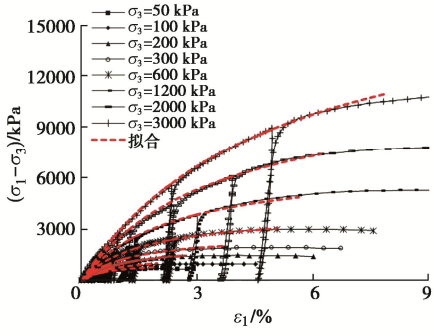
（a）$(\sigma_1-\sigma_3)-\varepsilon_1$



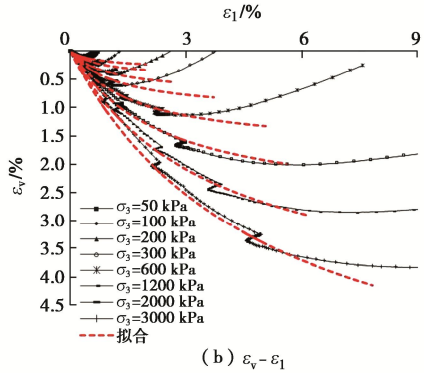
（b）$\varepsilon_v-\varepsilon_1$

图 1 3BA 区砂砾石料平均线试样三轴试验曲线

Fig. 1 Triaxial test curves of sandy gravel samples with mean line in 3BA zone



（a）$(\sigma_1-\sigma_3)-\varepsilon_1$



（b）$\varepsilon_v-\varepsilon_1$

图 2 3BC 区堆石料平均线试样三轴试验曲线

Fig. 2 Triaxial test curves of rockfill samples with mean line in 3BC zone

Doi：10.11779/CJGE202101005 一文彩色插图

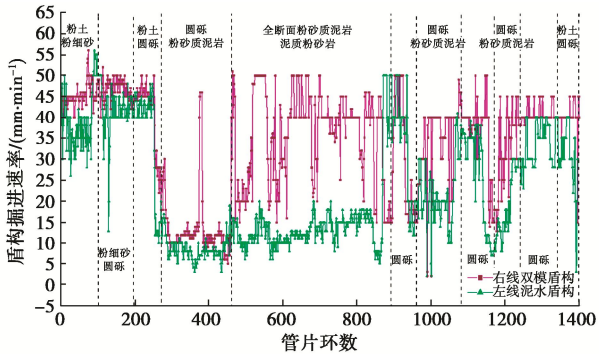


图 4 双模/泥水各地层掘进速率对比

Fig. 4 Comparison of tunneling rate of dual-mode and slurry shield

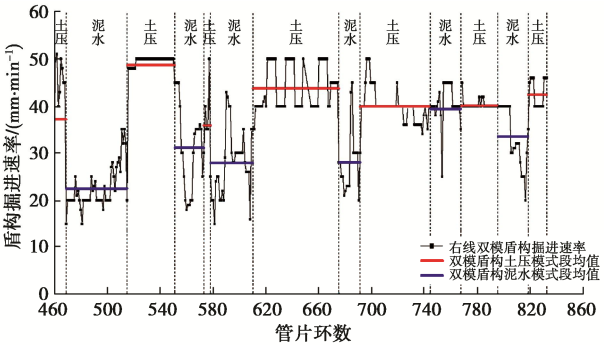


图 5 过江段不同模式掘进速率对比

Fig. 5 Comparison of tunneling rate of different modes of dual-mode shield machine

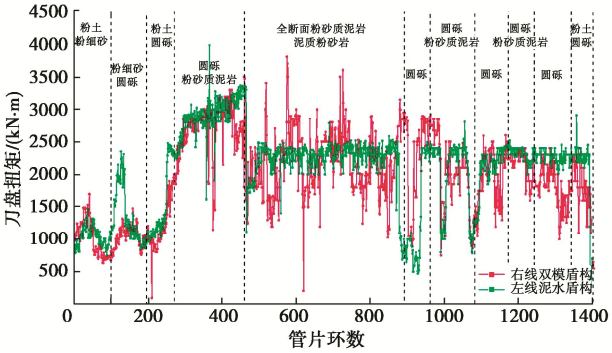


图 6 双模/泥水各地层刀盘扭矩对比

Fig. 6 Comparison of torque of dual-mode and slurry shield

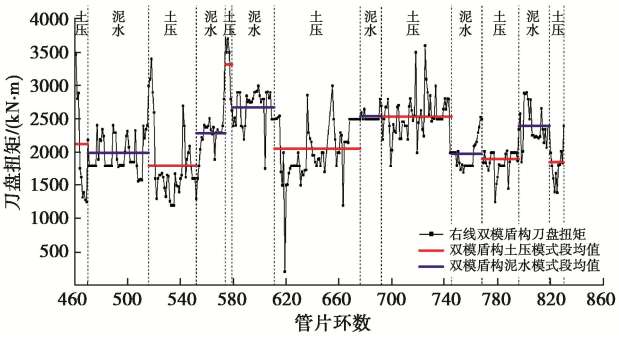


图 7 过江段不同模式刀盘扭矩对比

Fig. 7 Comparison of torque of different modes of dual-mode shield machine

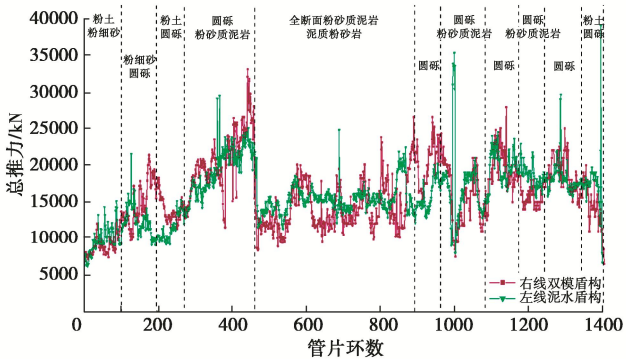


图 8 双模/泥水各地层总推力对比

Fig. 8 Comparison of total thrust of dual-mode and slurry shield

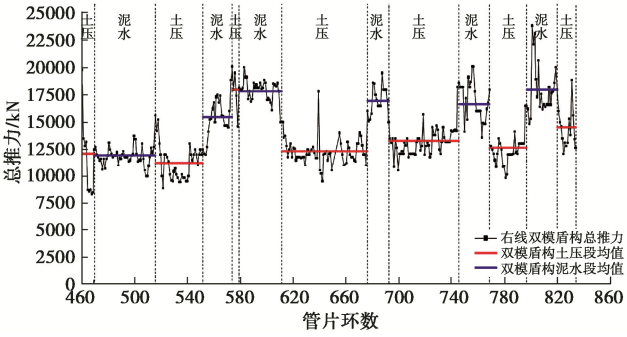


图 9 过江段不同模式总推力对比

Fig. 9 Comparison of total thrust of different modes of dual-mode shield machine

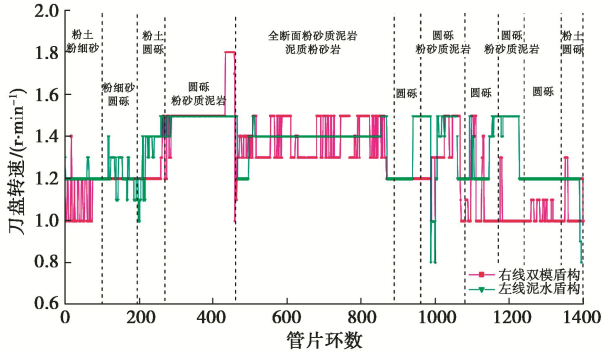


图 10 双模/泥水各地层刀盘转速对比

Fig. 10 Comparison of cutter speed of dual-mode and slurry shield machine

Doi：10.11779/CJGE202101006 一文彩色插图

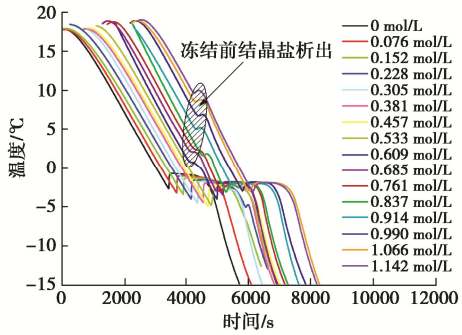


图 3 盐渍土冻结曲线

Fig. 3 Cooling curves of saline soil

Doi：10.11779/CJGE202101010 一文彩色插图

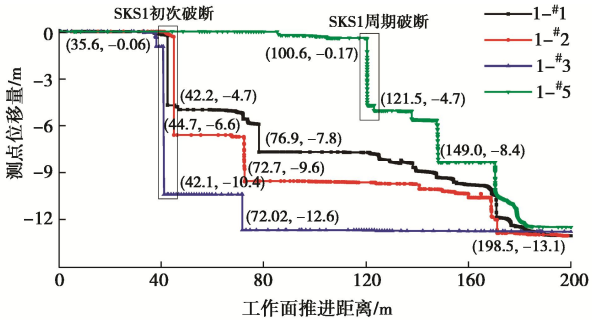


图 7 1-#1、1-#2、1-#3、1-#5 监测点位移曲线

Fig. 7 Displacement curves at monitoring points No. 1-1, 1-2, 1-3 and 1-5

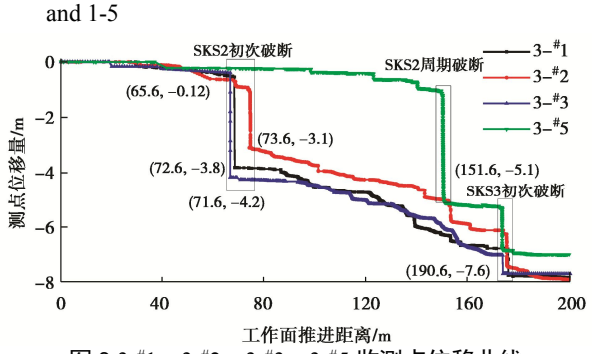


图 8 3-#1、3-#2、3-#3、3-#5 监测点位移曲线

Fig. 8 Displacement curves at monitoring points No. 3-1, 3-2, 3-3 and 3-5

Doi：10.11779/CJGE202101012 一文彩色插图

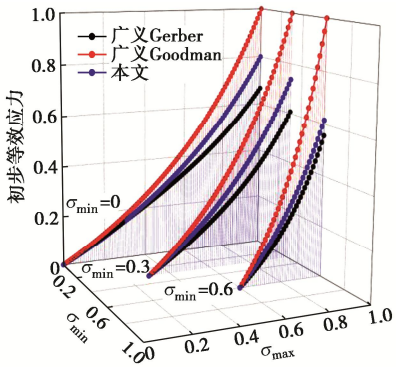


图 7 初步等效应力曲线图

Fig. 7 Curves of preliminary equivalent stress

Doi：10.11779/CJGE202101017 一文彩色插图

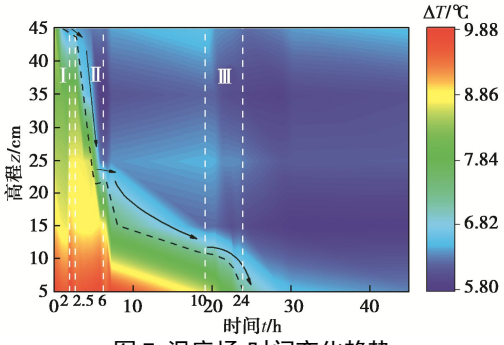


图 7 温度场-时间变化趋势

Fig. 7 Changing tendency of temperature field and time

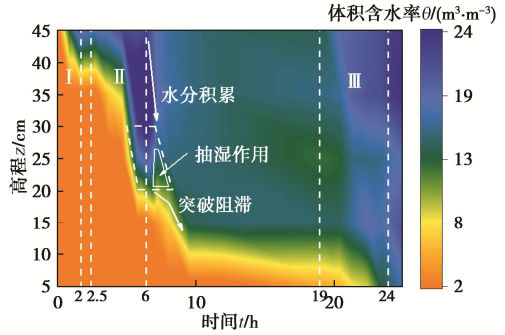


图 10 水分场–时间变化趋势

Fig. 10 Changing tendency of water distribution and time

Doi：10.11779/CJGE202101019 一文彩色插图

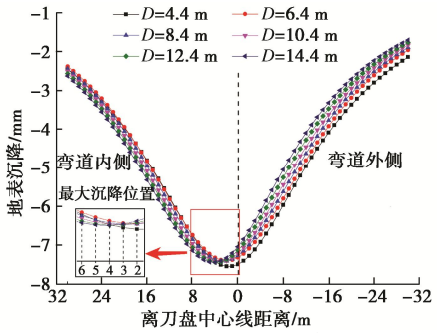


图 15 不同刀盘直径横向地表沉降曲线 (y=0 m)

Fig. 15 Curves of transverse surface settlement under different blade diameters

Doi：10.11779/CJGE202101021 一文彩色插图

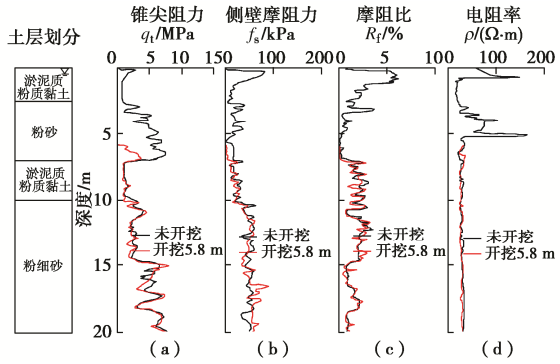


图 5 南京场地电阻率 CPTU 测试结果

Fig. 5 Results of piezocone penetration tests on resistivity at Nanjing site

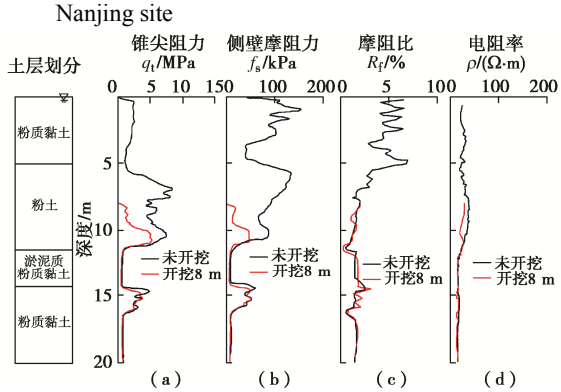


图 6 无锡场地电阻率 CPTU 测试结果

Fig. 6 Results of piezocone penetration tests on resistivity at Wuxi site

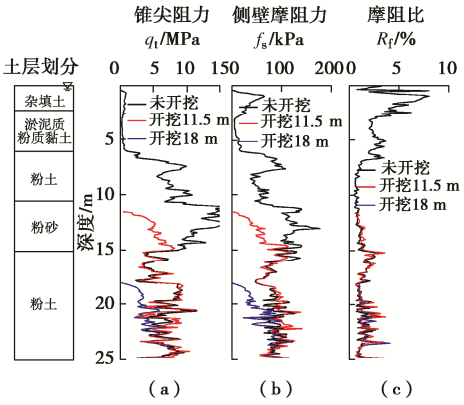
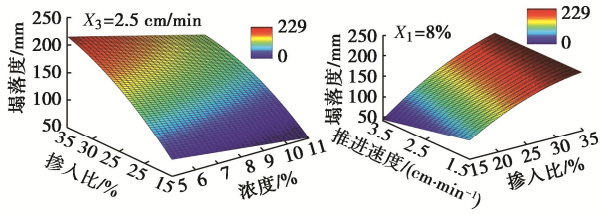


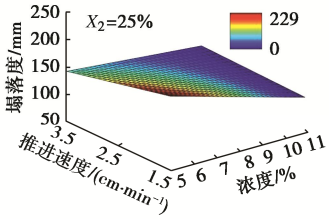
图 7 常州场地 CPT 测试结果

Fig. 7 Results of cone penetration tests at Changzhou site

Doi：10.11779/CJGE202101023 一文彩色插图



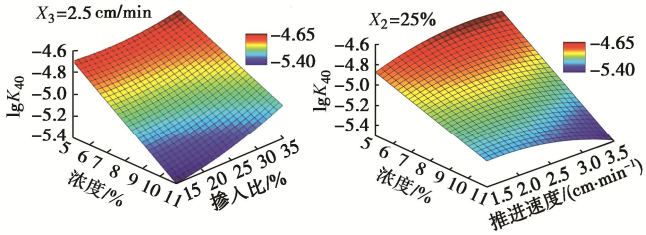
(a) 浓度与掺入比的交互作用　(b) 掺入比与推进速度的交互作用



(c) 浓度与推进速度的交互作用

图 6 塌落度响应曲面图

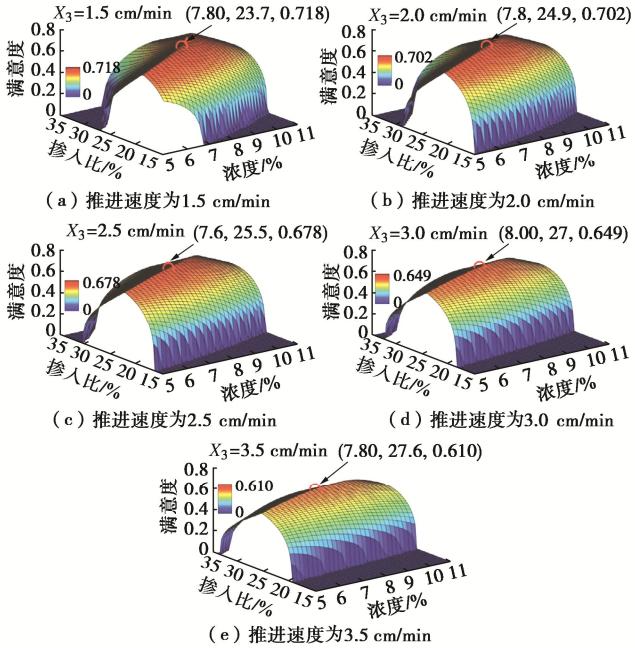
Fig. 6 Response surface of slump



(a) 浓度与掺入比的交互作用　(b) 浓度与推进速度的交互作用

图 7 渗透系数响应曲面图

Fig. 7 Response surface of permeability coefficient



（a）推进速度为1.5 cm/min　（b）推进速度为2.0 cm/min

（c）推进速度为2.5 cm/min　（d）推进速度为3.0 cm/min

（e）推进速度为3.5 cm/min

图 8 不同推进速度下满意度响应曲面图

Fig. 8 Satisfaction response surface under different advancing speeds

Doi：10.11779/CJGE202101015 一文彩色插图

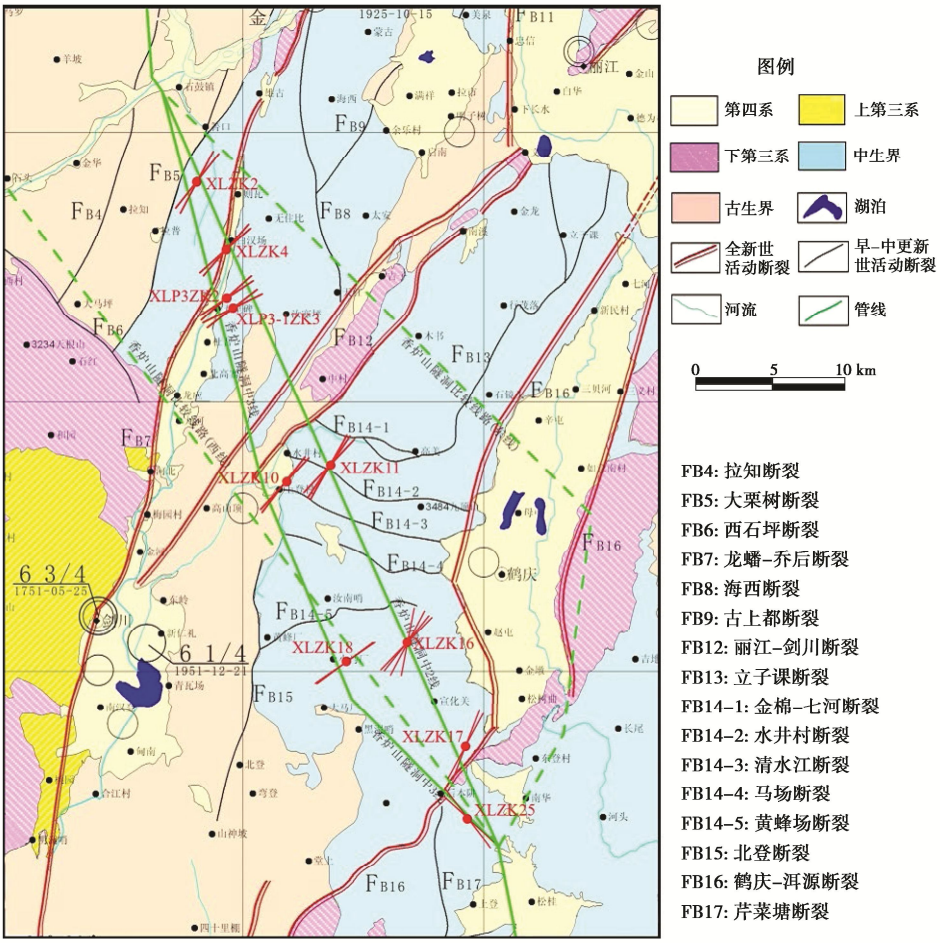


图 4 香炉山隧洞工程区及其周边活动断裂与最大水平主应力方向分布图

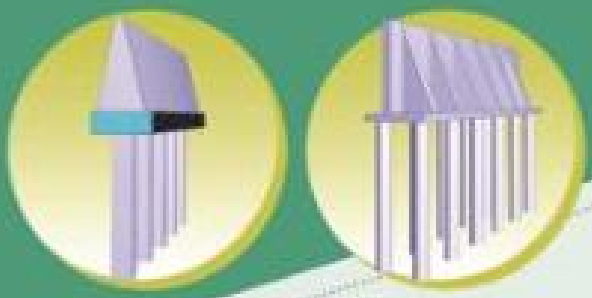
Fig. 4 Distribution of active faults and maximum horizontal principal stress in Xianglushan tunnel and its surrounding areas

北京理正
LEADING SOFTWARE

理正岩土桩基托梁挡土墙计算分析软件

桩基托梁挡土墙是由上部挡土墙、中间承台（托梁）及下部桩基组成的一款组合型支挡结构，在高边坡或软土地区边坡支护是应用广泛。本软件是两个集挡土墙、托梁、桩为一体的整体分析计算软件，主要依据现行最新设计规范，可计算复杂坡线、多种超载形式的土压力；可分别进行土压力控制或滑坡推力控制两种模式下的桩基托梁设计；可完成挡土墙抗滑移稳定性验算，抗倾覆稳定性验算，截面强度验算，承台正截面及斜截面承载力验算，桩内力及配筋计算。建模简单，计算快速，设计内容全面，可实现多个组合计算及最不利组合的比选，最终输出图文并茂的计算书。

本软件支持建筑、公路、铁路三大行业，依据各行业最新规范设计，并可按计算参数的自定义配置，可分为桩基模型和抗滑桩模型。



桩基模型

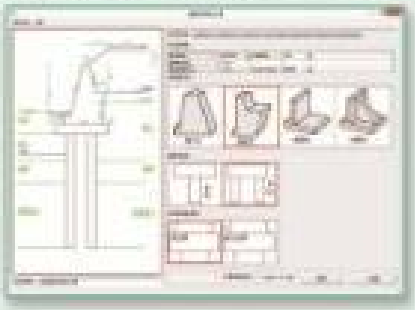
主要依据现行规范《建筑桩基技术规范 JGJ 94-2008》，软件桩基部分考虑群桩效应桩的竖向、水平承载力验算；可以考虑地基土液化；Boussinesq理论或Mindlin理论的桩基沉降验算；软弱下卧层的地基承载力验算。

基桩形式可为单排桩或多排桩，形状可为圆形或方形，桩头形状可为扩底或不扩底；承载力性状可为端承摩擦桩、摩擦桩、摩擦端承桩和端承桩；成桩方法可以为非挤土桩、部分挤土桩、挤土桩（穿越饱和土层）和挤土桩（不穿越饱和土层）。

抗滑桩模型

主要依据现行规范《建筑边坡工程技术规范 GB50330-2013》、《公路路基设计规范JTG D30-2015》、《铁路路基支挡结构设计规范（2009局部修订版）》，软件桩基部分采用有限元方法分析变形和内力，对于支挡结构变形要求严格的情况，还可施加锚索。基桩形式可为单排桩或双排桩，形状可为圆形或矩形。

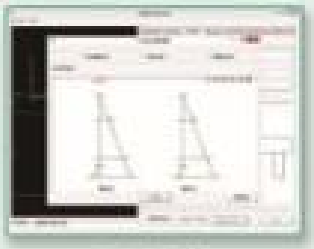
- 支持重力式、衡重式、悬臂式和扶壁式挡墙形式及单排、多排桩基模式；



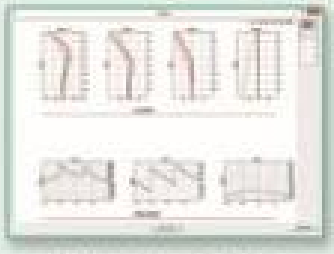
- 提供3D模型查看，可自定义设置查看样式；



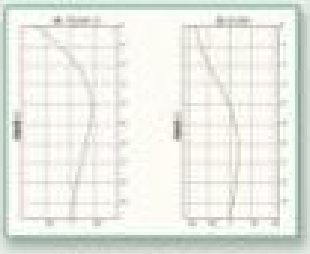
- 输出挡土墙、托梁、桩每步计算的结果，便于及时查看和方案调整；



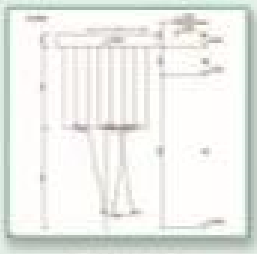
挡土墙土压力



抗滑桩模型桩基连梁内力图



桩基模型桩身内力图



多桩沉降图

- 可以实现多个组合计算及最不利组合的比选，最终输出图文并茂的计算书。

北京理正软件股份有限公司
地　　址：北京市西城区车公庄大街甲四号物华大厦A1106（100044）
咨询电话：010-68092096/98　E-mail:CAD@lizheng.com.cn
网　　址：www.lizheng.com.cn

更多新功能介绍
敬请期待！

向审稿人致谢

（上接封2）

顾行文　关云飞　桂　跃　郭强华　郭兴文　郝　喆　何益斌　何勇军　何维龙　贺　胜
洪振舜　侯瑞京　侯晋生　胡安峰　胡建林　胡敏云　胡幼常　黄　达　黄　卓　黄宏伟
黄茂松　黄强兵　贾　宁　蒋　刚　蒋沛汉　焦卫国　金爱兵　荣弘麟　谢金波　黎春林
黎　伟　李长冬　李晓培　李　磊　李仁平　李瑞山　李树忱　李树清　李涛（京）　李同录
李为腾　李小青　李元海　李志伟　李　忠　栗茂康　梁　波　梁卫国　廖红建　林本海
林　杭　刘长武　刘东平　刘方成　刘　芳　刘丰军　刘红帅　刘红岩　刘华北　刘建达
刘建锋　刘　健　刘　杰　刘京茂　刘开富　刘开云　刘先珊　刘元雪　卢运虎　陆亚平
吕海波　罗　强　马险峰　雷强强　莫海鸿　牛永红　潘晓志　齐昌广　齐文浩　宿宁平
邵光辉　申永江　申志福　沈振中　施维成　束一鸣　水伟厚　宋二祥　宋修广　孙斌祥
孙　建　孙军杰　孙立强　孙满利　孙　晓　谭忠盛　唐朝生　唐晓武　唐　治　童立元
涂兵雄　万旭升　王成华　王桂茹　王环玲　王家全　王登华　王　军　王俊杰　王来贵
王晓霖　王　猛　王如路　王　腾　王天亮　王卫东　王　祥　王元汉　王志华　谢学勇
魏　纲　魏厚振　魏　星　吴昌瑜　吴　杨　吴　越　伍永平　肖太平　肖雨林　肖　明
谢春庆　徐　超　徐光黎　徐前卫　晏长根　杨爱武　杨爱社　杨广庆　杨明昌　杨　涛
杨天鸿　杨小林　应宏伟　于玉贞　俞建霖　禹海涛　袁晓铭　岳中琦　曾月稳　曾玲玲
詹庆军　张爱军　张登飞　张顶立　张厚美　张　健　张俊英　张坤勇　张路青　张民庆
张明义　张培森　张　盛　张　涛　张志超　张志强　张治国　章定文　章荣军　赵成刚
赵　奎　郑长杰　钟世航　周爱其　周德培　周毅华　周小平　朱宏伟　朱权洁　朱术云
邹新军　吕大刚　胡　伟　贾敏才　江玉生　姜海磊　李兴华　吕爱钟　钱建国　魏　斌
孙冬梅　汪中卫　王　宝　徐干成　杨　峰　杨光华　张建明　章慧健　周繁明　朱成伟
白顺果　柏建彤　蔡光华　曹志刚　常晓林　陈　宝　陈　波　陈昌禄　陈国民　陈建生
陈立宏　陈　勉　陈秋南　陈　曦　陈远强　陈　忠　谌文武　程爱平　程大伟　程贤松
程春文　崔　凯　单仁亮　邓学均　邓益兵　邓永锋　杜青云　丁海平　董　辉　董金荣
董平川　杜文山　范留明　高庆来　耿　平　傅鹤林　高峰（浙）　高子玲　葛洪魁　葛哲声
龚维明　龚文平　顾冲时　顾　凯　桂树强　郭明珠　郭秀军　郭　堂　韩鹏举　何昌荣
何　剑　何满潮　贺可强　洪宝宁　侯兴民　胡黎明　胡小荣　胡晓军　胡新文　胡亚元
胡再强　黄安斌　黄许冰　黄晓明　黄　新　黄　英　霍秀杰　贾宝新　贾　超　贾永刚
简文彬　江　巍　姜清辉　蒋　冲　蒋金泉　蒋明镜　蒋　鑫　焦玉勇　金　峰　靖洪文
赖远明　冷伍明　黎　冰　黎立云　李　宾　李冰河　李春光　李方明　李国和　李国英
李胜利　李宏男　李利平　李　龙　李鹏飞　李庆斌　李　佩　李少龙　李宁臣　李天斌
李文平　李小勇　李晓昭　李校兵　李兴照　李永刚　李　瑜　李育超　李志平　李志强
林柏泉　林　海　林宇亮　刘　斌　刘春林　刘国梅　刘红军　刘建冲　刘俊龙　刘龙武
刘明侯　刘学彦　刘　皓　刘耀儒　鲁先龙　鲁晓兵　罗霞海　罗玉龙　骆冠勇　骆亚生
麻凤海　马金荣　马齐永　毛雪松　孟庆彬　苗永红　闵凡路　潘青松　穆青霓　牛富俊
牛玉荣　钮家军　潘旦光　潘一山　秦亚芳　秦　严　邱长林　饶锦保　任大春　任青文
荣耀宇　沈荣喜　沈小克　施建勇　石　磊　时卫民　宋东日　宋　丽　宋选民　苏海健
孙建生　孙文静　孙晓明　谭　青　唐　浩　唐　亮　田亚护　汪　洋　王爱文　王伯军
王春来　王春玲　王道远　王　芳　王观石　王海军　王浩然　王洪新　王华宁　王家臣
王家鼎　王建廷　王奎华　王林峰　王　梅　王乃东　王　鹏　王秋生　王成平　王水林
王小伟　王绪民　王　艳　王永跃　王幼清　王　哲　王正义　王志杰　王志良　韦昌富
韦立德　蔚立元　魏匡民　魏　松　温庆锋　温　智　翁效林　吴春秋　吴　刚　吴继敏
吴景海　吴梦喜　武　科　武亚军　奚邦强　夏建中　夏唐代　项　伟　肖成志　肖书安
谢宏松　谢海建　谢　强　邢文川　熊大生　熊　浩　徐鼎国　徐　进　徐龙军　徐能雄
徐千军　徐文杰　徐中华　许家林　许　江　许廷春　许振浩　薛安荣　薛中文　薛亚东
闫长斌　闫相禄　严松宏　颜荣贵　杨　兵　杨海天　杨建平　杨　军　杨俊杰（浙）　杨俊杰（鲁）
杨林德　杨年华　杨　强　杨永杰　杨育文　杨正权　姚　池　姚令侃　叶万军　叶为民
易耀林　尹振宇　尤春安　尤红兵　尤明庆　于海浩　喻文兵　袁海平　翟渊芳　詹良通
张爱军　张陈善　张广清　张赞金　张鸿儒　张虎元　张家发　张建红　张军辉　张俊然
张连震　张林沅　张鲁渝　张翠翠　张明荣　张　升　张向东　张雪东　张廷军　张永杰
张永双　张勇慧　张玉军　张　昭　张振华　张志强　张智翀　章　青　章为民　章杨松
赵春风　赵伏军　赵红华　赵洪波　赵剑明　赵淑萍　赵武胜　赵晓钧　赵晓东　赵跃堂
郑　路　钟启明　钟　阳　钟振良　周凤玺　周国庆　周海清　周红波　周　辉　周香莲
周小文　周杨锐　周永强　周永祥　周志刚　朱长歧　朱鸿鹄　朱彦鹏　朱志铎　庄茁峰
宗　琦　邹金锋　邹正盛　左建平

中国标准连续出版物号　ISSN 1000－4548 / CN 32－1124/TU　发行代号　国内 28－62 / 国外 MO 0520　国内定价　40 元/期 / 480元/年