

E_{vd} , E_{v2} 和 K_{30} 相关关系的数值分析

常 丹, 刘建坤, 田亚护

(北京交通大学土木建筑工程学院, 北京 100044)

摘要: 以平板载荷试验为基础, 结合地基系数 K_{30} 、二次变形模量 E_{v2} 和动态变形模量 E_{vd} 的实验方法, 对三者的概念和物理意义及运用平板载荷试验对其进行测试的原理进行了介绍。以 D-P 模型为基础, 对不同参数土体的 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 进行了仿真分析, 得出 7 组 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的数值。最后用线性回归的方法得出了 K_{30} 与 E_{v2} , K_{30} 与 E_{vd} 的线性关系表达式及线性相关系数。结果表明, K_{30} 与 E_{v2} , K_{30} 与 E_{vd} 都具有很高的线性相关程度, 且数值模拟得出的线性拟合关系与实际现场的试验结果比较接近。

关键词: 地基系数; 变形模量; 动态变形模量; 平板载荷试验; 线性相关

中图分类号: TU433 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2013)S2-0428-05

作者简介: 常 丹(1989-), 男, 安徽颍上人, 博士研究生, 主要从事路基工程、冻土工程方面的研究工作。E-mail: 11115315@bjtu.edu.cn。

Numerical analysis of relationship among dynamic deformation modulus E_{vd} , deformation modulus E_{v2} and coefficient of soil reaction K_{30}

CHANG Dan, LIU Jian-kun, TIAN Ya-hu

(School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Based on the plate loading tests, the concept and physical significance of the coefficient of soil reaction, modulus of deformation and dynamic modulus of deformation as well as the test principle are introduced combining with the test method. Taking D-P model as the example, seven groups of values of the coefficient of soil reaction, modulus of deformation and dynamic modulus of deformation are calculated. The linear representations and coefficients of linear correlation of modulus of deformation and coefficient of soil reaction, dynamic modulus of deformation and coefficient of soil reaction are acquired. The results indicate that they have a high level of linear correlation, and their expressions are closely to the actual situation.

Key words: coefficient of soil reaction; modulus of deformation; dynamic modulus of deformation; plate loading test; linear correlation

0 概 述

在铁路路基工程中, 路基的填筑质量主要是通过控制土体的密实度指标和强度指标来实现。我国铁路路基质量控制指标主要有相对密度、压实系数及孔隙率等参数。虽然以上指标对路基填土具有检测方便、结果直观等优点, 但是这些物理参数仅能间接反映填筑土层的力学性能。在某些情况下, 即使路基填土达到了设计的压实度, 但其强度指标仍然较低, 达不到路基的要求^[1-2]。为了同时满足路基填土的强度及变形要求, 20 世纪后半期许多国家开始采用地基系数 K_{30} , 变形模量 E_{v1} 和 E_{v2} 以及动态变形模量 E_{vd} 等指标。

在以上指标中, 地基系数 K_{30} 与变形模量 E_{v2} 及动态变形模量 E_{vd} 的试验和所反映的问题有一定的相似性。现有的大量现场实验表明, K_{30} , E_{v2} 及 E_{vd} 之间具

有很高的线性相关性。黄大维等 (2012) 通过 ADINA 三维动态有限元数值分析并结合现场检测结果, 对 E_{vd} 的影响因素进行了分析, 研究表明, E_{vd} 与静态变形模量 E_{v2} 有很好的相关性, 但与地基系数 K_{30} 的相关性较差^[3]。在我国的铁路系统中, K_{30} 已经成为路基设计和施工中的一个基本参数, 同时 E_{v2} 和 E_{vd} 也被列入一系列铁路设计标准中^[4-5]。正确了解 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的意义和特点, 在铁路路基, 尤其对于客运专线和无砟轨道的建设中具有重要的意义。

目前, 对于 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 相关关系的研究大多都是基于现场试验。杨有海等 (2011) 以兰新线第二双

基金项目: 国家重点基础研究发展计划 (973 计划); 青藏高原重大冻土工程的基础研究 (2012CB026104)

收稿日期: 2013-06-18

线路试验段的戈壁填料现场试验为依据, 对压实指标 K_{30} 和 E_{v2} 及 E_{vd} 进行了影响因素及相关性分析, 表明填土的密实度是影响 K_{30} 和 E_{v1} 及 E_{v2}/E_{v1} 的主要因素, K_{30} 与 E_{v1} 的相关性较好, 但与 E_{v2} 的相关性相对较差, 其相关性还与填料的性质有关^[6]。吕宾林等 (2006) 对 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 测试的原理进行了对比分析, 并介绍了其各自特征及优缺点^[4]。以数值模拟的方法来研究 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 之间的相关性, 减少了现场试验繁重的工作量, 同时还能与现场试验结果作对比, 进一步验证其线性相关性。

1 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的测试原理

1.1 地基系数 K_{30} 的测试原理^[7-8]

地基系数 K_{30} 是利用直径为 30 cm 的平板进行平板载荷试验, 测定下沉量为 1.25 mm 地基系数的平板载荷试验方法, 测定土体在静荷载作用下的承载力指标。荷载的施加是以 0.04 MPa 逐级加载, 在每级荷载作用下, 下沉量稳定后, 读取荷载强度和下沉量值。当总的下沉量超过 1.25 mm 或荷载强度达到地基的屈服点, 即可终止加载。最后根据荷载板的竖向沉降量和施加的荷载的关系曲线, 得出沉降量为 1.25 mm 时的荷载的大小, 即可算出 K_{30} 的值。

地基系数 K_{30} 的计算公式为

$$K_{30} = \sigma_s / S_s, \quad (1)$$

式中, σ_s 为 $\sigma - S$ 曲线上 1.25 mm 对应的荷载强度, MPa, S_s 为下沉量基准值 (1.25 mm)。

地基系数 K_{30} 实际上是一个地基刚度系数的概念, 它同变形模量有一定的关系。

1.2 变形模量 E_v 的测试原理^[7, 9]

变形模量是通过平板载荷试验两次加载测得的土体变形模量, 其中载荷板的直径为 30 cm。第一次加载的荷载增量为 0.08 MPa, 达到最大荷载 0.5 MPa 或者沉降量达到 5 mm 时进行卸载。卸载梯度按最大荷载的 0.5 或 0.25 倍逐级进行, 全部荷载卸除后记录其残余变形。卸载后, 进行第二次加载。保持与第一次加载时各级相同的荷载进行加载, 且只加载到第一次所施加最大荷载的倒数第二级。

变形模量的计算是基于弹性半空间体上圆形局部荷载的公式:

$$E_0 = 1.58(1 - \mu^2)r\sigma / S. \quad (2)$$

取 μ 为 0.21, 并采用增量形式:

$$E_v = 1.5r\Delta\sigma / \Delta S. \quad (3)$$

在计算中, 对得到的数据进行二次回归:

$$S = a_0 + a_1\sigma + a_2\sigma^2. \quad (4)$$

利用下式进行计算:

$$E_v = 1.5r \frac{1}{a_1 + a_2\sigma_{\max}}. \quad (5)$$

其中, 系数 a_0 、 a_1 、 a_2 是根据以下 3 个方程联立进行求解的:

$$a_0n + a_1\sum\sigma_{0i} + a_2\sum\sigma_{0i}^2 = \sum S_i, \quad (6)$$

$$a_0\sum\sigma_{0i} + a_1\sum\sigma_{0i}^2 + a_2\sum\sigma_{0i}^3 = \sum S_i\sigma_{0i}, \quad (7)$$

$$a_0\sum\sigma_{0i}^2 + a_1\sum\sigma_{0i}^3 + a_2\sum\sigma_{0i}^4 = \sum S_i\sigma_{0i}^2. \quad (8)$$

E_{v1} 和 E_{v2} 分别是对第一次加载和第二次加载数据做回归后进行计算得到。

1.3 动态变形模量 E_{vd} 的测试原理^[10]

动态变形模量 E_{vd} 是指通过落锤冲击, 施加一定大小和作用时间的荷载, 从而测定土体在一定大小的竖向冲击力和冲击时间作用下抵抗变形能力的参数。荷载板的直径为 30 cm, 锤重 10 kg, 最大冲击力为 7.07 kN, 荷载脉冲宽度为 18 ms, 标定的荷载板下最大动应力为 0.1 MPa。

动态变形模量的结果按平板压力公式计算:

$$E_{vd} = 1.5r\sigma / S = 22.5 / S, \quad (9)$$

式中, S 的单位为 mm, E_{vd} 的单位为 MPa。

2 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的数值计算

2.1 有限元模型的建立

K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 测试模型的建立采用 ABAQUS 有限元软件, 建立直径为 3 m、高度为 3 m 的土柱, 选用 Drucker-Prager 模型。模型的边界条件为侧面只在水平方向上约束位移及转角, 底面采用固定节点约束所有自由度。荷载板采用钢板, 模型直径为 30 cm、厚度为 2.6 cm, 荷载板底面与地基表面采用 TIE 接触。模型整体示意图如图 1 所示。

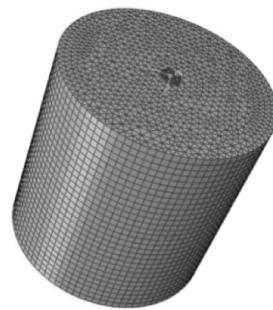


图 1 有限元整体模型示意图

Fig. 1 Sketch of finite element model

对于 E_{vd} 测试, 其荷载施加比较复杂。根据通常的冲击荷载形式, 所施加的冲击荷载如图 2 所示。

针对 7 种不同土体参数, 选取 D-P 模型为土体的本构关系模型, 分别由有限元运行结果计算出 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的数值。

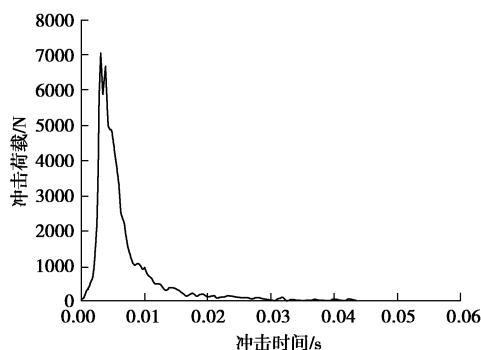
图 2 E_{vd} 冲击荷载施加图式

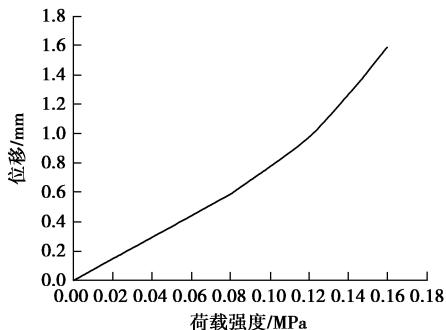
Fig. 2 Sketch of impact load

2.2 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的数值计算

在均质地基的情况下,对于其中一种土体参数,运用有限元仿真的计算过程如下(土体弹性模量为 56 MPa, 泊松比 0.30, 密度 1.85 g/cm³):

(1) K_{30} 的计算

对于 K_{30} 加载,承载板下沉量和荷载强度的关系曲线如图 3 所示。

图 3 K_{30} 测试中位移 - 荷载强度关系Fig. 3 Relationship between displacement and load intensity for K_{30}
 K_{30}

$$K_{30} = \frac{\sigma_s}{S_s} = \frac{3.48 \times 0.04}{1.25 \times 10^{-3}} = 111.4 \text{ (MPa/m)}$$

(2) E_{v2} 的计算

在 E_v 加载的过程中,承载板沉降量与平均应力关系曲线如图 4 所示,计算结果如表 1 所示。

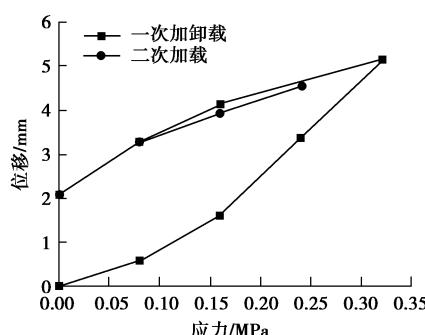
图 4 E_v 测试中位移 - 荷载强度关系Fig. 4 Relationship between displacement and load intensity for E_v

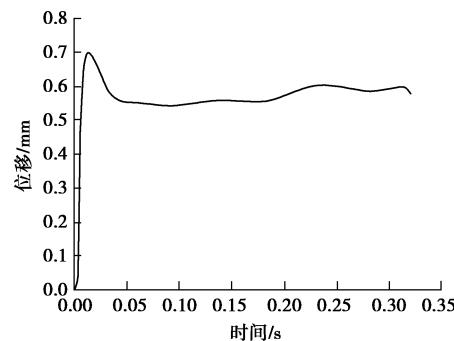
表 1 变形模量计算结果汇总表

Table 1 Calculated results of E_v

计算指标	一次加载	二次加载
$\sigma_{0\max}$ / MPa	0.32	0.24
a_0 / mm	-0.2195	2.124
a_1 / (mm·MPa ⁻¹)	7.231	14.826
a_2 / (mm·MPa ⁻²)	30.078	-17.891
E_v / MPa	13.3	21.4
E_{v2}/E_{v1}		1.61

(3) E_{vd} 的计算

由分析结果知,在冲击荷载作用的整个过程中,承载板的竖向位移与时间的变化关系如图 5 所示,荷载板下沉幅值 $s=0.73859$ mm,故此时土体的动态变形模量 $E_{vd} = \frac{22.5}{0.73859} = 30.5$ MPa。

图 5 E_{vd} 测试中竖向位移与时间关系Fig. 5 Relationship between displacement and load intensity for E_{vd}

同理,可以得到其它 6 组的 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的数值。计算结果如表 2 所示。

表 2 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的计算结果Table 2 Calculated results of K_{30} , E_{v2} and E_{vd}

地基系数 $K_{30}/(\text{MPa}\cdot\text{m}^{-1})$	变形模量 E_{v2}/MPa	动态变形模量 E_{vd}/MPa
111.4	21.4	30.5
114.3	23.7	32.3
115.4	26.1	33.1
119.9	28.1	34.0
123.9	28.9	34.1
124.9	31.6	35.2
128.3	34.4	35.6

3 K_{30} , E_{v2} , E_{vd} 的线性关系拟合

由以上计算得到的数据,可进一步得到 K_{30} 与 E_{v2} , K_{30} 与 E_{vd} 的线性相关程度及线性关系拟合表达式。

3.1 线性相关性分析

根据相关性系数公式计算,可以定量地分析两个值的相关程度。

相关系数

$$R = \frac{S_{(xy)}}{\sqrt{S_{(xx)}S_{(yy)}}} \quad , \quad (10)$$

式中

$$S_{(xx)} = \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \quad , \quad (11)$$

$$S_{(yy)} = \sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \quad , \quad (12)$$

$$S_{(xy)} = \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n} \quad . \quad (13)$$

相关系数 $|R|$ 接近 1 时, 说明 x , y 之间具有明显的关系; $|R| \leq 0.3$ 时, 相关性就很弱。当 $|R|$ 等于 1 时, 则表示数据的点在一条直线上, x , y 完全呈线性关系。

根据以上得到的数据, 经计算, E_{v2} 与 K_{30} 之间的相关系数为 0.97, E_{vd} 与 K_{30} 之间的相关系数为 0.94。

3.2 线性相关关系拟合

一元线性回归可处理两个变量之间的关系, 根据计算出来的相关系数的大小, 可以确定变量之间是否存在一定的线性关系, 从而根据一元线性回归即最小二乘法拟合。

设变量 x , y 之间的函数关系式为

$$y = b_0 + b_1 x \quad , \quad (14)$$

式中, b_0 , b_1 为待确定的参数。

根据最小二乘法, 可得出 b_0 , b_1 的值为:

$$b_1 = \frac{\sum_i x_i y_i - \frac{\sum_i x_i \sum_i y_i}{n}}{\sum_i x_i^2 - \frac{(\sum_i x_i)^2}{n}} \quad , \quad (15)$$

$$b_0 = \frac{\sum_i y_i}{n} - \frac{\sum_i x_i}{n} b_1 \quad . \quad (16)$$

根据以上公式, 可以求出变量 x , y 之间的一元线性回归方程。

经计算, $E_{v2}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=1.36x+81.8$, 如图 6 所示。 $E_{vd}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=3.38x+6.2$, 如图 7 所示。

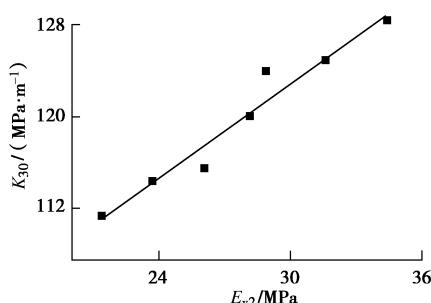


图 6 E_{v2} 和 K_{30} 相关关系的拟合直线

Fig. 6 Fitting line for correlation between E_{v2} and K_{30}

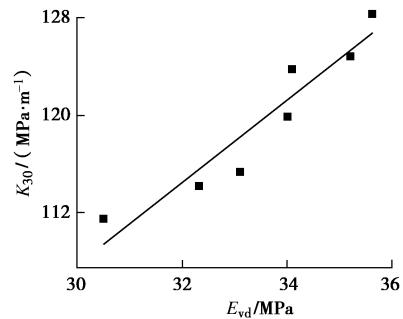


图 7 E_{vd} 和 K_{30} 相关关系的拟合直线

Fig. 7 Fitting line for correlation between E_{vd} and K_{30}

由以上分析计算结果可知, 对分析得到的 7 组数据拟合, E_{vd} 与 K_{30} 的线性相关系数为 0.94, E_{v2} 与 K_{30} 的线性相关系数为 0.97。这说明 E_{vd} 与 K_{30} , E_{v2} 与 K_{30} 均具有很高的线性相关性, 可对其进行线性拟合, 以得到它们之间的线性关系表达式。通过计算得到, $E_{v2}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=1.36x+81.8$, $E_{vd}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=3.38x+6.2$ 。而实际的试验中, 王从贵 (2004) 在“动态变形模量 E_{vd} 与地基系数 K_{30} 的相关性研究”中得出以下结论^[1]: 对于细粒土、粗粒土、碎石土、级配碎石, 其线性关系分别为 $y=3.45x+0.1$, $y=3.33x+6.09$, $y=3.10x+14.3$, $y=3.49x+14.4$ 。马宗磊 (2009)^[5] 在“地基系数、变形模量和动态变形模量的测试与对比”中, 对京沪高铁路基施工中的基床底层 20 个填筑层进行检测、数据整理, 得出了 E_{v2} 与 K_{30} 的离散点关系图, 没有给出具体的线性表达式, 本文分析结果与测试结果中 K_{30} , E_{v2} 的具体数值有差异, 但线性拟合关系基本相似。

4 结论

本文基于土体的 D-P 本构关系模型, 得出了土体的地基系数、二次变形模量和动态变形模量的值。对其进行线性关系拟合, 得到了 $E_{v2}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=1.36x+81.8$, 且线性相关系数为 0.97, $E_{vd}(x)$ 与 $K_{30}(y)$ 的线性关系为 $y=3.38x+6.2$, 且线性相关系数为 0.94。且模拟分析结果与实际试验的结果比较接近。数值模拟得出的相关系数一般要高于现场试验的相关系数, 这是由于现场试验中的土质具有较大的不均匀性及离散性, 而数值模拟所采用的土体为统一的 D-P 模型。同时, 实际现场测试结果中, 线性关系拟合的结果有一定的差异性, 这与填土的性质, 如密实程度、抗剪强度等有关。对于不同类型的土体, 要采用不同的拟合关系式。以路基控制质量指标中的一个值去估计其余的特定指标的具体值具有一定的可操作性。这在路基的设计建设中具有重要的意义, 能够减少需要检测指标的数量, 提高工作效率。

参考文献:

- [1] 刘建坤, 曾巧玲, 侯永峰. 路基工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006: 52 - 59. (LIU Jian-kun, ZENG Qiao-ling, HOU Yong-feng. The subgrade engineering[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2006: 52 - 59. (in Chinese))
- [2] 王从贵. 动态变形模量 E_{vd} 与地基系数 K_{30} 的相关性研究[J]. 路基工程, 2004(2): 4 - 7. (WANG Cong-gui. The correlation research between dynamic deformation modulus and foundation coefficient[J]. Subgrade Engineering, 2004(2): 4 - 7. (in Chinese))
- [3] 陈慧发, 萨里普 A F. 弹性与塑性力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009. (CHEN Hui-fa, SALIP A F. Elastic and plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2009. (in Chinese))
- [4] 黄大维, 杨有海, 赖国泉, 等. 高速铁路路基动态变形模量分析[J]. 岩土力学, 2012, 33(5): 1402 - 1408. (HUANG Da-wei, YANG You-hai, LAI Guo-quan, et al. Analysis of dynamic deformation modulus for high-speed railway subgrade[J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33(5): 1402 - 1408. (in Chinese))
- [5] 薄会申, 李 铂. 地基系数 K_{30} 与变形模量 E_v 及动态变形模量 E_{vd} 的对比试验研究[J]. 铁道勘察, 2007, 33(3): 59 - 61. (BO Hui-shen, LI Bo. The comparison experimental study among foundation coefficient, deformation modulus and dynamic deformation modulus[J]. Railway Investigation and Surveying, 2007, 33(3): 59 - 61. (in Chinese))
- [6] 杨有海, 黄大维, 赖国泉, 等. 高速铁路路基戈壁填料地基系数与变形模量分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2051 - 2056, 2065. (YANG You-hai, HUANG Da-wei, LAI Guo-quan, et al. Analysis of ground coefficient and modulus of deformation of gobi area filler in high-speed railway subgrade[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32(7): 2051 - 2056, 2065. (in Chinese))
- [7] 龙 卫, 肖金凤. 变形模量 E_{v2} 与 K_{30} 平板载荷试验的对比分析[J]. 铁道建筑技术, 2006(5): 36 - 39. (LONG Wei, XIAO Jin-feng. Comparative analysis of deformation modulus E_{v2} and K_{30} in plate loading test[J]. Railway Construction Technology, 2006(5): 36 - 39. (in Chinese))
- [8] 邵不彦. 新建铁路路基工程质量控制指标及检测方法[J]. 铁道建筑, 2005(2): 59 - 61. (SHAO Bu-yan. Index and testing methods for the quality control of new railway subgrade[J]. Railway Construction, 2005(2): 59 - 61. (in Chinese))
- [9] 吕宾林, 张千里. 地基系数变形模量及动态变形模量的测试与对比[J]. 铁道建筑, 2006(2): 55 - 57. (LÜ Bin-lin, ZHANG Qian-li. Test and comparison between foundation coefficient and dynamic deformation modulus[J]. Railway Construction, 2006(2): 55 - 57. (in Chinese))
- [10] 马宗磊. 地基系数、变形模量和动态变形模量的测试与对比[J]. 中国铁路, 2009(7): 41 - 43. (MA Zong-lei. Test and comparison among foundation coefficient, deformation modulus and dynamic deformation modulus[J]. Chinese Railway, 2009(7): 41 - 43. (in Chinese))

(本文责编 明经平)