

## 对“土的剪切空间滑动面分析及各向异性强度准则研究”讨论的答复

邵生俊<sup>1, 2</sup>, 许 萍<sup>1, 2</sup>, 陈昌禄<sup>1, 2</sup>, 王 强<sup>1, 2</sup>

(1. 西安理工大学土建学院岩土工程研究所, 陕西 西安 710048; 2. 陕西省黄土力学与工程重点实验室, 陕西 西安 710048)

中图分类号: TU47

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2013)10-1950-03

作者简介: 邵生俊(1964-), 男, 甘肃武威人, 教授, 博士生导师, 主要从事土动力学与黄土力学研究。E-mail: sjshao@xaut.edu.cn。

## Reply to discussion of “Several shear spatially mobilized planes and anisotropic strength criteria of soils”

SHAO Sheng-jun<sup>1, 2</sup>, XU Ping<sup>1, 2</sup>, CHEN Chang-lu<sup>1, 2</sup>, WANG Qiang<sup>1, 2</sup>

(1. Institute of Geo-engineering, School of Civil and Architecture, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China; 2. Shaanxi Key Laboratory of Loess Mechanics and Engineering, Xi'an 710048, China)

### 0 引言

“土的剪切空间滑动面分析及各向异性强度准则研究<sup>[1]</sup>”

(以下称之为“原文”) 在分析土的多种强度准则基础上, 指出 Mohr-Coulomb、Drucker-Prager、Matsuoka-Nakai 强度准则实际上是通过土破坏时一个空间特征面上剪应力和正应力服从的条件而建立的, 该空间特征面统称为剪切空间滑动面。其中, Mohr-Coulomb 准则的空间滑动面与中主应力轴平行, 其法向与大、小主应力方向夹角的方向余弦分别为  $\cos(45^\circ + \varphi/2)$ 、 $\cos(45^\circ - \varphi/2)$ ; Drucker-Prager 准则的空间滑动面为主应力单元体的八面体面, 其法向方向与大、中、小主应力方向夹角的方向余弦均为  $\sqrt{3}/3$ 。Mohr-Coulomb 和 Drucker-Prager 准则的空间滑动面保持不变, 其法向方向也不变。Matsuoka-Nakai 强度准则的空间滑动面随着破坏应力状态变化而改变, 其法向方向与大、中、小主应力方向夹角的方向余弦均分别为  $\sqrt{I_3}/(\sigma_1 I_2)$ ,  $\sqrt{I_3}/(\sigma_2 I_2)$ ,  $\sqrt{I_3}/(\sigma_3 I_2)$ 。沿用空间滑动面保持不变建立强度准则描述土强度变化规律的研究思路, 原文提出了三轴压缩和三轴挤伸剪切空间滑动面, 建立了土的新强度准则。现就讨论稿作者提出的疑问做如下答复。

### 1 商榷问题的讨论

#### (1) 剪切空间滑动面的讨论

原文给出的轴对称压缩空间滑动面(AC-SMP)及轴对称拉伸空间滑动面(AE-SMP)在主应力状态变化过程保持不变, 轴对称压缩空间滑动面(AC-SMP)法向方向余弦分别为  $1/\sqrt{K_p}$ ,  $\sqrt{K_p}$ , 轴对称拉伸空间滑动面(AE-SMP)法向方向余弦分别为  $\sqrt{K_p}$ ,  $1/\sqrt{K_p}$ 。与 Drucker-Prager 强度准则确定八面体

空间滑动面上剪应力和法向应力类似, 由于其法向方向与大、中、小主应力方向夹角的余弦分别为  $\sqrt{3}/3$ ,  $\sqrt{3}/3$ ,  $\sqrt{3}/3$ , 因而, 能够反映中主应力的作用。同样, 由于轴对称压缩空间滑动面(AC-SMP)及轴对称拉伸空间滑动面(AE-SMP)法向与 3 个主应力轴方向夹角的余弦亦均不为零, 因此, 对应空间滑动面的剪应力与正应力能够反映中主应力的作用。

Matsuoka-Nakai 强度准则提出的空间滑动面(SMP)与前述的空间滑动面不同, 随应力状态的变化而改变。这种动态变化的空间滑动面(SMP)在三轴压缩及三轴拉伸状态下即为原文给出的轴对称压缩空间滑动面(AC-SMP)及轴对称拉伸空间滑动面(AE-SMP)。笔者通过黄土的真三轴试验测试得到了立方体土单元不同应力路径的剪切破坏面<sup>[2]</sup>, 其一般与中主应力的作用面正交, 即在大、小主应力平面内发生剪切滑动。但是, 在轴对称三轴压缩应力条件下还得到了如原文图 5 所示的空间滑动面, 其法向方向与中主应力方向不再正交, 空间滑动面法向与 3 个主应力方向之间夹角的余弦均不为零。试验验证了轴对称三轴压缩空间滑动面(AC-SMP)是客观存在的。尽管 Matsuoka-Nakai 强度准则 SMP 面随中主应力而变化, 然而, 在不同应力路径真三轴压缩剪切破坏时, 还没有试验测试得到随中主应力变化的不同法向的空间剪切破坏结果。

由此可见, 不论是法向不变的 Mohr-Coulomb 准则、Drucker-Prager 准则、AC-SMP 准则、AE-SMP 准则的空间滑动面, 还是法向方向变化的 Matsuoka-Nakai 准则空间滑动面(SMP), 仅在特殊应力条件下可以得到验证。然而, 它们为研究土的强度变化规律提供了物理基础。对于具有竖向裂隙和水平面沉积的横观各向同性的土介质而言, 其剪切空间滑动面必然与土的构造结构特性有内在联系, 考虑土构造结构各向异

性对剪切空间滑动面的影响,研究原状土的强度规律才能抓住其物理本质。

(2) 原文错误更正

原文式 (19)、(21) 式依次更正如下:

$$\frac{\tau_N}{\sigma_N} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos \varphi}{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin \varphi} = k_f, \quad (1)$$

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \cos \varphi}{(\sigma_1 + \sigma_3) - (\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \sin \varphi} = \tan \varphi. \quad (2)$$

原文式 (26)、(37) 均更正为下式:

$$k_f = \frac{\sqrt{2}(K_p - 1)}{3\sqrt{K_p}}. \quad (3)$$

原文式 (27) ~ (29), 以及式 (38) ~ (40) 是正确的。

(3) 不同强度准则轴对称挤伸与压缩内摩擦角的比较分析

a) Drucker-Prager 强度准则

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2} \cdot \frac{(K_p + 2)^2}{2(K_p - 1)^2} = 1, \quad (4)$$

式中,  $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。

三轴挤伸 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 时, 令  $\eta = \sigma_1/\sigma_3 = \sigma_2/\sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \varphi_{AE}/2)$ , 由准则可得

$$\eta = \frac{\sqrt{A} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - 2\sqrt{A}}, \quad (5)$$

式中

$$A = 2(K_p - 1)^2 / (K_p + 2)^2. \quad (6)$$

b) Lade-Duncan 强度准则

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^3}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} = \frac{(K_p + 2)^3}{K_p}, \quad (7)$$

式中,  $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。

三轴挤伸 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 时, 令  $\eta = \sigma_1/\sigma_3 = \sigma_2/\sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \varphi_{AE}/2)$ , 由准则可得

$$\frac{1}{\eta} = -\frac{1}{2} \left\{ \sqrt{3} \left\{ \left[ \left( A^2 - \frac{1}{27} A^3 \right)^{\frac{1}{2}} - A \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{A}{3 \left[ \left( A^2 - \frac{1}{27} A^3 \right)^{\frac{1}{2}} - A \right]^{\frac{1}{3}}} \right\} \right\} - \frac{1}{2} \left\{ \left[ \left( A^2 - \frac{1}{27} A^3 \right)^{\frac{1}{2}} - A \right]^{\frac{1}{3}} - \frac{A}{6 \left[ \left( A^2 - \frac{1}{27} A^3 \right)^{\frac{1}{2}} - A \right]^{\frac{1}{3}}} - 2 \right\}, \quad (8)$$

式中,  $A = (K_p + 2)^3 / K_p$ 。

c) Matsuoka-Nakai 强度准则

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)}{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3} \cdot \frac{K_p}{(K_p + 2)(2K_p + 1)} = 1, \quad (9)$$

式中,  $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。

三轴挤伸 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 时, 令  $\eta = \sigma_1/\sigma_3 = \sigma_2/\sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \varphi_{AE}/2)$ , 由准则可得

$$\eta = K_p. \quad (10)$$

d) AC-SMP 强度准则

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 K_p}{(\sigma_1 + \sigma_2 K_p + \sigma_3 K_p)^2} \cdot \frac{9K_p^2}{2(K_p - 1)^2} = 1, \quad (11)$$

式中,  $K_p = \tan^2(45^\circ + \varphi/2)$ 。

三轴挤伸 ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ) 时, 令  $\eta = \sigma_1/\sigma_3 = \sigma_2/\sigma_3 = \tan^2(45^\circ + \varphi_{AE}/2)$ , 由准则可得

$$\eta = \frac{\sqrt{A} K_p + 1}{1 - \sqrt{A}(1 + K_p)}, \quad (12)$$

式中

$$A = \frac{2(K_p - 1)^2}{9K_p^2(1 + K_p)}. \quad (13)$$

依据上述不同准则的分析,可以由轴对称压缩内摩擦角得到轴对称挤伸内摩擦角,两者之间的关系如图 1 所示。表明 AC-SMP 强度准则确定轴对称挤伸内摩擦角随轴对称压缩内摩擦角的变化关系更接近于 Lade-Duncan 准则和 Matsuoka-Nakai 准则,且介于 Drucker-Prager 准则和 Lade-Duncan 准则、Matsuoka-Nakai 准则之间。原文图 17, 18 所示黄土的真三轴试验结果验证了 AC-SMP 强度准则。

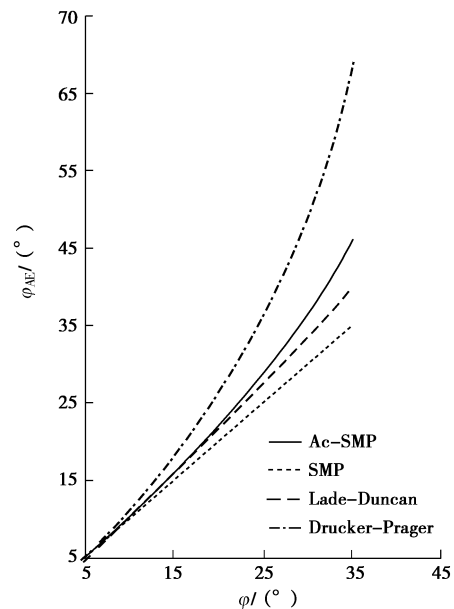


图 1 轴对称挤伸与压缩内摩擦角的关系

Fig. 1 The relationship between  $\varphi - \varphi_{AE}$

(4) 轴对称压缩与挤伸强度的比较分析

依据轴对称压缩和挤伸应力条件,可以确定两者强度之比如式 (14)。应用图 1 所示不同强度准则轴对称挤伸与压缩内摩擦角关系,可以得到图 2 所示的结果。

由此可见, AC-SMP 准则轴对称压缩与挤伸强度比随内摩

擦角的变化接近于 Lade-Duncan 准则, 介于 Drucker-Prager 准则 Matsuoka-Nakai 准则之间。

$$R = \frac{q_c}{q_e} = \frac{M_c p}{M_e p}, \quad (14)$$

式中,  $M_c = 6 \sin \varphi / (3 - \sin \varphi)$ ,  $M_e = 6 \sin \varphi_{AE} / (3 + \sin \varphi_{AE})$ 。

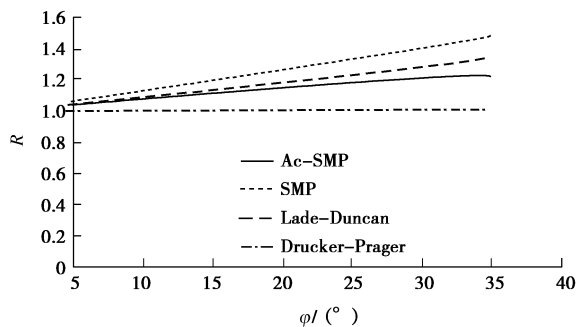


图2 轴对称压缩与挤伸强度比随内摩擦角的变化

Fig. 2 Changes of strength ratio with  $\varphi$  on symmetrical compression and extrusion

## 2 结 论

(1) 轴对称压缩空间滑动面 (AC-SMP) 及轴对称拉伸空间滑动面 (AE-SMP) 能够反映中主应力的影响。

(2) AC-SMP 准则确定轴对称挤伸条件下的强度接近于

Lade-Duncan 准则, 介于 Drucker-Prager 准则和 Matsuoka-Nakai 准则之间。验证了 AC-SMP 准则的合理性。

(3) 原文轴对称压缩空间滑动面 (AC-SMP) 强度准则的表达式是正确的。

(4) 原文黄土的真三轴试验结果验证了 AC-SMP 准则的合理性。

## 参考文献:

- [1] 邵生俊, 许 萍, 陈昌禄. 土的剪切空间滑动面分析及各向异性强度准则研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(3): 422 - 435. (SHAO Sheng-jun, XU Ping, CHEN Chang-lu. Several shear spatially mobilized planes and anisotropic strength criteria of soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(3): 422 - 435. (in Chinese))
- [2] 邵生俊, 罗爱忠, 邓国华, 等. 一种新型真三轴仪的研制与开发[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(8): 1172 - 1179. (SHAO Sheng-jun, LUO Ai-zhong, DENG Guo-hua, et al. Development of a new true tri-axial apparatus[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(8): 1172 - 1179. (in Chinese))

## 关于“有限填土静止土压力系数计算方法研究”的讨论

刘德稳<sup>1, 2</sup>, 朱德滨<sup>2\*</sup>, 王琼芬<sup>2</sup>, 邓勇亮<sup>3</sup>

(1. 广州大学教育部工程抗震减震与结构安全重点实验室, 广东 广州 510405; 2. 西南林业大学土木工程学院, 云南 昆明 650000;

3. 东南大学土木工程学院, 江苏 南京 210096)

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 4548(2013)10 - 1952 - 04

作者简介: 刘德稳 (1983 - ), 男, 山东泰安人, 讲师, 博士研究生, 国家一级结构工程师, 从事结构工程防震减灾方向研究。E-mail: civil\_liudewen@sina.com。

## Discussion on “Coefficient of at-rest earth pressure from limited backfill”

LIU De-wen<sup>1, 2</sup>, ZHU De-bin<sup>2</sup>, WANG Qiong-fen<sup>2</sup>, DENG Yong-liang<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Earthquake Resistance and Absorption Engineering & Structure Safety of Ministry of Education, Guangzhou University, Guangzhou 510405, China; 2. College of Civil Engineering, Southwest Forestry University, Kunming 650224, China; 3.

College of Civil Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

## 0 引 言

贵刊 2012 年第 7 期刊登了题为“有限填土静止土压力系数计算方法研究<sup>[1]</sup>”的文章 (以下称之为“原文”)。原文考虑了有限填土条件下对静止土压力系数的影响, 这一研究内容既

讨论稿收稿日期: 2013 - 05 - 28

答复稿收稿日期: 2013 - 06 - 28

\*通讯作者