

确定扩展基础基底尺寸的一种解析解法

丁洲祥^{1, 2}, 崔超¹, 曾巧玲¹

(1. 北京交通大学土建学院, 北京 100044; 2. 中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 江苏 徐州 221008)

摘要: 针对传统的确定扩展基础基底面积的逐次渐进试算法在计算效率等方面不足, 根据极限状态设计原则和中国国家标准《建筑地基基础设计规范》要求, 分别提出中心荷载和偏心荷载条件下扩展基础基底面积计算的一种简洁的解析求解新方法。该法将承载力验算公式转换为一元三次不等式和一元四次不等式, 从而理论上可分别采用 Cardan 公式法或 Ferrari 法进行求解。简便起见, 也可借助 MAPLE 等数学软件, 快速和精确地得到满足验算要求的基底面积下限解答。通过算例对比分析, 验证了该法的优越性, 为基础工程优化设计提供新的参考。

关键词: 扩展基础; 解析解; 中心荷载; 偏心荷载; 基底面积

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2013)10-1889-06

作者简介: 丁洲祥(1976-), 男, 山东胶南人, 博士, 副教授, 主要从事岩土力学与地下工程教学和科研工作。E-mail: dingzhouxiang@163.com。

An analytical solution for calculating base-plane size of spread footings

DING Zhou-xiang^{1, 2}, CUI Chao¹, ZENG Qiao-ling¹

(1. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China; 2. State Key Laboratory for Geomechanics & Deep Underground Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: With regard to the disadvantages of the conventional iteration method for determining base-plane size of spread footings, a novel analytical method is proposed for design of base-plane size under centric and eccentric loads respectively, according to the concepts of the limit state and the specifications of Chinese National Code of Foundation Design for Buildings. In this method, the check formulae for bearing capacity of spread footings are transformed into cubic and/or quartic inequalities with one unknown quantity, which can be solved easily with Cardan's or Ferrari's methodology. For the sake of convenience, the advanced mathematical software such as MAPLE can be used to provide accurate value of base-plane size with a lower limit. Finally, the validity of the proposed method is verified through a case study, which proves the new method can provide good reference for engineering practice.

Key words: spread footing; analytical solution; centric load; eccentric load; base-plane size

0 引言

地基基础的合理设计对于建筑物的安全使用和工程造价等方面有较大影响。浅基础的基底尺寸确定是基础工程设计中的重要问题之一。传统的分析方法是采用逐次渐进试算法^[1-6]。这种方法在工程上应用时间较早, 尤其是早期计算技术较落后的情况下, 试算法提供了一种切实可行的计算方案。该法的优点是原理简单, 多年来也积累了较丰富的使用经验, 但其缺点也很明显, 即一般需要进行多次试算, 效率相对较低且结果精度不高, 尤其是实际工程情况较复杂时应用尤为不便。此外, 逐次渐进试算法得到的基底面积结果往往因人而异, 主观性较强, 且缺少统一的评判标准。郭继武^[7]和王士杰等^[8]先后给出了克服传统逐次渐进试算法缺点的具有代表性的求解方法, 但前者涉

及复杂的计算曲线图而没有深入揭示潜在的数学问题, 后者的计算方法中忽略了基础宽度对承载力修正的影响, 具有一定的片面性和不合理性。此外, 国标《建筑地基基础设计规范》^[9]只是给出了基底尺寸设计的基本依据, 而没有就严谨的计算方法进行说明, 其它行业的若干规范或标准也存在类似问题。因此, 有必要针对基底面积确定这个看似简单的问题, 继续深入研究其合理、较精确和简洁的计算方法, 这样既有助于推动同行对潜在数学问题更清楚的认识, 也可作为规范所忽略的计算方法问题的一种有益补充或讨论。

基金项目: 国家自然科学基金项目(41172221; 51278028); 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室资助项目(SKLGDUE08007X)

收稿日期: 2012-07-04

鉴于上述情况,本文拟结合常见的矩形和圆形基础底面形状,并按现行国家标准《建筑地基基础设计规范》^[9]和极限状态设计理念,从数学分析的角度提出相应的基底尺寸的数学求解模型及其较严格的解析(直接)解答,最后结合算例分析了新方法在避免迭代试算、既保证计算精度又提高计算效率方面的优势与应用前景,为工程设计提供新的有益参考。

1 基础底面尺寸的设计依据

按《建筑地基基础设计规范》^[9],基础底面的压力应满足:

(1) 轴心荷载作用下:

$$p_k \leq f_a , \quad (1)$$

式中, p_k 为相应于荷载效应标准组合时,基础底面处的平均压应力值, f_a 为修正后的地基承载力特征值。

(2) 偏心荷载作用下,还应满足:

$$p_{k,\max} \leq 1.2 f_a , \quad (2)$$

式中 $p_{k,\max}$ 为相应于荷载效应标准组合时,基础底面边缘的最大压应力值。

基础底面的压力,可按下式

$$p_k = (F_k + G_k) / A . \quad (3)$$

式中 F_k 为相应于荷载效应标准组合时,上部结构传至基础顶面的竖向力值; G_k 为基础自重和基础上的土重, $G_k = \gamma_G Ad$; γ_G 是基础及其台阶上回填土体的平均重度,通常取为常数 20 kN/m^3 ; A 为基础底面面积; d 为基础埋置深度。

偏心荷载作用时:

$$p_{k,\max} = \frac{F_k + G_k}{A} + \frac{M_k}{W} , \quad (4)$$

$$p_{k,\min} = \frac{F_k + G_k}{A} - \frac{M_k}{W} . \quad (5)$$

式中 M_k 为相应于荷载效应标准组合时,作用于基础底面的力矩值; W 为基底底面的抵抗矩; $p_{k,\min}$ 为相应于荷载效应标准组合时,基础底面边缘的最小压应力值; 式(4)和式(5)适用于偏心距 $e \leq b/6$ 的情况, b 为基底宽度。对于大偏心即 $e > b/6$ 的情况,本文暂不讨论。这主要考虑到实际设计分析中,当基底持力层为土层时,为设计安全起见,一般不允许基底出现拉应力或零应力,即通常设计多见于小偏心情况。当基底持力层为岩层时,也可以慎重考虑大偏心,此时需要引入应力重分布计算模式,不再赘述。

当基础宽度 b 大于 3 m 或埋置深度大于 0.5 m 时,从载荷试验或其它原位测试、经验值等方法确定的地基承载力特征值,尚应按下式修正:

$$f_a = f_{ak} + \eta_b \gamma (b - 3) + \eta_d \gamma_m (d - 0.5) . \quad (6)$$

式中 f_{ak} 为地基承载力特征值; η_b 和 η_d 分别是基础

宽度和埋深的地基承载力修正系数; γ 为基底底面以下土的重度,地下水位以下取浮重度; γ_m 为基底底面上土的加权平均重度,地下水位以下取浮重度。

上述关系式构成了确定扩展基础基底面积的计算依据。

2 扩展基础底面尺寸的解析解法

2.1 传统计算方法

传统设计方法是试算法,即先按中心荷载作用的式(1)计算基底面积,然后再考虑偏心荷载的作用,将计算出的基底面积加大 $10\% \sim 40\%$,最后将增大的基底面积代入式(2)进行验算。如果验算不通过,则调整基底尺寸,直到验算通过为止。此时若问题相对复杂,则需要多次迭代求解,计算效率较低;即便问题相对简单,通常也需要两次或以上的迭代试算。试算法带来的另一问题是,导致设计结果因人而异,只要满足式(1)和式(2)的基底尺寸都视为可行,但不同设计结果之间的安全性大小,常因缺少严格解答而难以定量比较。

2.2 解析求解方法

如果能够找到一种解析解答进行求解,则可以直接得到基底尺寸合理值的值域,包括下限值,从而为不同设计结果的定量对比以及寻找满足规范要求的最经济方案(最小基底面积)提供了合理依据。沿着这一思路,这里将探讨扩展基础基底面积的直接解法。

基础底面尺寸按照实际荷载的不同组合,通常分为中心荷载作用和偏心荷载作用等两种情况分别进行设计。同时为便于讨论,首先不妨重点针对常用的矩形基础,设矩形基础的长宽比为 k ,且基础宽度满足 $3 \text{ m} < b < 6 \text{ m}$,则基础底面面积 $A = kb^2$ 。假设基础宽度满足 $3 \text{ m} < b < 6 \text{ m}$ 的原因是:按国家标准,基础宽度设计值在此范围内时需要进行宽度修正,此时问题较为复杂,具有一般代表意义。

(1) 对于中心荷载的情况

根据式(1)和式(3)可得

$$A \geq \frac{F_k}{f_a - \gamma_G d} . \quad (7)$$

根据式(7)和式(6)可以得到

$$\alpha_3 b^3 + \alpha_2 b^2 + \alpha_0 \geq 0 , \quad (8)$$

式中

$$\alpha_3 = \eta_b \gamma k , \quad (9)$$

$$\alpha_2 = k [f_{ak} + \eta_d \gamma_m (d - 0.5) - \gamma_G d - 3\eta_b \gamma] , \quad (10)$$

$$\alpha_0 = -F_k , \quad (11)$$

因此,中心荷载作用下的基础宽度本质上是一元三次不等式的求解问题。

(2) 对于偏心荷载的情况

对于偏心荷载作用的情况, 根据式(2)和式(6), 可以得到

$$\beta_4 b^4 + \beta_3 b^3 + \beta_1 b + \beta_0 \geq 0 , \quad (12)$$

式中

$$\beta_4 = 1.2\eta_b\gamma k , \quad (13)$$

$$\beta_3 = k[1.2f_{ak} - 3.6\eta_b\gamma + 1.2\eta_d\gamma_m(d - 0.5) - \gamma_G d] , \quad (14)$$

$$\beta_1 = -F_k , \quad (15)$$

$$\beta_0 = -6M_k . \quad (16)$$

因此, 偏心荷载下矩形基础宽度的确定本质上是一元四次不等式的求解问题。

对于基础宽度 $b \leq 3$ m 的情况, 相当于 $\eta_b = 0$ 。根据式(9)和式(13), 分别有 $\alpha_3 = 0$ 和 $\beta_4 = 0$, 于是问题就分别退化为一元二次不等式和一元三次不等式, 由于阶次降了一次, 问题得到进一步简化。

2.3 解析求解方法的一般性

上述解析解法存在基础宽度 $3 \text{ m} < b < 6$ m 的前提条件, 对于 $b \leq 3$ m 和 $b \geq 6$ m 的情况其适应性如何? 这里将探讨对应的处理方法。

若按式(8)、(12)计算得到的宽度值 $b \leq 3$ m, 有两种处理方法: 直接采用该值, 因为该值在理论上是偏于安全的; 或者重新进行 1 次计算, 条件是将参数 η_b 处理为 $\eta_b = 0$, 即可得到理论上的精确结果。若得到的宽度值 $b \geq 6$ m, 则按规范方法来看, 该计算值将偏于不安全(即偏小)。这种情况下仍然可采用 $\eta_b = 0$ 的处理方法, 同时辅以 f'_{ak} 代替 f_{ak} , $f'_{ak} = f_{ak} + 3\eta_b\gamma$, 于是仍可按上述方法进行计算。可见, 对于 $b \leq 3$ m 和 $b \geq 6$ m 两种情况, 鉴于均有 $\eta_b = 0$, 问题都将归于一元二次不等式(中心荷载)和一元三次不等式(偏心荷载)的求解, 从数学角度看两者本质上都是一样的, 都可以看作式(8)和式(12)的特例。

对于圆形基础, 分析可知, 只要在式(7)和式(12)中的有关项作如下替换: ① $k = \pi/4$; ②以 M'_k 代替 M_k , $M'_k = 4M_k/3$, 则求得的 b 值就成为圆形基础的直径, 即 $D = b$ 。

基础宽度的理论值 b 应满足

$$b \geq \max(b_1, b_2) . \quad (17)$$

式中 b_1 为满足式(8)的基础宽度的下限值; b_2 为满足式(12)的基础宽度的下限值。此外, 按基础工程实践惯例, 基础宽度设计值 b' 一般在理论值 b 基础上取值, 精度通常为 100 mm; $b' \in [b, +\infty)$ 。

2.4 一元三次和一元四次不等式的解答

通过高等数学知识可知, 不等式的求解与方程的根直接关联。首先以一元三次方程为例, 分析其解答。

按 Cardan 公式法, 对式(8), 当 $\alpha_3 \neq 0$ 时, 可简写为

$$b^3 + \frac{\alpha_2}{\alpha_3}b^2 + \frac{\alpha_0}{\alpha_3} \geq 0 , \quad (18)$$

令

$$b = y - \frac{\alpha_2}{3\alpha_3} , \quad (19)$$

由此得到标准形式

$$y^3 + py + q \geq 0 , \quad (20)$$

式中

$$p = -\frac{1}{3}\frac{\alpha_2^2}{\alpha_3^2} , \quad (21)$$

$$q = \frac{2}{27}\frac{\alpha_2^3}{\alpha_3^3} + \frac{\alpha_0}{\alpha_3} . \quad (22)$$

根据一元三次方程的判别式^[10] $\Delta = (q/2)^2 + (p/3)^3$, 可以得到适于本问题的判别式:

$$\Delta = 4k^3 [f_{ak} + \eta_d\gamma_m(d - 0.5) - \gamma_G d - 3\eta_b\gamma]^3 - 27F_k\eta_b^2\gamma^2k^2 . \quad (23)$$

当 $\Delta > 0$ 时, 有一个实根与一对共轭复根; $\Delta = 0$ 时, 有 3 个实根, 其中两个是重根; $\Delta < 0$ 时有 3 个不相等的实根。基底尺寸设计属于实际问题, 其最小尺寸值通常也为最大的实根, 即本文问题的解答。

而式(12)对应的一元四次不等式的求解可采用 Ferrari 法(费拉里法)将问题转化为一个一元三次方程和两个一元二次方程的根的问题来解。基底尺寸的最小值通常也为其最大的实根, 此处不再赘述。

随着数学软件功能的不断提高, 也可以采用如 MAPLE 和 MATHEMATICA 等在内的数学工具软件进行式(8)和式(12)的解析求解。

上述确定扩展基础基底尺寸的解析解答的流程图可归纳为如图 1 所示的形式。

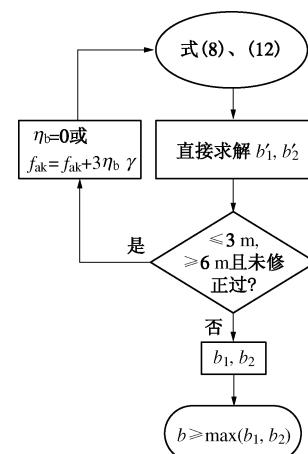


图 1 扩展基础基底尺寸的计算流程图

Fig. 1 Flow chart for determining base-plane size of spread footings

3 算例分析

3.1 算例设计

简便和不失代表性起见, 设计算例不妨参考文献[1]。某工厂厂房设计框架结构独立基础。地基土分为3层: 表层人工填土, 天然重度 $\gamma_1=17.2\text{ kN/m}^3$, 层厚0.8 m; 第2层为粉土, $\gamma_2=17.7\text{ kN/m}^3$, 层厚1.2 m; 第3层及以下为黏土, $\gamma_3=18.0\text{ kN/m}^3$, $f_{ak}=197\text{ kPa}$, $I_L=0.90$, 孔隙比 $e=0.85$ 。基础底面位于第3层黏土顶面, 埋深 $d=2\text{ m}$ 。上部结构荷载 $F_k=1600\text{ kN}$, $M_k=400\text{ kN}\cdot\text{m}$, 水平荷载 $Q_k=50\text{ kN}$, 水平荷载距基底1.2 m。设计柱基底面尺寸。

3.2 传统解法及其结果

上述算例属于相对简单的情况, 主要表现在持力层(黏土层)的孔隙比 $e \geq 0.85$, $I_L \geq 0.85$, 因此按国家规范^[9], 宽度修正系数 $\eta_b=0$, 从而使问题得到了很大简化(方程次数降低1次), 从上节的讨论可知。在此条件下, 文献[1]进行了1次初算(基底面积 $A_1=8.73\text{ m}^2$)和2次试算($A_2=10.50\text{ m}^2$ 和 $A_3=10.88\text{ m}^2$), 才得到了一个合适的基底设计面积 A_3 。

对于 $\eta_b > 0$ 的更一般的情况, 由于问题的复杂性增加, 文献[1]没有进行讨论。但本文将对此进行深入探讨。

3.3 问题的直接求解结果

计算机代数系统与一般计算机语言的本质区别是具有符号计算能力。MAPLE软件是国际上非常著名的符号计算软件之一, 可以让使用者从繁杂的数学求解中解放出来, 而将注意力重点放在专业问题分析本身。进行上述算例求解的MAPLE语言核心语句是:

```
solve(a3·b3+a2·b2+a0≥0,b);
solve(b4·b4+b3·b3+b1·b+b0≥0,b).
```

根据式(8), 可以直接得到 $b_1=2.867\text{ m}$; 根据式(12), 也可以避免迭代试算而直接求得 $b_2=3.191\text{ m}$ 。因此, 基础宽度的设计值按式(17), 应有 $b \geq b_2=3.191\text{ m}$ 。其中, 长宽比取 $k=3.4/3.2$, 目的是与原题解答进行对比。而原题的宽度设计值为 $b'=3.20\text{ m}$, 可见该值是同时满足理论要求和设计精度要求的最小尺寸。

3.4 问题的改进及其直接解答

不妨假设其它条件不变的情况下, 第3层土及黏土的 e 和 I_L 均小于0.85, 这样按规范^[9]要求, $\eta_b=0.3$, $\eta_d=1.6$ 。这样问题的题设就比原题更加复杂, 也更符合宽度修正系数一般不为零的情况。

由此按本文解析解法可以得到, $b'_1=2.760\text{ m}$,

$b'_2=3.082\text{ m}$ 。由于 $b'_1 < 3\text{ m}$, 应按参数 $\eta_b=0$ 处理后再次计算, 于是得到严格意义上的结果 $b_1=2.751\text{ m}$; 而 $3\text{ m} < b'_2 < 6\text{ m}$, 无需再次计算, 因此 b'_2 就是严格解, 即 $b_2=b'_2=3.082\text{ m}$ 。这样宽度最小设计值可取 $b'=3.100\text{ m}$ 。相比文献[1]宽度设计值 $b'=3.20\text{ m}$ 而言, 由于改进题设中进一步考虑了持力层的承载力, 因此荷载不变情况下基础宽度的设计值有所减小。

实际工程中遇到的矩形基础长宽比 k 是一个变数, 大致在1.2~2.0之间变化^[1], 不失一般性, 这里不妨取为1.0~2.0(实际应用中也可结合具体情况进行取值, 本文方法同样适用)。不同长宽比情况下基础宽度的下限值如表1所示。表1中的 b'_1 和 b'_2 分别是按式(8)和式(12)的直接解析解答(默认 $3\text{ m} < b < 6\text{ m}$)给出的结果, 而 b_1 和 b_2 均为考虑了宽度是否满足介于3 m和6 m之间而处理后得到的严格意义上的解答。

表1 不同长宽比 k 时的基础宽度下限值(荷载不变)

Table 1 Lower limit values of base-plane breadth for different values of k (constant loads)

k	b'_1	b_1	b'_2	b_2
1.0	2.842	2.836	3.159	3.159
1.2	2.603	2.588	2.932	2.930
1.4	2.416	2.396	2.753	2.746
1.6	2.264	2.242	2.608	2.597
1.8	2.139	2.113	2.487	2.472
2.0	2.032	2.005	2.383	2.367

表1结果表明, 算例条件下, 当 $k=1.0$ 时, 宽度下限值 b'_2 不需要进行修正; 而表1中其它各种情况下得到的宽度下限值 b'_1 和 b'_2 均小于3 m, 因此需要将宽度修正系数重设为 $\eta_b=0$ 后再次进行计算, 由此得到合理的 b_1 和 b_2 值。还可以发现, 表1中计算宽度值 b'_1 和 b'_2 小于3 m时, 存在 $b'_1 \geq b_1$ 和 $b'_2 \geq b_2$ 的现象, 这说明按本文直接解法, 取默认 $3\text{ m} < b < 6\text{ m}$ 对应算式给出的结果, 对于宽度不超过3 m的情况是偏于安全的, 其原因在于, 此时按式(6)给出的修正后的地基承载力特征值 f_a 将偏小, 从而按式(7)得到的基底面积 A 将偏大从而使基底尺寸结果偏安全一些。

进一步考虑当其它条件不变(包括 $\eta_b=0.3$, $\eta_d=1.6$), 但将荷载乘以2倍, 即 $F_k=3200\text{ kN}$, $M_k=920\text{ kN}\cdot\text{m}$ 的情况。此时按本文直接解析解法的结果如表2所示。对于表中 $k=1.8, 2.0$ 的两种情况, b'_1 的结果因为小于3.0 m而需要再次修正计算, 其余各种情况的结果无需第2次修正。与表1中的结果相比而言, 同样的 k 值条件下, 基础的宽度值有一定提高, 体现了荷载较大时扩展基础基底面积通常需要增加的一般规律。

表2 不同长宽比k时的基础宽度下限值(2倍荷载)

Table 2 Lower limit values of base-plane breadth for different values of k (twice loadings)

k	b'_1	b_1	b'_2	b_2
1.0	3.959	3.959	4.209	4.209
1.2	3.630	3.630	3.902	3.902
1.4	3.372	3.372	3.660	3.660
1.6	3.163	3.163	3.463	3.463
1.8	2.989	2.989	3.299	3.299
2.0	2.842	2.836	3.159	3.159

更进一步在其它条件不变的情况下将荷载乘以6倍, 即 $F_k = 9600 \text{ kN}$, $M_k = 2760 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。按本文直接解答得到的结果如表3所示。对表3中 $k=1.0, 1.2$ 两种情况, 所得结果 b'_1 和 b'_2 由于超过了6 m, 因此需要进行处理, 按 $\eta_b = 0$ 再次进行计算。修正后得到的宽度值 $b_1 \geq b'_1$, $b_2 \geq b'_2$, 因此对于宽度大于6 m且不进行修正的简化情况, 所得宽度设计值将偏于不安全, 这与宽度小于3 m的情况刚好相反。

表3 不同长宽比k时的基础宽度下限值(6倍荷载)

Table 3 Lower limit values of base-plane breadth for different values of k (6 times loadings)

k	b'_1	b_1	b'_2	b_2
1.0	6.627	6.679	6.681	6.730
1.2	6.090	6.097	6.185	6.198
1.4	5.668	5.668	5.796	5.796
1.6	5.326	5.326	5.478	5.478
1.8	5.039	5.039	5.213	5.213
2.0	4.796	4.796	4.988	4.988

3.5 讨论

通过上述分析可见, 经过改进后的算例, 已经包含了实际设计中可能遇到的 $b \leq 3 \text{ m}$, $3 \text{ m} < b < 6 \text{ m}$ 和 $b \geq 6 \text{ m}$ 等3种情况, 具有较好的代表性。从本文方法的计算效率来看, 当第1次计算得到的基础宽度值 b'_i 满足 $3 \text{ m} < b'_i < 6 \text{ m}$ 时, 无须进行第2次计算; 当 b'_i 不满足该条件时, 只需额外进行一次修正计算, 即可得到理论上的精确值。因此, 相对于传统的逐次渐进试算法, 本文方法的计算效率在总体上有较大提高。从计算精度而言, 本文方法得到的是理论上较严格的解析解, 进而可以方便地得到经济合理的基底面积。

再对比分析其它方法。例如, 陈希哲认为^[11], 当需要大量计算偏心荷载作用下的基础尺寸时, 用试算法费时间, 可采用郭继武提出的偏心受压基础直接解法^[7]。但这类方法需要结合较为复杂的图表进行计算, 应用起来较为不便且计算精度受影响。近些年, 王士杰等提出一种直接解法^[8], 但没有较好地考虑地基承载力的宽度修正, 从而影响了其数学模型的合理性,

导致计算模型仅仅局限于一元三次方程, 而非本文提到的一元四次方程(不等式)。相比而言, 本文方法在国家规范要求的基础上较全面地考虑了各因素的影响, 将问题转化为经典的一元三次或四次方程根的求解, 同时也可借助于现代数学软件较为简洁、准确和有效地得到基底尺寸设计值。

此外, 本文方法不仅可用于矩形基础, 还适用于圆形基础的尺寸设计, 这也是以往方法很少考虑的。

有必要说明的是, 扩展基础基底面积的合理确定问题, 在工程实践或应用中, 容易将其混淆为一个简单的线性问题, 但通过王士杰等等既往研究者的工作以及本文更进一步的分析来看, 基底尺寸确定问题隐含着一定的非线性, 简单背后还是有一些值得深入探讨之处。对这一非线性问题的解析和严谨分析, 有望裨益于探明以往简化计算或经验设计可能带来的误差, 虽然本文方法没有涉及特别深奥和复杂的理论知识, 但如果按沈珠江院士曾经提倡的岩土工程崇尚简洁的观点, 本文方法对于实际工程应用或许还是有些应用前景的。

本文方法的完善方向建议:

(1) 由于扩展基础的刚度很大, 基底压力的实际分布规律与荷载大小、基础埋置深度和土的性质等密切相关, 随着荷载的增加, 基底压力分布特征演化过程可以理想化为由马鞍形分布逐渐过渡到抛物线分布和钟形分布^[12], 而基底压力分布的真实情况要更加复杂, 规范[9]给出的基底压力计算公式实质上源于材料力学中梁的无偏或偏心受压假定, 对应的基底压力分布在理论上呈线性规律变化, 如何使之更符合实际情况, 恐怕仍有漫长的研究之路。

(2) 从现有理论来看, 鉴于扩展基础的刚度既不为零也不是无限大, 而是一个有限值, 因此可采用弹性基础假定, 考虑地基与基础的变形协调条件, 按弹性地基梁或板, 进一步得到较式(3)~(5)更合理的基底压力分布结果。

(3) 发展数值计算方法或采用商业的专业软件进行辅助分析, 但应注意个别商业数值软件目前在应用中可能存在某些建模及其结果的可验证性不强, 甚至在一定程度上出现滥用等现象, 因此注重理论基础并积累软件使用经验对优化设计也是很重要的; 进而言之, 如果我们民族能发展出拥有独立知识产权的具有一定国际影响的专业软件, 那将是我国岩土工程界共同的骄傲, 民族的规范、民族的实践经验再结合民族的优秀分析软件, 势必会更有力地推动我国岩土工程的优化设计和发展。

最后值得一提的是, 国内某些勘察设计单位尤其是实力雄厚的综合类资质单位通常也可能有一些不同

的计算程序来简化基础尺寸设计的计算工作量, 但这些计算程序一般不会或不愿意公开, 即便得到了这类计算程序, 由于种种原因, 也不便于将其与本文方法的结果公开进行对比。再者考虑到不同程序采用的简化假定及其可能引起的理论误差也互不相同, 与其逐一分析不同计算程序的不足, 不如尽可能严谨地考虑和提出计算基底面积的严格数学模型, 并给出详细的分析过程和详实的数据, 以利于其他研究者进行验证或对比分析, 这也是本文撰写时权衡的问题和算例分析的初衷之一。

4 结 论

(1) 扩展基础基底尺寸设计的经典方法是逐次渐进试算法, 该法具有操作相对简单的优点, 但对于较复杂实际工程情况, 其计算分析效率较低, 试算结果主观性较强、因人而异, 有必要加以改进。

(2) 按国家标准《建筑地基基础设计规范》要求和极限状态设计思想, 本文提出了中心荷载和偏心荷载下扩展基础基底面积本质上可以分别归结为一个一元三次不等式和一个一元四次不等式的数学问题而进行直接求解。其中, $3 \text{ m} < b < 6 \text{ m}$ 的情况可作为通用算式即式(8) 和式(12), 而 $b \leq 3 \text{ m}$ 和 $b \geq 6 \text{ m}$ 两种情况则可通过在通用算式中令 $\eta_b = 0$ 或同时以 $f_{ak} + 3\eta_b\gamma$ 替换 f_{ak} , 从而作为通解的特例而直接求解。

(3) 通过本文数学模型来看, $b \leq 3 \text{ m}$ 和 $b \geq 6 \text{ m}$ 的两种情况对应的两个不等式均存在降阶 1 次即分别对应于一元二次不等式和一元三次不等式的简化情况。在不进行前述参数代换处理的更简化情况下: 对 $b \leq 3 \text{ m}$, 按通用算式即式(8) 和式(12) 给出的结果偏于安全, 可视情况不必进行修正; 而对 $b \geq 6 \text{ m}$, 通用算式直接给出的结果偏于不安全, 此时若要进行修正, 只要进行一次补充计算即可得到理论上的精确解。

(4) 算例分析结果表明, 本文解析解法具有既可提高分析精度又能提高计算效率的优点, 对实际工程设计可能有较好的参考价值, 可供同行商榷。也可在此基础上, 进一步研究更复杂的情况。

参 考 文 献:

- [1] 曾巧玲, 崔江余, 陈文化, 等. 基础工程[M]. 北京: 清华大学出版社, 北京交通大学出版社, 2007. (ZENG Qiao-ling, CUI Jiang-yu, CHEN Wen-hua, et al. Foundation engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, Beijing Jiaotong University Press, 2007. (in Chinese))

- [2] 周景星, 李广信, 虞石民, 等. 基础工程[M]. 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2007. (ZHOU Jing-xing, LI Guang-xin, YU Shi-min, et al. Foundation engineering[M]. 2nd ed. Beijing: Tsinghua University Press, 2007. (in Chinese))
- [3] 莫海鸿, 杨小平. 基础工程[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2003. (MO Hai-hong, YANG Xiao-ping. Foundation engineering[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2003. (in Chinese))
- [4] 约瑟夫 E 波勒斯. 基础工程分析与设计[M]. 童小东, 等译. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004. (Joseph E Bowles. Foundation analysis and design[M]. TONG Xiao-dong, et al, trans. Beijing: China Architecture & Building Press, 2004. (in Chinese))
- [5] 李亮, 魏丽敏. 基础工程[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2005. (LI Liang, WEI Li-min. Foundation engineering[M]. Changsha: Central South University Press, 2005. (in Chinese))
- [6] 张明义. 基础工程[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2002. (ZHANG Ming-yi. Foundation engineering[M]. Beijing: China Building Materials Press, 2002. (in Chinese))
- [7] 郭继武. 偏心受压基础直接计算法[J]. 冶金建筑, 1979(3): 32 - 36. (GUO Ji-wu. Direct calculating method for eccentrically loaded footings[J]. Metallurgical Buildings, 1979(3): 32 - 36. (in Chinese))
- [8] 王士杰, 李立华, 马凤奎, 等. 单向偏心受压基础直接计算新方法[J]. 河北农业大学学报, 1997, 20(2): 99 - 102. (WANG Shi-jie, LI Li-hua, MA Feng-kui, et al. A new method to direct calculating the size of one-dimensional eccentrically loaded footing [J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 1997, 20(2): 99 - 102. (in Chinese))
- [9] GB50007—2002 建筑地基基础设计规范[S]. (GB 50007—2002 Code for design of building foundation[S]. (in Chinese))
- [10] 叶其孝, 沈永欢. 实用数学手册[M]. 2 版. 北京: 科学出版社, 2006. (YE Qi-xiao, SHEN Yong-huan. Handbook of practical mathematics[M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2006. (in Chinese))
- [11] 陈希哲. 土力学地基基础[M]. 3 版. 北京: 清华大学出版社, 1998. (CHEN Xi-zhe. Soil mechanics & foundations[M]. 3rd ed. Beijing: Tsinghua University, 1998. (in Chinese))
- [12] 赵成刚, 白冰. 土力学原理(修订本)[M]. 北京: 清华大学出版社, 北京交通大学出版社, 2009. (ZHAO Cheng-gang, BAI Bing. Fundamentals of soil mechanics (Modified Edition) [M]. Beijing: Tsinghua University Press, Beijing Jiaotong University Press, 2009. (in Chinese))