

有效应力原理解析

路德春^{1, 2}, 杜修力^{1, 2}, 许成顺^{1, 2}

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 首都世界城市顺畅交通协同创新中心, 北京 100124)

摘要: 分析了关于饱和土有效应力原理的一些错误理解, 基于土颗粒-水相互作用分析, 给出了土体中有效应力的物理含义, 是单位截面的土体中土颗粒骨架所传递的有效荷载, 其大小等于总应力与孔隙水压力之差。利用土体的力平衡方程, 一方面证明了 Terzaghi 饱和土有效应力原理, 并分析了该原理的适用范围; 另一方面证明了 Bishop 非饱和土有效应力原理, 解释了参量 χ 的物理含义, 将二原理统一在一个力学框架下, 从理论上说明了 Terzaghi 有效应力原理是 Bishop 有效应力原理在有效饱和度 $\chi=1$ 时的特例, 并分析了 Bishop 非饱和土有效应力原理的适用范围。研究表明, 从荷载条件和土性条件两个角度分析有效应力原理, 清晰地解释了有效应力的物理概念, 并且提出孔隙水压力影响土体力学特性的机理。

关键词: 有效应力原理; 饱和土; 非饱和土; 有效应力; 孔隙水压力; 土-水相互作用

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2013)S1-0146-06

作者简介: 路德春(1977-), 男, 教授, 主要从事强度理论与土的本构模型、岩土地震工程等方面的研究与教学工作。

E-mail: dechun@bjut.edu.cn。

Analytical solutions to principle of effective stress

LU De-chun^{1, 2}, DU Xiu-li^{1, 2}, XU Cheng-shun^{1, 2}

(1. Key Lab of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China;

2. Beijing Collaborative Innovation Center for Metropolitan Transportation, Beijing 100124, China)

Abstract: By analyzing some misunderstandings about the principle of effective stress for saturated soil, the physical meaning of effective stress of soil is given interaction between soil based on the particle and water. The effective stress of soil is the effective load transferred between the soil particle skeletons in a unit section and equal to the total stress minus the pore water pressure. By using the mechanics balance equation of soil, on the one hand, the Terzaghi principle of effective stress for saturated soil is proved and its sphere of application is analyzed, on the other hand, the Bishop principle of effective stress for unsaturated soil is proved and the physical meaning of parameter χ is explained. By combining the two principles in the same mechanics frame, it is illustrated that the Terzaghi principle of effective stress for saturated soil is one special case of Bishop principle of effective stress when the saturation level $\chi=1$ in theory, and the sphere of application of the Bishop principle of effective stress for unsaturated soil is also analyzed. The researches show that by analyzing the principle of effective stress from two aspects of loading and soil properties, the physical meaning of effective stress is explained clearly, and the mechanism of the influence of pore water pressure mechanics characters of soil is also proposed.

Key words: principle of effective stress; saturated soil; unsaturated soil; effective stress; pore water pressure; soil-water interaction

0 引言

Terzaghi^[1]于1923年提出了饱和土有效应力原理, 该原理是经典土力学中固结理论、抗剪强度理论、渗流理论的基础, 是土力学成为一门独立学科的重要标志。从有效应力原理提出时起至今, 一直备受国内外学者的关注^[2-9]。这对于认识有效应力的物理本质, 深入理解土的力学特性是非常有意义的, 值得大力倡导。一方面, 基于 Terzaghi 有效应力原理分析土体的力学

特性可以得到符合客观规律的认识, 以此为基础发展了土力学的系列理论, 土力学研究者对有效应力原理的正确性坚信不疑; 另一方面, 非土力学研究者没有正确理解土的力学特性, 进而质疑有效应力原理。之所以有较多的研究者质疑有效应力原理, 其原因在于:

基金项目: 国家自然科学基金项目(51278012, 91215301); 国家973计划项目(2011CB013600); 教育部博士点基金项目(20101103110011)
收稿日期: 2013-03-02

(1) Terzaghi 基于工程实践经验提出了饱和土的有效应力原理^[10], 认为有效应力是单位截面的土体中土颗粒间所传递的荷载在截面法线方向上的分量, 反映了土颗粒间传递的真实应力, 有效应力 σ' 在数值上等于总应力 σ 与孔隙水压力 u 之差。上述观点是建立在土颗粒间是点接触的基础上, 当土颗粒间的接触面积不为零时, 孔隙水压力的作用使得土颗粒间传递的荷载增大, 因此有效应力增大; 但是利用数学关系 $\sigma' = \sigma - u$ 计算, 有效应力不变 (详见后文分析)。不同研究者对 Terzaghi 解释的有效应力的物理含义和数学公式的不同理解, 是引起对有效应力原理争议的根本原因。

(2) 有效应力原理是以应力平衡的形式表示的, 即表达式为

$$\sigma = \sigma' + u, \quad (1)$$

式中, 有效应力 σ' 是通过土体中的固相传递的, 孔隙水压力 u 是通过土体中的液相即水传递的, 二者作用的不是同一个物理面, 这两个应力没有必然的物理关系, 应力平衡的表达式与力平衡方程不等价, 因此, 应力一般不满足平衡条件; 另一方面, 部分研究者将式(1)左右两边同乘以土体的截面积 A , 即

$$\sigma A = \sigma' A + uA. \quad (2)$$

在力的平衡方程式 (2) 中, 把 uA 认为是总力 σA 中水承担的部分, 但饱和土体中的任一截面面积 A 是由固相颗粒截面积 A_s 和液相截面积 A_w 两部分组成, uA 扩大了水所承担的力。几乎所有质疑有效应力原理者都是上述分析切入的。

(3) 长期以来, 土力学研究者尚未给出关于有效应力原理直观的、可被信服的合理解释。几乎所有的《土力学》教材、经典著作^[4]和学术论文中都是分析过土颗粒接触处的曲面上的受力, 通过力平衡方程解释有效应力原理, 得到的结果为

$$\sigma = \frac{\sum P_{svi}}{A} + (1 - \alpha_c)u. \quad (3)$$

式中 $\sum P_{svi}/A$ 定义为有效应力 σ' , P_{svi} 为颗粒接触力在截面法线方向的分量, A 为土体截面积; $\alpha_c = \sum A_{ci}/A$ 为接触面积比, A_{ci} 为土颗粒间的接触面积。一般 α_c 的值约为 0.03 左右, 如果忽略 α_c , 即当 $\alpha_c = 0$ 时, 式 (3) 可简化为式 (1), 问题在于有效应力原理成为了一个近似公式, 并且没有给出忽略 α_c 所引起的误差分析。如果不忽略接触面积比 α_c , 若认为 $\sum P_{svi}/A$ 为有效应力, 比较式 (3) 与式 (1) 得, 根据有效应力原理得到的孔隙水压力 $(1 - \alpha_c)u$ 不是真实的孔隙水压力 u 。若将式 (3) 变形为

$$\sigma = \left(\frac{\sum P_{svi}}{A} - \alpha_c u \right) + u. \quad (4)$$

由式 (4) 和式 (1), 得有效应力 $\sigma' = \sum P_{svi}/A - \alpha_c u$, 为总应力中扣除孔隙水压力的那部分应力, “迫使”有效应力成为了没有物理含义的名义应力, 是一个无法通过试验直接测量的抽象概念。接触面积比 α_c 是争议者对有效应力原理讨论的焦点。

对有效应力原理的讨论, 争议的核心问题是对有效应力物理含义的理解。部分研究者从荷载分担的角度分析, 在有效应力原理中引入了孔隙率 n ; 从土颗粒间荷载传递的角度分析, 在有效应力原理中引入了接触面积比 α_c , 这些“修正”的有效应力原理不能被土力学研究者接受, 原因在于修正者没有正确认识土的力学特性, 放大了有效应力原理的功能。然而, 长期以来土力学研究者又没有给出关于有效应力原理清晰、合理的理论证明。这就是长期争论未形成定论的根源所在。

近期李广信^[8]和邵龙潭^[9]已经清晰地证明了有效原理的正确性。本文从土颗粒和孔隙水相互作用分析入手, 从承担外荷载的角度明晰了有效应力的物理本质, 基于土体的力平衡方程出发, 从荷载条件和土性条件两个角度解释了 Terzaghi 有效应力原理和 Bishop 有效应力原理, 并分析了二原理的适用范围。

1 土颗粒 - 孔隙水相互作用与有效应力

饱和土体是由土颗粒和孔隙水组成的两相介质, 在外力的作用下, 固体颗粒承担一部分荷载, 孔隙水承担一部分荷载, 并且土颗粒和孔隙水间存在相互作用。有效应力原理旨在从总荷载中分离出土颗粒骨架所承担的外荷载部分, 这部分荷载控制着土体的变形和强度特性, 称为有效应力。下面从土颗粒 - 孔隙水相互作用分析入手, 解释有效应力的物理概念。

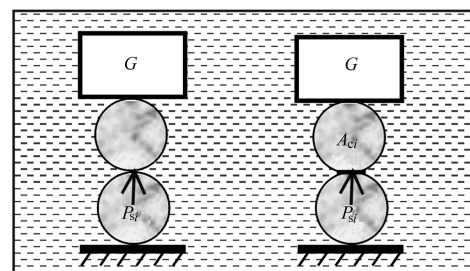


图 1 土颗粒 - 孔隙水相互作用机理

Fig. 1 Mechanism of interaction between soil particle and water

如图 1 所示, 在水中两个土颗粒承载一个重力为 G 的物体, 左图表示土颗粒间是点接触, 两个土颗粒间作用的真实荷载 $P_{si} = G - F$, F 为上面土颗粒所受的浮力, 当孔隙水压力 u 增大时, G 和 F 均不变, P_{si} 的大小也不变, 可见, 土骨架所承担的荷载 $G - F$ 与土颗粒间相互作用的真实荷载 P_{si} 一一对应, 因此,

Terzaghi 将 $\sum P_{si}/A$ 定义为有效应力, A 为土体截面积。右图表示两个土颗粒间的接触面积 A_{ci} 不为零, 孔隙水压力 u 的作用使得土颗粒间相互作用的真实荷载 P_{si} 增大, 即 $P_{si} = G - F + A_{ci}u$, 土骨架所承担的荷载 $G - F$ 与土颗粒间相互作用的真实荷载 P_{si} 不再具有对应一一对应关系, 而受孔隙水压力 u 的影响。土体中的接触面积比 α_c 很小, 约为 0.03, 对于常规的岩土工程问题, 孔隙水压力 u 通常小于有效应力 σ' , 由式 (4) 可知, 在有效应力 σ' 中忽略 $\alpha_c u$ 所引起的误差不大于 3%, 因此, 可以不考虑静水压力 u 对有效应力的影响。但是, 对于海洋岩土工程尤其是深海岩土工程, 孔隙水压力 u 远大于有效应力时, 例如, 100 m 深的海底, 土体中的孔隙水压力为 1000 kPa, 如固结压力 σ' 为 30 kPa 时, 由式 (4) 可得, 土颗粒间实际作用的应力为 $\sigma' + \alpha_c u = 60$ kPa, 即土颗粒间实际作用的平均荷载与土颗粒骨架所承担的荷载相差 1 倍, “误差”达到了 100%。是否意味着 Terzaghi 有效应力原理对于海洋岩土工程不再适用, 或者是对有效应力物理概念的理解错误?

为了回答上面的疑问, 笔者分了饱和土体中孔隙水所承担的“角色”。一方面, 孔隙水承担外荷载, 即承担等向压缩荷载, 不承担剪切荷载, 在土体截面处大小为 $A_w u$, A_w 孔隙水的截面积。另一方面, 孔隙水对固体颗粒的压缩作用, 使得土颗粒内部的真实应力均匀增加 u , 当土颗粒是点接触时, 孔隙水不改变颗粒间的接触荷载; 当土颗粒间不是点接触时, 孔隙水的作用使得土颗粒间的接触荷载增大 $\sum A_{ci}u$, 接触应力增加值为 u , 但是接触应力的增加并未增大土骨架所承担的外荷载, 因此, 应将孔隙水压力作用引起的土颗粒间接触应力的增大理解为孔隙水对土体力学特性的改变, 相当于土体的黏聚力增加了。孔隙水对土颗粒的作用并未改变土骨架所承担的外荷载, 即这部分荷载没有直接作用在土骨架上, 而是直接作用在了土颗粒上, 这部分荷载并未引起土体的变形, 因此, 有效应力的本质是引起土体变形的有效荷载。

分析单个土颗粒受力, 对于点接触和面接触的土颗粒均可抽象为如图 2 所示的受力关系^[8], 即土颗粒内部的真实应力 σ_{si} 包括两部分, 一部分是土颗粒之间传递的有效荷载 P'_{svi} , 另一部分是孔隙水压力 uA_{si} , 由力的平衡关系得

$$\sigma_{si} A_{si} = P'_{svi} + uA_{si} \quad (5)$$

基于饱和土体中土颗粒和孔隙水的相互作用分析可知, 有效应力既不是单位截面土体中土颗粒内部的真实荷载 $\sum \sigma_{si} A_{si}/A$, 也不是单位截面土体中土颗粒间作用的真实荷载在截面法线方向的分量 $\sum P_{svi}/A$, 而是单位截面土体中土骨架所传递的有效荷载

$\sum P'_{svi}/A$, 这部分荷载引起土体的变形, 该荷载是真实存在的, 可以利用饱和土的固结排水试验直接测量。

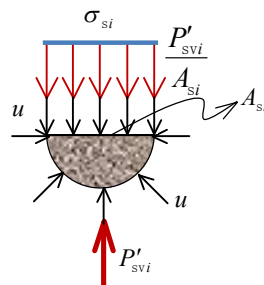


图 2 土颗粒受力分析

Fig. 2 Analysis of forces on soil particle

2 Terzaghi 饱和土有效应力原理

经典土力学是将饱和土体看成由土颗粒和孔隙水组成的一种宏观材料, 研究宏观土体的力学特性。土颗粒骨架所承担的外荷载, 即土颗粒骨架所传递的有效荷载控制着土体的变形特性。如图 3 所示, 土体中的任一截面 $a-a$ 的面积为 A , 其中土颗粒的截面积为 $A_s = \sum A_{si}$, 孔隙水的截面积为 A_w ; 土体承担的总应力为 σ , $a-a$ 法线方向土颗粒中的真实平均应力 $\sigma_{sv} = \sum P_{svi}/A_s = \sum P'_{svi}/A_s + u = \sigma'_{sv} + u$, 在截面 $a-a$ 法线方向的力平衡方程如下:

$$\sigma A = (\sigma'_{sv} + u) A_s + uA_w \quad (6)$$

化简式 (6) 得

$$\sigma A = \sigma'_{sv} A_s + u(A_s + A_w) \quad (7)$$

将 $A_s + A_w = A$ 代入式 (7), 两边同时除以 A 得

$$\sigma = \frac{\sigma'_{sv} A_s}{A} + u = \frac{\sum P'_{svi}}{A} + u \quad (8)$$

令 $\sigma' = \sigma'_{sv} A_s/A = \sum P'_{svi}/A$, σ' 为有效应力, 代入式 (8) 即得式 (1)。有效应力 σ' 的物理含义为单位截面土体中土颗粒骨架所承担的外荷载, 即土颗粒骨架传递的有效荷载 $\sum P'_{svi}/A$ 。在数值上等于土颗粒的真实应力 σ_{sv} 和孔隙水压力 u 之差 $\sigma_{sv} - u$ 与 $A_s/A = 1 - n$ 的乘积, 即 $\sigma' = (\sigma_{sv} - u)(1 - n)$, 其中 n 为土体的孔隙率; 也等于总应力 σ 与孔隙水压力 u 之差, 即 $\sigma' = \sigma - u$ 。

从上述分析可知, Terzaghi 有效应力原理式 (1) 在数学描述上是精确的, 清晰地反映了饱和土体中固-液两相之间的荷载传递与相互作用关系。例如, 在 100 m 深的海床表面, 孔隙水压力 $u = 1000$ kPa, 土颗粒内部的真实应力 σ_{sv} 与 u 相等, 即 $\sigma_{sv} = 1000$ kPa, 土体中的有效应力 $\sigma' = (\sigma_{sv} - u)(1 - n) = 0$, 土体承担的外荷载为零。单位截面土体中土颗粒间作用的荷载 $\alpha_c u \approx 30$ kPa, 这部分荷载使得土体的“黏聚力”增大, 改变了土体的力学特性, 进而将显著地影响饱和砂土

的液化特性。因此, 在海洋岩土工程中 Terzaghi 有效应力原理依然适用, 但必须考虑高压孔隙水对土体力学特性的影响, 这种影响对于海底软黏土将更为显著, 可在实验室利用反压进行模拟研究。

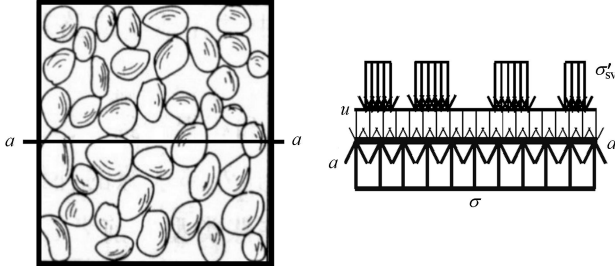


图 3 饱和土有效应力原理示意图

Fig. 3 Schematic of principle of effective stress for saturated soil

Terzaghi 有效应力原理的适用条件从推导过程可以看出, 孔隙水必须为连通状态, 固相介质处于孔隙水中并受孔隙水压力 u 的作用。因此, 在某种饱和两相介质中判断有效应力原理是否适用, 只需判断孔隙水的连通状态, 以及固-液两相介质间的相互作用关系即可。可见, Terzaghi 有效应力原理只是从土体承担的外荷载中分离出土骨架所承担的部分, 既不涉及土的性质, 也不涉及土的变形规律。因此, Terzaghi 有效应力原理不仅适用于饱和砂土, 同样也适用于饱和黏土。在饱和混凝土、饱和岩石材料中的孔隙水通常不是连通状态, 所以 Terzaghi 有效应力原理不再适用。

3 Bishop 非饱和土有效应力原理

处于非饱和状态的土体由土颗粒、孔隙水和孔隙气体三相介质组成, 每相介质都承担外荷载, 并且任何两种介质间存在相互作用。利用推导 Terzaghi 有效应力原理的思想, 建立非饱和土的有效应力原理, 即从外荷载中分离出作用于土骨架上的外荷载部分。

如图 4 所示, 非饱和土体中任一截面 $a-a$ 上受外荷载 σ 的作用。其中, 土颗粒的截面积为 A_s , 处于孔隙水中的截面积为 A_{sw} , 处于孔隙气体中的截面积为 A_{sa} , 即 $A_s = A_{sw} + A_{sa}$; 孔隙水的截面积为 A_w , 孔隙气体的截面积为 A_a , 即孔隙的截面积 $A_v = A_w + A_a$; 土体截面积为 A , 即 $A = A_s + A_v$ 。孔隙水压力为 u_w ; 孔隙气压力为 u_a ; 孔隙水中的土骨架在截面法线方向上的应力为 $\sigma'_{sv} + u_w$, 在孔隙气体中的土骨架在截面法线方向上的应力为 $\sigma'_{sv} + u_a$ 。在截面 $a-a$ 法线方向上的力的平衡方程为

$$\sigma A = (\sigma'_{sv} + u_w) A_{sw} + (\sigma'_{sv} + u_a) A_{sa} + u_w A_w + u_a A_a \quad (9)$$

化简式 (9) 得

$$\sigma A = \sigma'_{sv} A_s + u_w (A_{sw} + A_w) + u_a (A_{sa} + A_a) \quad (10)$$

将式 (10) 两边除以 A 得

$$\sigma = \frac{\sigma'_{sv} A_s}{A} + u_w \left(\frac{A_{sw} + A_w}{A} \right) + u_a \left(\frac{A_{sa} + A_a}{A} \right) \quad (11)$$

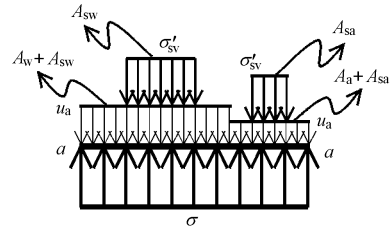


图 4 非饱和土有效应力原理示意图

Fig. 4 Schematic of principle of effective stress for unsaturated soil

在土体中孔隙水和孔隙气体是分别连通的, 所有的孔隙水的压力为 u_w , 所有的孔隙气体压力为 u_a , 且三相介质在土体所占据的空间中是均匀分布的, 笔者称之为理想的非饱和土。在截面 $a-a$ 上有如下关系:

$$\frac{A_{sw}}{A_s} = \frac{A_w}{A_v} = S_r \quad (12)$$

式中, S_r 为土体饱和度。由式 (11) 变形得

$$\frac{A_{sw} + A_w}{A_s + A_v} = \frac{A_{sw} + A_w}{A} = S_r \quad (13)$$

$$\frac{A_{sa} + A_a}{A} = 1 - S_r \quad (14)$$

将式 (13) 和式 (14) 代入式 (11) 得

$$\sigma = \frac{\sigma'_{sv} A_s}{A} + u_w S_r + u_a (1 - S_r) \quad (15)$$

令 $\sigma' = \sigma'_{sv} A_s / A = \sum P'_{svi} / A$, σ' 为有效应力, 代入式 (15) 得

$$\sigma = \sigma' + u_w S_r + u_a (1 - S_r) \quad (16)$$

将式 (15) 变形为

$$\sigma' = \sigma - u_a + S_r (u_a - u_w) \quad (17)$$

$$\sigma' = \sigma - u_w + (1 - S_r) (u_w - u_a) \quad (18)$$

式 (16) ~ (18) 即为理想非饱和土有效应力原理的不同形式。当饱和度 $S_r = 100\%$ 时, 非饱和土简化为饱和土, 式 (16) ~ (18) 可简化为 Terzaghi 饱和土有效应力原理, 即式 (1)。

实际的非饱和土中孔隙水和孔隙气体一般不完全处于连通状态, 有 3 种情况, 如图 5 所示, 左图为孔隙水连通, 孔隙气体不连通; 中图为孔隙气体连通, 孔隙水不连通; 右图为孔隙水和孔隙气体都不连通。以左图为例分析, 此时孔隙水中的气泡压力与孔隙水压力相同 (不考虑气-液界面的影响), 对于土骨架传递的外荷载而言, 此时气泡的作用与孔隙水相同, 因此, 非饱和土有效应力原理仍然成立。但是, 在式 (12) 中 $A_w / A_v = \chi$, χ 称为有效饱和度, 此时 $\chi > S_r$; 中

图孔隙水不连通时, $\chi < S_r$; 右图孔隙水和孔隙气体都不连通时, χ 与 S_r 的大小关系不定。因此, 对于实际的非饱和土, 有效应力原理可写为

$$\sigma = \sigma' + u_w \chi + u_a (1 - \chi) \quad (19)$$

$$\sigma' = \sigma - u_a + \chi(u_a - u_w) \quad (20)$$

$$\sigma' = \sigma - u_w + (1 - \chi)(u_w - u_a) \quad (21)$$

式(20)即为 Bishop 非饱和土有效应力原理^[11]。对于理想的非饱和土, 孔隙水和孔隙气均完全连通, 此时, 有效饱和度 $\chi = S_r$, 即式(17)为式(20)的特例。

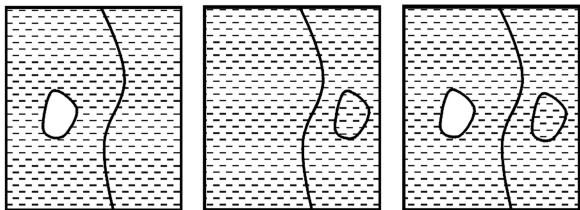


图 5 孔隙水与孔隙气体不连通示意图

Fig. 5 Schematic of disconnection between pore water and pore gas

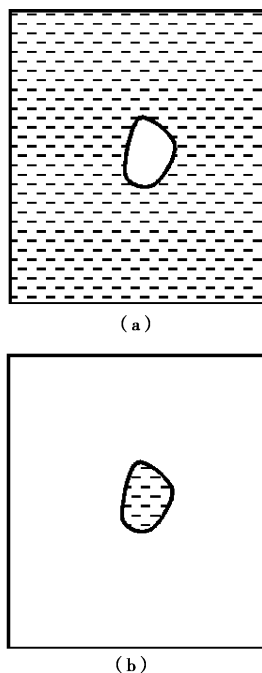


图 6 孔隙水不承载与孔隙气体不直接承载示意图

Fig. 6 Schematic of pore water without load and pore gas with indirect load

当非饱和土中的孔隙水较多, 即饱和度较高, 孔隙气体不直接承担外荷载时, 如图 6(a)所示, 从土骨架承担外荷载的特性可知, 此时相当于土体的有效饱和度 $\chi = 1$, Bishop 有效应力原理简化为式(1), 即 Terzaghi 公式。孔隙水中的气泡不影响土骨架承担外荷载的特性, 但增大了等效孔隙水(含有气泡的水)

的压缩性, 调整了土骨架与孔隙水承担外荷载的分担比例即孔压系数, 进而影响有效应力路径。当非饱和土中的孔隙水较少, 即饱和度较低, 孔隙水不直接承担外荷载时, 如图 6(b)所示, 此时相当于土体的有效饱和度 $\chi = 0$, Bishop 有效应力原理简化为

$$\sigma = \sigma' + u_a \quad (22)$$

即为干土特性。由图 6 分析可知, 饱和砂土与干砂的力学特性相同, 即相同的孔隙水压力和孔隙气压力对土体的作用等价。

对于非饱和土, 土体中的气-液交界面对土颗粒骨架的作用显著地影响非饱和土的力学特性, 但是这种作用是土体的内力, 与土体承担的外荷载无关。可见, 非饱和土体中固-液-气三相之间的相互作用改变的是土体的力学特性, 即土性条件, 可以使得无黏性的砂土表现出黏聚力。非饱和土的湿化作用不是外荷载引起的, 也没改变土骨架所承担的外荷载, 因此, 有效应力不变; 湿化作用是土体中土颗粒-孔隙水-孔隙气体相互作用(包括物理作用和化学作用)的结果, 这种相互作用改变了非饱和土的力学特性, 可以理解为黏聚强度降低引起的湿陷变形。可见, 基于力平衡方程推导的 Bishop 非饱和土有效应力原理, 即适用于砂土也适用于黏土, 应用时需确定连通水体内气体的体积, 进而获得有效饱和度 χ 。

4 结 语

基于土颗粒-孔隙水相互作用分析, 从荷载条件和土性条件两个角度分析了有效应力, 认为有效应力是单位截面土体中土颗粒骨架所承担的外荷载, 即土颗粒骨架传递的有效荷载, 对于饱和土有效应力在数值上等于土颗粒的真实应力 σ_{sv} 和孔隙水压力 u 之差 $\sigma_{sv} - u$ 与 $1 - n$ 的乘积, 即 $\sigma' = (\sigma_{sv} - u)(1 - n)$; 也等于总应力 σ 与孔隙水压力 u 之差, 即 $\sigma' = \sigma - u$ 。

有效应力原理只是从土体承担的外荷载中分离出土骨架所承担的部分, 既不涉及土的性质和土的变形规律, 也不考虑土颗粒-孔隙水-孔隙气体相互作用对土体力学特性的影响, 因此 Terzaghi 有效应力原理的数学描述即 $\sigma' = \sigma - u$ 是精确的, 无需任何修正。

基于土体力平衡方程建立的 Terzaghi 有效应力原理既适用于饱和砂土, 也适用于饱和黏土; Bishop 有效应力原理既适用于非饱和砂土, 也适用于非饱和黏土, 应用的难点于如何确定有效饱和度 χ ; Terzaghi 有效应力原理是 Bishop 有效应力原理在有效饱和度 $\chi = 1$ 时的特例。

参考文献:

- [1] TERZAGHI K V. Die berechnung der durchlässigkeitsziffer

- des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen[J]. Sitzungber Akad Wiss Wien, 1923, **132**: 125 - 138.
- [2] LADE P V, BOER R DE. The concept of effective stress for soil concrete and rock[J]. Géotechnique, 1997, **47**(1): 61 - 78.
- [3] HOULSBY G T. Editorial[J]. Géotechnique, 2005, **55**(5): 415 - 417.
- [4] MITCHELL J K, SOGA K. Fundamentals of soil behavior [M]. Third ed. New York: John Wiley & Sons, 2005.
- [5] 李广信. 有效应力原理能够推翻吗[J]. 岩土工程界, 2007, **10**(7): 22 - 26. (LI Guang-xin. Can the principle of effective stress be overthrew[J]. Geotechnical Engineering World, 2007, **10**(7): 22 - 26. (in Chinese))
- [6] 方玉树. 基于水压率讨论土中孔隙水压力及有关问题[J]. 岩土工程界, 2007, **10**(5): 21 - 26. (FANG Yu-shu. Discuss on pore water pressure in soil and relative problems based on water pressure ratio[J]. Geotechnical Engineering World, 2007, **10**(5): 21 - 26. (in Chinese))
- [7] 陈津民. 三谈饱和土的有效应力—和李老师商榷[J]. 岩土工程界, 2009, **12**(11): 1 - 3. (CHEN Jin-min. A third discussion on effective stress principle of saturated soil[J]. Geotechnical Engineering World, 2009, **12**(11): 1 - 3. (in Chinese))
- [8] 李广信. 关于有效应力原理的几个问题[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(2): 315 - 320. (LI Guang-xin. Some problems about principle of effective stress[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(2): 315 - 320. (in Chinese))
- [9] 邵龙潭. 饱和土的骨架应力方程[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(12): 1833 - 1837. (SHAO Long-tan. Skeleton stress equation for saturated soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, **33**(12): 1833 - 1837. (in Chinese))
- [10] TERZAGHI K, PECK R B, MESRI G. Soil mechanics in engineering practice[M]. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1996.
- [11] BISHOP A W. The principle of effective stress[J]. Tekniske Ukeblad, 1955, **39**: 859 - 863.

(本文责编 胡海霞)