

饱和土非等温固结和不排水剪切的热力学本构模型

张志超, 程晓辉

(清华大学土木工程系, 北京 100084)

摘要: 基于非平衡态热力学理论, 建立了一种无需屈服面、流动法则等概念的非弹性多物理场力学模型。该模型引入耗散力、耗散流及颗粒熵概念, 将土体颗粒层次的耗散机制及其引发的宏观能量耗散统一地描述为一组迁移系数和能量函数模型, 从而得到非弹性变形的本构关系。考虑了温升时孔隙内原本无法自由流动的结合水向自由水转化并激发相应能量耗散的过程, 以描述饱和土体的非等温固结行为。应用该模型对不同超固结比(OCR)饱和黏性土的非等温固结及温度对不排水剪切的影响进行了模拟并和实测数据进行对比, 验证了模型的有效性。模拟结果表明: 饱和土体的非等温固结行为与OCR值密切相关, 且具有不可逆特性, 在循环温度荷载作用下将产生变形累积; 而温度对饱和土体不排水剪切强度的影响则依赖于土体类型及OCR值等因素。

关键词: 非平衡态热力学; 本构模型; 非等温固结; 不排水剪切; 温度效应

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2013)07-1297-10

作者简介: 张志超(1985-), 男, 福建莆田人, 博士研究生, 主要从事岩土体多物理场本构模型研究。E-mail: zhangzhichaopt@163.com。

Thermodynamic constitutive model for non-isothermal consolidation and undrained shear behaviors of saturated soils

ZHANG Zhi-chao, CHENG Xiao-hui

(Department of Civil Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A non-elastic multi-field mechanical model that doesn't require the determination of yield surface and flow rules is established based on the non-equilibrium thermodynamic approach. The concepts of dissipation forces, dissipation flows and granular entropy are introduced for describing the inter-particle movement and the resulting non-elastic energy dissipation by a group of migration coefficients and energy functions. Thus, the constitutive relations of non-elastic deformation are obtained theoretically. The physical process of bound pore water transforming into free water when the temperature rises is taken into consideration for describing the phenomenon of non-isothermal consolidation. The behaviors of non-isothermal consolidation and undrained shear tests at different temperatures for saturated clay with different over-consolidation ratios (OCR) are simulated using this model in order to validate the model. The simulated results show that the non-isothermal consolidation is OCR-dependent and irrevocable under cyclic thermal loading. The undrained shear strength is also influenced by OCR and soil types.

Key words: non-equilibrium thermodynamics; constitutive model; non-isothermal consolidation; undrained shear; thermal effect

0 引言

随着浅层和深层地热资源开发、石油开采、核废料储存等重要工程领域的发展, 温度对岩土体力学性质的影响已成为岩土工程领域一个重要的议题。譬如在浅层地热能源开发中, 利用建筑物的某些常规地下构件(如桩基、连续墙等)作为向地下空间取热或储热的载体已成为该领域的一个热点^[1]。在此类问题中, 岩土体温度的显著变化将可能引发的较大的变形、孔压累积及剪切强度变化, 从而对建筑物及其构件的安

全产生负面的作用。而大量的试验研究已经证明, 温度对土体的固结和剪切行为存在较大的影响。如在排水条件下, 升温过程将导致饱和土体的非等温固结, 导致土体密实度发生较为明显的变化; 而在不排水或排水条件不好的条件下, 升温导致的孔压上升和有效应力降低甚至可能导致饱和土体发生破坏^[2]。饱和土

基金项目: 清华大学—剑桥大学—MIT 低碳能源大学联盟(LCEUA)
种子基金项目(2010LC002)

收稿日期: 2012-09-27

的非等温固结行为与土体的 OCR 值密切相关：温升通常导致正常固结土体积收缩，而导致超固结土体积膨胀^[3-6]。温度变化也可能使饱和土体的剪切刚度和剪切强度发生较大的改变。综合多项研究成果可以显见温度对固结与剪切行为的影响具有一定的复杂性，密切依赖于土体的 OCR 值及土体的类别。目前的研究主要集中在单元或现场试验研究上，而岩土体多场耦合分析的实验研究较为复杂，实验结果的解释分析也比较困难，经常出现不一致甚至相反的结论^[3-6]，这使得对岩土体力学行为的温度效应缺乏较为清晰的认识。因此，有必要建立一种较为全面反映温度对饱和岩土体力学行为影响的本构模型，为试验结论提供理论分析的视角和深入机理的认识。目前较常用的建模方法是在经典弹塑性力学基础上引入温度影响的修正项（如温升屈服面收缩的 thermo Cam-clay 模型^[7]、热 UH 模型^[2]）来反映温度的影响。在经典弹塑性力学框架内，要同时反映应变软化、温度效应、循环加载（包括应力荷载、温度荷载）等重要性质，通常需要引入较多的修正。与此完全不同，本文则尝试从非平衡态热力学经典能量耗散理论出发，通过耗散力和耗散流的概念对材料的能量耗散进行定量的描述，从而构建出饱和土体的多物理场力学模型。关于这种建模途径的论述最早可见于 Mitchell 的经典土力学文献^[8]中关于多物理场流的耦合分析，但其中并未包括应力流。Jiang 和 Liu 等则针对单相颗粒性材料基于不可逆热力学理论的建模途径做了较为清晰的阐述^[9-10]，并提出了颗粒熵的概念以描述颗粒材料微观层次的能量耗散。本文则将这种理论和建模路径扩展、修正到两相饱和多孔岩土材料中，建立了一种无需屈服面、流动法则等概念的岩土材料多物理场耦合的热力学模型。该类型本构模型具备统一考虑率相关、循环滞回、应力各向异性、硬化/软化、温度场及渗流场耦合等土体复杂力学行为的能力。本文则着重利用该模型对饱和土体非等温固结和不同温度下的不排水剪切行为进行模拟分析，验证模型的正确性和有效性。

1 基本方程

1.1 基本假定

(1) 假定饱和岩土体由固相和液相构成，液相又分成结合水相及可随渗流流动的自由水相，且结合水相和自由水相之间随着温度的变化存在物质交换^[11]，而液相和固相之间不存在物质交换。结合水除受到自由水传递来的孔压 p 外，还受到由颗粒接触传递的压力。

(2) 组成岩土体的各相在空间上都是连续的，整

体的守恒定律、熵增方程等基本方程可以表示成为各个单相对应方程的叠加。

(3) 假设不同相之间瞬间达到热平衡，即它们总是具有相同的温度。假设在所考虑的温度变化范围内，液相不产生固化、汽化，岩土体始终保持饱和状态。

1.2 质量连续方程

由于固相和液相之间不存在质量交换，因此它们的质量守恒方程可以分别描述。记固相、自由水和结合水的密度分别为 ρ_s 、 ρ_{fw} 和 ρ_{bw} ；记任一点应变为 ε_{ij} （以压为正），自由水和结合水的孔隙度分别为 ϕ_1 和 ϕ_2 ，总孔隙度 $\phi = \phi_1 + \phi_2$ 。再记 v_i 和 V_i 分别为固相和自由水的流速，其中固相的流速即对应于多孔介质骨架的变形率；假定结合水均吸附于固相表面，与固相共同运动，即结合水相的流速与固相的流速相同。对于某一相，单位时间内体积体 Ω 内的质量变化应等于单位时间从 Ω 的边界 D 流出的质量与由于相变引起的质量交换的和。则可推得固相、自由水相和结合水相的质量守恒方程分别如下所示：

$$d_t[\rho_s(1-\phi)] = \rho_s(1-\phi)d_t\varepsilon_{kk} \quad , \quad (1a)$$

$$d_t(\rho_{fw}\phi_1) = -\rho_{fw}[\phi_1(V_k - v_k)]_{,k} - \phi_1(V_k - v_k)\nabla_k\rho_{fw} + \rho_{fw}\phi_1d_t\varepsilon_{kk} + Q \quad , \quad (1b)$$

$$d_t(\rho_{bw}\phi_2) = \rho_{bw}\phi_2d_t\varepsilon_{kk} - Q \quad . \quad (1c)$$

式中 $V_k - v_k$ 为固相和自由水相的相对流速，即为孔隙中流体的实际相对流速； ε_{kk} 为固相骨架的体积应变； V_{ij} 为自由水相的变形率，由 $V_{ij} = (V_{i,j} + V_{j,i})/2$ 确定。

式 (1c) 右端第一项是假定结合水全部吸附于颗粒表面，与固相共同运动的结果。 Q 表示由温度 T 变化引起的单位时间内结合水相转化为自由水相的质量。 Q 可表示为 $Q = \rho_{bw}\alpha_{bf}\phi_2d_tT$ ，其中 α_{bf} 为参数（可为常数，也可以是温度、加热速率等变量的函数）， $\rho_{bw}\alpha_{bf}\phi_2$ 表示温度每上升一摄氏度孔隙中结合水转化为自由水的质量。 d_t 为物质导数，即 $d_t = d(\cdot)/dt$ 。另外，本文采用小应变，即应变率 $d_t\varepsilon_{ij} = -(v_{i,j} + v_{j,i})/2$ 。

1.3 能量守恒方程

饱和土体体系的能量守恒可表述为：单位时间内 Ω 内的内能变化 $d_t\omega$ 等于单位时间内通过边界 D 的能量（热对流和热传导）引起的热量变化、重力引起的能量变化以及应力在边界上所做的功的和，可推导得

$$d_t\omega = -(V_k - v_k)(\rho_{fw}\phi_1d_tV_k + \nabla_j\sigma_{jk}^{fw}) - (V_k - v_k)\rho_{fw}\phi_1\nabla_k e_{fw} + \rho_{fw}\phi_1g_k(V_k - v_k) + \nabla_k(\kappa\nabla_k T) + \sigma_{jk}^s d_t\varepsilon_{jk} - \sigma_{jk}^{fw}V_{jk} + \sigma_{jk}^{bw}d_t\varepsilon_{jk} \quad . \quad (2)$$

式中 σ_{jk}^s 、 σ_{ij}^{fw} 和 σ_{jk}^{bw} 分别为固相、自由水相和结合水相所承担的应力（根据混合物理论，总应力可表示为各相应力的总和）； e_{fw} 为单位质量自由水相具有的内能； κ 为饱和土体的热传导系数。式 (2) 右端倒数

第二项系数为负是因为 V_{ij} 为以拉为正。本文应力也以压为正。

2 本构方程的构建

2.1 能量的考虑

本文的基本本构框架是根据经典热力学理论建立的, 因此对于饱和土体中能量的描述便自然成为其重要基础。对于饱和土体系统, 单位时间内单位体积的内能变化量总是由可逆的能量变化和不可逆的能量变化两种能量过程构成。对于饱和岩土体材料, 可逆能量的储存和不可逆能量的耗散过程主要发生在岩土颗粒之间的接触上。首先, 土颗粒之间存在弹性的接触关系, 可将外部输入的能量转化为可恢复的弹性势能储存起来。这个能量过程在宏观上可以描述为弹性应变 ε_{ij}^e 的热力学共轭量 π_{ij} (为应力) 在相应弹性应变上所做的功(见式(3)), 可通过引入弹性势能密度函数 ω_e 来定量表达。当土颗粒接触面上不存在滑移、摩擦、滚动、碰撞等相对运动时, 外部输入的能量将全部转化为弹性势能; 而这些颗粒层次的相对运动一旦发生, 能量耗散即熵制造过程便开始发生。这个耗散过程可以分成颗粒和宏观两个层次, 这两个层次的耗散机制不同但相互联系。颗粒集合体(比如土体)一旦受到外部激励(主要为宏观振动、变形等), 在颗粒层次上, 会诱发颗粒之间一系列无规则的相互运动(在物理学上称为涨落), 它总是伴随着熵制造的产生, 使得颗粒运动所携带的动能向微观热运动转化(即转变为宏观熵 S 的增加)。文献[10]引入了一个独立的类熵变量颗粒熵 S_2 及其共轭量颗粒熵温度 T_2 和颗粒熵制造率 R_2/T_2 , 宏观地将上述颗粒层次的相互运动(下文称为颗粒熵运动)统一描述为颗粒熵的演化。一旦颗粒熵运动被激发($T_2 \neq 0$), 宏观层次上土颗粒单元之间的接触便不是完全弹性的, π_{ij} 所做功的一部分将转化为能量耗散, 即有非弹性应变产生。此时土颗粒接触上储存弹性势能的能力降低, 甚至发生弹性势能的衰减, 因此这个耗散过程又称为弹性弛豫^[10]。通过构造热力学恒等式^[10], 上述能量过程可以用下式进行描述:

$$d_t \omega = \pi_{ij} d_t \varepsilon_{ij}^e + \mu_1 d_t [\rho_s (1-\phi)] + \mu_2 d_t (\rho_{fw} \phi) + \mu_3 d_t (\rho_{bw} \phi) + T d_t S + T_2 \rho_s (1-\phi) d_t v_2, \quad (3)$$

式中, $d_t \omega$ 为单位时间内材料内部能量(不包含动能)的变量化, μ_1 , μ_2 , μ_3 称为化学势。

式(3)实际上描述了外部能量输入转化为材料内部能量的具体形式。其右端第一项即为弹性势能增量 $d_t \omega_e$, 第二项到第四项分别为固相、自由水相和结合水相单位密实度变化对应的内能增量(与孔隙水压力有关, 见下文), 第五项和第六项则为不可逆的能量过

程。其中 $T d_t S$ 为单位时间内系统中所有不可逆能量过程(主要包括弹性弛豫耗散和颗粒熵运动耗散)引起的能量耗散, $d_t S$ 为单位时间系统内的熵增。 $T_2 \rho_s (1-\phi) d_t v_2$ 则为单位时间颗粒熵运动能的增量, $v_2 = S_2 / \rho_s$ 为单位质量固相颗粒熵。这些耗散过程是造成土体非弹性(黏性及塑性)特性的来源, 且可采用非平衡态热力学理论进行定量化的描述。

根据热力学第二定律, 不可逆能量耗散表现为引起系统的熵 S 的增加(称为熵制造), 任意系统不可逆过程所引起的熵的增量总是大于零。对于饱和土体, 若忽略由对流及热传导引起的熵流动, 单位时间内单位体积熵的总变化量可以表示为 $d_t S = R/T$ 。其中 R/T 为熵制造率, R 为不可逆过程导致的能量耗散率, 可由非平衡态热力学理论确定。根据线性非平衡态热力学理论^[12], 将使热力学系统偏离热力学平衡态的驱动力称为耗散力, 单位时间内单位耗散力所引起的能量耗散称为耗散流, 则系统的熵制造 R 可以表示为所有耗散力 X_i 和相应耗散流 J_i 乘积的总和, 即 $R = \sum_i J_i X_i$ 。假设系统偏离平衡态不太远, 又可认为耗散流可以表示为耗散力的线性函数 $J_i = \sum_k L_{ik} X_k$ (又称为 Onsager 关系), 即为线性非平衡态热力学理论, 这也是本文的理论基础。系数矩阵 L_{ik} 称为迁移系数矩阵。

2.2 弹性势能密度函数

本文在文献[10]提出的弹性势能密度函数的基础上进行修正, 考虑了黏性及温度等影响, 如下所示:

$$\omega_e = 0.4B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5}(\varepsilon_v^e)^2 + B(\varepsilon_v^e + c')^{1.5}[\xi(\varepsilon_s^e)^2 + \zeta(\varepsilon_{III}^e)^5 / (\varepsilon_s^e)^3)] + 3K_b\beta_T(T - T_0)\varepsilon_v^e, \quad (4a)$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_v^e &= \varepsilon_{kk}^e, \\ \varepsilon_s^e &= \sqrt{\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ij}^e}, \\ \varepsilon_{III}^e &= \sqrt[3]{\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{jk}^e \varepsilon_{ki}^e}. \end{aligned} \right\} \quad (4b)$$

式中 B 为与应力同量纲的参数, 它是干密度 $\rho_d = \rho_s(1-\phi)$ 的函数, 本文采用 $B=B_0 \exp(B_1 \rho_d)$; c 为与材料黏性有关的无量纲参数(对砂土可取为零); c' 为与土体临界强度有关的参数; ξ , ζ 为反映材料剪切性质的参数。偏弹性应变 $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{ij}^e - \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij}$; ε_v^e 为弹性体积应变; ε_s^e , ε_{III}^e 分别为弹性应变第二、第三不变量。式(4a)右端最后一项为热弹耦合项, K_b 为材料的体积变形模量, T_0 为参考温度, β_T 为弹性线膨胀系数。由 $d_t \omega_e = \pi_{ij} d_t \varepsilon_{ij}^e$ 及式(4a)、(4b)可确定如下格林弹性应力-应变关系:

$$\pi_{ij} = \frac{\partial \omega_e}{\partial \varepsilon_{ij}^e}. \quad (5)$$

2.3 迁移系数模型

由热力学平衡条件 $\delta S=0$ 可确定热力学系统中的

耗散力构成^[10]。对于饱和岩土体, 主要的耗散力为 π_{ij} , T_2 , $d_t \varepsilon_{ij}$ (应变率), V_{ij} , 温度梯度 $\nabla_i T$, $V_i - v_i$ 和温度变化率 $d_t T$ 。 $d_t T$ 的耗散机制为温度变化引起孔隙中结合水向自由水转化并诱发土颗粒间的重组运动, 即本文认为耗散力 $d_t T$ 也可激发颗粒熵运动, 它与 T_2 不是独立的, 应计入颗粒熵制造率 R_2/T_2 中以模拟非等温固结现象。依次记上述耗散力相应的耗散流为 Y_{ij}

(对应于宏观弹性弛豫)、 I_2 (颗粒熵运动直接引起的宏观耗散流), $\sigma_{ij}^{(ls)}$, $\sigma_{ij}^{(lf)}$, q_i , χ_i 和 M 。由下文可知 $\sigma_{ij}^{(ls)}$ 和 $\sigma_{ij}^{(lf)}$ 的物理意义分别为固相和液相的黏滞应力。则根据 Onsager 理论, 系统的能量耗散率 R 可表示为

$$R = \pi_{ij} Y_{ij} + I_2 T_2 + \sigma_{ij}^{(ls)} d_t \varepsilon_{ij} + \sigma_{ij}^{(lf)} V_{ij} + q_i \nabla_i T + \chi_i (V_i - v_i) \quad (6)$$

耗散流 Y_{ij} , $\sigma_{ij}^{(ls)}$, $\sigma_{ij}^{(lf)}$, I_2 及 χ_i 可进一步表示为相应耗散力的线性函数, 可得到如下 Onsager 关系:

$$Y_{ij} = \lambda_s (T_2)^a e_{ij}^e + \lambda_v (T_2)^a \varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} \quad (7a)$$

$$\sigma_{ij}^{(ls)} = \eta d_t \varepsilon_{ij} + \zeta d_t \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (7b)$$

$$\sigma_{ij}^{(lf)} = \eta_f V_{ij}^d + \zeta_f V_{kk} \delta_{ij} \quad (7c)$$

$$I_2 = \gamma T_2 \quad (7d)$$

$$\chi_i = \beta_{ik} (V_k - v_k) \quad (7e)$$

式中 e_{ij} 为偏应变, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_{kk} \delta_{ij} / 3$; $V_{ij}^d = V_{ij} - V_{kk} \delta_{ij} / 3$ 。参数 λ_s , λ_v , γ 称为迁移系数; 参数 η , ζ , η_f , ζ_f 可理解为相应相的黏滞系数; 参数 a 为大于零的常数。式 (7a)、(7b)、(7c) 将耗散流拆分成与相应耗散力偏部分及各向同性部分相关的两个部分。此外, 式 (7a) 满足当颗粒熵运动停止 ($T_2=0$) 时耗散流 Y_{ij} 为零的要求。由上述能量耗散模型, 可进一步得到材料非弹性变形的本构关系。

2.4 颗粒熵运动方程

上文引进了新的状态变量颗粒熵, 因此必须有相应的运动方程来描述其演变规律。可认为颗粒熵与熵具有相似的性质, 都是对某种无规则运动在统计意义上的描述, 并满足以下颗粒熵方程:

$$\rho_s (1-\phi) d_t v_2 = R_2 / T_2 - I \quad (8a)$$

$$I = I_2 + \pi_{ij} \alpha_{ij}^h \quad (8b)$$

$$R_2 = \sigma_{ij}^{(2)} d_t \varepsilon_{ij} + M d_t T \quad (8c)$$

$$\sigma_{ij}^{(2)} = \eta_2 T_2 d_t \varepsilon_{ij} + \zeta_2 T_2 d_t \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad (8d)$$

其中 R_2 借用式 (6) 所示方法确定。应力 π_{ij} 不适合作为激发颗粒熵运动的来源 (因为对于应力不为零的土单元, 颗粒间也可能是相对静止的), 再假设液相的黏滞不会引发颗粒间运动, 因此可只采用应变率张量 $d_t \varepsilon_{ij}$ 和 $d_t T$ 为颗粒熵制造的主要耗散力, 如式 (8c) 所示。 $\sigma_{ij}^{(2)}$ 为 $d_t \varepsilon_{ij}$ 对应的耗散流, 其大小可借鉴

Onsager 关系、仿照式 (7b) 给出 (见式 (8d))。参数 η_2 , ζ_2 分别为与偏应变和体应变有关的迁移系数。 I 为颗粒熵运动携带的能量向宏观能量耗散转化的速率, 且这种转化的过程是单向的, 即 $I \geq 0$ 。可见与熵不同的是, 颗粒熵不仅可以被制造, 也可以发生衰减。对于颗粒性材料, 弹性弛豫和颗粒熵运动实际上都发生在颗粒之间的接触上, 因此它们之间必然存在某种相互影响。由上文已知颗粒熵运动会激发弹性弛豫的发生, 反过来也可认为弹性弛豫也会对颗粒熵运动产生影响。因此, 式 (8b) 将颗粒熵向宏观熵增的转化分为两个部分: 由颗粒之间的滑移、碰撞等相互运动直接产生的热量 (转化为式 (6) 中的能量耗散 $I_2 T_2$) 以及弹性弛豫引起的颗粒熵运动能的变化 (用 $\pi_{ij} \alpha_{ij}^h$ 表示, 这部分能量转化为式 (6) 中弹性弛豫耗散 $\pi_{ij} Y_{ij}$ 的一部分)。 α_{ij}^h 为弹性弛豫对颗粒熵运动的影响系数。式 (8a) 中 v_2 可表示为颗粒熵温度 T_2 的函数, 如式 (9) 所示, 其中 b 为材料参数 (这个关系可通过定义自由能函数并构造相应的热力学恒等式得到^[10], 这里不详细叙述)

$$v_2 = b T_2 \quad (9)$$

2.5 非弹性变形的本构关系

严格来说, 岩土体材料总是或多或少存在非弹性应变。将总应变分成弹性应变 ε_{ij}^e 和非弹性应变为 ε_{ij}^D 两个部分。可将弹性应变、非弹性应变以及总应变的时间变化率之间的关系表示为

$$d_t \varepsilon_{ij}^e = d_t \varepsilon_{ij} - d_t \varepsilon_{ij}^D \quad (10)$$

则由式 (1) ~ (4)、(8)、(10) 可推得

$$\begin{aligned} & [\sigma_{ij}^s - \pi_{ij} + \sigma_{ij}^{bw} - \mu_1 \rho_s (1-\phi) \delta_{ij} - \mu_3 \rho_{bw} \phi_2 \delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(ls)} - \sigma_{ij}^{(2)}] \\ & d_t \varepsilon_{ij} - (\sigma_{ij}^{fw} - \mu_2 \rho_{fw} \phi_1 \delta_{ij} - \sigma_{ij}^{(lf)}) V_{ij} + (d_t \varepsilon_{ij}^D + T_2 \alpha_{ij}^h - Y_{ij}) \pi_{ij} + \\ & [M + (\mu_2 - \mu_3) \rho_{bw} \alpha_{bf} \phi_2] d_t T = \nabla_i (\kappa \nabla_i T - q_i) \end{aligned} \quad (11)$$

通过引入自由能函数还可推得 $\mu_1 = p/\rho_s$, $\mu_2 = p/\rho_{fw}$, $\mu_3 = p_b/\rho_{bw}$ 。 p_b 为结合水压力, 应为孔压 p 与颗粒接触力传递来的压力的和 (结合水膜也存在于颗粒接触之间), 可表示为 $p_b = p + \psi \pi_{kk} / [3(1-\phi)]$ 。 $\pi_{kk} / [3(1-\phi)]$ 为固相受到的平均应力, ψ 为传递系数。式 (11) 对任意大小的 $d_t \varepsilon_{ij}$, V_{ij} , π_{ij} 和 $d_t T$ 均需成立, 因此有 (取 $\sigma_{ij}^{bw} = \mu_3 \rho_{bw} \phi_2 \delta_{ij}$):

$$\sigma_{ij}^s = \pi_{ij} + p(1-\phi) \delta_{ij} + \sigma_{ij}^{(ls)} + \sigma_{ij}^{(2)} \quad (12a)$$

$$\sigma_{ij}^f = p \phi_1 \delta_{ij} + \sigma_{ij}^{(lf)} \quad (12b)$$

$$\sigma_{ij}^{bw} = p \phi_2 \delta_{ij} + \frac{\psi \phi_2 \pi_{kk} \delta_{ij}}{3(1-\phi)} \quad (12c)$$

$$d_t \varepsilon_{ij}^D = Y_{ij} - T_2 \alpha_{ij}^h \quad (12d)$$

$$M \approx \frac{\psi \pi_{kk} \alpha_{bf} \phi_2}{3(1-\phi)} \quad (12e)$$

式(12a)、(12b)、(12c)即为饱和土体各相的应力, 其中 $\sigma_{ij}^{(s)}$ 及 $\sigma_{ij}^{(f)}$ 可理解为固相及液相的黏滞应力, $\sigma_{ij}^{(2)}$ 为颗粒熵运动对应力的贡献, 它们的值一般较小, 可以忽略。若同时忽略式(12c)右端第二项, 则总应力可表示为

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^s + \sigma_{ij}^{fw} + \sigma_{ij}^{bw} \approx \pi_{ij} + p\delta_{ij} \quad . \quad (13)$$

由式(13)易知弹性应变共轭量 π_{ij} 即近似为经典土力学中的有效应力。式(12d)给出了非弹性应变的发展与弹性弛豫及颗粒熵运动两种耗散机制的定量关系(下文将式(10)、(12d)、(7a)合称为弹性弛豫方程)。它实际上也是某种形式的塑性流动法则, 但与经典力学通过定义塑性势函数的建模途径完全不同。式(12e)则给出了非等温过程结合水状态转化激发颗粒熵运动的规律。与式(7a)相似, 当无颗粒熵运动时, 迁移系数 M 应为零; 同时假设只有在升温过程才会激发颗粒熵运动。可令 $\psi = \psi_2 T_2$ (ψ_2 为材料参数), 将式(12e)改写为

$$\left. \begin{array}{l} M \approx \frac{\psi_2 T_2 \pi_{kk} \alpha_{bf} \phi_2}{3(1-\phi)}, \\ \psi_2 > 0 \quad (d_t T > 0), \\ \psi_2 = 0 \quad (d_t T \leq 0). \end{array} \right\} \quad (14)$$

式(11)忽略了与渗流速率 $V_i - v_i$ 有关的部分, 实际上通过这部分还可以得到如下渗流公式(过程略):

$$\phi_1(V_i - v_i) = -(K/\mu)[\nabla_i p - \rho_{fw} g_i] \quad , \quad (15)$$

式中, μ 为流体的运动黏度, K 为固相骨架的本征渗透率。由式(15)可对强迫对流和密度流进行模拟。

2.6 基于循环加载的考虑

由于本文模型没有引入屈服面、加卸载准则及塑性硬化等概念, 也不区分加载过程中的纯弹性阶段和弹塑性阶段, 材料在循环荷载作用下的响应总是伴随着能量的耗散, 即在任意时刻材料都不是纯弹性的。因此与经典弹塑性力学中低估循环加载中的能量耗散(因为在卸载和达到后继屈服面之前的重加载过程是完全弹性的)相反, 本文模型可能存在循环能量耗散被高估的情况。而本文引入的 α_{ij}^h 则可起到对非弹性应变发展进行抑制的作用(见式(12d))。而 α_{ij}^h 的函数形式的构造需要合理反映循环加载中残余应变的累积, 并形成如图1所示的滞回环。

本文引入一个非弹性应变修正量 ε_{ij}^h 来确定 α_{ij}^h 的大小。仿照式(7a)构造函数 α_{ij}^h , 并由式(12d)可得

$$\alpha_{ij}^h = \lambda_s (T_2)^{a-1} e_{ij}^h + \lambda_v (T_2)^{a-1} \varepsilon_{kk}^h \delta_{ij} \quad , \quad (16a)$$

$$d_t \varepsilon_{ij}^D = \lambda_s (T_2)^a (e_{ij}^e - e_{ij}^h) + \lambda_v (T_2)^a (\varepsilon_{kk}^e - \varepsilon_{kk}^h) \delta_{ij} \quad , \quad (16b)$$

$$d_t \varepsilon_{ij}^h = d_t \varepsilon_{ij}^D - w A \varepsilon_{ij}^h \quad , \quad (17a)$$

$$A = \frac{d_t \varepsilon_{kl}^D \cdot \varepsilon_{kl}^h}{h \sqrt{\varepsilon_{mn}^h \varepsilon_{mn}^h}} \quad , \quad (17b)$$

$$\left. \begin{array}{ll} w = 1 & (d_t \varepsilon_{kl}^D \cdot \varepsilon_{kl}^h > 0), \\ 0 < w < 1 & (d_t \varepsilon_{kl}^D \cdot \varepsilon_{kl}^h < 0), \end{array} \right\} \quad (17c)$$

式中, $e_{ij}^h = \varepsilon_{ij}^h - \varepsilon_{kk}^h \delta_{ij}/3$ 。

假设非弹性应变的变化可激发非弹性应变修正张量的生长, 则 ε_{ij}^h 的变化率应可表示为 $d_t \varepsilon_{ij}^D$ 的函数(见式(17a))。式(17)和式(16b)是相互制约的关系: 当非弹性应变增长时, 非弹性应变修正张量 ε_{ij}^h 也增长(由式(17)); 而反过来 ε_{ij}^h 的增长又限制了非弹性应变的发展(由式(16b))。由于岩土体材料在循环剪切荷载作用下可能发生如图1所示的破坏(应变累积速度快速增大), 因此 ε_{ij}^h 对非弹性应变的抑制作用应当是有限的。而式(17a)右端第二项则限制了 ε_{ij}^h 的大小, 使其第二不变量存在一个最大值 h 。 w 为控制循环剪切过程中残余应变累积速度的参数, 其中定义 $d_t \varepsilon_{kl}^D \cdot \varepsilon_{kl}^h > 0$ 为 ε_{ij}^h 的生成阶段, $d_t \varepsilon_{kl}^D \cdot \varepsilon_{kl}^h < 0$ 为 ε_{ij}^h 的退化阶段。可见, 引入参数 h , w 是为了更准确地反映材料的滞回性能。

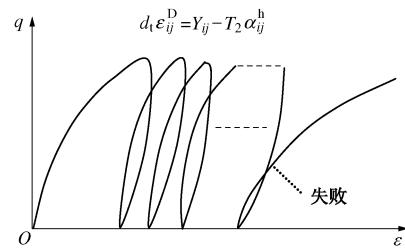


图1 循环剪切加载响应示意图

Fig. 1 Schematic diagram of stress-strain response under cyclic shearing

2.7 温度影响的考虑

温度对饱和土体力学行为的影响是多方面的。首先温度升高会导致孔隙中无法自由流动的结合水向自由水转化, 激发颗粒间的重组, 从而产生热体缩现象, 即所谓的非等温固结。非等温固结过程导致的密实度变化又直接影响了饱和土体的剪切强度。另一方面, 温度也会对饱和土体(尤其是黏土)的力学性质(从模型角度看, 就是某些重要的参数)产生影响。本文假设参数 ξ , ζ (式(4)), 迁移系数 λ_v , λ_s (见式(7a)、(16b)), 令 $m_1 = \lambda_v / \lambda_s$ 以及参数 w (式(17a)、(17b))是温度的函数:

$$\xi = \xi_0 [1 + \theta_T (T - T_0)] \quad , \quad (18a)$$

$$\zeta = \zeta_0 [1 + \theta_T (T - T_0)] \quad , \quad (18b)$$

$$m_1 = m_{10} [1 + l_T (T - T_0)] \quad , \quad (18c)$$

$$w = w_0 [1 + w_T (T - T_0)] \quad . \quad (18d)$$

式中 参数 ξ , ζ , m_1 为与剪切强度相关的参数(下

标 0 表示 $T=T_0$ 时的值, θ_T , l_T , w_T 为相应的温度影响系数)。其中 ξ , ζ 的值增大, 剪切强度也增大; 而 m_1 的值越大, 剪切强度降低。参数 w 则影响加卸载过程中残余应变的累积速度。综上, 本文模型中温度对饱和土体力学行为的影响是上述各因素共同作用的结果。

3 非等温固结及不排水剪切模拟

前文已经给出了一组完整的非等温岩土力学模型, 它包括: 应力方程(式(4)、(5)、(12)、(13)); 弹性弛豫方程(式(10)、(16b)); 非弹性应变修正方程(式(17)); 颗粒熵运动方程(式(7d)、(8a)、(9)); 质量连续方程(式(1)、(15))和能量守恒方程(式(2), 若温度场已知则不需要)。对于单元尺度问题, 若固结过程采用有效应力加载(超静孔压及时消散, 即不需要求解孔压), 质量连续方程只需用到式(1a)和式(1c); 若采用总平均应力控制, 则需对式(1b)中排水项 $[\phi(V_k - v_k)]_k$ 进行简化。本文采用前者, 在单元尺度上进行非等温等向固结和三轴不排水剪切的模拟并验证模型的合理性。

对于三轴路径, 主应力 $\sigma_2 = \sigma_3$, 主应变 $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$, 弹性应变不变量、体应变、偏应变及偏弹性应变分别为

$$\varepsilon_v^e = \varepsilon_1^e + 2\varepsilon_3^e, \quad (19a)$$

$$\varepsilon_s^e = \sqrt{2/3} \cdot |\varepsilon_1^e - \varepsilon_3^e|, \quad (19b)$$

$$\varepsilon_{III}^e = \sqrt[3]{2}(\varepsilon_1^e - \varepsilon_3^e)/9, \quad (19c)$$

$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + 2\varepsilon_3, \quad (19d)$$

$$\varepsilon_d = \sqrt{2/3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_3), \quad (19e)$$

$$\varepsilon_d^e = \sqrt{2/3}(\varepsilon_1^e - \varepsilon_3^e), \quad (19f)$$

式中, 偏弹性应变 ε_d^e 的绝对值即为相应的弹性应变第二不变量 ε_s^e 。

本文认为对于土体, 式(4)中温度耦合项引起的温度附加应力相对较小, 温度对固结及剪切行为的影响主要体现在温度对结合水的影响、温度对物理参数的影响(见式(18))。则由式(4)、(5)、(19), 土体的有效平均压力及偏应力可分别表示为

$$p' = 0.6B(\varepsilon_v^e + c)^{0.5}(\varepsilon_v^e)^2 + 0.8B(\varepsilon_v^e + c)^{1.5}\varepsilon_v^e + 1.5B(\varepsilon_v^e + c')^{0.5}[\xi(\varepsilon_d^e)^2 + \zeta \cdot 6^{-5/6}\varepsilon_d^e|\varepsilon_d^e|], \quad (20a)$$

$q = \sigma_1 - \sigma_3 = 2\sqrt{3/2}B(\varepsilon_v^e + c')^{1.5}[\xi\varepsilon_d^e + 6^{-5/6}\zeta|\varepsilon_d^e|]$ 。(20b)
对于常规三轴压缩试验, 围压 σ_3 为常数, 据此及 $\sigma_3 = (3p' + q)/3 + p$ 可确定孔隙压力 p 的大小。令 $\tilde{T}_2 = \lambda_s^{1/a}T_2$, 由式(10)、(16b)可得

$$\left. \begin{aligned} d_t\varepsilon_v^e &= d_t\varepsilon_v - d_t\varepsilon_v^D, \\ d_t\varepsilon_v^D &= 3m_1(\tilde{T}_2)^a(\varepsilon_v^e - \varepsilon_v^h), \end{aligned} \right\} \quad (21a)$$

$$\left. \begin{aligned} d_t\varepsilon_d^e &= d_t\varepsilon_d - d_t\varepsilon_d^D, \\ d_t\varepsilon_d^D &= (\tilde{T}_2)^a(\varepsilon_d^e - \varepsilon_d^h), \end{aligned} \right\} \quad (21b)$$

$$\varepsilon_v^h = \varepsilon_1^h + 2\varepsilon_3^h, \quad (21c)$$

$$\varepsilon_d^h = \sqrt{2/3}(\varepsilon_1^h - \varepsilon_3^h). \quad (21d)$$

式中, ε_v^h , ε_d^h 可由式(17)确定:

$$d_t\varepsilon_v^h = d_t\varepsilon_v^D - wA\varepsilon_v^h, \quad (22a)$$

$$d_t\varepsilon_d^h = d_t\varepsilon_d^D - wA\varepsilon_d^h. \quad (22b)$$

对于颗粒熵运动方程(式(8)), 不妨忽略 $\pi_{ij}\alpha_{ij}^h$ 项以简化模型(不影响模型的功能), 则由式(8)、(9)可得

$$d_t\tilde{T}_2 = \frac{m_2m_4(d_t\varepsilon_d)^2 + m_2m_3m_4(d_t\varepsilon_v)^2}{\rho_d} + \frac{m_5\pi_{kk}\alpha_{bf}\phi_2}{3\rho_d(1-\phi)}d_tT - \frac{m_4}{\rho_d}\tilde{T}_2, \quad (23a)$$

$$\left. \begin{aligned} m_2 &= (\lambda_s)^{1/a}\eta_2/\gamma, \\ m_3 &= \zeta_2/\eta_2, \\ m_4 &= \gamma/b, \\ m_5 &= \psi_2/b. \end{aligned} \right\} \quad (23b)$$

对于任意加载路径, 模拟时并不需要确定迁移系数 λ_v , λ_s , γ , η_2 , ζ_2 , ψ_2 及参数 b 的所有值, 而只需要确定它们之间的某些相互关系(即 m_1 , m_2 , m_3 , m_4 , m_5)便可定解。干密度 $\rho_d = \rho_s(1-\phi)$ 及结合水孔隙度 ϕ_2 可由式(1a)、(1c)得到。令 $\Delta T = T - T_0$, 则有:

$$\rho_d = \rho_{d0} \exp(\Delta\varepsilon_v), \quad (24a)$$

$$\phi_2 = \phi_{20} \exp[\Delta\varepsilon_v - \alpha_{bf}\Delta T], \quad (24b)$$

式中, $\Delta\varepsilon_v = \varepsilon_v - \varepsilon_{v0}$, ρ_{d0} 为 $\varepsilon_v = \varepsilon_{v0}$ 时的干密度。

由式(20)~(24)可对饱和土体在非等温三轴加载路径下的响应进行模拟。其中, 各向同性固结时, $\varepsilon_d = 0$, $d_t\varepsilon_d = 0$; 三轴不排水剪切时, $d_t\varepsilon_v = 0$, $d_t\varepsilon_d = (1.5)^{0.5}d_t\varepsilon_1$ 。如果应变率 $d_t\varepsilon_{ij}$ 及温度 T 为已知条件, 则根据式(23)可得到颗粒熵温度 T_2 , 再由式(21)、(22)可得到弹性应变和非弹性应变修正量的值, 继而由式(20)可计算有效应力大小。而孔压的计算在前文中已经描述过了。

综上考虑, 本文模型的主要参数有: ①弹性势能相关参数 B_0 , B_1 , c , c' , ξ , ζ ; ②迁移系数 m_1 , m_2 , m_3 , m_4 ; ③与加卸载相关的参数 h , w ; ④与温度有关的参数 θ_T , l_T , w_T ; ⑤与非等温固结相关的参数 m_5 , α_{bf} 。其中参数①、②可通过室内固结(回弹)试验、三轴压缩(伸长)试验进行标定, 参数③可通过不排水三轴循环剪切试验标定, 参数④可通过不同温度下三轴压缩试验标定, 参数⑤可通过非等温固结试验来进行标定。鉴于篇幅所限, 这部分内容将另文详细讨论。

3.1 饱和黏性土非等温固结试验模拟

Kuntiwattanakul等^[4]对不同OCR值饱和MC黏土的非等温固结过程及其对三轴压缩剪切行为的影响进行了试验研究, 结果表明温度对饱和土体力学行为的影响与OCR值密切相关。本文采用其试验数据对模型参数进行率定并对MC黏土的非等温力学行为进行模拟, 模型参数: ①弹性势能函数相关参数 $B_0=510\text{ Pa}$, $c'=0.12$, $B_1=0.0116\text{ m}^3/\text{kg}$, $\zeta=0.276$, $c=0.02$, $\zeta=0.053$; ②迁移系数 $m_1=0.558$, $m_2=1.79 \times 10^3\text{ min}^{-(1-2a)/a}$, $m_3=0.447$, $m_4=49.4\text{ kg/m}^3/\text{min}$; ③循环加载相关 $h=0.022$, $w=0.98$; ④非等温固结相关 $\alpha_{bf}=0.02\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $m_5=3.2 \times 10^{-6}\text{ kg/min/m}^4$; ⑤温度相关参数 $\theta_t=4.3 \times 10^{-4}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, $l_t=3.6 \times 10^{-3}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ 。式(21)中参数 a 取为0.455, 初始结合水孔隙度取0.12。非等温固结路径如图2所示, 土单元在22℃下固结至196 kPa后再卸载至不同围压水平, 分别得到OCR值1, 2.2及8。图3为 p' 及温度 T 的加载过程。模拟时有效围压 p' 线性加载(卸载)至预定水平后保持不变以使固结完全(如图3中①→②所示)。之后, 在不同的初始OCR状态下, 保持围压不变, 将土单元加热至90℃后保持温度不变直至土单元体积不再发生变化。加热速率约为0.28℃/min。

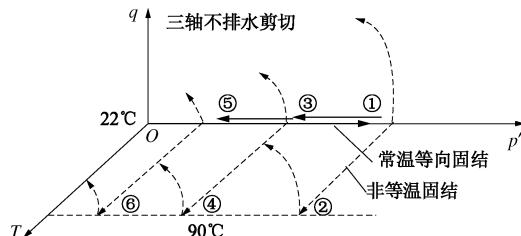


图2 饱和黏性土非等温固结及不排水剪切路径示意图

Fig. 2 Non-isothermal consolidation and undrained shear paths of saturated clay

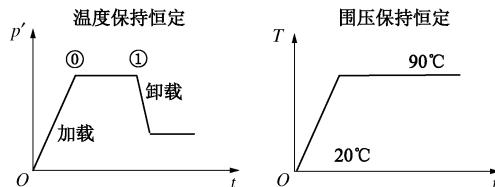


图3 固结围压及温度随时间的加载过程示意图

Fig. 3 Time-history of confining pressure and temperature

图4为上述应力固结过程固结曲线 $e-\lg p'$ 的模拟结果, 图5为3种不同OCR条件下非等温固结过程的热体应变曲线。其中★标记点为实测值, 为根据文献[4]中提供的相应状态的含水率、颗粒比重计算得到(考虑了22℃和90℃时孔隙水密度的差异)。由于固结全曲线缺乏实测数据, 这里只给出固结完成的最终值。由图4, 5可见, 本文模型对饱和土体的常规应力固结和非等温固结行为有较好的模拟结果, 模拟结果正确反映了非等温固结现象的规律。首先对于常温固

结, 在有效固结围压加载到预定水平后, 固结并未完全完成, 而是表现出某种徐变特性, 即随时间增长固结量继续增加一定的值。如图4右上角④-①点所示, 这个过程引起的孔隙比变化约为0.016, 与文献[4]所述0.01的量级相符。对于非等温过程存在类似的现象

(如图5(a)所示)。这是因为应力加载或温度加载引发的颗粒熵运动在加载结束时并未立即停止(即 $T_2 \neq 0$), 而是需要一个逐渐衰减(至 $T_2=0$)的过程(见图5(b), 由式(23a)右端最后一项决定), 此时非弹性的变形仍在发生。如图5(a), 土单元在加载到90℃后温度保持恒定, 之后经历约200 min后非等温固结基本停止(此时 $T_2=0$), 这与文献[4]所述3~5 h相符。

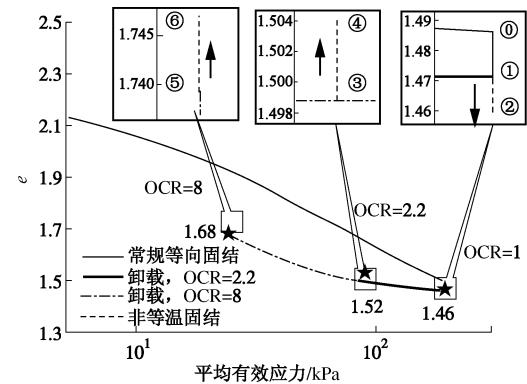


图4 饱和MC黏土固结曲线模拟结果

Fig. 4 Simulated results of consolidation

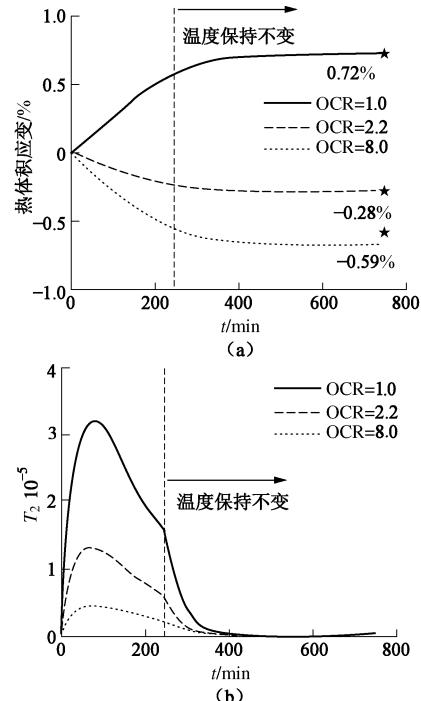


图5 饱和MC黏土非等温固结过程热体应变模拟结果及颗粒熵温度 T_2 随时间的变化

Fig. 5 Simulated results of thermal volumetric strain and granular entropy temperature during process of non-isothermal consolidation

另一方面，非等温固结与 OCR 值密切相关。如图 4, 5, 温度上升会导致正常固结饱和黏土的体积收缩，而导致超固结土的体积膨胀。且超固结比越大，温升体胀越明显。同时存在一个从温升体缩向温升体胀转变的临界 OCR 值（对于本文所述 MC 黏土，这个值在 1~2 之间）。从模型角度看，对于正常固结土，弹性体积应变 ε_v^e 总是大于非弹性应变修正量 ε_v^h 。而形成超固结需经历回弹过程，此时 ε_v^e 减小，而 ε_v^h 却变化不明显，使得当超固结比较大时， ε_v^e 值开始小于 ε_v^h 值，如图 6 所示。由式 (10)、(16b)，此时 $d_t \varepsilon_v^D \leq 0$ ，土体倾向于发生体积膨胀。对于当前固结压力相同、先期固结压力不同的不同 OCR 值黏土，同样也存在上述关系。对于本文模拟的情况，非等温固结亦与围压有关：OCR 越大围压越小，温升引起的颗粒熵温度也越小（由式 (23a)），产生体积缩小的趋势就越小。

非等温固结的另一个特征是其不可逆性，而本文模型将温度变化过程纳入不可逆能量耗散中（式 (8c)、(14)），因而可以反映这一特征。图 7 (a) 为循环温度荷载作用下（周期 1000 min）非等温固结热体应变曲线。显见，对于正常固结黏土，非等温固结升温和降温过程几乎都产生体积缩小；对于超固结土，升温产生体积膨胀，降温时体积只有部分恢复。但对于所有情况，若干个温度循环之后，热体积应变的累积便基本停止。这与已有试验研究文献的结论一致^[13]。从模型的角度看，这是由于循环非等温固结过程中非弹性应变修正量 ε_v^h 和弹性体积应变 ε_v^e 之间的差值逐渐减小（如图 7 (b)），使得非弹性应变发展速度降低（式 (16b)）。这个过程主要与加卸载相关参数 h, w （式 17）有关。

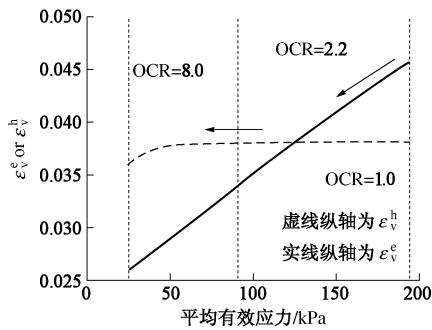


图 6 固结回弹时弹性体积应变 ε_v^e 与非弹性应变修正量 ε_v^h 的变化

Fig. 6 Variation of elastic strain and non-elastic strain correction during rebound process (i.e., unloading of confining pressure)

3.2 饱和黏性土三轴不排水剪切模拟

本节将在上文非等温固结模拟的基础上，对饱和 MC 黏土的三轴不排水压缩试验进行模拟，如图 2。由非等温固结模拟结果，不同 OCR 值和温度状态下土体

的干密度如图 8 所示。取式 (18) 中表征温度对剪切相关参数影响的系数为 $\theta_T = 0.00043^\circ\text{C}^{-1}$ 和 $l_T = 0.0036^\circ\text{C}^{-1}$ 。

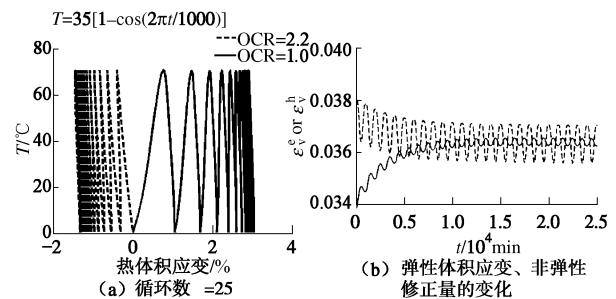


图 7 循环温度荷载下热体积应变曲线

Fig. 7 Thermal volumetric strain under cyclic thermal loading

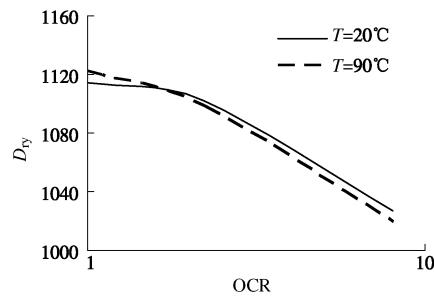


图 8 密实度与 OCR 值的关系

Fig. 8 Variation of dry density of MC clay with OCR value

模拟时采用常轴向应变速率 $d_t \varepsilon_1 = 5\%/\text{h}$ ，则由式 (20) ~ (24) 可对饱和土体的不排水三轴剪切试验进行模拟。不排水剪切时本文模型的主要状态变量的演变过程如图 9 (a) 所示，其中颗粒熵温度 T_2 和偏弹性应变 ε_v^e 逐渐增大，而弹性体积应变 ε_v^e 则逐渐衰减至零。式 (25) 为由式 (20)、(21) 得到的不排水切线剪切模量表达式。可见， ε_v^e 的衰减及 T_2 的增大使得剪切模量逐渐衰减，从而使应力 - 应变曲线产生硬化段（见图 10）。而当 ε_v^e 减小的速度足够快时还可能出现偏应力 q 降低的应变软化段（由式 (20b)）。如图 9 (a) 所示，土体最终会达到一个弹性应变、颗粒熵温度保持恒定的状态，此时应力状态保持恒定，而剪切应变、非弹性应变持续发展。这个状态可与土力学中的临界状态对应。对于某一固定的加载速率，不排水剪切强度依赖于其密实度（由 $B = B_0 \exp(B_1 \rho_d)$ ）。再注意到本文模型中弹性应变的最终状态与密实度无关，则不排水剪切临界强度 q_f 及对应有效平均应力 p'_f （令式 (20) 中 $\varepsilon_v^e = 0$ ）与密实度有如图 9 (b) 所示关系。图 9 (b) 所示曲线在砂土不排水剪切中被称为稳态线^[14]，在黏性土的排水剪切中则被称为临界状态线，参数 B_1 为此曲线（将 e 换算为干密度 ρ_d ）的斜率。

$$G = \frac{dq}{d\varepsilon_v^e} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_v^e} \cdot \frac{d_t \varepsilon_v^e}{d_t \varepsilon_d} + \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_d^e} \cdot \frac{d_t \varepsilon_d^e}{d_t \varepsilon_d} = -9B(\varepsilon_v^e + c')^{0.5}(\xi + 6^{-5/6}\zeta).$$

$$\varepsilon_d^e m_1 (\tilde{T}_2)^a (\varepsilon_v^e - \varepsilon_v^h) / d_t \varepsilon_1 + 2\sqrt{1.5} B (\varepsilon_v^e + c')^{1.5} (\xi + 6^{-5/6} \zeta) \cdot [1 - (\tilde{T}_2)^a (\varepsilon_d^e - \varepsilon_d^h) / (\sqrt{1.5} d_t \varepsilon_1)] = 0. \quad (25)$$

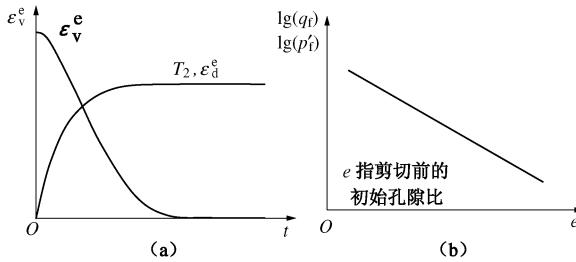


图 9 不排水剪切过程主要状态变量的演变和不排水剪切临界强度与密实度的关系

Fig. 9 Variation of main state variables during undrained shear and relation between residual strength and density

图 10 为饱和 MC 黏土三轴不排水压缩试验的模拟结果与实测结果对比 (实线和虚线分别为 20℃ 和 90℃ 模拟曲线, 空心和实心散点分别为 20℃ 和 90℃ 实测数据, 实测数据来自文献[4])。可见, 本文模型较好地模拟了不排水三轴剪切行为及温度对其的影响。首先, 对于正常固结土, 温升较大地提高了土体的不排水剪切强度, 应力 - 应变曲线整体向上方移动 (如图 (10a))。相应地, 土体的剪缩性降低, 有效应力路径向右上方移动。而对于超固结土, 温升对不排水剪切强度的影响则均不明显; 其中 $OCR=8$ 时剪切强度也只出现较小降低 (见图 10 (a))。另一方面, 超固结土不排水剪切时表现出一定的剪胀性, 而温升使得这种剪胀性有所降低 (如图 (10b))。可见, 温度对剪切强度的影响是一种较为复杂的行为, 它依赖于土体的类别和状态。而已有的相关试验研究文献[3~6]针对温度对剪切强度的影响也给出了不同的结论。本文则通过非等温固结过程密实度变化、温度对剪切相关参数的影响来反映这个现象。模型中影响剪切强度的影响因素和影响方式见表 1。首先, 加热导致正常固结土密实度提高, 增大了剪切强度; 而导致超固结土 (OCR 值足够大) 的密实度降低。另一方面, 温度升高会引起颗粒之间、颗粒与孔隙水分子之间微观层次相互作用力的减弱, 可认为这在宏观上引起体系迁移系数 (比如 m_1) 的增大, 即更容易产生能量耗散。这使得剪切强度有降低的趋势。同时本文假设弹性势能函数 (式 (4)) 中与剪切相关的参数 ξ , ζ 的大小也受温度的影响, 增大它们可以提高材料的剪切强度。综上, 温度对不排水剪切强度的影响是上述若干因素共同作用的结果。对于不同类型土体、不同的 OCR 值, 这些因素发挥的作用大小各不相同, 从而导致温度对土体的剪切特性产生不同、甚至相反的影响。

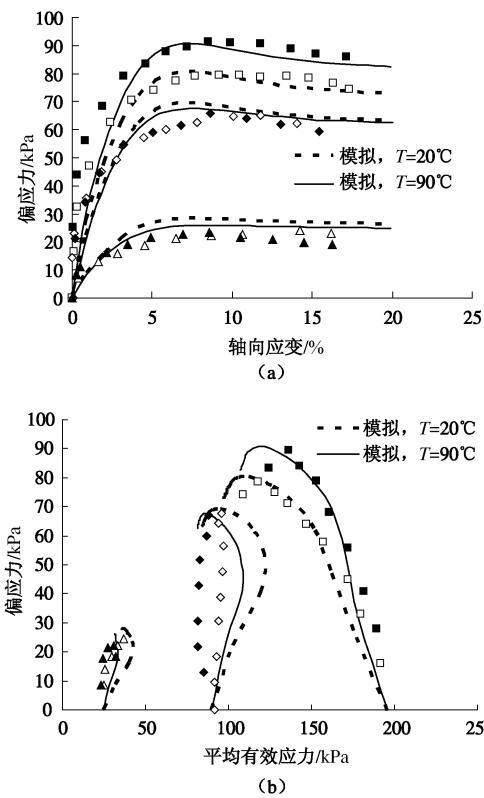


图 10 饱和黏土不排水三轴压缩试验模拟

Fig. 10 Simulated results of undrained triaxial shear tests

表 1 模型中温度对剪切强度的主要影响因素和方式

Table 1 Main factors affecting thermal effects on shear strength in the model

因素	密实度 $OCR=1 \cdots N$	迁移系数 m_1	弹性势能 参数 ξ , ζ
	$\uparrow \cdots \downarrow$		
温升引起的变化	$\uparrow \cdots \downarrow$	\uparrow	\uparrow
对强度影响方式	$\uparrow \cdots \downarrow$	\downarrow	\uparrow

4 结 论

(1) 本文从非平衡态热力学理论出发, 并采用颗粒物质研究领域最新提出的颗粒熵概念, 采用经典热力学理论对颗粒层次的能量过程及其引发的宏观层次能量耗散进行描述, 从理论上得到一种考虑多相介质、温度影响并无需考虑屈服面、流动法则等概念的多物理场耦合理论模型。该模型将土体非弹性变形等能量耗散机制在数学上统一描述为一组形式简单的迁移系数模型, 这种方法提供了一种完全不同于经典弹塑性力学的建模路径。本文应用该模型对饱和黏性土的非等温固结行为、不排水三轴剪切试验进行了模拟, 验证了模型的有效性。

(2) 本文对孔隙水中的结合水和自由水进行了区分, 假设温度升高会使原本无法自由流动的结合水向自由水转化, 并激发颗粒熵运动 (也可理解为颗粒重组运动), 从而导致非等温固结现象的发生。本文模型

较好地模拟了饱和黏性土的非等温固结行为及 OCR 值对非等温固结的影响。分析表明, 加热会导致正常固结饱和土体体积收缩, 而导致超固结土体体积膨胀。且饱和土体的这种非等温固结是不可逆的, 在循环温度荷载作用下, 非等温固结变形逐渐累积直到达到一个稳定值。此外, 本文模型具有反映徐变现象的能力, 即在应力或温度荷载停止后, 需经历一定时间后变形才完全停止。这些结论与已有的试验研究结论相符。

(3) 本文模型可较好模拟饱和土不排水三轴剪切行为。土体在经历硬化和软化阶段之后, 最终会达到一个弹性应变、应力状态恒定而剪切变形持续进行的状态, 即临界状态。在剪切速率和温度一定的情况下, 土体的剪切强度取决于土体的密实度: 密实度越大则剪切强度越大。而温度对不排水剪切强度的影响则还依赖于 OCR 值的大小。饱和 MC 黏土的实测研究及本文对其的模拟均表明, 温升可较显著地提高正常固结土不排水剪切强度, 而对超固结土的影响则相对不明显。同时温升导致正常固结土体剪缩性降低, 而对于超固结土则相反。事实上, 温度对剪切强度的影响受土体的类型、OCR 值的影响, 不同的试验研究文献经常给出不同的结论。本文模型将温度的影响表示为加热过程密实度变化、迁移系数变化及弹性势能函数的剪切相关参数的变化等不同因素共同作用的结果, 并初步解释了不同情况下土体温度效应的差异性。在下一步的研究中, 还需对这种差异性进行更为详尽的解释和分析。

参考文献:

- [1] BRANDL H. Energy foundations and other thermo-active ground structures[J]. *Géotechnique*, 2006, **56**(2): 81 – 122.
- [2] 姚仰平, 万 征, 杨一帆, 等. 饱和黏土不排水剪切的热破坏[J]. 岩土力学, 2011, **32**(9): 2561 – 2569. (YAO Yang-ping, WAN Zheng, YANG Yi-fan, et al. Thermal failure for saturated clay under undrained condition[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2011, **32**(9): 2561 – 2569. (in Chinese));
- [3] 白 冰, 陈星欣. 一种用于饱和土的热固结试验装置及其应用[J]. 岩土工程学报, 2011, **33**(6): 896 – 900. (BAI Bing, CHEN Xing-xin. Test apparatus for thermal consolidation of saturated soils and its application[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(6): 896 – 900. (in Chinese))
- [4] KUNTIWATTANAKUL P, TOWHATA I, OHISHI K, et al. Temperature effects on undrained shear characteristics of clay[J]. *Soils and Foundations*, 1995, **35**(1): 147 – 162.
- [5] MORITZ L. Geotechnical properties of clay at elevated temperature, Report: 47[R]. Linkioping: Suwdish Geotechnical Institute, 1995.
- [6] CEKEREVAC C, LALOUI L. Experimental study of thermal effects on the mechanical behaviour of a clay[J]. *Int J Numer Anal Meth Geomech*, 2004, **28**: 209 – 228.
- [7] LALOUI L, CEKEREVAC C. Thermo-plasticity of clays: An isotropic yield mechanism[J]. *Computers and Geotechnics*, 2003, **30**(8): 649 – 660.
- [8] MITCHELL J K. Fundamentals of soil behavior[M]. Hoboken: John Wiley & Sons, 1993: 233 – 234.
- [9] 蒋亦民, 刘 佑. 基于流体动力学理论的颗粒物质本构关系[J]. 科学通报, 2009, **54**(11): 1504 – 1510. (JIANG Y M, LIU M. A granular constitutive relation derived from hydrodynamics[J]. *Chinese Sci Bull (Chinese Ver)*, 2009, **54**(11): 1504 – 1510. (in Chinese))
- [10] JIANG Y M, LIU M. Granular solid hydrodynamics[J]. *Granular Matter*, 2009, **11**(3): 139 – 156.
- [11] 邵玉娟. 黏性土工程性质的温度效应试验研究[D]. 南京: 南京大学, 2011. (SHAO Yu-xian. Experimental study on temperature effect on engineering properties of clayey soils[D]. Nanjing: Nanjing University, 2011. (in Chinese))
- [12] GROOT S R, DE Mazur P. Non-equilibrium thermodynamics [M]. Amsterdam: North-Holland Pub Co, 1962.
- [13] BAI B, SU Z Q. Thermal responses of saturated silty clay during repeated heating–cooling processes[J]. *Transp Porous Med*, 2012, **93**: 1 – 11.
- [14] ISHIHARA K, ATSUOKA F T, ASUDA S Y. Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses[J]. *Soils and Foundations*, 1975, **15**(1): 31 – 44.