

循环荷载作用下岩石损伤变形与能量特征分析

赵 闯, 武 科, 李术才, 赵建纲

(山东大学岩土与结构工程研究中心, 山东 济南 250061)

摘 要: 针对不同围压作用下的岩石损伤变形与能量特征, 开展了循环加卸载试验研究。基于原有损伤变量原理, 进行修正, 探讨了岩石在不同的偏应力量级下, 每次循环的耗散能、损伤变量、塑性变形等与循环次数、应力之间的相互关系; 进而, 得到了岩石损伤破坏过程中能量的转化规律, 从能量损耗的角度定量分析了岩石疲劳破坏的门槛值。试验研究结果表明: ①应力水平越高、损伤变量与塑性变形越大, 一次循环的能耗值越大, 滞回圈的面积也就越大; ②在门槛值前后, 耗散能、损伤变量与塑性应变随着循环次数的增加变化趋势明显不同, 并且在破坏前也呈疏一密一疏的发展过程; ③不同的围压下, 岩石疲劳破坏时所处的损伤状态不同, 但破坏前循环一次的能耗值与损伤变量近似成线性关系, 进而基于循环能耗值与损伤变量建立了能量破坏方程。

关键词: 岩石力学; 循环荷载; 能量消耗; 损伤变量; 门槛值; 破坏方程

中图分类号: TU458

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2013)05-0890-07

作者简介: 赵 闯(1988-), 男, 河南开封人, 硕士, 主要从事岩土工程基本理论与数值分析、土力学计算等方面的研究。E-mail: zhaochuangdu@163.com。

Energy characteristics and damage deformation of rock subjected to cyclic loading

ZHAO Chuang, WU Ke, LI Shu-cai, ZHAO Jian-gang

(Geotechnical and Structural Engineering Research Institute, Shandong University, Jinan 250061, China)

Abstract: According to the damage deformation and energy characteristics of rock element under different confining pressures, a series of tests on rock subjected to cyclic loading and unloading are carried out. Based on the current rationale of damage, the damage variable is revised. On this basis, the relationship among the dissipated energy, damage variable, plastic strain and cycle index under different stress levels is explored, and likewise the energy transformation rule of rock in the process of fatigue damage is obtained. Meanwhile, the threshold value of fatigue damage is analyzed quantitatively. The results indicate that the hysteresis loop area and dissipated energy will enlarge if the stress level rises, and the same happens on the condition that the damage variable and plastic strain rise. Above and below the threshold value, it is shown that the variation trends of the dissipated energy, damage variable and plastic strain are markedly different along with the increase of cycle index, and they exhibit the sparse-dense-sparse development process. The fatigue damage states are different under different confining pressures, however, there is a significant linear correlation between the dissipated energy and damage variable before destruction. An equation for energy is proposed based on the analysis of the dissipated energy and damage variable.

Key words: rock mechanics; cyclic loading; energy dissipation; damage variable; threshold value; destruction equation

0 引 言

工程实践表明, 在岩土工程施工及运营阶段, 岩土体经常会受到循环荷载作用, 如坝肩边坡的开挖、地下洞室的开挖与支护、地质构造运动等。由此可知, 岩体在循环荷载作用下的力学性能是影响岩土工程长期稳定的重要因素之一^[1]。为此, 国内外许多学者对岩样破坏过程的能量变化规律开展了相关研究。谢和平等^[2-4]研究了岩体单元变形破坏过程中能量的耗散与强度, 能量的释放与整体破坏之间的内在关系, 认

为岩石的变形破坏过程实际上就是一个从局部损耗到局部破坏最终到整体灾变过程。杨圣奇等^[5]研究了岩样三轴压缩变形破坏及其能量特征。赵忠虎等^[6]用能量的方法分析了岩石在变形过程中弹性能、塑性能、表面能、辐射能、动能之间相互转化的过程, 并分别从宏观和微观的角度研究了在不同的变形阶段中, 岩

基金项目: 山东省自然科学基金项目 (ZR2011DQ008); 山东大学自主创新基金自然科学基金类专项项目 (2010TS080)

收稿日期: 2012-07-06

石能量耗散与释放问题。尤明庆等^[7]研究试样三轴加载后保持轴向变形恒定降低围压破坏过程中, 岩样实际吸收能量与围压的关系。金丰年等^[8]从能量耗散角度定义了材料的损伤变量, 并给出了损伤变量的理论计算公式及损伤阈值的确定方法, 研究了相关试验结果的损伤扩展规律。郭印同等^[9]研究了单轴循环荷载作用下, 盐岩的疲劳强度、变形及损伤特性。陈卫忠等^[10-11]从能量的原理探讨岩石破坏过程能量积聚-释放的全过程, 研究岩石的变形破坏特征。李树忱等^[12]应用能量耗散的基本原理, 求解弹性损伤的等效应变和损伤演化方程, 建立了损伤屈服准则。Xiao 等^[13]分别用不同的方法定义了疲劳损伤变量, 并研究了其演变过程中的影响因素。Song 等^[14]研究了煤岩在损伤破坏过程中耗散能与电磁辐射之间的关系。

上述研究对岩石能量耗散的特征与损伤特性之间的关系具有重要的参考价值, 但是对于整个加卸载过程中能量的计算误差较大, 很难真实地反映出岩石能量转化规律, 并且对于损伤与能耗的定量研究较少。为此, 本文基于 RLW-1000 型微机控制液压伺服岩石三轴流变仪, 针对不同围压作用下的岩石损伤变形与能量特征, 开展了恒定加载速率、不同围压、不同应力条件下的循环加卸载试验, 并从中确定岩石的疲劳破坏门槛值。进一步, 从能量的角度, 定性定量地分析了循环一次的能耗值、损伤变量等与循环次数之间的关系, 探讨了岩石损伤破坏过程中能量的转化规律。

1 基于能量原理的岩石损伤与破坏

考虑一个岩体单元在外力作用下产生变形, 假设该物理过程与外界没有热交换, 即一个封闭系统, 外力功所产生的总输入能量为 U , 由热力学第一定律得

$$U = U^d + U^e, \quad (1)$$

式中, U^d 为耗散能; U^e 为可释放弹性能, 其表达式为

$$U^e = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)]. \quad (2)$$

式中, \bar{E} 及 $\bar{\nu}$ 分别为一个加卸荷循环中弹性模量与泊松比的平均值。

由于本文研究的主要是循环过程中每个滞回环能量耗散值的演变规律, 且每次卸荷均为完全卸荷, 即卸荷后的应力状态完全一致。因此, 对每一个在同一应力水平下完整的循环加卸载过程, 由式 (1) 可得

$$\Delta U_{i,j} = \Delta U_{i,j}^e + \Delta U_{i,j}^d = \Delta U_{i,j}^d, \quad (3)$$

式中, $\Delta U_{i,j}$ 及 $\Delta U_{i,j}^d$ ($i=1, 2, \dots, n, j=1, 2, \dots, n$) 为第 i 个偏应力、第 j 次循环加卸载循环中总输入能量的改变量与能量耗散值。

耗散能 $\Delta U_{i,j}^d$ 用于形成材料内部损伤与塑性变形

不可逆部分的二次变形, 如图 1 所示轴向应力应变曲线中方格部分即为岩石单元在一次循环过程中的能量的消耗量, 其计算表达式为

$$\Delta U_{i,j} = \Delta U_{i,j}^d = \int_{\varepsilon_{i,j}^1}^{\varepsilon_{i,j}^{1+1}} \sigma_{i,j}^1 d\varepsilon_{i,j}^1 + \int_{\varepsilon_{i,j}^2}^{\varepsilon_{i,j}^{2+1}} \sigma_{i,j}^2 d\varepsilon_{i,j}^2 + \int_{\varepsilon_{i,j}^3}^{\varepsilon_{i,j}^{3+1}} \sigma_{i,j}^3 d\varepsilon_{i,j}^3. \quad (4)$$

式中 $\varepsilon_{i,j}^1, \varepsilon_{i,j}^2, \varepsilon_{i,j}^3$ 分别为第 i 个偏应力、第 j 次循环条件下, 3 个应力方向上的应变; $\sigma_{i,j}^1, \sigma_{i,j}^2, \sigma_{i,j}^3$ 分别为第 i 个偏应力、第 j 次循环条件下, 3 个应力方向上的应力。

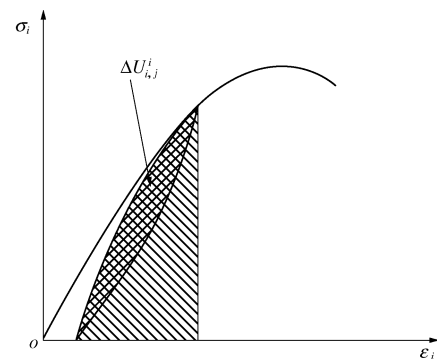


图 1 岩石单元循环荷载下能量的耗散与应力应变的关系

Fig. 1 Relationship between dissipated energy and stress-strain of rock element

为了描述岩石的损伤演化, 需要计算岩石的损伤变量。运用弹性模量法时, 常用卸载刚度作为损伤材料的弹性模量, 但是在弹塑性材料的损伤演化过程中, 卸载刚度的变化与材料本身特性、外载环境等密切相关, 谢和平等^[15]对弹性模量法进行了改进, 给出了一维条件下考虑不可逆塑性变形影响的弹塑性材料的损伤定义, 其公式为

$$D = 1 - \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{\varepsilon} \left(\frac{E'}{E} \right), \quad (5)$$

式中, ε' 为卸载后的残余塑性变形, E', E 分别为弹塑性损伤材料的卸载刚度和初始弹性模量。由于三轴试验存在压密阶段, 在循环加卸载过程中, 同一偏应力量级的循环对弹性模量与塑性变形影响相对较小, 但是对于从压密阶段的循环到低应力的弹性阶段循环与高应力的弹性阶段循环的转变过程中, 弹性模量有随着应力的增加而增加的趋势, 而塑性变形对损伤变量的影响相对较小, 进而通过式 (5) 计算得出的 D 出现减小的情况, 甚至会出现负值。本文利用相对的概念定义损伤变量, 假设相同的偏应力量级下, 第一次循环是在材料完全无损的情况下加卸载, 其计算方法为

$$D'_{i,j} = D'_{i,j-1} + D_{i,j} - D_{i,j-1}, \quad (6)$$

$$D'_{i+1,1} = D'_{i,n} + K_{i+1} (D_{i+1,1} - D_{i,n}). \quad (7)$$

式中 $D_{i,j}$ 为第 i 个偏应力、第 j 个循环下由式 (5) 计算得出的损伤变量; $D'_{i,j}$ 为第 i 个偏应力、第 j 个循环下经过式 (6)、(7) 修正后的损伤变量; K_{i+1} 为第 $i+1$ 个偏应力初次循环的修正系数且 $D_{i,0}$ 与 $D'_{i,0}$ 为 0。

2 试验研究

2.1 试验设备

采用的试验设备主要包括取样工具与加载仪器, 本试验加载仪器采用山东大学研制的 RLW-1000 型微机控制液压伺服岩石三轴流变仪, 它可以研究围压、渗透水压力、载荷时间和温度对岩石性状的效应、各种流体的软化效应及岩石的渗透性。取样工具主要是岩石取芯机与切割机。

2.2 试验方案

试验试样按照国际岩石力学学会的有关标准加工, 试样在青岛储油库工程现场钻孔取芯, 在室内进行切割磨光, 是直径为 54 mm, 高度为 100 mm 的标准圆柱体。

围压分别选用 3, 6, 10 MPa, 轴向循环上限应力为 15, 30, 60, 90 MPa 等直至试件破坏, 其加载顺序按图中右侧标注从上至下依次加载。试验采用负荷控制以 0.1 MPa/s 的速率给试样施加至预定的围压, 并保持围压在试验过程中始终不变, 同样以 200 N/s 的速率给试样加卸轴向应力且下限应力为 0 MPa, 在每个轴向应力水平下开展了 100 个加卸载循环, 试样破坏后卸载至 30 MPa 继续加卸循环 100 次, 同时记录试验全过程的应力、应变、轴向荷载与变形值等。

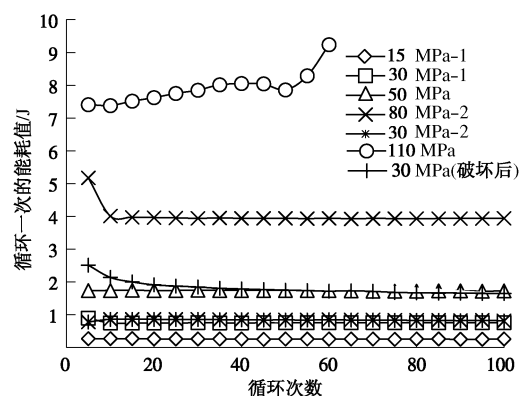
3 试验结果分析

3.1 能量特征分析

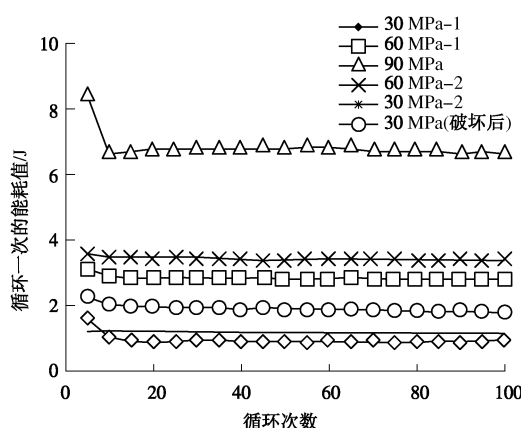
能量耗散是岩石变形破坏的本质属性, 它反映了岩石内部微缺陷的不断闭合, 新生裂隙发展演化, 材料强度不断弱化并最终丧失的过程。图 2 给出了不同围压与偏应力下, 能耗值随循环次数的变化曲线。图中 30 MPa-1 与 30 MPa-2 分别表示相同偏应力的不同加卸载顺序。由图可知: ①随着偏应力的增加, 每个量级下循环一次能量的耗散都有所增加; ②在 50 MPa 之前, 相同的偏应力下, 能耗值随着循环次数的增加基本稳定, 但是在前 10 次循环中, 能耗是明显降低的。能耗随着循环次数的增加而减少, 而后趋于稳定, 是由于岩样一次循环加卸载过程表现为体积的收缩与膨胀, 在这个过程中能量相互转换, 消耗在产生新塑性区的能量逐渐减小, 更多的是消耗在已产生塑性区的二次变形上, 其变形过程如图 3 所示, 其中图 3 (a)、

(b) 是试样被压缩的过程, 伺服机对其做功, 一部分形成弹性能, 一部分以声能、热能与产生新塑性区所需要的能量等形式消耗掉, 本文称之为耗散能; 图 3

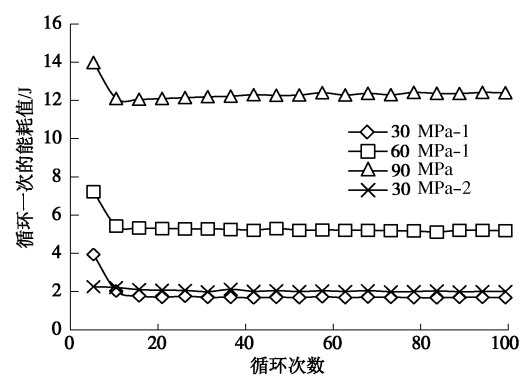
(b)、(c) 的过程是卸载的过程, 此过程中, 弹性能释放, 一部分对伺服机做功, 其余的同样被消耗掉。



(a) 围压为 3 MPa



(b) 围压为 6 MPa



(c) 围压为 10 MPa

图 2 不同围压与偏应力下, 能耗值随循环次数变化曲线

Fig. 2 Variation curves of dissipated energy with cycle number under different confining pressures and stress levels

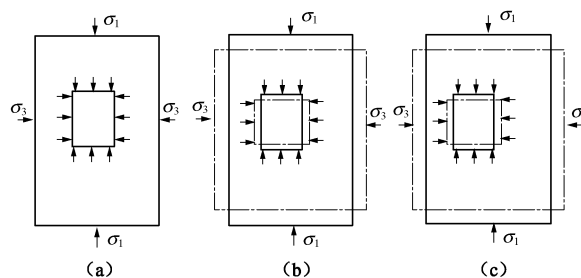


图 3 一次加卸载过程中受力与变形示意图

Fig. 3 Sketch of stress and deformation under a cyclic loading

图4, 5分别给出了不同围压与偏应力下的平均能耗值与对应偏应力之间的关系和相同偏应力下平均耗能与围压之间的关系。由图4, 5可知: ①平均耗能随着偏应力、围压的增加而增加。②在相同的偏应力水平下, 平均耗能与围压成线性关系。在50 MPa之前, 平均耗能增长速率随着偏应力的增加基本保持稳定, 50 MPa之后, 其增长速率明显有所增大; 同时从图2可以看出, 超过50 MPa后, 其能量耗散随着循环次数的增加缓慢增加, 这说明在此偏应力值之后, 岩样劣化速度有增加趋势。③岩石疲劳破坏的门槛值, 即当循环荷载上限应力低于某数值时, 无论荷载作用多少个周期, 岩石都不会破坏。上述研究从能量损耗的角度分析了岩石疲劳破坏的门槛值, 并确定其为50 MPa, 分析认为: 以此确定的门槛值与由体积应变确定的剪缩-剪胀门槛值相同。

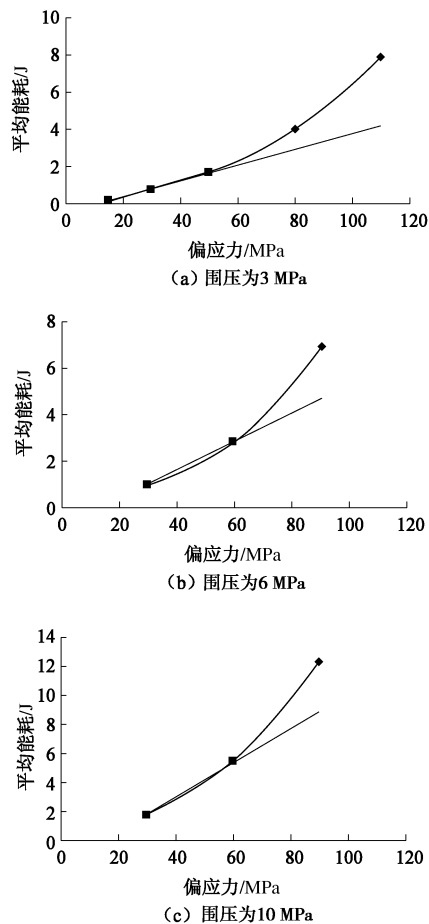


图4 不同围压与偏应力下的平均能耗值与对应偏应力之间的关系

Fig. 4 Relationship between average dissipated energy and corresponding stress under different confining pressures and stress levels

图6, 7分别给出了不同围压下平均弹性模量与耗能之间的关系和不同围压、30 MPa偏应力作用下不同

损伤变量与平均能耗的对应关系。由图可知: ①平均耗能随着弹性模量的增加而线性减少; 围压越高, 相同的弹性模量下, 其耗能越多。②平均耗能随着损伤变量的增加而增加, 平均耗能随着围压的增加也逐渐增加。

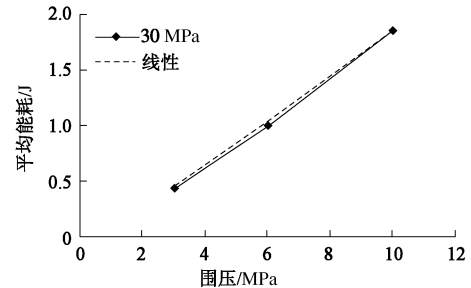


图5 相同偏应力下平均耗能与围压之间的关系曲线

Fig. 5 Relation curves between average dissipated energy and confining pressure under same stress level

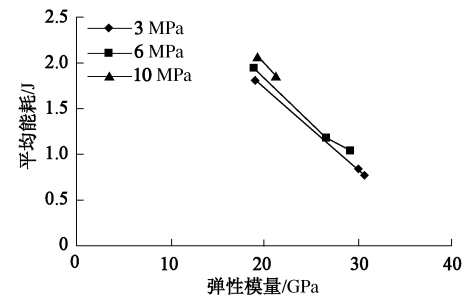


图6 不同围压下平均弹性模量与耗能之间的关系曲线

Fig. 6 Relation curves between average elastic ratio and dissipated energy under different confining pressures

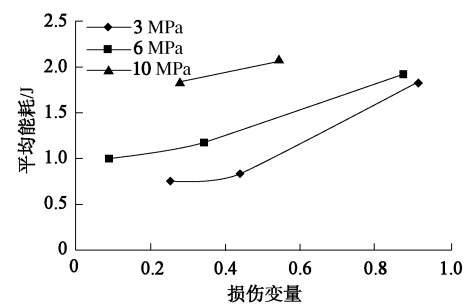


图7 不同围压、30 MPa偏应力作用下不同损伤变量与平均能耗的对应关系

Fig. 7 Relationship between dissipated energy and damage variable under different confining pressures and stress levels of 30 MPa

3.2 损伤变形

损伤变量的演变过程可以看作是材料内部结构的一种不可逆的、需要消耗能量的演变过程, 其从另一个角度反映岩石从裂隙的压密, 新裂隙的产生直至破坏的变形规律。根据上述损伤变量的计算方法, 得到了破坏前花岗岩的损伤变量随循环次数的发展规律,

如图 8 所示。由图 8 可知: ①损伤变量的起始值并不为 0, 说明在加载初期阶段, 由于材料内部存在微裂纹, 加载过程中主要是微裂纹的压密闭合, 而产生的新裂纹扩展所占比例较小, 因此第一次循环会产生相对较大的塑性变形, 而导致损伤变量起始值不为 0; ②在门槛值之前, 由于微裂纹的压密闭合, 使得岩石的弹性模量有所增加, 在式 (5) 中表现为损伤变量有所减少, 并最终趋于稳定; ③当损伤变量增加到一定程度, 随着循环次数的增加, 其增长速率增大, 岩石内部出现大量的新生裂纹, 并逐渐连接贯通, 此时损伤变量急剧增加, 当大量裂纹贯通形成宏观裂隙时, 岩石发生破坏。

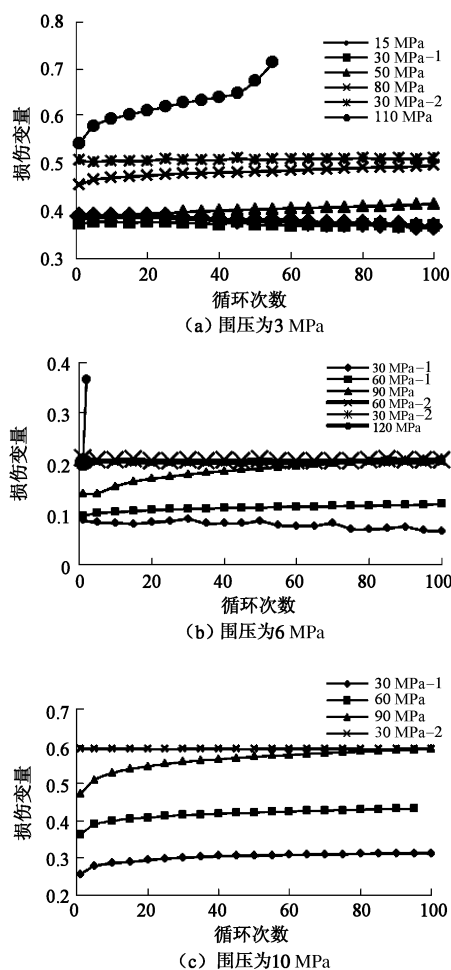


图 8 不同围压与偏应力下, 损伤变量随循环次数的变化曲线

Fig. 8 Variation curves of damage variable with cycle number under different confining pressures and stress levels

图 9 给出了整个循环过程中损伤变量与塑性应变的关系曲线。由图 9 可知: ①损伤变量与塑性应变呈线性关系, 并随着塑性应变的增加而增加。②在 3 MPa 围压下, 岩石破坏方式为疲劳破坏, 而在 6 MPa 与 10 MPa 围压下, 岩石疲劳破坏并不明显, 这是由于在高围压作用下微裂纹的压密与扩展需要消耗更多的能

量, 而循环过程中, 用于裂纹扩展的能量是有限的; 因此, 在岩石破坏之前, 其损伤变量较 3 MPa 围压下的损伤变量小, 而偏应力基本到达其峰值强度, 所以其疲劳破坏特征表现不明显。③岩石破坏之前, 损伤变量有疏—密—疏的变化规律, 这与郭印同等^[9]所研究的岩盐在大于门槛值后, 其轴向应变呈疏—密—疏的发展过程相一致。

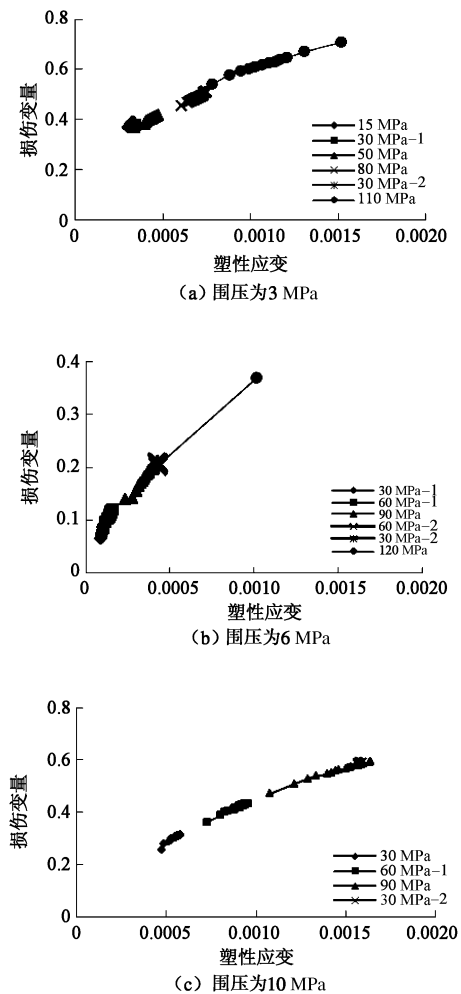


图 9 整个循环过程中损伤变量与塑性应变的关系曲线

Fig. 9 Relation curves between damage variable and plastic strain through cyclic process

3.3 基于能量的破坏方程

在周期荷载的反复作用下, 岩石内的裂纹会产生一个不断闭合、张开的运动过程, 在此过程中, 有能量的注入、输出与耗散, 同时也伴随着损伤的累加。不同的岩石, 不同的外部环境, 破坏时所处的损伤状态、加卸载状态都不同, 但是破坏前的一个循环所消耗的能量与损伤变量有一定的规律性, 本文提出基于循环能耗值与损伤变量而建立的能量破坏方程如下:

$$\Delta U_L = \xi(1 - D'_L) + \psi \quad (8)$$

式中 ΔU_L , D'_L 分别为破坏前的一次循环所消耗的能量

量与破坏前的损伤变量; ξ 为能损系数, 其受围压、偏应力、加卸载方式等外界因素的影响; ψ 为能量修正系数, 其与已产生塑性变形区的二次变形有关。

图 10 给出了破坏前能耗与 $(1-D)$ 之间的关系曲线。由图 10 可知: 岩石破坏前所处的损伤状态不同, 其耗散能也不相同, 但耗散能与 $(1-D)$ 成线性关系, 即表明, 在破坏前损伤变量越小, 其破坏所需要的能耗值越大, 故通过计算岩石的损伤变量与耗散能, 可作为预测岩石产生疲劳破坏的一种新的方法。由于耗散能与 $(1-D)$ 的关系, 假定产生单位的破坏需要消耗的能量是相同的, 因此通过计算岩石的损伤变量可得到任何状态下直接发生破坏所需要的能量。通过实际计算, 得到本试验在不同状态下实际的耗散能与理论上发生破坏所需要的能量对比分析图, 如图 11 所示。图 11 中上方斜直线即为理论破坏所需要的能量, 下方较为散乱的点集为试验实际的耗散能, 通过分析发现, 当二者接近, 并趋于相交时, 即表明岩石将要发生疲劳破坏。

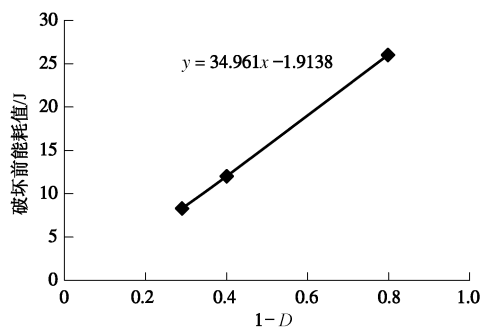
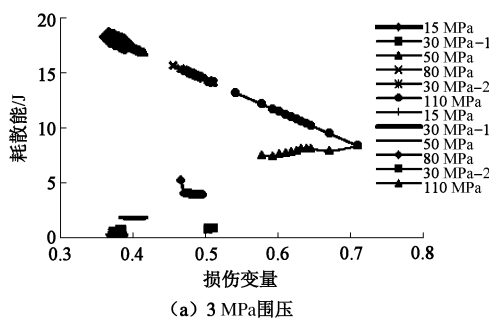
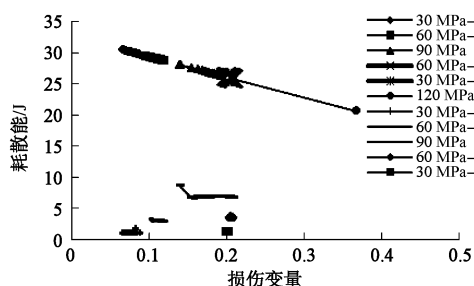


图 10 破坏前能耗与 $1-D$ 之间的关系曲线

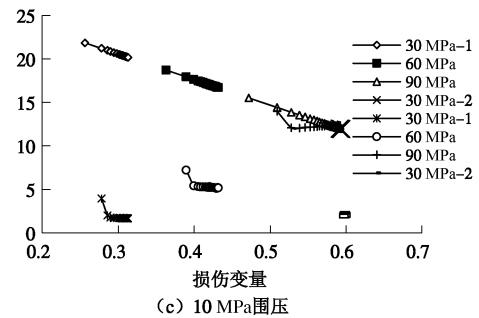
Fig. 10 Relation curves between $1-D$ and dissipated energy before destruction



(a) 3 MPa 围压



(b) 6 MPa 围压



(c) 10 MPa 围压

图 11 不同围压、应力状态下的耗散能与理论破坏所需要的能量对比分析图

Fig. 11 Comparison between dissipated energy and theoretical destruction energy under different confining pressures and stress levels

4 结 论

采用 RLW-1000 型微机控制液压伺服岩石三轴流变仪, 开展了不同围压作用下恒定加载速率、不同围压、不同应力条件下的循环加卸载试验, 研究了岩石损伤变形与能量特征, 进而从中确定岩石的疲劳破坏门槛值, 探讨了岩石损伤破坏过程中能量的转化规律, 得到以下 3 点结论。

(1) 累计的耗散能误差较大, 因此, 通过每个滞回环所代表的能量耗散能更加准确地表现出岩石损伤变形至破坏的演变规律。基于试验研究, 在门槛值之前, 随着偏应力的增加, 耗散能线性增加; 同时耗散能随着循环次数先减少, 后趋于稳定。而在门槛值之后, 耗散能在较低偏应力下随着循环次数的增加略微增加而趋于稳定, 在较高偏应力下, 耗散能首先明显增加, 而后趋于稳定, 最后迅速增加发生破坏。

(2) 修正后的损伤变量能较好地反映岩石的损伤状态, 不会出现由于内部微裂隙的压密、弹性模量的增大导致损伤变量明显减小的现象, 对后期的损伤计算有一定的实际意义。

(3) 不同的损伤状态下, 岩石在破坏之前, 其循环过程中能量的耗散与未损伤部分有线性关系, 即岩石损伤变量越小, 如果发生破坏, 则其破坏前的能耗值越大。

参考文献:

- [1] 刘 杰, 李建林, 张玉灯, 等. 循环荷载下岩体能量特征及变形参数分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(2): 3505 - 3513. (LIU Jie, LI Jian-lin, ZHANG Yu-deng, et al. Analysis of energy characteristic and deformation parameters of rock mass under cyclic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2010, 29(2): 3505 - 3513.)

- (in Chinese))
- [2] 谢和平, 鞠 杨, 黎立云, 等. 岩体变形破坏过程的能量机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(9): 1729 - 1740. (XIE He-ping, JU Yang, LI Li-yun, et al. Energy mechanism of deformation and failure of rock masses[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(9): 1729 - 1740. (in Chinese))
- [3] 谢和平, 鞠 杨, 黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(7): 3003 - 3010. (XIE He-ping, JU Yang, LI Li-yun. Criteria for strength and structural failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(7): 3003 - 3010. (in Chinese))
- [4] 谢和平, 彭瑞东, 鞠 杨, 等. 岩石破坏的能量分析初探[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(15): 2604 - 2608. (XIE He-ping, PENG Rui-dong, JU Yang, et al. On energy analysis of rock failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(15): 2604 - 2608. (in Chinese))
- [5] 杨圣奇, 徐卫亚, 苏承东. 大理岩三轴压缩变形破坏与能量特征研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, **24**(1): 136 - 142. (YANG Sheng-qi, XU Wei-ya, SU Cheng-dong. Study on the deformation failure and energy properties of marble specimen under triaxial compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, **24**(1): 136 - 142. (in Chinese))
- [6] 赵忠虎, 谢和平. 岩石变形破坏过程中的能量传递和耗散研究[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2008, **40**(2): 26 - 31. (ZHAO Zhong-hu, XIE He-ping. Energy transfer and energy dissipation in rock deformation and fracture[J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2008, **40**(2): 26 - 31. (in Chinese))
- [7] 尤明庆, 华安增. 岩石试样破坏过程的能量分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, **21**(6): 778 - 781. (YOU Ming-qing, HUA An-zeng. Energy analysis of failure process of rock specimens[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, **21**(6): 778 - 781. (in Chinese))
- [8] 金丰年, 蒋美蓉, 高小玲. 基于能量耗散定义损伤变量的方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, **23**(12): 1976 - 1980. (JIN Feng-nian, JIANG Mei-rong, GAO Xiao-ling. Defining damage variable based on energy dissipation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, **23**(12): 1976 - 1980. (in Chinese))
- [9] 郭印同, 赵克烈, 孙冠华, 等. 周期荷载下盐岩的疲劳变形及损伤特性研究[J]. 岩土力学, 2011, **32**(5): 1353 - 1359. (GUO Yin-tong, ZHAO Ke-lie, SUN Guan-hua, et al. Experimental study of fatigue deformation and damage characteristics of salt rock under cyclic loading[J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, **32**(5): 1353 - 1359. (in Chinese))
- [10] 陈卫忠, 吕森鹏, 郭小红, 等. 基于能量原理的卸围压试验与岩爆判据研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, **28**(8): 1531 - 1539. (CHEN Wei-zhong, LÜ Sen-peng, GUO Xiao-hong, et al. Research on unloading confining pressure tests and rock burst criterion based on energy theory[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, **28**(8): 1531 - 1539. (in Chinese))
- [11] 陈卫忠, 吕森鹏, 郭小红, 等. 脆性岩石卸围压试验与岩爆机理研究[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(6): 963 - 969. (CHEN Wei-zhong, LÜ Sen-peng, GUO Xiao-hong, et al. Unloading confining pressure for brittle rock and mechanism of rock burst[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(6): 963 - 969. (in Chinese))
- [12] 李树忱, 李术才, 朱维申, 等. 能量耗散弹性损伤本构方程及其在围岩稳定分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(15): 2646 - 2652. (LI Shu-chen, LI Shu-cai, ZHU Wei-shen, et al. Damage constitutive equations for energy dissipation and its application to stability analysis of surrounding rock mass of caverns[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(15): 2646 - 2652. (in Chinese))
- [13] XIAO Jian-qing, DING De-xin, JIANG Fu-liang, et al. Fatigue damage variable and evolution of rock subjected to cyclic loading[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2010, **47**: 461 - 468.
- [14] SONG Da-zhao, WANG En-yuan, LIU Jie. Relationship between EMR and dissipated energy of coal rock mass during cyclic loading process[J]. Safety Science, 2012, **50**: 751 - 760.
- [15] 谢和平, 鞠 杨, 董毓利. 经典损伤定义中的“弹性模量法”探讨[J]. 力学与实践, 1997, **19**(2): 1 - 5. (XIE He-ping, JU Yang, DONG Yu-li. Discussion about “elastic modulus method” in the classic definition of damage[J]. Mechanics and Practice, 1997, **19**(2): 1 - 5. (in Chinese))