

斜入射地震波在土体中产生的动应力路径及试验模拟

黄 博^{1, 2}, 凌道盛^{1, 2*}, 丁 浩^{1, 2}, 汪清静^{1, 2}, 袁江宏^{1, 2}

(1. 浙江大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058)

摘要: 针对地震波传播时并非垂直的情况, 基于半无限弹性空间地震波的传播理论, 对地震波进行简化, 考虑斜入射时地震波在自由界面处的反射, 推导了地震波斜入射时地震应力的计算公式, 并通过计算实例分析了不同入射角度下, P波、SV波单独斜入射时在土单元体中所产生的地震应力以及所形成的应力路径。结果表明: 当P波、SV波单独斜入射时, 土单元体在平面应力差-剪应力平面上形成的应力路径均为一个倾斜椭圆, 斜椭圆的倾角和长短轴之比随地震波入射角度、频率、波速等影响因素在一定范围内变化。文中还针对如何实现倾斜椭圆形应力路径的室内试验模拟进行了初步探讨分析。

关键词: 弹性半空间; P波; SV波; 斜入射; 应力路径

中图分类号: TU435 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2013)02-0276-08

作者简介: 黄 博(1973-), 女, 副教授, 主要从事土动力学和实验土力学研究和教学。E-mail: cehuangbo@zju.edu.cn。

Seismic stress path induced by obliquely incident waves and its simulation

HUANG Bo^{1, 2}, LING Dao-sheng^{1, 2}, DING Hao^{1, 2}, WANG Qing-jing^{1, 2}, YUAN Jiang-hong^{1, 2}

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. MOE Key Laboratory of Soft Soils and

Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

Abstract: Considering the fact that seismic waves do not vertically propagate near the surface especially under near field earthquakes, a simplified model is deduced to analyze the seismic response under obliquely incident waves based on the propagation theory in elastic half-space. It is considered the incident waves are harmonic, reflected at the free surface. The seismic stresses at arbitrary depth and the corresponding dynamic stress paths are estimated to investigate the effect of the incident angle of input waves. Under the single incidence of P-waves or SV-waves, it is shown that in the coordinate plane $(\sigma_y - \sigma_x)/2, \tau_{xy}$, the stress path will be a fluctuating ellipse, the angular between X axis and the long axis of the ellipse, and the ratio of long axis to short axis of the ellipse are related to the incident angle, frequency, wave velocity, etc. Moreover, preliminary discussion is also made on the way to simulate such a dynamic stress path in laboratory tests.

Key words: elastic half-space; P-wave; SV-wave; oblique incidence; stress path

0 引言

场地土作为地震灾害从基岩到城市建(构)筑物的传播媒介, 在地震震灾中扮演重要角色。研究场地土在地震波作用下的动力响应, 对深入认识地震破坏机理具有重要的科学和现实意义。

通常把地震对土体的作用认为是由基岩垂直向上传播的体波引起的, 在地面水平时, P波和S波垂直向上传播在土体中产生的应力如图1所示。S波的垂直向上传播作用可以简化为保持垂直向应力不变条件下规则的往复水平剪应力, 由动单剪或动三轴试验仪进行模拟^[1-3], 这是目前室内试验中最常用的模拟地震动力荷载和测试土体动力特性的方法。

P波的作用则很少在室内试验中被模拟。这一方面是由于远场地震时, P波衰减很快; 另一方面, P

波垂直入射时土体水平和垂直方向中产生的往复正应力与土体泊松比有关, 土体饱和时, 两个方向上正应力差较小^[4], 被认为是近似施加往复球应力, 饱和土体上有效应力不会改变。但是, 前苏联学者 Schroeder 等^[5]设计了可同时在轴向与径向施加不同幅值动荷载的三轴仪, 并在不同初始密度和应力状态的 Ottawa 砂上施加这种动载模拟 P 波所产生的地震作用。研究表明即使两个方向的正应力相差不大, 也同样可以令试样孔压上升, 发生液化。

不仅如此, 近场地震时地震波也不可简单视为垂

基金项目: 地震行业科研专项项目(200808022); 国家自然科学基金项目(50708095, 51178427); 国家重点基础研究发展计划项目(2007CB714203)

收稿日期: 2012-02-02

*通讯作者

直入射。Jin 等^[6]通过 1933~1980 年美国 214 个地表三向地震动记录进行回归分析, 得出近场条件下一般基岩场地的地震波入射角变化范围大约为 $45^\circ \sim 75^\circ$, 平均入射角和标准差为 $56.78^\circ \pm 6.77^\circ$; 而 Takahiro 等^[7]根据 1997 年发生在日本东京西南方向名为 Sendai 处的 24 个近场强震记录, 反演分析地震波在近地表处的入射角, 结果表明在 XZ 和 YZ 平面内地震波入射角的变化范围为 $12.4^\circ \sim 54.1^\circ$, 平均为 38° 。虽然这些研究的样本数量有限, 结论也并不统一, 但也充分说明地震, 特别是近场地震动中将地震波入射视为垂直入射与实际不符。

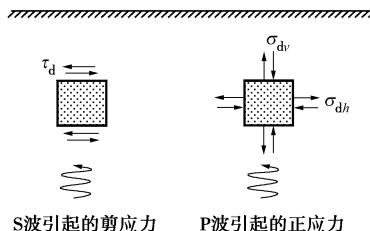


图 1 垂直入射 P 波、S 波引起的动应力^[4]

Fig. 1 Dynamic stress induced by vertically incident waves^[4]

地震波斜入射时, 会产生反射 P 波与 S 波, 潘光旦等^[8]、李山有等^[9]对 P 波、SV 波斜入射下层状土层的波动分析表明, 斜入射下平面内土层不仅会产生水平方向运动, 同时还将引起相当大的垂直向运动。地震波三维效应使土体的受力状态更为复杂, 从而在土单元体中形成远比垂直入射时更为复杂的动应力路径。以往对地震波斜入射的研究更为关注斜入射地震波波动解析算法、斜入射在地表产生的位移、速度和加速度响应对比^[9-14], 很少关注土体在斜入射地震波下产生的动应力及形成的应力路径。由于土体的行为在很大程度上受到其应力路径的影响, 若忽略 P 波及斜入射影响, 将很难正确描述近场强地震动中场地土破坏机理。

本文基于弹性波动理论, 分析了地震波斜入射在均匀弹性半空间中产生的动应力; 得到了考虑反射 P 波与 S 波作用时地震波在土体中产生的动应力路径, 并进行了影响因素分析, 为进行土体动力特性试验提供依据; 在此基础上, 提出了利用动态空心圆柱扭剪仪模拟斜入射地震波下土体动力特性的室内试验方法。

1 分析模型与方法

1.1 分析模型

地震波具有很强的随机性, 实际观测到的地震波都是不规则波。本文在分析中对计算模型进行了一定的简化: 假定地基土体为弹性半空间介质, 入射波为一组平行简谐波, 以角 α 入射到地表, 并假定波的传

播过程中能量不衰减, 即波幅恒定, 仅考虑地震波在平面内传播。基于弹性波动理论^[15-16], 入射 P 波在自由表面处经反射后总会产生 P 波和 SV 波; SV 波斜入射后, 当入射角小于临界角时, 入射 SV 波将不产生 P 波, 反之, 也同样会产生反射 P 波和 SV 波, 如图 2 所示。这样, 将入射波和反射波各自产生的自由波场进行叠加, 可以得到半空间的自由波场。在近地表深度 h 处, 土单元体动应力均是由入射 P (SV) 波和反射 P (SV) 波以及反射 SV (P) 波共同作用产生的, 如图 3 所示。

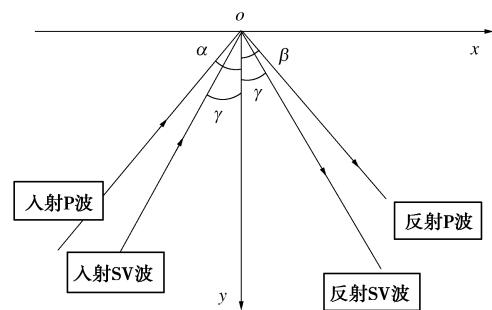


图 2 地震波斜入射时自由界面的反射

Fig. 2 Reflection of obliquely incident seismic waves on free surface

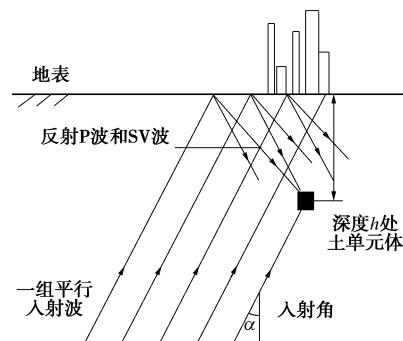


图 3 地震波斜入射时的简化分析模型

Fig. 3 Simplified model of obliquely incident seismic waves

1.2 单一入射波产生的地震动应力

以单一 P 波入射为例, 根据弹性波动理论, 入射 P 波可记为^[17]

$$\phi_- = A_- \exp[ik(x \sin \alpha - y \cos \alpha - v_p t)] \quad (1)$$

其中, A_- 为振幅, 波数 $k = \omega / v_p$, ω 为圆频率, v_p 为 P 波波速, $v_p = \sqrt{(\lambda + 2G) / \rho}$ 。 α 为 P 波入射角, 如图 2 所示, 为入射方向与竖直向的夹角。 i 表示复数, t 表示时间, 引入复数表示波动方程, 会使运算更为简捷。

反射 P 波和 SV 波可表示为^[17]

$$\phi_+ = A_+ \exp[ik_1(x \sin \beta + y \cos \beta - v_p t)] \quad (2)$$

$$\psi_+ = B_+ \exp[ik_2(x \sin \gamma + y \cos \gamma - v_s t)] \quad (3)$$

式中 A_+ , B_+ 为反射 P 波和 SV 波波幅; $k_1 = \omega_1 / v_p$,

$k_2 = \omega_2/v_s$, ω_1 , ω_2 分别为反射 P 和 SV 波的波数、圆频率; v_s 为 SV 波的波速, 且 $v_s = \sqrt{G/\rho}$; β , γ 为反射 P 波和 SV 波与竖直方向夹角 (如图 2 所示)。

在地表 $y=0$ 处, 满足边界条件:

$$\begin{cases} \sigma_y = 0, \\ \tau_{xy} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

将式 (1)、(2)、(3) 代入 (4), 有^[17]

$$\begin{cases} \alpha = \beta \\ k = k_1 \\ \omega = \omega_1 = \omega_2 \\ kv_p = k_2 v_s = \omega \\ k \sin \alpha = k_2 \sin \gamma \end{cases} \quad (5)$$

由以上关系有^[17]

$$\frac{\sin \alpha}{v_p} = \frac{\sin \gamma}{v_s} \quad (6)$$

以 $V_{ee} = A_+ / A_-$ 和 $V_{et} = B_+ / A_-$ 分别表示反射 P 波及 SV 波与入射 P 波的振幅之比, 由边界条件式 (4) 可导出

$$\begin{cases} V_{ee} = \frac{\cos \alpha \tan^2 2\gamma - \frac{v_p}{v_s} \cos \gamma}{\cos \alpha \tan^2 2\gamma + \frac{v_p}{v_s} \cos \gamma} \\ V_{et} = \frac{-2 \cos \alpha \tan 2\gamma}{\cos \alpha \tan^2 2\gamma + \frac{v_p}{v_s} \cos \gamma} \end{cases} \quad (7)$$

V_{ee} 和 V_{et} 表示了入射 P 波经自由界面反射后转换成 P 波与 SV 波的比例, 它们决定于入射角 α 和介质中的波速 v_p 和 v_s 。

根据运动微分方程、几何方程、虎克定律及式 (1) ~ (3)^[15-17], 可推导出由势函数 ϕ 和 ψ 表示的入射 P 波、反射 P 波及反射 SV 波对土单元体所产生的应力分量, 可分别由式 (8) ~ (10) 表示

$$\begin{cases} \sigma_{xp_-} = \lambda \left[\frac{\partial^2 \phi_-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_-}{\partial y^2} \right] + 2G \frac{\partial^2 \phi_-}{\partial x^2} \\ \sigma_{yp_-} = \lambda \left[\frac{\partial^2 \phi_-}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_-}{\partial y^2} \right] + 2G \frac{\partial^2 \phi_-}{\partial y^2} \\ \tau_{xyp_-} = 2G \frac{\partial^2 \phi_-}{\partial x \partial y} \end{cases}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xp_+} = \lambda \left[\frac{\partial^2 \phi_+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_+}{\partial y^2} \right] + 2G \frac{\partial^2 \phi_+}{\partial x^2} \\ \sigma_{yp_+} = \lambda \left[\frac{\partial^2 \phi_+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_+}{\partial y^2} \right] + 2G \frac{\partial^2 \phi_+}{\partial y^2} \\ \tau_{xyp_+} = 2G \frac{\partial^2 \phi_+}{\partial x \partial y} \end{cases}, \quad (9)$$

$$\begin{cases} \sigma_{xsv_+} = -2G \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x \partial y} \\ \sigma_{ysv_+} = 2G \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x \partial y} \\ \tau_{xysv_+} = G \left[\frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial y^2} \right] \end{cases} \quad (10)$$

不考虑地基阻尼和波的耦合, 近地表地基中某一点在单一入射 P 波作用下产生的地震应力即为入射 P 波、反射 P 波及反射 SV 波对土单元所产生的应力叠加:

$$\begin{cases} \sigma_x = \lambda \left[\frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial y^2} \right] + 2G \left[\frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x \partial y} \right] \\ \sigma_y = \lambda \left[\frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial y^2} \right] + 2G \left[\frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x \partial y} \right] \\ \tau_{xy} = G \left[2 \frac{\partial^2 (\phi_- + \phi_+)}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial x^2} \right] \end{cases} \quad (11)$$

至此, 单一 P 波入射下, 半空间中任意点的应力状态已经确定。

对于单一 SV 波入射的情况, 其求解过程类似, 不再赘述。但要注意的是, 当 SV 波的入射角 α 大于其临界值时, 反射 P 波的反射角 γ 将大于 90° , P 波以表面波的形式存在, 此时将发生 SV 波全反射而不产生 P 波。SV 波的临界入射角 α 可用下式计算^[15]:

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{v_s}{v_p} \sin 90^\circ \right) = \arcsin \left(\frac{v_s}{v_p} \right) \quad (12)$$

1.3 参数取值和比较

为了研究斜入射地震波产生的动应力及形成的动应力路径变化规律, 根据上述方法, 编写 MATLAB 程序, 对单一波斜入射引起的不同深度处地基动应力进行计算分析。选取土参数: 密度 1800 kg/m^3 , 剪切波速 v_s 为 200 m/s ($G_{\max} = \rho v_s^2 = 72 \text{ MPa}$), 泊松比 ν 为 0.42; 入射地震波频率 1 Hz , 振幅为 1 cm 进行计算。

单一 P 波成 45° 入射时, 在深度 10 m 处产生的动应力如图 4 所示, 其它情况形成的动应力模式与此相似。可见, 地震波斜入射时, 将同时产生动剪应力和动正应力, 在文中假定条件下均表现为一周期荷载。单一 SV 波斜入射时, 若入射角小于临界角, 则采用与 P 波斜入射情况相同分析方法; 若入射角大于临界角, 则不计入反射 P 波产生的动应力。不同斜入射角度下, P 波、SV 波单独入射时, 在 10 m 深度处产生的动应力幅如表 1 所示。SV 波临界入射角为 $\theta_c = \arcsin(v_s/v_p) = 21.8^\circ$, 从表 1 中可知, 当斜入射角度大于临界角时, SV 波斜入射产生的 x , y 方向的正应力幅大小相同, 具有恒定的相位差。

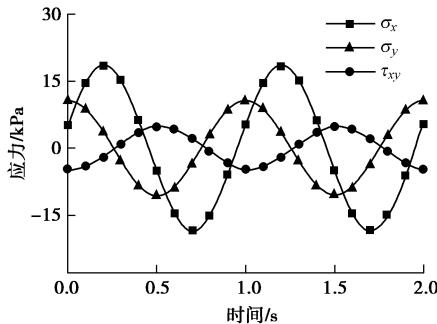


图 4 P 波在 45° 入射角时的动应力时程

Fig. 4 Dynamic stress of P waves with incident angle of 45°

为了验证计算结果的正确性, 与 Seed 的简化计算方法相比。Seed-Idriss^[2]对 S 波垂直入射产生的最大地震剪应力的简单估算如下:

$$\tau = \gamma H \frac{a_{\max}}{g} r_d, \quad (13)$$

其中, γH 是上覆土重, a_{\max} 是地表水平加速度峰值, r_d 是考虑土体非理想刚体而引入的修正系数, Seed-Idriss 根据多个浅层 (15 m 内) 砂土场地地震实测数据, 给出了与深度有关的应力修正平均值 r_d ^[2]。按照抗震设防烈度和设计基本地震加速度之间的对应关系^[18], 抗震设防烈度为 7 度时, 地表地震加速度可取 0.1g。代入上式, 可得按照 Seed 简化方法计算的地震剪应力, 如图 5 所示。

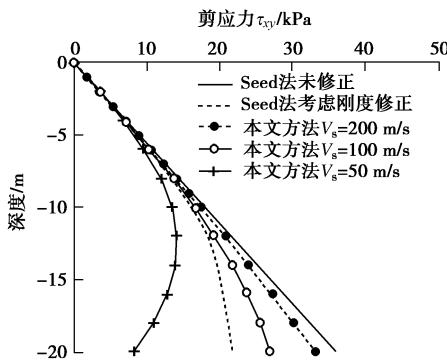


图 5 S 波垂直入射时产生的地震剪应力对比

Fig. 5 Comparison of seismic shear stresses induced by vertically incident S waves calculated by proposed method and Seed-Idriss method

同样, 根据公式 $A = a / (2\pi f)^2$ ^[19], 地表处 0.1g 的加速度对应地表处运动幅值约为 0.025 m。弹性介质中地震波垂直入射时, 任一点的运动都是上行波和下行波的合成, 即入射波波幅是地表的一半, 约为 0.0125 m。采用本文提出的方法, 同样可计算得到 S 波垂直入射时随深度变化的地震剪应力, 如图 5 所示。图中分别给出了土层剪切波速为 200, 100 和 50 m/s 时, 产生的地震剪应力, 可见, 在土层浅部, 本文方法的计算结果与 Seed 简化方法结果几乎重合, 而随着

深度增加, 两者呈现一定差异。由于采用了不同的模型 (刚性和弹性), 这种不一致是很正常的。土体刚度越小, 产生的地震剪应力在土层深处就越接近修正后 Seed 结果, 而当土层刚度非常小时 (50 m/s 时), 弹性模型得到的地震剪应力甚至低于 Seed 修正后的结果。可想而知当剪切波速较大时, 土体更接近刚体, 将逼近 Seed 未修正的结果。考虑到 Seed 方法多年来被用于地震剪应力估算和土体液化判别中, 并与实测结果较好吻合, 本文方法给出的结果也应是合理的。

表 1 斜入射地震波在 10 m 深度处产生的动应力 (振幅 1 cm)

Table 1 Dynamic stress at depth of 10 m under oblique incidence of seismic waves with amplitude of 1 cm

入射波	动应力/kPa	入射角/(°)					
		0	15	30	45	60	85
P 波	$\sigma_{x\max}$	10.4	10	12.4	18.8	22.0	6.4
	$\sigma_{y\max}$	14.0	13.6	12.4	10.8	8.0	1.6
SV 波	$\tau_{xy\max}$	0	2.6	4.4	4.8	3.9	0.8
	$\sigma_{x\max}$	0	40.2	32.6	10.0	14.1	7.5
	$\sigma_{y\max}$	0	2.5	32.6	10.0	14.1	7.5
	$\tau_{xy\max}$	14.0	11.0	12.5	0	21.1	12.8

2 斜入射形成的动应力路径及参数分析

从前面的分析可知, 单一波斜入射时土体受力状态较为复杂, 与垂直入射时有较大差别。现以单一 P 波入射为例, 对地基和地震波参数, 如: 入射角 α 、频率 f 、泊松比 ν 、剪切波速 V_s 、深度 H 不同时产生的动应力路径进行分析。参考 Ishihara 等^[20]对同样也产生动剪应力和正应力差的波浪荷载的研究方法, 分别以 $(\sigma_y - \sigma_x)/2$ 和 τ_{xy} 为横、纵坐标, 绘制动应力路径进行分析 (若无特别说明, 则计算参数选择同 1.3 节)。

2.1 入射角的影响

图 6 为入射角不同时, P 波在 $(\sigma_y - \sigma_x)/2, \tau_{xy}$ 平面上形成的动应力路径。除垂直入射 (入射角为 0°) 动应力路径为一水平直线外, 其它斜入射角度下形成的动应力路径均为一个带有倾角的椭圆。

将椭圆长轴与坐标 X 轴正方向的夹角 θ 定义为椭圆倾角, 椭圆左倾则倾角在 $-90^\circ \sim 0^\circ$ 变化, 椭圆右倾则在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 变化, 垂直入射时的水平线可视为倾角为 0 的斜椭圆特例。P 波单独入射时应力路径均为左倾椭圆, 且在入射角为 $45^\circ \sim 60^\circ$ 时形成包围面积最大的椭圆。 θ 随入射角的变化如图 7 所示, 椭圆倾角 θ 随入射角增大从 0° 开始先降低后增大, 最终恢复为 0° , 即一水平放置的椭圆形。 θ_{\min} 随着土体深度增加也随之变小, 如深度为 5 m 时, θ_{\min} 在斜入射角 20° 左右达到最小, 为 -38° ; 而深度为 20 m 时, 则在斜入射角 45° 附近 θ_{\min} 达到 -57° 。根据各曲线

随深度的变化趋势,结合近场强震中地震波入射角一般在 $20^\circ \sim 70^\circ$ 之间的研究成果^[6-7],可得椭圆倾角分布范围为 $0^\circ \sim -70^\circ$ 。

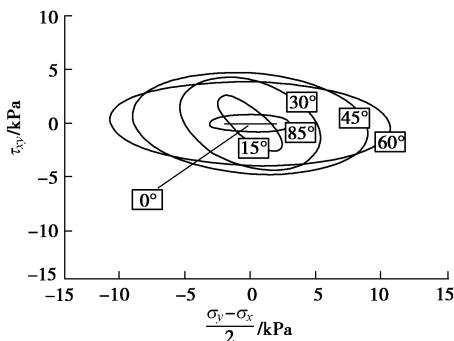


图 6 P 波不同入射角下形成的动应力路径

Fig. 6 Stress path under obliquely incident P waves

决定斜椭圆形状的另一个因素是椭圆长短轴比,用 δ 表示。一旦这两个参数确定,椭圆的形状也即确定。 δ 随入射角的变化如图 8 所示。图 8 可见,入射角较小($<10^\circ$)时 δ 相对较大,即椭圆形状为瘦长形;当斜入射角在 $20^\circ \sim 70^\circ$ 时,不管深度如何, δ 均较为接近,在 $1.7 \sim 6.6$ 之间,即椭圆形状接近圆;而当斜入射角度继续增大时, δ 值与土单元体所处深度有关,浅层土体 δ 值增大得较快,而深部土体 δ 值改变不大。

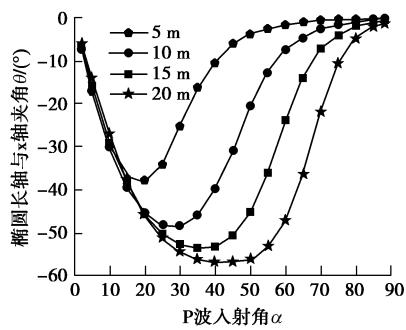


图 7 θ 随入射角的变化情况

Fig. 7 Variation of θ with incident angle of P waves

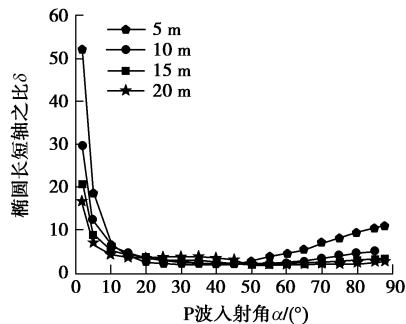


图 8 δ 随入射角的变化情况

Fig. 8 Variation of δ with incident angle of P waves

2.2 入射频率的影响

根据 Allen 等^[21]对 P 波的频率分析, P 波的卓越

周期可用以下公式表示:

$$\begin{cases} T_p = 10^{\frac{(M-7.1)}{6.3}} & \text{震级 } M \leq 5.0 \\ T_p = 10^{\frac{(M-5.9)}{7}} & \text{震级 } M > 5.0 \end{cases} \quad (14)$$

可以推算,地震震级为 5~8 级时, P 波主频约为 $0.5 \sim 2.15$ Hz,这与监测到的地表地震加速度记录主频范围相当,考虑到地震波频率成分复杂,将研究范围放宽到 5 Hz。图 9 是在不同 P 波入射频率下形成的动应力路径,仍为一倾斜椭圆,且斜椭圆倾角变化受频率影响较大。椭圆大小也明显受到频率影响,这表明波频对动应力幅值有很大影响,频率越高,土单元体的应力越大,这一点也可从理论上推导得出。由图 10,11 可知,在本文研究的频率范围,倾角的分布范围为 $0^\circ \sim -72^\circ$ 。不同频率时长短轴之比 δ 的分布范围较窄,随着频率的改变,曲线会出现一定的起伏,但分布范围均在 1.44~6.9 之间。

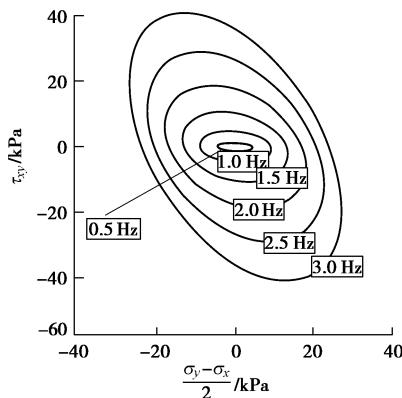


图 9 不同频率下动应力路径 ($H=10$ m, $\alpha=45^\circ$)

Fig. 9 Dynamic stress path under different frequencies ($H=10$ m, $\alpha=45^\circ$)

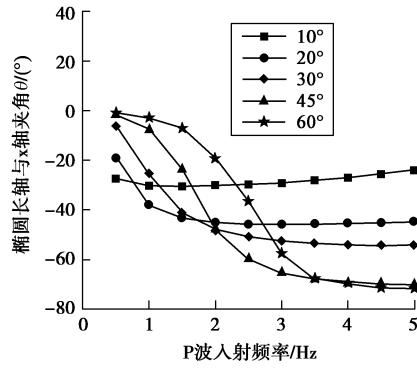


图 10 θ 随入射频率变化情况

Fig. 10 Variation of θ with frequency of incident P waves

2.3 波速和泊松比的影响

剪切波速的大小反映了土体的软硬程度。场地土剪切波速不同时产生的动应力路径如图 12 所示。地基土越硬,剪切波速越大,则产生的正应力差差异越大,而对剪应力幅值 τ_{xy} 影响较小。其斜椭圆的倾角

在 $-2^\circ \sim -45^\circ$ 之间, 长短轴比在1~3之间。

具有同样影响规律的还有土体泊松比, 如图13所示。随泊松比减小, 正应力差差异增大, 剪应力幅值增大较小。其斜椭圆的倾角在 $-3^\circ \sim -45^\circ$ 之间, 长短轴比在1~4之间。

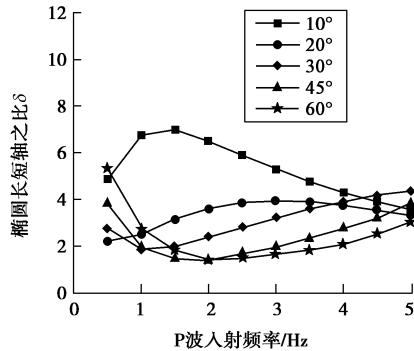


图11 δ 随入射频率的变化情况

Fig. 11 Variation of δ with frequency of incident P waves

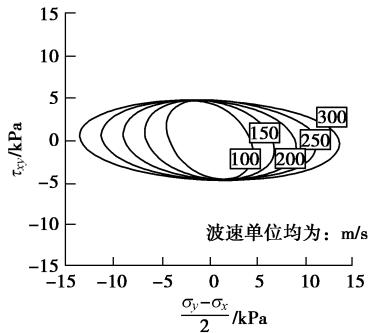


图12 不同剪切波速时的动应力路径 ($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

Fig. 12 Dynamic stress path under different shear wave velocities

($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

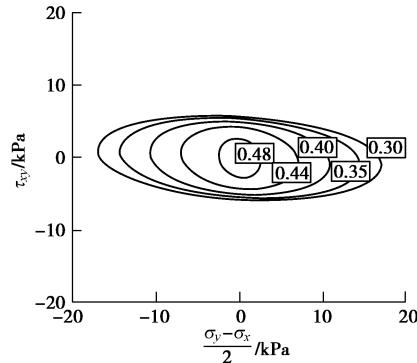


图13 不同泊松比时的动应力路径 ($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

Fig. 13 Dynamic stress path under different Poisson's ratios ($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

2.4 深度的影响

不同深度处土单元体的动应力路径如图14所示。随着土单元体所处深度增大, 正应力差($\sigma_y - \sigma_x$)变化很小, 而剪应力 τ_{xy} 随深度逐渐增加。随深度增大的 τ_{xy} 主要是由反射SV波产生的, 入射P波和反射P波对此贡献很小。

从图15可见, 随着深度的增加, 斜椭圆的倾角均

有减小的趋势, 但在深度较小处, 入射角越小倾角减小越快, 而在深度较大时, 则入射角越大倾角减小越快。显然, 在易液化的土层深度范围内(一般认为小于20 m), 入射频率为1 Hz时, 椭圆倾角分布范围为 $0^\circ \sim -50^\circ$ 。图16为入射频率为1 Hz时椭圆长短轴之比 δ 随深度的变化曲线, 当深度较浅(如1 m)时, δ 值较大, 尤其当入射角为 60° 时 δ 值已接近27。总之, 随着深度的增加 δ 值先减小后有较小幅度的增大, 在4~20 m深度范围内曲线较为平稳, δ 值的分布范围基本在1~7之间。

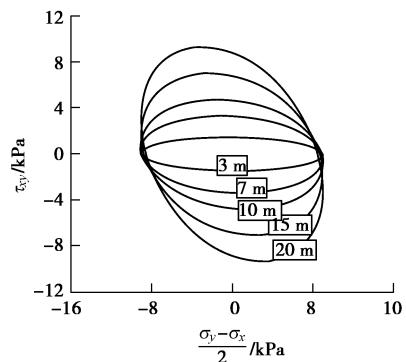


图14 不同深度处动应力路径 ($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

Fig. 14 Dynamic stress path under different depths ($f=1$ Hz, $\alpha=45^\circ$)

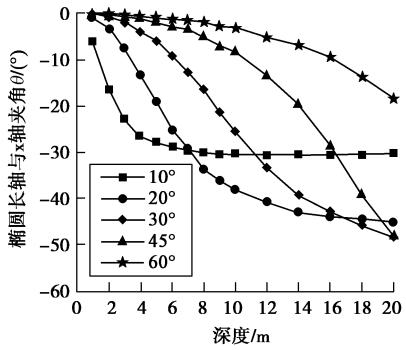


图15 θ 随深度的变化情况

Fig. 15 Variation of θ with depth

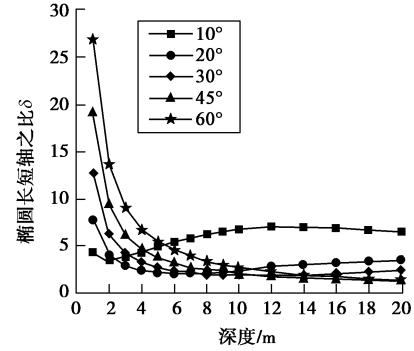


图16 δ 随深度的变化情况

Fig. 16 Variation of δ with depth

同理, SV波垂直入射时, 其应力路径是正应力差为0的一条竖直直线, 当SV波单独斜入射时, 形成的动应力路径也是倾斜椭圆形, 且同样受上述因素

影响，并随影响因素的变化而呈现出一定的规律。经模型计算可得出其倾角 θ 分布范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ ，长短轴之比 δ 的分布范围为 $1 \sim 8$ 。限于篇幅，不再赘述。

3 试验模拟

一般的动三轴仪无法模拟地震波斜入射形成的斜椭圆形应力路径，这种复杂应力路径可用动态空心圆柱扭剪仪（以下简称 HCA）来近似模拟。动态 HCA 除可在垂直方向施加往复动应力外，还可以通过施加扭矩形成动剪应力。

图 17 为空心圆柱试样上的荷载和土单元体应力示意图。试样内压力为 p_i ，外压力为 p_o ，可通过内、外压力控制器分别控制。轴向力 W ，可通过试样底座垂直向往复运动形成动态加载。扭矩 M_T ，可通过底座旋转实现动剪应力。试样内径为 a ，外径为 b ，高为 H ，根据 Hight 等^[22]的研究，在空心圆柱试样中任意一点的应力可表示如下：

$$\sigma_y = \frac{W}{\pi(b^2 - a^2)} + \frac{p_o b^2 - p_i a^2}{b^2 - a^2} , \quad (15)$$

$$\tau_{xy} = \frac{3M_T}{2\pi(b^3 - a^3)} , \quad (16)$$

$$\sigma_r = \frac{p_o b + p_i a}{b + a} , \quad (17)$$

$$\sigma_x = \frac{p_o b - p_i a}{b - a} . \quad (18)$$

目前要真正实现斜入射地震波在 x, y 方向所形成的往复变化的正应力，还有一定困难。参考 Ishihara 等对波浪荷载的研究方法，以水平剪应力 τ_{xy} 和正应力差 $(\sigma_y - \sigma_x)$ 为控制对象，在 HCA 中分别控制调整剪应力和正应力差的相位差与振幅，在 $((\sigma_y - \sigma_x)/2, \tau_{xy})$ 坐标系中形成倾斜椭圆形应力路径，是目前可行的室内试验方法。如图 18 所示，图 (a) 中的往复应力可形成斜椭圆，图 (b) 中实线为设计的斜椭圆应力路径，虚线为实测应力路径。

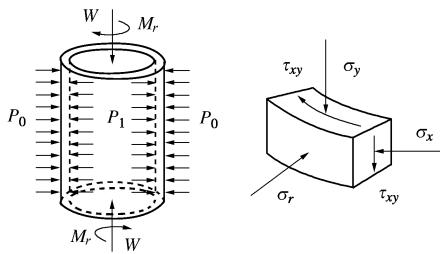


图 17 HCA 试样受力状态及土单元应力状态

Fig. 17 Stress states of HCA specimen and soil cell

利用动态 HCA 模拟斜入射时地震波形成的斜椭圆形应力路径，进行土体动力响应的相关研究将另文详述。

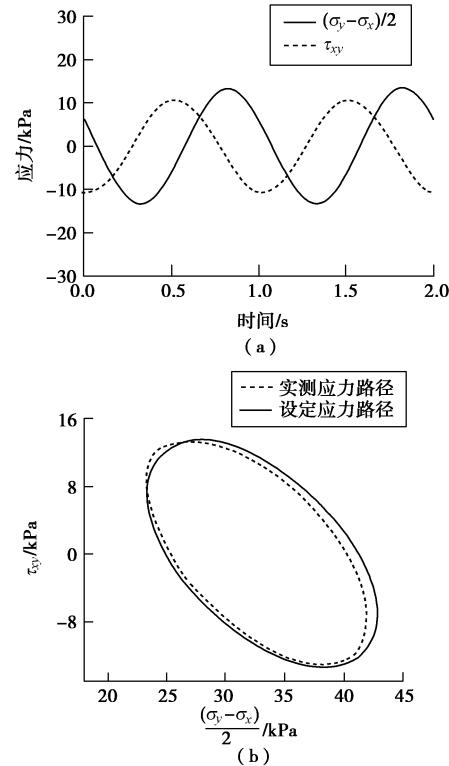


图 18 剪应力与正应力差周期性变化及设定与实测应力路径

Fig. 18 Periodic variation of differences between shear stress and normal stress and set and measured stress paths

4 结 论

斜入射地震波问题比较复杂，本文对斜入射地震波、土介质模型进行了简化和假设，计算模型较为简单，但为室内试验研究斜入射地震波下土体的动力响应提供了可行的方法，可用于实际操作。基于弹性波动理论及地震波的简化，在本文的假设条件下，得到以下结论：

(1) 平面内斜入射的单一地震波 (P 波或 SV 波) 在土层中产生的动应力路径于 $((\sigma_y - \sigma_x)/2, \tau_{xy})$ 平面内均表现为一个倾斜的椭圆，垂直入射时形成的直线可视为椭圆的特例。

(2) 斜椭圆的形状、大小受地震波入射角 α 、频率 f 、场地剪切波速、泊松比、深度等因素影响，发生变化。当地震波入射角在 $20^\circ \sim 70^\circ$ 之间时，P 波单独入射形成的椭圆倾角 θ 分布范围在 $0^\circ \sim -70^\circ$ ，长短轴比 δ 的分布范围在 $1 \sim 7$ ；若 SV 波单独入射，倾角 θ 分布范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$ ，长短轴之比 δ 的分布范围为 $1 \sim 8$ 。

(3) 通过室内试验初步模拟，可利用空心圆柱扭剪仪近似实现上述斜椭圆形动应力路径，从而为进一步开展室内试验研究奠定了基础。

参考文献：

[1] SEED H B, LEE K L. Liquefaction of saturated sand during

- cyclic loading[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1966, **92**(6): 105 - 134.
- [2] SEED H B, PEACOCK W H. Test procedures for measuring soil liquefaction characteristics[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1971, **97**(8): 1099 - 1119.
- [3] SEED H B, IDRISI I M. Simplified procedure for evaluating soil liquefaction potential[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1971, **97**(9): 1249 - 1273.
- [4] ISHIHARA K J. Soil behaviour in earthquake geotechnics[M]. Oxford: Oxford University Press, 1996.
- [5] SCHROEDER W L, SCHUSTER R L. Laboratory simulation of seismic activity in saturated sands[M]. Vibration Effects of Earthquakes on Soils and Foundations, 1969, ASTM STP **450**: 57 - 70.
- [6] JIN Xing, LIAO Zhen-peng. Statistical research on S-wave incident angle[J]. Annals of Disas Prev Res Inst, 1997, **40**: 91 - 97.
- [7] TAKAHIRO S, KAZUHIKO K, etc. Estimation of earthquake motion incident angle at rock site[C]// Proceedings of 12th World Conference Earthquake Engineering, New Zealand, 2000.
- [8] 潘旦光, 楼梦麟, 董 聪. P、SV波作用下层状土层随机波动分析 [J]. 工程力学, 2006, **23**(2): 66 - 71. (PAN Dang-guang, LOU Meng-lin, DONG Cong. Random wave-theory analysis of layered soil sites under P-and SV-wave excitations[J]. Engineering Mechanics, 2006, **23**(2): 66 - 71. (in Chinese))
- [9] 李山有, 马 强, 韦庆海. 地震体波斜入射下的断层台阶地震反应分析[J]. 地震研究, 2005, **28**(3): 277 - 281. (LI Shan-you, MA Qiang, WEI Qing-hai. Seismic response analysis of fault step subjected to obliquely incident body waves[J]. Journal of Seismological Research, 2005, **28**(3): 277 - 281. (in Chinese))
- [10] HRYNIEWICZ Z, HERMANS A J. Free-field response from inclined body waves in a viscoelastic random medium[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1989, **18**: 1025 - 1040.
- [11] WOLF J P, OBERNHUBER P. Free-field response from inclined SV- and P- waves and rayleigh-waves[J]. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1982, **10**: 847 - 869.
- [12] 刘月红, 刘 涛, 宋金龙. 土层性质对入射平面 P 波场放大效应的影响[J]. 山东建筑大学学报, 2007, **22**(3): 198 - 202. (LIU Yue-hong, LIU Tao, SONG Jin-long. Influence of properties of soil layer on site amplification effect for P waves[J]. Journal of Shandong Jianzhu University, 2007, **22**(3): 198 - 202. (in Chinese))
- [13] 李山有, 王学良, 周正华. 地震波斜入射情形下水平成层半空间自由场的时域计算[J]. 吉林大学学报(地球科学版), 2003, **33**(3): 372 - 376. (LI Shan-you, WANG Xue-liang, ZHOU Zheng-hua. The time-step numerical simulation of free field motion of layered half-space for inclined seismic waves[J]. Journal of Jilin University, 2003, **33**(3): 372 - 376. (in Chinese))
- [14] 尤红兵, 赵凤新, 荣棉水. 地震波斜入射时水平层状场地的非线性地震反应[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(2): 234 - 240. (YOU Hong-bing, ZHAO Feng-xin, RONG Mian-shui. Nonlinear seismic response of horizontal layered site due to inclined wave[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(2): 234 - 240. (in Chinese))
- [15] 吴世明. 土动力学[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2000. (WU Shi-ming. Soil dynamics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2000. (in Chinese))
- [16] 牛滨华, 孙春岩. 半空间介质与地震波传播: 地震波传播理论与应用[M]. 北京: 石油工业出版社, 2002. (NIU Bin-hua, SUN Chun-yan. Half space medium and seismic wave propagation[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 2002. (in Chinese))
- [17] 徐仲达. 地震波理论[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. (XU Zhong-da. Seismic wave theory[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese))
- [18] GB 50011—2010 中华人民共和国国家标准建筑抗震设计规范[S]. (GB50011—2010 Code for seismic design of buildings of the People's Republic of China[S]. (in Chinese))
- [19] 程守洙, 江之永. 普通物理学(第三册)[M]. 北京: 高等教育出版社, 1979. (CHENG Shou-zhu, JIANG Zhi-yong. General physics (volume No. three)[M]. Beijing: China Higher Education Press, 1979. (in Chinese))
- [20] ISHIHARA K, TOWHATA I. Sand response to cyclic rotation of principal stress directions as induced by wave loads[J]. Soils and Foundations, 1983, **23**(4): 11 - 26.
- [21] ALLEN R M, KANAMORI H. The potential for earthquake early warning in southern California[J]. Science, 2003, **300**(2): 786 - 789.
- [22] HIGHT D W, GENS A, SYMES M J. Development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils[J]. Géotechnique, 1983, **33**(4): 355 - 383.