

# 基于广义塑性理论的堆石料动力本构模型研究

陈生水<sup>1, 2</sup>, 彭成<sup>1</sup>, 傅中志<sup>1, 2</sup>

(1. 南京水利科学研究院, 江苏南京 210029; 2. 水利部土石坝破坏机理与防控技术重点实验室, 江苏南京 210029)

**摘要:** 分析了堆石料在等幅与不等幅应力循环荷载作用下的变形特性, 以此为基础, 确定了不同加载过程中堆石料的剪胀方程、加载方向、切线模量及塑性模量, 建立了一个可以考虑堆石料循环加载特性的广义塑性本构模型。模型将所有的加卸载阶段都视为弹塑性过程, 并在剪胀方程中引入老化函数来考虑体积应变积累对剪胀(缩)性的影响。模型共有12个参数, 均可通过常规室内单调及循环加载试验确定。为验证模型的有效性, 依据试验资料确定了两种不同堆石料的本构模型参数, 并对等幅循环三轴压缩与不等幅循环三轴压缩试验进行了模拟。两种材料在不同围压下的模型预测结果与试验数据均吻合良好, 表明模型可以有效地反映循环荷载作用下堆石料应力应变曲线的滞回特性与永久变形的积累。

**关键词:** 堆石料; 循环荷载; 三轴压缩; 广义塑性; 本构模型

**中图分类号:** TU47      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1000-4548(2012)11-1961-08

**作者简介:** 陈生水(1962-), 男, 江苏高淳人, 教授级高级工程师, 博士生导师, 主要从事土石坝与岩土工程方面的科学研究与技术咨询工作。E-mail: sschen@nhri.cn。

## Dynamic constitutive model for rockfill materials based on generalized plasticity theory

CHEN Sheng-shui<sup>1, 2</sup>, PENG Cheng<sup>1</sup>, FU Zhong-zhi<sup>1, 2</sup>

(1. Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210029, China; 2. Key Laboratory of Earth-Rock Dam Failure Mechanism and Safety Control Techniques, Ministry of Water Resources, Nanjing 210029, China)

**Abstract:** The stress-strain behaviors of typical rockfill materials under cyclic loading with constant and variable stress amplitudes are analyzed. The stress-dilatancy equations, loading directions, tangential modulus and the representations of plastic modulus are derived based on experimental observations, and a generalized plasticity model is proposed to simulate the dynamic behaviours of rockfill materials. The model treats all the loading-unloading-reloading phases as elastoplastic ones and captures the hardening effects (the influences of the accumulated volumetric strain on the dilatancy and the overall stress strain behaviour) during cyclic loading by incorporating an aging function into the stress-dilatancy equations. There are totally 12 parameters involved in the proposed model, all of which can be determined by the conventional monotonic and cyclic tests. To check the validity of the proposed model, the parameters of two rockfill materials are calibrated based on the experimental data, and the typical cycle triaxial compression tests with constant and variable stress amplitudes are modeled. Satisfactory agreement between the numerical and experimental results under different confining pressures confirms the capability of the proposed model in capturing the hysteretic stress-strain behaviours and the accumulation of permanent deformation under cyclic loading effectively.

**Key words:** rockfill material; cyclic loading; triaxial compression; generalized plasticity; constitutive model

## 0 引言

中国地处环太平洋地震带和地中海—喜马拉雅山地震带之间, 地质构造规模宏大且复杂, 中、强地震活动频繁, 历年震害损失惨重<sup>[1]</sup>。然而, 中国已建和在建的近百座百米级以上高土石坝大多位于高地震烈度区, 随着西部水电大开发进程的加快和南水北调西线工程的实施, 还将兴建一大批高土石坝。这些高坝

大坝一旦因地震失事, 后果将是灾难性的。因此, 加强高土石坝地震响应分析和安全控制方法的研究显得十分必要。

---

基金项目: 国家自然科学基金项目(90815024, 51209141, 51109141);  
水利行业公益性专项经费项目(201001014); “十一五”国家科技支撑计划专题项目(2009BK56B02)

收稿日期: 2011-12-30

5.12 汶川地震后紫坪铺混凝土面板堆石坝的震害调查发现, 堆石坝壳在地震循环荷载作用下发生显著收缩, 下游坝坡邻近坝顶部震陷量达到 1 m, 占最大坝高的 0.64%<sup>[2]</sup>。研究表明, 堆石料在动荷载作用下的颗粒破碎是导致坝体收缩的主要原因<sup>[1]</sup>。堆石料静、动力试验研究表明, 颗粒破碎导致永久体变积累的同时, 使材料强度和剪胀性呈现明显的非线性<sup>[3-4]</sup>。尽管黏性土和无黏性土在单调和循环加载时的本构模型研究已取得大量的成果<sup>[5-10]</sup>, 但至今尚未出现可以有效解决实际工程问题的动力弹塑性本构模型。现有的动力弹塑性本构模型大多因参数数量较多、物理意义不明和确定困难而难以运用于解决实际工程问题<sup>[11-12]</sup>。

本文以广义塑性理论<sup>[13-15]</sup>为基础, 通过定义堆石料在不同加载阶段的剪胀方程、加载方向及塑性模量建立可以描述堆石料循环加载应力应变特性的本构模型, 并通过典型试验的数值模拟检验其有效性。文中应力张量和应变张量分别用  $\sigma$  和  $\varepsilon$  表示, 平均应力  $p$ 、广义剪应力  $q$ 、应力比  $\eta$ 、体积应变  $\varepsilon_v$  及剪应变  $\varepsilon_s$  分别定义如下:

$$\left. \begin{aligned} p &= \frac{1}{3} \sigma_{ij} \delta_{ij}, \\ q &= \sqrt{\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}}, \\ S_{ij} &= \sigma_{ij} - p \delta_{ij}, \\ \eta &= \frac{q}{p}, \\ d\varepsilon_s &= d\varepsilon_{ij} \delta_{ij}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$d\varepsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3} \left( d\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} d\varepsilon_v \delta_{ij} \right) \left( d\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} d\varepsilon_v \delta_{ij} \right)}, \quad (2)$$

式中,  $\delta_{ij}$  是 Kronecker 符号。塑性体积应变和塑性剪应变的定义与式 (2) 中相关公式类似。

## 1 试验结果分析

### 1.1 堆石料的循环加载特性

笔者曾针对筑坝堆石料开展过 200 余组静、动三轴压缩试验<sup>[4]</sup>, 图 1 是干密度  $\rho$  为 2.20 g/cm<sup>3</sup> 的砂砾石料的等幅应力动三轴试验结果, 振动频率  $f=0.1$  Hz, 围压  $\sigma_3=1.2$  MPa, 固结应力比  $K_c=1.5$ , 动应力  $\sigma_d=0.35 \sigma_3$ 。从中可以看出, 最初几个循环轴向应变  $\varepsilon_a$  与体积应变  $\varepsilon_v$  快速积累, 随后堆石料应变增长速率逐渐减小, 表明堆石料在循环荷载作用下逐渐振密硬化。图 2 是堆石料的不等幅应力循环三轴压缩试验结果, 从中可以看出堆石料循环加载变形特性的 3 个基本特点: ①加载、卸载和再加载过程中均出现体变, 特别是卸载过程中体缩明显, 由于偏应力  $q$  减小时, 平均应力  $p$  亦按比例减小, 弹性体积应变方向应为膨胀,

故图 2 中卸载体积收缩行为只能归因于塑性变形。②相同围压下, 加载到不同应力比后卸载至等向压缩应力状态的平均卸载线几乎平行, 与卸载时的应力比  $\eta$  无关。但整理不同围压下的循环加载试验结果表明, 平均卸载线的斜率随着围压增大而增大, 两者在双对数图中近似呈线性关系, 如图 3 所示。③超过历史最大应力比后, 应力应变曲线与单调加载应力应变曲线基本一致, 但体变曲线的差异随着循环次数的增加而变得显著。

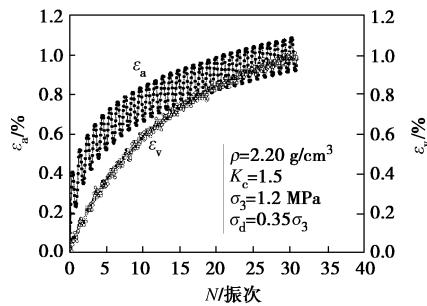


图 1 堆石料的循环三轴压缩特性(应力等幅)

Fig. 1 Behaviours of rockfill materials under cyclic triaxial compression (with constant stress amplitude)

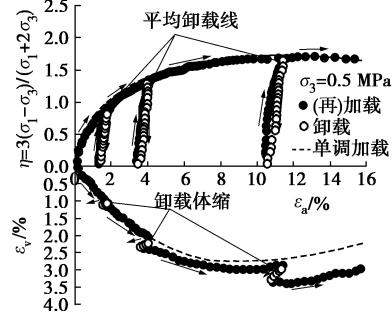


图 2 堆石料的循环三轴压缩特性(应力不等幅)

Fig. 2 Behaviours of rockfill materials under cyclic triaxial compression (with variable stress amplitude)

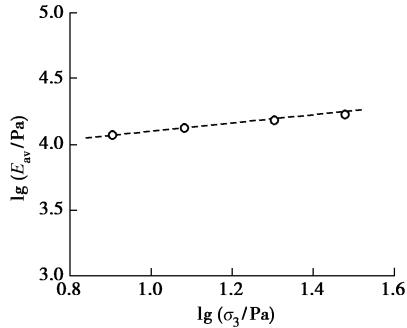


图 3 堆石料的平均卸载模量与围压的关系

Fig. 3 Relationship between average unloading modulus and confining pressure of rockfill materials

经典弹塑性理论将卸载和屈服应力之前的再加载过程视为弹性过程, 难以正确反映堆石料的卸载体缩行为。实际上, 可以认为塑性变形的发展贯穿堆石料

的所有剪切过程, 除了极小应变时的反应外, 堆石料几乎不存在纯粹的弹性变形阶段, 加载、卸载和再加载过程中塑性变形以不同的量级累积。

## 1.2 应力剪胀特性

应力剪胀方程是建立弹塑性本构模型的核心之一, 主要用于确定塑性流动方向。然而以往研究多关注单调加载情形, 对循环荷载作用下的应力剪胀方程关注较少。图 4 中绘制了循环三轴压缩(伸长)试验中剪胀比与应力比的关系, 从中可以看出: ①加载(AB段)和卸载(CD段)过程中, 应力比  $\eta$  与剪胀比  $d_g$  大体呈线性关系, 但该关系依赖于加载方向; ②加载方向改变时(如 B→C), 剪胀比  $d_g$  出现非连续变化, 特别地, 当应力比大于特征应力比时(此时  $d_g=0$ ), 改变加载方向始终导致体积收缩; ③加载方向改变的瞬间, 剪胀比  $d_g$  的值最大, 随后  $d_g$  逐渐减小, 并由正转负, 出现剪胀; ④在三轴压缩和三轴伸长应力状态转换时, 应力剪胀曲线具有良好的连续性, 且剪胀比随应力比单调变化。构造循环加载应力剪胀方程时应特别注意上述特性。

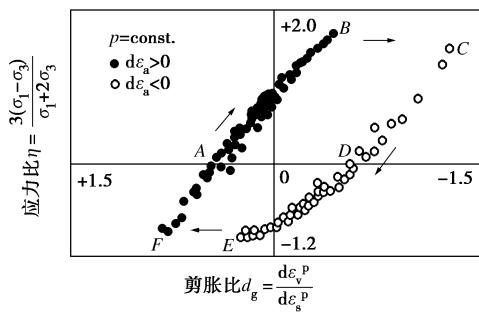


图 4 循环剪切过程中剪胀比与应力比的关系<sup>[16-17]</sup>

Fig. 4 Relationship between dilatancy ratio and stress ratio during cyclic shearing<sup>[16-17]</sup>

## 2 切线模量构造

### 2.1 初始加载阶段(A—B)

图 5 中, 加载初始时刻 A 点处于等向压缩状态, 此时的切线模量可按下式计算:

$$E_{is} = K \cdot P_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n , \quad (3)$$

式中,  $P_a$  为大气压,  $K$ ,  $n$  为无量纲参数。轴向加载过程中, 切线模量随着应力比的增大非线性减小, 可仿照双曲线模型采用下式表示:

$$E_t = \left( 1 - \frac{\eta}{M_f} \right)^\alpha \cdot K \cdot P_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n , \quad (4)$$

式中,  $\alpha$  为控制切线模量衰减的参数,  $M_f$  为峰值应力比, 可用峰值摩擦角  $\varphi_f$  表示, 即

$$M_f = \frac{6 \sin \varphi_f}{3 - \sin \varphi_f} . \quad (5)$$

其中, 峰值摩擦角随围压增大而减小, 以反映堆石料强度的非线性<sup>[18]</sup>:

$$\varphi_f = \varphi_0 - \Delta\varphi \lg \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right) , \quad (6)$$

其中,  $\varphi_0$  和  $\Delta\varphi$  是两个强度参数,  $\varphi_0$  是  $\sigma_3$  等于大气压力  $P_a$  时的峰值摩擦角,  $\Delta\varphi$  是  $\sigma_3$  增加一个数量级时峰值摩擦角降低的幅度。

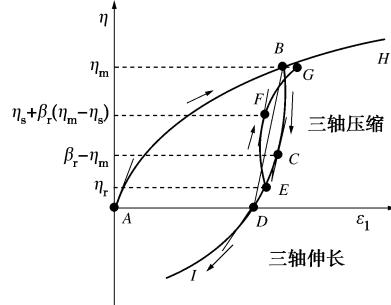


图 5 堆石料循环加载应力应变特性

Fig. 5 Stress-strain behaviors of rockfill materials under cyclic loading

### 2.2 卸载阶段(B—C—D)

假定从 B 点开始卸载, 卸载瞬间的切线模量  $E_{ur}$  表达式类似式(3), 即

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot P_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n , \quad (7)$$

式中,  $K_{ur}$  为与  $K$  类似的无量纲参数。

在卸载线 BCD 上存在一点 C( $\eta = \beta_u \eta_m$ ), 卸载曲线在该点的切线平行于平均卸载线, 即切线模量等于平均卸载模量  $E_{av}$ 。如前所述, 平均卸载线 BD 斜率与应力比无关, 但随围压增大而增大, 故 C 点的切线模量  $E_{av}$  可按下式计算:

$$E_{av} = K_{av} \cdot P_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n , \quad (8)$$

式中,  $K_{av}$  为与  $K$  类似的无量纲参数, 显然 3 个模量参数的关系为  $K_{ur} > K_{av} > K$ 。

当卸载至等向压缩状态点 D 时, 再进一步卸载就进入三轴伸长状态。本文假定 D 点的切线模量与初始加载时 A 点相同。已知上限点 B、下限点 D 和控制点 C 的切线模量, 则整个卸载过程中的切线模量可以采用二次多项式近似表达, 如图 6(a) 所示, 即

$$E_t = A_1 E_{ur} + B_1 E_{av} + C_1 E_{is} , \quad (9)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\eta(\eta - \beta_u \eta_m)}{(1 - \beta_u)\eta_m^2} , \\ B_1 &= \frac{\eta(\eta_m - \eta)}{\beta_u(1 - \beta_u)\eta_m^2} , \\ C_1 &= \frac{(\eta_m - \eta)(\beta_u \eta_m - \eta)}{\beta_u \eta_m^2} . \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

### 2.3 再加载阶段 ( $E-F-G$ )

建立再加载过程的切线模量表达式类似于卸载过程。假定从点  $E(\eta = \eta_r)$  开始再加载, 如图 5 所示, 再加载瞬间的切线模量与初始卸载模量  $E_{ur}$  ( $B$  点) 相同; 当应力比增大至  $\eta_r + \beta_r (\eta_m - \eta_r)$  时 ( $F$  点), 再加载曲线的切线与平均卸载线平行, 故切线模量等于平均卸载模量  $E_{av}$ ; 再继续加载使应力比  $\eta$  达到历史最大应力比  $\eta_m$  ( $G$  点) 时, 切线模量与其历史值  $E_{tm}$  相等, 即

$$E_{tm} = \left(1 - \frac{\eta_m}{M_f}\right)^a \cdot K \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n . \quad (11)$$

在整个再加载过程中 ( $E-F-G$ ) 切线模量在逐渐衰减, 如图 6 (b) 所示, 该过程亦可用二次多项式近似模拟, 即

$$E_t = A_2 E_{ur} + B_2 E_{av} + C_2 E_{tm} , \quad (12)$$

式中,

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= \frac{(\eta_m - \eta)[\eta_r + \beta_r(\eta_m - \eta_r) - \eta]}{\beta_r(\eta_m - \eta_r)^2}, \\ B_2 &= \frac{(\eta_m - \eta)(\eta - \eta_r)}{\beta_r(1 - \beta_r)(\eta_m - \eta_r)^2}, \\ C_2 &= \frac{(\eta_r - \eta)[\eta_r + \beta_r(\eta_m - \eta_r) - \eta]}{(1 - \beta_r)(\eta_m - \eta_r)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

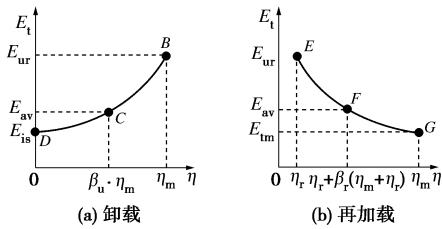


图 6 卸载与再加载过程中切线模量  $E_t$  与应力比  $\eta$  的关系

Fig. 6 Relationship between tangential modulus and stress ratio during unloading and reloading

### 2.4 反向加载阶段 ( $D-I$ )

从式 (10)、(13) 可以看出, 在卸载与再加载过程中堆石料对应力历史有一定的记忆功能, 这一点从系数  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$  ( $i=1, 2$ ) 中包含历史最大应力比  $\eta_m$  可以看出。假定继卸载阶段 ( $B-C-D$ ) 后进一步降低轴向应力, 试样将沿着完全陌生的应力路径  $DI$  进入三轴伸长应力状态 (图 5), 对于此前三轴压缩应力路径的记忆将逐渐淡忘。本文中视  $DI$  阶段为初始加载, 沿着这一路径加载, 当应力比达到历史最大值  $\eta_m$  时, 最大应力比的记录点  $B$  将被当前应力状态点替换。基于上述假定, 在这个加载过程中 ( $D-I$ ) 的切线模量通过式 (4) 计算。因为通过式 (9) 与式 (4) 得到的  $D$  点的切线模量是相同的, 因此从三轴压缩 ( $B-C-$

$D$ ) 状态到三轴伸长 ( $D-I$ ) 状态,  $D$  点的轴向应力应变曲线是连续光滑的。

### 3 堆石料广义塑性本构模型

广义塑性理论与经典弹塑性理论的本构方程具有相同表达式<sup>[13]</sup>, 其劲度方程表达式为

$$d\sigma = \left[ D^e - \frac{(D^e : n_g) \otimes (n_f : D^e)}{H + n_f : D^e : n_g} \right] : d\varepsilon ; \quad (14)$$

柔度方程表达式为

$$d\varepsilon = \left[ C^e + \frac{1}{H} n_g \otimes n_f \right] : d\sigma . \quad (15)$$

式中  $C^e$  为四阶弹性柔度张量;  $D^e$  为四阶弹性劲度张量;  $n_g$  为塑性流动方向张量;  $n_f$  为加载方向张量;  $H$  为塑性模量。在广义塑性理论框架下建模只需分别确定弹性特性、流动方向、加载方向和塑性模量即可。

#### 3.1 弹性性质

弹性劲度张量可通过弹性模量  $E_e$  及泊松比  $\nu$  两个参数确定。堆石料的泊松比  $\nu$  一般可视为常数 ( $\nu \approx 0.2 \sim 0.4$ ), 故只需定义弹性模量  $E_e$ 。本文假定初始加载过程的弹性模量可用平均卸载模量计算; 卸载与再加载阶段的弹性模量可以用初始卸载模量计算, 即

$$E_e = \begin{cases} K_{av} \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n & (\text{初始加载}) \\ K_{ur} \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n & (\text{卸载与再加载}) \end{cases} . \quad (16)$$

上述弹性模量计算方法意味着卸载与再加载的初始阶段为纯弹性过程。

#### 3.2 塑性流动方向 $n_g$

循环加载过程中, 塑性流动方向可以定义为

$$n_g = \frac{d\varepsilon_{ij}^p}{\|d\varepsilon_{ij}^p\|} . \quad (17)$$

假定塑性应变增量张量与应力张量共轴, 塑性应变增量为

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= \frac{1}{3} d\varepsilon_v^p \delta_{ij} + \frac{3S_{ij}}{2q} d\varepsilon_s^p \\ &= \left( \frac{1}{3} d_g \delta_{ij} + \frac{3S_{ij}}{2q} \right) d\varepsilon_s^p , \end{aligned} \quad (18)$$

塑性应变增量的模为

$$\|d\varepsilon_{ij}^p\| = \sqrt{\frac{1}{3} d_g^2 + \frac{3}{2} d\varepsilon_s^p} . \quad (19)$$

将式 (18)、(19) 代入式 (17) 中便得到塑性流动方向  $n_g$  表达式:

$$n_g = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}d_g^2 + \frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{3}d_g\delta_{ij} + \frac{3S_{ij}}{2q}\right) \quad . \quad (20)$$

如图 4 所示, 初始加载时剪胀比与应力比近似于线性关系, 故可采用下述应力剪胀方程<sup>[18]</sup>:

$$d_g = M_d \left(1 - \frac{\eta}{M_d}\right) \quad , \quad (21)$$

式中,  $M_d = 6\sin\psi/(3-\sin\psi)$ ,  $\psi$  称为临胀摩擦角, 随着围压的增加而减小<sup>[18]</sup>, 以反映堆石料剪胀(缩)规律的非线性<sup>[18]</sup>, 即

$$\psi = \psi_0 - \Delta\psi \lg\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad , \quad (22)$$

其中,  $\psi_0$  是  $\sigma_3$  等于大气压力  $P_a$  时的临胀摩擦角,  $\Delta\psi$  是  $\sigma_3$  增加一个数量级时临胀摩擦角降低的幅度。

为反映循环加载过程中堆石料的剪胀(缩)特征, 现将式 (21) 拓展为

$$d_g = G(\varepsilon_v^r) \cdot M_d \cdot \left(1 - \frac{\eta}{M_d} \cdot \cos\theta\right) \quad , \quad (23)$$

式中,  $G(\varepsilon_v^r)$  反映循环荷载作用下, 已经积累的体积应变对剪胀(缩)性的影响, 本文采用下述函数<sup>[19]</sup>:

$$G(\varepsilon_v^r) = \exp(-c_v \cdot \varepsilon_v^r) \quad , \quad (24)$$

其中,  $\varepsilon_v^r$  是最近反向加载点的体应变,  $c_v$  是控制永久变形的无量纲参数。

式 (23) 中,  $\cos\theta$  用以考虑加载方向对应力剪胀方程的影响(图 4),  $\theta$  为偏应力张量与其增量的夹角:

$$\cos\theta = \frac{S_{ij}}{\|S_{ij}\|} : \frac{dS_{ij}}{\|dS_{ij}\|} \quad . \quad (25)$$

可以验证, 式 (23) 可以较好地反映堆石料在循环荷载作用下的剪胀特性, 且初次加载时  $\varepsilon_v^r=0$ , 式 (23) 退化至式 (21)。

### 3.3 加载方向 $n_f$

加载方向向量  $n_f$  表达式与塑性流动方向类似:

$$n_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}d_f^2 + \frac{3}{2}}}\left(\frac{1}{3}d_f\delta_{ij} + \frac{3S_{ij}}{2q}\right) \quad , \quad (26)$$

式中,  $d_f$  表达式与剪胀比方程  $d_g$  表达式类似, 即

$$d_f = M_f \left(1 - \frac{\eta}{M_f}\right) \quad . \quad (27)$$

### 3.4 塑性模量 $H$

在三轴试验中,  $p=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$ ,  $q=\sigma_1-\sigma_3$  代入式 (20)、(26) 中, 得到三轴压缩试验情况下的塑性流动方向  $n_g$  和加载方向向量  $n_f$  表达式:

$$n_g = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}d_g^2 + \frac{3}{2}}}\left\{\frac{1}{3}d_g + 1, \frac{1}{3}d_g - \frac{1}{2}, \frac{1}{3}d_g - \frac{1}{2}\right\}^T, \quad (28)$$

$$n_f = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{3}d_f^2 + \frac{3}{2}}}\left\{\frac{1}{3}d_f + 1, \frac{1}{3}d_f - \frac{1}{2}, \frac{1}{3}d_f - \frac{1}{2}\right\}^T. \quad (29)$$

将式 (28)、(29) 代入式 (15) 中, 可以得应变增量与应力增量关系的矩阵方程:

$$\begin{cases} d\varepsilon_1 \\ d\varepsilon_2 \\ d\varepsilon_3 \end{cases} = \frac{1}{E_e} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu \\ -\nu & 1 & -\nu \\ -\nu & -\nu & 1 \end{bmatrix} \begin{cases} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{cases} + \frac{1}{H} \frac{(d_g + 3)}{9\sqrt{d_g^2/3 + 3/2}} \begin{cases} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{cases} \\ \frac{(d_f + 3)}{\sqrt{d_f^2/3 + 3/2}} \begin{cases} d_g/3 + 1 \\ d_g/3 - 1/2 \\ d_g/3 - 1/2 \end{cases}^T \begin{cases} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{cases} \quad . \quad (30)$$

在三轴压缩情况下,  $d\sigma_2 = d\sigma_3 = 0$ , 代入式 (30) 中得  $d\varepsilon_1$  与  $d\sigma_1$  的关系:

$$\frac{1}{E_t} = \frac{d\varepsilon_1}{d\sigma_1} = \frac{1}{E_e} + \frac{1}{H} \frac{d_g + 3}{9\sqrt{\frac{1}{3}d_g^2 + \frac{3}{2}}} \frac{d_f + 3}{\sqrt{\frac{1}{3}d_f^2 + \frac{3}{2}}} \quad , \quad (31)$$

从中可以得出塑性模量  $H$  表达式:

$$H = \frac{E_t E_e}{E_e - E_t} \frac{(d_g + 3)(d_f + 3)}{9\sqrt{\frac{1}{3}d_g^2 + \frac{3}{2}}\sqrt{\frac{1}{3}d_f^2 + \frac{3}{2}}} \quad . \quad (32)$$

从式 (32) 中可以看出, 塑性模量  $H$  随着不同加载阶段切线模量  $E_t$  和弹性模量  $E_e$  的变化而变化, 因此, 只需利用每个加载阶段的切线模量和弹性模量计算。

### 3.5 加载 - 卸载 - 再加载准则

在经典弹塑性理论中, 加载与卸载借助屈服函数  $f$  来区别: 当  $n_f: d\sigma > 0$  时为加载; 当  $n_f: d\sigma < 0$  时为卸载; 当  $n_f: d\sigma = 0$  时为中性加载。这个加卸载准则虽然简单, 但是没有考虑记忆功能不适应于循环加载过程。

在本文中, 当应力比  $\eta$  等于最大历史应力比  $\eta_m$  且仍在增大, 视为初始加载阶段, 即

$$\eta = \eta_m; \quad d\eta > 0 \quad \text{初始加载} \quad . \quad (33)$$

当应力比  $\eta$  小于最大历史应力比  $\eta_m$  且一直递减, 视为卸载阶段, 即

$$\eta < \eta_m; \quad d\eta < 0 \quad \text{卸载} \quad . \quad (34)$$

当  $\eta < \eta_m$  且  $d\eta > 0$  时则存在两种情况。假定一试样从等向应力状态 A 点加载到应力状态 B 点, 之后卸载到应力状态 C, 如图 7 所示。此时, 应力路径 CD 与 CE 都满足条件  $\eta < \eta_m$  且  $d\eta > 0$ 。但是沿着这两个应力路径的变形特性是不同的。沿着应力路径 CD, 应力点与最大应力比记录点 B 的距离减小, 可视为再加载; 沿着应力路径 CE, 应力点则远离最大应力比记录点 B, 本文中视为初始加载。为了考虑这一区别, 提出如下判别准则:

$$\eta < \eta_m; d\eta > 0 \begin{cases} (S_{ij} - S_{ij}^m) dS_{ij} \geq 0 & \text{初始加载} \\ (S_{ij} - S_{ij}^m) dS_{ij} \geq 0 & \text{再加载} \end{cases} \quad (35)$$

式中,  $S_{ij}^m$  为应力比  $\eta$  达到历史最大值  $\eta_m$  时的偏应力张量。

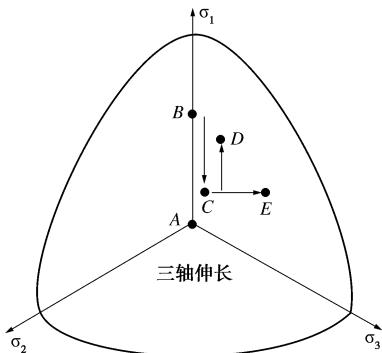


图 7 初始加载与再加载的区别

Fig. 7 Difference between reloading and initial loading

### 3.6 应力三维化

为增强本文模型在一般应力状态下的适用性, 可运用 Matsuoka 等<sup>[20]</sup>提出的基于 SMP 准则的变换应力法, 即

$$\tilde{\sigma}_{ij} = p\delta_{ij} + \frac{\tilde{q}}{q}(\sigma_{ij} - p\delta_{ij}) \quad , \quad (36)$$

式中,

$$\tilde{q} = \frac{2I_1}{3\sqrt{(I_1 I_2 - I_3)/(I_1 I_2 - 9I_3) - 1}} \quad , \quad (37)$$

可根据当前应力状态及应力张量的 3 个不变量  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$  计算。可以验证, 式 (36)、(37) 给出的应力变换不改变平均应力  $p$ , 仅对偏应力张量进行缩放。

给定应力状态后, 可按照下式计算应力比和变换应力比:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{q}{p} , \\ \tilde{\eta} &= \frac{\tilde{q}}{p} . \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

对三轴压缩和三轴伸长试验结果的分析研究表明, 采用变换应力比可以使应力剪胀方程具有良好的归一性<sup>[7]</sup>, 且采用变换应力比后, 式 (4) 所蕴含的破坏条件遵循 SMP 准则, 故在复杂应力条件下可将前文公式中的应力比用变换应力比替换。

### 3.7 模型参数的确定

除弹性泊松比  $\nu$  之外, 本文模型共有 12 个参数, 可以分成 4 组: ①切线模量参数为  $K$ ,  $K_{av}$ ,  $K_{ur}$ ,  $n$ ,  $\alpha$ ; ②摩擦角参数为  $\varphi_0$ ,  $\Delta\varphi$ ,  $\psi_0$ ,  $\Delta\psi$ ; ③滞回圈参数为  $\beta_u$ ,  $\beta_r$ ; ④体变参数为  $c_v$ 。

参数  $K$ ,  $K_{av}$  和  $n$  只需将不同围压下的静力三轴压

缩试验(含加载和卸载)数据点绘于双对数图中并辅以简单计算即可确定, 如 1.1 节所述; 参数  $\alpha$  可以通过单调加载三轴压缩试验结果确定;  $K_{ur}$  的确定一般需要较高的应变量测精度, 为简单实用起见, 一般可取 1.5~2.5 倍的  $K_{av}$ 。

摩擦角参数  $\varphi_0$ ,  $\Delta\varphi$ ,  $\psi_0$ ,  $\Delta\psi$  可以通过静力三轴压缩试验数据确定, 如 3.1~3.2 节所述。

参数  $\beta_u$  和  $\beta_r$  控制滞回圈的形状, 取值在 0~1 之间, 可以通过动三轴试验确定。参数  $c_v$  控制体变积累随循环加载次数增加而增加的速度, 宜通过动三轴压缩试验的体变曲线确定。

从上述讨论可以看出, 本文模型的 12 个参数只需通过常规室内试验即可全部确定。

## 4 模型验证

为检验本文动力本构模型的预测能力, 对两组等幅循环加载三轴压缩试验(围压分别为 0.8, 1.2 MPa)与两组不等幅加载三轴压缩试验(围压分别为 0.5, 1.0 MPa)进行了模拟, 表 1 中给出了根据试验结果确定的参数。

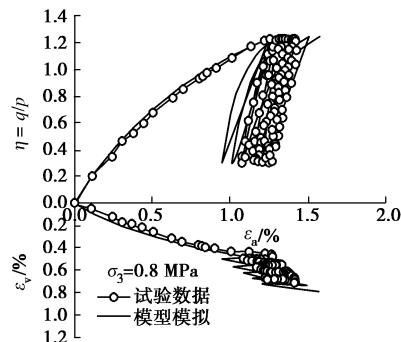


图 8 模型预测的堆石料 I 循环三轴压缩试验( $\sigma_3=0.8$  MPa, 应力等幅)

Fig. 8 Predicted results of cyclic triaxial compression on rockfill ( $\sigma_3=0.8$  MPa, with constant stress amplitude)

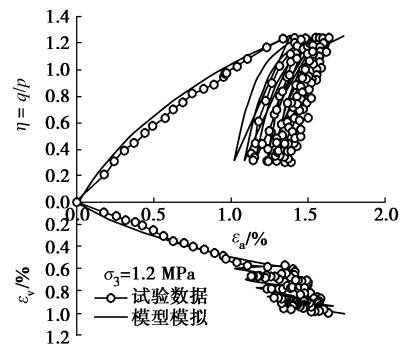


图 9 模型预测的堆石料 I 循环三轴压缩试验( $\sigma_3=1.2$  MPa, 应力等幅)

Fig. 9 Predicted results of cyclic triaxial compression on rockfill I ( $\sigma_3=1.2$  MPa, with constant stress amplitude)

表1 两种不同堆石料的本构模型参数  
Table 1 Constitutive parameters of typical rockfill materials

堆石料	$K$	$K_{av}$	$K_{ur}$	$n$	$\nu$	$\phi_0$ $/(^{\circ})$	$\Delta\phi$ $/(^{\circ})$	$\psi_0$ $/(^{\circ})$	$\Delta\psi$ $/(^{\circ})$	$\alpha$	$\beta$	$\beta_u$	$c_v$
堆石料 I	1153.3	2700.0	4800.0	0.23	0.33	51.1	7.0	42.5	2.50	2.0	0.50	0.80	180.0
堆石料 II	800.0	1400.0	2800.0	0.40	0.33	58.8	9.2	55.8	3.25	1.88	0.58	0.72	40.0

图8,9分别是两组不同围压下堆石料I的等幅循环加载试验数据及相应的模型预测结果;图10,11分别为两组不同围压下堆石料II的不等幅循环加载试验数据及模型预测结果。从图中可以看出,本文模型可以较好地反映堆石料在循环荷载作用下应力应变曲线的滞回效应和永久变形的积累,特别是加载方向改变时,堆石料的体积收缩特性。此外,循环加载初期,轴向应变与体积应变快速积累,随后堆石料应变增长速率逐渐减小,表明本文模型在剪胀方程中引入的老化函数较好地反映了循环荷载作用下堆石料的硬化行为。

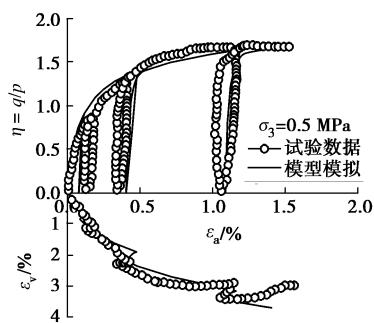


图10 模型预测的堆石料II循环三轴压缩试验( $\sigma_3=0.5$  MPa, 应力不等幅)

Fig. 10 Predicted results of cyclic triaxial compression on rockfill II ( $\sigma_3=0.5$  MPa, with variable stress amplitude)

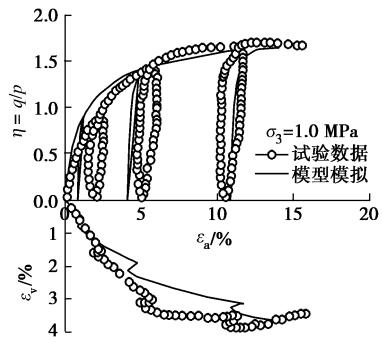


图11 模型预测的堆石料II循环三轴压缩试验( $\sigma_3=1.2$  MPa, 应力不等幅)

Fig. 11 Predicted results of cyclic triaxial compression on rockfill II ( $\sigma_3=1.2$  MPa, with variable stress amplitude)

## 5 结语

本文运用典型堆石料的应力等幅与应力不等幅循

环三轴压缩试验结果分析了堆石料的循环加载应力应变特性,构造了循环加载各个阶段的切线模量表达式,在广义塑性理论框架下,通过定义循环加载过程中的剪胀方程、加载方向张量及塑性模量表达式建立了一个可以描述堆石料动应力应变特性的弹塑性模型。模型在剪胀方程表达式中引入了一个老化函数,从而有效地考虑了堆石料循环剪切过程中的塑性硬化行为。本文模型共有12个参数,可以通过常规室内试验(单调加载和循环加载)确定。对两种堆石料的等幅循环三轴压缩与不等幅循环三轴压缩试验进行了模拟,不同围压下的模型预测结果与试验数据吻合良好,表明本文模型有效地实现了应力应变滞回特性与永久变形积累的统一。

## 参考文献:

- [1] 胡聿贤. 地震工程学[M]. 北京: 地震出版社, 1988. (HU Yu-xian. Earthquake engineering[M]. Beijing: Earthquake Press, 1988. (in Chinese))
- [2] 陈生水, 霍家平, 章为民. “5.12”汶川地震对紫坪铺混凝土面板坝的影响及原因分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(6): 795 - 801. (CHEN Sheng-shui, HUO Jia-ping, ZHANG Wei-min. Analysis of effects of ‘5.12’ Wenchuan earthquake on Zipingpu concrete face rockfill dam[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(6): 795 - 801. (in Chinese))
- [3] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, 26(4): 562 - 566. (LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(4): 562 - 566. (in Chinese))
- [4] 陈生水, 韩华强, 傅华. 循环荷载作用下堆石料应力变形特性研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(8): 1151 - 1157. (CHEN Sheng-shui, HAN Hua-qiang, FU Hua. Stress and deformation behaviors of rockfill under cyclic loadings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(8): 1151 - 1157. (in Chinese))
- [5] SCHOFIELD A, WROTH P. Critical state soil mechanics[M]. London: McGraw-Hill, 1968.
- [6] KOLYMBAS D. Introduction to hypoplasticity[M]/ Advances in Geotechnical Engineering and Tunneling. Rotterdam:

- BALKEMA, 2000.
- [7] MATSUOKA H, SUN D A. The SMP concept-based 3D constitutive models for geomaterials[M]. London: Taylor & Francis, 2006.
- [8] YAO Y P, HOU W, ZHOU A N. UH model: three-dimensional unified hardening model for overconsolidated clays[J]. *Géotechnique*, 2007, **57**(5): 451 – 469.
- [9] KIM M K, LADE P V. Single hardening constitutive model for frictional materials I. Plastic potential function[J]. *Computers and Geotechnics*, 1988, **5**(4): 307 – 324.
- [10] KIM M K, LADE P V. Single hardening constitutive model for frictional materials II. Yield criterion and plastic work contours[J]. *Computers and Geotechnics*, 1988, **6**(1): 13 – 29.
- [11] KRAMER S L. *Geotechnical earthquake engineering*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [12] 刘小生, 王钟宁, 汪小刚, 等. 面板坝大型振动台模型试验与动力分析[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005. (LIU Xiao-sheng, WANG Zhong-ning, WANG Xiao-gang, et al. Large-scale shaking table tests and seismic response analysis for concrete faced rockfill dams[M]. Beijing: China Water Power Press, 2005. (in Chinese)).
- [13] PASTOR M, ZIENKIEWICZ O C, CHAN A H C. Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1990, **14**(3): 151 – 190.
- [14] LING H I, YANG S T. Unified sand model based on the critical state and generalized plasticity[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2006, **132**(2): 1380 – 1391.
- [15] LING H I, LIU H B. Pressure-level dependency and densification behaviour of sand through generalized plasticity model[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2003, **129**(8): 851 – 860.
- [16] PRADHAN T B S, TATSUOKA F, SATO Y. Experimental stress-dilatancy relations of sand subjected to cyclic loading[J]. *Soils and Foundations*, 1989, **29**(1): 45 – 64.
- [17] PRADHAN T B S, TATSUOKA F. On stress-dilatancy equations of sand subjected to cyclic loading[J]. *Soils and Foundations*, 1989, **29**(1): 65 – 81.
- [18] 陈生水, 傅中志, 彭成. 考虑颗粒破碎的堆石料广义塑性本构模型[J]. *岩土工程学报*, 2011, **33**(10): 1489 – 1495. (CHEN Sheng-shui, FU Zhong-zhi, PENG Cheng. A generalized plasticity model for rockfill materials considering particle breakage[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2011, **33**(10): 1489 – 1495. (in Chinese))
- [19] NISHI K, KANATANI M. Constitutive relations for sand under cyclic loading based on elasto-plasticity theory[J]. *Soils and Foundations*, 1990, **30**(2): 43 – 59.
- [20] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-clay models modified by the SMP criterion[J]. *Soils and Foundations*, 1999, **39**(1): 81 – 95.