

各向异性砂土的应变局部化分析

黄茂松^{1, 2}, 李学丰^{1, 2}, 钱建固^{1, 2}

(1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 针对许多各向异性砂土强度和应变局部化特性, 采用各向异性模型进行砂土的应变局部化分析。模型基于材料状态相关临界状态理论, 采用宏细观结合的方法, 将一个新的各向异性状态变量引入本构模型来描述砂土的各向异性, 考虑细观组构张量和应力张量的几何关系模型即可以描述不同沉积角度三轴条件下砂土的力学特性。模型结合分叉理论可以自然解释各向异性和应变局部化对平面应变强度的影响, 采用用一组模型参数可以很好模拟不同围压, 不同沉积角度平面应变条件下 Toyoura 砂的强度特性和剪切带角度。

关键词: 各向异性强度; 砂土; 细观结构; 应变局部化

中图分类号: TU 443 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2012)10-1772-09

作者简介: 黄茂松(1965-), 男, 浙江玉环人, 教授, 博士生导师, 从事岩土工程的科研和教学工作。E-mail: mshuang@tongji.edu.cn。

Strain localization of anisotropic sand

HUANG Mao-song^{1,2}, LI Xue-feng^{1,2}, QIAN Jian-gu^{1,2}

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2.

Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Aiming at the characters of strength and strain localization of some anisotropic sand, an anisotropic constitutive model for sand with the method of macro-micro incorporation is employed to analyze the strain localization of sand. A novel anisotropic state employed in the model which is based on the critical state and state-dependent theories and the method of macro-micro incorporation describes the anisotropy of sand. In view of the relationship of fabric and stress state, the model can describe the mechanical characters of anisotropic sand under drained triaxial condition. From the view of sand microstructure, the model can explain the effect on the strength of plane strain tests when the shear band appears. One set of model constants can simulate well the strength responses and inclination angles of shear bands of Toyoura sand under different confining pressures and different bedding planes.

Key words: anisotropic strength; sand; microstructure; strain localization

0 引言

应变局部化普遍存在于边坡、堤坝、地基、挡土墙等工程结构中, 它是岩土材料失稳的一个重要特征, 也是材料渐进破坏的先兆, 应变局部化直接导致了加载过程中岩土材料强度的降低, 使岩土材料的承载力下降, 因此应变局部化研究受到国际学术界和工程界的广泛关注^[1-4]; 同时岩土材料的各向异性对其力学特性有显著影响。然而, 描述土体各向异性及应变局部化现象的关键都是建立较合理的本构关系。

砂土的本构关系不仅要考虑其相对密度、有效围压, 还要考虑其各向异性等物理状态以及应力加载方式。因为砂土在原位状态下土颗粒在空间上呈现定向排列, 构成了细观结构的初始各向异性; 在非比例加载等条件下, 由于主应力方向的不断变化, 导致了土

体的细观结构发生了演化, 表现出应力诱使各向异性, 从而加剧了土体变形和应变局部化的复杂性, 因此, 土的各向异性等特性的深层机理都可以统一到土体的细观特性。

砂土细观研究^[5-6]发现: 天然砂土沉积过程中受重力等因素的影响, 砂土颗粒形成了一定的空间排列, 这种排列结构形成了砂土的各向异性组构; 宏观上, 土体在沉积面方向呈现各向同性, 垂直于沉积面, 即非球形砂土颗粒的优势分布方向呈现为各向异性, 非球形颗粒含量越多各向异性越明显。可见非球形颗粒的优势分布方向是砂土组构的主要原因。

Oda等^[7]许多研究结果表明: 天然砂(河床砂, 海

滩砂和沙丘砂等) 和重塑砂的非球形颗粒空间排列形成了相似的各向异性组构。Oda等^[8]和Tatsuoka^[9]做了一系列的模型试验证实条形基础的竖向承载力随密砂沉积面与竖向夹角的增加而降低, 当荷载平行于沉积面方向和垂直与沉积面方向加载, 试验得到的平均承载力前者比后者低50%。Tatsuoka^[10]的平面应变试验得到的内摩擦角应用到经典承载力计算理论中, 不考虑各向异性的影响, 承载力系数将被高估8倍左右; Tatsuoka^[2]用重塑砂和天然砂在主应力轴相对于沉积面方向0°~90°范围内的平面应变等试验发现: 剪切带倾角不具有唯一性, 不同沉积角度的砂样剪切带角度变化很大, 表现出很强的各向异性, Mohr-Coulomb、Roscoe和Arthur等理论都很难解释; Finno等^[11]许多学者的细观研究结果也显示砂土粒径、形状对剪切带的厚度有很大关系。土体的细观特性和应变局部化对强度有实质性的影响, 因此, 有必要采用宏细观结合的方法描述和解释砂土的各向异性特性, 用分叉理论来预测应变局部化。

笔者等^[4, 11, 13]对砂土应变局部化做了一些分析, 但都没有考虑各向异性的影响。因此为了更合理描述砂土各向异性对应变局部化特性, 本文基于笔者等建立的砂土模型^[11]和砂土各向异性破坏准则^[14]的基础上, 将一个新定义的各向异性状态变量引入到本构模型中来描述砂土的各向异性, 考虑加载模式和砂土组构关系模型即可自然描述砂土在不同沉积角度下各向异性三轴屈服特性, 然后, 引入分叉理论判别土体的应变局部化, 从细观上分析和解释砂土的各向异性对应变局部化和强度影响, 采用不同沉积角度的各向异性砂平面应变试验观测到的应变局部化结果进行验证和分析。

1 基于材料状态相关临界状态理论的砂土各向异性模型

文献[11]在Li等^[15]的材料状态相关砂土临界状态概念的基础上提出了一个砂土各向同性模型。然而许多试验表明砂土的临界状态线受各向异性影响较大, 因此, 本文将文献[14]中定义的各向异性状态变量引入本构模型中来反映各向异性对砂土的力学特性的影响。引入各向异性状态变量后, 模型可以描述各向异性对临界状态线、硬化规律和剪胀性的影响。

1.1 各向异性状态变量的定义

本文宏细观结合方法思路是将细观定义的组构张量和加载应力的单位张量结合, 形成一个组合张量, 然后用组合张量的不变量定义一个新的各向异性状态变量, 用该变量反映土体细观结构对宏观现象的影响。

这里对该方法做简要介绍, 详细解释见文献[14]。

组构张量采用Oda等^[5-6]定义的形式:

$$F'_{ij} = \frac{1}{3+a} \begin{pmatrix} 1-a & 0 & 0 \\ 0 & 1+a & 0 \\ 0 & 0 & 1+a \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中, a 为可以测量的各向异性参量, 它的大小表示了土颗粒方向相对与参考面方向各向性异性的程度。

在复杂应力状态下主应力轴相对于土体组构会发生旋转, 旋转后组构张量和应力张量满足以下关系:

$$F_{ij} = C_{ki} C_{lj} F'_{kl}, \quad (2)$$

式中, C_{ij} 为组构张量方向和主应力轴方向夹角的余弦值形成的转换张量, F'_{kl} 是式(1)定义的组构张量。在平面应变条件下, 如图1所示, 中主应力和组构的一个方向保持一致, 大主应力轴和小主应力轴对应的组构张量方向发生一定角度的旋转, 旋转后组构和应力关系根据式(2)进行转化。

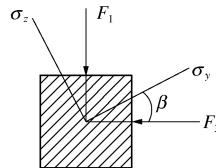


图1 主应力方向与组构的关系

Fig. 1 Geometry of problem

加载方向采用广义Mohr-Coulomb的形式

$$q - M_{cs}g(\theta_\sigma)p = 0, \quad (3)$$

式中, p 为平均正应力, $p = \sigma_{kk}/3$, q 为广义剪应力 $q = \sqrt{3J_2}$, $J_2 = s_{ij}s_{ij}/2$, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}p$, δ_{ij} 为Kronecker张量, M_{cs} 为临界应力比, θ_σ 为应力Lode角, $\theta_\sigma = \sin^{-1}(3\sqrt{3}J_3/2J_2^3)/3$ 。 $g(\theta_\sigma)$ 是 θ_σ 的函数, $g(\theta_\sigma)$ 采用椭圆型^[17]函数

$$g(\theta_\sigma) = \left[2(1-c^2)\cos\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + (2c-1)\sqrt{4(1-c^2)\cos^2\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + c(5c-4)} \right] / \left[4(1-c^2)\cos^2\left(\frac{\pi}{6} + \theta_\sigma\right) + (2c-1)^2 \right], \quad (4)$$

式中, $c = M_e/M_c$, M_c , M_e 分别为三轴压缩和三轴拉伸时峰值应力比的比值。

由式(3)和式(4)即可得到加载应力张量

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{M_{cs}g(\theta_\sigma)}{\eta} r_{ij} + \delta_{ij}, \quad (5)$$

式中, r_{ij} 是应力比张量, $r_{ij} = s_{ij}/p$, η 是应力比 r_{ij} 张量的第二不变量, $\eta = \sqrt{3r_{ij}r_{ij}/2}$ 。

将组构张量和应力加载方向张量结合, 组合张量必须满足对称性, 而且组合张量的不变量也必须满足

坐标旋转的不变性，因此，使用 Tobita^[18] 定义的组合张量 T_{ij}

$$T_{ij} = \frac{1}{6} (\hat{\sigma}_{ik} F_{kj}^{-1} + F_{ik}^{-1} \hat{\sigma}_{kj}) \equiv \hat{p}(\hat{r}_{ij} + \delta_{ij}), \quad (6)$$

式中， F_{kj}^{-1} 是式(1)定义的组构张量 F'_{ij} 的逆张量， $\hat{\sigma}_{kj}$ 是加载应力张量，式(6)右边部分是根据张量的基本性质得到的，类似于应力张量， \hat{p} 为组合张量 T_{ij} 的第一不变量， $\hat{p} = T_{ii}/3$ ， \hat{r}_{ij} 为组合 T_{ij} 的偏应力比张量，因此，组合张量也有两个偏应力比不变量，即偏应力张量第二、三不变量，分别记为 $\hat{\eta}$ ， $\hat{\theta}_\sigma$ ，其表达式为， $\hat{\eta} = \sqrt{3\hat{r}_{ij}\hat{r}_{ij}/2}$ ， $\hat{\theta}_\sigma = -[\sin^{-1}(9\hat{r}_{ij}\hat{r}_{jk}\hat{r}_{ki}/2\hat{\eta}^3)]/3$ 。

用组合张量的两个不变量，定义一个新的各向异性状态变量

$$A = \frac{\hat{\eta}}{M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma)} - \left(\frac{\hat{\eta}}{M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma)} \right)_0, \quad (7)$$

式中， $g(\hat{\theta}_\sigma)$ 采用加载应力使用的 Lode 角的函数， $(\hat{\eta}/M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma))_0$ 是基准点，该点的确定决定于模型参数采用的应力状态点，然后，通过各向异性状态变量描述其它状态受土体细微观结构的影响。通常模型参数是由常规三轴压缩试验确定，因此一般取该点为基准点，即状态变量的第二项为 $(\hat{\eta}/M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma))_{\theta_\sigma=\pi/6}$ 。

图2为状态变量与各向异性参量的关系，基准点为常规三轴压缩状态 $(\hat{\eta}/M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma))_{\theta_\sigma=\pi/6}$ 。当 $a=0$ 时， $F_{ij}=\delta_{ij}/3$ ，材料处于各向同性状态，即 $\hat{T}_{ij}=\hat{\sigma}_{ij}$ ，这种条件下 A 恒等于零，宏观力学方程将不受组构张量的影响；当 $a \neq 0$ 时，材料处于各向异性状态；对常规三轴压缩点， $A \approx 0$ ，各向异性不影响该状态点的强度，Ishihara^[19]的试验也表明常规三轴压缩试验条件下砂土临界状态受内在各向异性影响较小，这与以上的分析一致。如果不设基准点可以设 $(\hat{\eta}/M_{cs}g(\hat{\theta}_\sigma))_0=1$ ，这种特殊情况与 Li 和 Dafalias^[20] 定义的各向异性状态变量一致。

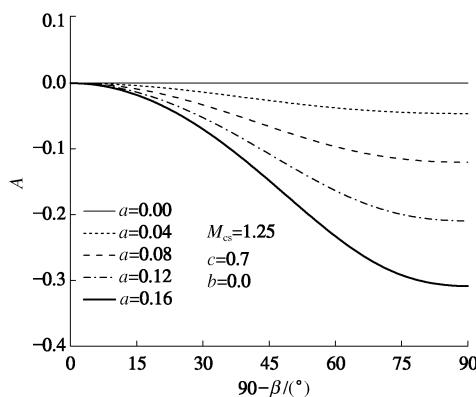


图 2 各向异性状态变量与主应力轴旋转角的关系

Fig. 2 Relation between anisotropic state variable and rotation angle of principal stress axes

1.2 各向异性对材料状态参数的影响

由于砂土的受力过程中表现的力学特性与黏土明显不同，因此适合黏土的临界状态理论不能直接应用到砂土，然而引入状态参量概念的临界状态理论将较好抓住砂土的特性。Been 等^[16] 提出了状态参数 ψ 的概念，将其定义为

$$\psi = e - e_c, \quad (8)$$

式中， e 为当前孔隙比， e_c 为相同压力下的临界孔隙比。本文采用 Li 等^[15] 由试验得到的表达式

$$\psi = e - e_c = e - [e_r - \lambda_c(p/p_a)^\zeta], \quad (9)$$

式中， e_r ， λ_c 和 ζ 为材料常数，是确定 $e-p$ 平面内临界状态线的材料参数， p 为当前平均有效应力， p_a 为大气压力。

式(9)状态参量是当前孔隙比和围压的函数，一种砂有唯一的临界状态线，然而 Yang 等^[20] 试验研究结果显示砂土的临界状态线不唯一，表现出较强的各向异性，因此 Yang 等^[20] 建立了各向异性相关的临界状态线。但是，Yang 等^[20] 定义的各向异性状态变量在三轴压缩点不同各向异性参量会计算出不同的值，这与他采用不同制样方法试验得到了相同的三轴压缩临界状态线的结论不一致，与 Ishihara^[19] 的试验也不一致。为了满足这个试验特性，Yang 等^[20] 建立各向异性临界状态方程时需要用三轴压缩点各向异性状态变量的计算值来消除该状态点的影响，这样会增加方程的复杂性。因此基于以上分析以及作者考虑各向异性对破坏准则的工作^[14]，参考 Yang 等^[20] 的研究成果，本文将式(7)定义的各向异性状态变量引入到状态参数

$$\psi(A) = e - [e_r - \lambda_c(p/p_a)^\zeta + tA], \quad (10)$$

式中， t 是模型参数，由于各向性的存在， t 主要受 3 个因素的影响，即加载模式、各向异性和主应力相对土体组构旋转角的影响。这个参数可以通过常规三轴压缩和三轴拉伸试验通过式(10)得到。

式(10)描述的状态参数是当前孔隙比、围压和各向异性状态变量的函数。根据式(7)，当 $a=0$ 时， $A \approx 0$ ，状态参数不受各向异性影响，当 $a \neq 0$ 时，状态参数受各向异性的影响。式(10)直接反映了各向异性对临界状态线的影响，各向异性存在时，临界状态线在 $e-(p/p_a)^\zeta$ 空间是平行于三轴压缩临界状态线的直线。

1.3 屈服面

屈服面采用如下形式：

$$f = q - M \cdot g(\theta_\sigma) \cdot p = 0, \quad (11)$$

式中， M 为硬化内变量，本文的 $g(\theta_\sigma)$ 都采用式(4)的形式。

1.4 硬化规律

硬化规则采用增量双曲线形式^[21]，即

$$d\epsilon_s^p = \frac{pM}{h_s G(M_p - M)} dM \quad . \quad (12)$$

式中 G 为弹性剪切模量; h_s 为模型参数, 其取值可以用 $h_s = (h_1 - h_2 e)$ 得到, h_1 和 h_2 为模型常数; M_p 为峰值应力比, 受状态参数的影响, 其表达式为

$$M_p = M_{cs} g(\theta_\sigma) e^{-k_p \psi(A)}, \quad (13)$$

式中, $\psi(A)$ 为式(10)描述的状态参数, k_p 是模型参数。从式(13)峰值应力比表达式可以看出峰值应力比不是一个常数, 是同性异性状态变量的函数, 因此硬化规律随加载条件、各向异性变量和材料状态的变化而变化。

1.5 剪胀性

对于剪胀性, 采用了Gajo和Muir Wood提出的方程^[22]并考虑各向异性的影响, 将方程修正为

$$D = d_0 [M_{cs} g(\theta_\sigma) + \eta] [M_d - \eta]. \quad (14)$$

式中 d_0 为模型参数, M_d 为状态转换应力比, $M_d = M_{cs} g(\theta_\sigma) e^{-k_d \psi(A)}$, k_d 模型参数; 同样从式(10)可以看出状态转换应力比也不是一个常量, 而是各向异性状态变量的函数; $\psi > 0$ 表示砂土当前处于松散状态, 受荷时发生剪缩, 如果 $\psi < 0$ 表示砂土当前处于密实状态, 受荷发生剪胀现象, 因此, 状态参数 ψ 非常直观地将砂土的当前状态进行了量化, 同时也将各向异性的影响进行了量化。因此剪胀方程也随加载条件、各向异性和材料状态的变化而变化。

综上所述, 当各向异性状态变量引入本构模型之后, 材料状态相关的概念将被扩展, 它不但与材料的当前孔隙比、围压和临界状态相关, 而且是各向异性状态变量的函数, 同时硬化规律和剪胀性方程也成了各向异性状态变量的函数, 因此模型通过状态变量也将各向异性的影响进行量化。

2 应变局部化判别准则

笔者等^[12]推导了真三维应力状态下考虑有限变形的应变局部化产生的判别条件

$$\det \left[n_j D_{ijkl}^{ep} n_l - \frac{1}{2} (\sigma_{ik} + \sigma_{jk} n_j n_i - \sigma_{ij} n_j n_k - \sigma_{jl} \delta_{ik} n_j n_l) \right] = 0, \quad (15)$$

式中, n_i 表示剪切带的单位法线矢量, D_{ijkl}^{ep} 为弹塑性刚度张量, σ_{ij} 为当前应力张量分量。

在平面应变条件下, 存在的应力分量有 σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} 和 τ_{xy} , 且有 $n_z = 0$ 。对于小变形理论, 则变形局部化的判别准则为

$$\det \begin{vmatrix} D_{xxxx} n_x^2 + D_{xyxy} n_y^2 & D_{xxyy} n_x n_y + D_{xyxy} n_x n_y \\ D_{xyxy} n_x n_y + D_{yyxx} n_x n_y & D_{xyxy} n_x^2 + D_{yyyy} n_y^2 \end{vmatrix} = 0, \quad (16)$$

对式(17)进行整理得

$$D_{xxxx} D_{xyxy} n_x^4 + \begin{pmatrix} D_{xxxx} D_{yyyy} - D_{yyxx} D_{xyxy} \\ -D_{xyxy} D_{xyxy} - D_{xyxy} D_{yyxx} \end{pmatrix} n_x^2 n_y^2 + D_{xyxy} D_{yyyy} n_y^4 = 0 \quad , \quad (17)$$

将方程(18)简化为

$$a \tan^4 \theta + b \tan^2 \theta + c = 0 \quad , \quad (18)$$

式中 $\tan \theta = n_x / n_y$, θ 为剪切带与 x 坐标轴的夹角, $a = D_{xxxx} D_{xyxy} = D_{11} D_{33}$, $c = D_{33} D_{22}$, $b = D_{xxxx} D_{yyyy} - D_{xyxy} D_{yyxx} - D_{xyxy} D_{xyxy} - D_{xyxy} D_{yyxx} = D_{11} D_{22} - D_{12} D_{21} - D_{33} D_{12} - D_{33} D_{21}$ 。

对于方程(19), 从无实解到有实解这一特殊临界状态的条件是 $\frac{b}{a} \leq 0$, 且 $b^2 - 4ac = 0$ 。则相应的剪切带角度为

$$\theta = \pm \arctan \sqrt{-\frac{b}{2a}} \quad . \quad (19)$$

3 Toyoura 砂试验结果分析

3.1 Toyoura 砂试验简介与模型参数分析

选用Tatsuoka等^[2, 9, 23]对Toyoura砂的一系列三轴压缩和平面应变排水试验结果。试验采用撒砂法制样, $D_{50} = 0.16$ mm, 密砂和松砂的孔隙比分别控制在0.7和0.8左右; 平面应变试样采用8.0 cm×8.0 cm×4.3 cm 和10.1 cm×10.3 cm×5.5 cm两种尺寸, 分别做了4.9, 49, 98和392 kPa 4种围压下不同沉积角度试验; 在中主应力加载面上采用激光斑纹法观测应变局部化现象。

模型参数见表1。与各向同性模型相比, 本文的各向异性模型只增加两个参数, 即各向异性参量 a 和模型参数 t 。对于各向异性参量 a , 因为选用的试验缺少细观检测结果, 参考文献[20]关于 Toyoura 砂细观组构分析结果, 落砂法测得 $a=0.214$, 湿捣法测得 $a=0.091$, 本文取 $a=0.12$ 。主应力轴相对组构旋转条件下的各向异性状态变量的变化规律见图2; 对于模型参数 t , 根据临界状态理论, 通过常规三轴压缩和三轴拉伸试验由式(10)确定。

根据文献[20]对 Toyoura 砂的试验, 如图3所示, 模型参数由式(10)得到 $t=0.26$, 这样确定的参数对 π 平面上各向异性砂土的强度有较好描述, 尤其是三轴压缩和三轴拉伸试验点; 然而当主应力轴相对组构发生旋转情况下, 还需要校核。为了较好反映组构参数对力学特性的影响, 校核时保持描述各向异性程度参量值 $a=0.12$ 不变。根据 Toyoura 砂试验建议采用 $t=t_0[1+b(1-b)]$ 进行校核, 式中 $t_0=0.26$ 由常规三轴试验可以得到, b 为中主应力系数。总之当材料是各向异性时, 不同组构角度对土的强度影响较大, 三维空间临界状态线不但受中主应力系数影响, 而且受各

向异性程度和主应力相对于沉积面夹角的影响，因此 t 的确定需要综合考虑这 3 个因素。该参数的规律需要结合更多的细观组构试验来验证。其它模型参数取值于文献[24]中 Toyoura 砂的相同的模型参数，见表 1，初始孔隙比为 $e=0.696$ 。

表 1 计算中采用的模型参数

Table 1 Model parameters used in calculation

弹性参数	临界状态参数	硬化参数	剪胀参数	各向异性参数
$G_0 = 125$	$M_{cs} = 1.25$	$h_1 = 3.45$	$d_0 = 0.88$	$a = 0.12$
$\nu = 0.25$	$e_r = 0.934$	$h_2 = 3.34$	$k_d = 3.5$	$c = 0.7$
	$\lambda_c = 0.019$	$k_p = 1.2$		

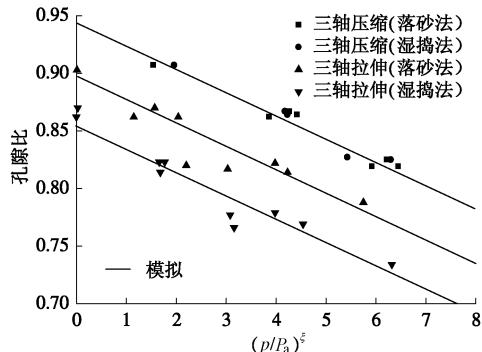


图 3 Toyoura 砂的试验临界状态线（文献[20]）

Fig. 3 Critical-state lines of experimental tests on Toyoura sand
(References[20])

3.2 模型参数的三轴试验验证

首先，选用不同沉积角度 Toyoura 砂的三轴试验结果对两个各向异性模型参数进行验证。试验的中主应力系数为 0，与常规三轴压缩试验的加载方式一致。图 4 中给出了 Lam 等^[23]对 Toyoura 松砂和密砂的试验结果。试样采用不同沉积角度、同一围压下进行三轴压缩试验，松砂和密砂的试验都得到随沉积角度的增加强度单调递增的规律。另外，Oda 等^[6]对 Toyoura 密砂和 Lade 等^[25]许多不同类型砂的真三轴试验也得到了相似的结论，因此图 4 中的规律具有一定普遍性。图 4 中的模拟可以看出确定的各向异性参数能够描述三轴条件下，同一围压、同一中主应力系数、不同沉积角度 Toyoura 松砂和密砂的各向异性强度特性。

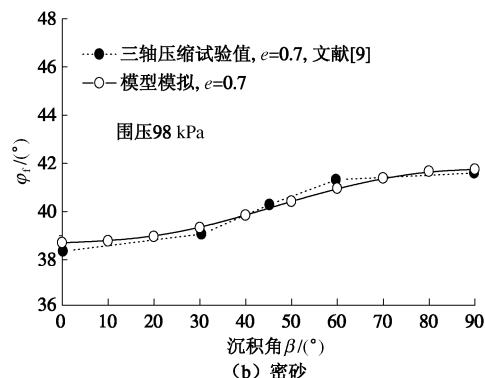
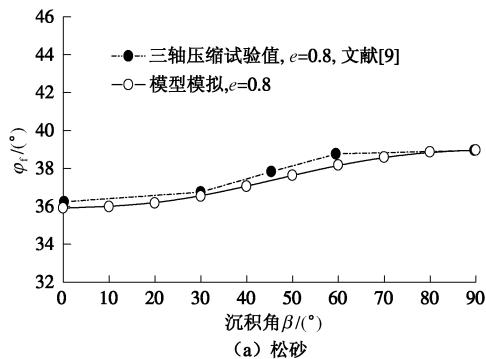


图 4 不同沉积角度 Toyoura 砂的三轴强度关系

Fig. 4 Strength relation of Toyoura sand with different angles of bedding plane to major stress under triaxial test conditions

为了分析各向异性对砂土强度的影响，先不考虑应变局部化的影响，只用各向异性模型进行预测。用 Toyoura 砂试验对模型参数进行验证分析。

图 5 为 Lam 等^[23]三轴压缩试验在 π 平面上 3 个区间的试验结果及各向异性模型的预测。考虑到砂土的各向异性特性，主应力轴将 π 平面上的强度分为 6 个区间，只有 3 个区间的加载模式和主应力与组构的几何关系不同（详见文献[14]），各向同性时，6 个区间的规律均相同，各向异性时则不同。从图 5 可以看出模型预测的峰值内摩擦角在 3 个区间表现出明显的各向异性，区间 II, III 相对区间 I 的主要变化是大主应力轴相对沉积面旋转了 90° ，可见主应力轴的旋转对砂土峰值内摩擦角影响较大；总体上，区间 II, III 要比区间 I 的峰值内摩擦角小 $2^\circ \sim 5^\circ$ ，当 $b=0$ 和 $b=1$ 时，模型预测和试验结果接近，各向异性细观参数能够反映 Toyoura 砂的原生各向异性对强度影响；但在 $b=0.3$ 附近，3 个区间的试验点远远低于模型预测，因为试验过程中砂土出现了明显应变局部化，因此模型预测有必要考虑应变局部化的影响。

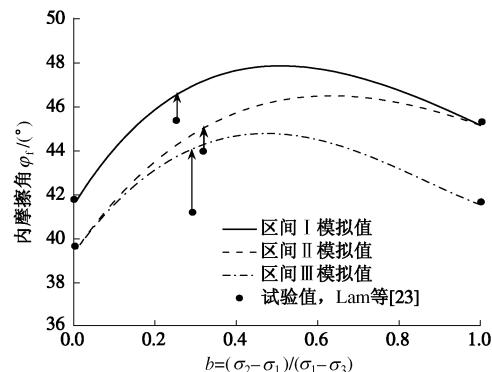


图 5 Toyoura 砂 3 个区间上峰值内摩擦角的比较

Fig. 5 Comparison of peak friction angles with b in three sectors of cross-anisotropic Toyoura sand

3.3 平面应变试验的应变局部化分析

通过前面对三轴试验结果的模拟，可以看出模型

参数能够较好描述材料的各向异性特性, 各向异性模型参数的适应性和有效性也得到了验证。因此, 可以使用该组参数进行平面应变试验结果验证和模拟。平面应变的试验验证都使用分叉理论作为判别准则。

图6为Tatsuoka等^[9]的同一围压、同一孔隙比在不同沉积角度时试验结果和分叉点的强度规律。图6(a)和(b)中松砂和密砂的试验孔隙比分别控制在0.78和0.70左右, 试验围压都控制在392 kPa, 两种砂都做0°, 23°, 45°, 67°, 79°和90° 6种沉积面角度。图中的模拟值为分叉点的应力比, 松砂和密砂采用同一组模型参数。图6(a)和(b)试验模拟可以看出各向异性模型结合分叉理论能够较好地描述平面应变试验在同一围压和孔隙比条件下, 强度随沉积面角度变化先减小, 然后又有小幅增加的规律。

图6(c)中试验围压为98 kPa, 松砂的孔隙比控制在0.8, 密砂的孔隙比控制在0.7。为了较好地分析规律, 试验数据做了归一化, 归一化强度 $\varphi_f/\varphi_{f(\beta=90)}$ 是各种状态下内摩擦与大主应力垂直沉积面时($\beta=90^\circ$)内摩擦角比值, 试验可以看出围压为98 kPa条件下密砂比松砂表现出更低的归一化强度。从图6(c)中试验模拟可以看出, 分叉理论对松砂和密砂在整个沉积面变化区间的平面应变强度规律有很好的描述, 但是在30°左右略偏离试验值。

图6探讨了同一围压条件下强度的各向异性变化规律, 下面主要模拟同一沉积角度、同一密度砂随围压变化强度变化的规律。

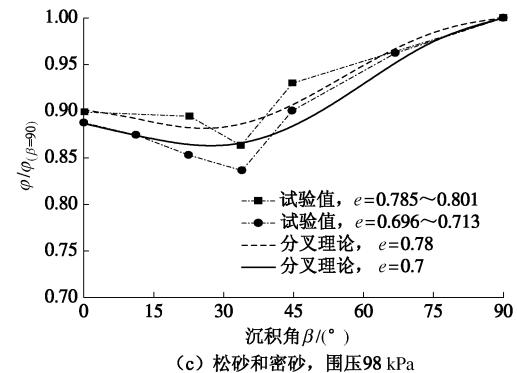
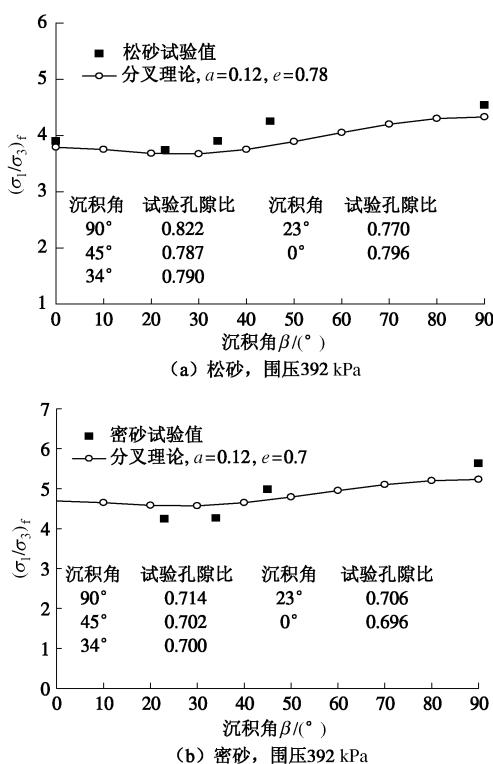


图6 Toyoura 砂在同一围压下的各向异性强度规律(文献[9])

Fig. 6 Strength relation of Toyoura sand with different angles of bedding plane to major stress under same confining pressure (References[9])

图7为Tatsuoka等^[9]不同围压, 同一孔隙比在不同沉积角度的试验结果。试验围压为: 4.9, 9.8, 98和392 kPa 4种围压, 孔隙比控制在0.7。试验数据也做了归一化。模型模拟采用50, 200和400 kPa 3种围压进行模拟。从图7的模拟和试验对比可以看出分叉试验模拟能够反映同一孔隙比、不同围压时的各向异性变化规律。

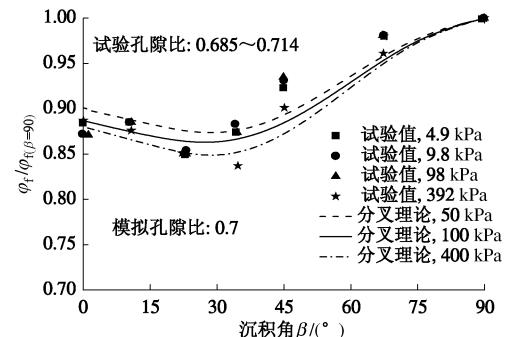


图7 Toyoura 砂同一孔隙比不同围压的各向异性强度规律

Fig. 7 Relation between $\varphi_f/\varphi_{f(\beta=90)}$ with rotation angle of principal stress axes under different confining pressures

图8给出Tatsuoka等^[9]同一孔隙比、同一沉积角度时的峰值应力比和峰值点轴向应变随围压变化的试验值。试验围压为: 4.9, 9.8, 49, 98和392 kPa 5种围压, 孔隙比控制在0.75, 沉积面角度为 $\beta = 90^\circ$ 。试验缺少剪切带角度的试验值, 图8(c)只给出模型模拟结果。图8给出了各向同性($a=0.00$)和各向异性($a=0.12$)的模拟结果。材料状态相关临界状态模型能够较好反映砂土随围压的增大, 峰值应力比逐渐减小、峰值点的轴向应变逐渐增大和剪切带角度逐渐减小的规律, 各向异性模型比各向同性模型有更好的模拟效果。

图9为Tatsuoka等^[2]同一孔隙比和同一沉积角度的剪切带角度随围压变化的试验值。试验围压为: 49,

98 和 392 kPa 3 种围压, 孔隙比控制在 0.71, 沉积面角度为 $\beta = 90^\circ$ 。实际上, 围压 98 kPa 实际孔隙比为 0.65, 因此得到剪切带角度也偏差较大。同样图 9 显示出模型能够较好地模拟随围压增大剪切带角度减小的规律。

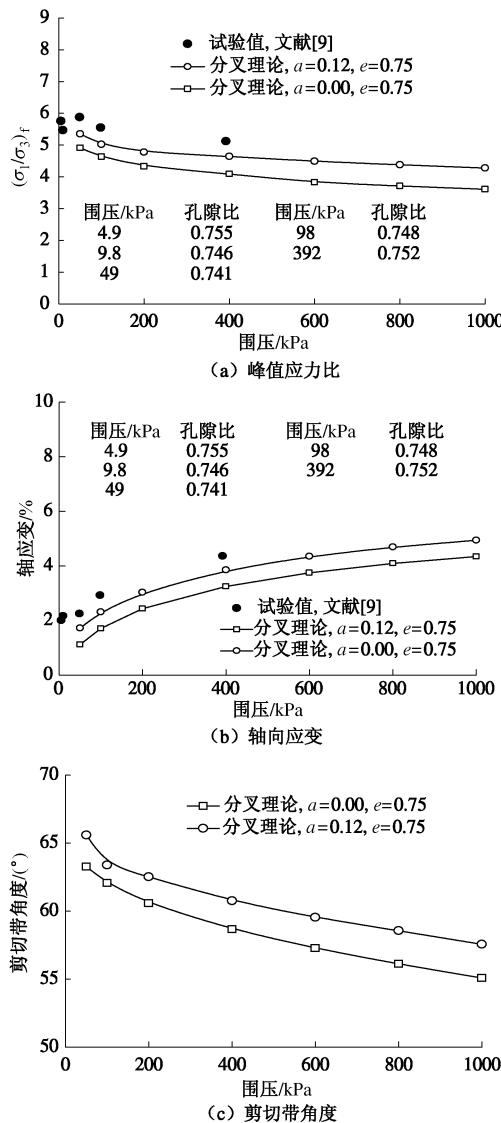


图 8 分叉时应力比、轴向应变和剪切带角度随围压的变化

Fig. 8 Variation of stress ratio, axial strain and inclination angle with confining pressure at inception of shear band

同一孔隙比的砂土剪切带角度随围压增大而减小的规律在砂土的应变局部化分析中是一个广泛认可的规律^[2-3, 12, 14]。关于 Toyoura 砂剪切带随围压变化的试验结果较少, 本文选用的 Tatsuoka 等^[9]试验结果在围压 98 kPa 的状态试验值偏大, 原因可能和孔隙比的控制有关, 这也反映剪切带试验观测技术需要进一步改进和完善。当然该规律还需要进一步试验研究证实。

通过对 Toyoura 砂试验模拟分析就会自然有这样的疑问——同一种砂的三轴和平面应变试验为什么表现出明显不同的各向异性强度规律? 究其原因, 一方面, 除了试验基本条件的差异, 平面应变试验过程观察到

了明显的应变局部化现象, 而常规三轴压缩试验条件下却很难观察到剪切带, 平面应变的强度分析应该考虑应变局部化的影响; 另一方面, 宏观结合细观的试验发现砂土细观特性对其宏观力学特性有实质性的影晌。因此, 考虑应变局部化和砂土的细观特性可以较好解释平面应变和三轴试验的强度不同特性。

从细观角度分析, 砂土的各向异性强度受砂土颗粒非球形颗粒在空间排列形成的组构和主应力轴相对组构角度的影响。平面应变状态和轴对称状态各向异性程度存在差异的主要原因是: 砂土颗粒在轴对称受力状态下颗粒空间排列容易改变, 然而在平面应力状态下不易改变, 即在受刚性边界条件的约束下砂土颗粒重新排列比较困难, 因此同种砂的平面应变试验比常规三轴试验表现出更强的各向异性强度。

因此, 可以看出砂土强度特性的根本原因在于其细观组构特性, 而强度和变形特性又与应变局部化现象联系密切, 土体的应变局部化又直接导致土体强度的降低。

综上所述, 本文的各向异性模型可以描述三轴条件下砂土不同沉积角度的各向异性强度规律, 模型结合分叉理论可以自然描述平面条件下各向异性强度的规律, 还可以较好地随围压增大剪切带角度降低的规律。

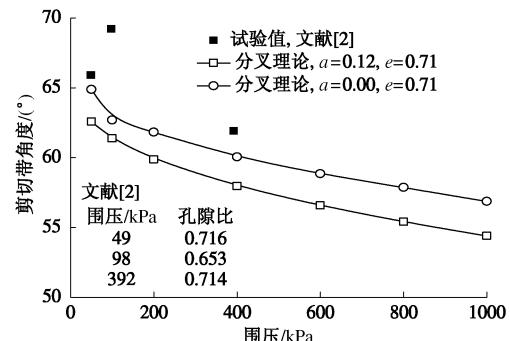


图 9 剪切带角度与围压的关系

Fig. 9 Relation between initial confining pressure and inclination angle of shear band

4 结语

基于材料状态相关临界状态理论的砂土各向异性模型, 结合分叉理论进行了平面应变条件下 Toyoura 砂的应变局部化分析。各向异性模型基于材料状态相关砂土临界状态的理论, 采用宏细观结合的方法将新的各向异性状态变量引入到本构模型中来描述各向异性。

利用 Toyoura 砂三轴试验结果对各向异性模型参数进行了验证, 结果表明: 模型参数能够较好地描述三轴条件下 Toyoura 砂各向异性强度特性。例如: 中主应

力系数、围压和孔隙比不变的条件下, 砂土沉积面角度变化表现出的各向异性特性; 另外, 在三维空间上模型整体上能够很好反映其强度特性, 然而, 对中主应力系数为0.3左右的强度与试验相差较远。因为该条件下砂土都发现了明显的剪切带, 因此, 必须结合分叉理论进行描述。

应变局部化受砂土颗粒空间排列结构、粒径和边界条件的影响较大, 应变局部化发生使砂土强度降低。结合分叉理论模型能够从细观角度较好描述平面应变试验的应变局部化和强度规律。例如: 松砂和密砂在同一围压下强度随沉积角度变化的各向异性规律, 以及同一孔隙比和沉积角度条件下, 分叉点的强度、轴向应变及剪切带倾角随围压变化的规律。而且描述各向异性的物理意义明显, 初步验证了宏细观结合的方法描述各向异性特性的有效性和合理性。

参考文献:

- [1] FINNO R J, HARRIS W W, VIGGIANI G. Shear bands in plane strain compression of loose sand[J]. *Géotechnique*, 1997, **47**(1): 149 – 165.
- [2] TATSUOKA F, NAKAMURA S, HUANG C C, et al. Strength anisotropy and shear band direction in plane strain tests of sand[J]. *Soils and Foundations*, 1990, **30**(1): 35 – 54.
- [3] 蔡正银, 李相菘. 取决于材料状态的变形局部化现象[J]. *岩石力学与工程学报*, 2004, **23**(4): 533 – 538. (CAI Zheng-yin, LI Xiang-song. State-dependent strain localization[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, **23**(4): 533 – 538. (in Chinese))
- [4] 黄茂松, 钱建固. 平面应变条件下饱和土体分叉后的力学性状[J]. *工程力学*, 2005, **22**(1): 48 – 53. (HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Post-bifurcation response of saturated soils under plane strain conditions[J]. *Engineering Mechanics*, 2005, **22**(1): 48 – 53. (in Chinese))
- [5] ODA M. Initial fabrics and their relations to mechanical properties of granular materials[J]. *Soils and Foundations*, 1972, **12**(1): 17 – 36.
- [6] ODA M. Fabric tensor and its geometrical meaning[C]// *Introduction to Mechanics of Granular Materials*, ODA M, IWASHITA K, eds. A. A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands, 1999: 27 – 5.
- [7] ODA M, KOISHIKAWA I. Effect of strength anisotropy on bearing capacity of shallow footing in a dense sand[J]. *Soils and Foundations*, 1979, **19**(3): 15 – 28.
- [8] ODA M, KOISHIKAWA I, HIGUCHI T. Experimental study on anisotropic shear strength of sand by plane strain test[J]. *Soils and Foundations*, 1978, **18**(1): 25 – 38.
- [9] TATSUOKA F, SAKAMOTO M, KAWAMURA T, et al. Strength and deformation characteristics of sand in plane strain compression at extremely low pressures[J]. *Soils and Foundations*, 1986, **26**(1): 65 – 84.
- [10] TATSUOKA F. Impacts on geotechnical engineering of several recent findings from laboratory stress-strain tests on geomaterials[R]. The 2000 Burmister Lecture, <http://geotle.t.u-tokyo.ac.jp/tatsuoka/lecture/Burmister00/No3.doc>.
- [11] 黄茂松, 崔萍, 钱建固. 基于材料状态相关砂土临界状态理论的应变局部化分析[J]. *岩土工程学报*, 2008, **30**(8): 1133 – 1139. (HUANG Mao-song, HU Ping, QIAN Jian-gu. Strain localization of sand based on a state-dependent critical state model[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2008, **30**(8): 1133 – 1139. (in Chinese))
- [12] 钱建固, 黄茂松. 土体应变局部化的理论解析[J]. *岩土力学*, 2005, **26**(3): 432 – 437. (QIAN Jian-gu, HUANG Mao-song. An analytical solution for criterion of onset of strain localization of soils[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2005, **26**(3): 432 – 437. (in Chinese))
- [13] HUANG Mao-song, LU Xi-lin, QIAN Jian-gu. Non-coaxial elasto-plasticity model and bifurcation prediction of shear banding in sands[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, **34**(9): 906 – 919.
- [14] 李学丰, 黄茂松, 钱建固. 宏细观结合的砂土各向异性破坏准则[J]. *岩石力学与工程学报*, 2010, **29**(9): 1885 – 1892. (LI Xue-feng, HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu. Failure criterion of anisotropic sand with the method of macro-micro incorporation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2010, **29**(9): 1885 – 1892. (in Chinese))
- [15] LI X S, WANG Y. Linear representation of steady-state line for sand[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE*, 1998, **124**(12): 1215 – 1217.
- [16] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. *Géotechnique*, 1985, **35**(2): 99 – 112.
- [17] WILLIAM K J, WARNKE E P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete[C]// *International Association for Bridge and Structure Engineering Proceedings*, Bergamo, Italy, 1975, **19**: 117 – 131.
- [18] TOBITA Y. Contact tensor in constitutive model for granular materials[C]// *Proc U.S.-Japan Seminar on Micromechanics of Granular Materials*, SATAKE M, JENKINS J, eds. Elsevier, New York, 1988: 263 – 270.

- [19] ISHIHARA K. Liquefaction and flow failure during earthquakes[J]. *Géotechnique*, 1993, **43**(3): 351 - 415.
- [20] YANG Z X, LI X S, YANG J. Quantifying and modelling fabric anisotropy of granular soils[J]. *Géotechnique*, 2008, **58**(4): 237 - 248.
- [21] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. *Géotechnique*, 2000, **50**(4): 449 - 460.
- [22] GAJO A, MUIR Wood D. A kinematic hardening constitutive model for sands: the multiaxial formulation[J]. *Int J Numer Analyt Method Geomech*, 1999, **23**: 925 - 965.
- [23] LAM W K, TATSUOKA M. Effect of initial anisotropic fabric and σ_2 on strength and deformation characteristics of sand[J]. *Soils and Foundations*, 1988, **28**(1): 89 - 106.
- [24] 黄茂松, 李学丰, 贾苍琴. 基于材料状态相关理论的砂土双屈服面模型[J]. *岩土工程学报*, 2010, **31**(11): 1764 - 1771. (HUANG Mao-song, LI Xue-feng, JIA Cang-qin. A double yield surface constitutive model for sand based on state-dependent critical state theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2010, **31**(11): 1764 - 1771. (in Chinese))
- [25] ABELEV A V, LADE P V. Effects of cross-anisotropy on three-dimensional behavior of sand I: Stress-strain behavior and shear banding[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2003, **129**(2): 160 - 166.

请订阅《岩土工程学报》

《岩土工程学报》创办于 1979 年, 是我国水利、土木、力学、建筑、水电、振动等六个全国性学会联合主办的学术性科技期刊。由南京水利科学研究院承办, 国内外公开发行。主要刊登土力学、岩石力学领域中能代表当今先进理论和实践水平的科学的研究和工程实践成果等。报道新理论、新技术、新仪器、新材料的研究和应用。欢迎国家自然科学基金项目及其他重要项目的研究成果向本刊投稿, 倡导和鼓励有实践经验的作者撰稿, 并优先刊用这些稿件。主要栏目有论文、短文、工程实录、焦点论坛、学术讨论和动态简讯等。

本刊被《中文核心期刊要目总览》连续 4 版确认为核心期刊, 并在建筑类核心期刊中排列首位; 本刊被收录为国家科技部“中国科技论文统计源期刊”(中国科技核心期刊), 并被评为“百种中国杰出学术期刊”; 本刊被“中国科技论文与引文数据库”、“中国期刊全文数据库”和“中文科技期刊数据库”

等多个国内重要的数据库收录, 并可在《中国学术期刊(光盘版)》、《中国期刊网》以及本刊网站全文检索; 本刊被美国工程索引 Ei Compendex 等国际检索系统收录。

本刊读者对象为土木建筑、水利电力、交通运输、矿山冶金、工程地质等领域中从事岩土工程及相关专业的科研人员、设计人员、施工人员、监理人员和大专院校师生。

本刊为月刊, A4 开, 双栏排版, 192 页, 每月中旬出版, 每期定价 25 元, 全年 300 元。

本刊国际标准刊号 ISSN1000 - 4548, 国内统一刊号 CN 32 - 1124/TU, 国内发行代号 28 - 62, 国外发行代号 MO 0520。欢迎广大读者在全国各地邮局订购, 也可在编辑部订购(不另收邮费)。编辑部订购地址: (210024) 南京虎踞关 34 号《岩土工程学报》编辑部; 联系电话: (025) 85829534, 85829553; 传真: (025) 85829555; E-mail: ge@nhri.cn。

(本刊编辑部)