

数值分析在基坑变形预测中的应用

张运良¹, 聂子云¹, 李凤翔², 王昌胜¹

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410004; 2. 中铁设计咨询集团有限公司, 北京 100055)

摘要: 针对各种常见基坑支护方式的受力特点, 采用大型非线性有限元软件 ABAQUS 分别建立相应的数值分析模型, 对这些支护方式作用下的基坑开挖的变形情况进行比较分析, 总结出各种支护方式下基坑变形规律, 为基坑支护结构设计、基坑开挖及基坑变形监控量测提供参考依据。

关键词: 基坑; 墙体侧移; 地表沉降; 数值分析

中图分类号: TU473 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)S0-0113-07

作者简介: 张运良(1963-), 男, 湖南湘潭人, 副教授, 主要从事隧道工程与岩土工程方面科学教研工作。E-mail: zhangyunliang88@126.com。

Deformation prediction of excavations based on numerical analysis

ZHANG Yun-liang¹, NIE Zi-yun¹, LI Feng-xiang², WANG Chang-sheng¹

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410004, China; 2. China Railway Engineering Design and Consultant Group, Beijing 100055, China)

Abstract: According to the characteristics of various kinds of supporting types of excavations, the corresponding numerical models are established by using the nonlinear finite element software ABAQUS. Compared the difference of deformation after excavation, the deformation laws of various supporting types are summarized. It may provide reference for the design and monitoring measurement of excavations.

Key words: excavation; lateral wall deflection; ground settlement; numerical analysis

0 引言

随着城市建筑物特别是高层建筑及地下空间、地铁等的兴建, 基坑工程已经逐渐成为土木工程界的热点, 基坑的规模和深度都在不断加大, 而且大多数基坑毗邻其他建筑物^[1-2], 基坑的设计和施工变得越来越复杂, 基坑变形控制变得尤为重要, 渐渐取代强度控制而成为基坑设计施工考虑关键因素。对于岩土工程, 一直存在材料非均质各向异性、本构模型复杂、土体与结构相互作用复杂等问题, 传统的解析法和经验公式法往往把问题过于简化, 比较难以准确预测基坑开挖变形。随着计算机技术及土的本构模型发展, 数值分析方法异军突起。数值分析方法对于复杂岩土问题具有很强的求解适应性和可靠性, 已经成为基坑工程分析的最有效、最直观方法。

1 基坑变形模式

基坑变形主要包括支护结构侧向位移、基坑周围地表沉降及基坑底部隆起, 前两项为基坑变形监控必测项目, 是本文研究的主要内容。目前常用于基坑开挖变形预测的经验模式主要有两种: 三角形模式和凹槽形模式^[3-4], 这两种模式主要针对地表沉降而言。三

角形模式严格上来说是抛物线模式, 它是由 Peck (1969) 结合挪威和奥斯陆等地多个采用钢板桩作为支护结构的基坑墙后地表沉降数据总结的地表沉降模式, 该模式认为地表最大沉降点出现在基坑边缘处, 如图 1。后来, 随着施工工艺改进和支护结构强度增加, 研究者发现很多基坑的地表沉降形式并不与之符合, 很多基坑地表最大沉降点并不出现在基坑边缘处, 而是离基坑边缘一段距离处, 于是研究者结合实际监测数据提出了凹槽形沉降模式, 如图 2。

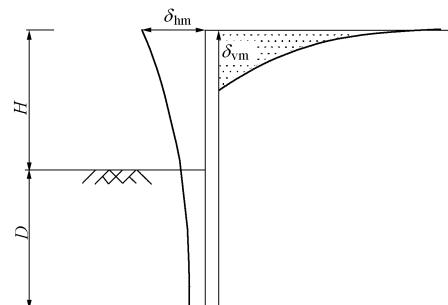


图 1 三角形变形模式

Fig. 1 Triangle deformation mode

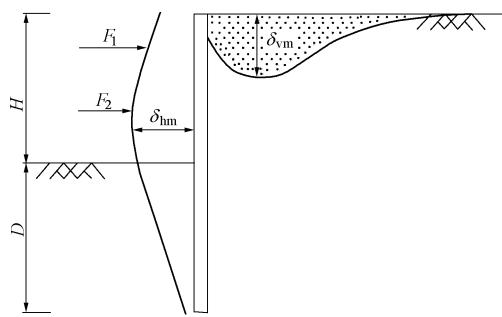


图2 凹槽形变形模式

Fig. 2 Groove deformation mode

对于支护结构变形,笔者认为:一般情况下,支护结构变形形状和地表沉降形状是耦合关联的,变形形状相类似,三角形沉降模式最大侧向位移一般出现在支护结构顶端;凹槽形沉降模式最大侧向位移表现为“凸肚状”变形。

除了以上两种主要变形经验模式,有学者还提出了其他多种模式,但大多针对某一实际情况^[5-11],对于何种变形模式对应何种支护结构并没有明确的说法。监控量测时,在垂直于基坑边方向上布点不会太多,监测数据具有很大的离散性,所以经验变形模式具有很大的主观性。采用ABAQUS有限元分析软件,分别建立悬臂式、重力式、内撑式、拉锚式及复合土钉墙等常见围护结构下的基坑弹塑性模型,对开基坑开挖引起支护结构侧向位移和地表沉降进行模拟分析,通过比较得出各种常见支护结构下基坑的变形规律,并明确各种支护结构所对应的变形模式。

2 基坑变形数值分析

2.1 本构模型及参数的选择

岩土工程分析中,选取合理的本构模型至关重要,不合理的本构模型往往导致错误的结果。MC (Mohr—Coulomb) 模型和 DP (Drucker—Prager) 模型由于采用单一刚度往往导致很大的坑底回弹,难以同时合理的给出墙体变形和强后土体变形;能考虑软黏土应变硬化特征、区分加载和卸荷的区别且其刚度依赖于应力历史和应力路径的硬化类模型如 MCC (Cam—Clay) 模型和 HS (Hardening—Soil) 模型,能同时给出合理的墙体变形及墙后土体变形情况^[1]。本文针对以黏土、粉质黏土为主的基坑,选择适用于这类软土的 MCC 本构模型来模拟基坑土体开挖过程,由于 MCC 本构模型参数没有 MC 本构参数那么容易得到,本文 MCC 本构参数主要采用经验值及其它期刊论文提供值^[12-13]。

2.2 悬臂式支护数值模拟

常见悬臂式支护结构有钢板桩、钢筋混凝土灌注

桩、地下连续墙等形式,它们靠自身足够的入土深度和足够的抗弯刚度来挡土和控制墙后土体的变形,一般适用于土质好、开挖深度较小的基坑,此处基坑深度取 10 m,仅用于与其它支护方式进行对比分析。基坑分四步开挖,每次开挖深度 2.5 m,土体和墙体均采用实体单元,土体采用修正剑桥本构,墙体采用线弹性本构,土体的开挖和支护结构的建立通过 ABAQUS 的生死单元法来实现。计算模型尺寸、边界条件以及相关计算参数如图 3,计算结果如图 4。

从图 4 可以看出,悬臂支护条件下,墙体水平位移出现在墙体顶端,基坑边缘处地表沉降值最大,这种变形形态与三角形变形模式是相同的。随着开挖深度增加,墙体插入比减少,侧移值和沉降值逐渐增加,但是变形形态并没有变化,仍呈典型的三角形变形形态。

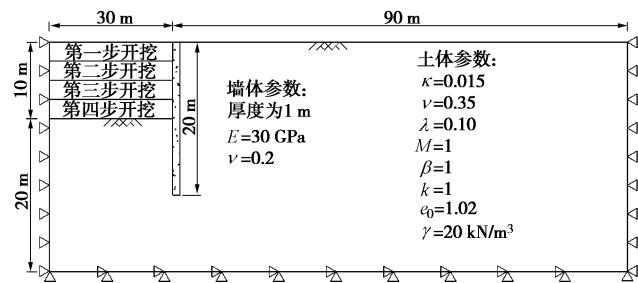


图3 悬臂式支护基坑开挖计算模型

Fig. 3 Calculation model for cantilever support

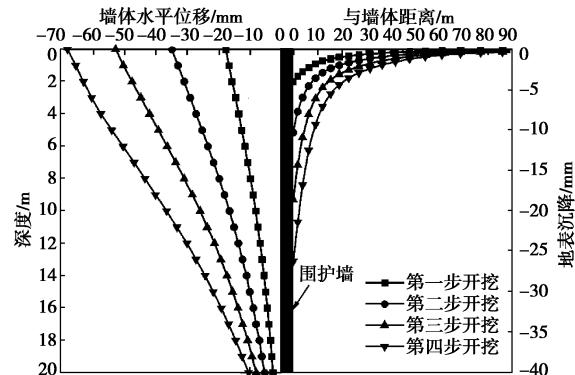


图4 悬臂式支护基坑开挖墙体侧移及地表沉降曲线图

Fig. 4 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with cantilever support

2.3 重力式支护数值模拟

重力式支护一般由水泥土搅拌桩或者高压旋喷桩组成,深基坑常采用格构体系,利用水泥土和它们之间包围的天然土形成重力挡土墙式支护,一般不加支撑,重力式支护适用于深度不超过 7 m 的基坑。基坑深度取为 6 m,水泥土搅拌桩长取 12 m,墙宽一般为基坑深度的 0.7~1.0 倍,取为 4.2 m,采用双排水水泥土搅拌桩格构体系,水泥土搅拌桩采用实体单元,MC 本构关系。具体模型尺寸和计算参数如图 5,计

算结果如图 6。

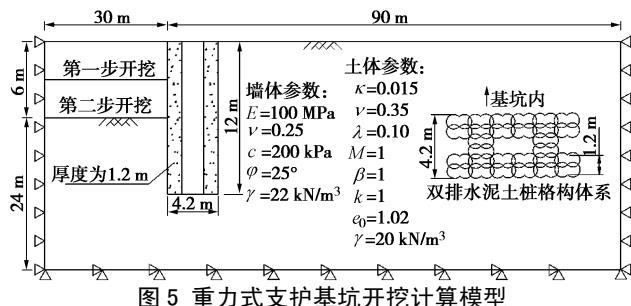


图 5 重力式支护基坑开挖计算模型

Fig. 5 Calculation model for gravity shoring structure

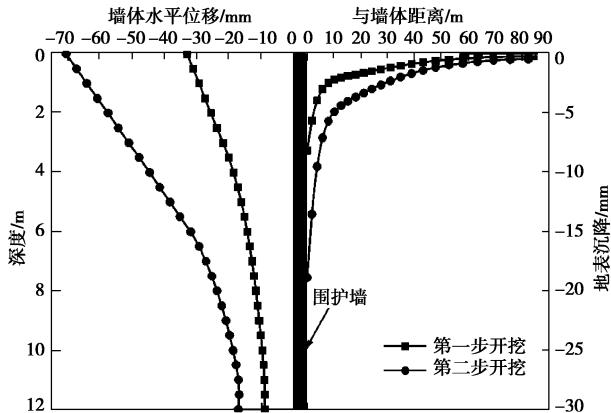


图 6 重力式支护基坑墙体侧移与地表沉降曲线图

Fig. 6 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with gravity shoring structure

从图 6 可以看出, 重力式支护下, 基坑开挖的变形与悬臂式是相同的, 呈现典型的三角形变形模式: 墙体最大侧移值出现在墙体顶端, 最大地表沉降点出现在墙体边缘处, 而且两者变形值都比较大, 分别达到了 70 mm 和 20 mm 左右, 进一步验证了重力式围护墙支护适用于开挖深度 7 m 之内、变形控制要求不高的基坑工程。

2.4 复合土钉墙支护数值模拟

早期一般将土钉墙维护结构的作用机理等同于加筋土重力式挡土墙, 后来很多学者普遍质疑这种观点, 认为重力式挡土墙与土钉墙之间存在着较大的差别^[14]。鉴于土钉墙作用机理比较复杂, 相对于传统解析和经验算法, 采用数值分析方法对土钉墙变形计算有着无可比拟的优势。针对水泥土桩加土钉复合型土钉墙支护模式基坑开挖进行模拟, 土钉采用杆单元, 线性体, 由上至下共 6 排, 间距为 1.5 m, 第一排距地表为 1.5 m, 采用 ABAQUS 的 embedded 功能将土钉嵌入土体中。模型尺寸和计算参数如图 7, 计算结果如图 8。

对于复合土钉墙支护基坑, 其变形形态相对而言较复杂。从图 8 以看出: 随开挖的进行, 墙体逐渐出现“凸肚状”变形, 最大侧移值出现在基坑中上部; 地表沉降曲线由三角形模式和凹槽形模式组成, 基坑

边缘为三角形模式, 在 1.2 倍基坑深度范围地表处出现凹槽形模式, 沉降最大值出现在基坑边缘。可以看出该变形形态与重力式支护的变形曲线有较大差别, 进一步佐证了不能把土钉墙的作用机理简单等同于重力式挡墙的观点。

对于有文献[15]提出复合土钉墙支护下, 地表沉降出现明显的凹槽形模式, 笔者认为这可能与搅拌桩的强度取值有关, 于是笔者进一步将搅拌桩的弹性模量增加到 800 MPa, 得到变形曲线如图 9。

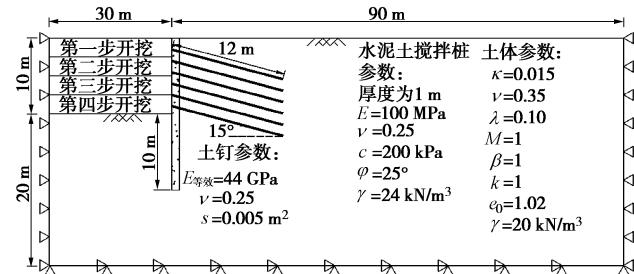


图 7 复合土钉墙支护基坑开挖计算模型

Fig. 7 Calculation model for composite soil-nailing wall

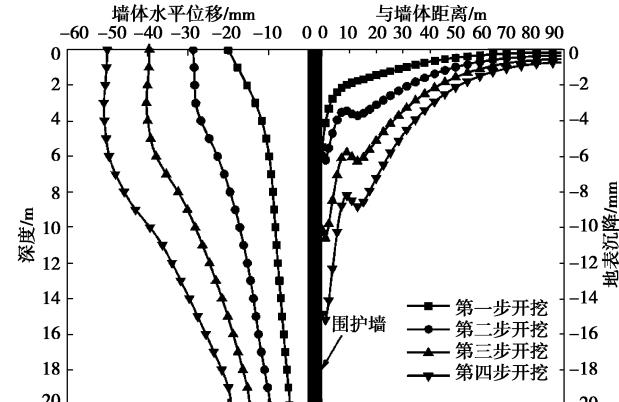


图 8 复合土钉墙支护基坑墙体侧移与地表沉降曲线图

Fig. 8 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with composite soil-nailing wall

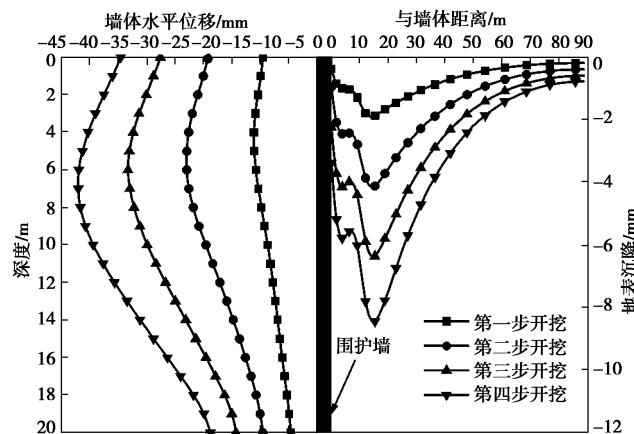


图 9 复合土钉墙支护基坑墙体侧移与地表沉降曲线图($E_{桩}=800$ MPa)

Fig. 9 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with composite soil-nailing wall ($E_{pile}=800$ MPa)

从图 9 可以发现地表沉降曲线出现两个凹槽, 最大沉降值出现在稍远处凹槽, 1.5 倍左右基坑深度处, 说明水泥土搅拌桩强度提高后, 抵抗土压力能力加强使墙体边缘处地表沉降值减少较大, 同时墙体侧移出现很明显的凸肚状变形。

2.5 内撑式支护数值模拟

内撑式围护结构是目前最常见应用于大型深基坑的支护方式, 它由挡土结构和支撑结构两部分组成, 挡土结构常采用与悬臂开挖方式相同的支护结构, 如钢筋混凝土灌注桩、连续墙、水泥土搅拌桩等, 内支撑常采用钢筋混凝土和钢管、型钢等支撑。基坑深度为 10 m, 分四步开挖; 内支撑利用弹簧单元(spring)模拟, 支撑刚度为 10 MN/m。模型主要由四步开挖和三次支撑组成, 每开挖一步后, 在基坑底部上方 0.5 m 处加一横撑, 具体模型尺寸和边界条件及参数如图 10, 计算结果如图 11。

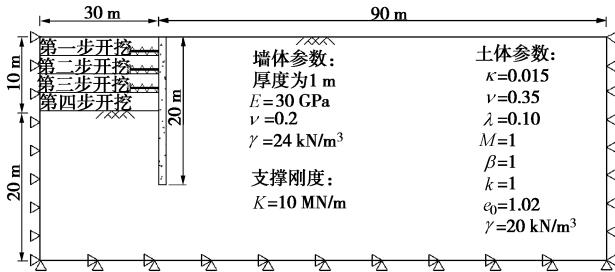


图 10 内撑式支护基坑开挖计算模型

Fig. 10 Calculation model for interior bracing support

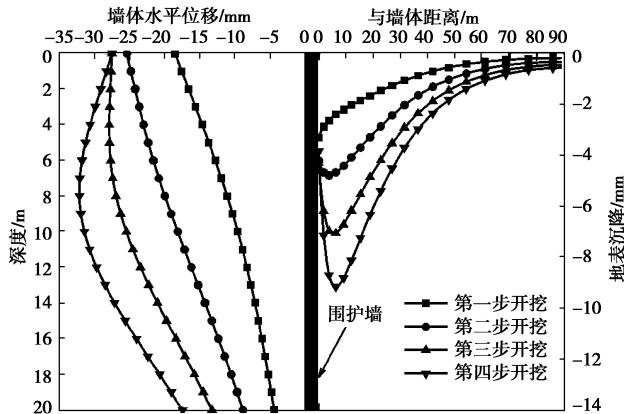


图 11 内撑式支护基坑墙体侧移与地表沉降曲线图

Fig. 11 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with interior bracing support

从图 11 可以看出, 对于内撑式支护基坑, 第一步开挖是在未支撑情况下进行的, 墙体侧移最大值出现在墙顶, 最大地表沉降点出现基坑边缘, 其变形规律与悬臂式开挖是一致的, 呈三角形变形模式。随着开挖深度加大, 加了支撑以后, 墙体最大侧移位置向下移动至基坑底部, 侧移曲线呈“凸肚状”; 最大地表沉降点向远离基坑边缘方向移动直至 0.5 倍左右基坑

深度处, 沉降曲线呈现典型凹槽形。与悬臂支护相比, 加内支撑支护下墙体侧移最大值从 70 mm 左右降至 33 mm 左右, 地表沉降最大值从 30 mm 左右降至 9 mm 左右, 可见内支撑可以很好的控制基坑变形。

2.6 拉锚式支护数值模拟

拉锚式支护由挡土结构和锚固结构组成, 挡土结构和内撑式支护的相同, 除此之外还可以采用柔性挡土结构, 如钢板桩; 锚固结构采用的是锚杆和锚索, 本文采用锚索。锚索由自由段和锚固段组成, 锚索采用杆单元(truss), 锚固段与土体间的接触通过嵌入功能(embedded)实现, 将锚固段作为嵌入区域(embedded region)嵌入到土体主区(host region), 锚索自由段端点与墙体通过耦合约束(coupling constraints)建立连接, 预应力施加在自由段, 锚头施作位置与 2.3 中内支撑相同。模型尺寸和计算参数如图 12, 计算结果如图 13。

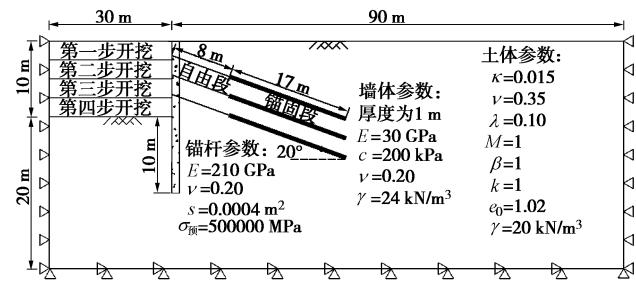


图 12 拉锚式支护基坑开挖计算模型

Fig. 12 Calculation model for anchor supporting structure

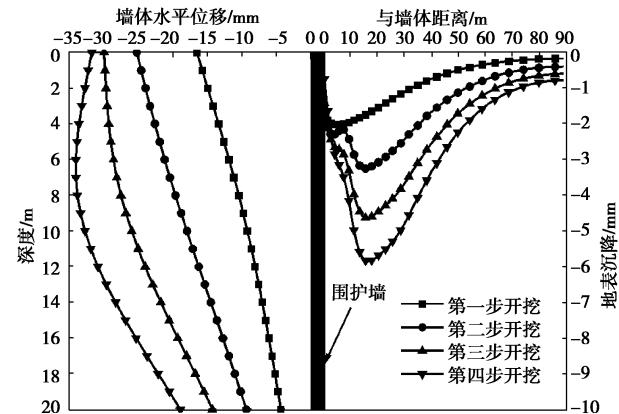


图 13 拉锚式支护基坑墙体侧移与地表沉降曲线图

Fig. 13 Lateral wall deflection and ground settlement at different excavation steps with anchor supporting structure

图 13 显示, 墙体侧移变化规律和内支撑支护形式并无二致, 开挖结束后呈现典型的“凸肚状”变形, “凸肚”出现在基坑底部; 地表沉降曲线和内支撑式稍有不同, 沉降曲线呈现不规则的凹槽曲线, 第二步开挖后出现两个凹槽, 随开挖深度增加, 靠近基坑的小凹槽逐渐消失, 远离基坑的凹槽逐渐扩大范围, 而且地表沉降最大值出现在 1.5 倍左右基坑深度范围处, 说明锚索和土体共同协调变形使地表沉降影响范围较内支撑式支护大。

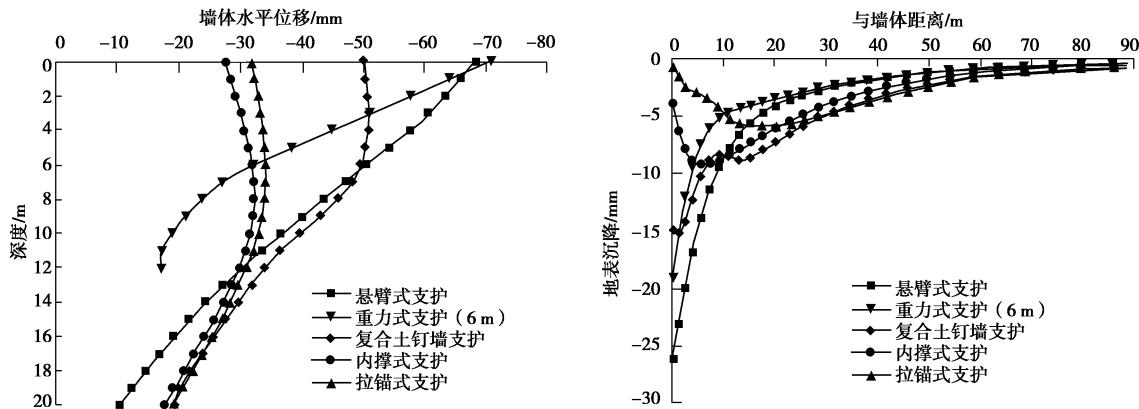


图 14 各常见支护形式下基坑墙体侧移与地表沉降曲线对比图

Fig. 14 Lateral wall deflection and ground settlement with different supporting types

表 1 各常见支护形式下变形特点

Table 1 Deformation features of different supporting types

支护形式	变形模式		变形最大值		典型变形部位	
	墙体侧移	地表沉降	墙体侧移	地表沉降	墙体侧移	地表沉降
悬臂式支护	三角形	三角形	70 mm	25 mm	0H	0H
重力式支护	三角形	三角形	70 mm	20 mm	0H	0H
复合土钉墙支护	微弱凸肚形	三角、凹槽复合形	50 mm	16 mm	0.5H	0H、1.5H
内撑式支护	凸肚形	凹槽形	33 mm	10 mm	0.8H	0.5H
拉锚式支护	凸肚形	不规则凹槽形	33 mm	6 mm	0.8H	1.5H

注: H 为基坑深度。

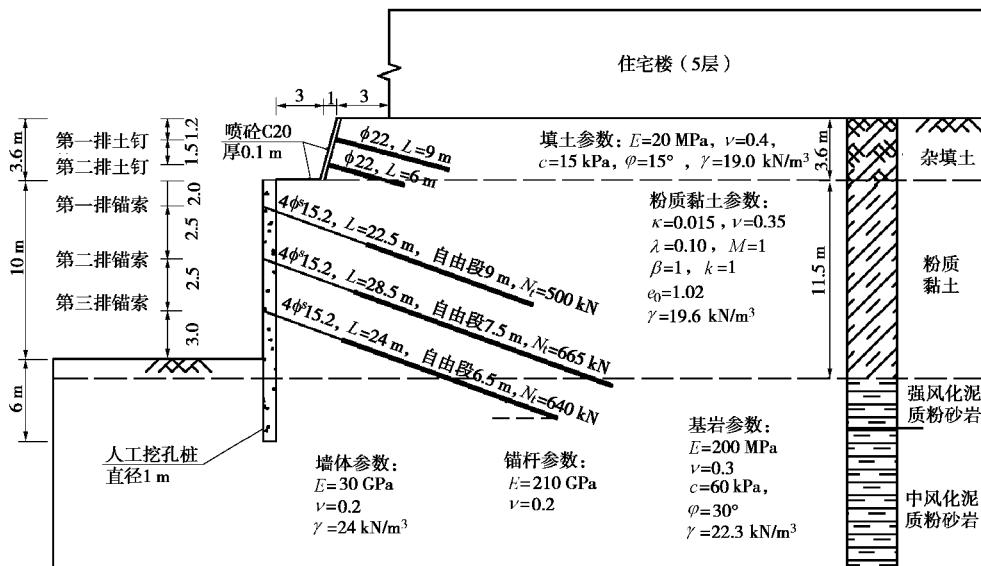


图 15 基坑支护剖面示意图

Fig. 15 Section of excavation support

综述, 各常见支护形式下基坑墙体侧移与地表沉降曲线如图 14, 各支护形式下变形特点如表 1。可以认为: 悬臂式、重力式支护形式下基坑变形一般呈三角形变形模式, 且变形位移较大, 不适用于深基坑支护; 对于存在内支撑或锚固系统的支护结构, 基坑变形一般呈凹槽形变形模式, 基坑变形位移能得到较好控制, 同时其沉降范围更远; 复合土钉墙支护变形模式介于三角形和凹槽型之间, 变形大小和影响范围

亦介于两者之间。

3 工程实例

实际基坑工程环境并不如上述那么简单, 往往存在基坑地表不平, 坑外地面超载, 联合支护形式支护, 复合地层, 支护墙体伸入基岩等复杂情况, 对具体问题应进行具体分析。

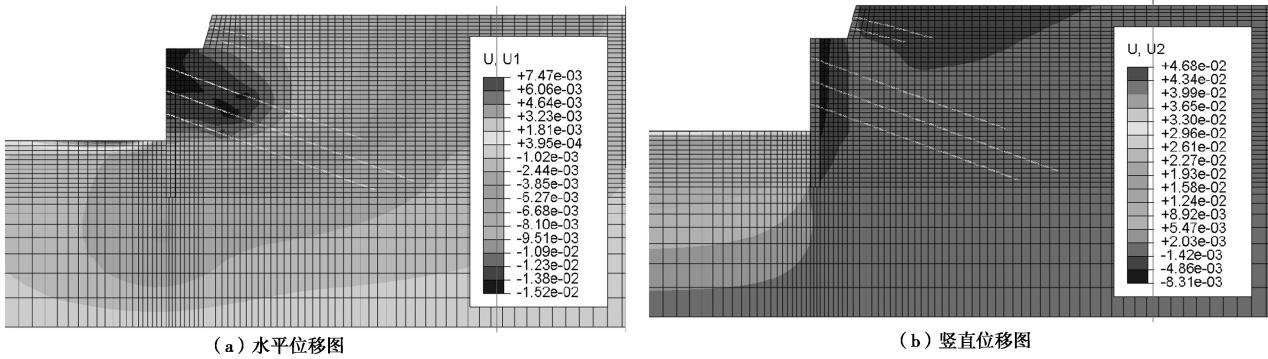


图 16 基坑位移云图 (先锚固)

Fig. 16 Strain contour of excavation

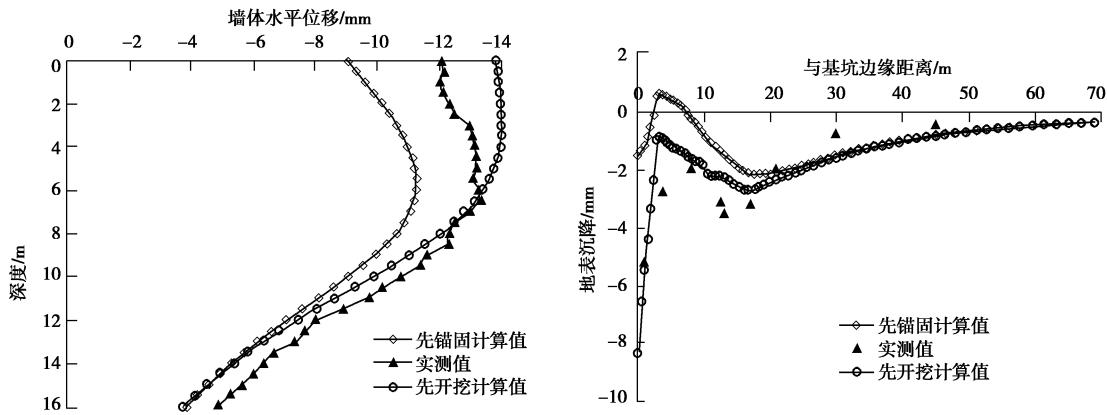


图 17 基坑墙体侧移与地表沉降实测值与计算值对比图

Fig. 17 Comparison between calculated and measured results of wall deflection and ground settlement

长沙市某棚户区改造工程拟建建筑物地上层数 32 层, 设二层地下室, 基坑开挖平均深度 10 m 左右, 其中东侧离基坑开挖线 7 m 处有 5 层住宅楼, 为天然地基基础, 地表相对基坑标高 13.6 m, 为重点监测对象, 具体尺寸及支护形式如图 15。对该段进行平面应变有限元模拟, 粉质黏土采用 MCC 本构, 填土和基岩采用 MC 本构, 住宅楼荷载按每层 20 kPa 考虑。对于 MCC 本构没有具体的参数来模拟应力的释放过程, 开挖即 100% 释放, 支撑只对下一步开挖起支护作用, 而实际上开挖面应力释放不是一个短暂过程。故笔者分别建立了先锚固后开挖 (位移云图如图 16) 和先开挖后锚固两种数值模型 (实际过程介于两者间), 并给出了两者水平位移及地表沉降的计算值, 与实测值进行对比, 如图 17。图 17 显示先开挖后锚固模式下基坑变形计算值与实测值更吻合, 墙体侧移曲线呈凸肚状, 最大侧移值出现在基坑中部, 为 13.2 mm; 地表沉降最大值出现在基坑边缘处, 为 5.1 mm, 距离基坑边缘 1.5 倍基坑深度处出现凹槽形沉降, 槽深 3.5 mm。虽然支护方式和工程环境比较复杂, 但其变形形式表现出凹槽形变形, 可以认为基坑的变形模式主要由多种支护形式中较强者决定, 即如果复合支护中存在支撑或者锚固系统, 基坑侧壁会表现一定的凸肚状变形, 地表沉降会出现凹槽。

4 结 论

通过建立悬臂式、重力式、复合土钉墙、内撑式及拉锚式围护结构作用下基坑开挖模型, 对比分析了这些常用支护形式下基坑开挖墙体变形和地表沉降形态及影响范围的差异, 并联系工程实例, 得到以下主要结论:

(1) 变形控制: 悬臂式及重力式支护结构不适用于深基坑支护; 内撑式和拉锚式支护结构对变形的控制比较有效, 适用于深基坑; 复合土钉墙支护介于两者之间。

(2) 变形形态: 悬臂式支护、重力式支护下基坑变形符合三角形模式; 内撑式支护和拉锚式支护基坑变形呈凹槽形模式; 复合土钉墙支护基坑变形形态介于两者之间。复合复杂支护条件下, 基坑变形形态主要由支护条件中较强者决定。

(3) 变形范围: ①最大墙体侧向位移: 悬臂式、重力式出现在墙顶, 复合土钉墙式支护下出现在中部, 内撑式、拉锚式支护下出现在基坑底部; ②最大地表沉降值: 悬臂式、重力式、复合土钉墙式支护下出现在墙体边缘处, 内撑式支护下出现在 0.5~1 倍基坑深度距离处, 拉锚式支护下出现在 1~2 倍基坑深度距离处。

(4) 监控量测: 根据以上结论及空间效应, 监控量测布点时应该充分考虑各种支护形式下基坑的变形形态。①沿基坑边方向: 基坑边方向中间位置为重点位移监测位置, 测点布置应该由两边角部向基坑边中心慢慢加密; ②地表沉降: 对于悬臂式、重力式、复合土钉墙式等支护形式, 墙体边缘地表应加强观测, 内撑式支护下重点监测 0.5~1 倍基坑深度距离处地表, 拉锚式支护下重点监测 1~2 倍基坑深度距离处地表; ③墙体侧移: 悬臂式、重力式及复合土钉墙式等支护形式, 如果没有条件可以不进行测斜, 只监测墙体顶端位移即可; 而内撑式和拉锚式支护下必须进行测斜。

参考文献:

- [1] 王卫东, 徐中华, 王建华. 预估深基坑开挖对周边建筑物影响的简化分析方法[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(增刊): 32-38. (WANG Wei-dong, XU Zhong-hua, WANG Jian-hua. Simplified analysis method for evaluating excavation-induced damage of adjacent buildings[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(S0): 32-38. (in Chinese))
- [2] 龚晓南, 宋二祥, 郭红仙, 等. 基坑工程实例[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (GONG Xiao-nan, SONG Er-xiang, GUO Hong-xian, et al. Foundation pit engineering example[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008. (in Chinese))
- [3] 王卫东, 徐中华, 王建华. 上海地区深基坑周边地表变形性状实测统计分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(11): 1659-1666. (WANG Wei-dong, XU Zhong-hua, WANG Jian-hua. Statistical analysis of characteristics of ground surface settlement caused by deep excavations in Shanghai soft soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(11): 1659-1666. (in Chinese))
- [4] MO Y L, HWANG J M. Seismic response of reinforced concrete buildings close to deep excavation[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1997, 145(1): 117-134.
- [5] 王建华, 徐中华, 王卫东. 支护结构与主体地下结构相结合的深基坑变形特性分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(12): 1899-1903. (WANG Jian-hua, XU Zhong-hua, WANG Wei-dong. Analysis of deformation behavior of deep excavations supported by permanent structure[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(12): 1899-1903. (in Chinese))
- [6] 崔春义, 李顺群, 莱茂田, 等. 基于 ABAQUS 的连续墙支护深基坑开挖弹塑性数值分析[J]. 岩土工程学报, 2008, 30(增刊): 86-90. (CUI Chun-yi, LI Shun-qun, LUAN Mao-tian, et al. Numerical elasto-plastic analysis of deep foundation pit excavation with bracing diaphragm walls[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, 30(S0): 86-90. (in Chinese))
- [7] 吕俊江, 田志昌, 李斌. 基坑支护体系空间结构有限元法研究[J]. 包头钢铁学院学报, 2000, 19(2): 159-162. (LU Jun-jiang, TIAN Zhi-chang, LI Bin. Numerical elasto-plastic analysis of deep foundation pit excavation with bracing diaphragm walls[J]. Journal of Baotou University of Iron and Steel Technology, 2000, 19(2): 159-162. (in Chinese))
- [8] BRIAUD J L, LIM Y J. Tieback walls in sand: numerical simulation and design implications[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 1999, 125(2): 101-106.
- [9] Bin-Chen Benson Hsiung. A case study on the behaviour of a deep excavation in sand[J]. Computers and Geotechnics, 2009, 36(4): 665-675.
- [10] HASHASH Y M A, Séverine Levasseur. Comparison of two inverse analysis techniques for learning deep excavation response[J]. Computers and Geotechnics, 2010, 37(3): 323-333.
- [11] HASHASH Y M A, MARULANDA C, GHABOSSI J, et al. Systematic update of a deep excavation model using field performance data[J]. Computers and Geotechnics, 2003, 30(6): 477-488.
- [12] 徐中华, 王卫东. 敏感环境下基坑数值分析中土体本构模型的选择[J]. 岩土力学, 2010, 31(1): 259-265. (XU Zhong-hua, WANG Wei-dong. Selection of soil constitutive models for numerical analysis of deep excavations in close proximity to sensitive properties[J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31(1): 259-265. (in Chinese))
- [13] 费康, 张建伟. ABAQUS 在岩土工程中的应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2009. (FEI Kang, ZHANG Jian-wei. The application of ABAQUS in geotechnical engineering[M]. Beijing: China Water Conservancy and Hydropower Press, 2009. (in Chinese))
- [14] 刘国彬, 王卫东, 等. 基坑工程手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2009. (LIU Guo-bin, WANG Wei-dong, et al. Foundation pit engineering manual[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2009. (in Chinese))
- [15] 胡敏云, 彭孔曙, 潘晓东. 复合土钉墙工作性状的有限元模拟与分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(8): 2132-2162. (WANG Jian-hua, XU Zhong-hua, WANG Wei-dong. Study on numerical simulation of composite soil nailed wall[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(8): 2132-2162. (in Chinese))