

# 基于黏聚区域模型的边坡渐进破坏过程强化有限元分析

凌道盛<sup>1,2</sup>, 涂福彬<sup>1,2</sup>, 卜令方<sup>1,2</sup>

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江大学岩土工程研究所, 浙江 杭州 310058)

**摘要:** 剪切带非连续变形描述及剪切带扩展过程模拟是边坡渐进破坏过程分析的关键, 基于黏聚区域模型及强化有限单元法提出一种剪切带渐进扩展过程模拟的有限元分析方法。首先, 将剪切带两侧相对变形分解成分别由常规应变和附加应变确定的相对位移, 提出具有弱非连续变形特征的剪切带变形等效强非连续变形描述方法, 并采用黏聚区域模型表征剪切带应力和附加相对位移间的软化本构关系。其次, 基于强化有限单元法描述强非连续变形, 并构造相应的无厚度剪切带单元。在此基础上, 提出剪切带渐进扩展模拟的有限元算法。算例表明, 此方法不仅能够很好地模拟剪切带的应变软化特性, 而且有效地克服了常规剪切带模拟具有的网格敏感性问题。

**关键词:** 边坡; 渐进破坏; 剪切带; 强化有限单元法; 黏聚区域模型

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2012)08-1387-07

**作者简介:** 凌道盛(1968-), 男, 教授, 主要从事土动力学、计算土力学方面的研究。E-mail: dsling@zju.edu.cn。

## Enhanced finite element analysis of progressive failure of slopes based on cohesive zone model

LING Dao-sheng<sup>1,2</sup>, TU Fu-bin<sup>1,2</sup>, BU Ling-fang<sup>1,2</sup>

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. Institute of Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

**Abstract:** The description of discontinuous deformation and the simulation of shear band propagation are the key to the progressive failure analysis of slopes. A novel numerical method is presented based on the cohesive zone model and the enhanced finite element method. Firstly, the deformation of the shear band is resolved into the relative displacements determined by regular strain and additional strain respectively, a description which equally replaces the weak discontinuous deformation with strong form is adopted, and the shear band stress-additional relative displacement softening constitutive relation is represented by means of the cohesive law. Secondly, the relative displacement is described by the enhanced finite element method, and corresponding shear band element without thickness is constructed. Finally, a finite element algorithm for modeling the propagation of shear bands is proposed. Through numerical examples, it is demonstrated that the proposed method is not only able to consider the softening character of shear band, but also overcomes the mesh sensitivity in modeling the standard shear band.

**Key words:** slope; progressive failure; shear band; enhanced finite element method; cohesive zone model

## 0 引言

变形集中的应变局部化带(剪切带)在岩土工程灾变过程中普遍存在。剪切带渐进扩展最终导致边坡失稳破坏, 只有正确模拟剪切带渐进扩展过程才能再现边坡失稳过程, 揭示边坡失稳机理<sup>[1-2]</sup>。

应变局部化条件与剪切带力学行为描述是剪切带渐进过程模拟的关键问题。数学上, 应变局部化条件及剪切带倾角可以通过分叉理论获得, 与本构模型的选取有关<sup>[3-4]</sup>。剪切带宏观上反映土体变形的延性及软化, 微观上呈现黏土结构的损伤, 砂土颗粒的滚动、

相对滑动及破碎。剪切带应变软化特性可能使得初边值问题的控制方程变型, 方程的正则化处理及带内能量的耗散机制表征成为解决方程病态问题的关键。黏塑性模型<sup>[5]</sup>、Cosserat 模型<sup>[2]</sup>、高阶梯度模型<sup>[6]</sup>以及积分非局部模型<sup>[7]</sup>直接或间接地引入一个反映材料内部微观结构的特征长度, 通过改进本构模型正则化控制方程并捕捉带内能量耗散。复合理论<sup>[8-9]</sup>将剪切带视

**基金项目:** 浙江省自然科学基金重点项目(LZ12E09001); 高等学校博士学科点专项科研基金项目(20100101110027)

**收稿日期:** 2011-07-22

为一种特殊材料,通过对带内、外土体力学性质作体积加权平均构造出复合体的力学模量矩阵。模量矩阵的正定性和特殊材料的软化性保证了控制方程的正则性和带内的能量耗散。然而,上述剪切带力学性质描述理论实质上都面临确定剪切带厚度的难题。事实上,剪切带厚度尺度远小于岩土体的其它尺度,可以将剪切带变形用强非连续形式表述,避开引入复杂模型、细化局部区域网格及确定剪切带厚度的困难<sup>[10]</sup>。黏聚区域模型是一种基于强非连续变形表述,指定了如钢、混凝土等材料裂纹尖端断裂过程区黏聚力与相对位移关系的本构模型<sup>[11]</sup>。结合强非连续变形分析方法,该模型已经广泛用于黏聚型裂纹渐进扩展的模拟,不存在方程病态问题<sup>[12-13]</sup>。对于岩土材料,可采用摩擦型黏聚模型来描述剪切带的力学行为<sup>[10]</sup>。

剪切带扩展过程的数值模拟方面,数值流形法<sup>[14]</sup>将数学覆盖上的近似解函数通过权函数映射为流形元的位移模式,依靠增加数学覆盖实现流形元间的位移不连续,成功地模拟了岩石力学中的强非连续变形问题,但边界条件的施加比较烦琐。常规有限单元法可结合复合体模型分析剪切带扩展,但对于求解域几何形态不断变化的非连续分析需不断重新划分网格<sup>[15]</sup>。网格自适应技术适用于不考虑剪切带应变软化的情况,能有效地解决网格锁定问题<sup>[16]</sup>,可引入非局部模型分析剪切带扩展问题。文献[1]构造的含剪切带单元能很好地模拟边坡渐进失稳,不足之处在于计算结果受剪切带厚度的影响较大。扩展有限单元法<sup>[17]</sup>是目前分析非连续变形问题的主要方法,但在同一裂纹两次穿过同一节点影响域或有裂纹交叉存在时会出现节点富集的误判。强化有限单元法<sup>[18-20]</sup>将构造插值模式的数学网格与构造位移模式的物理网格分离开来,位移模式由插值模式通过关联法则确定,通过增加数学单元实现物理单元间的位移不连续。数学网格及关联法则的灵活性使得强化有限单元法得以克服数值流形法及扩展有限单元法的困难,在概念上更接近常规有限单元法,易于处理边界条件,适用于多剪切带交叉的情况。

本文首先回顾应变局部化条件,提出剪切带的强非连续变形描述方法及相应的黏聚区域模型。在此基础上,构建基于黏聚区域模型的无厚度剪切带单元,提出剪切带渐进扩展过程的有限元分析策略。

## 1 应变局部化条件与剪切带变形描述

一定条件下,土体应变局部化导致剪切带产生,并在边坡中逐渐扩展,最终形成贯穿的剪切带,引起边坡失稳。剪切带内土体变形性状与周围土体相比具有显著的差异,与土体微观结构关联。常规的土体应力应变关系难以描述剪切带内土体受力变形性状,而

剪切带内土体受力变形性状影响边坡失稳破坏的过程。因此,应变局部化条件、剪切带变形描述及其本构模型是边坡渐进失稳破坏过程模拟的关键。

### 1.1 应变局部化条件及剪切带倾角

位移通过局部化带保持连续,位移梯度通过局部化带发生跳跃;在平行于局部化带方向,位移及位移梯度保持连续。根据本构方程及剪切带法向的平衡条件,剪切带产生条件及倾角应满足<sup>[4]</sup>:

$$\det(\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}^{\text{ep}} \cdot \mathbf{n} + \mathbf{A}) = 0, \quad (1)$$

式中,括号内部分为声学张量, $\mathbf{n}$ 为剪切带法向矢量, $\cdot$ 表示张量缩并运算, $\mathbf{D}^{\text{ep}}$ 为四阶弹塑性张量, $\mathbf{A}$ 为声学张量由应力引起的部分。对于小变形、理想弹塑性问题,上述条件等价于屈服条件。

基于上述理论,Vermeer<sup>[21]</sup>给出了平面应变状态下Mohr-Coulomb模型的剪切带倾角:

$$\tan \alpha = \pm \sqrt{\frac{2 + \sin \varphi + \sin \psi}{2 - \sin \varphi - \sin \psi}}, \quad (2)$$

式中, $\alpha$ 为剪切带与最大主应力方向的夹角, $\varphi$ , $\psi$ 分别为土体的内摩擦角、剪胀角。采用关联流动法则时, $\psi = \varphi$ ,式(2)退化为Mohr-Coulomb理论的倾角。Hicher等<sup>[22]</sup>通过试验观测到黏土剪切带倾角接近于Mohr-Coulomb理论。

### 1.2 剪切带变形及其黏聚区域模型

剪切带变形十分复杂,加之剪切带厚度难以确定,剪切带变形描述成为剪切带本构模型及扩展过程模拟的瓶颈。为描述方便起见,在剪切带内沿轴线方向建立 $x$ 轴,垂直于轴线方向建立 $y$ 轴,如图1示,记剪切带两侧的相对位移为 $\Delta \mathbf{u}$ 。将 $\Delta \mathbf{u}$ 分解为两部分之和,一部分由土体的常规应变确定,记为 $\Delta \mathbf{u}_1$ ,另一部分由剪切带附加应变确定,记为 $\mathbf{w}$ ,即

$$\Delta \mathbf{u} = \Delta \mathbf{u}_1 + \mathbf{w}, \quad (3)$$

$\Delta \mathbf{u}_1$ 由常规土体应力-应变关系确定,为剪切带变形的“连续”部分。 $\mathbf{w}$ 为剪切带变形的“非连续”部分,表征黏土结构损伤或砂土颗粒滚动、破碎引起的剪切带变形。由于剪切带宽度仅为颗粒尺度,带内应变不连续,常规方法难以捕捉带内附加应变。基于Sanborn等<sup>[10]</sup>的思想,假设 $\mathbf{w}$ 集中发生在剪切带中心线上,即采用强非连续变形模拟弱非连续变形。于是,剪切带内的相对位移被等效为剪切带“连续”变形与剪切带中心线强非连续变形之和,如图1示。

为简单起见,本文假定边坡发生剪切带破坏前土体为小变形,应力-应变关系满足关联流动法则的Mohr-Coulomb屈服准则,即土体的内摩擦角和剪胀角相同。当土体应力状态满足屈服条件时,剪切带开始扩展,其过程与裂纹扩展过程相似。为描述剪切带内的能量耗散,合理建立剪切带应力和相对位移 $\mathbf{w}$ 间的

本构模型是关键。本文采用摩擦型黏聚区域模型描述剪切带剪应力 $\tau$ 和相对位移 $w$ 切向分量 $w_s$ 间的关系:

$$\tau = c(w_s) + \eta(w_s)\sigma, \quad (4)$$

式中,  $\sigma$  为法向正应力。当  $\sigma$  小于等于指定的  $\sigma_f$  (通常取很小值) 时,  $w$  法向分量  $w_n$  为 0, 当  $\sigma$  大于  $\sigma_f$  时, 剪切带发生拉裂。与金属和混凝土材料的黏聚区域模型类似, 式 (4) 也是一个唯象模型, 其表达形式通过试验结果拟合确定, 笔者将另文介绍。本文仅考虑加荷情况, 并假定  $c$  和  $\eta$  随  $w_s$  具有相同的变化规律, 采用如下三段模型考虑剪切带应变软化特性:

$$\tau = \begin{cases} \tau_p & (0 < w_s \leq w_{sp}) \\ \tau_p + \frac{\tau_r - \tau_p}{w_{sr} - w_{sp}}(w_s - w_{sp}) & (w_{sp} < w_s \leq w_{sr}) \\ \tau_r & (w_{sr} < w_s) \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $w_{sp}$  和  $w_{sr}$  分别为峰值段最大和残余段最小切向相对位移, 如图 2 所示。 $\tau_p$  和  $\tau_r$  分别为剪切带峰值和残余强度,

$$\left. \begin{aligned} \tau_p &= c_p + \sigma \tan \varphi_p \\ \tau_r &= c_r + \sigma \tan \varphi_r \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,  $c_p$ ,  $\varphi_p$  和  $c_r$ ,  $\varphi_r$  分别为剪切带峰值和残余强度指标。需要指出的是, 剪切带残余强度指标和三轴试验得到的名义材料强度指标是不同的。剪切带峰值黏聚力和峰值摩擦角则与常规土体黏聚力  $c$  和内摩擦角  $\varphi$  相同。

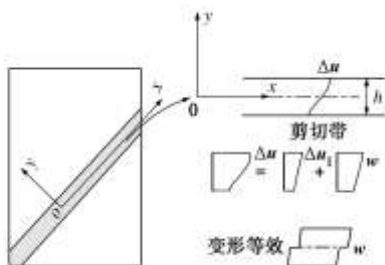


图1 剪切带及其变形描述

Fig. 1 Shear band and deformation description

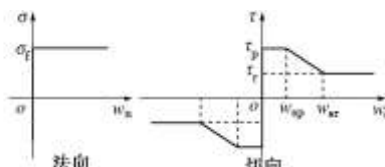


图2 剪切带黏聚区域模型

Fig. 2 Cohesive zone model for shear band

## 2 剪切带变形的强化有限元模拟

### 2.1 强非连续变形问题的一般力学描述

通过采用相对位移表征剪切带内不连续的应变, 将剪切带这一弱非连续变形问题转化为强非连续变形问题。对于如图 3 所示的强非连续变形问题, 其控制方程及定解条件为

$$\text{div } \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = \mathbf{0} \quad \Omega \text{ 内}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{F}} \quad (\text{on } \Gamma_F), \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}^+ = \mathbf{t}^+ \quad (\text{on } \Gamma_{coh}^+), \quad (9)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}^- = \mathbf{t}^- \quad (\text{on } \Gamma_{coh}^-), \quad (10)$$

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad (\text{on } \Gamma_U), \quad (11)$$

式中,  $\boldsymbol{\sigma}$  为应力张量,  $\mathbf{f}$  为体积力矢量,  $\mathbf{u}$  为位移矢量,  $\mathbf{n}$  为应力边界的外法向矢量,  $\mathbf{t}^+$  和  $\mathbf{t}^-$  分别为作用在黏聚区域正负两表面的表面力矢量,  $\mathbf{n}^+$  和  $\mathbf{n}^-$  分别为黏聚区域正负两表面的外法向矢量。

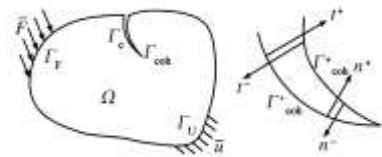


图3 含黏聚模型的非连续变形问题

Fig. 3 Discontinuous deformation problem with cohesive zone model

令  $\mathbf{t}^+ = \mathbf{t}^- = \mathbf{t}(\mathbf{w})$ , 将微分形式的控制方程转化为积分形式的控制方程为

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega + \int_{\Gamma_c} \mathbf{t} \cdot \mathbf{w}(\mathbf{v}) \, d\Gamma = \int_{\Gamma_F} \bar{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \quad (\forall \mathbf{v} \in U), \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{w}$  为剪切带正负两表面的位移差矢量,  $U$  为满足位移边界条件的容许位移场的集合。

### 2.2 无厚度剪切带单元

在剪切带扩展过程中, 求解域的几何形态不断发生变化, 剪切带上原来相邻的介质点出现了错动或脱开, 要求离散的位移模式包含有不连续项。强化有限单元法将常规有限单元分离为物理单元和数学单元, 通过关联法则将定义在数学单元的位移插值应用于物理单元, 从而实现物理单元间不连续位移模式的描述<sup>[19]</sup>。如图 4 所示, 剪切带将物理单元 PE (图 4 (a)) 划分为两个新的物理单元 PE1 (图 4 (b))、PE2 (图 4 (c)) 和一个无厚度的剪切带单元 (图 4 (d))。

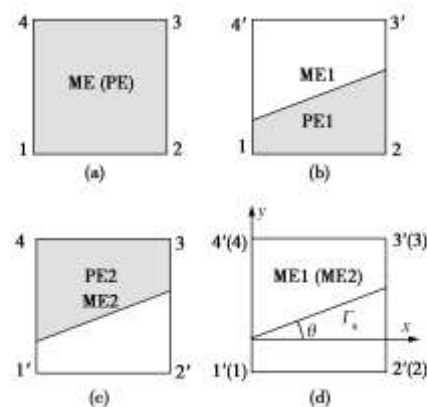


图4 剪切带穿越单元的几何形态

Fig. 4 Geometry of element with shear band

根据数学模式覆盖法<sup>[19]</sup>, 基于数学单元 ME1 和 ME2 构造物理单元 PE1 和 PE2 的位移模式:

$$\mathbf{u}^{\text{h1}} = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i^1 \quad (\mathbf{x} \in \Omega^1), \quad (13)$$

$$\mathbf{u}^{\text{h2}} = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) \mathbf{u}_i^2 \quad (\mathbf{x} \in \Omega^2), \quad (14)$$

式中,  $n$  为数学单元 ME1 和 ME2 的数学节点数,  $\mathbf{u}^{\text{h1}}$  和  $\mathbf{u}^{\text{h2}}$  分别为物理单元 PE1 和 PE2 的位移模式,  $N_i$  为数学单元的插值形函数,  $\mathbf{u}_i^1$  和  $\mathbf{u}_i^2$  为数学单元 ME1 和 ME2 第  $i$  个数学节点的位移矢量,  $\Omega^1$  和  $\Omega^2$  为物理单元 PE1 和 PE2 占据的区域。将物理单元位移模式代入式 (12) 不难得到物理单元 PE1 和 PE2 的单元刚度矩阵。

将式 (13) 与式 (14) 相减, 可得无厚度剪切带单元的相对位移, 即

$$\mathbf{w}^{\text{h}} = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x})(\mathbf{u}_i^1 - \mathbf{u}_i^2) \quad (\mathbf{x} \in \Gamma_s), \quad (15)$$

式中,  $\Gamma_s$  为无厚度剪切带单元占据的空间。注意到式 (15) 采用的坐标系与式 (3) 采用的坐标系的差异, 应用黏聚区域模型之前需要对相对位移和应力作坐标变换, 变换矩阵为

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\sin\theta & \cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}, \quad (16)$$

式中,  $\theta$  为剪切带方向与  $x$  轴的夹角。利用式 (15)、(16)、(5), 由式 (12) 左端的第二项得剪切带单元的切线刚度矩阵  $\mathbf{K}_T$  及内力等效节点力  $\mathbf{F}$  为

$$\mathbf{K}_T = \int_{\Gamma_s} \mathbf{N}^T \mathbf{T}^T \mathbf{D}_T^C \mathbf{T} \mathbf{N} d\mathbf{x}, \quad (17)$$

$$\mathbf{F} = \int_{\Gamma_s} \mathbf{N}^T \mathbf{T}^T \mathbf{t} d\mathbf{x}, \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{D}_T^C$  为黏聚区域模型的切线模量矩阵, 满足  $d\mathbf{t} = \mathbf{D}_T^C d\mathbf{w}$ ,  $\mathbf{N}$  为插值形函数矩阵, 由式 (15) 的矩阵形式得到。

需要指出的是, 无厚度剪切带单元中没有包括变形  $\Delta \mathbf{u}_1$ , 在物理单元 PE1 和 PE2 中也没有扣除物理剪切带占据的区域。事实上, 将剪切带的常规变形部分  $\Delta \mathbf{u}_1$  包含在物理单元 PE1 和 PE2 中, 从而有效地克服了确定剪切带厚度的困难。

### 2.3 渐进破坏过程模拟

从式 (1)、(2) 可以看出应变局部化由一点的应力状态确定且剪切带倾角与该点的最大主应力方向相关。强化有限单元法要求剪切带扩展逐单元进行, 需要寻找一个用以判断“单元”剪切带扩展的应力量, 该应力量应当满足不偏惠于单元内任意一点的要求, 以避免单元“过早”或“过迟”出现剪切带。高斯点应力和节点应力不满足上述要求, 而节点平均应力存在外推误差。因此, 本文采用单元平均应力根据 Mohr-Coulomb 屈服条件确定局部化单元及其剪切带倾角。

为模拟剪切带扩展过程, 本文假定荷载 (如自重) 线性单调施加。强化有限单元法与 CZM 结合模拟边坡剪切带扩展过程的具体实施步骤: ①离散化, 构造离散平衡方程; ②加载求解直到某单元产生剪切带, 并确定其倾角; ③对剪切带穿越单元实现物理单元细分和数学节点富集<sup>[20]</sup>, 构造无厚度剪切带单元; ④重新迭代至平衡状态; ⑤判断剪切带是否贯通, 如贯通, 结束本次分析, 否则, 转②进行下一扩展步分析。

## 3 算 例

### 3.1 直立边坡

考虑一受自重  $\bar{\gamma} = 20 \text{ kN/m}^3$  作用的直立土质边坡, 其几何尺寸及边界条件如图 5 所示。土体黏聚力为  $4 \text{ kPa}$ 、内摩擦角为  $10^\circ$ , 材料的弹性模量为  $1 \text{ MPa}$ 。为方便与极限平衡结果比较, 假定泊松比为零。不考虑应变软化的黏聚区域模型参数为  $c_p = c_r = 4 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_p = \varphi_r = 10^\circ$ 。将求解区域划分为四节点方形单元 (初始数学单元和物理单元一致)。为分析网格敏感性, 采用六种网格  $5 \times 5$ 、 $8 \times 8$ 、 $10 \times 10$ 、 $16 \times 16$ 、 $20 \times 20$  和  $25 \times 25$  进行分析。为模拟剪切带扩展过程, 假定重力  $\gamma$  按一定比例 (载荷因子)  $\lambda$  逐渐施加, 即

$$\gamma = \lambda \bar{\gamma}. \quad (19)$$

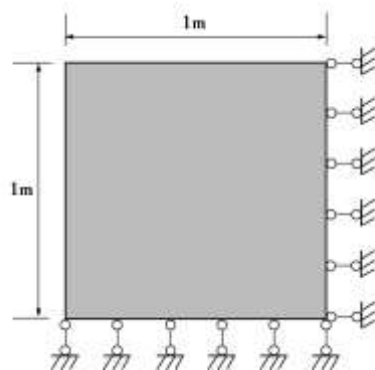


图 5 直立边坡模型

Fig. 5 Model of bluff slope

由极限平衡法可以得到极限载荷因子为 0.9603,  $25 \times 25$  网格下求得的最大载荷因子为 0.9607, 两者的误差仅为 0.04%。由此可见, 本文提出的方法适合于剪切带扩展问题的模拟。剪切带贯通时的载荷因子随单元数的变化如图 6 所示。由图可见, 随网格的细化, 最大载荷因子逐渐趋向极限平衡解, 很好地解决了网格敏感性问题。

$25 \times 25$  网格给出的滑裂面与极限平衡法给出的滑裂面对比如图 7, 剪切带贯通时刻的水平位移云图如图 8。结合图 7、8 可见, 剪切带首先在坡脚位置出现, 起始阶段, 本文给出的剪切带 (零泊松比条件下直立边坡没有水平位移) 和极限平衡法 (剪切带贯通前水平位移保持为 0) 几乎完全重合, 随着剪切带向

上发展, 两者的差别越来越大, 可能是由于极限平衡法忽略了已有剪切带对后续扩展产生的影响, 而本文则考虑了这方面的影响。

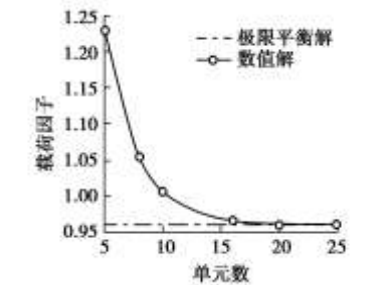


图 6 最大载荷因子比较

Fig. 6 Comparison of maximum load factors

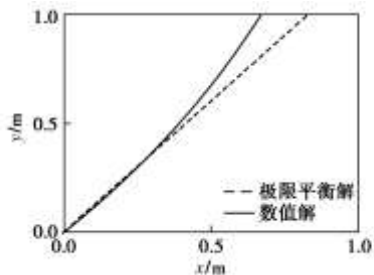


图 7 滑裂面比较

Fig. 7 Comparison of slip surfaces



图 8 剪切带贯通时的水平位移

Fig. 8 Horizontal displacements at transfixion of shear band

3.2 考虑剪切带应变软化的直立边坡

将整个分析域划分成  $20 \times 20$  的四节点方形单元, 内摩擦角取为  $0^\circ$ , 其它几何、物理参数和边界条件同上例。黏聚区域模型参数取为  $c_p = 4 \text{ kPa}$ ,  $c_r = 2 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_p = \varphi_r = 0$ ,  $w_{sp} = 1 \text{ mm}$ ,  $w_{sr} = 4 \text{ mm}$ 。图 9 给出了载荷因子随剪切带发展的变化曲线。由图可见, 考虑剪切带应变软化效应时,  $1 \text{ m}$  高直立边坡能承受的自重仅为  $10.38 \text{ kN/m}^3$  (载荷因子为 0.519), 远小于无应变软化效应的  $16.1 \text{ kN/m}^3$  (载荷因子为 0.805)。利用极限平衡法, 峰值强度计算的临界自重为  $16 \text{ kN/m}^3$ , 按残余强度计算的临界自重为  $8 \text{ kN/m}^3$ 。比较可见, 不考虑剪切带应变软化, 本文给出的临界自重十分接近峰值强度理论解, 相对误差仅为 0.6%。考虑软化过程的临界自重仅为峰值强度理论解的 65%, 但比基于残余强度的理论解高 30%。从图中还可以看出, 没有应变软化效应时, 剪切带发展到接近坡顶 (贯穿) 时, 滑坡体才可能出现滑动; 而考虑剪切带应变软化

时, 载荷因子随剪切带长度变化中存在减小现象, 当剪切带发展到  $0.56 \text{ m}$  左右时, 剪切带将迅速贯穿, 并出现滑动。由此可见, 剪切带具有应变软化效应的土质边坡出现滑坡灾害的突发性和隐蔽性更强。

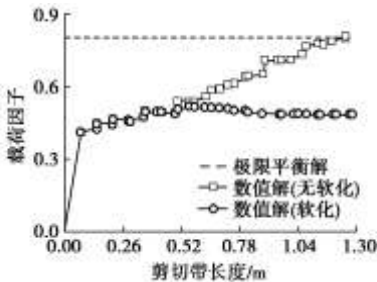


图 9 载荷因子变化

Fig. 9 Evolution of load factors

极限平衡、不考虑剪切带应变软化、考虑剪切带应变软化 3 种情形滑裂面比较如图 10 所示。可见, 在本例给定的参数下, 考虑剪切带应变软化与否对剪切带发展的影响不大。考虑剪切带应变软化影响时的滑裂面位于不考虑软化效应和极限平衡结果之间。

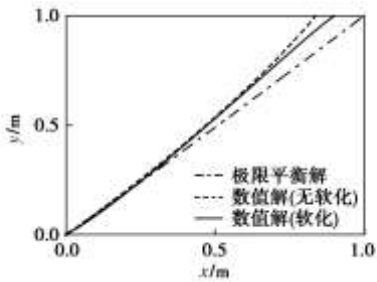


图 10 滑裂面比较

Fig. 10 Comparison of slip surfaces

3.3 斜边坡

将上述方法推广到二维自重作用下黏土斜边坡渐进破坏过程的模拟, 模型同文献[1], 初始网格、几何形状及力学参数如图 11 所示。黏聚区域模型的参数为  $c_p = c_r = 12 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_p = \varphi_r = 30^\circ$ 。

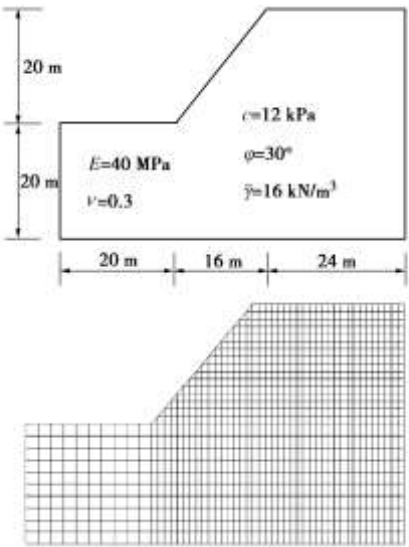


图 11 边坡模型及初始网格

Fig. 11 Slope model and initial mesh

安全系数为 1 时, Bishop 法计算得到的极限载荷因子为 0.8575。通过计算得到边坡的最大载荷因子为 0.8243, 与 Bishop 法相比误差仅为 4%, 载荷因子随剪切带长度的变化如图 12 所示。边坡失稳过程中剪切带的扩展及剪应力  $\tau_{xy}$  的分布见图 13。图 14 给出了载荷因子在图 12 水平段变化时边坡的位移增量矢量图, 容易观察到滑裂面的轮廓。

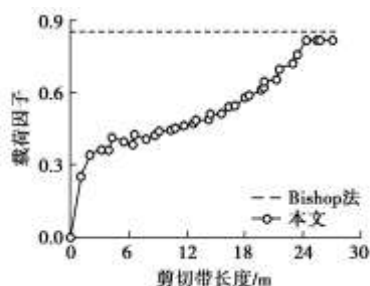


图 12 载荷因子变化

Fig. 12 Evolution of load factors

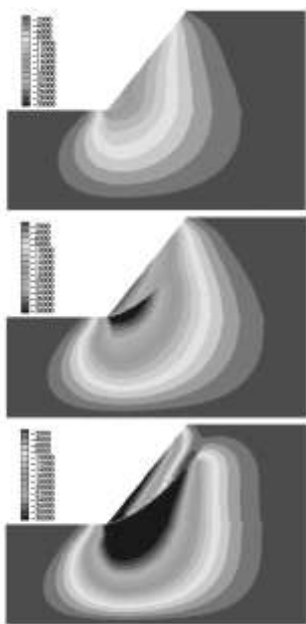


图 13 剪切带的扩展及剪应力分布

Fig. 13 Propagation of shear band and distribution of shear stress

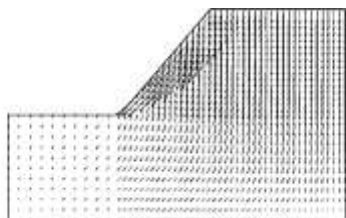


图 14 位移增量矢量图

Fig. 14 Vector diagram of incremental displacements

为了比较滑裂面形状, 考虑剪切带应变软化, 黏聚区域模型参数取  $c_p = 12 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_p = 30^\circ$ ,  $c_r = 6 \text{ kPa}$ ,  $\varphi_r = 27^\circ$ ,  $w_{sp} = 2 \text{ mm}$ ,  $w_{sr} = 10 \text{ mm}$ 。图 15 给出了 4 种不同方法边坡失稳时的滑裂面形状。从图中可以

看出, 初始阶段的剪切带差别不大。考虑剪切带应变软化时的滑裂面与 Bishop 法接近 (圆弧形), 这是由于极限平衡法认为滑裂面上的土体同时达到极限强度, 考虑应变软化后土体载荷因子很快达到一个稳定值, 剪切带几乎在同一瞬间出现并贯穿。文献[1]考虑了土体的局部弱化, 弱化区域的渐进扩展过程使得其对剩余区域的应力场产生影响, 滑裂面呈悬链线状。不考虑剪切带应变软化时, 已有剪切带对边坡应力场有一定的影响, 剪切带渐进扩展, 所以得到的滑裂面向悬链线偏移。

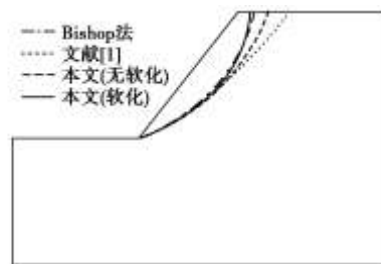


图 15 滑裂面比较

Fig. 15 Comparison of slide surfaces

## 4 结 论

(1) 基于剪切带的强非连续变形描述, 采用摩擦型黏聚区域模型表征剪切带变形的延性及软化特性, 结合强化有限单元法模拟剪切带扩展, 随网格细化数值模拟结果逐渐逼近极限平衡解, 有效地克服了网格敏感性。

(2) 对于均匀土质边坡, 考虑剪切带渐进扩展过程的滑裂面形状与极限平衡法给出的滑裂面形状相似, 剪切带应变软化对滑裂面形状影响不大, 但将极大地削弱边坡的极限受荷能力。

(3) 剪切带的渐进扩展贯通导致边坡失稳, 基于黏聚区域模型的强化有限单元法是揭示剪切带扩展机理, 再现边坡失稳过程的有效手段。

## 参考文献:

- [1] 王庚荪, 孔令伟, 郭爱国, 等. 含剪切带单元模型及其在边坡渐进破坏分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(21): 3852 - 3857. (WANG Geng-sun, KONG Ling-wei, GUO Ai-guo, et al. Element model with shear band and its application to progressive failure analysis of slopes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(21): 3852 - 3857. (in Chinese))
- [2] TANG H X, WANG D G. Finite element analysis of strain localization problems for slope based on Cosserat continuum model[J]. Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation, 2008, 5: 572 - 577.
- [3] RUDNICKI J W, RICE J R. Conditions for the localization of

- deformation in pressure-sensitive dilatant materials[J]. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1975, **23**(6): 371 - 394.
- [4] 吕玺琳. 岩土材料应变局部化理论预测及数值模拟[D]. 上海: 同济大学, 2008. (LÜ Xi-lin. Theoretical prediction and numerical modeling of strain localization in geomaterials[D]. Shanghai: Tongji University, 2008. (in Chinese))
- [5] NEEDLEMAN A. Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems[J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1988, **67**(1): 69 - 85.
- [6] de BORST R, MUHLAUS H B. Gradient-dependent plasticity: formulation and algorithmic aspects[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1992, **35**(3): 521 - 539.
- [7] PIAUDIER-CABOT G, BAZANT Z P. Non-local damage theory[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1987, **113**(10): 1512 - 1533.
- [8] PIETRUSZCZAK S, MROZ Z. Finite element analysis of deformation of strain softening materials[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1981, **17**(3): 327 - 334.
- [9] 钱建固, 吕玺琳, 黄茂松. 平面应变状态下土体的软化特性与本构模拟[J]. *岩土力学*, 2009, **30**(3): 617 - 622. (QIAN Jian-gu, LÜ Xi-lin, HUANG Mao-song. Softening characteristics of soils and constitutive modeling under plane strain condition[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2009, **30**(3): 617 - 622. (in Chinese))
- [10] SANBORN S E, PREVOST J H. Frictional slip plane growth by localization detection and the extended finite element method (XFEM)[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2010, **35**(11): 1278 - 1298.
- [11] TIJSSENS MGA, VAN der Giessen E, SLUYS L J. Modeling of crazing using a cohesive surface methodology[J]. *Mechanics of Materials*, 2000, **32**(1): 19 - 35.
- [12] ROE K L, SIEGMUND T. An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2003, **70**(2): 209 - 232.
- [13] YANG B, MALL S, RAVI-CHANDAR K. A cohesive zone model for fatigue crack growth in quasibrittle materials[J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001, **38**(22/23): 3927 - 3944.
- [14] 石根华. 数值流形方法与非连续变形数值分析新方法[M]. 裴觉民, 译. 北京: 清华大学出版社, 1997. (SHI Gen-hua. Numerical manifold method[M]. PEI Jue-min, translator. Beijing: Tsinghua University Press, 1997. (in Chinese))
- [15] 杨庆生, 杨卫. 断裂过程的有限元模拟[J]. *计算力学学报*, 1997, **14**(4): 407 - 412. (YANG Qing-sheng, YANG Wei. Finite element simulation of fracture process[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 1997, **14**(4): 407 - 412. (in Chinese))
- [16] 黄茂松, 钱建固, 吴世明. 土坝动力应变局部化与渐进破坏的自适应有限元分析[J]. *岩土工程学报*, 2001, **23**(3): 306 - 310. (HUANG Mao-song, QIAN Jian-gu, WU Shi-ming. An adaptive finite element method for strain localization and progressive failure of earth dam under earthquake[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2001, **23**(3): 306 - 310. (in Chinese))
- [17] DAUX C, MOES N, DOLBOW J, et al. Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method[J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2000, **48**(12): 1741 - 1760.
- [18] LING D S, YANG Q D, COX B. An augmented finite element method for modeling arbitrary discontinuities in composite materials[J]. *International Journal of Fracture*, 2009, **156**(1): 53 - 73.
- [19] 凌道盛, 徐小敏, 陈云敏. 数学网格和物理网格分离的有限单元法(I): 基本理论[J]. *计算力学学报*, 2009, **26**(3): 401 - 407. (LING Dao-sheng, XU Xiao-min, CHEN Yun-min. An enhanced finite element method with separate mathematical and physical mesh(I): theory[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(3): 401 - 407. (in Chinese))
- [20] 凌道盛, 韩超, 陈云敏. 数学网格和物理网格分离的有限单元法(II): 黏聚裂纹扩展问题中的应用[J]. *计算力学学报*, 2009, **26**(3): 408 - 414. (LING Dao-sheng, HAN Chao, CHEN Yun-min. An enhanced finite element method with separate mathematical and physical mesh(II): application in propagation of cohesive crack[J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2009, **26**(3): 408 - 414. (in Chinese))
- [21] VERMEER P. A simple shear band analysis using compliances[C]// *Proceeding of IUTAM Conference on Deformation and Failure of Granular Materials*. Delft: Balkema, 1982.
- [22] HICHER P Y, WAHYUDI H, TESSIER D. Microstructural analysis of strain localization in clay[J]. *Computers and Geotechnics*, 1994, **16**(3): 205 - 222.