

关于非饱和土本构研究的几个基本规律的探讨

盛岱超，杨 超

(纽卡斯尔大学岩土与材料模拟中心, 澳大利亚 纽卡斯尔)

摘要: 非饱和土是土不同状态的一种, 所有的土都可能对于水处于部分饱和状态。因此, 理想的土本构模型应该能够预测在所有可能的孔压和应力范围内土的性质; 同时, 也可以描述在该范围内任一的应力和水力路径。在过去大约 20 a 的时间中, 非饱和土本构性质的研究经历了重大的发展, 主要表现在以下几个基本理论方面: 体积变化、剪切强度、屈服应力、土水滞回及水力学性质的耦合等。拟从对试验数据的预测效果、各理论间的一致性以及饱和与非饱和状态的连续性 3 个方面, 对非饱和土本构基本理论的研究现况进行分析、归纳。

关键词: 非饱和土; 本构模拟; 体积变化; 剪切强度; 屈服应力; 土水滞回; 水、力学耦合

中图分类号: TU43 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)03-0438-19

作者简介: 盛岱超(1965-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事非饱和土力学、计算岩土力学、岩土材料的本构模拟与试验和岩土环境工程等方面的研究与教学工作。E-mail: Daichao.sheng@newcastle.edu.au。

Discussion of fundamental principles in unsaturated soil mechanics

SHENG Dai-chao, YANG Chao

(Centre for Geotechnical and Materials Modelling, the University of Newcastle, NSW 2308, Australia)

Abstract: An unsaturated soil is a state of the soils. All soils can be partially saturated with water. Therefore, constitutive models for soils should ideally represent the soil behaviours over entire ranges of possible pore pressure and stress values and allow arbitrary stress and hydraulic paths within these ranges. The last two decades or so have seen significant advances in modelling behaviours of unsaturated soils. A review of constitutive models for unsaturated soils is presented. In particular, it focuses on the fundamental principles that govern the volume change, shear strength, yield stress, water retention and hydro-mechanical coupling. Alternative forms of these principles are critically examined in terms of their predictive capacities for experimental data, the consistency between these principles and the continuity between saturated and unsaturated states.

Key words: unsaturated soils; constitutive modelling; volume change; shear strength; yield stress; water retention; hydro-mechanical coupling

0 引言

当土对于水处于部分饱和状态时, 通常被称为非饱和土。有些土体转变为非饱和状态后会呈现出与其在饱和状态时迥异的体积、强度和水力性质。这些土, 在饱和度或吸力变化时, 其体积、强度和水力性质也会随之发生显著变化。尽管如此, 土在非饱和状态下所表现的性质差异应该被视为材料性质的非线性, 可以进行统一、连贯的研究分析。换言之, 针对某一种土的本构模型应该能够预测在所有可能的孔压和应力范围内土的相关性质; 同时, 也能够描述在此范围内任一的应力和水力路径。如 Gens 等^[1]指出, 任何土都可以针对水处于部分饱和状态, 非饱和土只是土的一个状态, 而非一种新土。

土力学理论主要是建立于饱和状态的土。如果将

这些理论扩展到非饱和土领域则须要解决以下 3 个方面的问题: ①吸力或饱和度变化引起的土体积变化; ②吸力或饱和度引起的剪切强度变化; ③吸力或饱和度变化引起的水力性质变化。吸力或饱和度变化能够导致土产生显著的体积变化, 例如, 有些土在遇水时膨胀, 有些土则遇水湿陷, 而还有些土则根据其承受应力水平不同既有膨胀也有湿陷。同时, 土剪切强度也会伴随饱和度的改变而发生巨大的变化, 由于降雨而引发的边坡失稳就是这样一个典型。此外, 非饱和土的水力特性也与饱和土存在着显著的差异, 直接影响到应用于工业和城市固体废弃物处理的土工覆盖层和掩埋系统的设计可靠性。由此可见, 对上述 3

个基本问题的研究不仅涉及到非饱和土力学的核心,而且也有着极其重要的工程实用价值^[2-3]。

非饱和土本构关系研究的基本思路是,在现有的饱和土本构理论的基础上分析上文提到的3个基本方面的问题。Alonso等^[4]建立了首个弹塑性非饱和土本构模型,备受关注,开辟了非饱和土本构关系研究的新时代。同时,在过去的15 a左右的时间中,也涌现了若干个引领着非饱和土理论发展的综述文章,如Gens^[5]、Wheeler等^[6]、Kohgo^[7]、Gens等^[1]、Wheeler^[8]、Sheng等^[9]以及Gens^[10]。这些文章通常,①较详细地探讨了构建模型所需的应力状态或本构变量;②较深入地分析了某一具体的非饱和土本构模型,和其优、缺点;③总结了非饱和土本构研究的最新研究成果。其中,Gens^[10]还针对吸力的不同类型分量的物理意义及各自在非饱和土本构研究中的作用进行了有趣的探讨。这些文献对今后开展非饱和土本构关系的研究提供了宝贵的参考价值。

本文意图不在对当前非饱和土本构关系的研究现状进行全面的回顾,而是集中讨论以下3个方面的基本问题:①体积变化规律;②屈服应力和剪切强度随吸力的变化;③土水滞回特性和水、力学耦合关系。这基本涵盖了当前非饱和土研究中几个最核心的内容。依据非饱和仅是土的一种状态这一主要原理,通过对试验数据的预测效果,对比、分析目前涉及上述3个方面研究的各类非饱和土本构模型。关于应力状态变量,尽管在非饱和土力学中非常重要,但是在本文对此不做阐述。因为判定本构模型的优劣不是依据其所选择的应力状态变量,而是取决于其对土关键性质的描述能力。

基于此,本文首选简要地介绍非饱和土本构模型中的两个基本概念:净应力和吸力。然后,对有关非饱和土的体积变化、屈服应力、土水滞回和水力耦合特性分别加以阐述。

1 净应力和吸力

净应力通常用在解释非饱和土的性质和本构关系模拟中,其定义如下:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} u_a , \quad (1)$$

式中, $\bar{\sigma}_{ij}$ 是净应力张量, σ_{ij} 是总应力张量, δ_{ij} 是Kronecker算子, u_a 是孔隙气压力。

净应力通常用分析试验数据,尤其是针对那些基于轴平移技术的试验,因为土样中的气压并不为零。有人认为当土样由非饱和状态过渡到饱和状态时,净应力会转变为有效应力。这种理念应当尽可能避免采用。因为自然界中的地表土层内的孔隙气压力与外界大气压力相等,净应力与总应力相等效。而且,在研

究干砂力学性质时从来没有运用净应力这一概念。换句话说,大气环境下的孔隙气压力应该视为零;只有在孔隙气压力不等于大气压力的情况下,净应力才不同于总应力。

此外,只有确认轴平移技术能够有效施加吸力的前提下,利用净应力来分析相关试验数据才有意义。这样将空气压力作为应力测量的参照对象,净应力值则为总应力和孔隙气压力两者的差值。

根据现有的非饱和土本构模型文献,土中的吸力通常是指基质吸力,表示为

$$s = u_a - u_w , \quad (2)$$

式中, s 在土壤物理学中被称为基质吸力,或者也称为骨架吸力^[11], u_w 是孔隙水压力。基质吸力与土水势中的基质势能可互换;而后者是一种能量的量测方式,由两部分组成:毛细管势和吸附势。当土样中水的饱和度较高,孔隙水以毛细管水的形式存在;此时,基质势能以毛细管势能为主导,则上述定义(方程(2))成立。但是,当土样中水的饱和度较低时,孔隙水以吸附水膜的形式存在,吸附势能则主导了基质势能。在这种情况下,关于基质吸力的定义(方程(2))的正确性便受到了质疑^[11]。因为孔隙水是以吸附水膜的形式附着在固体颗粒表面,从而导致难以准确定义孔隙水压力。在同一个材料点,水压力值并不唯一,而取决于与固体颗粒表面的相对位置^[11]。尽管如此,仍然可以定义一个名义水压力, $u_w = u_a - \psi_a$, 即名义水压力是孔隙气压力与吸附势能的差值。显然,名义水压力能够满足在同一个材料点的取值唯一性,仍可以采用方程(2)来定义在整个饱和度范围内的基质吸力。不过,基质吸力仍须与毛细管现象加以区分,尽管在双孔隙结构的土中基质吸力的两个分量更难以分离。如Gens^[10]指出,基质吸力其实是用来定量描述在固-液-界面共同作用下固体颗粒对孔隙水的吸附程度。

在本构模拟中,基质吸力通常被视为应力空间中的一个独立变量来建立本构关系。该方法在Alonso等^[4]提出的巴塞罗纳基本模型(BBM)中首次成功实现,随后被应用于目前大多本构模型中。但也有一些模型将吸力作为一个内变量或者硬化参数,如Bolzon等^[12]、Loret等^[3]。不过,这些不同方法在本文不做过多论述。因为基质吸力与应力互为独立变量,本文将其作为应力空间中的一个独立坐标轴。此外,在饱和状态时将吸力等同于负孔隙水压力,从而吸力轴在应力空间中能够从负无限空间延伸到正无限空间。

2 体积变化性质

体积变化性质是土的一种最根本的特征。对于非饱和土来说,由于吸力变化引发的大规模体积变化会

对基础和上部结构造成严重破坏。同时，体积变化方程也是研究非饱和土的屈服应力-吸力、剪切强度-吸力关系的基础^[9]。因此，要建立饱和土与非饱和土之间的本构联系就必须确定土的体积变化这一规律。而且，对于任一本构模型所建立的土体体积随应力和吸力的变化规律，都应当适用于所有可能的孔隙压力或吸力范围。下文中的讨论仅限于各向同性应力空间；而由于偏应力产生的体积变化须要在三维本构框架内考虑，并且与所采用的饱和土本构模型相关，故不在本文研究范畴。

对于饱和正常固结土，通常假定比体积(v)与有效应力的自然对数($\ln p'$)存在线性比例关系，即

$$v = N - \lambda \ln p' = N - \lambda \ln(p - u_w) , \quad (3)$$

式中， p 是平均应力， λ 是饱和土正常固结线 $v - \ln p'$ 的斜率， N 是当 $\ln p' = 0$ 时在 v 轴上的截距。方程 3 只对有效应力增量为正时成立。对于卸载和再加载过程中体积的变化规律则取决于本构模型中所采用的具体的弹塑性理论框架，例如，超塑性理论和边界塑性理论均采用了与传统弹塑性理论不同的体积变化机理。然而，对于只有正向应力增量作用的正常固结土而言，方程(3)则无需考虑上述理论框架的限制。

值得注意的是，方程(3)只有在孔隙水压力为零的情况下，其在 $v - \ln p$ 空间中才表现为一条斜直线。当孔隙水压力为负值（即吸力）时，方程(3)则在 $v - \ln p$ 空间中呈现为一条光滑的曲线，如图 1 所示。假定图 1 中所研究土的进气值大于 100 kPa，那么该土样在吸力大于零时仍处于饱和状态。尽管这些压缩线与超固结土的压缩曲线十分相似，但是，这些正常固结线的弯曲只是对数函数自身性质的表现以及从有效应力空间($v - \ln p'$)到总应力空间($v - \ln p$)的转换的结果，而非土样经历的超固结作用。

方程(3)也可以写成增量的形式：

$$dv = -\lambda \frac{dp}{p - u_w} - \lambda \frac{d(-u_w)}{p - u_w} , \quad (4)$$

显然，一个孔隙水压力的负增量与一个同等大小的平均应力的正增量对饱和土的体积变化具有相同的效果。

在现有的文献中，将方程(3)运用到非饱和土力学中主要有以下 3 个方面：

方法 A：应力和吸力彼此独立的方法；

方法 B：应力和吸力相结合的方法；

方法 C：介于方法 A 和 B 之间的 SFG 方法。

下文将对上述 3 种方法的优、缺点进行逐一探讨。

2.1 应力和吸力彼此独立的方法

在方法 A 中，将因应力变化导致的土体体积变化与因吸力变化导致的土体体积变化相互分开。该方法构建

体积变化方程的一个典型思路如下：

$$v = N - \lambda_{vp} \ln \bar{p} - \lambda_{vs} \ln \left(\frac{s + u_{at}}{u_{at}} \right) . \quad (5)$$

式中 \bar{p} 是净平均应力； N 是当 $\ln \bar{p} = 0$ 和 $s = 0$ 时的比体积； λ_{vp} 是所假定的 $v - \ln \bar{p}$ 直线的斜率，也称为应力作用下的土压缩系数； λ_{vs} 是所假定的 $v - \ln s$ 直线的斜率，也称为吸力作用下的土收缩系数； u_{at} 是大气压力，用来消除 $s=0$ 时的方程奇异性。同样，方程(5)只适用于应力或吸力值增加的情况。 λ_{vs} 一般只应用在吸力值达到历史新高的情况下（即越过吸力增加屈服面时，详见“屈服应力”一节）；而在其它情况下，通常可以利用弹性压缩系数 κ_{vs} 替换 λ_{vs} 。

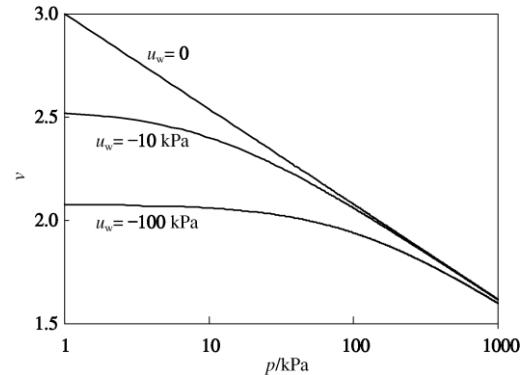


图 1 饱和黏土在不同孔隙水压力下的正常固结线($\lambda=0.2, N=3$)
Fig. 1 Normal compression lines for saturated clay under constant pore water pressures ($\lambda=0.2, N=3$)

方程(5)在很多模型中得到广泛应用，如 Alonso 等^[4]，Wheeler 等^[14]，Cui 等^[15]，Chiu 等^[16]，Georgiadis 等^[17]，Thu 等^[18]。方程(5)最主要的优点是将因应力和吸力产生的压缩变形进行分离；这不但为模拟土的性质提供了极大的灵活性，同时也有来自试验数据的支持。Toll^[19]和 Toll 等^[20]研究表明，非饱和土的这两种压缩性指标 λ_{vp} ， λ_{vs} 具有完全不同的性质（如图 2 所示）。一方面，吸力收缩系数 λ_{vs} 随饱和度的降低而降低；另一方面，应力压缩系数 λ_{vp} 随吸力的增大而增加，这在具有高压缩性大孔隙（聚集体间孔隙）的压实土中表现尤为突出^[21-22]。

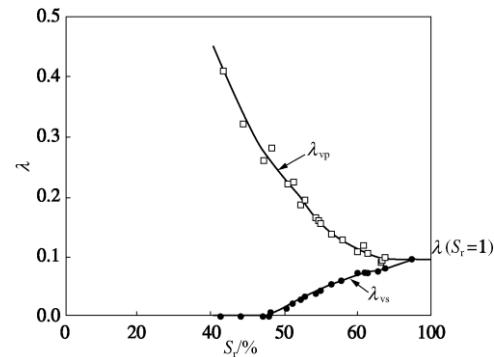


图 2 压缩系数随饱和度的变化规律 (Toll^[19])
Fig. 2 Variation of compressibilities with degree of saturation

(after Toll^[19])

方程(5)同时也存在一些缺陷。首先, 当非饱和土进入饱和状态之后, 方程(5)无法恢复到饱和土的体积方程(3)。如果不假定 λ_{vp} 是应力的函数, 那么方程(5)在常吸力下限定了 $v - \ln p'$ 之间的线性关系^[17]。这显然与图1所示的饱和土本构模型不符。因此, 对于方程(5), 在饱和与非饱和状态之间的临界吸力值处, 土的体积变形没有得到合理定义。其次, 方程(5)中因吸力作用而产生的体积变化与应力状态无关, 这与图3所示的试验数据相悖。再者, 方程(5)中的大气压力 u_{at} 的存在导致在吸力小于大气压力($s < u_{at}$)的情况下吸力对体积变形的作用被削弱。上述第一点, 即饱和与非饱和状态间过渡的不连续性, 也正是促使部分研究者转而采用有效应力方法的原因^[24]。借助一个简单的算例可以更清楚地理解这一问题。假定吸力保持在临界吸力 s_{sa} , 将某一土样从平均应力1 kPa压缩至100 kPa, 并设定气压为大气压力。那么, 在饱和状态下, 根据方程(3)可知该土样的体积增量为

$$\Delta v|_{s_{sa}} = -\lambda_{vp} \ln \frac{100 + s_{sa}}{1 + s_{sa}},$$

然而, 在非饱和状态下, 由方程(5)推导出体积的增量为

$$\Delta v|_{s_{sa}^+} = -\lambda_{vp} \ln 100.$$

显然, 临界吸力值的选择决定了在饱和与非饱和两种状态下土样的体积变化量是否统一。依据所在的水力路径, 临界吸力值可以是进气值或者出气值。

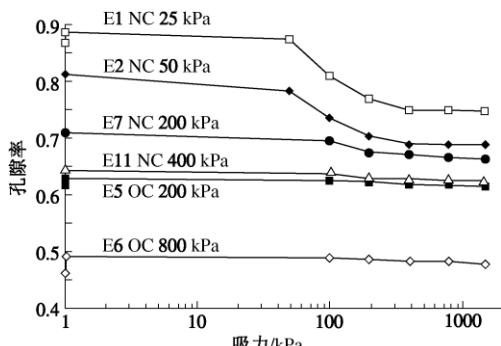


图3 非饱和土的收缩性随应力的变化规律^[23]

Fig. 3 Variation of shrinkability with stress (after Delage and Graham^[23])

2.2 应力、吸力相结合的方法

在B方法中, 将基质吸力和净平均应力组合到一个单独的变量中, 如有效应力, 来定义其对土的体积变化的影响规律。通常, 有效应力可表示为

$$p' = \bar{p} + f(s), \quad (6)$$

式中, f 是吸力的函数, 或者吸力与饱和度的函数。与方程(6)类似的有效应力定义具有相当的普遍性, 基本涵盖了当前文献中全部关于有效应力的定义(不

包括Vlahinić等^[25]给出的相关定义)。需要注意的是, $f(s)$ 函数通常涉及材料状态变量, 如饱和度与进气值等, 从而导致有效应力和应力空间随材料状态的变化而改变; 这并不是饱和土所具备的特征。

借助方程(6)中有效应力的定义, 方程(3)可以扩展到非饱和状态:

$$v = N - \lambda \ln p' = N - \lambda(s) \ln(\bar{p} + f(s)), \quad (7)$$

式中, N 是当 $\ln p' = 0$ 时的比体积。如果有效应力的确能够有效控制土的变形, 那么在维持有效应力 p' 恒定时, 体积 v 应该保持不变。由此可以断定参数值 N 和 λ 应该与吸力无关。但是, 现有的有效应力模型通常假定 λ 为吸力 s 的函数, N 为常数或变量, 并不满足上述推断。下文将首先讨论 N 是常数的情况, 然后说明假定 N 是吸力的函数情况是不合理的。

方程(7)在现有的非饱和土本构关系研究中应用广泛, 而且基于有效应力的非饱和土模型大多都将方程(7)设定为体积变化控制方程, 如Kohgo等^[26]、Bolzon等^[12]、Jommi^[27]、Loret等^[13]、Sheng等^[24, 28-29]、Pereira等^[30]、Sun等^[31-32]、Kohler等^[33]、Nuth等^[34]、Buscarnera等^[35]、Morvan等^[36]。当非饱和土进入饱和状态时, 方程(7)能够恢复至方程(3)。这也是利用有效应力建立非饱和土本构模型的最大优点之一。方程(7)还具有其它优点, 比如它可以很容易考虑饱和度对土的力学特性的影响。

但是, 采用方程(7)建立非饱和土本构模型也存在一些困难。最明显的是体积变化方程(7)中只有一个压缩系数, 因此, 其无法描述在应力和吸力作用下土所体现出的不同压缩性质(见图2)。另外, 方程(7)中对压缩系数 λ 的取值必须满足一定的约束条件。假定方程(7)中 N 为常数, 压缩系数 λ 必须随吸力增加而减小:

$$\lambda(s) < \lambda(0), \quad (8)$$

只有满足约束条件(8), 即压缩曲线的斜率随着吸力的增大而减小, 非饱和土才可以有湿陷, 如图4(b)所示。但是, 现有的试验数据并不支持对 λ 的这一约束条件。Jennings等^[37]发现风干土样随着吸力变化其压缩曲线的斜率基本保持不变。Sivakumar等^[38]发现在压实土的压缩曲线的斜率随着吸力的增加而增大。此外, 关于湿陷的研究数据(如Sun等^[39])也不支持随平均应力的增大而出现更大的湿陷体积变形这一结论。

有些基于应力与吸力相结合方法的非饱和土本构模型, 假定参数 N 值可随吸力改变(Kohgo等^[26]; Zhang等^[40])。如果 N 值随着吸力的增加而减小, 那么对于 λ 的约束条件(如方程(8))将同样存在。为了避免这一限制条件, N 值就必须随着吸力的增加而增大(图

5 (a))。但是, N 随吸力的变化规律是与屈服面的发展相联系的。如果 N 随着吸力的增加而增大, 则意味着在有效平均应力不变的情况下对泥浆土进行干燥会导致屈服面向外扩张; 这显然不符合在该应力路径下的有效应力原理。该问题将在下文结合图 8 进行深入的讨论。

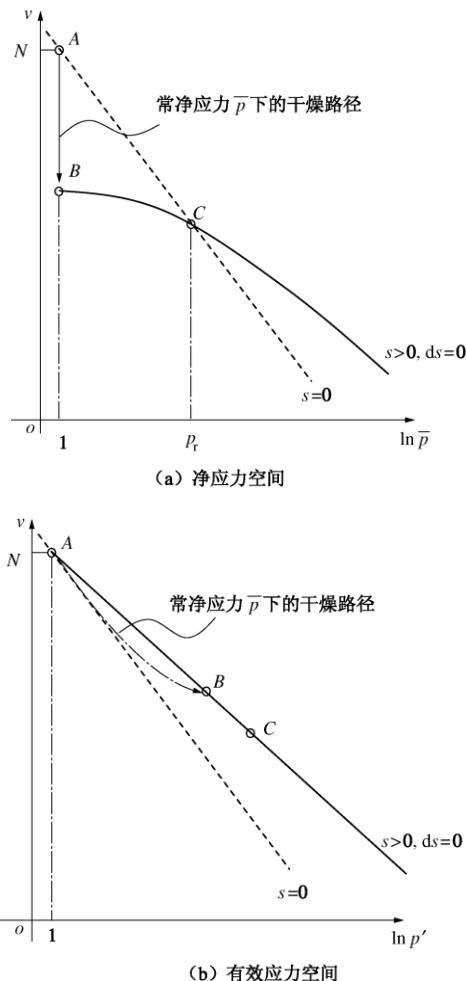


图 4 基于有效应力方法的正常固结曲线与 N 为常数时对 $\lambda(s)$ 的限制条件

Fig. 4. Normal compression lines according to effective stress approach – constraint on $\lambda(s)$ with a constant N
Gallipoli 等^[22]建议了如下的体积变化方程:

$$v = (N - \lambda \ln p') (1 - a(1 - \exp(b\xi))) \quad (9)$$

式中 N 和 λ 是饱和状态下正常压缩曲线的两个参数; a 和 b 是两个试验拟合参数; ξ 是 s 和 S_r 的正值函数, 用来描述吸力对非饱和土结构作用的胶结效应。不难发现, 方程 (9) 与方程 (7) 是等效的, 只是方程 (9) 假定 N 和 λ 均是 s, S_r 的函数。Gallipoli 等^[22]的分析表明, 方程 (9) 能够预测不同种类的压实土在正常压缩和临界状态下的体积变化。使用方程 (9) 的一个主要困难在于, 方程 (9) 对应的屈服应力同时表述为吸力与饱和度的函数; 考虑到 $s - S_r$ 之间固有的水力滞回特性, 那么所得到的加载湿陷屈服面不唯一, 屈服应

力也就无法得到合理定义。不过, Gallipoli 认为 (私人交流) 可以只设定胶结变量 ξ 为饱和度 S_r 的函数, 如 $\xi = 1 - S_r$, 即可解决上述屈服面不唯一的问题, 从而能在 $S_r - p'$ 空间中建立唯一的加载湿陷屈服曲线。

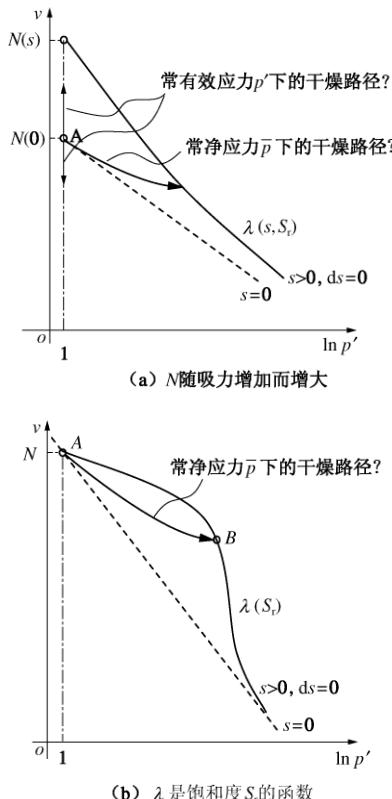


图 5 基于有效应力方法的正常固结曲线

Fig. 5 Normal compression lines according to effective stress approach

为了消除方程 (8) 的约束条件, 可假定方程 (7) 中的压缩系数 λ 是饱和度的函数, 如 $\lambda(S_r)$; 但同时保持 N 为常数。该思路与 Gallipoli 等^[22]的方法相似, 只是后者假定胶结系数 ξ 仅作为 S_r 的函数。因此, 即便是在吸力不变的情况下, 饱和度也会随着土的体积变形改变而改变; 进而, 压缩曲线的斜率也相应改变, 而且极可能随着平均应力的增加增大。因此, 可以设定压缩系数随着饱和度的降低而减小, 但同时保证常吸力下压缩曲线的斜率随着应力的增加而增大 (图 5 (b) 所示)。Al-Badran 等^[41]采用了与图 5 类似的方法, 在净应力空间中构建了非饱和土的体积变化方程。Zhang 等^[40]采用随着饱和度变化的压缩系数, 即 $\lambda(S_r)$, 在吸力 - 有效应力空间中构建了非饱和土的本构模型。由于水力滞回特性的存在, 在 $s - p'$ 或 $s - \bar{p}$ 空间中, 同样也存在加载湿陷屈服面不唯一的问题。要避免屈服面不唯一的问题, 可以尝试在饱和度 - 有效应力 ($S_r - p'$) 空间中定义屈服面。

显然, 要选用方程 (7) 作为描述非饱和土的体积变化方程还须要进一步的研究, 特别是要能够合理地

解释在吸力作用下重塑土的变形规律。今后可以尝试在方程(7)中采用 $\lambda(S_r)$ 作为压缩系数, 并将本构关系建立在 $S_r - p'$ 空间以确保加载湿陷屈服面的唯一性。

2.3 SFG方法

Sheng等^[42]提出了一种新的方法, SFG模型, 来模拟在各向同性空间中非饱和土的体积变化规律。SFG的建模思路是介于方法A和方法B之间, 其增量形式可表述如下:

$$dv = -\lambda_{vp} \frac{d\bar{p}}{\bar{p} + f(s)} - \lambda_{vs} \frac{ds}{\bar{p} + f(s)} \quad (10)$$

不难发现, 在形式上方程(10)与方程(4)相同。与方法A相似, 方程(10)也是定义在净应力和吸力空间; 并将与两个应力变量相对应的压缩系数, λ_{vp} 和 λ_{vs} , 进行分离。同时, 方程(10)也类似于方法B, 其将吸力与净平均应力相结合, 如分母项 $\bar{p} + f(s)$; 因此, 在饱和状态时方程(10)能够复原到方程(4)。 $\bar{p} + f(s)$ 项的存在代表了应力和吸力间的相互作用, 从而确保吸力非零时正常固结线在 $v - \ln \bar{p}$ 空间内发生弯曲。此外, 压缩系数 λ_{vp} 的取值不受到如同方程(11)的约束条件的限制。依据Jennings等^[37]对风干土的试验结果, 可初步假定 λ_{vp} 与吸力无关; 更为合理地是, 假定 λ_{vp} 值随着吸力作用而改变。例如, Sivakumar等^[38]的试验结果显示, 压实土的应力压缩系数 λ_{vp} 随着吸力的增加会相应增大。由于方程(4)的存在, 在土完全饱和的情况下, 吸力收缩系数 λ_{vs} 必须等于应力压缩系数 λ_{vp} ; 同时, 伴随着吸力的增大, λ_{vs} 值会逐渐减小, 并最终趋近于零。基于此, Sheng等^[42]定义了如函数:

$$\lambda_{vs} = \begin{cases} \lambda_{vp} & (s \leq s_{sa}), \\ \lambda_{vp} \frac{s_{sa} + 1}{s + 1} & (s > s_{sa}). \end{cases} \quad (11)$$

式中 s_{sa} 是临界吸力, 在Sheng等^[42]中也被称为饱和吸力; s_{sa} 是SFG模型中所设定的饱和状态与非饱和状态的唯一临界值。

需要解释的是, 方程(11)中的数字“1”主要是为了避免 $s_{sa}=0$ 时出现的函数奇异性。因此, 当 s_{sa} 不绝对为零时, 数字“1”可以省略, 从而有

$$\lambda_{vs} = \begin{cases} \lambda_{vp} & (s \leq s_{sa}), \\ \lambda_{vp} \frac{s_{sa}}{s} & (s > s_{sa}). \end{cases} \quad (12)$$

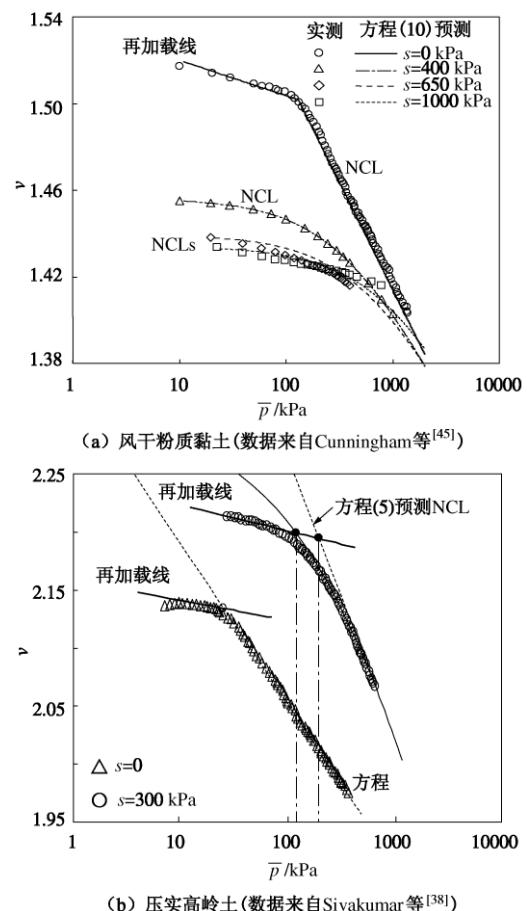
方程(11)、(12)之间的差别很小, 只要临界吸力不是绝对零值的情况下, 建议方程(12)应优先使用。Kurucuk等^[43]也采用了方程(10), 但是定义了不同于方程12的 λ_{vs} 函数。 λ_{vp} 和 λ_{vs} 两者都可随着应力路径而改变, 并在加载、卸载路径上采用不同的取值。

方程(10)中的 $f(s)$ 函数可以采取不同的形式,

Sheng等^[42]最初采纳了下面的函数:

$$f(s) = s, \quad (13)$$

尽管 $f(s)$ 函数的形式可能过于简单, 但其却能够保证本构关系在饱和与非饱和状态之间的连续性。Zhou等^[44]研究表明, SFG模型能够很好地拟合泥浆重塑土和压实土的体积和剪切试验结果。从图6中看到, 方程(10)中 $f(s)$ 函数项的存在, 正常固结线在 $v - \ln \bar{p}$ 空间内将会发生弯曲。对于图6(a)中的不同吸力($s=400, 650, 1000$ kPa)下的压缩曲线均是正常固结线, 不包含任何的卸载、再加载过程; 并且, 针对不同吸力下的正常固结曲线, 在SFG模型中只需一个应力压缩系数 λ_{vp} 值。图6(b)给出了在 $s=300$ kPa时由方程(5)和方程(10)所预测的屈服应力的不同。其中, 屈服应力定义为卸载-再加载曲线与正常固结线的交点; 而且, 参数 λ_{vp} 也可随吸力的改变而改变。



(b) 压实高岭土(数据来自Sivakumar等^[38])

图6 所预测的各向同性压缩曲线

Fig. 6 Predicted isotropic compression curves for (a) air-dry silty clay (data by Cunningham et al., 2003), (b) compacted kaolin (data by Sivakumar and Wheeler, 2000)

方程(13)的一个不足是当吸力趋于无限大时, 土的压缩性将会趋近于零, 从而造成了非饱和土与干土($S_r=0$)之间在基本理论上的不连续。为了避免此类问题, 对 $f(s)$ 函数做进一步修正, 如采用

$$f(s) = S_r s \quad , \quad (14)$$

该方程则能够同时保证饱和与非饱和状态、非饱和与完全干燥 ($S_r = 0$) 状态两种情况下体积变形理论的连续性。更为关键的是, 方程(13)和方程(14)能够推导出相同的剪切强度与吸力之间的关系。此外, 如 Alonso 等^[46]在讨论 Bishop 有效应力参数 γ 时所建议的, 方程(14)中的饱和度可以用有效饱和度, S_r^e , 替代。不过, 方程(14)的可靠性还有待进一步的试验论证; 同时, 由于土水滞回特性的存在, 引入饱和度项将难以保证加载湿陷屈服面的唯一性。

尽管 SFG 方法能够弥补方法 A 和方法 B 中的某些不足, 但是 SFG 方法也存在一些缺陷, 如, 本构关系只能以增量形式表示, 其积分形式依赖于应力路径等^[47-48]。因此, Sheng 等^[49]建议采用一些必要的技术手段以解决 SFG 模型在应力积分时对应力路径的依赖。另外, 如何通过方程(14)来考虑饱和度对土的力学特性的影响也有待进一步研究。

2.4 与应力路径相关的弹性性质

涉及体积应变的另一个问题是, 上述所有讨论的建模方法都是与应力路径相关的。Zhang 等^[47]及 Sheng 等^[48]发现方法 A 和方法 C 都存在与应力路径相关的弹性性质。方法 B 也同样可能导致该问题的出现; 因为在净应力和吸力空间中闭合的路径未必在对应的有效应力空间中也是闭合的, 如图 7 所示。这种应力路径在两种应力空间中所表现出的性质差异来源于有效应力对材料状态的依赖。例如, 在图 7 中, 有效应力沿路径 AB 的增量不同于其沿路径 CD 的增量, 尽管在两条应力路径下所对应的净应力都保持恒定。应力路径不闭合说明方法 B 是应力路径相关的, 即便是应力只在弹性区域内变化。再者, 具有与应力路径相关弹性性质的本构模型不能满足传统的弹塑性理论和热力学原理, 应尽量予以避免。目前, 建立一个在弹性范围内与应力路径无关的非饱和土本构模型, 仍面临着挑战。

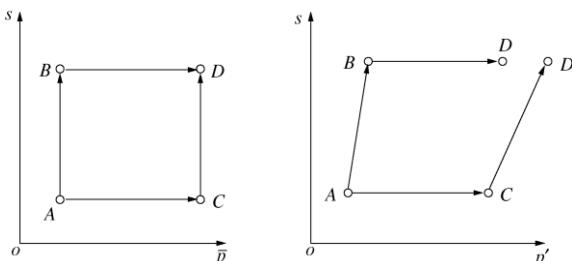


图 7 净应力空间中的闭合路径与其在有效应力空间对应的开合路径

Fig. 7 A closed loop in net stress space and its corresponding open loop in effective stress space

3 屈服应力与吸力

3.1 屈服应力与体积变化方程之间的关系

在非饱和土力学中, 非饱和土的屈服应力通常假定为吸力的函数。在传统的弹塑性理论中, 屈服应力是指能够产生塑性变形的应力水平。在其它塑性框架内, 如边界塑性理论^[50]、超塑性理论^[51]和广义塑性理论, 则在所有的加载应力路径(包括在重新加载路径)下都能够产生塑性变形。在下文的讨论中, 假定屈服面是定义在传统弹塑性理论基础上, 但今后仍然可以延伸到加载或边界面理论框架中。

在各向同性应力状态下, 屈服应力也称为前期固结压力。在非饱和土中, 屈服净应力 \bar{p}_c , 通常是由在常吸力下的各向同性压缩试验获得的。将试验所得的压缩曲线绘制在孔隙率与净应力的半对数空间内。当吸力大于零时, 压缩曲线的前半段通常比后半段的平缓。传统的思路是, 利用两条直线来拟合所得的压缩曲线, 一条是弹性卸载 - 再加载曲线, 另一条是弹塑性正常固结线; 然后, 利用这两条曲线的交点来定义前期固结(屈服)应力(见图 8(a))。如此定义的屈服应力, 无论是针对泥浆土或是压实土, 都会随着吸力的增加而增大; 因此, 形成了目前广泛应用于非饱和土本构模型中所谓的加载湿陷屈服面(见图 8(b))。上述确定屈服应力的方法的基本假设是, 在 $s > 0$ 时正常固结土的压缩曲线 $e - \ln \bar{p}$ 关系是线性的; 但是这与屈服应力的定义相矛盾。为了说明所存在的这一矛盾, 首先必须认识到图 8 所示的各向同性固结线对于非饱和的泥浆重塑土或者压实土都是普遍存在的。相对于压实土, 泥浆土的前期固结应力更容易理解, 故本文在此借助泥浆土对上述矛盾进行分析。假定泥浆土最初从未进行固结, 即处于零前期固结压力状态, 因此其初始的屈服应力值为零(如图 9(a)中 A 点)。同时, 注意到饱和土的有效应力在 $\bar{p} - s$ 空间内是一条与 \bar{p} 轴正向成 135° 仰角的直线。不难发现, 如果将泥浆土在零平均应力状态干燥至吸力 B 点, 其对泥浆土的作用效果等效于在零吸力下将泥浆土固结至应力 E 点(图 9(a))。因此, 如果当土的进气值大于 B 点的吸力值, 那么根据饱和土的有效应力原理, 线段 AB 与 AE 的长度必定相同。相反, 如果当土的进气值小于 B 点的吸力值时, 那么线段 AB 的长度将大于线段 AE。这是因为当土从饱和进入非饱和状态后, 吸力对土的压缩效果小于等效的应力对土的固结效果。因此, 一旦土进入非饱和状态后, 屈服应力就未必继续沿着仰角 135° 线发展, 而是类似于图 9 中的虚线。已知新的屈服面必须经过当前的应力点, 因此当吸力从 A 增加至 B 时, 泥浆土的弹性区域则必定增大(见图 9(a))。当前应力点, 如 B 或 C 等, 则位于当前屈服面之上。从 C 点开始对泥浆土进行常吸力下的各向同

性压缩, 如图 9 (a) 中应力路径 CD 。那么, 此各向同性压缩应力路径 CD 将位于原有的弹性区域之外, 点 C 的土处于正常固结状态。由此可见, 各向同性压缩路径 CD 与干燥路径 BC 一样, 都是处于弹塑性过程中; 两者都并没有经历过图 8 所示的纯弹性过程。这说明图 8 所展示的屈服应力的确定方法与屈服应力本身的定义并不一致。相应地, 由吸力作用产生的名义固结效果应当是指在零吸力下前期固结压力的增加, 而不是在当前吸力下的前期固结压力的增加。例如, 在图 9 (a) 中, 当吸力从点 B 增至点 C 时, 零吸力下的前期固结压力 $\bar{p}_c(0)$ 从点 E 增至点 F 。

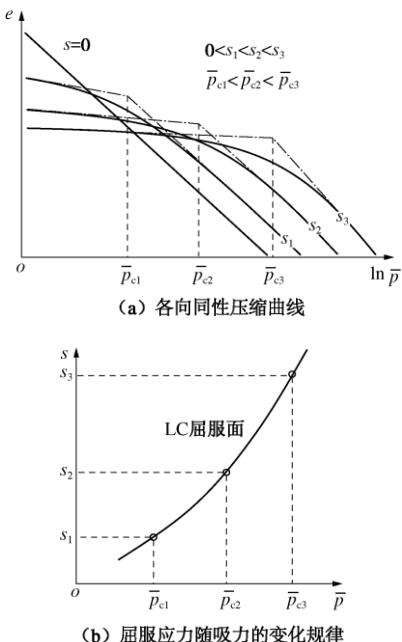


图 8 在常吸力下的各向同性压缩曲线及所对应的屈服应力

Fig. 8 Isotropic compression curves under constant suction (s) and derived yield stresses

上述分析同样适用于有效应力 - 吸力空间中, 如图 9 (b) 所示。在有效应力空间中, 零剪切强度线, 也称为名义抗拉强度面, 通常假设为 $p'=0$, 即通过应力空间原点的垂直线。当土从未固结时, 该垂直线也是土的初始屈服面。对于初始屈服应力为零的饱和土 (如泥浆土), 只要有效平均应力保持为零, 那么不论孔隙水压力如何变化, 土的弹性区域始终为零。即便是土进入非饱和状态, 只要有效平均应力为零, 土的屈服面仍必须是沿着零剪切强度线发展; 否则, 土的剪切强度和屈服面将不唯一。针对饱和状态的土, 在 $p' - s$ 空间内, 如果维持净平均应力不变, 吸力增加的应力路径会与水平轴成 45° 状态。因此, 该应力路径必定越过当前的屈服面, 可以推断泥浆土的干燥路径 AB 是弹塑性的, 而非纯弹性。当土进入非饱和状态, 应力路径将会偏离 45° 线, 屈服面也会偏离垂直线 (如图 9 (b) 中虚线所示)。因此, 应力点 $A, B,$

C 和 D 都位于各自对应的当前屈服面上, 应力路径 $ABCD$ 作用产生了弹塑性的体积变形。这与图 9 (a) 的所得结论相同。

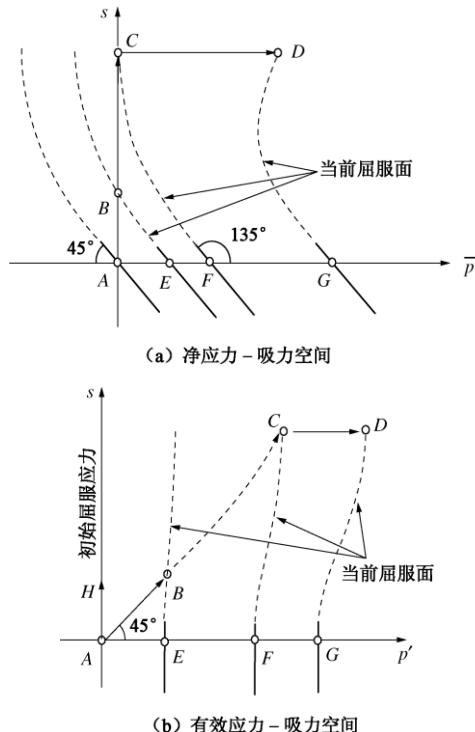


图 9 泥浆土在干燥、压缩应力路径的弹性区域变化规律 (ABC: 常净平均应力路径)

Fig. 9 Evolution of elastic zone during drying and compression of a slurry soil (ABC: constant net mean stress)

此外, 图 9 (b) 还能够用来解释体积变化方程 (如方程 (7)) 的参数 N 不可以是吸力的函数。在常有效应力下增加吸力, 如图 9 (b) 中的应力路径 AH , 并不导致弹性区域的增大。为了获得图示的应力路径 AH , 必须在吸力增加时施加一个同等大小的净平均拉应力, 才能保证有效平均应力值为零。因此, 应力路径 AH 是一种沿屈服面的中性加载路径, 并不产生任何屈服面扩张。弹性区域的扩大是初始正常固结曲线在 $v - \ln p'$ 空间内向更大的比体积转化的先决条件 (图 5 (a) 所示)。因此, 当零剪切强度线定义为过原点的垂直线时, 体积变化方程 (如方程 (7)) 中的参数 N 则不可能是吸力的函数。

在目前的研究中, 对屈服应力随吸力的变化规律描述十分模糊。很多早期的模型在净应力 - 吸力空间中采用了 3 个屈服面, 即加载湿陷屈服面, 吸力增加屈服面以及名义抗拉强度面 (如图 10 所示)。加载湿陷屈服面是用来模拟非饱和土在经历了常吸力加载后在常应力下加湿后所出现的体积湿陷变化; 吸力增加屈服面是用来模拟当非饱和土被干燥至历史最大吸力时的塑性体积变化。名义抗拉强度面则定义了在吸力作用下的零剪切强度 (或名义抗拉强度)。在基于方法

A 的模型中, 这些屈服面基本是各自独立定义的。例如, 当设定零吸力下的前期固结压力 \bar{p}_{c0} 为零时, 加载湿陷屈服函数并不能恢复为名义抗拉强度函数。此外, 在基于方法 A 的众多模型中, 吸力增加屈服面通常假定为水平或者略微倾斜的, 并没有与加载湿陷面及名义抗拉强度面建立联系。

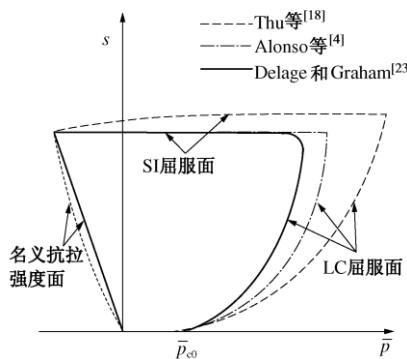


图 10 不同模型中的加载湿陷面、吸力增加面和名义抗拉强度面

Fig. 10 Loading-collapse, suction-increase and apparent tensile strength surfaces in various models

Sheng 等^[42]研究发现加载湿陷面、名义抗拉强度面以及吸力增加屈服面三者之间是相互联系的。在 SFG 模型中, 屈服应力与吸力之间的关系、名义抗拉强度与吸力之间的关系以及剪切强度与吸力之间的关系, 都是从体积变化方程(如方程(10))推导而来。而且, SFG 模型能够仅通过一个函数来表示从未固结或干燥过的泥浆土的屈服应力随吸力的变化规律。该函数还可以定义在应力 - 吸力空间中的名义抗拉强度面或者是零剪切强度面, 如图 11 中通过点 A 的曲线。当吸力为零或者负值时, 屈服曲线趋近于 45° 线。如果在零应力下对泥浆土进行干燥(应力路径 ABC), 屈服面将逐渐扩张至点 C(见图 11)。由此可见, 吸力增加屈服面已经包含在该函数中, 也就无需再定义一个单独的函数。继续对处于点 C 的非饱和土进行常吸力下的压缩, 如图 11 中的应力路径 CD, 则屈服面将会进一步扩张至通过点 D 的加载湿陷屈服面。应力空间中的屈服面描述着硬化参数(如塑性体积应变)的等值线。由于不同的吸力水平影响着沿着 CD 应力路径下的塑性体积应变的变化规律, 所以屈服面的初始形态也随着 CD 应力路径而改变。此外, 如果设定零吸力下的前期固结压力为零值时, 加载湿陷屈服函数则恢复为名义抗拉强度函数。易见, 在 SFG 模型中, 所有的屈服面在应力 - 吸力空间上都是连续、光滑的。值得提出的是, 基于有效应力方法的非饱和土体积变化模型对屈服面的描述与 SFG 模型类似(见图 9(b))。正如 Wheeler 和 Karube^[6]所指出的, 以及 Sheng 等^[42]所分析的, 体积变化模型决定了在应力和吸力作用下

非饱和土的弹性、弹塑性体积变化规律; 并且, 名义抗拉强度函数、吸力增加屈服方程以及加载湿陷屈服方程都与体积变化模型密切相关。在方法 A 中, 如果采用方程(5) 定义体积变化规律, 那么加载湿陷屈服面则可表示为

$$\bar{p}_c = \begin{cases} \bar{p}_{c0} - s & (s \leq s_{sa}), \\ \bar{p}_r \left(\frac{\bar{p}_{c0} - s_{sa}}{\bar{p}_r} \right)^{\lambda_{vp}(0)-\kappa} & (s > s_{sa}), \end{cases} \quad (15)$$

式中, \bar{p}_{c0} 是零吸力下的屈服应力, \bar{p}_r 为参照应力, κ 为弹性压缩指数。屈服函数(15)的具体形态取决于土的压缩性随吸力的变化规律, 即函数 $\lambda_{vp}(s)$ 的定义。吸力增加屈服面也同样可由方程(5)推导得到。如果假定收缩系数(λ_{vs})与应力无关, 那么吸力增加屈服面可以简单地写为

$$s = s_0, \quad (16)$$

式中, s_0 是屈服吸力。方程(16)为在净应力 - 吸力空间中表示为一条水平直线。此外, 由于方程(5)在零吸力和零平均应力下未定义, 名义抗拉强度面无法由方程(15)求得; 因此, 特引入一个独立方程:

$$\bar{p}_0 = -k s, \quad (17)$$

式中, Alonso 等^[4]假定 k 为常数, 而 Georgiadis 等^[17]则假定 k 为吸力的函数。

在方法 B 中, 如果利用方程(7)来描述体积变化, 那么加载湿陷屈服面则可写为

$$p'_c = \begin{cases} p'_{c0} & (s \leq s_{sa}), \\ p'_r \left(\frac{p'_{c0}}{p_r} \right)^{\lambda(s)-\kappa} & (s > s_{sa}). \end{cases} \quad (18)$$

吸力增加屈服面方程同方程(16)。名义抗拉强度面可通过设定 $\bar{p}_{c0} = 0$ 从方程(18)中推导得出

$$p'_0 = 0, \quad (19)$$

该方程描述的是通过应力空间原点的一条垂线。

在 SFG 模型中, 如果选用方程(10)和方程(12)来描述体积变化, 则可得如下形势的屈服应力函数:

$$\bar{p}_c = \begin{cases} \bar{p}_{c0} - s & (s \leq s_{sa}), \\ \bar{p}_{c0} - s_{sa} - s_{sa} \ln \frac{s}{s_{sa}} & (s > s_{sa}), \end{cases} \quad (20)$$

该方程同时也定义了吸力增加屈服面, 并与方程(10)中的 $f(s)$ 函数选择无关。

同样, 名义抗拉强度函数也可以通过设定 $\bar{p}_{c0} = 0$ 从方程(20)推导得出。加载湿陷屈服面的形式与方程(20)非常相近:

$$\bar{p}_c = \begin{cases} \bar{p}_{cn0} - s & (s \leq s_{sa}), \\ \frac{\bar{p}_{cn0}}{\bar{p}_{c0}} \left(\bar{p}_{c0} + f(s) - s_{sa} - s_{sa} \ln \frac{s}{s_{sa}} \right) - f(s) & (s > s_{sa}), \end{cases} \quad (21)$$

(21)

式中, \bar{p}_{cn0} 是零吸力下的新屈服应力 (见图 11)。但是, 该函数依赖于方程 (10) 中 $f(s)$ 函数的形式。

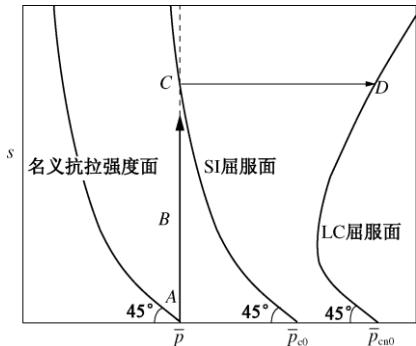


图 11 SFG 模型中屈服应力随吸力的变化规律 (Sheng 等^[42])

Fig. 11 Yield stress variation with suction in SFG model
(Sheng et al^[42])

函数 (18) ~ (24) 在所有可能的吸力或孔隙压 力范围内都是连续的。但是, 函数 (15) 和函数 (18) 的光滑性取决于函数 $\lambda_{vp}(s)$ 和 $\lambda(s)$ 的选择。另一方面, 函数 (20) 和函数 (21) 则同时满足连续性和光滑性要求。此外, 上述函数均可以嵌入到现有的饱和土本构模型中。例如, 基于饱和土的修正剑桥模型, 非饱和土的屈服方程可不失一般性地写为

$$f = q^2 - M^2(\bar{p} - \bar{p}_0)(\bar{p}_c - \bar{p}) = 0, \quad (22)$$

其中, f 是应力空间中的屈服函数, q 是偏应力, M 是 $q - \bar{p}$ 空间中临界状态线的斜率, 而 \bar{p}_0 和 \bar{p}_c 定义与上文相同。值得再次强调的是, 方程 (22) 对所有的孔压和吸力值都成立。

3.2 重塑土与压实土

土可以通过不同的方式变成部分饱和状态。在实验室中有两种主要方式制作非饱和土的研究试样: ① 将干土颗粒在一定含水率下进行静态或动态压实; ② 将泥浆土干燥至非饱和状态。因为要干燥泥浆土远比制作压实非饱和土困难, 所以在实验室中更倾向于采用压实土作为研究对象。Sheng 等^[42]也指出当前大多数非饱和土本构模型都是建立于压实土试样数据。压实土的初始含水率可以是变化的, 其即可以小于最优含水率(最优含水率的干分支), 也可以大于最优含水率(最优含水率的湿分支)。泥浆土可以通过空气干燥、加热干燥、冷冻干燥以及渗透干燥等不同手段来制作重塑土。不同的制样方式可能会形成不同微观结构的土, 例如, 小于最优含水率的压实土的微观结构一般表现为双孔隙, 即在孔隙分布曲线具有不少于两个峰值。这表明该类土中同时存在着两种不同类型的孔隙: 遇水塌陷的大的积聚体间孔隙和比较稳定的积聚体内孔隙。相反, 由泥浆土干燥而成的重塑土, 至少在低

应力的范围内, 一般表现为单一的孔隙分布状态。尽管重塑土和压实土在微观结构上存在一定的不同, 如 Tarantino^[52]所指出的, 重塑土和压实土之间没有明显的界限, 土的微观结构也会随着应力和水力路径的变化而改变。

具有双结构孔隙分布 (PSD) 的非饱和土通常容易发生湿陷的。此类土遇水时积聚体间的大孔隙易被破坏, 并在土体饱和时形成单一孔隙分布结构, 如 Li 和 Zhang^[53]试验数据所示。现有的本构关系模型大多利用加载湿陷 (LC) 屈服面来描述易湿陷土的屈服应力随应力和吸力的变化规律。在图 12 中, 位于点 A 的土处于非饱和状态, 具备双结构 PSD; 而位于点 B 的饱和土则具有单一结构的 PSD。加湿路径 $A \rightarrow B$ 推动 LC 屈服面从 LC_A 运动至 LC_B , 积聚体间大孔隙消失, 土的体积减小。但是, 如果再将位于点 B 的单一结构土干燥至点 A, 并继续将其压缩至点 C (即图 12 中的应力路径 $B \rightarrow A \rightarrow C$), 那么可以推断土将会再次形成双孔隙结构, 因为点 C 的非饱和土仍然具有易湿陷性。换言之, 土的孔隙分布规律能够跟随着应力和水力路径而改变。目前, 大多数非饱和土本构模型都是建立在压实土的试验结论上, 因此都采用了如图 12 所示的加载湿陷屈服面的运动规律。

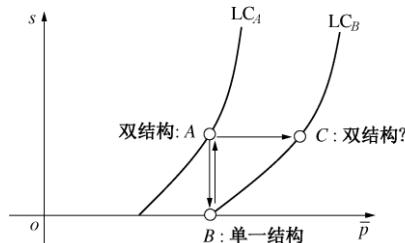


图 12 压缩土的孔隙分布及加载湿陷屈服面的变化规律
(Alonso 等^[4])

Fig. 12 Evolution of pore size distribution and loading-collapse yield surface for compacted soils (Alonso et al^[4])

问题随之而来, 重塑土的微观结构将会如何变化? 由泥浆土风干的重塑土具有单一结构的 PSD (如图 13 中的点 A), 在常应力下加水湿化不会发生体积塌陷。那么, 在高应力下该类型的重塑土能够转变为易湿陷性的土吗? 根据 SFG 模型^[42], 当风干重塑土被压缩至足够高的应力状态时, 其屈服面则演变成传统的加载湿陷屈服面 (见图 13)。这说明如果对单一结构的重塑土在非饱和状态下进行压实, 则能够形成易湿陷的双孔隙结构土 (如应力路径 $A \rightarrow C$)。但是, 存在相关的试验结论支持吗? 很遗憾, 在现有的参考文献中很难发现关于重塑土的相关试验数据。尽管如此, Jennings 等^[37]的数据似乎支持上述重塑土的结构

演变假设。图 14 给出了有关 Jennings 等^[37]风干粉土的试验数据；可以清楚看到，当风干土被压实至足够高的应力状态时，其遇水则表现出易湿陷性。此外，Cunningham 等^[45]针对重塑粉质黏土的试验数据表明，在高吸力下压缩土会形成易湿陷土（图 15）。尽管上述两组试验结论支持了 SFG 模型中所提出的 LC 屈服面演化规律（图 13），但是鉴于涉及重塑土的试验数据过于稀少，因此还无法断定上述 SFG 模型相关假设的正确性。

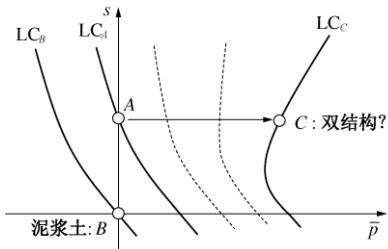


图 13 SFG 模型中重塑土的屈服面变化规律 (Sheng 等^[42])

Fig. 13 Evolution of yield surface for reconstituted soils according to SFG model (Sheng et al^[42])

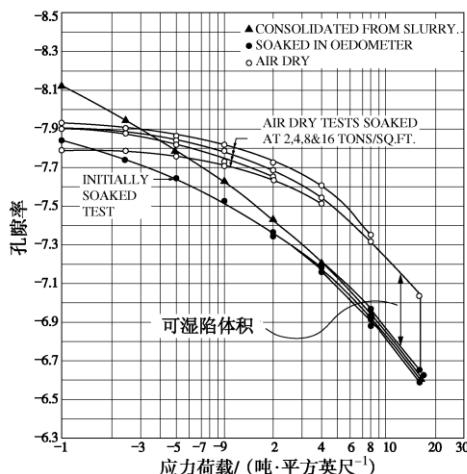


图 14 风干粉土在不同常应力下湿化时的固结曲线 (Jennings 等^[37])

Fig. 14 Oedometer curves for air-dry silt soaked at various constant applied pressures (Jennings et al^[37])

简言之，土的微观结构，特别是孔隙分布状态，都体现在所建立的本构模型中的屈服面以及体积变化规律中。在恰当的应力和水力路径下，双结构孔隙分布结构可以演变为单一孔隙分布结构；反之亦然。

4 剪切强度

剪切强度随吸力或者饱和度的变化是降雨导致滑坡产生的主要原因。非饱和土的剪切强度与体积变化方程密切相关^[9]，但是，当前大多数本构模型都忽略

了这一特性。如果依据 Ng 等^[54]和 Thu 等^[55]的试验数据，认为临界状态线的斜率与吸力无关，剪切强度与吸力之间的关系能够通过体积方程直接推导得到。但是，在临界状态线的斜率受吸力影响的情况下（如依据 Toll^[19]；Toll 等^[20]；Merchán 等^[56]的试验数据），则须要利用两个方程来定义剪切强度和吸力之间的关系，即体积变化方程和 $M(s)$ 函数；其中， $M(s)$ 代表临界状态线的斜率。

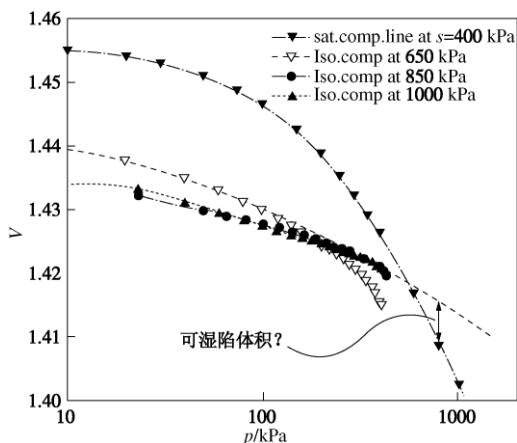


图 15 在不同吸力下重塑粉质黏土的各向同性压缩曲线

(Cunningham 等^[45])

Fig. 15 Isotropic compression curves for a reconstituted silty clay at various suctions (Cunningham et al^[45])

Bishop 等^[57]首先利用有效应力来解释非饱和土的剪切强度：

$$\begin{aligned} \tau &= c' + \sigma'_n \tan \phi' \\ &= c' + (\bar{\sigma}_n + \chi s) \tan \phi' = \bar{c} + \bar{\sigma}_n \tan \phi'. \end{aligned} \quad (23)$$

式中 τ 是剪切强度； c' 是饱和土的有效黏聚力，通常假设为零； σ'_n 和 $\bar{\sigma}_n$ 分别是破坏面上的法向有效应力和净应力； ϕ' 是土的有效摩擦角； χ 是著名的 Bishop 有效应力参数； \bar{c} 是名义黏聚力，其包含了由于吸力作用而产生的摩擦项， $\bar{c} = c' + \chi s \tan \phi'$ 。

Fredlund 等^[58]定义的剪切强度公式可以有效地区分应力和吸力对剪切强度的影响：

$$\begin{aligned} \tau &= [c' + (\sigma_n - u_a) \tan \phi'] + [(u_a - u_w) \tan \phi^b] \\ &= \bar{c} + (\sigma_n - u_a) \tan \phi'. \end{aligned} \quad (24)$$

式中 τ 是剪切强度； c' 是饱和土的有效黏聚力，通常假设为零； σ_n 是破坏面上的法向应力； ϕ' 是土的有效摩擦角； ϕ^b 是吸力产生的摩擦角。显然，如果在方程 24 中用 ϕ' 替代 ϕ^b ，那么将得到以有效应力表示的饱和土的库仑摩擦准则。

一个普遍的观点认为采用一个有效应力就足以定义非饱和土的剪切强度 (Wheeler^[8]；Sheng 等^[59]；Alonso 等^[46])。但是，该论点只有在土的临界状态线斜率 $M(s)$ 或摩擦角 ϕ' 与吸力无关的情况下才能成

立。当土的摩擦角随吸力改变时, 剪切强度无法再继

表 1 压实高岭土的剪切强度及相关参数

Table 1 Shear strength equations and parameters used for compacted kaolin clay

| 方程 | $\tan \phi^b / \tan \phi'$ | 参数 |
|-----------------------------|--|---|
| 1. Öberg 和 Sälfors (1997) | S_r | SWCC |
| 2. Fredlund 等 (1996) | $(S_r)^\kappa$ | $\kappa=1.3, \theta_s=0.659, \text{SWCC}$ |
| 3. Vanapalli 等 (1996) | $\left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)$ | $\theta_s=0.659, \text{SWCC}$ |
| 4. Toll 和 Ong (2003) | $\left(\frac{S_r - S_{r2}}{S_{rl} - S_{r2}} \right)^k$ | $k=1.2, \text{SWCC}$ |
| 5. Alonso 等 (1990) | α | $\alpha=0.4$ |
| 6. Sun 等 (2000) | $\frac{a}{s+a}$ | $a = 110 \text{ kPa}$ |
| 7. Khalili 和 Khabbaz (1998) | $(s_{ae}/s)^r$ | $s_{ae} = 60 \text{ kPa}, r=0.55$ |
| 8. Sheng 等 (2008a) | $\left(\frac{s_{sa}}{s} + \left(\frac{s_{sa}}{s} \right) \ln \frac{s}{s_{sa}} \right)$ | $s_{sa} = 25 \text{ kPa}$ |

续用单一的有效应力来描述。通过比较方程 (23) 和方程 (24), 不难发现

$$\begin{aligned} \tau &= [c' + \bar{\sigma}_n \tan \phi'(s)] + [s \tan \phi^b] \\ &= c' + \left(\bar{\sigma}_n + s \frac{\tan \phi^b}{\tan \phi'(s)} \right) \tan \phi'(s) \\ &= c' + \sigma'_n \tan \phi'(s), \end{aligned} \quad (25)$$

式中, Bishop 有效应力参数 χ 被设为 $\tan \phi^b / \tan \phi'$ 。由此可见, 无论有效应力如何定义, 吸力变量 (s) 都无法从剪切强度方程中消去。

当名义黏聚力 (c) 或吸力作用产生的摩擦角 (ϕ^b) 与由应力作用产生的摩擦角 ϕ' 已知, 那么非饱和土的剪切强度就可以得到完全定义。在文献中曾采用很多不同方法来定义 c 和 ϕ^b , 如 Fredlund 等^[60]; Öberg 等^[61]; Vanapalli 等^[62]; Khalili 等^[63]; Toll 等^[20]; Miao 等^[64]。这些方法大多都是经验公式, 其定义与体积变化方程无关。根据前文讨论可知, 如果将这些方法应用到非饱和土的本构模型中, 必定会导致剪切强度与屈服面之间的不一致性。Rojas^[65]利用土的饱和、非饱和部分分别定义了 Bishop 参数 χ 和 S_r , 并以此来解释非饱和土的剪切强度。但在该方法中, χ 无法通过试验或者理论推导得到。Alonso^[46]也给出了一个相似的方法, χ 被表示为有效饱和度的函数; 而后者又取决于土的微观和宏观饱和度的共同作用。

Sheng 等^[59]利用大量数据比较验证了各种非饱和土的剪切强度方程, 包括经验公式和那些嵌入到本构模型中的方程 (见表 1)。图 16 给出了其中的一个比较结果。此外, 表 1 中也罗列了各剪切强度方程所需要的参数。Sheng 等^[59]发现:

(1) 当土的摩擦角与应力无关时, 目前文献中的

所有剪切强度方程都可以用方程 (23) 或方程 (24) 表示。采用一个有效应力变量或者两个独立应力变量建立剪切强度方程没有太大差别。当摩擦角与吸力相关时, 要找到能描述非饱和土剪切强度的唯一有效应力是不可能的。

(2) 各剪切强度方程对试验数据的预测性能取决于材料参数的仔细筛选和所选用的特定的数据集合。某个剪切强度方程对某一组试验数据的预测效果可能会比其它组试验数据的预测效果更好。

(3) 考虑了土水特征曲线 (SWCC) 的剪切强度方程一般拥有更多的参数。这类剪切强度方程似乎能够很好地预测非饱和土的剪切强度 (Fredlund 等^[60]; Vanapalli 等^[62]; Toll 等^[20])。但是, 有些方程对残余吸力比较敏感 (Vanapalli 等^[66]; Toll 等^[20]), 而残余吸力往往很难从 SWCC 中得到准确确定。

(4) 当前被用于本构模型中的剪切强度方程, 大多只有一个或两个参数, 形式简单, 而且也能够很好地预测非饱和土的剪切强度 (Khalili 等^[63]; Sun 等^[67]; Sheng 等^[42])。但这些方程通常无法预测在中间吸力时非饱和土的剪切强度峰值。

5 土水滞回特性及水力耦合特性

Wheeler^[68]应当是第一个考虑非饱和土中力学和水力学特性之间的相互作用, 随后 Dangla 等^[69]也进行了相应地研究。而 Vaunat 等^[70]则建立了第一个完整地描述非饱和土的水、力耦合特性的本构模型。此后, Wheeler 等^[71]、Sheng 等^[29]也提出了各种的耦合模型。相对于非饱和土的水力特性, 许多模型 (如 van Genuchten^[72]; Fredlund 等^[73]) 都是建立在吸力对饱和度的影响要大于土变形对饱和度的影响的事实上。饱

和度与吸力之间的关系，通常用土水特征曲线 SWCC（也称为土水滞回曲线，SWRC）进行描述。目前，很多学者开始研究变形对 SWCC 影响，如 Gallipoli 等^[74]、Wheeler 等^[71]、Sun 等^[75]、Miller 等^[76]、Zhou^[77]。Wheeler 等^[71]指出，即使在土的吸力、净应力和比体积都保持不变的情况下，非饱和土的力学特性会受到饱和度的影响。孤立地考虑非饱和土的力学和水力学特性的本构模型难以合理地再现试验数据。不考虑水力特性的本构模型是无法描述其力学性质对饱和度的依赖性。同理，不考虑力学特性影响的水力模型也不可能真实反映土的密度对 SWCC 的影响。试验研究证实：

(1) 在较高净平均应力下获得的 SWCC 曲线会朝着吸力更高的方向移动(Matyas 和 Radhakrishna^[78]；Ng 等^[79]；Gallipoli 等^[74]；Lee 等^[80])。这说明饱和度 (S_r) 与吸力 (s) 之间的增量关系依赖于净平均应力 (\bar{p}) 或者土的密度。

(2) 当吸力保持一定时，各向同性加、卸载能够改变非饱和土的饱和度 (Wheeler 等^[71])。这表明在常应力下土的饱和度与应力或者土密度相关。

Wheeler 等^[71]提出了一个能够对非饱和土的水力学和力学性能进行完全耦合的本构模型；而在此前后的模型（如 Vaunat 等^[70]；Sheng 等^[29]；Nuth 等^[81]）都只强调水力学特性对力学特性的影响，却没有考虑力学特性对水力学特性的作用。Wheeler 等^[71]利用平均骨架应力(有效应力)、修正吸力以及加载湿陷屈服面、吸力增长屈服面和吸力减少屈服面三者的耦合关系，实现了非饱和土的力学和水力学特性之间的相互作用。平均骨架应力是应力、吸力和饱和度的组合，而修正吸力则是吸力和孔隙率的组合。不难发现，水力学特性对应力 - 应变关系的作用是通过定义平均应力得以实现的；孔隙率对饱和度 - 吸力关系的影响则是借助定义修正吸力而完成。Wheeler 等^[71]所建立的模型是少数几个能够定性描述非饱和土水、力耦合关系的模型之一。该模型所定义的土骨架应力严格地建立在热力学框架内，这是该模型的一个最主要的优点；但是，此类土骨架应力的定义也限制了模型的定量预测效果和模型的应用。例如，运用该模型的另一个主要难点就是如何量化加载湿陷 (LC) 面、吸力增加 (SI) 面和吸力减少 (SD) 面三者之间的同步运动关系；这种同步关系很难通过试验进行构造 (Raveendiranaraj^[82]) 或理论上进行定义。另外，由于该模型中的吸力增加 (SI) 面和吸力减少 (SD) 面的移动与塑性体积应变相关，因此，如果不知道土的吸力变化历史，就不能确定土的初始加载湿陷 (LC) 面；而土的吸力变化历史是不易确定的。

在当前的一些模型中，为了考虑非饱和土力学特性对水力学特性的影响，通常引入了土的体积 (Gallipoli 等^[74]、Tarantino^[83])、密度 (Sun 等^[75]、Mašín^[84]) 以及体积应变 (Nuth 等^[81]) 等对 SWCC 的影响。Gallipoli 等^[74]建议在 van Genuchten^[72] SWCC 方程中加入关于比体积的函数。Tarantino^[83]发现了含水率 (S_r 和 e 的乘积) 与基质吸力间的唯一性关系，并利用该关系来修正 van Genuchten 方程。Tarantino^[83]修正所得的 SWCC 方程与 Gallipoli 等^[74]的定义相似。此外，SWCC 方程还可用增量方式表述，如 Sun 等^[75]建立的水力学模型：

$$dS_r = \lambda_{ss} de - \lambda_{se} ds/s \quad , \quad (26)$$

式中， λ_{ss} 是 SWCC 的主干、主湿曲线的斜率， λ_{se} 是在常吸力下饱和度对孔隙率曲线的斜率。理论上，上述方程中的 λ_{ss} 只能在体积恒定 ($de=0$) 的试验中确定，但是这种类型的试验极少。Mašín^[84]也采用了类似方程 (26) 的表达式，并假定进气值 (s_{ae}) 和主干曲线的斜率 λ_{ss} 都与孔隙率相关。Nuth 等^[81]利用了一种不同的方法描述变形土的 SWCC；其假定了一个针对非变形土的内置 SWCC，而土的变形则会推动该内置 SWCC 沿着吸力轴运动。内置 SWCC 的运动由非饱和土的进气值控制，但后者的变化取决于土的体积应变。

Sun 等^[75]、Nuth 等^[81]、Mašín^[84]及其他学者 (Sheng 等^[29, 42]；Nuth 等^[34]；Zhou^[77]) 所建立的模型基本都采用以下形式的土水滞回曲线：

$$dS_r = (...)ds + (...)d\varepsilon_v \quad , \quad (27)$$

该方程本身没有错，但是所采用 S_r-s 的关系是针对常体积 ($d\varepsilon_v=0$) 的非饱和土。而传统的 SWCC 方程是在常应力的状态下获得的。同一 SWCC 方程不可能同时适用于常应力和常体积时 S_r-s 的关系，因为其中一个必定与土的压缩性及土的应力吸力历史有关。此外，Zhang 等^[47]指出忽略非饱和土沿着 SWCC 的体积变化将会导致在不排水状态下的饱和度预测结果的一致。

Sheng 等^[85]提出了建立水、力耦合的模型的一种新的方法。该方法基于 SWCC 曲线是在常应力下试验获得的这一事实。Sheng 等^[85]假定在各向同性应力状态下土的体积变形特性与土水滞回特性可以分别采用以下增量形式描述

$$d\varepsilon_v = A d\bar{p} + B ds \quad , \quad (28)$$

$$\begin{aligned} dS_r &= E ds + \frac{S_r}{n} (1-S_r)^\zeta A d\bar{p} \\ &= \left(E - B \frac{S_r}{n} (1-S_r)^\zeta \right) ds - \frac{S_r}{e} (1-S_r)^\zeta de . \end{aligned} \quad (29)$$

式中 参数 A 和 B 与第三节中所讨论的比体积变化方程相关；参数 E 是传统 SWCC 的斜率； e 是孔隙率；

n 是孔隙比; ζ 是试验拟合参数。如果利用 SFG 模型来描述体积变化, 那么参数 A 和 B 则可分别表示为

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\lambda_{vp}}{\bar{p} + f(s)}, \\ B &= \frac{\lambda_{vs}}{\bar{p} + f(s)}, \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

方程(29)中的 S_r-s 关系是建立在常应力 ($d\bar{p}=0$) 情况下, 因此参数 E 代表这传统 SWCC 曲线的斜率, 即

$$E = \frac{d(S_r^{\text{SWCC}}(s))}{ds}, \quad (31)$$

式中, S_r^{SWCC} 代表着传统 SWCC 方程。方程(29)中的孔隙率是指在当前应力和吸力状态下的孔隙率。

从方程(29)中能够很清楚地看到, 常体积($de=0$)下的 S_r-s 关系与土的压缩性(B)有关, 比传统的 SWCC 方程($dS_r=E ds$)复杂。方程(29)源于在试验观察, 并满足不排水条件下非饱和土各相物质的内在联系:

$$\left. \begin{aligned} dS_r &= \frac{S_r}{n} d\varepsilon_v, \\ dw &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

式中, w 是重力含水率。实际上, 方程(32)对不排水条件下的吸力变化施加了限制条件, 将方程(32)带入到方程(29)得到

$$\left. \begin{aligned} (S_r - S_r(1-S_r)^\zeta) A d\bar{p} &= (nE - B) ds, \\ dw &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Zhang 等^[47]最近指出一些模型无法预测非饱和土的不排水特性, 其中一个具体问题如图 17 所示。假定土的初始状态位于弹性区域内, 但在 SWCC 主湿线上, 如图 17(a) 中的点 A。在不排水情况下压缩该土, 吸力减小(Sun 等^[86]; Tang 等^[87]), 至点 B。假定点 B 仍在弹性区域内。如果从点 B 卸载到点 A, 那么土的体积与饱和度都将应该恢复至初始值。但是, 如果忽略沿 SWCC 曲线所产生的体积变形, 路径 ACB 下的饱和度 S_r 变化将沿着主湿曲线进行, 是“弹塑性”的; 而路径 BDA 下的饱和度 S_r 变化将沿着扫描曲线进行, 故其变化应是“弹性”的。如此这样, 将导致如图 17(b) 所示的饱和度 S_r 变化的不一致性存在。Zhang 等^[47]据此断定, 一个模型如果无法预测在不排水状态下的体积与饱和度同步不可逆变化, 那么该模型也必然无法给出在闭合路径 ABA 下的饱和度变化的一致性预测。其实不然, 上述所说的不一致性是源于 SWCC 主湿曲线对应于常体积状态这一前提假设。

如果采用方程(29)来描述饱和度的变化, 那么

图 17(b) 所示的不一致现象则可避免。由于限制条件方程(32)的存在, 只要 $d\varepsilon_v=0$, 则不论吸力减少屈服面如何变化, 模型所预测的 S_r 都将保持不变。当吸力按照方程(33)变化时, 限制条件方程(32)总是满足的。显而易见, 因为没有维持平均应力恒定(图 17(c)), 加载路径 ACB 不是在初始的主湿曲线上, 卸载路径 BDA 也不是在扫描曲线上。而如 Wheeler 等^[71]所定义的 LC、SI 和 SD 屈服面的同步变化对于满足图 17(c) 中饱和度变化的一致性也是不必要的。所以, 尽管应力路径是弹性的, 水力路径仍然可以是“弹塑性”的。

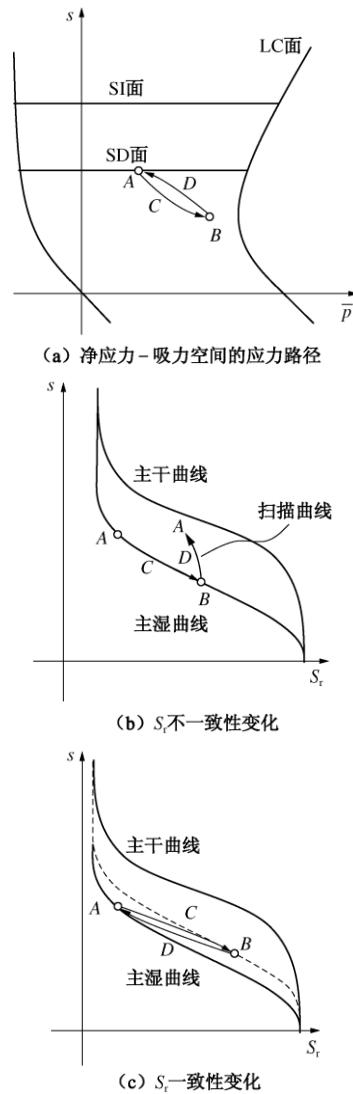


图 17 不排水条件下各向同性压缩规律的定性分析

Fig. 17 Qualitative analysis of isotropic compression under undrained condition

从方程(29)中还可以推导出

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S_r}{\partial e} &= -\frac{S_r(1-S_r)^\zeta}{e}, \\ ds &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

式中, 孔隙率 e 是指当前应力下的初始孔隙率, 其变化只与应力变化有关。该孔隙率也可以解释为 SWCC

试验的初始孔隙率。方程(34)表明土的 SWCC 曲线随着初始孔隙率变化而移动;这与 Gallipoli 等^[74]在 van Genuchten 方程中加入初始孔隙率的方法相似。Gallipoli 等^[74]的 SWCC 公式可以改写为

$$\frac{\partial S_r}{\partial e} = -mn\psi \frac{S_r(1-S_r^{1/m})}{e}, \quad (35)$$

式中, m 和 n 是原始 van Genuchten 方程中的两个拟合参数, ψ 是 Gallipoli 等^[74]引入的另一参数。如果令 $mn\psi$ 乘积等于 1, 那么方程(35)与方程(34)是等效的。Sheng 和 Zhou^[85]给出了非饱和土的各相物质的内在关系:

$$\frac{1-S_r}{e} \geq \frac{\partial S_r}{\partial e} \geq \frac{-S_r}{e}, \quad (36)$$

当 $mn\psi = 1$ 时, 方程(35)是满足方程(36)这一限制条件的。此外, 值得提出的是, 在 Gallipoli 等^[74]的所有数值算例中, $mn\psi$ 乘积都设定为 1.1。

方程(34)对于某些 ζ 值可以进行解析积分;而大多数情况下, 可以采取数值积分。再者, 由于方程(34)是以增量形式表示, 因此, 该方程积分需要一个对应于初始参考孔隙率的 SWCC 方程。换言之, 传统的 SWCC 方程只针对于初始的参考孔隙率, 而对于新的初始孔隙率下的新 SWCC 方程则须要通过方程(34)进行积分得到。

Sheng 等^[85]建立的模型与大量的数据进行了对比验证。图 18 给出了利用 Jotisankasa^[88]的吸力控制下单向固结试验的数据对方程(34)进行验证的结果。图 18 中的每条曲线都是在常吸力下获得的, 所以不需要具体的 SWCC 方程, 唯一的一个参数只有 ζ 。从方程(34)可直接计算由于应力作用产生的体积改变所引发的饱和度变化量;计算所需的方程(34)中的孔隙率(e)是当前应力状态下的孔隙率, 与单向固结试验中的应力变化相对应。从图 18 中看到, 试验数据与所模拟的 S_r-e 曲线十分吻合。因此, 方程(37)可以很成功地预测在常吸力下饱和度与孔隙率的变化关系。图 19 中给出了 Vanapalli 等^[66]关于压实冰砾土的试验数据。对于 $e_0=0.517$ 的 SWCC 利用 van Genuchten 方程进行拟合, 其它所有 SWCC 通过设定 $\zeta=0.03$ 而利用方程(37)获得。图 19 表明 SWCC 的斜率和进气值随着初始孔隙率的改变而改变。上述两个算例证明, Sheng 和 Zhou^[85]的模型能够很好地模拟初始孔隙率对土水滞回特性的影响效果。此外, 该方法的一个最大优点是方程(34)可以与任何现有的 SWCC 方程相结合, 包括针对单一孔隙分布结构的 SWCC 方程(van Genuchten^[72]; Fredlund 等^[73]), 针对双孔隙分布结构的 SWCC 方程(Burger 等^[89]; Gitirana 等^[90]; Zhang

等^[91]), 以及那些在主干—主湿圈内有滞回现象的高级 SWCC 模型(如 Li^[92]; Pedroso 等^[93]; Pedroso 等^[94])。

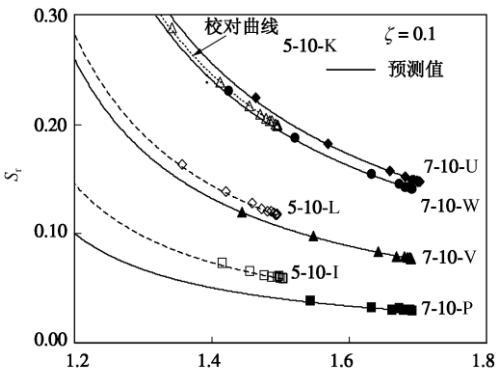


图 18 用压实土的固结试验数据验证公式(34)(数据来自 Jotisankasa^[88])

Fig. 18 Validation of equation (34) using oedometer data of a compacted soil (data after Jotisankasa^[88])

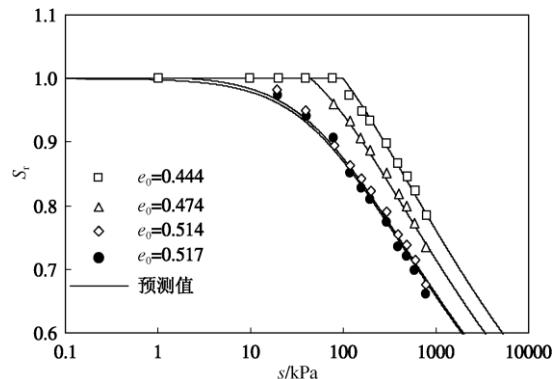


图 19 压实冰砾土在不同初始孔隙下的 SWCC 的试验与预测对比(数据来自 Vanapalli 等^[66])

Fig. 19 Predicted and measured SWCCs at various initial void ratios of a compacted till (data after Vanapalli et al^[66])

6 结 论

通过上述对非饱和土的本构模型的回顾, 可以得到以下结论:

(1) 部分饱和只是土的一种状态。土的本构模型应该能预测在所有可能应力和孔压范围内的土的性能。因此, 需要在饱和与非饱和的基本土力学理论上建立一个连续的衔接。

(2) 体积变化性质是土的最基本的性质之一。对于非饱和土, 体积变化方程不但是屈服应力-吸力以及剪切强度-吸力关系的基础, 同样也影响着土水滞回特性。其实, 众多非饱和土模型间的最本质区别就在于体积变化方程的选择, 其它差别大多都是体积变化方程的结果。

(3) 对比了 3 种不同类别的体积模型。每个模型都有各自的优、缺点, 因此都存在继续改进的空间。值得提出的是, 仅利用一个单应力变量似乎无法描述

非饱和土的体积变化规律。

(4) 加载湿陷屈服面、吸力增加屈服面以及名义抗拉强度屈服面的定义都应当与体积变化方程相一致。同时, 这些屈服和剪切强度函数都是彼此相互联系地, 所以各自的定义应相互保持一致。

(5) 在同一理论框架内模拟重塑土和压实土的性能应当是可行的。土的孔隙分布随着水、力作用而改变, 并反映在加载湿陷屈服面的形状上。

(6) 当土的内摩擦角与吸力无关时, 目前文献中所有的剪切强度方程都可以利用单一应力变量或者两个独立应力变量来表示。当摩擦角与吸力相关时, 这样的单一有效应力是不存在的。

(7) 剪切强度方程预测相关试验数据的效果取决于材料参数的仔细筛选和特定的试验数据集合。某一剪切方程可能会更好预测某一个数据集合, 而针对其它数据集合效果可能不是很好。

(8) 如果在非饱和土本构模型中建立水、力学特性耦合关系, 则建议考虑伴随土水特征曲线的体积变化。否则, 忽略体积变化规律将导致体积与饱和度变化结果的不一致。另外, 传统的土水特征曲线方程是在常应力的状态下获得的, 常体积下的吸力与饱和度的关系与土的压缩性及土的应力历史有关。

致谢: 本文是在 2010 年 9 月 6~8 日在巴塞罗那举行的“第五届国际非饱和土会议”中第一作者(盛岱超)的综述报告(Sheng^[95])的基础上完成的, 由第二作者杨超翻译整理成中文。作者非常感谢以下学者对完成会议综述报告时提供的宝贵意见: YJ Cui、DG Fredlund、D Gallipoli、A Gens、SL Houston、J Kodikara、JM Pereira、DA Sun、X Zhang 和 AN Zhou。原英文综述报告后在《Computers and Geotechnics》期刊第 38 期^[96]发表。经过在会议期间和之后的问答与非正式讨论, 作者对原综述报告进行了较大的改动而形成本文。最后, 感谢澳大利亚研究基金会(ARC)的经济资助。

参考文献:

- [1] GENS A, SÁNCHEZ M, SHENG D. On constitutive modelling of unsaturated soils[J]. *Acta Geotechnica*, 2006(1): 137 – 147.
- [2] FREDLUND D G, RAHARDJO H. Soil mechanics for unsaturated soils[M]. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [3] HOUSTON S L. Applied unsaturated soil mechanics, state of the art report[M]// JUCA JFT, DE CAMPOS TMP, MARINHO FAM, eds. *Unsaturated Soils*, Balkema, Lisse, 2002(3): 1127 – 1134.
- [4] ALONSO E E, GENS A, JOSA A. A constitutive model for partially saturated soils[J]. *Géotechnique*, 1990, **40**: 405 – 430.
- [5] GENS A. Constitutive modelling: Application to compacted soils[M]// ALONSO EE, DELAGE P, eds. *Unsaturated Soils*, Balkema, Rotterdam, 1996(3): 1179 – 1200.
- [6] WHEELER S J, KARUBE D. Constitutive modelling[M]// ALONSO EE, DELAGE P, eds. *Unsaturated Soils*, Balkema, Rotterdam, 1996(3): 1323 – 1356.
- [7] KOHGO Y. Review of constitutive models for unsaturated soils and initial-boundary value analyses[M]// KARUBE D, IIZUKA A, KATO S, et al, eds. *Unsaturated Soils-Geotechnical and Geoenvironmental Issues*, Proc 2 Asian Conf, 2003: 21 – 40.
- [8] WHEELER S J. Constitutive modelling of unsaturated soils[C]// Keynote Lecture presented at 4th International Conference on Unsaturated Soil, PDF presentation, Arizona, USA, 2006.
- [9] SHENG D, GENS A, FREDLUND D G, et al. Unsaturated soils: from constitutive modelling to numerical algorithms[J]. *Computers & Geotechnics*, 2008, **35**: 810 – 824.
- [10] GENS A. Soil-environmental interactions in geotechnical engineering[J]. *Géotechnique*, 2010, **60**: 3 – 74.
- [11] BAKER R, FRYDMAN S. Unsaturated soil mechanics: Critical review of physical foundations[J]. *Engng Geol.*, 2009, **106**: 26 – 39.
- [12] BOLZON G, SCHREFLER B A, ZIENKIEWICZ O C. Elastoplastic soil constitutive laws generalised to partially saturated states[J]. *Géotechnique*, 1996, **46**: 279 – 289.
- [13] LORET B, KHALILI N. An effective stress elastic-plastic model for unsaturated porous media[J]. *Mechanics of Materials*, 2002, **34**: 97 – 116.
- [14] WHEELER S J, SIVAKUMAR V. An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil[J]. *Géotechnique*, 1995, **45**: 35 – 53.
- [15] CUI Y J, DELAGE P. Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt[J]. *Géotechnique*, 1996, **46**(2): 291 – 311.
- [16] CHIU C F, NG C W W. A state-dependent elasto-plastic model for saturated and unsaturated soils[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**(9): 809 – 829.
- [17] GEORGIADIS K, POTTS D M, ZDRAVKOVIC L. Three-dimensional constitutive model for partially and fully saturated soils[J]. *Int J Geomechanics*, 2005, **5**: 244 – 255.
- [18] THU T M, RAHARDJO H, LEONG E C. Elastoplastic model for unsaturated soil with incorporation of the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2007, **44**: 67 – 77.
- [19] TOLL D G. A framework for unsaturated soil behaviour[J].

- Géotechnique, 1990, **40**: 31 – 44.
- [20] TOLL D G, ONG B H. Critical state parameters for an unsaturated residual sandy clay[J]. Géotechnique, 2003, **53**: 93 – 103.
- [21] ROMERO E, GENS A, LLORET A. Water permeability, water retention and microstructure of unsaturated compacted Boom clay[J]. Engng Geol, 1999, **54**: 117 – 127.
- [22] GALLIPOLI D, GENS A, SHARMA R, et al. An elastoplastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour[J]. Géotechnique, 2003, **53**: 123 – 135.
- [23] DELAGE P, GRAHAM J. Understanding the behaviour of unsaturated soils requires reliable conceptual models: state of the art report[M]// ALONSO EE, DELAGE P, eds. Unsaturated Soils, Balkema, Rotterdam. 1996(3): 1223 – 1256.
- [24] SHENG D, SLOAN S W, GENS A, et al. Finite element formulation and algorithms for unsaturated soils (Part I: Theory)[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2003, **27**: 745 – 765.
- [25] VLAHINIĆ I, JENNINGS H M, ANDRADE J E, et al. A novel and general form of effective stress in a partially saturated porous material: the influence of microstructure[J]. Mechanics of Materials, 2011, **43**: 25 – 35.
- [26] KOHGO Y, NAKANO M, MIYAZAKI T. Theoretical aspects of constitutive modelling for unsaturated soils[J]. Soils & Foundations, 1993, **33**: 49 – 63.
- [27] JOMMI C. Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils[M]// TARANTINO A, MANCUSO C, eds. Experimental Evidence & Theoretical Approaches in Unsaturated Soils, Balkema, Rotterdam, 2000: 139 – 153.
- [28] SHENG D, SMITH D W, SLOAN S W, et al. Finite element formulation and algorithms for unsaturated soils. Part II: Verification and Application[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 2003, **27**: 767 – 790.
- [29] SHENG D, SLOAN S W, GENS A. A constitutive model for unsaturated soils: thermomechanical and computational aspects[J]. Computational Mechanics, 2004, **33**: 453 – 465.
- [30] PEREIRA J M, WONG H, DUBUJET P, et al. Adaptation of existing behaviour models to unsaturated states: Application to CJS model[J]. Int J Numer Anal Methods Geomechanics, 2005, **29**: 1127 – 1155.
- [31] SUN D A, CUI H B, MATSUOKA H, et al. A three-dimensional elastoplastic model for unsaturated compacted soils with hydraulic hysteresis[J]. Soils & Foundations, 2007, **47**: 253 – 264.
- [32] SUN D A, SHENG D, SLOAN S W. Elastoplastic modelling of hydraulic and stress-strain behaviour of unsaturated soils[J]. Mechanics of Materials, 2007, **39**: 212 – 221.
- [33] KOHLER R, HOFSTETTER G. A cap model for partially saturated soils[J]. Int J Numer Anal Methods Geomechanics, 2008, **32**: 981 – 1004.
- [34] NUTH M, LALOUI L. Effective stress concept in unsaturated soils: clarification and validation of a unified framework[J]. Int J Numer Anal Methods Geomechanics, 2008, **32**: 771 – 801.
- [35] BUSCARNERA G, NOVA R. An elastoplastic strainhardening model for soil allowing for hydraulic bonding-debonding effects[J]. Int J Numer Anal Methods Geomechanics, 2009, **33**: 1055 – 1086.
- [36] MORVAN M, WONG H, BRANQUE D. An unsaturated soil model with minimal number of parameters based on bounding surface plasticity[J]. Int J Numer Anal Methods Geomechanics, 2010, **34**: 1512 – 1537.
- [37] JENNINGS J E B, BURLAND J B. Limitations to the use of effective stresses in partly saturated soils[J]. Géotechnique, 1962, **12**: 125 – 144.
- [38] SIVAKUMAR V, WHEELER S J. Influence of compaction procedure on the mechanical behaviour of an unsaturated compacted clay (Part 1: Wetting and isotropic compression) [J]. Géotechnique, 2000, **50**: 359 – 368.
- [39] SUN D A, SHENG D, XU X F. Collapse behaviour of unsaturated compacted soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, **44**: 673 – 686.
- [40] ZHANG F, IKARIYA T. A new model for unsaturated soil using skeleton stress and degree of saturation as state variables[J]. Soils and Foundations, 2011, **51**: 67 – 81.
- [41] AL-BADRAN Y, SCHANZ T. Yielding surface model of volume change characteristics for unsaturated fine grained soils[M]// BUZZI O, FITYUS SG, SHENG D, eds. Unsaturated Soils—Theoretical & Numerical Advances in Unsaturated Soil Mechanics, CRC Press: 2009: 863 – 871.
- [42] SHENG D, FREDLUND D G, GENS A. A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**: 511 – 534.
- [43] KURUCUK N, KODIKARA J, FREDLUND D G. Evolution of the compaction process: Experimental study - preliminary results[M]// BUZZI O, FITYUS SG, SHENG D, eds. Unsaturated Soils—Theoretical & Numerical Advances in Unsaturated Soil Mechanics, CRC Press: 2009: 887 – 893.

- [44] ZHOU A N, SHENG D. Yield stress, volume change and shear strength behaviour of unsaturated soils: Validation of the SFG model[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**: 1034 – 1045.
- [45] CUNNINGHAM M R, RIDLEY A M, DINEEN K, et al. The mechanical behaviour of a reconstituted unsaturated silty clay[J]. Géotechnique, 2003, **53**: 183 – 194.
- [46] ALONSO E E, PEREIRA J M, VAUNAT J, et al. A microstructurally based effective stress for unsaturated soils[J]. Géotechnique, 2010, **60**: 913 – 925.
- [47] ZHANG X, LYTTON R L. Discussion on 'A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables'[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**: 1784 – 1787.
- [48] SHENG D, FREDLUND D G, GENS A. Reply to the discussion by Zhang and Lytton on 'A new modelling approach for unsaturated soils using independent stress variables'[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2008, **45**: 1788 – 1794.
- [49] SHENG D, PEDROSO D M, ABBO A J. Stress path dependency and non-convexity of unsaturated soil models[J]. Computational Mechanics, 2008, **42**: 685 – 695.
- [50] DAFALIAS Y F. Bounding surface plasticity. I: mathematical foundation and hypoelasticity[J]. J Engng Mechanics, ASCE, 1986, **112**: 966 – 987.
- [51] KOLYMBAS D. An outline of hypoplasticity[J]. Archive Applied Mechanics, 1991, **61**: 143 – 151.
- [52] TARANTINO A. Unsaturated soils: compacted with reconstituted states[M]// ALONSO EE, GENS A, eds. Unsaturated Soils, CRC Press, 2010(1): 113 – 136.
- [53] LI X, ZHANG L M. Characterization of dual-structure pore size distribution of soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2009, **46**: 129 – 141.
- [54] NG C W W, CHIU A C F. Behaviour of loosely compacted unsaturated volcanic soil[J]. J Geotech Geoenvir Enng, 2001, **127**: 1027 – 1036.
- [55] THU T M, RAHARDJO H, LEONG E C. Critical state behaviour of a compacted silt specimen[J]. Soils & Foundations, 2007, **47**: 749 – 755.
- [56] MERCHÁN V, VAUNAT J, ROMERO E, et al. Experimental study of the influence of suction on the residual friction angle of clays[M]// TOLL DG, AUGARDE CE, GALLIPOLI D, et al, eds. Unsaturated Soils: Advances in Geo- Engineering, CRC Press: 423-428.
- [57] BISHOP A W, BLIGHT G E. Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils[J]. Géotechnique, 1963, **13**: 177 – 197.
- [58] FREDLUND D G, MORGENSTERN N R, WIDGER A. Shear strength of unsaturated soils[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1978, **15**: 313 – 321.
- [59] SHENG D, ZHOU A N, FREDLUND D G. Shear strength criteria for unsaturated soils[J]. Geotechnical and Geological Engineering, 2011, **29**(2): 145 – 159.
- [60] FREDLUND D G, XING A, FREDLUND M D, et al. Relationship of the unsaturated soil shear strength to the soil-water characteristic curve[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1996, **33**: 440 – 448.
- [61] ÖBERG A, SÄLLFORS G. Determination of shear strength parameters of unsaturated silts and sands based on the water retention curve[J]. Geotech. Testing Journal, 1997, **20**: 40 – 48.
- [62] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E, et al. Model for the prediction of shear strength with respect to soil suction[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1996, **33**: 379 – 392.
- [63] KHALILY N, KHABBAZ M H. A unique relationship for the determination of the shear strength of unsaturated soils[J]. Géotechnique, 1998, **48**: 681 – 687.
- [64] MIAO L, HOUSTON S L, CUI Y, et al. Relationship between soil structure and mechanical behaviour for an expansive unsaturated clay[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, **44**: 126 – 137.
- [65] ROJAS E. Equivalent stress equation for unsaturated soils, I: Equivalent stress[J]. Int J Geomechanics, 2008, **8**: 285 – 290.
- [66] VANAPALLI S K, FREDLUND D G, PUFAHL D E. The influence of soil structure and stress history on soil-water characteristics of a compacted till[J]. Géotechnique, 1999, **49**: 143 – 159.
- [67] SUN D A, MATSUOKA H, YAO Y P, et al. An elastoplastic model for unsaturated soil in three-dimensional stresses[J]. Soils & Foundations, 2000, **40**: 17 – 28.
- [68] WHEELER S J. Inclusion of specific water volume within an elasto-plastic model for unsaturated soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1996, **33**: 42 – 57.
- [69] DANGLA P, MALINSKY L, COUSSY O. Plasticity and imbibition-drainge curves for unsaturated soils: a unified approach[M]// PIETRUSZCZAK S, PANDE GN, eds. Numerical Models in Geomechanics, NUMOG VI, Balkema Rotterdam: 1997: 141 – 146.
- [70] VAUNAT J, ROMERO E, JOMMI C. An elastoplastic hydromechanical model for unsaturated soils[M]// TARANTINO A, MANCUSO C, eds. Experimental Evidence

- & Theoretical Approaches in Unsaturated Soils, Balkema, Rotterdam: 2000: 121 - 138.
- [71] WHEELER S J, SHARMA R S, BUISSON M S R. Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soils[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**: 41 - 54.
- [72] VAN Genuchten M T. A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils[J]. *Soil Science Society of America Journal*, 1980, **44**: 892 - 898.
- [73] FREDLUND D G, XING A. Equations for the soil-water characteristic curve[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 1994, **31**: 521 - 532.
- [74] GALLIPOLI D, WHEELER S J, KARSTUNEN M. Modelling of variation of degree of saturation in a deformable unsaturated soil[J]. *Géotechnique*, 2003, **53**: 105 - 112.
- [75] SUN D A, SHENG D, CUI H B, et al. A density-dependent elastoplastic hydro-mechanical model for unsaturated compacted soils[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2007, **31**: 1257 - 1279.
- [76] MILLER G A, KHOURY C N, MURALEETHARAN K K, et al. Effects of soil skeleton deformations on hysteretic soil water characteristic curves: Experiments and simulations[J]. *Water Resources Research*, 2008, **44**: W00C06.
- [77] ZHOU C. Modelling of suction effect on fabric yielding and kinematic hardening of reconstituted soils[M]// BUZZI O, FITYUS SG, SHENG D, eds. *Unsaturated Soils-Theoretical & Numerical Advances in Unsaturated Soil Mechanics*, CRC Press: 2009: 629 - 634.
- [78] MATYAS E L, RADHAKRISHNA H S. Volume change characteristics of partly saturated soils[J]. *Géotechnique*, 1968, **18**: 432 - 448.
- [79] NG C W W, PANG Y W. Influence of stress state on soil-water characteristics and slope stability[J]. *J Geotech Geoenviron Engng*, 2000, **126**: 157 - 166.
- [80] LEE I M, SUNG S G, CHO G C. Effect of stress state on the unsaturated shear strength of a weathered granite[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2005, **42**: 624 - 631.
- [81] NUTH M, LALOUI L. Advances in modelling hysteretic water retention curve in deformable soils[J]. *Computers & Geotechnics*, 2008, **35**: 835 - 844.
- [82] RAVEENDIRARAJ A. Coupling of mechanical behaviour and water retention behaviour in unsaturated soils[D]. UK: University of Glasgow, 2009.
- [83] TARANTINO A. A water retention model for deformable soils[J]. *Géotechnique*, 2009, **59**: 751 - 762.
- [84] MAŠÍN D. Predicting the dependency of a degree of saturation on void ratio and suction using effective stress principle for unsaturated soils[J]. *Int J Numer Anal Methods Geomechanics*, 2010, **34**: 73 - 90.
- [85] SHENG D, ZHOU A N. Coupling hydraulic with mechanical models for unsaturated soils[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2011, **48**(5): 826 - 840.
- [86] SUN D A, SHENG D, XIANG L, et al. Elastoplastic prediction of hydro-mechanical behaviour of unsaturated soils under undrained conditions[J]. *Computers & Geotechnics*, 2008, **35**: 845 - 852.
- [87] TANG A M, CUI Y J, BARNEL N. Compression-induced suction change in a compacted expansive clay[M]// TOLL DG, AUGARDE CE, GALLIPOLI D, et al, eds. *Unsaturated Soils: Advances in Geo-Engineering*, CRC Press: 2008: 369 - 374.
- [88] JOTISANKASA A. Collapse behaviour of a compacted silty clay[D]. London: Imperial College London, 2005.
- [89] BURGER C A, SHACKELFORD C D. Evaluating dual porosity of pelletized diatomaceous earth using bimodal soil-water characteristic curve functions[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2001, **38**: 53 - 66.
- [90] GITIRANA GDFN, FREDLUND D G. Soil-water characteristic curve equation with independent properties[J]. *J Geotechnical & Geoenvironmental Engineering*, 2004, **130**: 209 - 212.
- [91] ZHANG L M, CHEN Q. Predicting bimodal soil-water characteristic curves[J]. *J Geotech Geoenviron Engng*, 2005, **131**(5): 666 - 670.
- [92] LI X S. Modelling of hysteresis response for arbitrary wetting/drying paths[J]. *Computers and Geotechnics*, 2005, **32**: 133 - 137.
- [93] PEDROSO D M, SHENG D, ZHAO J. The concept of reference curves for constitutive modelling in soil mechanics[J]. *Computers and Geotechnics*, 2008, **36**: 149 - 165.
- [94] PEDROSO D P, WILLIAMS D J. A novel approach for modelling soil-water characteristic curves with hysteresis[J]. *Computers and Geotechnics*, 2010, **37**: 374 - 380.
- [95] SHENG D. Constitutive modelling of unsaturated soils: Discussion of fundamental principles[M]// ALONSO EE, GENNS A, eds. *Unsaturated Soils*, CRC Press, 2011(1): 91 - 112.
- [96] SHENG D. Review of the fundamental principles in modelling unsaturated soil behaviour[J]. *Computers and Geotechnics*, 2011, **38**(6): 757 - 776.

