

基于统一强度理论的深埋圆形岩石隧道收敛限制分析

张常光^{1, 2}, 赵均海¹, 张庆贺²

(1. 长安大学建筑工程学院, 陕西 西安 710061; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘要: 基于统一强度理论和非关联流动法则, 考虑中间主应力、围岩软化、剪胀和塑性区较小弹性模量等综合影响, 推导了深埋圆形岩石隧道围岩特征曲线解析新解。采用较合理的 Vlachopoulos 公式确定隧道纵向位移释放系数, 利用收敛限制法对比两种支护起始位置方法下支护压力的差异。研究结果表明: 统一强度理论参数对围岩特征曲线和隧道纵向变形曲线的影响显著, 考虑中间主应力效应可以更加充分发挥围岩的强度潜能, 塑性区弹性模量和剪胀参数对围岩特征曲线的影响显著, 不同支护起始位置方法确定的支护压力差异明显。

关键词: 围岩特征曲线; 隧道纵向变形曲线; 支护压力; 统一强度理论; 中间主应力; 剪胀

中图分类号: TU452 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2012)01-0110-05

作者简介: 张常光(1982-), 男, 山东菏泽人, 博士, 讲师, 从事地下结构和强度理论研究。E-mail: zcg1016@163.com。

Convergence-confinement analysis of deep circular rock tunnels based on unified strength theory

ZHANG Chang-guang^{1,2}, ZHAO Jun-hai¹, ZHANG Qing-he²

(1. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the unified strength theory and a non-associated flow rule, a new analytical solution for ground reaction curve of a deep circular rock tunnel is presented taking into consideration the integrated effects of the intermediate principal stress, rock softening, dilatancy and a small Young's modulus in the plastic zone. The Vlachopoulos's formula due to its rationality is adopted to determine the relief ratio of longitudinal deformation of the tunnel. The support pressure differences anticipated from the convergence-confinement analysis between two methods for determining the initial location of support action are discussed. The results show that the influence of the unified strength theory parameter on the ground reaction curve and longitudinal deformation profile of the tunnel is significant. The strength potentials of rock mass are better achieved due to considering the effect of the intermediate principal stress. The effects of Young's modulus in the plastic zone and dilatancy on the ground reaction curve are important. The differences of support pressure between two methods for determining the initial location of support action are remarkable.

Key words: ground reaction curve; longitudinal deformation profile of tunnel; support pressure; unified strength theory; intermediate principal stress; dilatancy

0 引言

收敛限制法是以弹塑性理论为基础, 现场监测数据为依据, 工程经验为参考的隧道设计方法, 主要包括围岩特征曲线、隧道纵向变形曲线和支护特征曲线等3部分, 广泛应用于由新奥法施工的岩石隧道。当前由弹塑性分析建立的围岩特征曲线, 多采用 Mohr-Coulomb 或 Hoek-Brown 强度准则^[1-4], 没有综合考虑中间主应力 σ_2 、围岩软化、剪胀和塑性区较小弹性模量等影响。隧道纵向变形曲线多采用三维数值拟合^[5-7]或工程实测数据拟合^[3]的公式, 这在一定程度上符合由简化的三维结构模型和复杂的二维介质模型

相结合, 来解决工程实际问题的理念。统一强度理论已形成一个全新的强度理论新体系^[8], 可以十分灵活地适用于各种拉压特性不同的材料。本文首先基于统一强度理论和非关联流动法则, 合理考虑中间主应力 σ_2 、围岩软化、剪胀和塑性区较小弹性模量等综合影响, 推导了深埋圆形岩石隧道围岩特征曲线解析新解, 然后采用较合理的 Vlachopoulos 公式^[7]求得隧道纵向位移释放系数, 通过代表性硬岩对比两种支护起始位

置方法的差异, 进而探讨各因素对围岩特征曲线、隧道纵向变形曲线和支护压力的影响特性。

1 围岩特征曲线解析新解

设深埋圆形隧道内表面受支护力 p_i 作用, 无穷远处受等值地应力 p_o 作用, 如图 1 所示, 图中 r_i 和 R 分别为隧道半径和围岩塑性区半径。围岩概化为均匀、连续、各向同性岩体, 隧道处于平面应变状态。

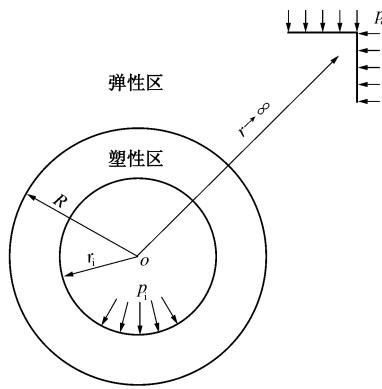


图 1 深埋圆形隧道力学模型

Fig. 1 Mechanical model of a deep circular tunnel

设围岩为弹脆塑性材料, 并以压应力为正, 平面应变状态下的统一强度理论为^[8]

$$\sigma_1 = \alpha_j \sigma_3 + Y_j, \quad (1)$$

式中, $\alpha_j = [(2+b) + (2+3b)\sin\varphi_j]/[(2+b)(1-\sin\varphi_j)]$, $Y_j = [4(1+b)c_j \cos\varphi_j]/[(2+b)(1-\sin\varphi_j)]$ 。其中, j 为符号参数, $j=i$ 表示应变软化前, 对应初始屈服面, $j=r$ 表示应变软化后, 对应后继屈服面; c , φ 分别为黏聚力和内摩擦角; b 为统一强度理论参数, 反映中间主剪应力及其面上的正应力对材料屈服或破坏的影响程度, 即中间主应力 σ_2 效应, $0 \leq b \leq 1$ 。

在围岩塑性区内, $\sigma_1 = \sigma_\theta$, $\sigma_3 = \sigma_r$, 由平衡微分方程和后继屈服面式 (1) ($j=r$), 并以($r=r_i$, $\sigma_r=p_i$)为边界条件, 求得塑性区的应力为

$$\sigma_r = (p_i + c_r \cot\varphi_r)(r/r_i)^{C_0} - c_r \cot\varphi_r, \quad (2a)$$

$$\sigma_\theta = \alpha_r (p_i + c_r \cot\varphi_r)(r/r_i)^{C_0} - c_r \cot\varphi_r, \quad (2b)$$

式中, $C_0 = \frac{4(1+b)\sin\varphi_r}{(2+b)(1-\sin\varphi_r)}$ 。

围岩弹性区的应力和位移为^[4]

$$\sigma_r = p_o - (p_o - p_y)R^2/r^2, \quad (3a)$$

$$\sigma_\theta = p_o + (p_o - p_y)R^2/r^2, \quad (3b)$$

$$u = \frac{(1+\nu)}{E} \frac{R^2(p_o - p_y)}{r}, \quad (3c)$$

式中, E , ν 分别为围岩弹性区的弹性模量和泊松比。

在弹塑性交界 $r=R$ 处, 围岩弹性区的应力满足初始屈服面式 (1) ($j=i$), 且 $r=R$ 处的径向应力 σ_r 连续, 整理得围岩临界支护力 p_y 和塑性区半径 R 分别为

$$p_y = \frac{2p_o - Y_i}{1 + \alpha_i}, \quad (4a)$$

$$R = r_i \left[\frac{p_y + c_r \cot\varphi_r}{p_i + c_r \cot\varphi_r} \right]^{\frac{1}{C_0}}. \quad (4b)$$

当支护力 p_i 小于 p_y 时, 围岩进入弹塑性变形状态。

在围岩塑性区内, $\varepsilon_1 = \varepsilon_\theta$, $\varepsilon_3 = \varepsilon_r$, 由非关联流动法则得塑性应变 ε_r^p 与 ε_θ^p 的关系为^[9]

$$\beta \varepsilon_\theta^p + \varepsilon_r^p = 0, \quad (5)$$

式中, β 为围岩剪胀参数, 其值与围岩剪胀角 ψ 有关。

围岩塑性区的应变可分解为弹性应变和塑性应变, 故

$$\begin{aligned} \beta \varepsilon_\theta + \varepsilon_r &= \beta (\varepsilon_\theta^p + \varepsilon_\theta^e) + (\varepsilon_r^p + \varepsilon_r^e) \\ &= (\beta \varepsilon_\theta^p + \varepsilon_r^p) + (\beta \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e) = \beta \varepsilon_\theta^e + \varepsilon_r^e. \end{aligned} \quad (6)$$

由广义胡克定律得围岩塑性区的弹性应变为^[4]

$$\varepsilon_r^e = \frac{1 + \nu_r}{E_r} [(1 - \nu_r)(\sigma_r - p_o) - \nu_r(\sigma_\theta - p_o)], \quad (7a)$$

$$\varepsilon_\theta^e = \frac{1 + \nu_r}{E_r} [(1 - \nu_r)(\sigma_\theta - p_o) - \nu_r(\sigma_r - p_o)], \quad (7b)$$

式中, E_r , ν_r 分别为围岩塑性区的弹性模量和泊松比。

将 $\varepsilon_r = du/dr$, $\varepsilon_\theta = u/r$ 及式 (2)、(7) 代入式 (6), 并以围岩弹塑性交界 $r=R$ 处的位移为边界条件, 积分得隧道围岩塑性区的位移为

$$\frac{u}{r} = \frac{1}{r_i^{\beta+1}} \left[\frac{(1+\nu)(p_o - p_y)R^{\beta+1}}{E} + \frac{(1+\nu_r)}{E_r} \right. \\ \left. \left[C_1 (r^{\beta+C_0+1} - R^{\beta+C_0+1}) + C_2 (r^{\beta+1} - R^{\beta+1}) \right] \right], \quad (8)$$

式中,

$$C_1 = \frac{[1 - (1 + \alpha_r)\nu_r + \beta(\alpha_r - \nu_r - \alpha_r\nu_r)](p_i + c_r \cot\varphi_r)}{(\beta + C_0 + 1)r_i^{C_0}},$$

$$C_2 = -(1 - 2\nu_r)(p_o + c_r \cot\varphi_r).$$

将 $r=r_i$ 代入式 (8), 即得隧道洞壁位移为

$$\frac{u_o}{r_i} = \frac{1}{r_i^{\beta+1}} \left[\frac{(1+\nu)(p_o - p_y)R^{\beta+1}}{E} + \frac{(1+\nu_r)}{E_r} \right. \\ \left. \left[C_1 (r_i^{\beta+C_0+1} - R^{\beta+C_0+1}) + C_2 (r_i^{\beta+1} - R^{\beta+1}) \right] \right]. \quad (9)$$

当 $p_i=0$ 时, 由式 (9) 可求得无支护隧道围岩的最大洞壁位移 u_{\max} 。

式 (9) 即为隧道围岩特征曲线解析新解, 反映了隧道洞壁位移 u_o 与支护力 p_i 之间的关系。此围岩变形特征曲线新解综合考虑了中间主应力 σ_2 、围岩软化、剪胀以及弹塑性区不同的弹性模量等影响, 可更加真

实地反映隧道变形情况, 能适用于更多的工程条件。

2 隧道纵向变形曲线

隧道开挖实际上是个三维问题, 特别是在隧道开挖面附近, 前方未开挖的岩体对后方围岩具有“半穹顶”的支撑作用。围岩受扰动会产生不同程度的变形, 需要适时进行支护, 进而需要确定支护荷载。在开挖面后方不同距离处施作支护, 将得到不同的支护压力。

不少学者曾对隧道纵向变形曲线进行研究, 提出了各自的位移释放系数公式。Panet 于 1982 年最早提出了三维弹性数值拟合公式^[5], 后于 1995 年又进一步调整, 但其公式仅适用于弹性围岩; Hoek 基于单个工程实测数据的拟合公式^[3]适用范围有限; Basarir 等将岩体质量分级数 RMR 引入隧道纵向变形曲线^[6], 但其公式在隧道开挖面处不连续, 且需要 6 个无明确物理意义的拟合参数, 实际使用不便。相比来说, Vlachopoulos 等以围岩最大塑性区半径 R_{\max} 为基础建立的公式^[7], 简称 Vlachopoulos 公式, 具有明显的优越性, 其表达式为

$$u^* = \frac{1}{3} \exp(-0.15R^*) \quad (x=0), \quad (10a)$$

$$\frac{u_o(x)}{u_{\max}} = u^* \exp(x^*) \quad (x \leq 0), \quad (10b)$$

$$\frac{u_o(x)}{u_{\max}} = 1 - (1 - u^*) \exp(-1.5x^*/R^*) \quad (0 \leq x). \quad (10c)$$

式中 $x^* = x/r_i$, x 为隧道纵向某处距开挖面的位置坐标, $x=0$ 表示隧道开挖面, $x<0$ 表示开挖面前方, $x>0$ 表示开挖面后方; $u_o(x)$ 为坐标 x 处的隧道洞壁径向位移, $u_o(x)/u_{\max}$ 为坐标 x 处的隧道位移释放系数, u^* 为开挖面 $x=0$ 处的位移释放系数; $R^* = R_{\max}/r_i$, R_{\max} 为 $p_i=0$ 时由式(4b)确定的无支护围岩最大塑性区半径。

式(10)考虑了围岩最大塑性区半径 R_{\max} 的影响, 对弹性围岩($R_{\max}/r_i=1$)和弹塑性围岩($R_{\max}/r_i>1$)均适用, 同时能反映隧道埋深、岩体强度和施工方法等影响, 且易与围岩特征曲线解析解相结合, 具有较强的适用性, 因此本文基于式(10)来讨论不同中间主应力 σ_2 效应下的隧道纵向变形曲线及支护压力的确定。

3 算例分析及支护压力确定

取文献[4]中的代表性硬岩进行参数分析, 其材料参数: $\sigma_c=150$ MPa, $E=42$ GPa, $\nu=0.2$, $m_b=10.2$, $s=0.062$, $a=0.5$, $E_r=10$ GPa, $\nu_r=0.2$, $m_{br}=1.27$, $s_r=0.0002$, $a_r=0.51$, $c_i=14.1$ MPa, $\varphi_i=45.8^\circ$, $c_r=6.4$ MPa, $\varphi_r=28.3^\circ$, 其中 m_b , s 和 a 为 Hoek-Brown 强度准则的初始参数, m_{br} , s_r 和 a_r 为对应的后继软化参数; c_i

与 φ_i , c_r 与 φ_r 分别为由 RocLab 软件计算所得的围岩初始和后继抗剪强度参数^[10]。隧道半径 r_i 为 2.5 m, 初始地应力 p_o 等于完整岩石的单轴抗压强度 σ_c 。

3.1 中间主应力对隧道纵向变形曲线的影响

通过统一强度理论参数 b 的取值来分析中间主应力 σ_2 的影响, 当参数 b 分别取 0, 0.5, 1 时, 由式(4b)求得围岩最大塑性区范围 R_{\max}/r_i 分别为 2.33, 1.89 和 1.71, 进而由式(10)确定隧道纵向变形曲线, 如图 2 所示。

由图 2 可以看出, 参数 b 对隧道纵向变形曲线的影响显著, 随着 b 的增大, 最大塑性区半径 R_{\max} 不断减小, 隧道纵向变形曲线不断升高, 即位移释放系数不断增加, 且影响的范围在逐渐减小。隧道开挖面处的位移释放系数 u^* 范围为 23.5%~25.8%, 在开挖面后方 1 倍隧道半径, 即 0.5 倍隧道直径处, 不同 b 值间的位移释放系数相差最大, 其最大绝对相差为 9.3%, 约在 3 倍直径处, 隧道开挖面的空间效应消失。在隧道开挖面前方, 不同 b 值间的纵向变形曲线差别均较小, 都约在 2 倍隧道直径处趋于零位移释放。

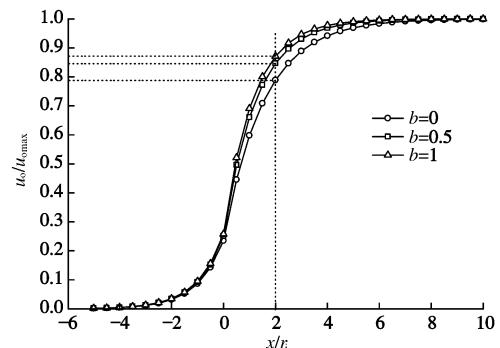


图 2 中间主应力对隧道纵向变形曲线的影响

Fig. 2 Influence of intermediate principal stress on longitudinal deformation profile of tunnel

3.2 中间主应力对围岩特征曲线的影响

图 3 给出了参数 b 对围岩特征曲线的影响特性。可以看出, 随着 b 的增大, 围岩特征曲线不断左移, 表示在同样的支护力 p_i 作用下, 围岩产生的变形越小。 $b=1$ 时的最大洞壁位移 u_{\max} 比 $b=0$ 时减小了 56.2%。如不考虑中间主应力 σ_2 的影响, 即 $b=0$ 时, 退化为基于 Mohr-Coulomb 强度准则的计算结果, 围岩预计会产生 19.4 cm 的径向大变形, 洞径要减小 0.388 m, 将严重影响隧道后续施工和正常使用, 按经验需要进行大规模的超前支护和洞内强复合支护。而随着 b 的增大, 隧道洞壁位移不断减小, 相应的支护可以减弱或改用轻型支护, 可见 Mohr-Coulomb 强度准则的计算结果太保守。因此, 考虑中间主应力 σ_2 的影响, 即隧道结构的强度理论效应, 可以更加充分发

挥围岩的强度潜能和自承载能力, 能节约大量的工程费用, 具有非常可观的经济效益。

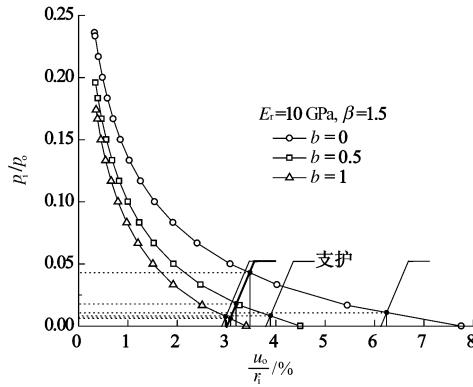


图3 中间主应力对围岩特征曲线的影响

Fig. 3 Influence of intermediate principal stress on ground reaction curve

3.3 塑性区弹性模量对围岩特征曲线的影响

隧道开挖卸荷使部分围岩进入脆-塑性状态, 处于塑性区的围岩除黏聚力和内摩擦角降低外, 弹性模量也发生了质的变化, 其值较弹性区围岩的弹性模量要小。图4给出了考虑围岩塑性区弹性模量变化和不考虑弹性模量变化两种情况下, 围岩特征曲线的对应变化情况。

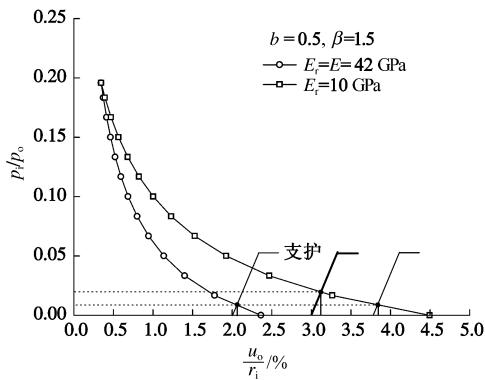


图4 塑性区弹性模量对围岩特征曲线的影响

Fig. 4 Influence of Young's modulus in plastic zone on ground reaction curve

由图4可以看出, 考虑围岩塑性区弹性模量的变化, 将得到更大的洞壁位移 u_0 , 其最大洞壁位移 $u_{0\max}$ 为不考虑弹性模量变化时的1.9倍。这是因为硬岩脆性大, 进入脆-塑性变形后弹性模量下降的幅度较大, 其塑性区的弹性模量 E_r 还不到初始弹性模量 E 的1/4。

3.4 剪胀对围岩特征曲线的影响

塑性区围岩体积变化不再为零, 具有明显的剪胀特性^[9]。通过围岩剪胀参数 β 的变化, 来分析不同剪胀特性对围岩特征曲线的影响规律。由图5可以看出, 围岩的剪胀性越强, 即剪胀参数 β 越大, 隧道洞壁位移 u_0 越大, 围岩特征曲线右移。不考虑围岩剪胀

($\beta=1.0$)的结果, 明显低估了隧道洞壁位移, 这对合理估计隧道最终变形和支护作用的起始位置将产生不利影响。

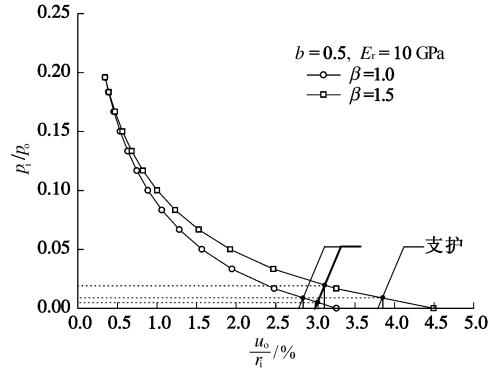


图5 剪胀对围岩特征曲线的影响

Fig. 5 Influence of dilatancy on ground reaction curve

3.5 支护压力的确定及参数影响分析

收敛限制法的支护原理为: 支护不是阻止围岩变形, 而是限制围岩变形在允许范围内。支护压力的确定与支护施作位置密切相关, 紧挨隧道开挖面进行支护, 此时隧道纵向位移释放系数较小, 继而最终的支护压力较大, 支护最终变形也较大。相反, 若在离开挖面后方一定距离处施作支护, 即允许围岩发生一定程度的变形, 且保证围岩不发生大变形, 进而可以做到支护安全、经济适用。

设支护为由理想弹塑性材料形成的常刚度均质圆环结构, 在开挖面后方2倍隧道半径处施作, 且可以立即发挥支撑作用。此时, 由图2隧道纵向变形曲线可确定参数 $b=0, 0.5, 1$ 时, $x^*=2$ 处所对应的位移释放系数分别为78.9%, 84.6%, 87.1%。由位移释放系数乘以对应情况下的最大洞壁位移 $u_{0\max}$, 即可在围岩特征曲线的横坐标上确定支护作用的起始位置, 分别如图3~5所示(图中支护特征曲线以细线表示)。另外由式(4b)知, 围岩最大塑性区半径 R_{\max} 不受围岩塑性区弹性模量 E_r 和剪胀参数 β 的影响, 因而3.3节和3.4节中所对应的位移释放系数, 仍为 $b=0.5$ 时的84.6%。

综合分析图2, 3可知, 不同的 b 值既对应不同的位移释放系数, 又对应不同的最大洞壁位移 $u_{0\max}$, 因而对应不同的支护起始位置。两特征曲线交点的纵坐标对应支护压力, 横坐标即为围岩稳定时的最终径向相对变形值。随着 b 的增大, 支护压力不断下降, 即围岩的自承载能力得到了更大程度地发挥。

由图4, 5可以看出, 即使对应相同的位移释放系数, 但由于最大洞壁位移 $u_{0\max}$ 不同, 故支护起始位置处的相对位移也不相同。虽然围岩塑性区弹性模量 E_r 和剪胀参数 β 对围岩特征曲线的影响显著, 但对最终

支护压力的影响却并不明显(围岩的最终稳定变形明显不同)。

若以围岩的相对变形值,如取 $u_0/r_i=3\%$,作为支护作用的起始位置,那么不同条件下将得到明显不同的支护压力,分别如图 3~5 所示(此时图中支护特征曲线以粗线表示)。可以看出,有的情况下围岩已变形稳定,如图 4 中 $E_r=E=42$ GPa 时,此时支护仅作为安全储备;图 3 中 $b=0$ 时的支护已接近其荷载极限,需要加强支护或推后支护施作位置。其他情况将得到不同的支护压力,对应不同的支护安全系数,此时中间主应力 σ_2 、围岩塑性区弹性模量 E_r 和剪胀参数 β 对支护压力的影响非常显著。

因此应根据工程实际情况,考虑围岩特征曲线和隧道纵向变形曲线的对应关系,合理适时构筑支护,既充分发挥围岩的空间自承能力,又保证围岩不发生大变形以及支护不出现屈服。

4 结 论

(1) 基于统一强度理论和非关联流动法则,合理考虑中间主应力 σ_2 效应、围岩软化、剪胀和塑性区较小弹性模量,推导了深埋圆形岩石隧道围岩特征曲线解析新解。此新解能合理反映众多因素的综合影响,具有广泛的理论意义,可根据工程实际情况,进行多种合理选择。

(2) 采用 Vlachopoulos 公式来确定隧道纵向位移释放系数,统一强度理论参数 b 对隧道纵向变形曲线的影响显著,随着 b 的增大,隧道纵向变形曲线不断升高,隧道开挖面空间效应的影响范围逐渐减小。

(3) 统一强度理论参数 b 、围岩塑性区弹性模量 E_r 和剪胀参数 β 对围岩特征曲线具有显著影响。围岩塑性区半径和洞壁位移均随着 b 的增大而不断减小,说明考虑中间主应力 σ_2 ,即隧道结构的强度理论效应,可以更加充分发挥围岩的强度潜能。围岩特征曲线随着 E_r 的减小、 β 的增大不断右移,隧道洞壁位移明显增大。

(4) 由隧道纵向变形曲线求得位移释放系数,然后乘以对应的最大洞壁位移 $u_{0\max}$,进而确定支护作用的起始位置,此时参数 b 、 E_r 和 β 对支护压力的影响不明显,但围岩的最终稳定变形却明显不同;以隧道围岩的相对变形值来确定支护作用的起始位置,得到的支护压力和支护安全系数受参数 b 、 E_r 和 β 的影响

显著,支护可能处于安全储备、接近屈服荷载以及其他各种中间状态。

参 考 文 献:

- [1] BROWN E T, BRAY J W, LADANYI B, et al. Ground response curves for rock tunnels[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1983, **109**(1): 15~39.
- [2] WANG Y. Ground response of circular tunnel in poorly consolidated rock[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1996, **122**(9): 703~708.
- [3] CARRANZA-TORRES C, FAIRHURST C. Application of the convergence-confinement method of tunnel design to rock masses that satisfy the Hoek-Brown criterion[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2000, **15**(2): 187~213.
- [4] SHARAN S K. Analytical solutions for stresses and displacements around a circular opening in a generalized Hoek-Brown rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2008, **45**(1): 78~85.
- [5] PANET M, GUENOT A. Analysis of convergence behind the face of a tunnel[C]// Proceedings of the International Symposium on Tunnelling, IMM, London, 1982: 197~204.
- [6] BASARIR H, GENIS M, OZARSLAN A. The analysis of radial displacements occurring near the face of a circular opening in weak rock mass[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2010, **47**(5): 771~783.
- [7] VLACHOPOULOS N, DIEDERICHS M S. Improved longitudinal displacement profiles for convergence confinement analysis of deep tunnels[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2009, **42**(2): 131~146.
- [8] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(2): 1~10. (YU Mao-hong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(2): 1~10. (in Chinese))
- [9] 蒋明镜, 沈珠江. 岩土类软化材料的柱形孔扩张统一解问题[J]. 岩土力学, 1996, **17**(1): 1~8. (JIANG Ming-jing, SHEN Zhu-jiang. Unified solution of expansion of cylindrical cavity for geometries with strain softening behaviour[J]. Rock and Soil Mechanics, 1996, **17**(1): 1~8. (in Chinese))
- [10] RocScience. RocLab[CP]. Rocscience Inc., Toronto, 2002.