

基于二次正交试验优化的隧道围岩稳定可靠度方法

苏永华¹, 李翔¹, 丁云¹, 孙晓明²

(1. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室(北京), 北京 100083)

摘要: 通过把二次回归正交组合试验设计和显著性检验结合起来, 构建出了各类因素对结构特征值影响程度的判别方法。将该方法植入隧道围岩稳定响应面可靠性分析程序中, 建立了具有识别基本因素重要性程度功能的状态函数优化方法, 消除了序列响应面状态函数建立时不能判断基本因素对结构状态重要性程度的缺陷。利用 MATLAB 搜索技术求解基于状态函数优化方法改进的响应面可靠度指标, 解决了分析结果失真问题。上述两者的结合形成了具有较高效率的复杂地层隧道围岩稳定可靠度响应面分析技术。通过某工程实例研究, 演示了该技术的运行过程和操作程序, 并在效率、分析结论的准确性等方面进行了对比验证。

关键词: 隧道工程; 可靠度; 二次正交组合试验; 响应面; 回归

中图分类号: TU43 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2012)02-0326-07

作者简介: 苏永华(1966-), 男, 湖南涟源人, 博士(后), 教授, 博士生导师, 主要从事岩石力学和地下结构非确定性及优化设计方面的教学与研究工作。E-mail: syh5327@hnu.edu.cn。

Reliability degree method for stability of surrounding rock of tunnels based on quadratic orthogonal experimental optimization

SU Yong-hua¹, LI Xiang¹, DING Yun¹, SUN Xiao-ming²

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China; 2. State Key Laboratory for GeoMechanics and Deep Underground Engineering, Beijing 100083, China)

Abstract: By integrating the quadratic regression analysis of orthogonal composite design and the statistical significance testing, a discriminant method to describe the effect degree of various factors on structural eigenvalue is established. By introducing such a method into the reliability analysis process of response surface for the stability of the surrounding rock of tunnels, an optimum approach for identifying the degree of importance with respect to basic ingredients for state function is developed, which can eliminate the drawback of being incapable of assessing the importance degree of basic ingredients on the structural state when establishing a series of response surfaces for the state function. A MATLAB-based search technology is utilized to solve the reliability index of the improved response surface by means of the optimum approach developed for the state function, which figures out the problem of result distortion. On the basis of the integration between both the above methods, a response surface analysis technique with relatively high computational efficiency is then proposed for the reliability evaluation of the surrounding rock of tunnels in complicated stratum. The proposed technique is illustrated by a certain practical example, in which the running process and operating procedure are demonstrated, and then several aspects related to this technique such as the computational efficiency and accuracy of the results are also verified, showing its validity and applicability.

Key words: tunnel engineering; reliability; quadratic orthogonal composite design; response surface; regression

0 引言

在地层赋存条件复杂的隧道及边坡等地质体工程结构的可靠度分析中, 由于介质的复杂性和目前数学物理力学水平的制约, 在许多情况下直接、清晰而简明地建立起结构的解析状态方程存在无法克服的困难。因此, 随机有限元法^[1-4]和基于确定性有限元的响应面方法^[5-7]就成为岩土工程稳定可靠度分析中最常见的选择。其中基于确定性有限元的响应面方法, 由

于模拟次数大大少于蒙特卡洛法, 同时求解的主要工具是确定性有限元数值试验, 代价低、过程易于掌握而吸引到更多的注意力。特别是在地下工程的围岩稳定可靠度计算中, 响应面方法正在获得越来越广泛的

基金项目: 国家自然科学基金项目(51078136); 深部岩土力学与地下工程国家重点实验室开放基金项目(SKLGDEK0915); 湖南省自然科学基金项目(09JJ3113)

收稿日期: 2010-11-22

应用^[8-10]。

在应用过程中, 响应面理论也不断得到充实和更新。如佟晓利等^[11]将可靠度几何指标法引入, 提高了响应面的效率和精度; 宋玉香等^[9]提出了二水平试验选点方法, 拓宽了响应面在隧道结构中的应用。徐军等^[12]提出了基于有理多项式函数的响应面拟合方法; 苏永华等^[13]提出了完整的基于区间变量的响应面非概率可靠性分析方法。这些研究的重点主要在于状态方程的拟合形式及计算精度上, 无疑是非常正确的, 也有力地推动了地下工程围岩稳定可靠度方法的进步。

本文将在前人关于响应面研究成就的基础上, 针对应用广泛的序列响应面方法中关于状态方程的形式和可靠度指标的确定问题提出改进方法, 使其在解决复杂地下工程围岩稳定可靠度时, 理论上更为严谨, 计算结果上更为有效。

1 序列响应面法隐含的前提

设隧道地层围岩与衬砌结构等物理力学表征指标为一随机向量, 表示为 $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 结构状态的特征值为 λ 。在目前响应面方法中, 通常选用不带交叉项的二次多项式近似表达结构特征值与基本参数的关系^[8-9], 即

$$\lambda=f(X)=f(X_1, \dots, X_n) \approx h(X)=a_0 + \sum_{j=1}^n a_j X_j + \sum_{j=1}^n a_{jj} X_j^2 \quad (1)$$

式中 n 为基本参数的个数; a_0, a_j, a_{jj} 为待定系数。

如果采用围岩和衬砌结构收敛变形为判断依据, 式(1)中结构特征值 λ 可取为拱顶下沉或周边收敛。根据经验或参照规范, 确定在某类岩体中 λ 的允许值为 u_{\max} , 则可建立状态方程 $g(X)=u_{\max}-h(X)$ 为如下形式:

$$\begin{aligned} g(X) &= u_{\max} - h(X) = u_{\max} - (a_0 + \sum_{j=1}^n a_j X_j + \sum_{j=1}^n a_{jj} X_j^2) \\ &= b_0 + \sum_{j=1}^n b_j X_j + \sum_{j=1}^n b_{jj} X_j^2 \quad (2) \end{aligned}$$

式中 $j=1, 2, \dots, n$, n 为基本参数的数目; b_0, b_j, b_{jj} 为待定系数。

以式(2)为结构特征状态方程基本形式的可靠度计算, 目前的求解主要有最小二乘拟合法和序列迭代法两种方案, 其中序列迭代法无论在计算过程的清晰度还是精确性方面都占有较大优势, 因此在地下工程中采用最为广泛^[8, 10]。

但仔细分析序列响应面方法的思路和算法(详见文献[14]), 发现它必须满足两个前提: 首先, 结构的状态特征值为全体基本参数的函数, 各基本参数对特

征值具有同样的影响程度; 其次, 反复迭代收敛到的可靠度指标最小值即为所研究对象的可靠度。

很显然, 这两个前提无论在理论上还是实际工程中, 都不能够无条件地满足。就复杂的地下结构而言, 可能相应地导致两方面的后果^[15]: 首先是状态方程过于庞大、复杂, 计算工作量大, 效率低, 难于满足工程要求; 其次是得到的最小可靠度指标是全局解, 而具体实际工程可能是其中的局部解, 使分析结果失真。

因此, 以解决上述问题为目标, 本文首先将二次回归正交组合试验设计和显著性检验原理结合起来, 研究基本因素对结构特征值重要程度的判别方法; 然后将该方法植入响应面状态方程构建程序中, 形成对基本因素具有过滤功能的复杂结构状态函数优化方法; 最后在可靠度指标的计算过程中, 引入基于变量范围约束的 MATLAB 搜索优化方法, 提高计算效率并使分析结果符合具体工程实际。

2 二次正交回归组合试验设计方法

在序列响应面方法中, 基于计算简便, 采用不带交叉项的二次式(2)作为状态方程基本形式。本文基于拟合精度和表达的准确性, 状态方程基本形式采用完全的二次式形式, 即

$$Q(X)=c_0 + \sum_{j=1}^n c_j X_j + \sum_{k < j} c_{kj} X_k X_j + \sum_{j=1}^n b_{jj} X_j^2 \quad (3)$$

式中 $X=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为隧道围岩或衬砌结构基本物理力学参数; n 为参数数目; c_0, c_j, c_{kj} 和 c_{jj} 为待定系数。

2.1 二次回归正交试验水平

二次回归正交试验设计方法系正交试验设计方法发展而来。设参数 x_j 的上、下边界分别为 $x_{j\text{up}}, x_{j\text{lower}}$, 算术平均值为 $x_{j0}=(x_{j\text{up}}+x_{j\text{lower}})/2$ 。

状态方程(3)作为二次回归形式而言, 共有 $(n+1)(n+2)/2$ 个待定系数, 至少需要进行 $(n+1)(n+2)/2$ 次试验。

若按照正交试验设计方法采用二水平试验抽样点, 如果全面实施则抽得试验样本点数 $m_c=2^n$, 导致试验次数过多; 如果 1/4 实施则 $m_c=2^{n-2}$, 试验次数远不够; 作为折中, 采用 1/2 实施, 即 $m_c=2^{n-1}$, 二水平 1/2 实施的试验点满足正交条件。

但 $m_c=2^{n-1}$ 次试验, 样本数目还是不够, 需要增加试验样本点。零水平是一个重要的水平, 所以增加零水平的试验次数 m_0 。

另外, 就式(3)的回归相关性而言, 需要考虑基本变量的个性影响和边界值。参照序列响应面^[14]的抽样思路, 将各个基本变量边界点增加为试验点, 将这

些点标记为星号“*”，称为星号试验点，图 1 是二元二次抽样点布置示意图。设星号试验点与中心点的距离为 r ，称为星号臂长，星号试验次数为 $m_r=2n$ ，总试验次数为 $m=m_c+m_r+m_0$ 。

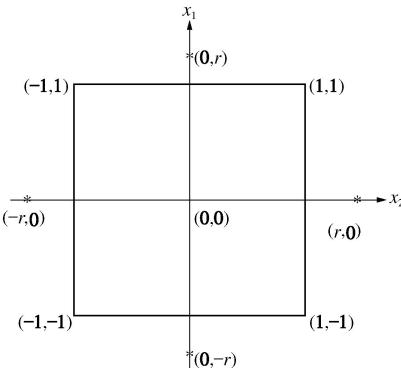


图 1 二元二次抽样点布置示意图

Fig. 1 Sketch for sampled points of dualistic variables

最后，试验表中的试验将由二水平试验、零水平试验和星号试验三个类型的试验点组合而成。相应的试验水平有 $-r$, -1 , 0 , 1 , r 共 5 个水平。

2.2 试验样本点及二次正交表

根据正交性条件，可以得到星号臂长度 r 的计算式^[16]为

$$r = \sqrt{\frac{\sqrt{(m_c + m_r + m_0)m_c} - m_c}{2}} \quad (4)$$

星号点作为边界点， x_{jr} , x_{-jr} 实际上分别是 r 和 $-r$ 水平点，零水平点的相应值 x_{j0} 为

$$x_{j0} = [(x_{jup} + x_{jlower})/2] = (x_{jr} + x_{-jr})/2 \quad (5)$$

根据图 1，因素 x_j 的变化间距 Δ_j 为

$$\Delta_j = (x_{jr} - x_{j0})/r \quad (6)$$

按照二水平正交试验理论，试验水平（规范化变量，也称试验因素水平编码）与自然变量之间存在一一对应关系。设自然变量 x_j 相应的规范化变量为 z_j , x_j 与 z_j 之间的对应变换关系为

$$z_j = (x_j - x_{j0})/\Delta_j \quad (7)$$

由此建立起 z_j 与 x_j 之间的一一对应关系见表 1。

表 1 规范变量与自然变量对应关系

Table 1 Corresponding relation between standardized variables and original variables

序号	规范变量 z_j	自然变量 x_j
1	变化间距	Δ_j
2	上星号水平 r	$x_{jr} = x_{jup}$
3	上水平 1	$x_{j1} = x_{j0} + \Delta_j$
4	零水平 0	$x_{j0} = (x_{jup} + x_{jlower})/2 = (x_{jr} + x_{-jr})/2$
5	下水平 -1	$x_{-j1} = x_{j0} - \Delta_j$
6	下星号水平 $-r$	$x_{-jr} = x_{jlower}$

为了配合正交试验结果的正交化操作，将以自然变量 x_j 表示的方程转换为规范化变量 z_j 表达的方程形

式如下：

$$\hat{y} = Q(z) = c_0 + \sum_{j=1}^n c_j z_j + \sum_{k < j} c_{kj} z_k z_j + \sum_{j=1}^n c_{jj} z_j^2 \quad (8)$$

式中， $z=(z_1, z_2, \dots, z_n)$, z_j 为随机变量 x_j 的相应规范化形式。

根据试验点组成，参照二水平正交试验表组成原理，以基于规范化变量 z_j 的式 (8) 为拟合对象的二次回归正交组合试验表，按照如下程序（参看实例分析的表 3，比较直观）构组：

(1) 组合试验表第 1 列和第 1 栏分别为试验次数序号和状态方程中各项名称。所以总行数、总列数相应比试验次数和状态方程项数多 1，分别为 $m+1$ 和 $(n^2+3n+4)/2$ 。

(2) 为计算常系数，在第 2 列安排 $Z_0=1$ 。

(3) 基本参数总个数 n ，根据相应正交表 $L_2^n(2^p)(p \geq 2^{n-1})$ 的前 2^{n-1} 项，可以确定二水平试验单因素项编码，形成设计表的二水平试验编码部分（实例分析部分表 3 中的第 1 至第 8 次试验）。

(4) 确定星号试验次数 m_r 后，先将第 1 个单因素项依次安排两个星号试验编码 “ r ” 和 “ $-r$ ”；其他依此类推，完成星号试验编码的阶梯状分布。形成星号试验编码部分（实例分析部分表 3 中的第 9 至第 16 次试验）。

(5) 确定中心点试验次数 m_0 ，将每次试验的单因素项编码均取为零，形成中心点试验编码部分（实例分析部分表 3 中的第 17 次试验）。

完成三类试验编码后，对于式 (8) 右边第三项交叉项由单因素项编码相乘得到，作为影响因素排列在表中；第四项是平方项，其编码通过对单因素项编码取平方得到，但不满足正交性要求。为了使其满足正交性，进行如下规范化处理。

在二次回归方程中 x_j 的规范化变量在式 (8) 中 z_j 的平方项为 z_j^2 ($j=1, 2, \dots, n$)，在第 i 次试验中 z_j^2 的值为 z_{ji}^2 ($j=1, 2, \dots, n$; $i=1, 2, \dots, m$)。根据正交性定义， z_{ji}^2 的规范化变量 z'_{ji} 的计算式为

$$z'_{ji} = z_{ji}^2 - \sum_{i=1}^m z_{ji}^2 / m \quad (j=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

在规范化后， $\sum z'_j = 0$ ，即具备正交性，将规范化后的 z'_j 排在表中相应位置（参看后面分析实例表 3 可以比较直观了解这一基本过程）。这样得到具有正交性的二次回归组合试验设计表，然后就可以照表安排试验。

3 状态方程确定

3.1 状态方程系数确定

按照二次正交组合试验得出 m 次试验结果 $Y=(y_1, y_2, \dots, y_m)$ 后, 利用试验结果和试验抽样数据, 根据回归正交试验特点, 可以得出式(8)各待定系数计算公式如下:

$$c_0 = \sum_{i=1}^m y_i / m = \bar{y}, \quad (10)$$

$$c_j = \sum_{i=1}^m z_{ji} y_i / \sum_{i=1}^m z_{ji}^2 \quad (j=1, 2, \dots, n), \quad (11)$$

$$c_{kj} = \sum_{i=1}^m (z_k z_j)_i y_i / \sum_{i=1}^m (z_k z_j)_i^2 \quad (j > k, k=1, 2, \dots, n-1). \quad (12)$$

$$c_{jj} = \sum_{i=1}^m (z'_{ji}) y_i / \sum_{i=1}^m (z'_{ji})^2. \quad (13)$$

3.2 各因素影响程度判别

通过正交回归得到状态方程(8)的具体表达式后, 则可以分析各项对状态方程的影响程度。

总平方和 S_t 为

$$S_t = \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^m y_i^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m y_i \right)^2. \quad (14)$$

相应地总平方和 S_t 自由度: $df_t = m - 1$ 。

一次项偏回归平方和 S_j 为

$$S_j = c_j^2 \sum_{i=1}^m z_{ji}^2. \quad (15)$$

交互项偏回归平方和 S_{kj} 为

$$S_{kj} = c_{kj}^2 \sum_{i=1}^n (z_k z_j)_i^2 \quad (j > k; k=1, 2, \dots, n-1). \quad (16)$$

平方项偏回归平方和 S_{jj} 为

$$S_{jj} = c_{jj}^2 \sum_{i=1}^m (z'_{ji})^2. \quad (17)$$

式(14)~(17)中, 下标 $j=1, 2, \dots, n$ 。相应各种偏回归平方和的自由度 df_j, df_{kj}, df_{jj} 均为 1。

根据上述各种偏回归平方和, 得到回归平方和的总和 S_r 为

$$S_r = \sum S_j + \sum S_{kj} + \sum S_{jj}. \quad (18)$$

相应地 S_r 的自由度 df_R 为

$$df_R = \sum df_j + \sum df_{kj} + \sum df_{jj}. \quad (19)$$

于是得到残差平方和 S_e 及其自由度 df_E 分别为

$$S_e = S_t - S_r, \quad (20)$$

$$df_E = df_t - df_R. \quad (21)$$

对于地下岩体工程而言, 显著水平 α 可取 0.1。则回归方程中各偏回归项及 S_j, S_{kj}, S_{jj} 及回归方程总体和 S_r 的 F 检验统计量 F_j, F_{kj}, F_{jj}, F_r 分别为

$$F_j = S_j / (S_e / df_E), \quad (22)$$

$$F_{kj} = S_{kj} / (S_e / df_E), \quad (23)$$

$$F_{jj} = S_{jj} / (S_e / df_E), \quad (24)$$

$$F_r = (S_r / df_R) / (S_e / df_E). \quad (25)$$

式(22)~(25)中, $j=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots,$

$n-1$ 。

对于上述各统计量, 如果 $F_j < F_{0.1}(1, df_E), F_{kj} < F_{0.1}(1, df_E), F_{jj} < F_{0.1}(1, df_E)$ 中的任何一种情况, 表示相应的项对状态方程影响不显著, 可以筛除, 使方程得到简化。同时对于不显著的项可以将其平方和与自由度并入残差项, 然后再进行方差分析。反之, 则表示该项对状态方程具有显著影响, 是该状态方程中必不可少的。

当 $F_R > F_{0.1}(df_R, df_E)$ 表示结构状态方程在抽样点与试验结果相关性显著, 是有效性好的状态方程。否则需要改进其形式, 重新进行分析。

4 可靠度指标优化求解方法

在上述正交化回归过程中, 将变量进行了规范化, 得到的是基于规范化变量 z_j 的极限状态方程。在进行可靠度分析时, 需要根据变换式(7)将方程化为变量为 x_j 的形式。

在确定了结构功能函数极限状态后, 本文根据可靠度指标的几何意义, 将可靠度指标 β 的求解归结为以下最优化问题:

$$\begin{aligned} \min \beta = \|Y\| = \sqrt{Y^T Y} = \sqrt{\sum_{j=1}^n ((X_j - u_j) / \sigma_j)^2}, \\ \text{s.t. } \begin{cases} g(X) = 0 \\ x_{j\text{lower}} \leq x_j \leq x_{j\text{upper}} \quad (j=1, 2, \dots, n). \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

式中, u_j, σ_j 为随机参数 X_j 的均值和标准差, 其他符号意义同前。

利用 Matlab 软件的约束非线性规划求解功能, 编制 Matlab 程序可以非常方便地求解结构的可靠度指标, 不需进行功能函数的求导计算, 特别是对于迭代求解不收敛的问题也比较奏效, 其求解步骤:

- (1) 列出极限状态方程, 并确定各基本参数的变化范围及在这个范围内的相应概率分布。
- (2) 按概率密度相等和概率相等原则, 对非正态参数进行当量正态化。
- (3) 建立以最小可靠度为目标的可行域文件。
- (4) 建立基于功能函数的约束文件。
- (5) 确定参数初始值和参数变化范围, 一般参数初始值取均值。
- (6) 设置最优化控制函数中控制项。
- (7) 调用非线性规划求解函数求解可靠度指标。

5 实例分析

5.1 实例概况

湘西武陵山脉越岭公路隧道全长 3225 m, 开挖断

面高为 7.45 m, 宽为 11.7 m, 隧道最大埋深 957 m。

其中 K9+945—K10+215 m 段埋深在 130~170 m 之间, 围岩岩性为青灰色中等风化软质页岩。初期支护为锚喷, 二次衬砌为模筑混凝土。

根据地质资料、围岩分类和反分析, 该段围岩为 IV 类。围岩密度 ρ_1 、泊松比 μ_1 、黏聚力 c_1 、内摩擦角 φ_1 具有较大变异性, 具体情况见表 2。

初期支护锚杆弹性模量 $E_2=2.0\times 10^5$ MPa, 泊松比 $\mu_2=0.15$, 直径 $\phi=25$ mm, 长度 $L=2.50$ m。

喷射混凝土泊松比 $\mu_3=0.22$, 弹性模量 $E_3=25.4$ GPa, 喷层厚度 d 的变化见表 2。

表 2 围岩基本参数统计特征

Table 2 Statistic characteristics for parameters of surrounding rock

名称	$\rho_1/(kg\cdot m^{-3})$	E_1/GPa	$\varphi_1/(^\circ)$	$\mu_1/10^{-1}$	c_1/kPa	d/cm
范围	2230~2590	2.83~4.22	26.1~33.6	3.04~3.44	350~560	11.9~17.5
均值	2380	3.6	29.7	3.18	450	14.7
标差	100	0.256	2.412	0.12	49	2.2
分布	正态	正态	正态	正态	正态	正态

初期支护中, 喷射混凝土厚度 d 变化较大(见表 2 最后一列)外, 其他参数相比来说, 可以看作确定性变量。

当时施工该段隧道时, 天气非常恶劣(处于严重的冰冻时期), 材料运输等非常困难。研究的目的在于确定该段隧道如果在较长时间处于初期支护而没有二次衬砌的情况下, 围岩因垮落而存在的风险。

5.2 分析过程简述

根据表 2, ρ_1 、 μ_1 的变异性分别为 4.2% 和 3.8%, 均小于 5%, 不考虑其变异性。故基本随机变量为 $X=$

表 3 二次回归正交试验方案组合设计表
Table 3 Design chart of regression orthogonal combination

试验次数	Z_0	E_1	φ_1	c_1	d	$E_1\varphi_1$	E_1c_1	E_1d	φ_1c_1	φ_1d	c_1d	E_1^2	φ_1^2	c_1^2	d^2
		Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_1Z_2	Z_1Z_3	Z_1Z_4	Z_2Z_3	Z_2Z_4	Z_3Z_4	Z'_1	Z'_2	Z'_3	Z'_4
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.314	0.314	0.314	0.314
2	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	-1	-1	1	0.314	0.314	0.314	0.314
3	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	-1	0.314	0.314	0.314	0.314
4	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	0.314	0.314	0.314	0.314
5	1	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	-1	0.314	0.314	0.314	0.314
6	1	-1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	0.314	0.314	0.314	0.314
7	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	0.314	0.314	0.314	0.314
8	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	0.314	0.314	0.314	0.314
9	1	1.353	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.145	-0.686	-0.686	-0.686
10	1	-1.353	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1.145	-0.686	-0.686	-0.686
11	1	0	1.353	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.686	1.145	-0.686	-0.686
12	1	0	-1.353	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.686	1.145	-0.686	-0.686
13	1	0	0	1.353	0	0	0	0	0	0	0	-0.686	-0.686	1.145	-0.686
14	1	0	0	-1.353	0	0	0	0	0	0	0	-0.686	-0.686	1.145	-0.686
15	1	0	0	0	1.353	0	0	0	0	0	0	-0.686	-0.686	-0.686	1.145
16	1	0	0	0	-1.353	0	0	0	0	0	0	-0.686	-0.686	-0.686	1.145
17	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0.686	-0.686	-0.686	-0.686

(E_1 , φ_1 , c_1 , d)=(X_1 , X_2 , X_3 , X_4)。根据《JTGD70—2004 公路隧道设计规范》综合考虑围岩允许变形和复合衬砌的预留变形量, 确定拱顶极限允许下沉值 u_{max} 为 70 mm, 则基于拱顶下沉特征的围岩状态方程为

$$g(X)=70-(a_0+\sum_{j=1}^4 a_j X_j + \sum_{k < j} a_{kj} X_k X_j + \sum_{j=1}^4 a_{jj} X_j^2) = b_0 + \sum_{j=1}^4 b_j X_j + \sum_{k < j} b_{kj} X_k X_j + \sum_{j=1}^4 b_{jj} X_j^2。 \quad (27)$$

相应的变量规范化方程为

$$Q(Z)=c_0 + \sum_{j=1}^4 c_j Z_j + \sum_{k < j} c_{kj} Z_k Z_j + \sum_{j=1}^4 c_{jj} Z_j^2。 \quad (28)$$

基本因素个数为 $n=4$, 中心点试验次数为 $m_0=1$, 二水平试验点数为 $m_c=8$, 星号试验次数为 $m_r=8$, 总试验次数为 $m=17$, $r=1.353$ 。

根据二次回归正交组合试验设计方法, 得到表 3, 按照表 3 抽样进行试验。试验由弹塑性有限元数值方法模拟执行。模拟中, 喷射混凝土采用 BEAM 单元, 锚杆采用 Link 单元, 原岩应力采用重力应力场, DP 屈服准则。

按照试验结果和试验抽样点, 确定式 (28) 各项系数后, 得到各项 Z_1 , Z_2 , Z_3 , Z_4 , Z_1Z_2 , Z_1Z_3 , Z_1Z_4 , Z_2Z_3 , Z_2Z_4 , Z_3Z_4 , Z'_1 , Z'_2 , Z'_3 , Z'_4 的相应统计量见表 4。

据表 4, 可知 Z_2Z_3 , Z_3Z_4 , Z'_2 , Z'_4 的影响不显著。将不显著参数项的回归平方和自由度计入残差平方和得到 $F_R=89.85$, 相应的显著性临界判别值为 $F_{0.1}(4, 12)=2.48$, $F_R>F_{0.1}(4, 12)$ 。

表4 相应各参数统计量

Table 4 Statistic values for various parameters

统计量	E_1	φ_1	c_1	d	$E_1\varphi_1$
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_1Z_2
F	34.06	11.16	471.00	17.41	17.75
$F_{0.1}(1,2)$	8.53	8.53	8.53	8.53	8.53
统计量	E_1c_1	E_1d	φ_1c_1	φ_1d	c_1d
	Z_1Z_3	Z_1Z_4	Z_2Z_3	Z_2Z_4	Z_3Z_4
F	18.39	30.75	7.75	18.39	2.75
$F_{0.1}(1,2)$	8.53	8.53	8.53	8.53	8.53
统计量	E_1^2	φ_1^2	c_1^2	d	
	Z'_1	Z'_2	Z'_3	Z'_4	
F	23.27	2.53	16.35	5.33	
$F_{0.1}(1,2)$	8.53	8.53	8.53	8.53	

可知响应面函数仍然是显著的, 即拟合程度高。因此, 不显著项可以剔除。在剔除不显著项后, 响应面函数为

$$\begin{aligned} Q(Z) = & 14.887 + 0.00554Z_1 + 6.005Z_2 + 133.692Z_3 - 0.883Z_4 - \\ & 1.142Z_1Z_2 + 5.821Z_1Z_3 - 0.883Z_1Z_4 + 2.778Z_2Z_4 - \\ & 0.921Z_3Z_4 + 12.0285Z'_1 - 1.868Z'_3 \quad (29) \end{aligned}$$

将规范化变量方程还原为自然形式变量方程:

$$\begin{aligned} g(X) = & -238.26 + 0.048E_1 + 0.733\varphi_1 - 32.45c_1 + 1646.304d - \\ & 6.238 \times 10^{-6}E_1\varphi_1 + 0.045E_1c_1 - 0.482E_1d + 1.513\varphi_1d - \\ & 11.975c_1d + 1.557 \times 10^{-6}E_1^2 - 27.787c_1^2 \quad (30) \end{aligned}$$

5.3 比较

按式(26)的求解方法, 得到极限状态方程式(30)的可靠度指标 β 为 0.824, 失效概率为 20.61%, 最可能失效点 MPP1 为 $(E_1, \varphi_1, c_1, d) = (2830 \times 10^3 \text{ MPa}, 26.58^\circ, 0.4 \times 10^{-3} \text{ MPa}, 0.133 \text{ m})$, 有限元模拟次数为 17 次。相应蒙特卡洛法(抽样在 x_{up} 和 x_{lower} 之间)约 10000 次有限元模拟后, 失效概率为 21.75%, 可靠度指标为 0.78。

按照序列响应面采用不带交叉项的二次多项式, 通过 3 循环共 29 次有限元计算, 可靠度指标为 0.77, 相应失效概率为 22.06%, 最可能失效点 MPP2 为 $(E_1, \varphi_1, c_1, d) = (2760 \times 10^3 \text{ MPa}, 24.72^\circ, 0.448 \times 10^{-3} \text{ MPa}, 0.128 \text{ m})$, 蒙特卡洛法, 有限元计算约 10000 次, 失效概率为 23.11%。

采用本文方法, 有限元模拟次数为蒙特卡洛模拟法的 0.17%; 与蒙特卡洛法结果的绝对误差为 1.14%, 相对误差为 5.24%。

采用序列响应面方法, 有限元次数为蒙特卡洛法的 0.29%; 与蒙特卡洛法结果绝对误差为 1.05%, 相对误差为 4.54%。

在精度上, 序列响应面法稍高; 在计算效率上,

本文方法比序列响应面方法高 71%。但序列响应面方法得出的最可能失效点 MPP2 是可行域的全局解, 其中 E_1, φ_1 超出了实际的边界范围, 对于该工程而言, 已经失真。因此序列响应面方法得到的可能是扩充了范围的解答。

6 结 论

本文构建了一种响应面功能函数优化方法, 解决了序列响应面中可能导致的计算结果失真问题。在总体上构成了具有较高效率的复杂地层隧道围岩稳定可靠度新型分析技术。具体取得如下成果:

(1) 在二次回归正交试验组合设计方法与显著性检验结合的基础上, 研究了基本参数对状态特征值影响程度的判别准则。

(2) 将该判别准则植入隧道围岩稳定可靠度分析状态方程的建立模式中, 构建了具有自我调整功能的响应面状态函数建立方法。

(3) 研制了在变量约束条件下的基于 MATLAB 的可靠度指标搜寻技术。

(4) 通过实例分析, 展示了所研究方法的运行程序, 显示了其可行性。

参考文献:

- [1] 谭晓慧, 王建国, 吴礼年, 等. 边坡稳定的非线性随机有限元加速收敛算法的研究[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(7): 1030 - 1034. (TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo, WU Li-nian, et al. Studies on accelerating convergence method in nonlinear stochastic finite element analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(7): 1030 - 1034. (in Chinese))
- [2] 谭晓慧, 王建国. 边坡的弹塑性有限元可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(1): 44 - 50. (TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo. Slope reliability analysis using elasto-plastic finite element method[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(1): 44 - 50. (in Chinese))
- [3] 谭晓慧, 王建国, 刘新荣, 等. 边坡稳定的有限元可靠度计算及敏感性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(1): 115 - 122. (TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo, LIU Xin-rong, et al. Finite element reliability computation and sensitivity analysis of slope stability[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(1): 115 - 122. (in Chinese))
- [4] 徐军, 刘东升, 郑颖人. 基于概率屈服准则的弹塑性随机有限元分析[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 225 - 228. (XU Jun, LIU Dong-sheng, ZHENG Ying-ren. Analysis of

- elastic-plastic stochastic finite element method based on probabilistic yield criterion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 225 - 228. (in Chinese))
- [5] FARAVELLI L. Response-surface approach for reliability analysis[J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1989, 115(12): 2763 - 2781.
- [6] BUCHER C G, BOURGUND U. A fast and efficient response surface approach for structural reliability problems[J]. Structural Safety, 1990, 7(1): 57 - 66.
- [7] RAJASHEKHAR M R, ELLINGWOOD B R. A new look at the response surface approach for reliability analysis[J]. Structural Safety, 1993, 12(3): 205 - 220.
- [8] 苏永华, 方祖烈, 高 谦. 用响应面方法分析特殊地下岩体空间的可靠性[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(1): 55 - 58. (SU Yong-hua, FANG Zu-de, GAO Qian. Reliability analysis on special underground rockmass space by response surface method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(1): 55 - 58. (in Chinese))
- [9] 宋玉香, 刘 勇, 朱永全. 响应面法在整体式隧道衬砌可靠性分析中的应用[J]. 岩土力学与工程学报, 2004, 23(11): 1847 - 1851. (SONG Yue-xiang, LIU Yong, ZHU Yong-quan. Application of response surface method to reliability analysis of monolithic lining of railway tunnel[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(11): 1847 - 1851. (in Chinese))
- [10] 陈建康, 朱殿芳, 赵文谦, 等. 基于响应面法的地下洞室结构可靠度分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(2): 351 - 356. (CHEN Jian-kang, ZHU Dian-fang, ZHAO Wen-qian, et al. Structure reliability analysis of underground cavern based on response surface method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(2): 351 - 356. (in Chinese))
- [11] 佟晓利, 赵国藩. 一种与结构可靠度分析几何法相结合的响应面方法[J]. 土木工程学报, 1997, 30(4): 51 - 57. (TONG Xiao-li, ZHAO Guo-fan. The response surface method in conjunction with geometric method in structural reliability analysis[J]. China Civil Engineering Journal, 1997, 30(4): 51 - 57. (in Chinese))
- [12] 徐 军, 郑颖人. 有理多项式技术在工程结构可靠度分析中的应用[J]. 计算力学学报, 2001, 18(4): 488 - 491. (XU Jun, ZHENG Ying-ren. Application of rational polynomial technique to reliability analysis of engineering structure[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2001, 18(4): 488 - 491. (in Chinese))
- [13] 苏永华, 何满潮, 赵明华, 等. 基于区间变量的响应面可靠度分析方法[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(12): 1408 - 1413. (SU Yong-hua, HE Man-chao, ZHAO Ming-hua, et al. Reliability analysis of response surface method based on interval variables[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(12): 1408 - 1413. (in Chinese))
- [14] 赵国藩. 工程结构可靠性理论与应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996: 150 - 151. (ZHAO Guo-fan. Reliability theory and its applications for engineering structures[M]. Dalian: Dalian University of Technology Press, 1996: 150 - 151. (in Chinese))
- [15] 苏永华, 赵明华, 刘晓明. 用遗传算法搜索验算点的复杂响应面函数可靠度分析方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增刊 2): 5868 - 5873. (SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, LIU Xiao-ming. Reliability degree analysis method of complicated response surface function to search checking point with genetic algorithm method[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(S2): 5868 - 5873. (in Chinese))
- [16] 李云雁, 胡传荣. 试验设计与数据处理[M]. 北京: 化学工业出版社, 2008: 171 - 202. (LI Yun-yan, HU Chuan-rong. Experiment design and data processing[M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2008: 171 - 202. (in Chinese))