

# 基于随机加权法的基桩承载力的可靠度分析

谈志成<sup>1</sup>, 司马玉洲<sup>2</sup>

(1. 南阳理工学院建筑设计院, 河南 南阳 473004; 2. 南阳理工学院土木工程系, 河南 南阳 473004)

**摘要:** 在桩基工程中, 由于经济和工期原因, 试桩数据往往很少, 试验数据的离散性较大, 由此计算出的承载力可靠度指标的误差较大。基于随机加权法理论, 将承载力的试计比(承载力的实测值和计算值的比)“提携”为工程所需的大样本数据, 并利用一次二阶矩法给出了可靠度的计算方法。最后通过算例分析表明: 随着加权次数的增加, 承载力的试计比变异系数就越小, 说明“提携”后的数据越集中; 另外, 随着加权次数的增加, 承载力的可靠度就越大, 桩基础就越安全。因此, 仅利用实测数据评价桩基安全是不合理的, 会给工程带来安全隐患。

**关键词:** 可靠度; 随机加权法; 试桩; 承载力; 试计比

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)S2-0508-05

**作者简介:** 谈志成(1974-), 男, 河南信阳人, 硕士, 从事结构设计及桩基工程研究。E-mail: tzcsy@126.com。

## Reliability analysis of bearing capacity for piles based on random weighting method

TAN Zhi-cheng<sup>1</sup>, SIMA Yu-zhou<sup>2</sup>

(1. Architectural Design Institute Nanyang Institute of Technology, Nanyang 473004, China; 2. Department of Civil Engineering, Nanyang Institute of Technology, Nanyang 473004, China)

**Abstract:** In pile foundation engineering, due to high cost and time limit for a project, the data of test piles are often scarce and the dispersion degree is very large, which makes the error of calculated results of reliability for piles very large. The theory of the random weighting method is employed to improve the bias factor (the ration of measured value of calculated value) of bearing capacity for piles into big samples meeting the engineering requirements, and the formulation of reliability is presented by using the first-order second moment when the values of the bias factor are improved. The results from case study indicate that the variance of the bias factors become small when the times of weighing become large, which shows that the values are more concentrated. In addition, with the times of weighing increasing, the reliability index becomes large, which means that the pile foundation is much safer, therefore it is unreasonable to calculate the reliability only using the original values, thus the danger maybe exists in the projects.

**Key words:** reliability; random weighting method; test pile; bearing capacity; bias factor

## 0 引言

桩基因其承载力高、沉降小、施工方便等优点被广泛地应用的现代土木工程中。因此, 桩基的安全性越来越重要。但是由于工期和施工等不确定因素的影响, 导致试桩资料很少, 且离散性较大, 对基桩承载力的可靠度分析带来了很大难度。目前, 单桩承载力可靠度的研究积累了较多资料, 取得了一些有意义的成果<sup>[1-10]</sup>。但是, 目前还没有相关文献和规范解决因试桩资料较少而导致试验数据离散性较大的问题。甘幼琛<sup>[11]</sup>、郑俊杰等<sup>[12]</sup>分析了桩基工程质量检测验收方面有关技术规范的规定(见表1)中的不足, 其中一点就是试验数据太少, 由抽样试桩资料推导出所有桩

的统计的误差很大。

本文基于随机加权法理论, 将基桩承载力的试计比(基桩承载力的实测值和计算值的比)“提携”为工程用所需要的大样本, 并利用一次二阶矩法给出“提携”后的可靠度计算方法, 最后通过实例分析验证了本文提出方法的有效性。

## 1 单桩承载力的可靠度计算

在基础工程设计中, 荷载抗力系数设计法充分考虑了荷载和抗力的不确定, 克服了传统容许应力设计

基金项目: 河南省基础与前沿技术研究计划项目(102300410148)

收稿日期: 2011-08-22

法的不足，设计公式如下<sup>[13]</sup>： $\phi R_n \geq \eta \sum \gamma_i Q_i$ ，(1)

表 1 桩基工程质量检测验收方面有关规范的规定

序号	规范名称	检测内容	使用的工程情况	检测数量要求
1	建筑桩基技术规范	成桩质量检测	对于同一级建筑和地基条件复杂或成桩质量可靠性比较低的工程	未作规定
		单桩承载力检测	施工前未进行单桩静荷载试验的一级建筑和地基条件复杂或成桩质量可靠性比较低或桩数较多的二级建筑桩基	在同一工况下抽检桩数不宜少于总桩数的 1%，且不得少于 3 根，总桩数 50 根以内时，不得少于 3 根。
		可靠的动测法	属于采用静荷载试验规定范围以外的一、二级或三级建筑，或一级、二级建筑桩基静荷载试验的辅助试验	未作规定
2	基桩低应变动力检测规程	低应变单桩桩身完整性和单桩承载力检测	一桩承台的建筑	100%
			混凝土灌注桩	抽检数不得少于总桩数的 20%，且不得少于 20 根。单桩承载力检测时，不得少于 10%，且不得少于 10 根。
			混凝土预制桩	抽检桩数不得少于总桩数的 10%，且不得少于根，单桩承载力检测未作规定。
3	基桩高应变动力检测规程	单桩承载力检测和桩身完整性评价	$\lambda = \frac{\text{锤的质量}}{\text{单桩极限承载力}} \times 100\% > 1\%$ 的情况对各种桩型基础均合适	做单桩承载力检测时，检测桩数不得少于 2%，且不得少于 5 根。

Table 1 Measures of related regulation in accepting quality of pile foundation engineering

式中  $R_n$ 、 $Q_i$  分别表示抗力和荷载效应的标准值； $\phi$ 、 $\gamma_i$  分别表示抗力和荷载分项系数。

表 2、3 分别给出了抗力和荷载效应服从正态和对数正态分布时，失效概率和可靠度指标之间的关系。

表 2 正态分布时的  $p_f$  与  $\beta$  之间的关系

Table 2 Relationship between  $p_f$  and  $\beta$  for normal distribution

可靠度指标 $\beta$	失效概率 $p_f$
1.28	1 : 10
2.33	1 : 100
3.09	1 : 1000
3.72	1 : 10000

表 3 对数正态分布时的  $p_f$  与  $\beta$  之间的关系

Table 3 Relationship between  $p_f$  and  $\beta$  for log-normal distribution

可靠度指标 $\beta$	失效概率 $p_f$
1.96	1 : 10
2.50	1 : 100
3.03	1 : 1000
3.57	1 : 10000

式中  $R$  表示单桩竖向极限承载力的标准值； $Q_D$  表示永久荷载； $Q_L$  表示可变荷载。当荷载效应和桩承载力都服从对数正态分布时，利用一次二阶矩法求得可靠度  $\beta$ <sup>[13]</sup>

$$\beta = \frac{\ln \left( \frac{(\lambda_R F_s (\frac{Q_D}{Q_L} + 1))}{\lambda_{Q_D} \frac{Q_D}{Q_L} + \lambda_{Q_L}} \sqrt{\frac{1 + C_{Q_D}^2 + C_{Q_L}^2}{1 + C_R^2}} \right)}{\sqrt{\ln(1 + C_R^2)(1 + C_{Q_D}^2 + C_{Q_L}^2)}} \quad (3)$$

可靠度指标 $\beta$	失效概率 $p_f$
1.28	1 : 10
2.33	1 : 100
3.09	1 : 1000
3.72	1 : 10000

表 3 对数正态分布时的  $p_f$  与  $\beta$  之间的关系

Table 3 Relationship between  $p_f$  and  $\beta$  for log-normal distribution

可靠度指标 $\beta$	失效概率 $p_f$
1.96	1 : 10
2.50	1 : 100
3.03	1 : 1000
3.57	1 : 10000

由表 2、3 可以看出，当可靠度指标小于 2.0 时，失效概率大于 10%，此时工程的失效概率较大。当可靠度指标大于 3.0 时，失效概率小于 0.1%，此时的工程失效概率较小。

若仅考虑永久荷载和可变荷载组合形式，基桩承载力的极限状态方程为

式中， $F_s$  表示利用传统容许应力设计法的安全系数； $\lambda_R$  和  $C_R$  分别为基桩承载力统计比的均值和变异系数数； $\lambda_{Q_D}$  和  $\lambda_{Q_L}$  分别为永久荷载和可变荷载的分项系数； $C_{Q_D}$  和  $C_{Q_L}$  分别表示永久荷载和可变荷载的变异系数； $\rho = Q_D / Q_L$  表示永久荷载与可变荷载的比值，工程中常常取值为： $\rho = 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0$ 。文献[14]给出了式（3）中关于荷载的统计。郑俊杰等<sup>[5]</sup>详细地分析了式（3）中每个随机变量对可靠度指标  $\beta$  的影响，分析表明： $\lambda_{Q_D}$ 、 $\lambda_{Q_L}$ 、 $C_{Q_D}$ 、 $C_{Q_L}$  的变异性较小，对可靠度指标的影响不会随其他条件的变化而引起较大的改变，可以视为“常量”；但是  $\lambda_R$  和  $C_R$  对可靠度指标有显著的影响，其变异性需要重视，而这两个变量的大小又决定于基桩承载力。因此，基桩承

载力的确定对可靠度指标  $\beta$  的影响是很大的。但是由于试桩资料较少，导致推导出的  $\lambda_R$  和  $C_R$  误差较大，由式 (3) 计算出的可靠度指标误差较大，不能准确地反应出桩基的安全性。

2 随机加权法原理及应用

在讨论置信区间和估计误差等问题上，郑忠国<sup>[15]</sup>提出了随机加权法。随机加权法实质上直接利用样本数据，对样本数据进行再抽样，并借助于现有的计算技术，对再抽样的样本进行处理，获得对总体分布有利的信息，对总体分布进行准确的模拟。其主要思想为

从某个未知总体分布  $T$  中随机抽取一个样本  $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ ， $\delta=\delta(T)$  总体分布的某个未知参数，如均值、方差等， $T_n$  为抽样分布函数， $\delta=\delta(T)$  为  $\delta$  的一个估计，估计误差为  $R_n=\delta(T)-\delta(T)$ 。通过计算机产生服从 Dirichlet 分布  $(v_1,v_2,\cdots,v_n)$ ，得出  $\delta_v=\delta(\sum_{i=1}^n v_i f_i(x))$ ，其中  $f_i(x)$  是  $x$  的某个 Borel 函数。

记  $D_n=\delta-\delta(T_n)$ ，称它为随机加权统计量，以  $D_n$  的分布模仿  $R_n$  的分布，这就是随机加权法原理。

假设在某个桩基工程的场地中，统计出的基桩承载力的试计比数据样本为  $X=(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ ，估计出其均值  $\bar{x}$  和方差  $S_x^2$ 。该场地所有桩承载力的均值  $\mu$  和方差  $\sigma^2$  的真实值与样本的均值和方差之间存在偏差，记偏差为

$$R_n^{(1)}=\bar{x}-\mu_x, \quad R_n^{(2)}=\frac{n}{n-1}S_x^2-\sigma_x^2 \quad (4)$$

对于  $R_n^{(1)}, R_n^{(2)}$  分别构造随机加权的统计量

$$\left. \begin{aligned} D_n^{(1)} &= \sum_{i=1}^n V_i x_i - \bar{x}, \\ D_n^{(2)} &= \frac{n}{n-1} \sum_{i=1}^n V_i (x_i - \bar{x})^2 - \frac{n}{n-1} S_x^2. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式中  $(v_1,v_2,\cdots,v_n)$  是服从  $D(1,1,\cdots,1)$  的 Dirichlet 变量<sup>[16]</sup>。

由高等数理统计理论<sup>[17]</sup>知

$$E[D_n^{(1)}]=E[R_n^{(1)}], \quad E[D_n^{(2)}]=E[R_n^{(2)}] \quad (6)$$

根据数学期望理论，可以用  $D_n^{(1)}, D_n^{(2)}$  的分布模仿  $R_n^{(1)}, R_n^{(2)}$  的分布。

因为

$$\mu_x=\bar{x}-R_n^{(1)}, \quad \sigma^2=\frac{n}{n-1}S_x^2-R_n^{(2)} \quad (7)$$

由式 (4)、(7) 可得  $\mu$  和  $\sigma^2$  的估计值

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= 2\bar{x} - \sum_{i=1}^n V_i x_i, \\ \sigma_x^2 &= 2\frac{n}{n-1}S_x^2 - \sum_{i=1}^n V_i (x_i - \bar{x})^2. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

郑忠国<sup>[15]</sup>详细论证了随机加权法可以有效地解决小样本问题。因此，利用式 (8) 对该场地所有桩承载力试计比的均值和变异系数进行计算是科学合理的。

3 算例分析

文献[18]搜集了 17 根不同条件下钻孔灌注桩承载力的试桩资料，详见表 4。完全相同的条件下的试桩资料分别为 3 组或 4 组。由表 4 可以看出，基桩承载力试计比的变异系数较大，离散性也较大，因此，计算出的可靠度指标误差也较大。本文利用随机加权法对表 4 中的数据“提携”为工程所需要的大样本数据。

表 4 钻孔灌注桩的参数统计

Table 4 Statistical values of parameters for drilled bored piles					
土体类别	设计方法	施工方法	试计比	均值	变异系数
砂土	FHWA	Mixed Casing Slurry	1.93 2.47 2.04	2.15	0.1329
		Mixed Casing Slurry	1.42		
		R&W Casing Slurry	1.93 1.32	1.56	0.2102
黏土	FHWA	Mixed Casing Dry	0.95 0.99 0.88	0.94	0.0592
砂土+黏土	FHWA	Mixed Casing Dry Slurry	1.33 1.21 1.47	1.36	0.0853
			1.43		
	R&W	Mixed Casing Dry Slurry	1.19 1.07 1.36	1.23	0.1016
			1.28		

为了便于计算可靠指标，本文仅考虑不利永久荷载和楼面活荷载的一般情况，即所采用的参数为：

$$\lambda_{Q_d}=1.06, \lambda_{Q_{L_t}}=0.70, C_{Q_d}=0.07, C_{Q_{L_t}}=0.29 \quad (9)$$

另外，安全系数取值为 2.0，荷载比为 2.5，计算结果见表 5。

由表 5 可以看出，经过“提携”后的承载力试计比的均值更加集中；加权次数越大，承载力试计比的变异系数变小，承载力试计比数据的离散型就越小，数据就越集中。另外，加权次数越大，计算出的承载力可靠度指标就越大，这说明桩基础的安全性就越大，对工程越有利。

4 结 论

本文基于随机加权法理论将基桩承载力的试计比“提携”为工程中需要的大样本数据，并在此基础给出了基桩承载力的可靠度计算方法。并通过实例分析

验证了本文提出方法的有效性。本文得到以下几点结论。

表 5 可靠度指标的计算结果

Table 5 Calculated results for reliability index								
土体类别	设计方法	$\mu_a$	$C_a$	加权次数	$\mu_b$	$C_b$	$\beta_a$	$\beta_b$
砂土	FHWA	2.15	0.1329	20	2.18	0.1257	4.65	4.79
				40	2.19	0.1081		4.91
				60	2.18	0.0879		4.98
	R&W	1.56	0.2102	20	1.61	0.1942	3.36	3.54
				40	1.60	0.1545		3.75
				60	1.61	0.1032		4.04
黏土	FHWA	0.94	0.0592	20	0.92	0.0503	2.40	2.45
				40	0.96	0.0394		2.50
				60	0.95	0.0163		2.49
砂土+黏土	FHWA	1.36	0.0853	20	1.33	0.0597	3.51	3.57
				40	1.36	0.0364		3.69
				60	1.34	0.0177		3.66
	R&W	1.23	0.1016	20	1.25	0.0863	3.17	3.28
				40	1.24	0.0575		3.33
				60	1.27	0.0359		3.46

(1) 经过随机加权法“提携”出的数据的均值更加集中，并且加权次数越多，数据的变异系数就越小，这表明“提携”出的数据离散性越小，更加接近实际值。

(2) 基桩承载力试计比经过“提携”后，计算出的可靠度指标随着加权次数的增多而变大，这表明桩基础就越安全，同时也说明利用原始数据计算的结果并不可靠，会给工程带来安全隐患。

(3) 随机加权法引入基桩承载力可靠度分析中，解决了试桩数较少而导致计算结果离散型较大的问题，同时也解决了由于试桩样本过小而导致的基桩的质量状况无法在短时期内进行有效评价的问题，提高了经济效益，具有重要的工程实际意义。

参考文献:

[1] 张小敏, 郑俊杰. CFG 桩复合地基承载力可靠度分析[J]. 岩土力学, 2002, **23**(6): 810 - 812. (ZHANG Xiao-min, ZHENG Jun-jie. Analysis of reliability for bearing capacity of composite foundations of CFG piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(6): 810 - 812. (in Chinese))

[2] 罗书学. 桩基概率极限状态法及其工程应用[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2004. (LUO Shu-xue. Probability limit states design method of pile foundation and engineering application[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 2004. (in Chinese))

[3] LI D Q, ZHANG L M, TANG W H. Reliability evaluation of

cross-hole sonic logging for bored pile integrity[J]. Journal of Geotechnical and Geoinvirenment Engineering, 2005, **131**(9): 1130 - 1138.

[4] ZHANG L M, TANG W H, NG C W W. Reliability of axially load driven pile groups[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering, 2001, **127**(12): 1051 - 1060.

[5] 郑俊杰, 徐志军, 刘 勇. 基于最大熵原理的基桩竖向承载力的可靠度分析[J]. 岩土工程学报, 2010, **32**(11): 1643 - 1647. (ZHENG Jun-jie, XU Zhi-jun, LIU Yong, MA Qiang. The reliability analysis for vertical bearing capacity of pile based on the maximum entropy principle[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, **32**(11): 1643 - 1647. (in Chinese))

[6] KAY J N. Safety factor evaluation for single piles in sand[J]. Journal of the Geotechnical Engineering Division, 1976, **104**(1): 1093 - 1108.

[7] ZHANG L M. Reliability verification using proof pile load tests[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironment Engineering, 2004, **130**(11): 1203 - 1213.

[8] 赵新铭, 王晓伟, 赵春润. 南京江北地区 PHC 桩竖向承载力可靠度分析[J]. 岩土力学, 2008, **29**(3): 785 - 789. (ZHAO Xin-min, WANG Xiao-wei, ZHAO Chun-run. Reliability analysis of vertical bearing capacity of PHC piles at north bank of Yangtze River in Nanjing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, **29**(3): 785 - 789. (in Chinese))

- [9] 邓志勇, 陆培毅, 王成华. 钻孔灌注桩单桩承载力的可靠度研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(1): 83 - 87. (DENG Zhi-yong, LU Pei-yi, WANG Cheng-hua. Reliability research on bearing capacity of single bored pile[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(1): 83 - 87. (in Chinese))
- [10] ZHAO W Y, XU Z J, ZHENG J J. Reliability analysis of vertical bearing capacity of pile using random-fuzzy entropy principle[C]// 6th International Conference on Natural Computation and 7th International Conference on Fuzzy System and Knowledge Discovery, Yantai, 2010: 4189 - 4193.
- [11] 甘幼琛. 当前桩基工程质量合格控制存在的问题与随机控制新模式的探讨[J]. 土木工程学报, 2004, **37**(1): 84 - 91. (GAN You-chen. Current problems in quality qualifying control of pile foundation engineering and approach on stochastic control mode[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, **37**(1): 84 - 91. (in Chinese))
- [12] 郑俊杰, 刘勇, 郭嘉, 等. 基桩检测合格率的概率分析及可靠度评估[J]. 岩土工程学报, 2009, **31**(11): 1660 - 1664. (ZHENG Jun-jie, LIU Yong, GUO Jia, et al. Probabilistic analysis and reliability assessment for acceptance rate of foundation pile testing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, **31**(11): 1660 - 1664. (in Chinese))
- [13] AASTHO. Load and resistance factor design bridge design specifications[S]. Washington, D, C, 1999.
- [14] GB 50009—2001. 建筑结构荷载规范[S]. 北京: 中国工业出版社, 2002. (GB 50009—2001 Load code of the design of building structures[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002. (in Chinese))
- [15] 郑忠国. 随机加权法[J]. 应用数学学报, 1987, **10**(2): 247 - 253. (ZHENG Zhong-guo. Random weighting method[J]. Journal of Applied Mathematics, 1987, **10**(2): 247 - 253. (in Chinese))
- [16] MASATOSHI F. Dirichlet forms and Markov processes[M]. New York: Elsevier North-Holland, 1980.
- [17] FERGUSON T S. Mathematical statistics: a decision theoretic approach[M]. New York, Academic Press, 1967.
- [18] KUO C L, MCVAY M C, BIRGISSON B. Calibration of load and resistance factor design-resistance factors for drilled shaft design[J]. Transportation Research Record, 2002: 108 - 111.

(本文责编 孙振远)