

基于区间理论的桩基响应面可靠度分析

蒋冲¹, 赵明华², 周科平¹, 王善为¹

(1. 中南大学资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 湖南大学岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 首先根据桩基工程结构力学参数取值的区间性特征, 引入区间分析理论与方法, 视桩基结构力学参数以及由此而得的响应量为区间变量, 在深入研究桩基工程稳定可靠性分析之合理功能函数的基础上, 针对二次函数响应面法的不足, 结合改进响应面方法, 建立出基于区间理论的桩基工程响应面稳定可靠性分析法; 其次, 针对区间运算方法在输入变量个数较多或输入变量区间较宽时过宽的估算响应量变化区间, 引入改进区间截断法对其进行求解, 解决了区间运算结果扩张问题; 最后, 将本文方法应用于工程实例, 分析结果表明该方法具有重要的理论意义和工程应用价值。

关键词: 桩基; 可靠度; 区间理论; 响应面; 不确定性

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)S2-0282-05

作者简介: 蒋冲(1977-), 男, 湖南邵阳人, 博士, 讲师, 主要从事桩基础及特殊土地基处理研究。E-mail: jiang4107@sohu.com。

Response surface reliability analysis of piles based on interval theory

JIANG Chong¹, ZHAO Ming-hua², ZHOU Ke-ping¹, WANG Shan-wei¹

(1 School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China; 2. Geotechnical Engineering Institute, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Firstly, according to the interval feature of mechanical parameters for pile structures, by introducing the interval analysis theory and method and regarding mechanical parameters and response variable as interval variables, a response surface reliability analysis mode of pile structural system based on the interval analysis probability of reliability analysis mode and reasonable function is defined by describing uncertain geotechnical mechanical parameters and the sums of calculating them. Secondly, aimed at the limitation and shortage of the interval number rules, especially when the interval variables are numerous or the range interval of functional function is quite wide, the method to determine the range interval of functional function is founded by introducing the interval-truncation approach, and it avoids the interval expansion of functional function. Finally, the proposed optimization methods is employed to compute the response surface reliability index of pile structures. The practical engineering analysis indicates that the method is of great theoretical and practical significance.

Key words: pile; reliability; interval theory; response surface; uncertainty

0 引言

目前, 桩基工程稳定性分析常采用确定性方法, 虽然这种方法经过长期实践证明是一种有效的工程实用方法, 但由于桩基工程材料的不均匀性、内部结构的随机性以及测试取样点的空间变异性, 使得桩基工程力学参数取值存在不确定性, 若仍采用确定性分析方法则不能反映上述工程特点, 其分析结果也难以反映工程实际, 因此, 桩基工程稳定性分析方法应该反映上述工程特点, 这正是本文研究的目的。

结构稳定不确定性分析方法主要有概率统计方法、模糊数学方法、区间方法 3 类^[1-2]。前两种方法是

解决不确定性问题的常用方法, 但用模糊理论或随机理论求解时, 不确定性参数的概率密度函数或隶属函数的确定往往需要大量的样本数据, 实际中由于数据样本的有限性, 不确定性参数的概率密度函数往往难以确定, 常通过人为方式取舍; 文献[1~2]分别把可靠性思想和模糊理论应用于桩基的稳定性分析是一个有益的尝试, 但上述方法仍存在一些不足: ①概率密度函数或隶属函数并不能完全体现岩土力学参数的真

基金项目: 国家自然科学基金项目(50578060); 中南大学中央高校基本科研业务费专项资金项目(721500135, 2010QZZD0010)

收稿日期: 2011-08-08

正分布; ②计算结果与实际尚存差距。因此, 有必要对基桩稳定性分析方法作进一步完善。

为此, 本文在综合分析桩基工程结构力学参数区间性基础上, 引入区间分析法和可靠度理论^[3-4], 从岩土参数的上下限来表示其不确定性变化区间的实际情况出发, 建立桩基工程结构参数不确定性区间响应面可靠性分析方法, 在此基础上针对区间运算结果扩张问题及响应面方法的不足, 引入改进区间截断法和改进响应面法对其进行求解, 以期使桩基工程结构可靠性分析方法更趋合理。

1 基桩失效模式及其参数特征

在桩基工程中, 基桩在倾斜荷载(或轴、横向荷载同时作用)下存在多种失效模式, 目前工程界对基于桩顶水平位移过大和桩身材料屈服(桩身最大弯矩超过材料允许值)这两种失效模式下的可靠性研究开展较少, 其中一个重要原因就是无法提出基于这两种失效模式下的极限状态函数表达式。

基桩失效模式包括竖向荷载和横向荷载单独作用下出现的全部失效模式, 这里面有基桩的竖向承载力不足所造成的失效, 也有基桩的横向承载力不足所造成的失效。

1.1 基桩失效模式

基桩在倾斜荷载(或轴、横向荷载同时作用)下存在多种失效模式, 基桩失效模式包括竖向荷载和横向荷载单独作用下出现的全部失效模式。竖向承载力不足时基桩的失效模式主要有桩顶竖向位移达限值时的失效模式、桩端土体屈服时的失效模式。水平承载力不足时基桩的失效模式主要有桩侧土体屈服时的失效模式和桩身材料屈服时的失效模式、地面处桩身转角达限值时的失效模式、地面处桩身水平位移达限值时的失效模式、桩顶转角达限值时的失效模式、桩顶位移达限值时的失效模式。

1.2 参数特征

岩土材料是自然历史的产物, 其工程性质十分复杂而且多变, 由于地质条件、取样和试验条件等的差异, 岩(土)体物理力学性质指标均表现出较强的变异性这些岩土力学参数一般由室内或现场试验得到, 但是, 由于工程地质条件、岩组划分、取样方法、试验条件等不确定因素的影响, 使得岩土力学参数取值具有区间性, 因此, 本文引入了区间分析理论与方法, 将基桩岩土力学参数取值表示为区间形式, 从而建立基桩稳定可靠性分析方法。

1.3 极限状态函数

就倾斜荷载桩而言, 对桩身内力和位移有影响的

参数有桩顶横向荷载 H , 桩顶轴向荷载 P , 桩顶弯矩 M , 桩身混凝土弹性模量 E , 桩长 L , 桩径 d , 地基比例系数, 桩身重度 γ , 桩周土摩阻力 r 等, 则桩顶位移或桩身最大弯矩方程可用 $H, P, M, E, L, d, \gamma, r$ 等参数表示。

同概率可靠性问题一样, 取基桩结构稳定性分析的功能函数为

$$M = g(x) = g(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

根据工程实际情况, 式(1)中有些参数因变异性小, 可不考虑其随机性, 作为确定性参数处理, 将其从式(1)中剔除, 以简化计算和减少工作量。现以单桩为例介绍具体的基桩可靠度计算方法, 由工程要求, 确定基桩桩顶水平位移和最大弯矩真实极限状态方程, 则基桩的桩顶水平位移和最大弯矩真实极限状态方程基本形式为

$$Z = [S] - S = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_5) = 0 \quad (2)$$

式中, $[S]$ 为不同失效模式下相应参数允许值, S 为计算得到的最大值。

分析表明, 由于基桩力学参数的区间性及极限状态函数常常是隐式形式, 因此, 引入区间理论与响应面方法对此进行分析。

2 区间响应面方法的建立

建立基于区间分析的基桩工程结构响应面可靠性分析方法重点需解决下响应面函数的确定、迭代中心点的确定、区间响应面可靠性方法的建立以及响应量变化区间的求解等几个关键问题, 下文分别予以介绍。

2.1 响应面函数的确定

响应面方法^[5-7]主要用于复杂结构的可靠度分析, 因其涉及的因素多, 结构可靠状态与各因素之间的关系复杂, 难以得出实用的解析表达式。以往对该类结构进行可靠度分析时, 无法直接利用常规方法, 只能采用随机有限元方法计算, 而随机有限元存在计算量大和无法直接利用现有确定性数值分析程序的缺点。响应面法的主要思路是通过确定性的数值模拟试验在设计验算点附近采集数据, 拟合出近似响应面函数替代实际的非线性极限状态函数, 然后以此函数表达式采用解析方法解出可靠指标, 从而解决随机有限元法的不足。

二次函数响应面法目前广泛应用于各种静力、动力、线性和非线性问题的求解。但当设计验算点附近的极限状态曲面非线性程度较高时, 采用低次多项式模拟极限状态方程拟合欠佳, 造成迭代次数增加, 甚至可能致使方程无法收敛。为此, 本文采取适当增加响应面函数方程次数, 以尽可能逼近真实极限状态曲

面的非线性情况, 设响应面函数为 4 次函数^[8], 则式 (1) 变为

$$\bar{Z} = \bar{g}(X_1, X_2, \dots, X_n) \approx a + \sum_{i=1}^n (b_i x_i + c_i x_i^2 + d_i x_i^3 + e_i x_i^4) = 0. \quad (3)$$

利用确定性的数值试验计算以下功能函数:

$$\left. \begin{aligned} Z &= g(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \\ Z &= g(x_1, \dots, x_i \pm f\sigma_i, \dots, x_n), \\ Z &= g(x_1, \dots, x_i \pm T\sigma_i, \dots, x_n), \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中, f 初值取 4, 以后每次取 1, T 取为 $f/2$, 以求得 $4n+1$ 个点估计值来计算 $4n+1$ 个系数, 各系数 a, b_i, c_i, d_i, e_i 可由矩阵初等行变换求得, 相应计算式为

$$\left. \begin{aligned} e_i &= \frac{2l_{i1} + 2l_{i2} - 8l_{i3} - 8l_{i4} + 12l_0}{3(f\sigma_i)^4}, \\ c_i &= \frac{l_{i1} + l_{i2} - 2l_0}{2(f\sigma_i)^2} - (6x_i^2 + f^2\sigma_i^2)e_i - 3x_i d_i, \\ b_i &= \frac{l_{i1} - l_0}{f\sigma_i} - (4x_i^3 + 6x_i^2 f\sigma_i + 4x_i f^2\sigma_i^2 + f^3\sigma_i^3)e_i - (3x_i^2 + 3x_i f\sigma_i + f^2\sigma_i^2)d_i, \\ a &= l_0 - \sum_{i=1}^n (b_i x_i + c_i x_i^2 + d_i x_i^3 + e_i x_i^4). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= g(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n), \\ l_{i1} &= g(x_1, \dots, x_i + f\sigma_i, \dots, x_n), \\ l_{i2} &= g(x_1, \dots, x_i - f\sigma_i, \dots, x_n), \\ l_{i3} &= g(x_1, \dots, x_i + T\sigma_i, \dots, x_n), \\ l_{i4} &= g(x_1, \dots, x_i - T\sigma_i, \dots, x_n). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

2.2 迭代中心点 $X^{(K)}$ 的确定

$X^{(K)}$ 确定原则是使抽样点包含较多真实极限状态曲面的信息, 为此该点应尽量靠近极限状态曲面。针对二次函数响应面法的不足, 同时根据可靠度计算中常用 JC 法的几何性质原理, 采用如下准则来确定每一轮迭代中心点, 具体求解过程如下^[8]: 得出式 (4) 后, 用 JC 法^[9]解出可靠度指标 $\beta^{(k)}$, 并可得近似极限状态曲面的验算点坐标 $x_i^{*(k)}$ 为

$$x_i^{*(k)} = \mu_i - \alpha_i \beta^{(k)} \sigma_i \quad (i=1, \dots, n), \quad (7)$$

式中,

$$\alpha_i = \frac{\sigma_i \left. \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_i} \right|_{X^{*(K)}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\sigma_i \left. \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_i} \right|_{X^{*(K)}} \right)^2}}, \quad (8)$$

其中, μ_i, α_i 分别为变量 x_i 的均值和灵敏系数,

$\left. \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_i} \right|_{X^{*(K)}}$ 为式 (4) 在验算点 $X^{*(K)}$ 处对第 i 个变量的偏导数, 其它符号意义同前。

由式 (7) 所得验算点 $x_i^{*(k)} (i=1, \dots, n)$ 并不在真实状态曲面上, 根据式 (7) 的特点, 本文引用一种利用可靠指标几何性质原理建立迭代中心点方法^[8], 即将均值点和通过响应面得到的近似验算点之间连线, 并使其适当伸长或缩短, 以落在离真实极限状态曲面比较接近的地方。具体作法如下: 先取定一个 β_1 值, 其大小与 $\beta^{(k)}$ 相差 10%~20%, 然后通过下式得

$$x_{i1} = \mu_i - \alpha_i \beta_1 \sigma_i \quad (i=1, \dots, n). \quad (9)$$

取 $X^{*(k)} = (x_1^{*(k)}, \dots, x_i^{*(k)}, \dots, x_n^{*(k)}), X_1 = (x_{11}, \dots, x_{i1}, \dots, x_{n1})$ 两点, 再通过下式计算得

$$\beta_K = \beta^{(K)} + \frac{(\beta^{(K)} - \beta_1)g(X^{*(K)})}{g(X_1) - g(X^{*(K)})}. \quad (10)$$

将 β_K 作为本次迭代求出的 $\beta^{(k)}$, 将其代入式 (7), 解出 $x_i^{*(k)}$ 作为下一步的中心点 $X^{(K+1)}$ 。

2.3 区间响应量值域的求解

由区间算术运算方法来求响应量的变化范围常会过宽估计结果, 这主要是由于每个输入变量在输入输出函数关系中不止出现一次而造成的, 响应量变化区间将随输入变量的数目以及区间运算次数的增加而增大, 为了限制这种增长, 本文采用了一种区间截断的方法^[4,9], 设 $x_1 = [x_1, x_1]$, $x_2 = [x_2, x_2]$ 为输入区间变量, $g = [g, g]$ 为响应区间变量, 由 x_1 的中心值 $x_{10} = (x_1 + x_1)/2$ 与 x_2 的中心值 $x_{20} = (x_2 + x_2)/2$ 可求得相应的 g 的中心值 g_0 , 当 g_0 接近于 0 时, 截断法失效, 而当 g_0 离 0 较远时, 可以用下面的公式计算出 \underline{g}, \bar{g} 与其中心值 g_0 的相对偏差:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= |(g - g_0)/g_0|, \\ \Delta_2 &= |(\bar{g} - g_0)/g_0|. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

总的相对偏差为 $\Delta = \Delta_1 + \Delta_2$, 一般来说对于保守设计总是希望 Δ 值大于真实值, 现假设响应量的最大相对偏差为 $2t$, 那么就可以由以下截断的区间 $[\underline{d}, \bar{d}]$ 来表示 g 的取值区间。

(1) 当 $\Delta \leq t, \Delta_2 \leq t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= \underline{g}, \\ \bar{d} &= \bar{g}. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(2) 当 $\Delta > t, \Delta_2 > t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= g_0 + t(\bar{g} - g_0), \\ \bar{d} &= g_0 + t(\underline{g} - g_0). \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(3) 当 $\Delta \leq t, \Delta_2 > t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= \underline{g}, \\ \bar{d} &= g_0 + t(\bar{g} - g_0). \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(4) 当 $\Delta_1 > t, \Delta_2 \leq t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= g_0 + t(\underline{g} - g_0), \\ \bar{d} &= \bar{g}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

t 的值可选为所有输入变量相对其中心值偏差最大值。分析上述截断区间可以明显看出 t 必须取小于 1 的实数, 否则截断的区间将可能比原来的区间更宽, 另外当 $\Delta_1 = t$ 时, \underline{d} 不能自行退化到 \underline{g} , 而当 $\Delta_2 = t$ 时, \bar{d} 不能自行退化到 \bar{g} , 因此本文引入文献[9]提出的如下改进区间截断法:

(1) 当 $\Delta_1 \leq t, \Delta_2 \leq t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= \underline{g}, \\ \bar{d} &= \bar{g}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

(2) 当 $\Delta_1 > t, \Delta_2 > t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= g_0 + t(\underline{g} - g_0)/\Delta_1, \\ \bar{d} &= g_0 + t(\bar{g} - g_0)/\Delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

(3) 当 $\Delta_1 \leq t, \Delta_2 > t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= \underline{g}, \\ \bar{d} &= g_0 + t(\bar{g} - c_0)/\Delta_2. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(4) 当 $\Delta_1 > t, \Delta_2 \leq t$ 时

$$\left. \begin{aligned} \underline{d} &= g_0 + t(\underline{g} - g_0)/\Delta_1, \\ \bar{d} &= \bar{g}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

该法物理概念清晰, 计算结果更接近于精确解, 因此本文采用改进区间截断法对响应量变化区间进行求解。

3 工程实例分析

3.1 工程概况

某桥梁基桩在倾斜荷载下的可靠度分析为例来说明本文方法的应用。该基桩冲刷线以上桩长为 30.2101~30.2103 m, 其中上段柱高 l_1 为 8.011~8.014 m, 直径 d_1 为 1.800, 1.802 m; 弹性模量 E_1 为 $2.1 \times 10^4 \sim 2.4 \times 10^4$ MPa, 下段桩身位于冲刷线以上长度 l_2 为 22.1~22.2 m, 桩径 d 为 2.19~2.21 m; 弹性模量 E 值为 $2.7 \times 10^4, 2.9 \times 10^4$ MPa; 冲刷线以下桩长 l_3 为 42.07~4.09 m, 地基比例系数 m 为 19982~20018 kN/m⁴; 桩顶轴向荷载 P 为 9002.2~9210.8 kN; 桩顶横向荷载 H 取值为 143~165 kN; 桩身重度 γ 为 22, 26 kN/m³; 桩周土的摩阻力 τ 为 39~43 kN/m³。桩端支于土中(非嵌岩)。桩顶容许水平位移为 $[S]_d = 300$ mm, 桩身材料允许最大弯矩值为 $[S]_M = 9750$ kN·m。桩侧土体抗力函数采用线性函数(mz)。上述各随机变量除竖向荷载 P 服从极值 I 型分布外, 其余各变量都服从正态分布, 各随机变量相互独立, 设收敛条件为 $\varepsilon = 0.0001$ 。

3.2 分析过程及结果

(1) 根据工程概况提供的资料, 桩长、上段端柱长度、地基比例系数、上段端柱直径等参数的区间变化小, 计算视为确定性参数, 取其均值。

(2) 确定区间变量为弹性模量 E_1 、桩周土的摩阻力 τ 、桩顶轴向荷载 P 、桩顶横向荷载 H 、桩身重度 γ 、地基比例系数 m , 设 $X = (E_1, E_2, m, H, P, \gamma, \tau) = (X_1, X_2, \dots, X_7) = ([2.1 \times 10^4, 2.4 \times 10^4], [2.7 \times 10^4, 2.9 \times 10^4], [39, 43], [9002.2, 9210.8], [143, 165], [22, 26], [19982, 20018])$ 。

(3) 由工程要求, 确定基桩桩顶水平位移和最大弯矩真实极限状态方程为

$$Z = [S] - S = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_7) = 0, \quad (20)$$

式中, $[S]$ 为桩顶允许位移值或桩身允许弯矩值, S 为计算得到的桩顶位移或桩身最大弯矩值。

(4) 采用有限杆单元法计算桩顶水平位移和桩身最大弯矩。以桩顶为坐标原点, 沿桩深度 z 为横坐标, 其中上段端柱单元长度取为 4 mm, 共划分 2003 个单元, 桩身其它部分单元长度取为 2 cm, 共划分 3214 个单元。

(5) 结合改进响应面法和工程要求, 求得基于桩顶位移失效的响应面表达式为

$$Z(X) = 300 - S = a + \sum_{i=1}^7 (b_i x_i + c_i x_i^2 + d_i x_i^3 + e_i x_i^4) = 0, \quad (21)$$

式中, $a, b_i, c_i, d_i, e_i (i=1, 2, \dots, 7)$ 为 29 个待定系数。

(6) 根据式(4)~(6)上述待定的系数计算桩顶水平位移过大失效模式下的可靠度, 共调用 29 次有限元程序计算得 29 个 S 值, 然后计算得到 29 个 Z 值, 联立方程可解得 a, b_i, c_i, d_i, e_i , 并确定极限状态方程。

(7) 由 JC 法和验算点确定方法及公式计算可得该基桩的可靠指标 β 为 3.671~3.693, 相应的失效概率 P_f 为 $11.22 \times 10^{-5} \sim 11.87 \times 10^{-5}$ 。

(8) 同理, 得桩身材料屈服失效模式下的可靠指标 β 为 3.636~3.845, 失效概率 P_f 为 $9.63 \times 10^{-5} \sim 9.92 \times 10^{-5}$ 。

为验证本文方法的正确性, 采用二次函数响应面法求解相应的可靠指标 β 和失效概率 P_f , 其结果列于表 1。由表 1 可以看出, 二次函数响应面法计算结果包括在本文计算结果区间范围之内, 进一步说明采用区间分析方法的可行性。

表 1 计算结果比较

Table 1 Comparision of iterations between two response surface methods		
计算方法	水平位移失效模式	材料屈服失效模式

	β	$P_f(10^{-5})$	β	$P_f(10^{-5})$
二次函数 响应面法	3.68	11.53	3.725	9.75
本文方法	[3.671,3.693]	[11.22,11.87]	[3.636,3.845]	[9.63,9.92]

4 结 论

本文根据基桩工程结构力学参数的区间性特点，引入区间分析方法和可靠度理论，对基桩的稳定可靠性进行深入研究，获得如下结论：

(1) 根据基桩结构力学参数的区间性，引入区间分析方法，建立出基于区间理论的基桩响应面可靠性分析新方法。

(2) 针对区间运算扩张问题及二次函数响应面法的不足，分别引入改进区间截断法和改进响应面法，解决区间响应量计算收敛速度与精度问题，工程实例分析表明该方法的可行性与工程实用价值。

参考文献：

[1] 李镜培, 舒翔. 竖向承载桩的模糊随机可靠度计算方法[J]. 岩土力学, 2002, **23**(6): 754 - 756. (LI Jing-pei, SHU Xiang. Calculation method for fuzzy random reliability of vertical bearing piles[J]. Rock and Soil Mechanics, 2002, **23**(6): 754 - 756. (in Chinese))

[2] 傅旭东, 陈晓平, 刘祖德. 单桩承载力可靠度的非线性摄动有限元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, **22**(1): 103 - 109. (FU Xu-dong, CHEN Xiao-ping, LIU Zu-de. Nonlinear perturbation stochastic finite element method for analyzing the reliability of vertical loaded pile[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, **22**(1): 103 - 109. (in Chinese))

[3] 苏永华, 何满潮, 曹文贵. 岩体地下结构围岩稳定非概率可靠性的凸集合模型分析方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(3): 377 - 382. (SU YH, HE MC, CAO WG. Non-probabilistic reliability convex model method for stability analysis of surrounding rock mass of underground structure[J]. Journal of Rock Mechanics Engineering, 2005,

24(3): 377 - 382. (in Chinese))

[4] 蒋冲, 赵明华, 曹文贵. 基于区间分析的岩土结构非概率可靠性分析[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2008, **35**(3): 11 - 14. (JIANG Chong, ZHAO Ming-hua, CAO Wen-gui. Non probabilistic reliability research on uncertain parameters in rock mechanics[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2008, **35**(3): 11 - 14. (in Chinese))

[5] 武清玺, 卓家寿. 结构可靠度分析的变f序列响应面法及其应用[J]. 河海大学学报, 2001, **29**(2): 75 - 78. (WU Qing-xi, ZHUO Jia-shou. A sequential response surface method with various f and Its application to structural reliability analysis[J]. Journal of Hohai University, 2001, **29**(2): 75 - 78. (in Chinese))

[6] WONG F S. Slope reliability and response surface method[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1985, **111**: 32 - 53.

[7] BUCHER C G, BOURGUND U. A fast and efficient response surface approach for strutural reliability proble problems[J]. Structural Safty, 1990(7): 57 - 66.

[8] 赵明华, 曾昭宇, 苏永华. 改进响应面法及其在倾斜荷载桩可靠度分析中的应用[J]. 岩土力学, 2007, **28**(12): 2540 - 2542. (ZHAO Ming-hua, ZENG Zhao-yu, SU Yong-hua. Improved response surface method and its application to Reliability analysis of piles under inclined loads[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(12): 2540 - 2542. (in Chinese))

[9] 吕震宙, 冯蕴雯, 岳珠峰. 改进的区间截断法及基于区间分析的非概率可靠性分析方法[J]. 计算力学学报, 2002, **19**(3): 260 - 264. (LU Z Z, FENG Y W, YUE Z F. A advanced interval-truncation approach and non-probabilistic reliability analysis based on interval analysis[J]. Chinese Journal of Computation Mechanics, 2002, **19**(3): 260 - 264. (in Chinese))

(本文责编 胡海霞)