

# 含不同桩径桩基的桩顶作用效应计算分析

赵少飞，李可，张丽华

(华北科技学院土木工程系，北京 101601)

**摘要：**推导出含不同桩径桩基的竖向力和水平力分配计算公式。对于单一桩径的群桩基础，一般公式简化为设计规范所给出的桩顶作用效应计算公式，即前者为后者的一般形式，从而验证了一般公式的正确性。对于承台仅承受轴心竖向荷载或水平荷载的粗、细两类直径桩基，如果忽略桩径变化而采用单一桩径，得到粗桩的竖向力或水平力均低于一般公式的计算结果，而细桩高于一般公式计算结果。若粗、细桩截面面积比为1.5时，其计算误差均超过16%。在控制桩基沉降差的变刚度调平设计，误差会引起桩基沉降差的计算量偏小，因此是偏于不安全的。

**关键词：**桩基；桩顶作用效应；变桩径；变刚度调平设计

中图分类号：TU473.1 文献标识码：A 文章编号：1000-4548(2011)S2-0246-04

**作者简介：**赵少飞(1965-)，男，河南洛阳人，博士，教授，主要从事岩土力学与基础工程的教学与科研工作。E-mail：zhaoshaofei@126.com。

## Calculation and analysis of acting forces on pile top of foundation with piles with different diameters

ZHAO Shao-fei, LI Ke, ZHANG Li-hua

(Department of Civil Engineering, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China)

**Abstract:** In an optimum design of pile foundation stiffness to reduce differential settlement, it is an effective approach to optimize pile foundation stiffness that different diameter piles are employed. No formula is presented in Technical Code for Building Pile Foundation (JGJ94-2008) and Code for Design of Building Foundation (GB50007-2002) for calculating acting forces on the tops of different diameter piles by a cap under loading of its upper building structure. General formulas are induced for calculating acting horizontal and vertical forces on tops of different diameter piles. If diameters of piles are the same, the general formulas are reduced to be the formulas in the two Codes of pile foundation design. It means that the general formulas are a general case of the formulas in the two Codes, which indicates that they are reasonable. A case is analyzed that a pile foundation with two types of pile diameters under a vertical axial force or a horizontal force. If the difference of pile diameters is ignored in the case, that is, the formulas of two design Codes are adopted, results of acting forces on the tops of thicker piles are less than those by the general formulas and results of the thinner piles are opposite. Errors of both thicker piles and thinner piles are more than 16% caused by ignoring the difference of pile diameters if the area ratio of the thicker pile to the thinner pile is 1.5. In an optimum design of pile foundation stiffness to reduce differential settlement, the errors will induce differential settlements of foundations underestimated, and cause unsafe design of pile foundations.

**Key words:** pile foundation; acting force on pile top; variable diameter pile; optimum design of pile foundation stiffness to reduce differential settlement

## 0 引言

为了解决单一类型群桩基础的碟形不均匀沉降以及不合理的马鞍形反力分布<sup>[1-2]</sup>，在JGJ94—2008《建筑桩基技术规范》<sup>[3]</sup>中增加了变刚度调平设计方法，即桩基采用不同桩长、不同桩径或不同桩距等方式，达到既改善桩基的不均匀沉降和不合理的反力特性，又减少资源耗费，这一先进的设计理念已越来越多的

应用于桩基工程设计中<sup>[4-10]</sup>。

在变刚度调平设计中，需要确定含不同桩径群桩基础的桩顶作用效应，即上部结构荷载，通过承台传递给群桩中各桩的竖向力和水平力。在现行的JGJ94—2008《建筑桩基技术规范》<sup>[3]</sup>及GB50007—2002《建

筑地基基础设计规范》<sup>[11]</sup>中, 仅给出了单一直径基桩的桩顶作用效应计算公式, 而对于含不同桩径的群桩基础, 并没有相应的计算公式。对竖向力作用下变桩径桩基, 刘金砾等<sup>[12]</sup>给出了桩顶作用效应计算公式。本文详细推导了含不同桩径桩基的桩顶竖向力和水平力计算公式, 并分析了桩径变化对桩顶作用效应的影响。

## 1 计算公式的建立理论假设

### 1.1 理论假设

对于含不同桩径的群桩基础, 建立以原点在承台底面形心,  $x$ ,  $y$  轴分别平行于承台两边的坐标系, 如图 1 所示。上部结构传到承台顶面的竖向力和水平力分别为  $F_k$ ,  $H_k$ , 绕  $x$ ,  $y$  轴的力矩荷载分别为  $M_{xk}$ ,  $M_{yk}$ , 承台及其上填土的自重为  $G_k$ 。

根据刘金砾等<sup>[12]</sup>分析, 在桩顶作用效应推导中, 进行以下假设: ①在上部结构荷载作用下, 承台底面仍保持为一平面。这一假设即为受弯梁的平面假设<sup>[13]</sup>; ②桩顶与承台为铰接链接, 桩顶部仅承受竖向力、水平力; ③忽略承台下部土对承台的法向力和切向力; ④各桩所承担的水平力与桩的截面积成正比。

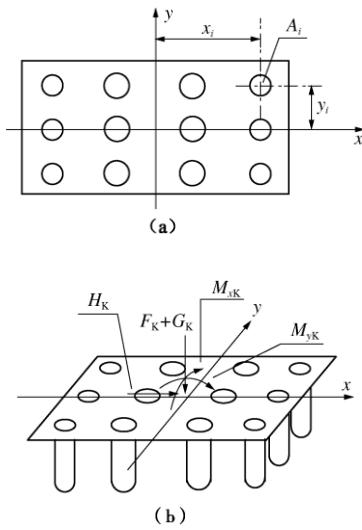


图 1 含不同桩径桩基示意

Fig. 1 Foundation with piles with different diameters

### 1.2 竖向力计算公式的推导

假设群桩桩基中第  $i$  根桩的桩身横截面面积为  $A_i$ , 截面形心位置到  $x$ ,  $y$  轴的距离分别为  $y_i$ ,  $x_i$ 。根据假设由材料力学知<sup>[13]</sup>, 第  $i$  根桩形心位置处所受到的竖向应力为

$$\sigma_{ik} = \frac{F_k + G_k}{\sum A_j} \pm \frac{M_{xk} y_i}{I_x} \pm \frac{M_{yk} x_i}{I_y} \quad (1)$$

对于位于荷载偏心一侧的桩, 右侧第 2、3 项取正号,

反之取负号。式中  $\sum A_j$  为各桩桩身截面积之和, 即桩的总的截面积;  $I_x$ ,  $I_y$  分别为各桩截面面积绕  $x$ ,  $y$  轴的惯性矩。

由于群桩中各桩的截面面积彼此是孤立的, 根据惯性矩定义可以, 相应的计算公式为

$$I_x = \int_{\sum A_j} y^2 dA = \sum y_j^2 A_j \quad , \quad (2a)$$

$$I_y = \int_{\sum A_j} x^2 dA = \sum x_j^2 A_j \quad . \quad (2b)$$

式中  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $n$  为桩基中桩的总根数。

将惯性矩  $I_x$ ,  $I_y$  代入式 (1), 有

$$\sigma_{ik} = \frac{F_k + G_k}{\sum A_j} \pm \frac{M_{xk} y_i}{\sum y_j^2 A_j} \pm \frac{M_{yk} x_i}{\sum x_j^2 A_j} \quad . \quad (3)$$

因此, 第  $i$  根桩所受的竖向力为

$$Q_{ik} = \frac{(F_k + G_k) A_i}{\sum A_j} \pm \frac{M_{xk} y_i A_i}{\sum y_j^2 A_j} \pm \frac{M_{yk} x_i A_i}{\sum x_j^2 A_j} \quad , \quad (4a)$$

或写成

$$Q_{ik} = \frac{F_k + G_k}{\sum \frac{A_j}{A_i}} \pm \frac{M_{xk} y_i}{\sum \frac{y_j^2 A_j}{A_i}} \pm \frac{M_{yk} x_i}{\sum \frac{x_j^2 A_j}{A_i}} \quad . \quad (4b)$$

如果承台承受轴心竖向荷载, 即力矩荷载  $M_{xk} = M_{yk} = 0$ , 式 (4a)、(4b) 分别变为

$$Q_{ik} = \frac{(F_k + G_k) A_i}{\sum A_j} \quad , \quad (5a)$$

$$Q_{ik} = \frac{F_k + G_k}{\sum \frac{A_j}{A_i}} \quad . \quad (5b)$$

### 1.3 水平力计算公式的推导

根据理论假设④, 各桩所承担的水平力与桩身截面积成正比, 由此第  $i$  桩承担的水平荷载为

$$H_{ik} = \frac{H_k A_i}{\sum A_j} \quad , \quad (6a)$$

或写成

$$H_{ik} = \frac{H_k}{\sum \frac{A_j}{A_i}} \quad . \quad (6b)$$

式中  $H_k$  为承台承受的总的水平荷载。

## 2 计算公式的分析与讨论

对竖向力作用下的桩顶作用效应, 所推导的式 (4a)、(4b) 与刘金砾等<sup>[12]</sup>所给出了计算公式是一致的。

对于单一桩径桩基, 由于各桩截面积相同, 偏心竖向力作用下, 式 (4a)、(4b) 简化为

$$Q_{ik} = \frac{(F_k + G_k)}{n} \pm \frac{M_{xk} y_i}{\sum y_j^2} \pm \frac{M_{yk} x_i}{\sum x_j^2} \quad . \quad (7)$$

轴心竖向力作用下, 式(5a)、(5b)简化为

$$Q_{ik} = \frac{(F_k + G_k)}{n} \quad (8)$$

桩顶水平荷载作用下, 式(6a)、(6b)简化为

$$H_{ik} = \frac{H_k}{n} \quad (9)$$

式(7)~(9)即为现行规范<sup>[3, 11]</sup>的桩顶作用效应计算公式。

由此说明, 考虑桩径变化的桩顶作用效应计算公式是设计规范公式<sup>[3, 11]</sup>的一般形式。当桩径相同时, 一般公式简化为规范公式, 由此说明了一般公式的正确性。

### 3 规范公式计算结果误差分析

对于变桩径桩基, 由于偏心竖向力作用下的桩顶作用效应与各桩的位置及桩的分布相关。为了分析忽略桩径变化, 即采用现行规范<sup>[3, 11]</sup>公式(7)~(9)计算变桩径桩基的桩顶作用效应结果, 这里考虑承台受仅承受轴心竖向力或水平力两种情况。

假设桩基中桩径仅包含两类桩径, 且根数相同, 相应的截面积分别为  $A_1$  和  $A_2$ , 不失一般性假定  $A_1 > A_2$ , 且  $A_1 = kA_2$ , 显然  $k > 1$ 。

对于桩基中截面面积较大的桩(截面面积为  $A_1$ ), 考虑不同桩径影响, 桩顶所承受的竖向力由式(5a)得

$$Q_{1k-vd} = \frac{(F_k + G_k)A_1}{\frac{n}{2}A_1 + \frac{n}{2}A_2} = \frac{2k}{k+1} \cdot \frac{(F_k + G_k)}{n} \quad (10)$$

而忽略桩径变化对桩顶作用效应的影响, 即采用式(8)计算的竖向力为

$$Q_{1k-ud} = \frac{(F_k + G_k)}{n} \quad (11)$$

相应的计算误差为

$$\text{Err}_1(\%) = \frac{Q_{1k-vd} - Q_{1k-ud}}{Q_{1k-vd}} (\%) = \frac{k-1}{2k} (\%) \quad (12)$$

类似地, 对群桩中截面面积较小的桩(截面面积为  $A_2$ ), 考虑不同桩径影响时, 桩所承受的竖向力由式(5a)得

$$Q_{2k-vd} = \frac{(F_k + G_k)A_2}{\frac{n}{2}A_1 + \frac{n}{2}A_2} = \frac{2}{k+1} \cdot \frac{(F_k + G_k)}{n} \quad (13)$$

忽略桩径变化对桩顶作用效应的影响, 即采式(8)的竖向力  $Q_{2k-ud}$  与  $Q_{1k-ud}$  相同, 因此计算误差为

$$\text{Err}_2(\%) = \frac{Q_{2k-vd} - Q_{2k-ud}}{Q_{2k-vd}} (\%) = \frac{1-k}{2} (\%) \quad (14)$$

式(12)、(14)表明, 对于轴心竖向力作用下包含两类桩径的桩基, 忽略桩径影响的桩顶作用效应计

算误差随粗、细两类桩的截面积比值  $k$  而变化, 结果误差列于表1。

比较式(5)、(6)、(8)、(9)知, 在水平力作用下含不同桩径桩基的桩顶作用效应和轴心竖向力情况相同, 相应的, 水平力作用下忽略桩径变化的桩顶作用效应计算误差也列于表1。

表1 忽略桩径变化的竖向力和水平力计算误差

Table 1 Errors of vertical forces and horizontal forces caused by ignoring difference of pile diameters

$k$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	%
粗桩	+4.5	+8.3	+11.5	+14.3	+16.7	
细桩	-5.0	-10.0	-15.0	-20.0	-25.0	

式(12)、(14)及表1表明, 忽略桩径变化的桩顶作用效应, 粗桩和细桩计算误差都比较大, 其中细桩的计算误差更大。

忽略桩径变化, 粗桩桩顶作用效应的竖向力计算结果低于本文一般公式结果, 与此相反, 细桩竖向力高于一般公式结果。当粗桩、细桩截面积之比为1.5(桩径比仅为1.2)时, 粗桩的计算误差为16.7%, 细桩的计算误差达到25%。

由于在变刚度调平设计中, 粗桩通常布置在桩基的中间区域, 即竖向沉降量较大的区域, 而细桩通常布置在桩基的周边区域, 即竖向沉降量较小的区域。低估粗桩的竖向力, 会造成所在中间区域的沉降计算量偏小, 而高估细桩的竖向力, 会造成所在周边区域的沉降计算量偏大。因此, 在控制沉降差的变刚度调平设计中, 低估粗桩的竖向力和高估细桩的竖向力会引起桩基沉降差偏小, 显然都是偏于不安全的。

### 4 结 论

(1) 对于含不同桩径桩基, 推导了桩顶竖向力和水平力一般计算公式。当桩径相同时, 一般公式简化为现行设计规范的计算公式。

(2) 对于含不同桩径桩基, 必须考虑桩径变化对桩顶作用效应的影响。在含有粗、细两类桩径的桩基中, 若忽略桩径变化, 即采用现行设计规范计算公式, 竖向力和水平力的计算结果误差都较大, 若粗、细桩截面面积比为1.5时, 其计算误差均超过16%, 其中粗桩的计算结果小于一般公式得到的竖向力和水平力; 与此相反, 细桩计算结果大于一般公式得到的竖向力和水平力。在控制沉降差的变刚度调平设计中, 若忽略桩径变化会低估桩基的沉降差, 因而是偏于不安全的。

### 参考文献:

- [1] 刘金砾, 迟铃泉. 桩土变形计算模型和变刚度调平设计[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(2): 151 - 157. (LIU Jin-li, CHI Ling-quan. The modified model of pile-soil deformation calculation and variable rigidity design method for balance settlement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(2): 151 - 157. (in Chinese))
- [2] 刘金砾. 高层建筑地基基础概念设计的思考[J]. 土木工程学报, 2006, 39(06): 100 - 105. (LIU Jin-li. Review and optimization of the conceptual design of foundations for high-rise buildings[J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39(06): 100 - 105. (in Chinese))
- [3] JGJ94—2008 建筑桩基技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2008. (JGJ94—2008 Technical code for building pile foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2008. (in Chinese))
- [4] 朱春明, 刘金波, 刘金砾, 等. 威海海悦大厦地基变刚度调平设计[J]. 建筑结构学报, 2009, 30(S1): 228 - 232. (ZHU Chun-ming, LIU Jin-bo, LIU Jin-li, et al. The design method of adjusting foundation stiffness for Weihai-Haiyue Mansion[J]. Journal of Building Structures. 2009, 30(S1): 228 - 232. (in Chinese))
- [5] 刘中华, 肖志斌, 耿翠珍. 万银国际大厦基础设计分析[J]. 建筑结构, 2010, 40(3): 45 - 48. (LIU Zhong-hua, XIAO Zhi-bin, GENG Cui-zhen. Design analysis on the foundation of Wanyin International Mansion[J]. Building Structure, 2010, 40(3): 45 - 48. (in Chinese))
- [6] 王涛, 高文生, 刘金砾. 桩基变刚度调平设计的实施方法研究[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(4): 531 - 537. (WANG Tao, GAO Wen-sheng, LIU Jin-li. Study on implementation method for optimization design of pile foundation stiffness to reduce differential settlement[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(4): 531 - 537. (in Chinese))
- [7] 冯知夏, 金来建, 孙占军. 黄土地基超高层桩筏基础变刚度调平设计[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(增刊 2): 275 - 279. (FENG Zhi-xia, JIN Lai-jian, SUN Zhan-jun. Stiffness variation leveling design of piled raft foundation of super high-rise buildings on loess[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2010, 32(S2): 275 - 279. (in Chinese))
- [8] 张竟乐, 阮永健, 冯康曾, 等. 法门寺合十舍利塔基础设计[J]. 建筑结构, 2010, 40(S1): 284 - 287. (ZHANG Jing-le, RUAN Yongjian, FENG Kangzeng, et al. Foundation design of the Buddha Relics tower of Famen Temple[J]. Building Structure, 2010, 40(S1): 284 - 287. (in Chinese))
- [9] 徐至钧, 赵锡宏. 建筑桩基设计与计算[M]. 北京: 机械工业出版社, 2009. (XU Zhi-jun, ZHAO Xi-hong. Design and calculation of building pile foundation[M]. Beijing: China Machine Press, 2009. (in Chinese))
- [10] 赵宝利. 苏州地区某超高层建筑基础优化设计[J]. 建筑结构, 2011, 41(2): 97 - 100. (ZHAO Bao-li. Optimization design on the foundation of a super high-rise building in Suzhou[J]. Building Structure, 2011, 41(2): 97 - 100. (in Chinese))
- [11] GB 50007—2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (GB 50007—2002 Code for design of building foundation[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese))
- [12] 刘金砾, 高文生, 邱明兵. 建筑桩基技术规范应用手册[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2010. (LIU Jin-li, GAO Wen-sheng, QIU Ming-bing. Handbook of application for technical code for building pile foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2010. (in Chinese))
- [13] 粟一凡. 材料力学 (上册)[M]. 第 2 版. 北京: 高等教育出版社, 1983. (SU Yi-fan. Material mechanics (volume 1) [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 1983. (in Chinese))

(本文责编 孙振远)