

# 被动桩与土相互作用解析计算研究

张爱军<sup>1,2</sup>, 莫海鸿<sup>1</sup>, 朱珍德<sup>3</sup>, 张坤勇<sup>3</sup>

(1. 华南理工大学土木与交通学院, 广东 广州 510641; 2. 深圳市政府投资项目评审中心, 广东 深圳 518036;  
3. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 为解决被动桩-土相互作用的力学问题, 基于土体弹性假设及 Winkler 地基模型, 分析了抗滑桩与土体相互作用机理, 提出被动桩与土相互作用的弹性地基梁模型控制方程组, 推导了桩身力学响应的数学解析表达式, 编制 MATLAB 计算程序进行桩内力计算, 并与现场监测数据进行了对比, 结果验证了本文解析方法是可靠的; 最后将该模型应用于深圳中荣煜滑坡治理的抗滑桩设计计算中, 探讨了地基水平抗力系数, 滑坡剩余推力及其分布函数, 对抗滑桩内力和挠度的影响, 计算结果表明: 在滑坡剩余下滑力相同的条件下, 各种不同分布形式中三角形分布将产生大的弯矩, 抛物线分布次之, 均匀分布最小, 悬殊比率大, 达 47%; 相同地基水平抗力条件下, 均匀分布桩顶挠度大于三角形和抛物线分布; 这些研究成果可为优化抗滑桩的结构设计及内力计算提供理论依据。

**关键词:** 弹性地基梁; 桩-土相互作用; 地基系数; 解析解

中图分类号: TU47 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2011)S2-0120-08

作者简介: 张爱军(1977-), 男, 山东东营人, 博士研究生, 主要从事结构与土相互作用、基坑支护及边坡加固方面的科学研究工作。E-mail: zhangaijun@qq.com.

## Analytical solution to interaction between passive piles and soils

ZHANG Ai-jun<sup>1,2</sup>, MO Hai-hong<sup>1</sup>, ZHU Zhen-de<sup>3</sup>, ZHANG Kun-yong<sup>3</sup>

(1. School of Civil Engineering and Transportation, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China; 2. Shenzhen

Government Investment Project Evaluation Center, Shenzhen 518036, China; 3. Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** In order to analyze mechanical mechanism of passive pile-soil interaction in slope, based on the Winkler elastic model which assumes that soil displacement is elastic, a fourth-order differential equation considering passive pile-soil interaction is presented to describe the stabilizing pile subjected to an arbitrary profile of residual thrust, and the analytical solution is derived. The procedure is programmed with Matlab code. Meantime, the computed values are in good agreement with the in field monitoring data, which means that the suggested analytical solutions are reliable. Finally, the model is conducted in a case history of Shenzhen to verify the proposed analytical solution. The analysis is carried out to investigate the effects of subgrade modulus and distribution function of residual thrust on behavior of passive piles embedded in slope considering the interaction between passive piles and soils. The results show that the triangular distribution forms of residual thrust will have the largest moment of passive piles, followed by a parabola, uniform distribution of the smallest. The relatively large gap can be up to 47%. Under the same level of subgrade modulus conditions, the uniform distribution of residual thrust has large displacement of passive piles at the top around the piles than that of triangle and parabola distribution. The approach can provide theoretical helpful for calculating internal forces and displacements of stabilizing piles.

**Key words:** elastic foundation beam; pile-soil interaction; modulus of subgrade reaction; analytical solution

## 0 引言

在路基、堤坝及基坑工程中都会经常碰到土坡, 其稳定性问题是岩土工程领域基本而重要的课题。长期以来, 抗滑桩作为一种支挡抗滑结构物而广泛应用于土坡的稳定性治理中, 是因为在抗滑桩施工过程中

对坡体土层的开挖还可以不断了解滑体情况及时调整设计, 特别当滑体的滑动面明确, 滑动面下覆土层强度较好时更能体现它的优越性<sup>[1]</sup>: 施工简便快捷, 加

固效果好。

早期的抗滑桩的设计主要参照桩基的设计推导演变而来, 设计参数也多利用其他工程中所使用的, 这对抗滑桩设计来说, 是不尽合适的。70年代末以来国内外许多研究者对抗滑桩的设计理论、方法、参数和内力计算方法进行了广泛的研究。国外把抗滑桩纳入侧向受荷桩的范畴, 对侧向受荷桩研究较多, 主要有Poulus的弹性理论解及非线性弹塑性地基反力法( $p-y$ 曲线法)<sup>[2-5]</sup>。我国学者吴恒立<sup>[6]</sup>提出的计算推力桩的综合刚度原理和双参数法, 可考虑桩周土处于线弹性或非线弹性阶段。

然而上述方法主要针对桩顶作用有横向荷载或桩的外露部分作用有分布荷载的主动桩。抗滑桩属于典型的被动桩<sup>[7]</sup>, 是有别于上述主动桩的, 问题更为复杂, 抗滑桩作用的主动外力-滑坡推力, 一般为滑动面以上的分布荷载, 因为被动桩桩身的受力和变形一方面取决于桩周土体的位移, 另一方面桩又反过来对桩周土体发生作用, 即桩与土体的相互作用。

国外采用线弹性地基系数法计算被动桩内力, 常将滑面以上受荷段按悬臂桩考虑, 按一般静力学方法求解其内力, 而滑面以下锚固段采用有限差分法或有限元法求解其内力<sup>[8-9]</sup>。我国铁道部第二勘测设计院<sup>[10]</sup>考虑桩周土线弹性阶段提出悬臂桩法和地基系数法在国内实际工程中得到了广泛的应用。

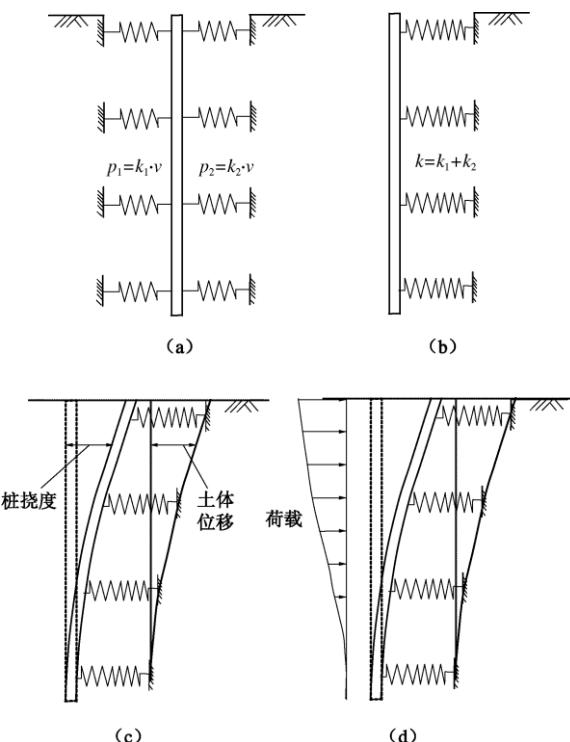


图 1 被动桩-土相互作用模型

Fig. 1 Model of imbedded passive pile-soil interaction

悬臂桩法是最早提出的一种方法, 具有简单实用

的优点。该方法因将滑动面以上桩段-受荷段视为悬臂梁, 滑动面以下锚固段视为Winkler弹性地基梁而得名。然而, 在抗滑桩施工完毕后, 桩与其周围岩土体紧密结合, 抗滑桩前稳定坡体对抗滑桩具有支撑力。所以, 悬臂桩法由于对桩的实际受力状况作了偏于安全的简化, 因而对桩的内力计算结果是相对保守的, 导致与抗滑桩的实际工作条件不相吻合。另外, 将抗滑桩以滑动面为界, 分上下两段以进行受力和变形分析, 建立各自的坐标系独立考虑, 容易导致桩身位移在滑动面处不连续, 与弹性力学理论的基本假设是相悖的。

本文基于Winkler地基力学模型, 将抗滑桩以滑动面为界的上下两段建立统一坐标系, 提出被动桩与土坡相互作用的弹性地基梁模型控制方程组, 依据桩身在滑动面处的连续性条件及其它边界条件, 求解控制方程组积分系数, 并推导出解析解表达式, 运用传递系数法计算滑坡剩余推力, 选择合理分布图式, 分析抗滑桩与土坡相互作用机制, 为优化抗滑桩的结构设计及内力计算提供理论依据。

## 1 抗滑桩与土体相互作用分析

实际上, 埋设在坡体中的抗滑桩同时受到左侧土压力 $p_1$ 和右侧土压力 $p_2$ 的作用, 其计算模型如图1(a); 此时, 地基基床系数可以改写为 $k=k_1+k_2$ , 如图1(b); 可以假设若坡体中的抗滑桩不存在时, 滑动面以上土体的位移场为 $s(z)$ , 导致抗滑桩的位移为 $v$ , 如图1(c)所示; 因此, 假设抗滑桩与土体始终接触, 共同作用时, 土压力的变化可以用下式表示:

$$f = k(v - s) \quad (1)$$

公式(1)实际上等效于地基反力 $p(z)=k \cdot v$ , 加上一个相反方向的外荷载 $q(z)=k \cdot s$ 。这个外荷载是由于滑坡土体位移导致作用于抗滑桩上的滑坡推力。

根据静力平衡及材料力学假设<sup>[11]</sup>, 忽略轴力影响, 受荷段被动桩的挠曲微分方程为

$$EI \frac{d^4v}{dz^4} = -k(v - s) \quad (2)$$

式中  $E$ 为桩的弹性模量( $\text{kN}/\text{m}^2$ );  $I$ 为桩的惯性矩( $\text{m}^4$ );  $v$ 为桩的挠度( $\text{m}$ )。

在实际运用中, 将抗滑桩以滑动面为界, 分为受荷段和锚固段以进行受力和变形分析, 基于弹性地基梁理论, 建立抗滑桩在滑坡剩余下滑力作用下全桩长的挠曲控制方程组:

$$\frac{d^4v}{dz^4} + 4\lambda^4 v = \begin{cases} 0 & H < z < h, \\ q(z)/EI & h < z < 0. \end{cases} \quad (3a)$$

$$(3b)$$

式中  $\lambda = \sqrt[4]{k/4EI}$ ，称为桩土相对刚度 ( $\text{m}^{-1}$ )； $H$  表示抗滑桩长 (m)； $h$  表示抗滑桩受荷段桩长 (m)。

## 2 抗滑桩受力分析及解析解的推导

### 2.1 抗滑桩受力分析及剩余推力分布形式的确定

在抗滑桩工程设计中，抗滑桩宜布置在稳定区域<sup>[12]</sup>，可以充分利用桩前土体的抗力，减小桩身弯矩，降低工程成本。如图2所示，在滑动面以上作用在抗滑桩上的外荷载有：滑坡推力 $q_i(z)$ 和滑动面以上桩前滑体的抗力 $p_1(z)$ ；在滑动面以下作用在抗滑桩上的地基反力有桩前地基抗力 $p_2(z)$ 和桩后地基抗力 $p_3(z)$ 。

《建筑边坡工程技术规范》<sup>[13]</sup>指出传递系数法是工程中应用较多的分析边坡稳定性的极限平衡法之一。可根据传递系数法，按下式求解滑坡推力

$$Q_i = F_s W_i \sin a_i - (c_i l_i + W_i \cos a_i \tan \varphi_i) + Q_{i-1} \psi_i, \quad (4)$$

$$\psi_i = \cos(a_{i-1} - a_i) - \tan \varphi_i \sin(a_{i-1} - a_i). \quad (5)$$

式中  $Q_i$  为 $i$ 分条末端的滑坡推力； $F_s$  为边坡安全系数； $W_i$  为第 $i$ 个分条的重力； $a_i$  为第 $i$ 个分条所在滑面的倾角； $c_i$ 、 $\varphi_i$  为第 $i$ 个分条所在滑面上的黏聚力和内摩擦角； $\psi_i$  为传递系数。

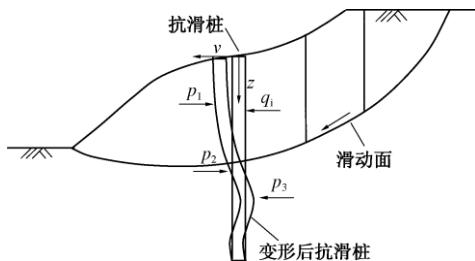


图 2 抗滑桩受力简图

Fig. 2 Loads acting on piles embedded in slope

滑坡推力分布图式的选择是否合理，直接影响着滑动面以上抗滑桩桩身内力的计算准确与否，进而影响滑动面以下桩身内力计算的准确性，影响抗滑桩设计的合理性。由于滑体的土性和厚度等因素不同，决定了抗滑桩上的滑坡推力分布图形的多样性。

戴自航<sup>[14]</sup>结合模型试验及现场试桩试验的结果，针对滑坡体岩土类型，提出了相应的函数表达式。当滑体是黏土、土夹石、岩石等，黏聚力较大的岩土体时，其推力分布形式可近似按均匀分布考虑，函数表达式为

$$q(z) = Q/h. \quad (6)$$

当滑体为松散介质(如砂土)时，下滑力基本为三角形分布，分布函数的一般表达式为

$$q(z) = (12m - 6)Qz/h^2. \quad (7)$$

当滑坡体为抗剪特征以内摩擦角为主的滑体，如

堆积层、破碎岩层时，下滑力接近于地表为零、顶点在滑动面略上的抛物线，分布函数的一般表达式为

$$q(z) = \frac{(36m - 24)Q}{h^3} z^2 + \frac{(18 - 24m)Q}{h^2} z. \quad (8)$$

式中  $Q$  表示设桩位置滑坡推力； $q$  表示滑坡推力沿桩高的分布集度； $h$  表示抗滑桩悬臂端桩长； $m$  表示滑坡推力合力作用点系数。

### 2.2 基床弹性系数的确定

《建筑基坑支护技术规程》<sup>[15]</sup>等主要建议采用单参数弹性地基系数 $m$ 法。然而，单参数法计算土压力与实际土压力之间的差异，难以使桩顶的位移、桩身最大弯矩及其所在位置与实测值较好地吻合，对支护结构的位移和内力设计计算的预计值与实测结果间往往存在较大的差异。

为合理地反映桩周地基抗力，吴恒立<sup>[6]</sup>提出非线性弹性地基的双参数法，设Winkler 弹性地基系数变化规律按下式

$$k = mz^n. \quad (9)$$

桩顶受集中荷载推力桩的实测结果表明<sup>[6]</sup>，双参数法能很好地解决单参数法存在的问题。显然，当 $n=0$ ， $k$  =常数时的解法即为 $k$ 法；当 $n=1$ 时的解法即为 $m$ 法；当 $n=0.5$ 时的解法即为 $C$ 法。

滑体一般为松散介质、破碎岩层与滑床土性截然不同，为便于推导，假设地基抗力与桩侧地基的弹性压缩成正比，滑体中地基抗力系数 $k_u$ ，滑床内地基抗力系数为 $k_d$ ，均按常数考虑。

### 2.3 被动桩 - 土相互作用控制方程

根据文献[11]，公式 (3) 的通解可以写为

$$v = e^{\lambda_d z} (C_{11} \cos \lambda_d z + C_{12} \sin \lambda_d z) + e^{-\lambda_d z} (C_{13} \cos \lambda_d z + C_{14} \sin \lambda_d z). \quad (10)$$

(1) 对于稳定滑床内的锚固段( $H < z < h$ )，见图 2，微分方程的解是

$$v = e^{\lambda_d z} (C_{11} \cos \lambda_d z + C_{12} \sin \lambda_d z) + e^{-\lambda_d z} (C_{13} \cos \lambda_d z + C_{14} \sin \lambda_d z). \quad (11)$$

式中  $\lambda_d = \sqrt[4]{k_d/4EI}$ 。

(2) 对于滑动面以上的受荷段 ( $h < z < 0$ )，承受滑坡剩余下滑力，微分方程的解是

$$v = e^{\lambda_u z} (C_{21} \cos \lambda_u z + C_{22} \sin \lambda_u z) + e^{-\lambda_u z} (C_{23} \cos \lambda_u z + C_{24} \sin \lambda_u z) + v_n^*. \quad (12)$$

式中  $\lambda_u = \sqrt[4]{k_u/4EI}$ ； $v_n^* = \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^*$  是桩后滑坡剩余下滑力分布函数对应的特解。

### 2.4 边界条件及积分常数的确定

方程 (11) ~ (12) 有 8 个待定参数， $C_{11}$ ， $C_{12}$ ， $C_{13}$ ， $C_{14}$ ， $C_{21}$ ， $C_{22}$ ， $C_{23}$ ， $C_{24}$ ，需要有 8 个边界条件联立求解。

(1) Fleming 等<sup>[16]</sup>定义了抗滑桩有效长度  $l_c = 4\sqrt{EI/k}$ , 当桩长  $H$  大于  $l_c$  时称为长桩, 特点是与桩底的支承条件无关, 不论桩底的实际约束条件如何, 均可按桩底固定端处理。

当被动桩桩长符合 Fleming 条件时, 可将其看作半无限长弹性地基梁, 即边界条件为, 当  $z \rightarrow H$ , 挠度  $v = 0$ , 转角  $\theta = v' = 0$ , 由此得出,  $C_{11} = C_{12} = 0$ ; 当  $z \rightarrow 0$ , 弯矩  $M = -EIv'' = 0$ , 剪力  $Q = -EIv''' = 0$ , 由式 (3a) 可以得到

$$\begin{cases} 2\lambda_u^2 \left[ -e^{\lambda_u h} (C_{21} \sin \lambda_u h - C_{22} \cos \lambda_u h) + e^{-\lambda_u h} (C_{23} \sin \lambda_u h - C_{24} \cos \lambda_u h) \right] + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)'' \right]_{x=h} = 0 \\ 2\lambda_u^3 \left\{ -e^{\lambda_u h} [C_{21} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h) - C_{22} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h)] + e^{-\lambda_u h} [C_{23} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h) + C_{24} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h)] \right\} + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)''' \right]_{x=h} = 0. \end{cases}$$

(2) 根据连续性条件, 从左右两侧逼近  $z = h$  时, 结构的挠度  $v$ 、转角  $\theta = v'$ 、弯矩  $M = -EIv''$  和剪力  $Q = -EIv'''$  满足连续性条件:

在锚固段, 由式 (3a) 可以得到

$$\begin{cases} v_{1h} = e^{-\lambda_d h} (C_{13} \cos \lambda_d h + C_{14} \sin \lambda_d h) \\ v'_{1h} = -\lambda_d e^{-\lambda_d h} [C_{13} (\cos \lambda_d h + \sin \lambda_d h) - C_{14} (\cos \lambda_d h - \sin \lambda_d h)] \\ v''_{1h} = 2\lambda_d^2 e^{-\lambda_d h} (C_{13} \sin \lambda_d h - C_{14} \cos \lambda_d h) \\ v'''_{1h} = 2\lambda_d^3 e^{-\lambda_d h} [C_{13} (\cos \lambda_d h - \sin \lambda_d h) + C_{14} (\cos \lambda_d h + \sin \lambda_d h)]. \end{cases}$$

在滑面以上的受荷段, 由式 (3b) 可以得到

$$v_{2h} = e^{\lambda_u h} (C_{21} \cos \lambda_u h + C_{22} \sin \lambda_u h) + e^{-\lambda_u h} (C_{23} \cos \lambda_u h +$$

$$A = \begin{bmatrix} NE_c^d(h) & NE_s^d(h) & -E_c^u(h) & -E_s^u(h) & -NE_c^u(h) & -NE_s^u(h) \\ -\lambda_d [NE_c^d(h) + NE_s^d(h)] & \lambda_d [NE_c^d(h) - NE_s^d(h)] & -\lambda_u [E_c^u(h) - E_s^u(h)] & -\lambda_u [E_c^u(h) + E_s^u(h)] & \lambda_u [NE_c^u(h) + NE_s^u(h)] & -\lambda_u [NE_c^u(h) - NE_s^u(h)] \\ 2\lambda_d^2 NE_s^d(h) & -2\lambda_d^2 NE_c^d(h) & 2\lambda_u^2 E_s^u(h) & -2\lambda_u^2 E_c^u(h) & -2\lambda_u^2 NE_s^u(h) & 2\lambda_u^2 NE_c^u(h) \\ 2\lambda_d^3 [NE_c^d(h) - NE_s^d(h)] & 2\lambda_d^3 [NE_c^d(h) + NE_s^d(h)] & 2\lambda_u^3 [E_c^u(h) + E_s^u(h)] & 2\lambda_u^3 [E_c^u(h) - E_s^u(h)] & -2\lambda_u^3 [NE_c^u(h) - NE_s^u(h)] & -2\lambda_u^3 [NE_c^u(h) + NE_s^u(h)] \\ 0 & 0 & 2\lambda_d^2 E_s^u(h) & -2\lambda_d^2 E_c^u(h) & -2\lambda_u^2 NE_s^u(h) & 2\lambda_u^2 NE_c^u(h) \\ 0 & 0 & 2\lambda_u^3 [E_c^u(h) + E_s^u(h)] & -2\lambda_u^3 [E_c^u(h) - E_s^u(h)] & -2\lambda_u^3 [NE_c^u(h) - NE_s^u(h)] & -2\lambda_u^3 [NE_c^u(h) + NE_s^u(h)] \end{bmatrix}.$$

$$C = [C_{13} \ C_{14} \ C_{21} \ C_{22} \ C_{23} \ C_{24}]^T, \quad V = [V^*(h) \ V^{**}(h) \ V^{***}(h) \ V^{***}(0) \ V^{***}(0)]^T.$$

式中有 5 个中间变量:

$$E_s^i(z), E_c^i(z), NE_s^i(z), NE_c^i(z) \text{ 和 } V^*(z),$$

用公式表示为

$$E_s^i(z) = e^{\lambda_i z} \sin(\lambda_i z), \quad E_c^i(z) = e^{\lambda_i z} \cos(\lambda_i z), \quad NE_s^i(z) = e^{-\lambda_i z} \sin(\lambda_i z), \quad NE_c^i(z) = e^{-\lambda_i z} \cos(\lambda_i z), \quad V^*(z) = \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)_z,$$

其中  $i = u, d$ 。

由式 (14) 求出系数  $C_{13}, C_{14}, C_{21}, C_{22}, C_{23}, C_{24}$ , 即可得到全部待定系数, 将其代入式 (11)、(12)

$$\begin{aligned} & C_2 s i n \lambda h + \left[ \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right]_{x=h}, \\ & v'_{2h} = \lambda_u \left\{ e^{\lambda_u h} [C_{21} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h) + C_{22} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h)] - e^{-\lambda_u h} [C_{23} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h) - C_{24} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h)] \right\} + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)' \right]_{x=h}, \\ & v''_{2h} = 2\lambda_u^2 \left[ -e^{\lambda_u h} (C_{21} \sin \lambda_u h - C_{22} \cos \lambda_u h) + e^{-\lambda_u h} (C_{23} \sin \lambda_u h - C_{24} \cos \lambda_u h) \right] + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)'' \right]_{x=h}, \\ & (C_2 s i n \lambda h - C_2 c o s \lambda h) + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)'' \right]_{x=h}, \\ & v'''_{2h} = 2\lambda_u^3 \left\{ -e^{\lambda_u h} [C_{21} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h) - C_{22} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h)] + e^{-\lambda_u h} [C_{23} (\cos \lambda_u h - \sin \lambda_u h) + C_{24} (\cos \lambda_u h + \sin \lambda_u h)] \right\} + \left[ \left( \sum_{n=0}^{+\infty} v_n^* \right)''' \right]_{x=h}. \end{aligned}$$

由连续性条件  $v_{1h} = v_{2h}, \quad v'_{1h} = v'_{2h}, \quad v''_{1h} = v''_{2h}, \quad v'''_{1h} = v'''_{2h}$  与桩顶底边界条件联立求解, 整理后用矩阵形式表示为

$$A_{6 \times 6} \cdot C_{6 \times 1} = V_{6 \times 1} \quad . \quad (13)$$

解线性方程组, 求待定参数

$$C_{6 \times 1} = A_{6 \times 6}^{-1} \cdot V_{6 \times 1} \quad . \quad (14)$$

可得抗滑桩各段的挠度方程  $v(z)$ , 根据  $\theta(z) = v(z)', M(z) = -EIv(z)''$ ,  $Q(z) = -EIv(z)'''$ , 可分别计算抗滑桩的转角、弯矩、剪力。

## 2.5 非齐次微分方程特解

对于公式(3)四阶微分方程的非齐次项  $q(z)/EI$ , 其特解直接求解比较困难。理论上, 任何形状的滑坡推力分布函数  $q(z)$ , 不管是三角形或梯形、均匀分布、抛物线形式, 都可以用多项式逼近,  $q(z) = \sum_{i=0}^n a_i z^i$ ,

因此公式(3)对应于 $q(z)$ 的特解形式必定是 $\sum_{j=0}^n b_j z^j$ ,  $a_i$ 和 $b_i$ 为常系数。

运用递推法, 可以得出 $a_i$ 和 $b_i$ 关系式,

$$\begin{cases} b_n = a_n, \\ b_{n-1} = a_{n-1}, \\ b_{n-2} = a_{n-2}, \\ b_{n-3} = a_{n-3}. \end{cases} \quad (15)$$

当 $n-4 < i \leq n$ :

$$b_i = a_i + \sum_{j=1}^k (-1)^j \frac{(i+4j)!}{(i)! (4\lambda^4)^j} a_{i+4j} \quad i+4j < n. \quad (16)$$

这样给出任何形式的滑坡剩余推力的分布函数, 均可利用公式(15)、(16)得出公式(3)的特解, 代入控制方程组(3), 得到抗滑桩挠曲近似解析解。

### 3 算例验证

基于本文提出的解析表达式, 采用MATLAB软件编制了计算程序, 并可用于计算各深度处桩的响应及最大位移和最大弯矩, 以下验证本文解及所编程序的可靠性。任伟中等<sup>[17]</sup>于2008年报道了一系列抗滑桩的现场监测数据结果, 其中0509号工点滑坡#50桩为钢轨抗滑桩, 入土深度为30 m (其中受荷段长14 m, 锚固段长16 m), 桩截面尺寸为 $3 \text{ m} \times 2.4 \text{ m}$ , 抗弯刚度 $EI = 7.1 \times 10^8 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$ 。文献[17]中韩家垭滑坡滑动面以上为风化极为严重的变质辉绿岩, 已成土状, 从上至下变形均匀。滑动面以下为风化轻微的变质辉绿岩, 可按较坚硬的土层考虑,  $k = 2.84 \times 10^4 \text{ kN/m}^4$ , 抗滑桩前、后滑体厚度基本相同 $h = 14 \text{ m}$ , 滑坡推力 $Q = 950 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ ,

桩前剩余抗滑力 $Q = 620 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ , 滑坡推力设为均匀分布, 桩底边界条件按自由端考虑, 桩顶和桩底的约束条件均为自由。实测的及利用本文解析解和Poulos弹性解<sup>[2]</sup>计算出的各深度处桩的水平位移如图4所示。

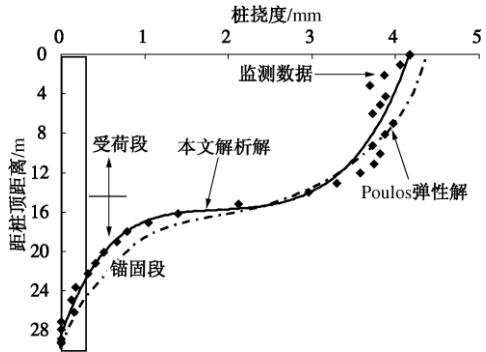


图 3 计算值与现场监测结果

Fig. 3 Comparison between calculated and monitoring data

由图4可见, 本文解和Poulos弹性解<sup>[2]</sup>的计算结果均接近监测值; 但本文结果更优, 尤其对于工程中较为关心的最大桩顶位移, 本文计算结果与监测值相差很小。

### 4 工程计算实例

#### 4.1 工程实例概况

深圳市中荣煜公司东侧边坡为自然山坡, 坡体较雄厚, 自然山坡总体近南北走向, 倾向西, 边坡长度为200 m, 自然山坡坡度为 $25^\circ \sim 35^\circ$ , 坡高40~55.8 m, 植被茂盛, 覆盖率大于85%。

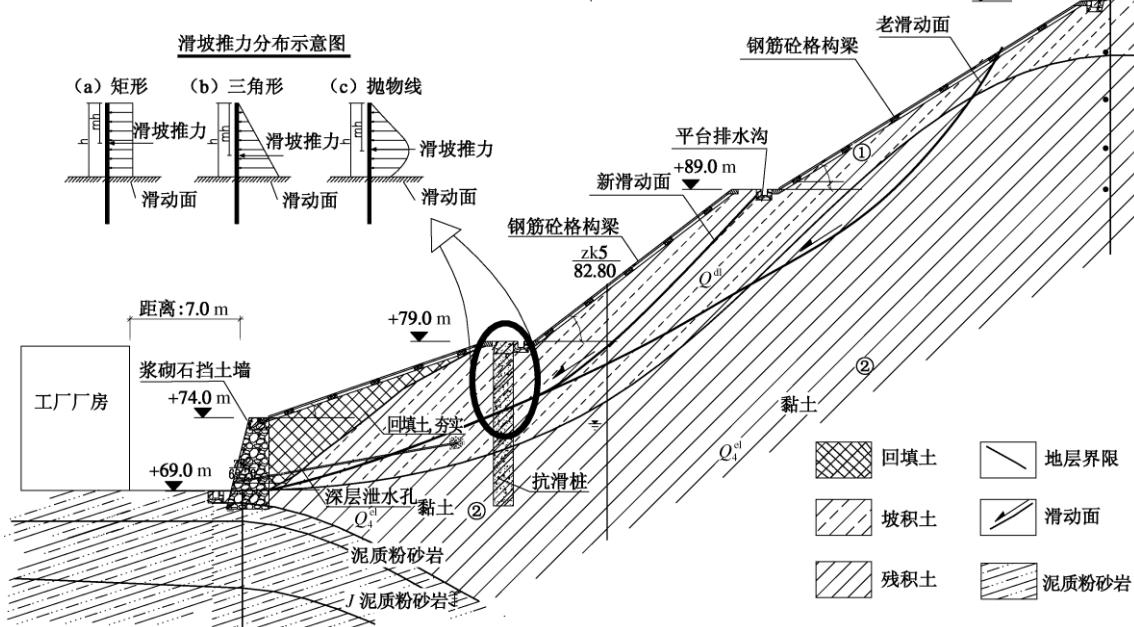


图 4 深圳中荣煜东侧滑坡代表性地质断面

Fig. 4 Geological section of landslide at east side of Shenzhen Zhongrongyu Industry Co., Ltd.

边坡中段早期已发生滑坡, 主滑方向为270°(图4), 滑坡体高度17.6~32.4 m, 滑体范围(40 m×45 m)约1800 m<sup>2</sup>, 滑坡后缘壁圆弧形错落高度0.8~2.9 m, 滑体厚度4~6 m, 滑体方量约8500 m<sup>3</sup>。由于深圳地区2005年6月下旬连降大暴雨, 大量的地表水渗入老滑坡土体, 对土体结构进一步产生破坏, 使土体强度降低, 饱和后的岩土体在孔隙水压水作用下, 迅速向下产生滑动, 致使在老滑坡体的中前缘地带又发生滑坡, 新滑坡体面积为30 m×35 m, 滑体方量约3000~4000 m<sup>3</sup>; 滑坡土体挤压坡脚挡墙, 并造成长度24.5 m挡墙倒塌, 滑动土体堆积于厂房墙边, 边坡滑动后的坡体极不稳定, 饱和后的土体不停地向下滑动。

滑坡体主要为第四系所形成的坡积物, 松散堆积, 含碎石粉质黏土, 干燥后坚硬, 潮湿时可塑, 内摩擦角为13°, 黏聚力为12 kPa。滑体厚度较均匀厚, 为残积物, 内摩擦角为18°, 黏聚力为25 kPa, 重度为20 kN/m<sup>3</sup>, 滑动面摩擦角为12°, 黏聚力为8 kPa。

#### 4.2 计算参数与计算工况

按公式(4)、(5)计算老滑动面上设置抗滑桩处(见图4)的剩余下滑力为997 kN/m。抗滑桩为1.5 m×1.2 m的桩型, 桩间距为2.0 m, 桩长H=10 m, 其中悬臂桩h=5 m, 锚固段6 m; 桩的相对刚度系数EI=9.45×10<sup>6</sup> kN·m<sup>2</sup>; 参照《铁路工程设计技术手册 路基》<sup>[18]</sup>及同类工程经验类比<sup>[19~21]</sup>, 取滑床地基水平抗力系数k<sub>d</sub>=200×10<sup>3</sup> kN/m<sup>3</sup>。桩底边界条件采用固定约束, 并按“K”法进行计算。

为了研究滑坡剩余下滑力分布形式及水平地基抗力系数对抗滑桩内力状态的影响, 选用了3种不同的剩余下滑力分布形式: 均匀分布、三角形分布及抛物线分布, 按公式(6)~(8)计算分布函数, 其分布简图如图4; 取3种滑体地基水平抗力系数k<sub>u</sub>(60×10<sup>3</sup> kN/m<sup>3</sup>, 130×10<sup>3</sup> kN/m<sup>3</sup>及200×10<sup>3</sup> kN/m<sup>3</sup>)共9种工况进行计算, 并与铁道部第二勘测设计院<sup>[10]</sup>提出的悬臂梁法进行比较, 计算所得抗滑桩位移及弯矩结果绘制成图5及图6(图中, 抛物线-200表示滑坡剩余下滑力分布为抛物线函数, 滑体地基水平抗力系数为200×10<sup>3</sup> kN/m<sup>3</sup>, 其它以此类推)。

采用上节介绍的解析解近似解法, 编制Matlab程序包, 可完成全部计算, 并绘出内力图形, 便于对计算结果进行分析。

#### 4.3 计算结果及其分析

在9种工况和悬臂梁法中, 见图5, 按悬臂梁法不计桩前土体抗力计算得到桩身最大弯矩最大, 为

6104.3 kN·m。其余9种工况考虑桩前土体抗力, 其最大弯矩均有不同程度的减小, 幅度到达30%以上, 最大弯矩值介于3970~580 kN·m; 最大弯矩产生于滑动面以上1~2 m范围内, 且产生了次大弯矩点, 位于滑动面以下1~2 m范围内; 在各种不同分布形式中三角形分布将产生大的弯矩, 抛物线次之, 均匀分布最小, 悬殊比较大, 达47%; 同种分布形式下, 不同地基水平抗力系数情况下对抗滑桩弯矩影响达40%~30%。因此, 再次证明滑坡推力分布图式的选择是否合理, 对抗滑桩桩身内力的计算影响较大。

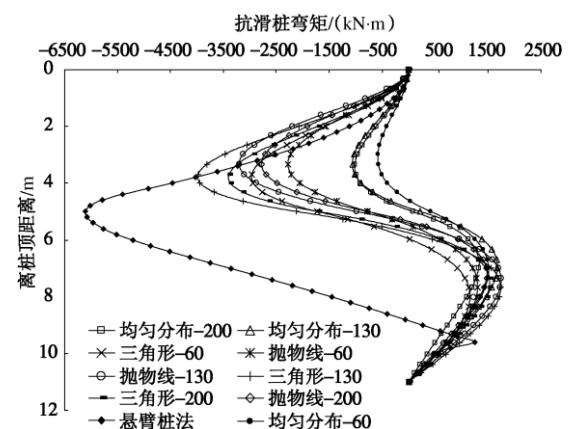


图 5 不同滑坡推力分布函数及地基抗力系数条件下桩弯矩

Fig. 5 Bending moment of anti-sliding piles considering different distribution functions of residual thrust and subgrade modulus

关于抗滑桩的挠度, 依旧是悬臂梁法不计桩前土体抗力计算得到桩身最大挠度, 为43 mm, 在大的挠度情况下, 土体已经达到了塑性屈服, 土体抗力会有所调整的问题, 不在本文讨论范围内; 考虑桩前土体抗力后挠度均有所减小。在各种滑坡剩余下滑力分布形式中, 相同地基水平抗力条件下, 均匀分布桩顶挠度大于其余三角形和抛物线分布。随着土体抗力系数的增大, 抗滑桩的挠度有减小的趋势, 见图6。

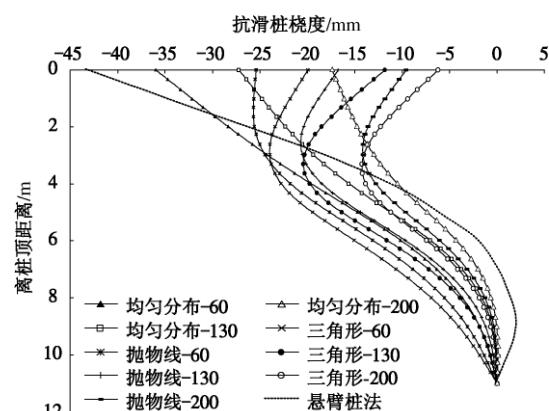


图 6 不同滑坡推力分布函数及地基抗力系数条件下桩挠度

Fig. 6 Displacement of anti-sliding piles considering different distribution functions of residual thrust and subgrade modulus

## 5 结 论

(1) 在分析抗滑桩与土体相互作用机理的基础上, 本文提出被动桩与土相互作用的弹性地基梁模型控制方程组, 模型概念明确, 并推导出了桩身力学响应的数学解析表达式, 可很好的解决被动桩-土相互作用的力学问题。

(2) 编制了 Matlab 计算程序进行桩挠度及内力计算, 并与韩家垭滑坡现场监测数据进行了比较, 结果验证了本文解析方法的可靠性, 对抗滑桩的设计计算研究有很强的指导作用。

(3) 最后将该模型应用于深圳中荣煜滑坡治理的抗滑桩设计计算中, 探讨了地基水平抗力系数, 滑坡剩余推力及其分布函数, 对抗滑桩内力和挠度的影响, 得到如下主要结论: 通过计算再次证明滑坡推力分布图式对抗滑桩桩身内力的计算影响较大, 在工程实际中应合理选择滑坡推力分布图式; 在滑坡剩余下滑力相同的条件下, 各种不同分布形式中三角形分布将产生大的弯矩, 抛物线分布次之, 均匀分布最小, 悬殊比率大, 达 47%; 相同地基水平抗力条件下, 均匀分布桩顶挠度大于三角形和抛物线分布。

## 参考文献:

- [1] 张友良, 冯夏庭, 范建海. 抗滑桩与滑坡体相互作用的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 839 - 842. (ZHANG You-liang, FENG Xia-ting, FAN Jian-hai. Study on the interaction between landslide and passive piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 839 - 842.(in Chinese))
- [2] POULOS H G. Behavior of laterally loaded piles I: single piles[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 1971, 97(5): 711 - 731.
- [3] BRANSBY M F. Difference between load transfer relationships for laterally loaded pile groups: active  $p - y$  or passive  $p - \delta$  [J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1996, 122(2): 1996 - 1015.
- [4] WON J, YOU K, JEONG S, KIM S. Coupled effects in stability analysis of pile-soil systems[J]. Computers and Geotechnics, 2005, 32(4): 304 - 315.
- [5] CHO K H, GABR M A, et al. Field  $p-y$  curves in weathered rock[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2007, 44(7): 753 - 764.
- [6] 吴恒立. 计算推力桩的综合刚度原理和双参数法 [M]. 第二版. 北京: 北京人民交通出版社, 2000. (WU Heng-li. Composite stiffness principle with biparameter method for lateral loaded pile[M]. 2nd ed. Beijing: Beijing People Transportation Publishing House, 2000. (in Chinese))
- [7] DE BEER, E E. Piles subjected to static lateral loads, State of the art report[C]// Proceedings of 9th ICSMFE, Specialty Session 10. Tokyo: 1977.
- [8] KELESOGLU M K, CINICIOGLU S F. Free field measurements to disclose lateral reaction mechanism of piles subjected to soil movements[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2010, 136(2): 331 - 343.
- [9] CHOW Y K. Analysis of piles used for slope stabilization[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1996, 20: 635 - 646.
- [10] 铁道部第二勘测设计院. 抗滑桩设计与计算[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1983. (The Second Survey and Design Institute of Railway Ministry. Design and computation of anti-slide piles[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1983. (in Chinese))
- [11] HETENYI M. Beams on elastic foundations[M]. Michigan: University of Michigan Press, 1946.
- [12] 贺建涛, 张家生, 梅松华. 弹性抗滑桩设计中几个问题的探讨[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(5): 600 - 602. (HE Jian-tao, ZHANG Jia-sheng, MEI Song-hua. Inquiring into some questions in designing anti-slide pile[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(5): 600 - 602. (in Chinese))
- [13] 中华人民共和国国家标准编写组. GB50330—2002 建筑边坡工程技术规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002. (The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB50330—2002 Technical code for building slope engineering[S]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002. (in Chinese))
- [14] 戴自航. 抗滑桩滑坡推力和桩前滑体抗力分布规律的研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(4): 517 - 521. (DAI Zi-hang. Study on distribution laws of landslide-thrust and resistance of sliding mass action on anti-slide piles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(4): 517 - 521.(in Chinese))
- [15] 中国建筑科学研究院. JGJ120—99 建筑基坑支护技术规程[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1999. (China Academy of Building Research. JGJ120—99 Technical specification for

- retaining and protection of building foundation excavation[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2001. (in Chinese))
- [16] FLEMING W G K, WELTMAN A J, RANDOLPH M F, et al. Piling engineering[M]. New York: Wiley, 1992.
- [17] 任伟中, 陈 浩, 等. 运用钻孔测斜仪监测滑坡抗滑桩变形受力状态研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(增刊2): 3667 – 3672. (REN Wei-zhong, CHE Hao, et al. Study on monitoring of deformation and stress state of landslide anti-slide piles using borehole inclinometer[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(S2): 3667 – 3672. (in Chinese))
- [18] 李毓林. 铁路工程设计技术手册 路基(修订版)[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1992. (LI Su-lin. Railway engineering design technique handbook: roadbed[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1992. (in Chinese))
- [19] 李爱国, 王兰生. 深圳地区水土流失地质灾害[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1998, 9(增刊 1): 258 – 262. (LI Ai-guo, WANG Lan-sheng. The soil erosion in Shenzhen Area[J]. The Chinese Journal of Geological Hazard and Control, 1998, 9(S1): 258 – 262. (in Chinese))
- [20] 丘建金, 文建鹏, 高 伟. 深圳光汇油库边坡稳定性分析及工程治理[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(11): 2201 – 2207. (QIU Jian-jin, WEN Jian-peng, GAO Wei. Stability analysis and treatment of Guanghui oil depot slope in Shenzhen[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2009, 28(11): 2201 – 2207. (in Chinese))
- [21] 金亚兵, 刘祖德. 悬臂支护桩变形计算方法探讨[J]. 岩土力学, 2000, 21(3): 217 – 221. (JIN Ya-bing, LIU Zu-de. Discussion on the deformation computation method of cantilever supporting piles in excavation[J]. Soil and Mechanics, 2000, 21(3): 217 – 221. (in Chinese))

(本文责编 黄贤沙)