

# 离心机模拟中渗流相似率的试验验证

王秋生<sup>1,2</sup>, 陈祖煜<sup>3</sup>, 隋海宾<sup>4</sup>, 侯瑜京<sup>3</sup>, 梁建辉<sup>3</sup>

(1. 北京工业大学城市与工程安全减灾教育部重点实验室, 北京 100124; 2. 北京工业大学工程抗震与结构诊治北京市重点实验室, 北京 100124; 3. 中国水利水电科学研究院, 北京 100048; 4. 黄河勘测规划设计有限公司, 河南 郑州 450003)

**摘要:** 结合黏性土的压缩特性和 Kozeny-Carman 方程, 考虑离心加速度变化对土体固有渗透率的影响, 推导了渗流速度和离心加速度的关系式。参考常规渗流试验装置的构造, 并结合离心模型试验的特点, 研制了常水头离心渗流试验装置。应用该装置针对糯扎渡高心墙堆石坝的心墙黏土, 分别进行了常规渗流试验和 10g, 20g, 30g 常水头离心渗流试验。试验结果表明:  $Ng$  ( $N$  倍重力加速度) 和 1g 条件下渗透系数的比值随离心加速度的增大逐渐减小, 但变化范围不大, 接近于  $N$ 。研究结果对于深入认识离心模型试验中的渗流相似准则具有重要意义。

**关键词:** 离心模型试验; 渗流; 相似准则; 渗透系数; 固有渗透率

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)08-1235-05

**作者简介:** 王秋生(1977-), 男, 山东昌乐人, 讲师, 博士后, 主要从事土的本构关系、离心模型试验方面的研究。

E-mail: wangqs@bjut.edu.cn。

## Modelling seepage flow velocity in centrifuge models

WANG Qiu-sheng<sup>1,2</sup>, CHEN Zu-yu<sup>3</sup>, SUI Hai-bin<sup>4</sup>, HOU Yu-jing<sup>3</sup>, LIANG Jian-hui<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering, Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 2. Beijing Key Lab of Earthquake Engineering and Structural Retrofit, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China; 3. China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China; 4. Yellow River Engineering Consulting Co., Ltd., Zhengzhou 450003, China)

**Abstract:** Based on the characteristics of clay compression and the Kozeny-Carman equation, the relation between seepage flow velocity and centrifugal accelerations is deduced considering the change of intrinsic permeability. An apparatus for constant head seepage tests is developed considering the set-up of conventional seepage test apparatus and the characteristics of centrifugal model tests. A series of seepage tests (1g, 10g, 20g, 30g) are performed on Nuozhadu core-wall clay by means of the apparatus. It is concluded that the ratio of  $Ng$  and 1g hydraulic conductivity decreases with the increase of centrifugal acceleration, but the variation is small and the ratio is close to  $N$ . The research results are important for understanding the scaling of seepage flow velocity in centrifuge models.

**Key words:** centrifuge modelling; seepage; scaling law; hydraulic conductivity; intrinsic conductivity

## 0 引言

离心模型试验在研究岩土工程破坏、污染物在土中的迁移等课题中得到了广泛的应用。大部分岩土工程的破坏都与水有关, 满足渗流相似是应用离心模型试验研究岩土工程破坏问题的基本要求。由于渗径的缩短和流速的增大, 应用离心模型试验研究污染物迁移问题可以极大地缩短试验时间, 渗流相似率是从模型试验成果预测原型污染物迁移过程的一个基本依据。

渗流相似是离心模型试验中的基本课题。Laut<sup>[1]</sup>应用  $\pi$  定理首先得出了在不改变试验材料的前提下,

模型中的平均流速是原型中流速的  $N$  倍 ( $N$  为离心加速度和重力加速度的比值)。Goodings<sup>[2]</sup>研究了土石坝漫顶中内部渗流和表面冲刷的关系, 并且提出在模型和原型的有效粒径之比为  $1/\sqrt{N}$  时, 可以保证模型和原型的渗流速度相等。Butterfield<sup>[3]</sup>应用量纲分析的方法得出应用原型材料不能满足离心模型试验中的雷诺数和弗洛德数同时与原型一致, 并提出了改变流体黏度、改变土颗粒粒径等满足动力相似的多种处理方法。

**基金项目:** 国家重点基础研究发展规划“973”项目(2007CB714102); 国家自然科学基金资助项目(50779073)

收稿日期: 2010-05-06

Arulanandan 等<sup>[4]</sup>通过不同缩尺的离心模型试验研究了污染物迁移过程中污染物浓度和离心加速度的关系,提出离心模型试验比 1g 模型试验能够更好地反映毛细效应和浸润面变化情况。Singh 等<sup>[5]</sup>应用小型离心机(转臂长 2 m)研究了渗透系数随离心加速度的变化情况,提出模型和原型的渗透系数比值为  $N^z$ , 并通过对比 1g 和  $Ng$  情况下的变水头离心渗流试验结果发现“ $z$ ”的值接近 1。但是小型离心机在研究此类问题时存在很大缺陷,比如在他们的试验中,离心加速度设定为 200g 时,上液面对应的离心加速度只有  $129g$ <sup>[6]</sup>,由此会引起水力梯度换算的不准确。

本文首先通过分析黏土的压缩特性和孔隙比对固有渗透率的影响,提出层流条件下渗流速度和离心加速度的关系式,然后介绍所研制的离心渗流试验装置,最后通过离心渗流试验和 1g 渗流试验的比较,验证离心渗流相似准则,并分析土样压密对渗流速度的影响。

## 1 离心加速度和渗流速度的关系

在雷诺数小于 1 时 Darcy 定律成立<sup>[7]</sup>, 土体中的平均渗流速度可表示为

$$v = ki, \quad (1)$$

式中,  $k$  表示渗透系数,  $i$  表示水力梯度, 渗透系数满足:

$$k = K \frac{\gamma}{\mu} = K \frac{\rho g}{\mu}. \quad (2)$$

其中,  $K$  表示固有渗透率,  $\gamma$  表示液体的重度,  $\mu$  表示液体的动力黏滞系数。

水力梯度满足:

$$i = \frac{\Delta \bar{h}}{\Delta L}, \quad (3)$$

式中,  $\Delta \bar{h}$  为总水头差,

$$\Delta \bar{h} = \left[ \frac{\Delta P}{\rho g} \right] + \left[ \frac{\Delta(v^2)}{2g} \right] + \Delta z, \quad (4)$$

其中, 右侧第一项为压力水头差, 第二项为速度水头差, 第三项为高度水头差。一般情况下, 速度水头可以忽略, 联合式 (1) ~ (4) 可得<sup>[6]</sup>

$$v = \frac{K}{\mu} \frac{\Delta(P + z\rho g)}{\Delta L}. \quad (5)$$

以下标“p”表示原型中的物理量, 以下标“m”表示离心模型中的物理量, 结合离心模型试验相似准则可知  $(\Delta L)_p = N(\Delta L)_m$ ,  $\Delta(P + z\rho g)_p = \Delta(P + z\rho g)_m$ 。通过式 (5) 可以看出, 在土的固有渗透率和液体的动力黏滞系数不变的条件下, 模型中的渗流速度比原型大  $N$  倍。通过渗透系数和传统水力梯度的概念来解释离心模型试验中的渗流比尺在理论上都不尽完善, 比

如 Taylor 等<sup>[8]</sup>提出, 如果渗透系数与离心加速度呈正比关系, 则在试样两侧由重力引起的水力梯度为 0 时试样中将不会有水流通过。实际上, 保持重力引起的水力梯度为 0 而改变试样两侧的压力水头, 水流将同样沿压力梯度的方向流动, 即渗透系数不为 0 (图 1)。但是, 这种情况在实际工程中很难遇到。为了与传统土力学的概念统一和表述的方便, 本文将继续沿用渗透系数随离心加速度变化的提法。

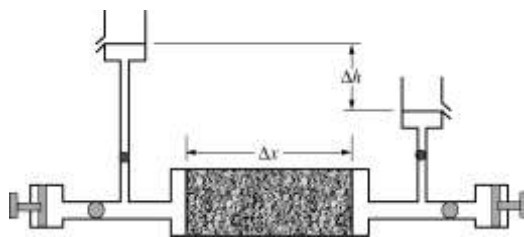


图 1 简单的渗流试验装置<sup>[9]</sup>

Fig. 1 Simple seepage experiment<sup>[9]</sup>

土的固有渗透率与孔隙比有关, 而孔隙比是关于应力状态的函数, 按照 Kozeny-Carman 方程<sup>[10]</sup>有:

$$K = \frac{d_m^2}{180} \frac{n^3}{(1-n)^2}, \quad (6)$$

式中,  $n$  表示孔隙率,  $d_m$  表示特征粒径。

对于正常固结的重塑黏土, 在双对数坐标下有<sup>[11]</sup>:

$$\ln(1+e) = \ln \Gamma - \lambda \ln \sigma'_v, \quad (7)$$

式中,  $e$  表示孔隙比,  $\sigma'_v$  表示有效上覆应力, 其他物理量的含义如图 2 所示。

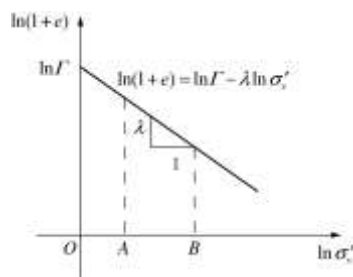


图 2 重塑黏土孔隙比和有效上覆应力的关系

Fig. 2 Relation between porosity and vertical effective stress for remolded clay

在一般离心模型试验中原型 and 模型对应的应力状态一致, 固有渗透率相等, 但渗流试验属于单元体试验的范畴, 如果不改变土样尺寸, 则 1g 和  $Ng$  条件下土样对应点的应力状态会有所不同, 由此带来孔隙比和固有渗透率的不同。在不改变土样尺寸的前提下, 图 2 中 A 点对应 1g 下的应力状态, B 点对应  $Ng$  下的应力状态, 结合式 (6)、(7) 可得模型和原型对应的固有渗透率的比值为

$$\frac{K_m}{K_p} = N^{-\lambda} \left( \frac{e_m}{e_p} \right)^3, \quad (8)$$

联合式 (5)、(8) 有:

$$\frac{v_m}{v_p} = N^{(1-\lambda)} \left( \frac{e_m}{e_p} \right)^3 = N^\chi, \quad (9)$$

式中,  $\chi$  为比例因子,

$$\chi = 1 - \lambda + \log_N \left( \frac{e_m}{e_p} \right)^3. \quad (10)$$

在不考虑应力状态变化对固有渗透率的影响时,  $K_m = K_p$ , 式 (9) 可简化为

$$\frac{v_m}{v_p} = N. \quad (11)$$

2 离心渗流试验装置

在离心力场作用下通过土样的透水量有所增大, 为便于控制水头和提高试验精度, 选用常水头渗流试验方案。在试验过程中通过外接水箱 (30 cm×40 cm×50 cm) 对试验装置的上水箱供水 (图 3), 为保证水头稳定, 在上游水箱一侧设置溢水孔, 多余的水通过溢水孔排出。



图 3 外接供水箱

Fig. 3 External water supply tank

所研制的渗流试验装置细部构造如图 4 所示。该装置的框架分为上横梁、中横梁、下横梁、底座和 4 根立柱组成, 在上横梁上部设置上水箱, 为提高试验效率和便于对试验数据进行校核, 在中横梁上部的工作平台上布设两个试样筒, 在下横梁上部的工作平台上布设集水桶。通过两根软管将上水箱和试样筒连接, 在软管和试样筒上部分别安装进水阀和排气阀。在试样筒底部设置出水孔和排气孔。为防止试样底部在离心机运转时出现真空区, 装置的下部水箱采用“低进高出”的连接形式, 流经试样的水经由软管进入下水箱, 然后经由下水箱进入集水桶, 在集水桶内放置孔压计, 量测下游流量。在试验过程中, 上水箱自由水面和试样底部的高度差保持为 90 cm。

为便于观察模型在试验过程中的高度变化, 试样筒用有机玻璃制造, 分别设计为直径 10 cm、高 12 cm, 直径 10 cm、高 24 cm, 直径 15 cm、高 12 cm, 直径 15 cm、高 24 cm 等 4 种形式, 这 4 个试样筒可根据需要灵活选用。试样筒的上下盖板采用环氧材料制作, 为便于排气和保证水路畅通, 上下盖板内部均加工成半球形。试样筒的细部构造如图 5 所示。

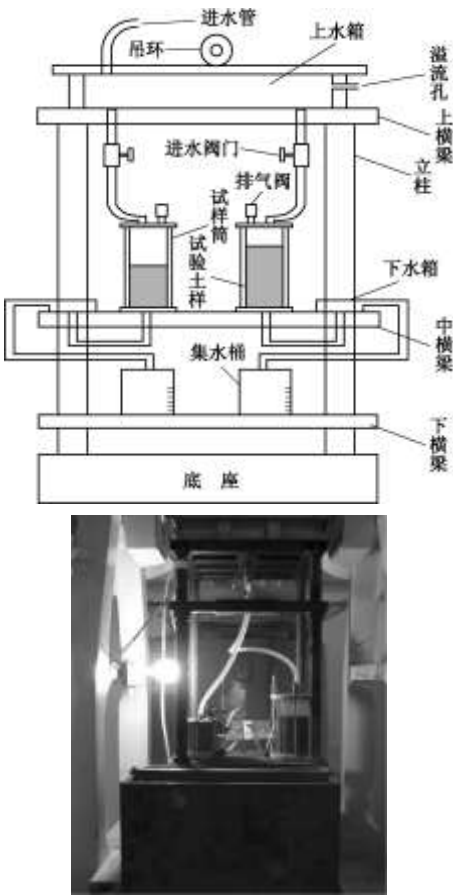


图 4 离心渗流试验装置

Fig. 4 Apparatus for centrifugal seepage tests

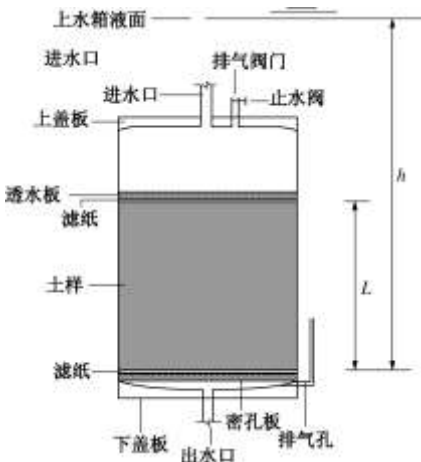


图 5 试样筒细部构造

Fig. 5 Set-up of sample tube

### 3 渗流试验

应用糯扎渡心墙黏土进行渗流试验, 分别应用普氏轻型击实仪和TYS-3型液塑限联合测定仪确定土体的最大干密度和液塑限, 测试结果表明土样的最大干密度为  $1.67\text{ g/cm}^3$ , 对应的最优含水率为  $17.4\%$ , 液限  $41.7\%$ , 塑限  $17.9\%$ , 比重为  $2.76$ , 土样的颗分曲线如图 6 所示。

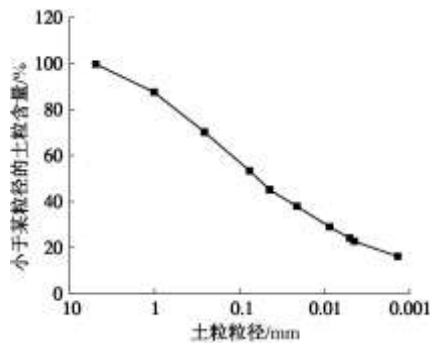


图 6 糯扎渡心墙黏土的颗分曲线

Fig. 6 Grain size distribution curve of Nuozhadu core-wall clay

试验所用土样的压实系数为  $92\%$ , 密度为  $1.8\text{ g/cm}^3$ 。采用分层击实法制备试样, 每层厚度  $2\text{ mm}$ 。在试样底部放透水板, 为防止细颗粒被带走, 透水板上部放置滤纸。试验开始前, 首先对试样进行真空抽气饱和。将试样装入真空缸中, 真空缸和抽气机连接, 密封后启动抽气机。在持续抽气  $1\text{ h}$  后打开管夹, 使煮沸后的无气水缓缓流入真空缸, 待水淹没土样后, 夹紧管夹, 再持续抽气  $1\text{ h}$ 。抽气完毕后, 将试样在真空缸中浸泡  $15\text{ h}$ 。将试验装置和土样安装完毕后, 通过模型上部的排气阀门和试样筒下侧的排气孔将管道中的气体排出, 然后打开进水阀门, 当试样筒底部的出水管有水流出时, 记录集水桶中的水面高度, 开始进行  $1\text{ g}$  渗流试验。

在测定完  $1\text{ g}$  条件下土样的渗透系数后, 安装整流罩, 进行离心试验。当离心机加速到  $10\text{ g}$ ,  $20\text{ g}$ ,  $30\text{ g}$  时分别稳定  $10\text{ min}$ , 通过放置在集水桶底部的孔压计测定渗水流量的变化, 通过控制室的观测平台观察试验过程中集水桶内部的水位变化。在离心机运转过程中, 孔压计反映出来的水压力和时间关系如图 7 所示, 通过水压力可以反算出集水桶内的流量变化。

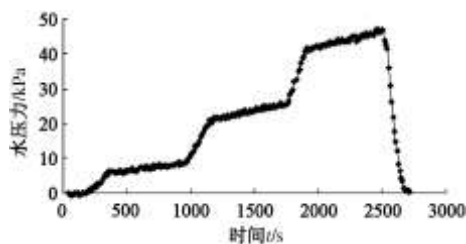


图 7 集水桶内水位和时间的关系

Fig. 7 Variation of water elevation in water pail

在常水头渗流试验过程中, 水力梯度为定值, 根据 Darcy 定律, 单位时间内通过试样的水量可以表示为

$$q = vA = kiA \quad , \quad (12)$$

因此, 渗透系数可表示为

$$k = \frac{qL}{hA} \quad , \quad (13)$$

式中,  $L$  为渗径长度 (试样高度),  $A$  为试样的横截面积, 在试验过程中, 上下游水位差  $h$  保持为  $90\text{ cm}$ , 因此, 只要通过孔压计测定单位时间内通过试样的水量, 就可以反算出试样在确定离心加速度下的渗透系数。不同离心加速度下的渗透系数和比例因子  $\chi$  如表 1 所示。

表 1 渗透系数、比例因子和离心加速度的关系

Table 1 Relation among hydraulic-conductivity, scale factor and centrifugal acceleration

离心加速度/ $g$	模型高度/ $\text{cm}$	渗透系数 $k/(\text{cm s}^{-1})$	比例因子 $\chi$
1	10	$4.82 \times 10^{-5}$	—
	8	$4.88 \times 10^{-4}$	1.005
10	10	$4.77 \times 10^{-4}$	0.996
	12	$4.94 \times 10^{-4}$	1.010
20	8	$9.02 \times 10^{-4}$	0.978
	10	$8.95 \times 10^{-4}$	0.975
	12	$8.83 \times 10^{-4}$	0.971
30	8	$1.09 \times 10^{-3}$	0.917
	10	$1.15 \times 10^{-3}$	0.932
	12	$1.12 \times 10^{-3}$	0.926

### 4 试验结果分析

雷诺数随渗流速度的增大线性增大, 为了保证 Darcy 定律成立, 一般要求满足:

$$(R_e)_{\max} = \frac{vd_{10}}{\nu} < 1 \quad , \quad (14)$$

式中,  $d_{10}$  表示颗分曲线上小于某粒径的土粒含量占  $10\%$  时所对应的粒径,  $\nu$  表示水的运动黏滞系数。本次试验中, 最大渗流速度  $v = 0.0012\text{ m/s}$ ,  $d_{10} = 0.0001\text{ mm}$ , 因此试验条件满足 Darcy 定律。设  $k_{\text{cen}}$  为实测的渗透系数,  $k_p$  为  $1\text{ g}$  下的渗透系数, 令  $k_n = Nk_p$ , 模型高度分别为  $8, 10, 12\text{ cm}$  时, 渗透系数随离心加速度的变化情况如图 8~10 所示。比例因子  $\chi$  随离心加速度的变化情况如图 11 所示。

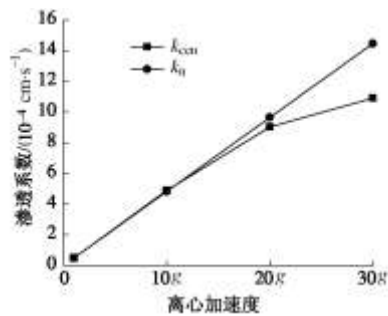


图 8 模型高度 8 cm 时渗透系数和离心加速度的关系

Fig.8 Relation between hydraulic-conductivity and centrifugal acceleration (model height 8 cm)

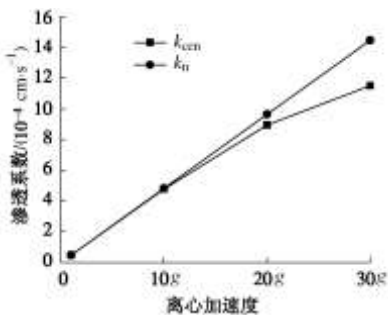


图 9 模型高度 10 cm 时渗透系数和离心加速度的关系

Fig.9 Relation between hydraulic-conductivity and centrifugal acceleration (model height 10 cm)

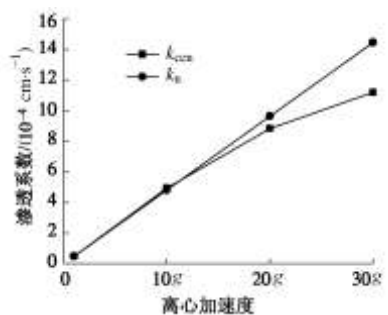


图 10 模型高度 12 cm 时渗透系数和离心加速度的关系

Fig.10 Relation between hydraulic-conductivity and centrifugal acceleration (model height 12 cm)

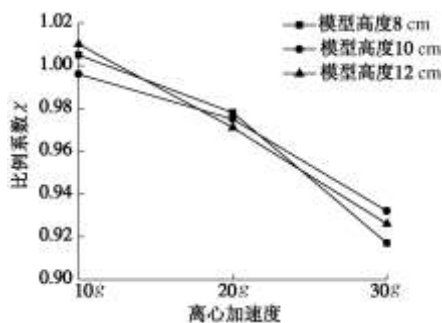


图 11 比例因子  $\chi$  和离心加速度的关系

Fig.11 Relation between scale factor and centrifugal acceleration

从图中可以看出, 实测渗透系数比常规预测的渗透系数小, 且随着离心加速度的增大, 两者的偏离越来越大。  $\chi$  虽然是一个接近于 1 的数, 但是随着离心

加速度的增大, 有逐渐减小的趋势。随着离心加速度的增大,  $e_m/e_p$  逐渐减小, 因此该试验结果和式 (10) 反映的规律一致。

在常规渗流试验时很难保证应力状态和现场一致, 而应用离心模型试验测定土的渗透系数可以保证应力状态的一致性。该试验同时说明了在离心模型试验中首先对模型进行固结的重要性, 如果事先不对模型进行固结, 土体的渗透特性会与原型有较大差别。

## 5 结 论

(1) 结合黏土的压缩特性和固有渗透率随孔隙比的变化关系, 给出了渗流速度和离心加速度的关系式, 关系式中考虑了土样压密对渗透系数的影响。

(2) 研制了一套在离心机中进行常水头渗流试验的装置, 该装置可以同时进行两组渗流试验。

(3) 通过  $Ng$  渗流试验和  $1g$  渗流试验发现, 两者对应的渗透系数的比值随离心加速度的增大逐渐减小, 但变化范围不大, 接近于  $N$ 。

## 参考文献:

- [1] LAUT P. Application of centrifugal tests in connection with studies of flow patterns of contaminated water in soil structures[J]. Géotechnique, 1975, **25**: 401 - 406.
- [2] GOODINGS D J. Relationships for centrifugal modelling of seepage and surface flow effects on embankment dams[J]. Géotechnique, 1982, **32**: 149 - 152.
- [3] BUTTERFIELD R. Scale-modelling of fluid in geotechnical centrifuges[J]. Soils and Foundations, 2000, **40**(6): 39 - 45.
- [4] ARULANANDAN K, THOMPSON P Y, KUTTER B L, et al. Centrifuge modelling of transport processes for pollutants in soils[J]. Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, 1988, **114**(2): 185 - 205.
- [5] SINGH D N, GUPTA K A. Modelling hydraulic conductivity in a small centrifuge[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2000, **37**(1): 1150 - 1155.
- [6] THUSYANTHAN N I, MADABHUSHI S P G. Scaling of seepage flow velocity in centrifuge models[C]// CUED/D-SOILS/TR-326, 2003.
- [7] BEAR J. Dynamics of fluids in porous media[M]. New York: American Elsevier Publishing Company, 1972.
- [8] TAYLOR R N. Geotechnical centrifuge technology[M]. Blackie Academic & Professional, 1995.
- [9] TAYLOR R N. Discussion on Tan&Scott[J]. Géotechnique, 1987, **37**(1): 131 - 133.

- 
- [10] LORRAINE E F, JOHN S S. Use of porosity to estimate hydraulic properties of volcanic tuffs[J]. *Advances in Water Resources*, 2003, **26**: 561 - 571.
- [11] BUTTERFIELD R A. Natural compression law for soils[J]. *Géotechnique*, 1979, **29**: 445 - 458.