

跨越地铁高层建筑桩筏基础数值模拟研究

吴勇华^{1,3}, 谢新宇^{1*}, 叶军³, 吴健³, 刘开富²

(1. 浙江大学软弱土与环境土工教育部重点实验室, 浙江 杭州 310058; 2. 浙江理工大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310018;

3. 汉嘉设计集团, 浙江 杭州 310005)

摘要: 基于某跨越地铁高层建筑的设计实践, 利用 ABAQUS 建立剪力墙与桩筏基础和地基共同作用的三维有限元数值模型, 研究了跨越地铁隧道的桩筏基础受力和变形性状, 并分析了上部结构刚度、逐层施工、地铁隧道跨度、跨越地铁隧道方式等因素对其影响。结果表明, 上部为剪力墙结构的高层建筑, 考虑上部结构刚度作用可显著减小筏板的差异沉降和弯矩。当上部结构刚度达到一定程度后, 其对筏板差异沉降和弯矩的调节能力减弱, 表现出上部结构刚度贡献的有限性。随着地铁隧道跨度的增加, 筏板最大沉降、差异沉降和弯矩都增大。桩筏基础以筏板对角线与地铁隧道中心线重合的方式跨越地铁隧道对筏板的内力和变形影响最小。桩顶反力数值计算结果与实测数据较为吻合。

关键词: 桩筏基础; 剪力墙结构; 地铁隧道跨度; 跨越方式; 三维数值模拟

中图分类号: TU473.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2011)03-0441-07

作者简介: 吴勇华(1985-), 男, 硕士研究生, 主要从事上部结构与基础共同作用方面的研究。E-mail: wuyhoktv@163.com。

Numerical simulation of piled raft foundation of super-tall buildings crossing metro tunnels

WU Yong-hua^{1,3}, XIE Xin-yu¹, YE Jun³, WU Jian³, LIU Kai-fu²

(1. MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geoenvironmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China; 2. College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China; 3. Hanjia Design Group of China, Hangzhou, 310005, China)

Abstract: Based on the design practice of the tall buildings crossing metro tunnels, a three-dimensional finite element of shear wall-piled raft-soil is proposed to investigate the deformation and internal forces of piled raft foundation. The effects of superstructure rigidity, storey-by-storey construction, span length of metro tunnels and crossing methods are analyzed. The results indicate that considering shear wall rigidity can significantly reduce the differential settlement and the bending moment of raft for high-rise buildings. After superstructure rigidity reaches a certain degree, the differential settlement and the bending moment of the raft per unit load increase slowly. This shows the effects of the superstructure rigidity are limited. With the increase of the span length of metro tunnels, the maximum settlement, the differential settlement and the bending moment of the raft increase slightly. The crossing method of raft diagonal which coincides with the center of metro tunnels has the least influence on the internal forces and the bending moment of the raft. The reaction of piles agrees with the measured data.

Key words: piled raft foundation; shear wall; span length of metro tunnel; crossing method; three-dimensional numerical simulation

0 引言

桩筏基础以其承重大、适应性强的优点, 随着建筑物日益向高、重、大方向发展, 被愈来愈多地采用^[1-4]。而常规设计方法通常不能有效考虑上部结构刚度的作用, 尤其是上部为刚度较大的剪力墙结构时, 设计的筏板往往偏厚^[5], 配筋量过多, 这将造成材料的大量浪费。目前, 国内外对上部结构刚度和基础共同作用的研究已经取得了不少成果, 如 Przymieniecki

(1968)^[6]提出子结构法分析上部结构, 为 Haddadin(1971)^[7]首次利用子结构法研究上部结构与基础和地基共同作用打下基础。Price 等(1986)利用共同作用原理对一幢十一层高层建筑的桩筏基础作了尝试设计^[8], 为土与结构共同作用理论在实际中的应用

基金项目: 浙江省建设科研项目(07013)

收稿日期: 2009-11-03

*通讯作者

表 1 土的物理力学指标
Table 1 Physico-mechanical indices of soils

层序	土层名称	层顶标高 /m	重度 g /($\text{kN}\cdot\text{m}^{-3}$)	压缩模量 E_s /MPa	黏聚力 c /kPa	摩擦角 φ /($^\circ$)	泊松比 n
①	杂填土	0.00	19.3	13.0	19.0	24.0	0.35
②	砂质粉土	-8.20	19.6	10.5	10.3	28.2	0.36
③-1	粉砂夹粉土	-11.70	19.8	12.0	9.1	30.4	0.35
③-2	砂质粉土	-13.50	19.9	9.5	9.5	28.6	0.35
④	淤泥质粉质黏土	-19.70	18.1	3.5	16.0	12.0	0.39
⑤	粉质黏土	-21.50	19.2	7.2	40.1	17.9	0.35
⑥	粉质黏土	-30.60	19.2	5.5	25.0	15.0	0.32
⑦-1	含粉质黏土	-33.80	20.2	6.5	25.0	24.5	0.32
⑦-2	粉细砂	-30.50	20.0	11.5	7.0	27.5	0.30
⑧	泥质粉砂岩	-63.70	20.0	600.0	—	—	—

用迈出了关键的一步。在国内, King 和姚祖恩(1985)^[9]提出了用有限单元法分析空间框架-筏基(或独立基础)-三维非均质土体系统的相互作用原理。姚祖恩等(1993)^[10]采用有限元与有限压缩层地基的耦合法,分析了砖墙下筏板的变形和内力,认为筏基的弯矩随筏板的刚性而变化。周定松等(2003)^[11]则采用数值模拟的方法分析了筒体结构下桩筏基础中筏板的内力与变形,认为筒体结构对筏板的内力影响较大。由于上部结构刚度计算的复杂性,数值模拟是分析上部结构与基础和地基共同作用的一种有效手段。

随着城市地铁建设的不断发展,一些建筑物基础不可避免地要跨越隧道^[12]。目前对跨越地铁隧道的桩筏基础受力和变形性状的研究较少。本文借助有限元软件 ABAQUS,结合工程实例建立三维弹塑性有限元模型,分析了上部结构刚度、逐层施工、地铁隧道跨度、跨越地铁隧道方式等因素对跨越地铁隧道的桩筏基础受力和变形的影响。

1 工程概况与计算参数

华润新鸿基钱江新城住宅项目坐落于杭州市钱江新城,东北面靠庆春东路延伸段,东南面临富春江路,拟建设住宅 106000 m²,主要由 3 幢超高层(高约 150 m)住宅组成。其中#2 楼的基础要跨越杭州地铁 4 号线。#2 楼高 148.5 m,共 46 层(包括地下室一层),采用桩筏基础,筏板厚 3.5 m,筏板顶面标高-9.0 m,筏板下共布置 61 根桩,桩长 56 m,桩径 1.0 m。上部结构按现浇钢筋混凝土全落地剪力墙结构布置,剪力墙厚 0.5~0.7 m 不等,楼板厚 0.11 m。由于杭州地铁 4 号线将穿越#2 楼基础,故在筏板下留出一条净宽 10 m 的地铁隧道线,桩在其两侧均匀布置,见图 1。根据工程地质勘察报告,桩筏基础所在的土层参数见表 1,剪力墙、桩、筏板、楼板等计算参数见表 2。

表 2 剪力墙、楼板、桩、筏板计算参数
Table 2 Parameters of shear wall, floor, pile and raft

名称	密度 ρ /($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	弹性模量 E /MPa	泊松比 n
桩、筏板、剪力墙、楼板	2500	30000	0.17

2 三维有限元模型

2.1 基本假定

- (1) 只对筏板以下的土层建立有限元模型,筏板以上的土层简化为均布荷载。
- (2) 钢筋混凝土楼板、剪力墙以及桩筏基础均为线弹性体,其中楼板和剪力墙采用四节点四边形薄壳单元,筏板采用基于 Mindlin 中厚板理论的四节点四边形厚壳单元^[13],桩采用梁单元。
- (3) 土体为连续的弹塑性体,符合 Mohr-Coulomb 条件,考虑几何非线性和材料非线性,采用八节点六面体实体单元。
- (4) 筏板与土体界面采用面-面的摩擦接触单元,接触面的摩擦类型为库仑摩擦,且筏板与下部土体自始至终紧密接触,即在变形过程中它们之间不产生相对滑动或脱离。
- (5) 不考虑地下水浮力的影响。

2.2 有限元模型尺寸及边界条件

图 1 是桩筏基础及筏板上剪力墙布置平面图。有限元模型计算深度取 100 m。水平方向的边界,分别取 1 倍、2 倍、3 倍、5 倍、10 倍的筏板长度,通过试算得到当边界大于 3 倍的筏板长度时,再增加水平边界尺寸对计算结果影响很小,为节省计算成本,左右边界各取筏板长度的 3 倍(105 m),前后边界各取筏板宽度的 3 倍(75 m)。计算模型的约束条件为:地表面为自由边界,不受任何约束;法线为 X 的方向的两侧 YZ 面边界分别受到 X 方向的位移约束;法线为 Y 的方向的两侧 XZ 面边界分别受到 Y 方向的位移约束;

底部边界设为固定约束。网格划分时, 在高应力梯度区单元尽可能小, 在边界附近适当增大, 共划分 96636 单元和 107265 个节点。三维数值计算模型网格划分如图 2 所示。

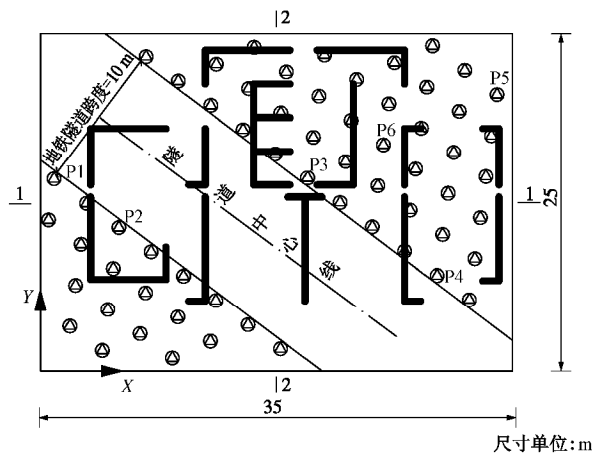


图 1 桩筏基础及剪力墙平面图
Fig. 1 Profile of pile-raft foundation and shear wall

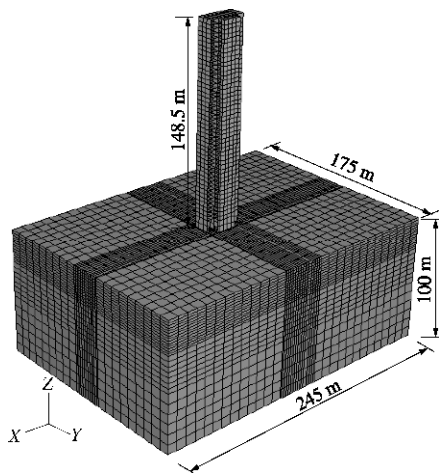


图 2 三有限元模型网格划分
Fig. 2 Finite element mesh of three-dimensional model

3 计算结果及分析

3.1 上部结构刚度对桩筏基础变形和内力的影响

表 3 是考虑与不考虑上部结构刚度两种情况下筏板沉降、最大弯矩和桩顶反力等计算结果的比较。从表中可以看出, 与不考虑上部结构刚度相比, 考虑上部结构刚度的筏板最大沉降减少了 2% (4 mm), 差异沉降减少了 40% (21 mm), X 方向最大弯矩 $M_{x\max}$ 减少了 61%, Y 方向最大弯矩 $M_{y\max}$ 减小了 40%, 说明上部结构刚度对筏板最大沉降和差异沉降都是有利的, 对最大沉降影响较小, 对差异沉降、筏板弯矩影响显著。P1~P6 为桩的编号, 见图 1。考虑上部结构刚度后, 角桩 P5 与中桩 P6 桩顶反力的比值由原来的

2.77:1 变为 2.91:1, 说明上部荷载有向角桩集中的趋势, 这是由于上部结构刚度增加了筏板的架越能力。同样是中桩, P3 桩顶反力比 P6 大了一倍左右, 这是由于预留地铁隧道线增大了靠近地铁隧道两侧桩的桩顶反力。在实际设计中, 对靠近地铁隧道两侧的桩应当提高其承载能力。

图 3 是筏板 1-1 板带及 2-2 板带 (见图 1) 的沉降曲线。从图 3 可看出, 考虑上部结构刚度后, 1-1 板带及 2-2 板带的沉降曲线较不考虑上部结构刚度的沉降曲线平缓。从图 4 可看出, 考虑上部结构刚度后 1-1 板带及 2-2 板带弯矩最大值都减少了一半以上。由于筏板弯矩分布是筏板配筋的依据, 因而弯矩的减小将减少筏板的配筋量, 可以大大减少钢筋用量。从以上分析可知, 对于上部为剪力墙结构的高层建筑, 考虑上部结构刚度贡献可以显著减小筏板的弯矩, 从而大幅度减小基础造价。

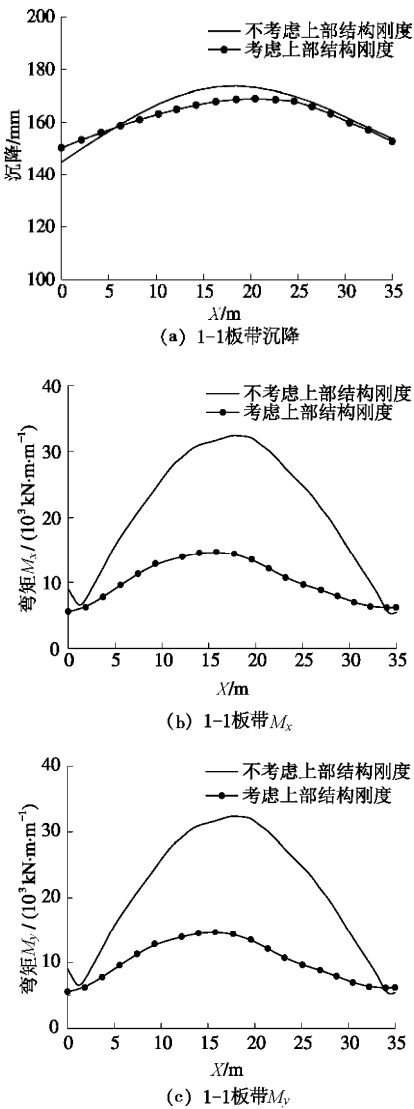


图 3 上部结构刚度对筏板沉降的影响
Fig. 3 Effect of superstructure rigidity on settlement of raft

表 3 考虑与不考虑上部结构刚度影响的计算结果比较

工况	最大沉降/mm	最小沉降/mm	差异沉降/mm	最大弯矩 $M_{x\max}$ /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	最大弯矩 $M_{y\max}$ /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	桩顶反力/kN			
						P1	P3	P5	P6
不考虑上部结构刚度	176	123	53	37900	30700	15070	10206	14568	5268
考虑上部结构刚度	172	140	32	14700	18300	16098	10163	15114	5193

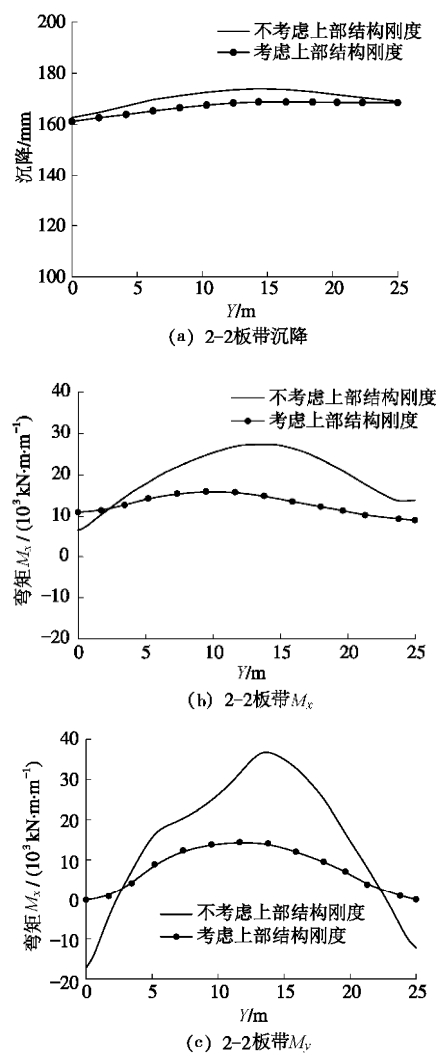


图 4 上部结构刚度对筏板弯矩的影响

Fig. 4 Effect of superstructure rigidity on moment of raft

3.2 逐层施工对筏板变形和内力影响

上部结构刚度与施工条件（包括施工速度与施工方式）具有密切联系，为与实际工程施工过程接近，本文模拟上部结构逐层施工，使上部结构刚度逐渐增大。从图 5 可以看出，随着上部结构逐层施工，单位荷载差异沉降先急剧减小，说明此时上部结构刚度对基础差异沉降起到了较大的调整作用；随后其减小的幅度越来越小，且当上部结构施工至 20 层后，曲线趋于水平，即此时增加的上部结构刚度对差异沉降的调整作用很小，也就是当上部结构刚度增加到一定程度

时，其对差异沉降的调整作用将是有限的。从图 6 可看出，单位荷载最大弯矩与单位荷载差异沉降随层数的变化规律基本一致，说明当上部结构刚度增加到一定程度后对筏板弯矩的调整作用也是有限的。通过以上分析可知，当上部结构刚度达到一定程度后，继续增加的上部结构刚度对筏板差异沉降和弯矩起到的调整作用将很小，这说明上部结构刚度贡献是有一定限度的。

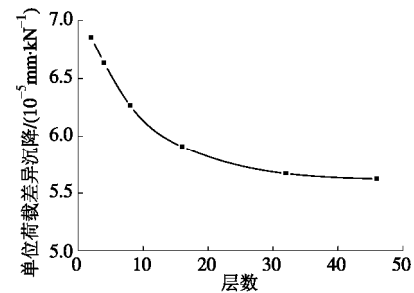


图 5 逐层施工对单位荷载差异沉降的影响

Fig. 5 Effect of storey-by-storey construction on differential settlement per unit load of raft

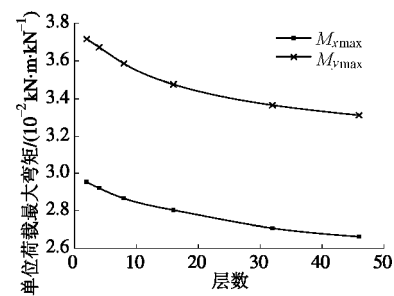


图 6 逐层施工对单位荷载最大弯矩的影响

Fig. 6 Effect of storey-by-storey construction on maximum moment per unit load of raft

3.3 地铁隧道跨度对筏板变形和内力的影响

本文中的地铁隧道跨度是指位于隧道两侧且靠近隧道的两排桩之间的净宽，见图 1。考虑到地铁盾构机直径的不同，地铁隧道跨度分别取 8，10，12，14 m 进行对比，地铁隧道中心线位置不变，桩均匀布置在地铁隧道的两侧，上部剪力墙布置、筏板尺寸、桩数、桩长、桩径都不变。

从图 7 可以看出，隧道地铁隧道跨度的增加，筏板最大沉降增大，且增大的幅度越来越大，这是由于

隧道跨度的增加桩筏基础整体刚度减小。从图 7~9 可以看出, 地铁隧道跨度从 8 m 增大到 14 m 时, 最大沉降加了 17 mm, 而差异沉降只增加了 3 mm。随着地铁隧道跨度的增加, 筏板差异沉降增大, 但增大幅度较小, 这说明随着地铁隧道跨度的增大, 筏板会有一个整体沉降的过程。最大弯矩随跨度的变化规律与差异沉降随跨度的变化规律基本一致。从以上分析可知, 地铁隧道跨度对最大沉降的影响比对差异沉降的影响大。

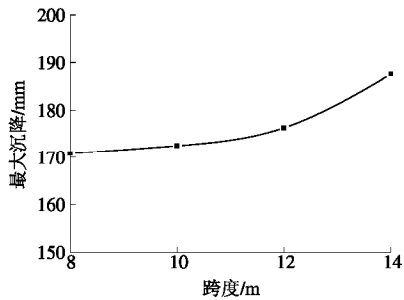


图 7 地铁隧道跨度对最大沉降的影响

Fig. 7 Effect of span length on maximum settlement of raft

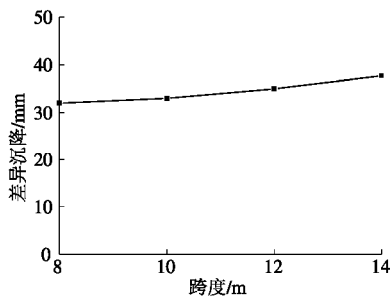


图 8 地铁隧道跨度对差异沉降的影响

Fig. 8 Effect of span length on differential settlement of raft

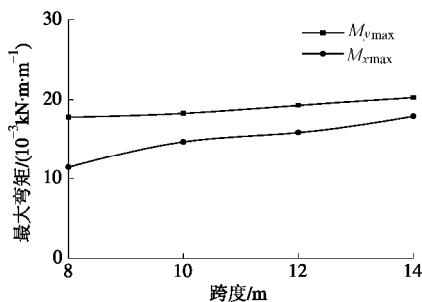


图 9 地铁隧道跨度对最大弯矩的影响

Fig. 9 Effect of span length on maximum moment of raft

3.4 跨越地铁隧道方式对筏板变形和内力的影响

在实际工程设计中, 受城市地铁线路及周边环境的影响, 筏板跨越地铁隧道的方式会有所不同。本文选取 6 种比较具有代表性的跨越方式, 通过数值模拟分析其对筏板变形和内力的影响。图 10 是桩筏基础跨越地铁隧道的 6 种方式 (地铁隧道从筏板下面, 群桩

中间穿过)。方式 1 为地铁隧道在桩筏基础中部, 筏板短边与隧道中心线平行; 方式 2 为地铁隧道在桩筏基础的边缘, 筏板短边与地铁隧道中心线平行; 方式 3 为地铁隧道在桩筏基础中部, 筏板长边与隧道中心线平行; 方式 4 为地铁隧道在桩筏基础的边缘, 筏板长边与地铁隧道中心线平行; 方式 5 为地铁隧道在桩筏基础中部, 筏板对角线与隧道中心线平行; 方式 6 为地铁隧道在桩筏基础的边缘, 筏板对角线与地铁隧道中心线平。方式 1~6 中筏板尺寸、隧道跨度、上部剪力墙布置 (见图 1)、桩数、桩径、桩长都不变。桩沿隧道两侧或一侧均匀布置, 方式 1~5 的桩间距都为 3 m, 方式 6 的桩间距为 3.2 m。

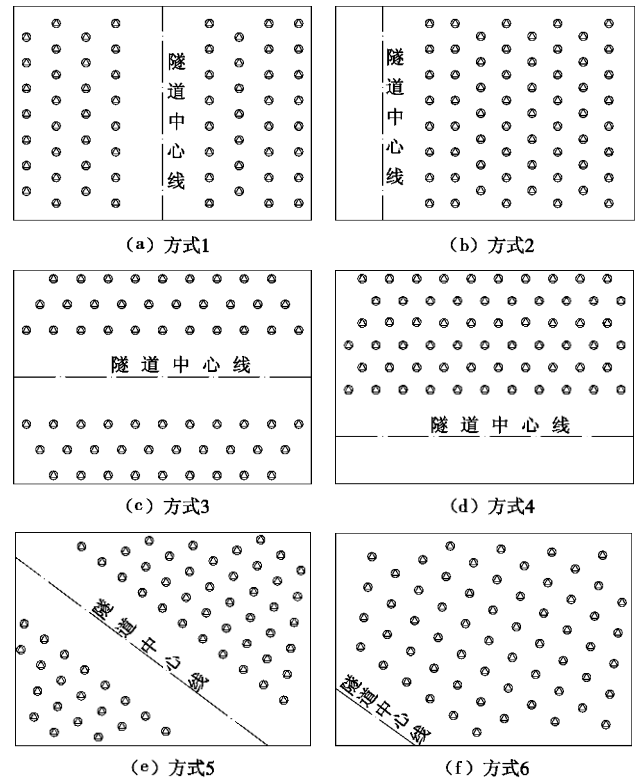


图 10 筏板跨越地铁隧道的方式

Fig. 10 Methods for crossing metro tunnels

图 11 为对应图 10 中 6 种不同方式跨越地铁隧道的筏板沉降云图。从图中可以看出, 由于地铁隧道所在的区域内没有布桩, 无论以何种方式跨越地铁隧道, 筏板最大沉降的位置均发生地铁隧道中线上或其附近。表 4 为 6 种跨越方式对筏板变形和内力的影响对比。从表中可以看出, 相比于方式 1, 3, 5, 方式 2, 4, 6 跨越地铁隧道的筏板最大沉降和差异沉降都显著增大, 即地铁隧道在桩筏基础的中部时对筏板的最大沉降和差异沉降影响小。这是由于以方式 1, 3, 5 跨越地铁隧道时筏板架越能力强, 使上部荷载大部分都传给桩, 地铁隧道范围内的筏板下面土体只承担很小一部分荷载。与方式 1 对比, 以方式 2 跨越地铁隧道

表 4 不同跨越方式下筏板沉降及弯矩的计算结果比较

Table 4 Comparison of behavior of piled raft with different methods for crossing subway tunnels							
跨越方式	最大沉降/mm	最小沉降/mm	差异沉降/mm	最大正弯矩 M_x /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	最大负弯矩 M_x /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	最大正弯矩 M_y /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)	最大负弯矩 M_y /($\text{kN}\cdot\text{m}\cdot\text{m}^{-1}$)
方式 1	52.0	25.4	26.6	8840	971	17550	1640
方式 2	109.0	14.3	94.7	9060	1970	2150	18220
方式 3	46.8	28.6	18.2	16710	1010	8220	2590
方式 4	140.0	0.0	140.0	2400	11610	4770	4880
方式 5	44.9	28.5	16.4	11720	1100	11600	2670
方式 6	60.7	32.4	28.3	7000	1120	3890	5380

的筏板最大负弯矩（即筏板上部受拉）明显增大，此时筏板以最大负弯矩为控制弯矩对筏板进行配筋，筏板的上部配筋量增大。对比方式 1，3，5 可知，以方式 5 跨越地铁隧道即地铁隧道在桩筏基础中部，且筏板对角线与隧道中心线平行时筏板的差异沉降和最大弯矩均最小，此时筏板的钢筋用量最省。

从以上分析中可知，当建筑物基础不可避免地要跨越地铁隧道时，地铁隧道在桩筏基础中部，筏板对角线与隧道中心线平行的跨越方式对筏板变形及内力的影响最小；在实际工程设计中应尽量避免地铁隧道在桩筏基础边缘的跨越方式。

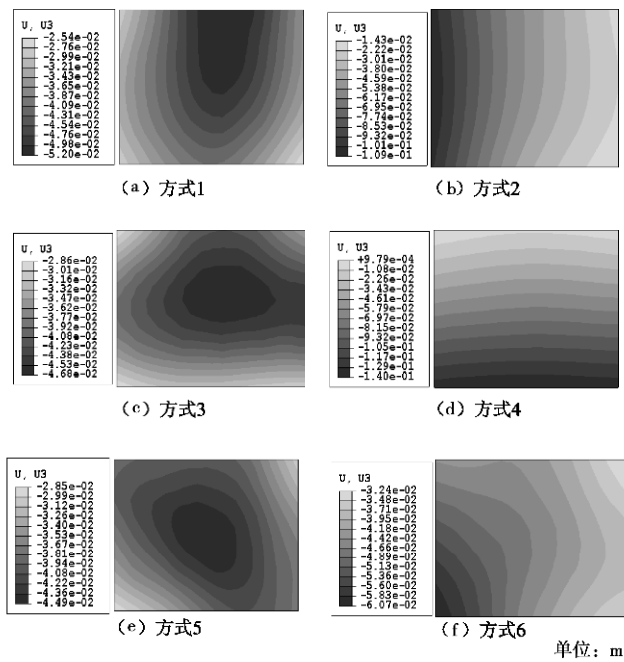


图 11 不同跨越方式的筏板沉降云图

Fig. 11 Nephogram of settlement of raft with different methods for crossing metro tunnels

4 数值计算结果与实测对比

楼层施工期间，对靠近隧道的两排桩的桩顶反力进行了监测。由于楼层还没有结顶，实测数据只测到 39 层。从图 12 可以看出，数值计算的桩顶反力随层数的变化趋势与实测值基本一致。

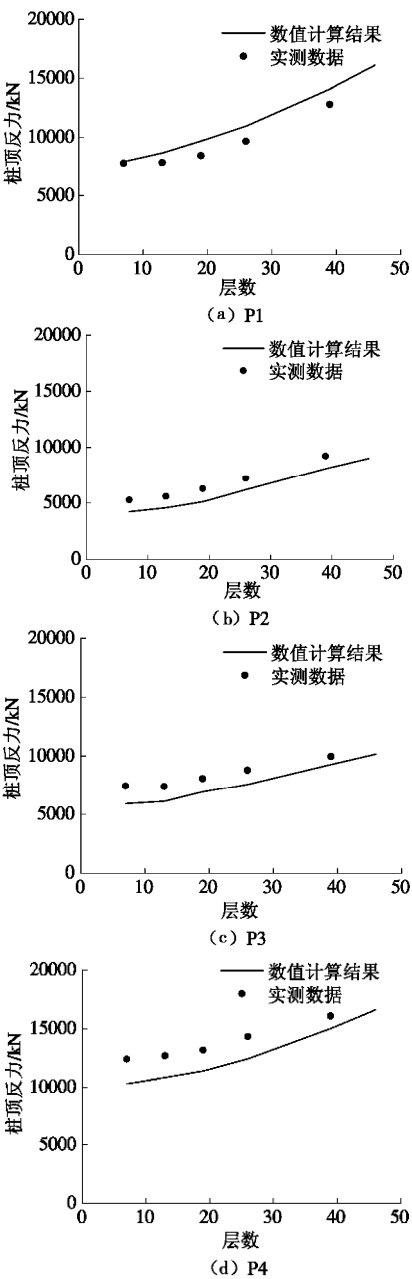


图 12 桩顶反力随层数的变化

Fig. 12 Variation of tip reaction of piles with storey-by-storey construction

5 结 论

本文通过数值模拟方法研究了跨越地铁隧道的桩

筏基础受力和变形性状, 并与实测的桩顶反力进行了对比, 说明本文的数值分析是可行的。得到了以下几点结论:

(1) 当上部为刚度较大的剪力墙结构时, 考虑上部结构刚度作用可以显著减小筏板的差异沉降和弯矩, 从而减少筏板配筋量。当施工至 20 层后, 其对差异沉降和筏板弯矩调整作用减弱, 表现出上部结构刚度贡献是有一定限度的。

(2) 筏板下预留的地铁隧道净空增大了两侧桩的桩顶反力。随着地铁隧道跨度的增加, 筏板最大沉降、差异沉降、最大弯矩均增大; 地铁隧道跨度对筏板最大沉降的影响要比差异沉降的影响大。

(3) 当建筑物基础不可避免地要跨越地铁隧道时, 桩筏基础以筏板对角线与地铁隧道中心线重合的方式跨越地铁隧道对筏板的内力和变形影响最小; 在实际工程设计中应尽量避免地铁隧道在桩筏基础边缘的跨越方式。

参考文献:

- [1] 宰金珉, 宰金璋. 高层建筑基础分析与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993. (ZAI Jin-min, ZAI Jin-zhang. Analysis and design of high-rising building foundations[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1993. (in Chinese))
- [2] 董建国, 赵锡宏. 高层建筑地基基础—共同作用理论与实践[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. (DONG Jian-guo, ZHAO Xi-hong. High-rising building foundation engineering—theories and practices of interactive analysis[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese))
- [3] POULOS H G. Piled raft foundation: design and applications[J]. Géotechnique, 2001, **51**(2): 95 – 113.
- [4] 戴标兵, 艾智勇, 赵锡宏, 等. 上海超高层超长桩超厚筏基础的现场测试研究[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(3): 406 – 413. (DAI Biao-bin, AI Zhi-yong, ZHAO Xi-hong, et al. Field experimental studies on super-tall building, super-long piles & super-thick raft in Shanghai[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(3): 406 – 413. (in Chinese))
- [5] 徐至钧. 200 幢高层建筑基础底板厚度的调查和分析[J]. 地基基础工程, 2002, **10**(3): 26 – 28. (XU Zhi-jun. The investigation and analysis on the thickness of the soleplate of 200 high-rised buildings[J]. Foundation Engineering, 2002, **10**(3): 26 – 28. (in Chinese))
- [6] PRZEMIENIECKI J S. Theory of matrix structural analysis[M]. New York: McGraw-Hill, 1968.
- [7] HADDADIN M J. Mats and Combined footing analysis by the finite element method[C]// Proc ACI, 1971, **68**(12): 945 – 949.
- [8] PRICE G, WARDLE I F. Queen Elizabeth II conference center monitoring of loading shearing between piles and raft[C]// Proc ICE, 1986, **80**(1): 1505 – 1518.
- [9] KING G J W, 姚祖恩. 支承在筏基和独立基础上的框架结构相互作用分析[J]. 建筑结构学报, 1985, **6**(2): 62 – 69. (KING G J W, YAO Zu-en. Interactive analysis of framed structures supported on raft or pad foundations[J]. Journal of Building Structures, 1985, **6**(2): 62 – 69. (in Chinese))
- [10] 姚祖恩, 张季容, 吴志平. 墙下筏板基础共同作用分析方法探讨[J]. 岩土工程学报, 1993, **15**(2): 80 – 85. (YAO Zu-en, ZHANG Ji-rong, WU Zhi-ping. Interactive analysis of walls supported on raft foundations[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1993, **15**(2): 80 – 85. (in Chinese))
- [11] 周定松, 王莺哥, 张保印. 考虑筒体结构刚度影响的筏板内力与变形研究[J]. 四川建筑科学研究, 2003, **29**(2): 14 – 17. (ZHOU Ding-song, WANG Ying-ge, ZHANG Bao-yin. Research on internal force and deformation of raft plate when considering the stiff of frame-tube[J]. Building Science Research of Sichuan, 2003, **29**(2): 14 – 17. (in Chinese))
- [12] 李进军, 王显春, 庄纪栋, 等. 浅埋暗挖隧道穿越楼房基础的三维数值模拟[J]. 地下空间与工程学报, 2005, **1**(1): 78 – 90. (LI Jin-jun, WANG Xian-chun, ZHANG Ji-dong, et al. 3-D numerical simulation study on excavation of shallow burying tunnel through the building foundation[J]. Chinese Journal of Underground Space and Engineering, 2005, **1**(1): 78 – 90. (in Chinese))
- [13] HUGHES T, TEZDUYAR T. Finite elements based upon Mindlin plate theory with particular reference to the four-node bilinear isoparametric element[J]. Journal of Applied Mechanics, 1981, **48**(2): 587 – 596.
- [14] GB50007—2002 建筑地基基础设计规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2004. (GB50007—2002. Code for design of building foundation[S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2002. (in Chinese))