

桩周黏弹性土体固结分析

刘加才, 宰金珉, 梅国雄, 高 鸿

(南京工业大学土木工程学院, 江苏 南京 210009)

摘 要: 沉桩过程中桩周土体产生超静孔隙水压力, 桩承载力的提高很大程度上依赖于超静孔隙水压力的消散。采用 Merchant 流变模型模拟土体黏弹性, 考虑土体径、竖向耦合固结, 研究沉桩后土体的再固结问题。假定沉桩后产生的超静孔压满足圆孔扩张理论, 根据连续性条件, 获得研究问题的控制方程。采用分离变量法、结合 Laplace 变换求得其级数解答。将该解答编制成应用程序, 对一算例进行了分析。算例分析表明, 深度在 5.0 m 范围内土体的孔压消散受竖向固结影响较为明显; 土体黏弹性减慢固结速度主要表现在中期接近后期阶段。

关键词: 桩; 土体; 黏弹性; 固结

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2009)09-1361-05

作者简介: 刘加才(1970-), 男, 博士, 副教授, 主要从事软土特性及其地基处理研究方面的工作。E-mail: liujchhu@163.com。

Consolidation analysis of visco-elastic soil around a driven pile

LIU Jia-cai, ZAI Jin-min, MEI Guo-xiong, GAO Hong

(College of Civil Engineering, Nanjing University of Technology, Nanjing 210009, China)

Abstract: Installation of a driven pile will generate excess pore pressures in the clay adjacent to the pile. Pile capacity mostly depends on the dissipation of the excess pore pressures. The reconsolidation of the clay around the pile is investigated, assuming that the Merchant model can be used to describe the visco-elastic features of the soil. The initial excess pore distribution away from the pile wall varies according to the cylindrical cavity expansion theory. The governing equation is derived under the continuity condition. The general solution is obtained by separating the variables and using the Laplace transform and the inverse transform. The corresponding solutions are introduced into a program and a case is analyzed using it. The results lead to the following conclusions: 1) The vertical consolidation has great influence on the soil whose depth is less than 5.0 m; and 2) The visco-elastic feature of the soil delay consolidation usually happens obviously at the middle to late stages.

Key words: pile; soil; visco-elasticity; consolidation

0 引 言

在软土地区修建荷载较大的建(构)筑物时, 通常采用桩基来提高地基承载力并相应地减小其沉降量。在饱和软黏土地基中沉桩, 由于沉桩时间较短, 且土体的渗透性较低, 往往会在桩周土体中产生较大的超静孔隙水压力。由于桩周土体的再固结作用, 桩基承载力随着时间的发展而有所提高。这一现象在大量现场实测试验中均有所反映^[1-4]。关于承载力确定方法较多^[5-8], 但未考虑其时间效应。一些学者研究发现, 桩基承载力的提高与桩周土体超静孔隙水压力的消散速度是一致的^[9]。关于沉桩过程中产生的超静孔隙水压力分布和消散规律的研究, 主要以圆孔扩张理论^[9]和应变路径法^[10]为代表。圆孔扩张理论相对来说概念清晰, 易于理解, 便于工程应用, 且能满足工程精度

要求, 所以得到了广泛应用。文献[9, 12]将桩周土体视为弹性土体, 研究了桩周土体的再固结问题。文献[11]则将桩周土体视为黏弹性体, 与工程实际更为接近。但其研究仍然局限于径向固结。工程实测数据表明, 土体超静孔压沿深度方向, 特别是在桩顶附近消散也较明显^[13]。本文在前述研究工作的基础上, 将桩周土体视为黏弹性体, 考虑径、竖向耦合固结, 采用分离变量法、结合 Laplace 变换求得孔压消散的级数解答。对一算例对比研究了线弹性土体, 黏弹性土体以及同时考虑径、竖向固结耦合时土体超静孔压的消散情况, 可供桩基设计参考。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50608038/E0806)

收稿日期: 2008-06-25

1 问题描述

1.1 计算简图

研究对象如图 1 所示, 图中 r_0 为桩体半径, r_e 为打设桩体最大影响半径, 此处任意时刻超静孔压为 0; H 为桩体打设深度; k_v , k_h 分别为土体的竖直和水平向渗透系数, 土中渗流服从达西定律; 土体应力应变关系满足 Merchant 流变模型, G_1 , G_2 分别为两弹簧体的剪切模量, η_2 为黏壶的黏滞系数; 土体泊松比为 ν 。 r 为径向坐标, z 为竖向坐标。

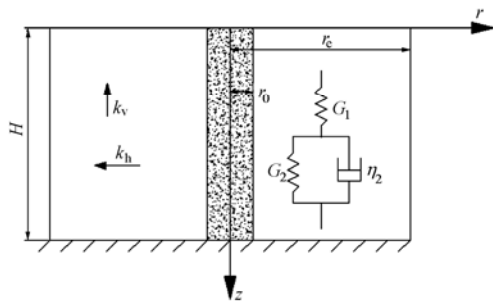


图 1 研究对象简图

Fig. 1 Sketch of the problem

1.2 控制方程

桩周土体中取单元土体进行研究, dt 时间段内径向、竖向排水量分别为

$$\Delta Q_r = -\frac{k_h}{\gamma_w} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) r dr dz dt, \quad (1)$$

$$\Delta Q_z = -\frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} r dr dz dt. \quad (2)$$

dt 时间段内单元土体的体积压缩量为

$$\Delta V = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} r dr dz dt, \quad (3)$$

$$\varepsilon_v = -\frac{3(1-2\nu)}{E_1} \left[\frac{\partial u}{\partial t} + G_1 \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau} \frac{d\delta(t-\tau)}{d(t-\tau)} d\tau \right], \quad (4)$$

式中, $E_1 = 2G_1(1+\nu)$ 。

根据连续性条件, 单元土体体积变化量与单元中流出水量体积相等, 考虑土体径、竖向耦合, 可得如下控制方程:

$$c_h \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} + G_1 \int_0^t \frac{\partial u}{\partial \tau} \frac{d\delta(t-\tau)}{d(t-\tau)} d\tau. \quad (5)$$

式中 $c_h = \frac{k_h G_1}{\gamma_w} \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ 为水平向固结系数;

$c_v = \frac{k_v G_1}{\gamma_w} \frac{2(1+\nu)}{3(1-2\nu)}$ 为竖向固结系数; u 为桩周土体中

超静孔隙水压力; γ_w 为水的重度; t 为时间;

$\delta(t) = \frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} [1 - \exp(-G_2 t / \eta_2)]$ 为 Merchant 流变模

型的柔度函数。

1.3 初始条件

一些学者基于圆孔扩张理论和理想弹塑性模型, 推导出了桩打设完成瞬间所产生的超静孔压, 如下式所示^[9, 11]:

$$\begin{aligned} u|_{t=0} &= 2c_u \ln(R/r), & r_0 \leq r \leq R, \\ u|_{t=0} &= 0, & R < r \leq r_e, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $R = r_0 \sqrt{\frac{G_1}{c_u}}$ 为塑性区半径。 c_u 为桩周土体不排水剪抗剪强度。

1.4 边界条件

桩体视为不透水体, 并考虑到其影响范围, 可得如下径向边界条件:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=r_0} &= 0, \\ u \Big|_{r=r_e} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

r_e 处孔压为 0, 是学术研究上的一种近似, 满足工程精度要求, 一般为 5~10 倍 R ^[11]。

地基表面为自由排水边界, 桩端地基为不排水边界, 可得如下竖向边界条件:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{z=H} &= 0, \\ u \Big|_{z=0} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (7b)$$

2 方程求解

类似文献[11]的求解方法, 采用分离变量法, 将超静孔压 u 表示成竖向深度 z 、径向距离 r 和时间 t 3 个变量函数的乘积:

$$u = Z(z)w(r)T(t), \quad (8)$$

式中 $T(0)=1$, 将式 (8) 代入式 (5) 中可得

$$\begin{aligned} c_h \left(\frac{1}{r} \frac{w'}{w} + \frac{w''}{w} \right) + c_v \frac{Z''}{Z} \\ = \frac{1}{T} \left[\frac{dT}{dt} + G_1 \int_0^t \frac{dT}{d\tau} \frac{d\delta(t-\tau)}{d(t-\tau)} d\tau \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

令

$$\frac{1}{r} \frac{w'}{w} + \frac{w''}{w} = -\lambda_1^2, \quad (10)$$

$$c_v \frac{Z''}{Z} = -\lambda_2^2. \quad (11)$$

将式 (10) 和式 (11) 代入式 (9) 整理后可得

$$T' + G_1 \int_0^t \frac{dT}{d\tau} \frac{d\delta(t-\tau)}{d(t-\tau)} d\tau + \lambda_3^2 T = 0, \quad (12)$$

λ_3 可由下式求得

$$\lambda_3^2 = c_h \lambda_1^2 + \lambda_2^2. \quad (13)$$

式(10)可用 Bessel 函数表示其通解:

$$w_n(r) = B_n J_0(\lambda_{1n} r) + C_n Y_0(\lambda_{1n} r), \quad (14)$$

式中, J_0 为 0 阶一类 Bessel 函数, Y_0 为 0 阶二类 Bessel 函数, λ_{1n} 为无穷多个正根。由边界条件 7 (a) 可得

$$w_n(r) = B_n V_0(\lambda_{1n} r), \quad (15)$$

$$V_0(\lambda_{1n} r) = J_0(\lambda_{1n} r) - \frac{J_1(\lambda_{1n} r_0)}{Y_1(\lambda_{1n} r_0)} Y_0(\lambda_{1n} r), \quad (16)$$

$$V_0(\lambda_{1n} r_c) = 0, \quad (17)$$

式中, J_1 为 1 阶一类 Bessel 函数, Y_1 为 1 阶二类 Bessel 函数。

由边界条件式(7b), 对式(11)进行求解, 可得

$$Z_m(z) = A_m \sin\left(\sqrt{\frac{\lambda_{2m}^2}{c_v}} z\right), \quad (18)$$

$$\lambda_{2m}^2 = \frac{c_v M^2}{H^2}, \quad (19)$$

式中, $M = \frac{(2m-1)\pi}{2}$, $m=1, 2, \dots$ 。

由式(13)可确定无穷根 λ_{3nm}

$$\lambda_{3nm}^2 = c_h \lambda_{1n}^2 + \lambda_{2m}^2. \quad (20)$$

对式(12)进行拉普拉斯变换并反演, 将 $\alpha(t)$ 代入式(12), 并对其进行拉普拉斯变换:

$$[s\tilde{T}(s) - 1] \left[\frac{G_1}{\eta_2} \left(\frac{\eta_2}{s\eta_2 + G_2} \right) + 1 \right] + \lambda_3^2 \tilde{T}(s) = 0,$$

整理后可得

$$\tilde{T}(s) = \frac{G_1 + s\eta_2 + G_2}{s^2\eta_2 + s(G_1 + G_2 + \eta_2\lambda_3^2)s + \lambda_3^2 G_2},$$

进一步整理后可得

$$\tilde{T}(s) = \frac{1}{x_2 - x_1} \left(\frac{s + \alpha_c}{s + x_1} - \frac{s + \alpha_c}{s + x_2} \right).$$

对上式施行拉普拉斯逆变换可得

$$T_{nm}(t) = \frac{(x_1 - \alpha_c) \exp(-x_1 t) - (x_2 - \alpha_c) \exp(-x_2 t)}{x_1 - x_2}, \quad (21)$$

式中,

$$x_1 = \frac{\alpha_c + \lambda_{3nm}^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha_c + \lambda_{3nm}^2)^2 - 4\lambda_{3nm}^2 \frac{G_2}{\eta_2}}, \quad (22)$$

$$x_2 = \frac{\alpha_c + \lambda_{3nm}^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha_c + \lambda_{3nm}^2)^2 - 4\lambda_{3nm}^2 \frac{G_2}{\eta_2}}, \quad (23)$$

$$\alpha_c = (G_1 + G_2)/\eta_2. \quad (24)$$

由以上分析可知, u 可表示为

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B_n V_0(\lambda_{1n} r) \sum_{m=1}^{\infty} \left[A_m \sin\left(\sqrt{\frac{\lambda_{2m}^2}{c_v}} z\right) T_{nm}(t) \right] \right\}. \quad (25)$$

由初始条件式(6), $V_0(\lambda_{3mk} r)$ 柱函数在 $[r_0, r_c]$ 上

的正交性以及三角函数 $\sin\left(\sqrt{\frac{\lambda_{2m}^2}{c_v}} z\right)$ 在 $[0, H]$ 上的正交性可得

$$B_n = \frac{\int_0^c 2c_u \ln(R/r) V_0(\lambda_{1n} r) r dr}{\int_0^c V_0^2(\lambda_{1n} r) r dr} = \frac{4c_u}{\lambda_{1n}^2} \frac{V_0(\lambda_{1n} r_0) - V_0(\lambda_{1n} R)}{r_c^2 V_1^2(\lambda_{1n} r_c) - r_0^2 V_1^2(\lambda_{1n} r_0)}, \quad (26)$$

$$A_m = \frac{2}{M}. \quad (27)$$

至此, 求得任一时刻、任一半径以及任一深度处的孔压解答。

3 验证与算例分析

3.1 验证

若不考虑桩周土体的竖向固结, 则竖向固结系数 c_v 为 0。代入式(15)可得

$$\lambda_{2m}^2 = \frac{c_v M^2}{H^2} = 0. \quad (28)$$

再将式(28)代入式(20)可得

$$\lambda_{3nm}^2 = c_h \lambda_{1n}^2 = \lambda_{3n}^2. \quad (29)$$

再将式(28)代入式(21)可得

$$T_{nm}(t) = T_n(t) = \frac{(x_1 - \alpha_c) \exp(-x_1 t) - (x_2 - \alpha_c) \exp(-x_2 t)}{x_1 - x_2}, \quad (30)$$

式中

$$x_1 = \frac{\alpha_c + \lambda_{3n}^2}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha_c + \lambda_{3n}^2)^2 - 4\lambda_{3n}^2 \frac{G_2}{\eta_2}}, \quad (31)$$

$$x_2 = \frac{\alpha_c + \lambda_{3n}^2}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\alpha_c + \lambda_{3n}^2)^2 - 4\lambda_{3n}^2 \frac{G_2}{\eta_2}}. \quad (32)$$

将式(24)、(25)和(26)代入式(21)式可得

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B_n V_0(\lambda_{1n} r) T_n(t) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2}{M} \sin\left(\frac{Mz}{H}\right) \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n V_0(\lambda_{1n} r) T_n(t). \quad (33)$$

解答与文献[11]一致, 说明本文的理论解是正确的, 文献[11]解答是本文解的特例。

3.2 算例分析

根据前述求解理论, 将本文解答编制成应用程序。为了验证本文级数解答的正确性和计算程序的可靠性, 同时分析桩周黏弹性土体考虑径、竖向耦合的固结特性, 本文对一算例进行了分析。

该算例中桩体半径为 0.25 m, 打设深度 20 m, r_c 为 12.5 m。土层主要参数如表 1 所示, 泊松比为 0.35, 不排水剪抗剪强度为 40 kPa。

表 1 土层参数

黏弹性参数			渗透系数	
G_1/MPa	G_2/MPa	$\eta_2/(\text{MPa}\cdot\text{s})$	$k_h/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$k_v/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
4.0	20.0	5.0×10^5	2.0×10^{-7}	1.0×10^{-7}

图 2 为 n 和 m 分别取 50 项, 零时刻本文解答与初始孔压理论值比较情况。两者结果相当吻合, 其误差不到 1%, 说明本文的计算方法和程序是可靠的。

为便于研究, 取无量纲 $T_c = c_h t / r_0^2$ 作为参考时间因数。图 3 为 $T_c=16.1280$ 时, 不同深度处的孔压消散情况。在 5 m 深度处考虑径、竖向耦合的固结解答与仅考虑径向固结的解答基本一致。说明桩周土体在一定深度以下, 竖向固结对其影响较小, 孔压消散主要依赖土体的径向固结。这一结果进一步验证了本文解答的正确性。而在深度 1.5 m 处径、竖向耦合固结的孔压消散明显快于仅考虑径向固结情况, 1.0 m 深度处则更为明显。

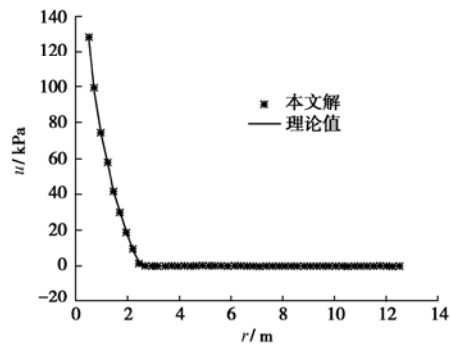


图 2 零时刻径向理论超静孔压与本文解对比

Fig. 2 Comparison between present solutions and theoretical values of initial excess pore pressure along radial direction

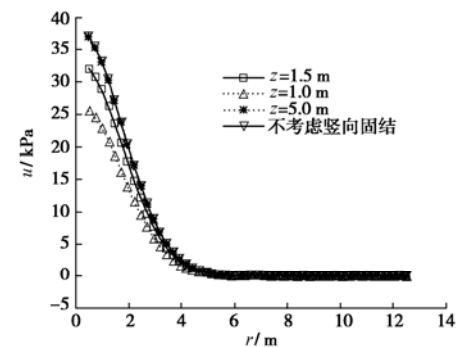


图 3 不同深度超静孔压对比

Fig. 3 Comparison of excess pore pressures at different depths along radial direction

图 4 为 $z=1\text{ m}$ 深度处, $T_{c1}=16.1280$, $T_{c2}=32.2560$, $T_{c3}=161.280$ 三个时刻, 土体为线弹性与黏弹性孔压消散比较情况。由图中可见, 开始时刻, 土体的黏弹性对固结的影响较小。随着时间的发展, 黏弹性土体孔

压消散滞后于线弹性土体的孔压消散, 这一现象越来越明显。而在孔压消散的后期阶段, 孔压消散的差距又会逐渐减小。

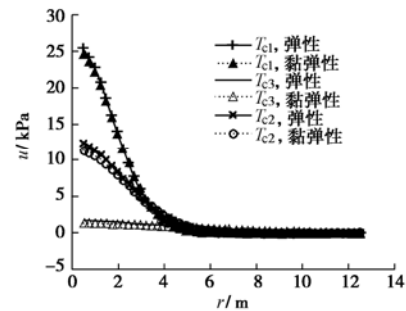


图 4 土体黏弹性对孔压消散的影响

Fig. 4 Influence of soil visco-elasticity on excess pore pressure

4 结 论

(1) 本文基于 Merchant 流变模型, 考虑土体径、竖向耦合固结, 并给出固结解答, 仅考虑桩周土体径向固结解答是本文解答的一个特例, 发展了桩周黏弹性土体再固结理论。将该解答编制成应用程序, 通过算例验证了该程序的正确性。

(2) 研究表明, 深度超过 5 m 时, 竖向孔压消散并不明显, 此时可采用仅考虑径向固结的桩周黏弹性土体固结解答对其进行分析。深度小于 5 m, 尤其是深度在 1.5 m 范围内土体的孔压消散受竖向固结影响较为明显。由于这部分土体固结较快, 在地基表面形成硬壳层, 对复合桩基承载力的前期提高有一定作用, 设计时应予充分考虑。

(3) Merchant 流变模型可以同时考虑主、次固结。土体黏滞性会减慢孔压消散速度, 在孔压消散的中期接近后期影响最为明显。

参考文献:

[1] KOIZUMI Y, ITO K. Field tests with regard to pile driving and bearing capacity of piled foundations[J]. Soils and Foundations, 1967, 7(3): 30 - 53.

[2] 胡中雄. 饱和软黏土中单桩承载力随时间的增长[J]. 岩土工程学报, 1985, 7(3): 58 - 61. (HU Zhong-xiong. Pile capacity increase with time in soft soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1985, 7(3): 58 - 61. (in Chinese))

[3] 李 雄, 刘金砺. 饱和软土中预制桩承载力时效的研究[J]. 岩土工程学报, 1992, 4(7): 9 - 16. (LI Xiong, LIU Jin-li. The effect of bearing capacity of driven pile in saturated soft soil[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1992, 4(7): 9 - 16. (in Chinese))

[4] PAIKOWSKY S G, HAJDUK E L. Design and construction of

- three instrumented test piles to examine time dependent pile capacity gain[J]. Geotechnical Testing Journal, 2004, **27**(6): 515 - 531.
- [5] MEYERHOF G G. Bearing capacity and settlement of pile foundations[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1976, **102**(3): 195 - 228.
- [6] GATES M. Empirical formula for predicting pile bearing capacity[J]. Civil Engineering, 1957, **27**(3): 65 - 66.
- [7] ZHAO M H, YANG M H, ZHOU X J. Vertical bearing capacity of pile based on load transfer model[J]. Journal of Central South University of Technology (English Edition), 2005, **12**(4): 488 - 493.
- [8] DE Sanctis, Luca, Mandolini. Bearing capacity of piled rafts on soft clay soils[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2006, **132**(12): 1600 - 1610.
- [9] RANDOLPH M F, WROTH C P. Analytical solution for the consolidation around a driven pile[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1979, **3**(3): 217 - 229.
- [10] BALIGH M M. Strain path method[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(9): 1108 - 1136.
- [11] GUO W D. Visco-elastic consolidation subsequent to pile installation[J]. Computers and Geomechanics, 2000, **26**(2): 113 - 144.
- [12] 唐世栋. 用有效应力原理分析桩基承载力的变化全过程[D]. 上海: 同济大学, 1990. (TANG Shi-dong. Analysis of the variation of pile capacity by principle of effective stress[D]. Shanghai: Tongji University, 1990. (in Chinese))
- [13] 叶观宝, 汤 竞, 徐 超, 等. 利用孔压静力触探试验估算沉桩过程中产生的超孔隙水压力[J]. 工程力学, 2005, **22**(增): 194 - 198. (YE Guan-bao, TANG Jing, XU Chao, et al. Estimation of excess porewater pressure during pile instalition by piezocone test[J]. Engineering Mechanics, 2005, **22**(S): 194 - 198. (in Chinese))

全国超软土地基排水固结与加固技术专题研讨会 第1号通知: 征集论文

由交通运输部港口岩土工程技术交通行业重点实验室、中国土木工程学会港口工程分会工程排水与加固专业委员会和天津市港口岩土工程技术重点实验室主办, 中交天津港湾工程研究院有限公司等承办的全国超软土地基排水固结与加固技术专题研讨会拟于2010年5月在天津召开, 本次会议主要交流我国近年来在超软土地基排水固结与加固技术方面的新经验与新成果。现将会议论文征集工作有关事项通知如下:

征文主题: ①超软土的工程性质; ②超软土地基围堰及造陆技术; ③超软土地基处理技术; ④超软土地基的工程安全与环境监控技术; ⑤超软土地基排水固结与加固的新材料及新方法。

征文要求: 应征论文字数(包括图表): 一般论文控制在6000字、重点论文控制在10000字以内。

论文提交截止日期: 2010年1月31日。

论文要求寄送一份正式稿件给会务组, 同时要求以电子邮件或磁盘方式向会务组提供电子文件。应征论文将由会议学术委员会决定是否录用, 入选论文将正式出版, 同时选取部分优秀论文推荐相关核心期刊进行发表。

联系地址: 天津市河西区大沽南路1002号, 中交天津港湾工程研究院有限公司(300222); 联系人: 刘天韵(022-28343603)、张明昌(022-28119277); 电子邮箱: gylyty@126.com; 传真: 022-28176143。

(中交天津港湾工程研究院有限公司 供稿)