

考虑低速非 Darcy 渗流的饱和黏性土一维固结分析

鄂建¹, 陈刚², 孙爱荣³

(1. 江苏省地质调查研究院, 江苏 南京 210018; 2. 中国地质大学环境学院, 湖北 武汉 430074; 3. 江苏省地质工程勘察院, 江苏 南京 210012)

摘要: 介绍并分析了非 Darcy 渗流模型, 修正了 Terzaghi 一维固结模型并进行了数值计算, 分析了固结过程以及超静孔压消散的规律, 认为超静孔压的缓慢消散是导致次固结现象的原因之一。讨论了起始水力梯度、临界水力梯度、瞬时荷载以及土层厚度对固结过程的影响, 提出了确定非 Darcy 渗流适用范围的公式。

关键词: 黏性土; 一维固结; 非 Darcy 渗流; 起始水力梯度; 临界水力梯度

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2009)07-1115-05

作者简介: 鄂建(1982-), 男, 硕士, 助理工程师, 主要从事水工环地质研究。E-mail: ekincug@163.com。

One-dimensional consolidation of saturated cohesive soil considering non-Darcy flows

E Jian¹, CHEN Gang², SUN Ai-rong³

(1. Geological Survey of Jiangsu Province, Nanjing 210018, China; 2. School of Environmental Studies, China University of Geosciences, Wuhan 430074, China; 3. Geo-engineering Investigation Institute of Jiangsu Province, Nanjing 210012, China)

Abstract: A non-Darcy flow model is introduced and analyzed. With the model, Terzaghi's one-dimensional consolidation model is modified, and a numerical calculation is used to solve the new Terzaghi model. The regular pattern of consolidation process is analyzed and the results indicate that the excess pore water pressure dissipated slowly is one of the causes of the secondary consolidation. The effect of the initial hydraulic gradient, critical hydraulic gradient, instantaneously applied load and soil thickness on consolidation process is discussed, and the formula to determine the scope of application of non-Darcy flows is introduced.

Key words: cohesive soil; one-dimensional consolidation; non-Darcy flow; initial hydraulic gradient; critical hydraulic gradient

0 引言

自被引入土体渗流固结理论以来, Darcy 定律一直是土体连续介质固结理论的两大基石之一。

对于黏性土来说, 大部分黏粒之间并没有直接接触, 主要通过结合水膜传递应力, 因此结合水的力学特征对黏性土的固结具有重要影响。由于结合水具有不同于牛顿流体的性质, 在渗流上明显的偏离 Darcy 定律^[1]。特别是对于黏性很强的致密黏性土, 其孔隙内主要为结合水, 黏性土固结释水的过程主要是结合水转化为自由水的过程。因此不宜用 Darcy 定律来刻画黏性土的渗流固结问题。

由于一维固结理论揭示了土体渗流固结问题的本质, 通过它容易弄清土体固结的基本规律, 因此前人在基于非 Darcy 渗流的黏性土一维固结研究上进行了一些尝试, 刘忠玉等^[2]采用考虑起始水力梯度的非 Darcy 渗流方程, 修正了 Terzaghi 饱和黏土一维固结理论, 研究了起始水力梯度对黏性土渗流固结的影响, 但没有考虑低速渗流的非线性段, 计算中无法体现非

Darcy 渗流的真正流态; 谢海澜等^[3]考虑了低速渗流的曲线段, 对 Terzaghi 固结理论进行了重新推导, 但其计算中没有考虑水力梯度大于临界水力梯度的情况。本文推导建立了基于非 Darcy 渗流的 Terzaghi 一维固结模型, 并进行了较为全面的分析, 得出了不同于传统固结理论的新认识。

1 黏性土非 Darcy 渗流模型

不少学者进行了饱水黏性土的室内渗透试验^[4-7], 根据这些试验结果, 黏性土渗流速度 V 与水力梯度 I 主要表现为非线性关系。如图 1 所示, 非 Darcy 渗流主要具备两个明显的特征:

(1) 存在起始水力梯度(启动压力), 即图中点 C 对应的水力梯度 I_0 。

(2) 在低速渗流情况下, 其渗流速度与压力梯度

基金项目: 国土资源大调查项目 (水[2004]016-04)

收稿日期: 2008-04-24

不成线性正比关系,即渗透系数 K 为变量。即图中的 OB 曲线段,当水力梯度大于临界水力梯度 I_1 时,渗流曲线为直线段。

由图 1 可以看出,当 $I_1 = I_0$ 时,渗流曲线就蜕化成仅包含起始水力梯度的非 Darcy 渗流模型,因此该模型实际上是非 Darcy 渗流的一种特例,当 I_1 很接近 I_0 时,渗流的曲线段即可以忽略。

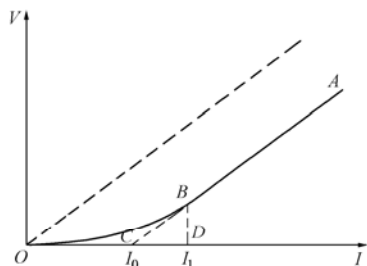


图 1 典型的黏性土非 Darcy 渗流曲线

Fig. 1 Typical curves of non-Darcy flows in cohesive soil

Hansbo^[8]建议用幂律关系来描述非线性段,提出了一种进行数值模拟计算的基于水力梯度的条件判断模型:

$$V = KI = \begin{cases} K_1 I^n & (I < I_1) \\ K_2 (I - I_0) & (I \geq I_1) \end{cases} \quad (1)$$

由式(1)可以看出,渗透系数 K 也是水力梯度 I 的函数,可表达为

$$K = K(I) = K_0 \psi(I) = \begin{cases} K_0 \left(\frac{I_1 - I_0}{I_1^n} I^{n-1} \right) & (I < I_1) \\ K_0 \left(\frac{I - I_0}{I_1} \right) & (I \geq I_1) \end{cases} \quad (2)$$

式中, K_0 是直线段的斜率,即黏性土渗流直线段的渗透系数, $\psi(I)$ 是关于水力梯度 I 的非 Darcy 渗流特征函数。

式(2)的物理意义是:结合水占据了孔隙中的绝大部分通道,渗径很小,渗透系数也很小,随着水力梯度的增加,不断有结合水转变为自由水参与渗流,渗径逐渐增大,渗透系数也逐步增大,当水力梯度达到结合水的最大抗剪强度时,则结合水全部转化为自由水,渗径达到最大,渗透系数因此逐步稳定下来。 $\psi(I)$ 中包含 3 个非 Darcy 渗流参数,即起始水力梯度 I_0 、临界水力梯度 I_1 和幂指数 n ($n > 1$)。其中,起始水力梯度 I_0 决定了渗流曲线的直线段偏离 Darcy 渗流的程度, I_0 越大,渗流越偏离 Darcy 渗流,相应的渗流速度就越小;临界水力梯度 I_1 主要决定了低速渗流曲线段偏离 Darcy 渗流的程度, I_1 越大,低速渗流曲线段偏离 Darcy 渗流的程度越小,相应的渗流速度就越大(如图 2 所示)。考虑到渗流曲线在 $I = I_1$ 处可微,幂指数 n 则由 I_0, I_1 确定:

$$n = \left(\frac{I_1}{I_1 - I_0} \right), \quad (3)$$

当 $I_0 = 0, n = 1$, 即 $\psi(I) = 1$ 时,非 Darcy 渗流的表达式即转化为 Darcy 定律的形式。

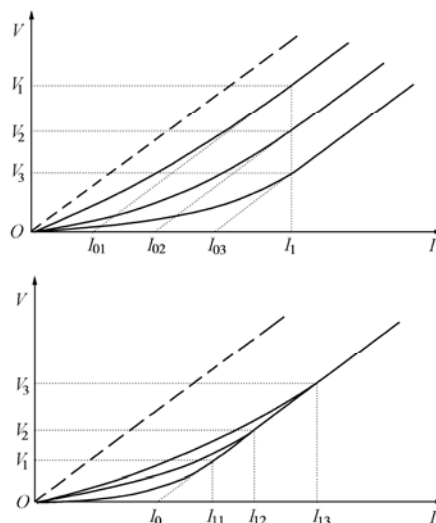


图 2 参数 I_0, I_1 对非 Darcy 渗流的影响

Fig. 2 Influence of I_0 and I_1 on non-Darcy flows

由图 2 可以进一步看出,当 $I < I_1$ 时,非 Darcy 渗流与 Darcy 渗流的渗流速度差 ΔV 随着水力梯度增大而增大,直到 $I \geq I_1$ 时, ΔV 才稳定为常量。

2 基于非 Darcy 渗流的黏性土一维渗流固结模型

作为土力学的重要理论之一, Terzaghi 一维固结理论是众多固结理论的基础。虽然其假定了压缩系数为常量,但这正有利于在不考虑土体非线性固结的情况下着重考察非 Darcy 渗流对黏性土固结的影响,本节即推导建立了考虑非 Darcy 渗流的 Terzaghi 固结方程。

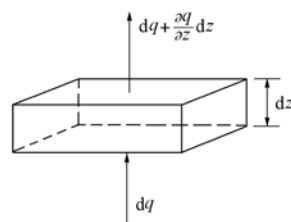


图 3 一维渗流固结过程示意图

Fig. 3 Schematic diagram of one-dimensional consolidation

如图 3 所示,土层中深度 z 处取以微元体(断面面积 $= 1 \times 1$, 厚度为 dz), e 为土体的孔隙比, q 代表单位时间内流过单位横截面积的水量,在 dt 时间内,微元体中孔隙体积的变化(减小)等于从微元体中流出的水量,亦即有:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = \frac{1}{1+e_0} \frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{a}{1+e_0} \frac{\partial \sigma'_z}{\partial t} = \frac{a}{1+e_0} \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (4)$$

式中, q 代表单位时间内流过单位截面积的水量, e_0 为固结前的孔隙比。

假设渗流符合上节提出的非 Darcy 渗流规律, 且渗透系数不随孔隙比变化, 则有:

$$q = K(I)I = \frac{K_0 \psi(I)}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (5)$$

由式 (4)、(5) 即可得:

$$C_v \frac{\partial}{\partial z} \left[\psi(I) \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \frac{\partial u}{\partial t}, \quad (6)$$

式 (6) 即为考虑非 Darcy 渗流的 Terzaghi 一维渗流固结方程, 其中 C_v 为固结系数, 其意义与 Terzaghi 固结理论中的一致, $\psi(I)$ 为非 Darcy 渗流的特征函数, 当 $\psi(I)=1$ 时, 上式则转化为标准的 Terzaghi 方程。

式 (6) 为非线性偏微分方程, 很难求得解析解, 本文应用数值法进行计算。

将土层等分为 N 层, 则式 (6) 可离散为如下的一维隐式差分格式:

$$C_v \frac{\psi(I)_{i+1}^j (u_{i+1}^{j+1} - u_i^{j+1}) - \psi(I)_i^j (u_i^{j+1} - u_{i-1}^{j+1})}{(\Delta z)^2} = \frac{u_i^{j+1} - u_i^j}{\Delta t}, \quad (7)$$

整理得:

$$-\lambda_i^j u_{i-1}^{j+1} + (1 + \lambda_i^j + \lambda_{i+1}^j) u_i^{j+1} - \lambda_{i+1}^j u_{i+1}^{j+1} = u_i^j. \quad (8)$$

式 (7)、(8) 中 $\lambda = \frac{C_v \Delta t}{(\Delta z)^2} \psi(I)$, Δz 为空间步长, Δt

为时间步长; i 代表空间节点号, $i=1, 2, 3, \dots, N-1$; $N+1$ 为土层离散节点总数; j 代表时间节点号, $j=0, 1, 2, 3, \dots$ 。

式 (8) 可建立联立方程组, 运用“追赶法”求解。每次迭代计算前, 首先根据上一时阶各节点的超静孔压计算各土层的水力梯度, 通过式 (2)、(3) 给每一土层的渗透系数赋值, 再进行下一时阶的计算, 如此反复, 直到结束。

3 算例分析

均质饱和黏性土层处于正常固结状态, 双面排水, 厚度 $L=2$ m, 在其上瞬间施加一均布荷载 q_u , 固结系数 C_v 为 $0.5 \text{ m}^2/\text{d}$, K_0 为 $0.49 \times 10^{-3} \text{ m/d}$, 黏性土层边界条件见图 4。

论文编制了数值计算程序, 并在 Darcy 渗流条件下进行了数值计算, 计算结果与 Terzaghi 解析解进行了对比, 结果如图 5 所示。由图 5 可以看出, 数值解和解析解基本一致, 证明了程序的正确性。

将土层等分为 40 层, 取时间步长 $\Delta t=0.002 \text{ d}$

($\Delta T_v=0.001$), 取不同的 Darcy 渗流参数和荷载进行黏性土固结计算。

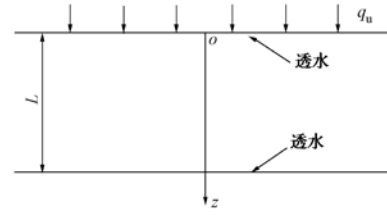


图 4 黏性土层边界条件

Fig. 4 Boundary conditions of cohesive soil

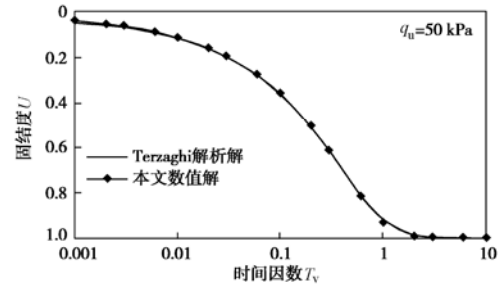


图 5 解析解与数值解对比

Fig. 5 Comparison between analytical and numerical solutions

3.1 基于不同渗流模型的固结过程

由图 6 可以看出, 非 Darcy 渗流使固结过程显著趋缓, 且起始水力梯度 I_0 越大, 这种趋势越明显。临界水力梯度 I_1 对固结过程的影响主要体现在大部分固结已完成之后, 且临界水力梯度 I_1 越大, 固结速率越快。固结过程的时间对比情况见表 1。由表中可以看出, 达到 90% 固结度所需时间非 Darcy 渗流是 Darcy 渗流的约 1.2~5.3 倍, 达到 95% 固结度所需时间约 1.4~29.1 倍。

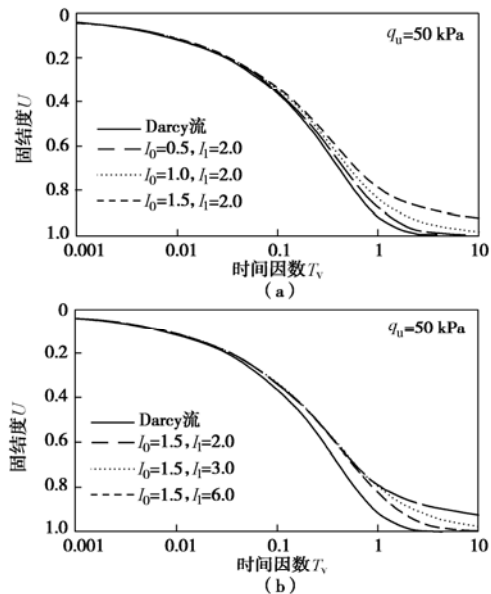


图 6 基于非 Darcy 渗流的黏性土固结特征曲线

Fig. 6 Characteristic curves of consolidation of cohesive soil based on the non-Darcy flows

表 1 不同渗流模型的 $U-T_v$ 对照表

Table 1 Correlation of $U-T_v$ based on different flows

渗流模型	达到相同的固结度 U (%)所需要的 T_v					
	30	50	70	80	90	95
Darcy 渗流	0.071	0.197	0.403	0.567	0.848	1.120
$I_0=0.5, I_1=2.0$	0.074	0.212	0.449	0.654	1.071	1.597
$I_0=1.0, I_1=2.0$	0.078	0.229	0.507	0.783	1.570	3.146
$I_0=1.5, I_1=2.0$	0.081	0.249	0.588	1.016	4.529	32.643
$I_0=1.5, I_1=3.0$	0.081	0.249	0.586	0.980	2.161	4.525
$I_0=1.5, I_1=6.0$	0.081	0.247	0.563	0.855	1.457	2.215

3.2 超静孔压消散

图 7 显示了黏性土层内超静孔压消散的趋势和规律，超静孔压消散速度明显较 Darcy 渗流慢，使得黏性土内的超静孔压明显大于 Darcy 渗流。非 Darcy 渗流对超静孔压具有截留作用，这部分截留的超静孔压缓慢消散正是固结过程偏离 Terzaghi 曲线的原因。起始水力梯度 I_0 越大，相应的孔隙水渗流速度越小，超静孔压的消散速度越慢。可以预见，如果 I_0 足够小，固结曲线将与 Terzaghi 固结曲线重合。在起始水力梯度 I_0 作用的基础上，临界水力梯度 I_1 使得超静孔压消散速度有所提高，且主要表现于大部分超静孔压消散以后， I_1 越大，孔隙水渗流速度越大，速度提高越明显。

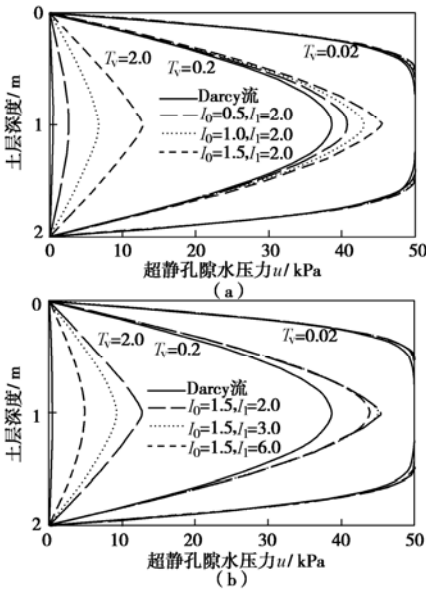


图 7 超静孔压消散规律

Fig. 7 Dissipation patterns of excess pore water pressure
超静孔压在固结后期的消散远比 Darcy 渗流缓

慢，固结速率也非常缓慢。这正好可以用来解释施建勇等^[9]在固结试验中发现主固结完成后，土体内仍然残留有超静孔压的现象。随着时间的推移这些残留孔压最终将全部消散，土层因此会继续固结。这可以更好地解释黏性土的次固结现象，即黏性土的次固结并不都是由于黏性土骨架的流变性导致的，也可能是由于超静孔压的滞后缓慢消散作用引起的。

3.3 影响固结过程的其它因素

瞬时荷载的差异对 Darcy 渗流的固结过程没有影响，但对于非 Darcy 渗流则有显著影响。如图 8 所示，对于同一种非 Darcy 渗流，荷载越大，固结速度越快，固结过程越接近于 Terzaghi 固结曲线。可以预见，当荷载足够大时，固结曲线将与 Terzaghi 曲线重合。这种现象可以从非 Darcy 渗流截留的超静孔压 Δu （在任意相同时刻非 Darcy 渗流比 Darcy 渗流少消散的平均超静孔压）上得到解释，如图 9 所示，对于不同的瞬时荷载，非 Darcy 渗流截留的超静孔压 Δu 却基本一致，因此瞬时荷载越大， Δu 对固结的影响越小，固结过程也就越接近 Terzaghi 曲线。这正好可以解释黄文熙^[10]指出的“实测固结速率与传统太沙基一维固结理论相比，在大荷重下比较接近，而小荷重下则相差较大”的现象。

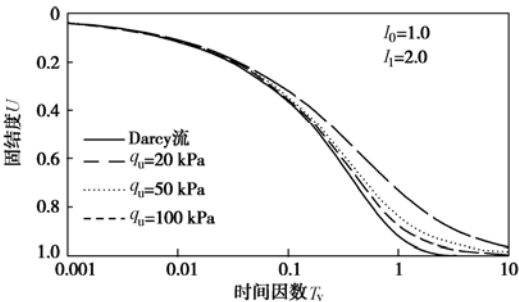


图 8 不同荷载下的黏性土固结曲线

Fig. 8 Curves of consolidation under different loads

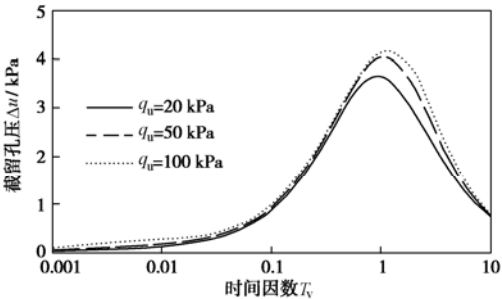


图 9 截留超静孔压变化曲线

Fig. 9 Curves of residual excess pore water pressure

由图 9 可进一步得出，在 $T_v = 1 \sim 3$ 时， Δu 达到峰值。这个峰值随着 q_0 的增大而增大，无限接近于某个极限值。对于上述现象，可以进一步做极端条件分析：假设 $I_0 = I_1$ ，则只有当水力梯度 $I > I_0$ 时，渗流才会发生，

截留的超静孔压将达到极大值。结合图7不难看出,在固结的末期,超静孔隙水压力分布曲线必然会形成以 I_0 为斜率,以土层中心为对称轴的直线,这时非Darcy渗流截留的超静孔压达到极限最大值:

$$\Delta u_{\max} = \frac{I_0 L \gamma_w}{4} \quad (9)$$

显然, $\Delta u_{\max}$ 的大小与起始水力梯度 I_0 和土层厚度 L 有关,而与瞬时荷载 q_u 无关。 $\Delta u_{\max}$ 与瞬时荷载 q_u 的比值即为衡量固结过程偏离 Terzaghi 曲线的重要指标,表达为

$$\alpha = \frac{\Delta u_{\max}}{q_u} = \frac{I_0 L \gamma_w}{4 q_u} \quad (10a)$$

对于单面排水的情况,则有

$$\alpha = \frac{I_0 L \gamma_w}{2 q_u} \quad (10b)$$

显然,黏性土的固结过程主要受起始水力梯度 I_0 、土层厚度 L 以及瞬时荷载 q_u 影响,如果起始水力梯度越大,土层厚度越大,瞬时荷载越小,固结过程就越偏离 Terzaghi 固结,固结速度越慢。

3.4 非 Darcy 渗流的适用范围

由 3.1~3.3 节的分析可以得出,当截留超静孔压 Δu 达到峰值时,固结曲线偏离 Terzaghi 曲线的程度达到最大,因此在黏性土固结问题中是否有必要考虑非线性渗流,主要取决于 α 值的大小。显然当这个比值足够小,非 Darcy 渗流对固结的影响就可以忽略不计。

4 结论与展望

(1) 分析了非 Darcy 渗流的特征,提出包含起始水力梯度和临界水力梯度两个重要参数的非 Darcy 渗流模型,认为渗透系数也是水力梯度的函数。定义了非 Darcy 渗流特征函数 $\psi(I)$,并分析了非 Darcy 渗流参数对渗流的影响。

(2) 运用数值方法进行了基于非 Darcy 渗流的饱和黏性土一维固结计算,结果表明非 Darcy 渗流对固结过程具有重要影响,且起始水力梯度是影响黏性土固结过程最重要的参数。

(3) 分析了不同荷载对黏性土固结的影响,结果表明荷载越大,固结过程越接近 Terzaghi 固结曲线。由此推导出了确定非 Darcy 渗流适用范围的公式,公式表明黏性土的固结速度与起始水力梯度和土层厚度成反比,而与瞬时荷载成正比。

(4) 超静孔压在固结后期的缓慢消散一定程度上可以说明黏性土的流变性,应进一步加强研究。

参考文献:

- [1] SWARTZENDRUBER Dale. Modification of Darcy's law for the flow of water in soils[J]. Soil Science, 1962, 93: 22 - 29.
- [2] 刘忠玉, 张天航, 马崇武. 起始水力梯度对饱和黏土一维固结的影响[J]. 岩土力学, 2007, 28(3): 467 - 470. (LIU Zhong-yu, ZHANG Tian-hang, MA Chong-wu. Effect of initial hydraulic gradient on one-dimensional consolidation of saturated clays[J]. Rock and Soil Mechanics. 2007, 28(3): 467 - 470. (in Chinese))
- [3] 谢海澜, 武强, 赵增敏, 等. 考虑非达西流的弱透水层固结计算[J]. 岩土力学, 2007, 28(5): 1061 - 1065. (XIE Hai-lan, WU Qiang, ZHAO Zeng-min, et al. Consolidation computation of aquitard considering non-Darcy flow[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(5): 1061 - 1065. (in Chinese))
- [4] HANSBO S. Consolidation of clay, with special reference to influence of vertical sand drains[J]. Swedish Geotechnical Institute, 1960, 18: 48 - 50.
- [5] OLSEN H W. Darcy's law in saturated kaolinite[J]. Water Resources Research, 1966, 2(2): 287 - 295.
- [6] 宿青山, 段淑娟, 等. 对饱和黏性土渗透规律的新认识及其应用[J]. 长春地质学院学报, 1994, 24(1): 50 - 56. (SU Qing-shan, DUAN Su-juan, et al. A new recognition on the law of water seepage in saturated cohesive soil and its application[J]. Journal of the Changchun Geological Institute, 1994, 24(1): 50 - 56. (in Chinese))
- [7] 王秀艳, 刘长礼. 对黏性土孔隙水渗流规律本质的新认识[J]. 地球学报, 2003, 24(1): 91 - 95. (WANG Xiu-yan, LIU Chang-li. New understanding of the regularity of water seepage in cohesive soil[J]. Acta Geoscientia Sinica, 2003, 24(1): 91 - 95. (in Chinese))
- [8] HANSBO. Aspects of vertical drain design: Darcian or non-Darcian flow[J]. Geotechnique, 1997, 47(5): 983 - 992.
- [9] 施建勇, 问延煦, 雷国辉, 等. 固结试验及其相关问题的讨论[J]. 河海大学学报(自然科学版). 2004, 32(2): 213 - 215. (SHI Jian-yong, WEN Yan-xu, LEI Guo-hui, et al. Discussion on consolidation test and some relative problems[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2004, 32(2): 213 - 215. (in Chinese))
- [10] 黄文熙. 土的工程性质[M]. 北京: 水利电力出版社, 1983: 62 - 63. (HUANG Wen-xi. Engineering properties of soil[M]. Beijing: Water Conservancy and Electric Power Press, 1983: 62 - 63. (in Chinese))