

Duncan—Chang 非线性地基模型的反演分析

何春保¹, 沈建华², 蔡健², 陈存恩^{1*}

(1. 华南农业大学水利与土木工程学院, 广东 广州 510642; 2. 华南理工大学土木工程系, 广东 广州 510640)

摘要: 在弹性半空间 Boussinesq 理论解基础上, 推导得到了地基中的应力解, 并给出了用应力表示的地基沉降计算公式。对于给定的 $q-s$ 曲线, 按照最小二乘法, 用解析方法对 Duncan—Chang 模型参数进行反演分析, 工程算例显示了该方法的正确性和实用性。反演得到的地基参数能很好地反映现场沉降试验结果。

关键词: Duncan—Chang 模型; 非线性; 反演分析

中图分类号: TU433

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2009)04-0634-05

作者简介: 何春保(1974-), 男, 博士, 讲师, 主要从事土与结构物共同作用的分析研究。E-mail: hcb1238@163.com。

Back analysis of Duncan-Chang nonlinear foundation model

HE Chun-bao¹, SHEN Jian-hua², CAI Jian², CHEN Cun-en¹

(1. College of Water Conservancy and Civil Engineering, South China Agricultural University, Guangzhou 510642, China; 2. Dept. of Civil Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: Based on the Boussinesq solution of elastic semi-infinite ground, the stress solution of ground is obtained, and the calculation formula of ground settlement is expressed by the stress solution. As for some given $q-s$ curves, the back analysis is used to analyze parameters of Duncan-Chang model based on the least square method. It is proven that the present method is accurate and practicable, and the parameters obtained by back analysis agree well with the results of settlement experiment.

Key words: Duncan—Chang model; nonlinearity; back analysis

0 前言

对地基模型的研究一直是岩土工程界的研究重点, Duncan—Chang 模型^[1]由于反映了土体变形的主要规律, 并且其各项参数易于从常规三轴试验求得, 其显著的优点是参数测试简单, 应用方便, 因此广泛应用于土工计算中。很多学者对其进行了较为广泛的研究^[2-6]。为了便于在有限元计算分析中采用, 胡应德^[7]采用变尺度法对模型参数进行了反演分析。但是由于有限元分析方法在解决地基土半无限性方面的缺陷, 以及室内试验得出土体参数的准确性较差, 因此工程实际应用较困难。

考虑到现场压板试验 $q-s$ 曲线的准确性较高, 本文针对工程中应用广泛的 Duncan—Chang 非线性地基模型, 选取其典型的参数为反演对象, 结合现场压板试验 $q-s$ 曲线数据, 用解析的方法对其相关的参数进行反演分析, 使计算参数更符合实际情况, 以便于在有关地基沉降计算分析中采用。最后通过实例表明了本文方法的实用性。

土的加载和卸载应力—应变关系均为双曲线。可以用下式表达^[8]:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (1)$$

式中 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 为偏应力; ε_1 为常规三轴试验中的轴向主应变, σ_3 为周围应力, 常规三轴试验中通常先在土样三个方向施加的压力; a , b 均为试验参数。对于确定的周围应力 σ_3 , 其值为常数。

$$a = \frac{1}{E_i}, \quad b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (2)$$

其中 E_i 为初始切线模量; $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ 为偏应力的极限值, 即当 $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$ 时的偏应力值。

根据不同的周围应力 σ_3 , 可以得到一系列的 a 和 b 值, 分析 σ_3 和 E_i 的关系, 初始切线模量可表示为^[9]

$$E_i = Kp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (3)$$

由式(1)知, 土的应力—应变关系与参数 a 和 b

1 Duncan—Chang 模型及反演参数

Duncan—Chang 模型认为在常规三轴试验条件下

基金项目: 广东省科技推广计划项目(2007A020300010-3)

收稿日期: 2008-03-10

*通讯作者

相关, 式 (2)、(3) 表明, a 与 E_i 相关, 也即与 K 和 n 相关。将 $a = \frac{1}{E_i}$ 以及式 (3) 代入公式 (1), 经过推导, 可以得到

$$\varepsilon_1 = \frac{a \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{[1 - b(\sigma_1 - \sigma_3)]} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b(\sigma_1 - \sigma_3)]} \quad (4)$$

由于地基的沉降主要与轴向主应变 ε_1 相关, 于是, 按照公式 (4), 在沉降计算时, Duncan—Chang 模型即为与参数 K , n , b 相关的函数。Duncan—Chang 模型主要的影响参数就是 K , n , b 。

2 弹性地基模型应力解

如图 1 所示, 竖向集中力 Q 作用于半空间表面点 $(0, 0, 0)$ 时, 按照 Boussinesq 解^[10-11], 在半空间表面作用荷载 Q , 点 $M(x, y, z)$ 处产生的应力为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \frac{3Q}{2\pi} \left\{ \frac{x^2 z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)x^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}, \\ \sigma_y &= \frac{3Q}{2\pi} \left\{ \frac{y^2 z}{R^5} + \frac{1-2\mu}{3} \left[\frac{1}{R(R+z)} - \frac{(2R+z)y^2}{R^3(R+z)^2} - \frac{z}{R^3} \right] \right\}, \\ \sigma_z &= \frac{3Qz^3}{2\pi R^5}; \quad \tau_{xz} = \frac{3Qxz^2}{2\pi R^5}; \quad \tau_{yz} = \frac{3Qyz^2}{2\pi R^5}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中, $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, ν 为泊松比。

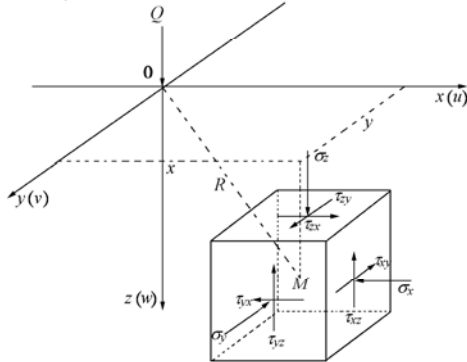


图 1 竖向力作用于半空间表面

Fig. 1 Vertical load in an elastic semi-infinite ground

对于图 2 所示的局部均布荷载 q 作用下, 在地基中某点 $M(x, y, z)$ 产生的应力可以由式 (5) 积分得到

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(x, y, z, k) &= \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{3q}{2\pi} \left\{ \frac{(x-\xi)^2 z}{R(x, y, x, \xi, \eta)^5} + \right. \\ &\quad \frac{1-2\mu}{3R(x, y, x, \xi, \eta)} \cdot \left[\frac{1}{(R(x, y, x, \xi, \eta) + z)} - \right. \\ &\quad \frac{(2R(x, y, x, \xi, \eta) + z)(x-\xi)^2}{R(x, y, x, \xi, \eta)^2 (R(x, y, x, \xi, \eta) + z)^2} - \\ &\quad \left. \left. \frac{z}{R(x, y, x, \xi, \eta)^2} \right] \right\} d\xi d\eta. \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y(x, y, z, k) &= \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{3q}{2\pi} \left\{ \frac{(y-\eta)^2 z}{R(x, y, x, \xi, \eta)^5} + \right. \\ &\quad \frac{1-2\mu}{3R(x, y, x, \xi, \eta)} \cdot \left[\frac{1}{(R(x, y, x, \xi, \eta) + z)} - \right. \\ &\quad \frac{(2R(x, y, x, \xi, \eta) + z)(y-\eta)^2}{R(x, y, x, \xi, \eta)^2 (R(x, y, x, \xi, \eta) + z)^2} - \\ &\quad \left. \left. \frac{z}{R(x, y, x, \xi, \eta)^2} \right] \right\} d\xi d\eta, \\ \sigma_z(x, y, z, k) &= \int_{\eta_1}^{\eta_2} \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{3qz^3}{2\pi R(x, y, x, \xi, \eta)^5} d\xi d\eta, \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

其中, $R(x, y, x, \xi, \eta) = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + z^2}$ 。

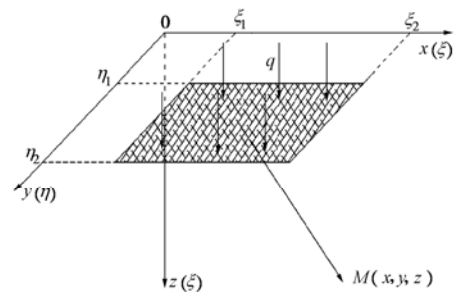


图 2 均布力作用于半空间表面

Fig. 2 Elastic semi-infinite ground with uniform load

设荷载为分级加载, 每级荷载为 q_k ($k=1, 2, \dots, N_q$, N_q 为分级数), 于是在荷载 q_k 作用下, 在土体内某点产生的应力于是可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(x, y, z, k) &= \sum_{s=0}^1 \sum_{r=0}^1 q_k \cdot G_x(x, y, z, \xi_s, \eta_r) \cdot (-1)^{s+r}, \\ \sigma_y(x, y, z, k) &= \sum_{s=0}^1 \sum_{r=0}^1 q_k \cdot G_y(x, y, z, \xi_s, \eta_r) \cdot (-1)^{s+r}, \\ \sigma_z(x, y, z, k) &= \sum_{s=0}^1 \sum_{r=0}^1 q_k \cdot G_z(x, y, z, \xi_s, \eta_r) \cdot (-1)^{s+r}. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

其中,

$$G_x(x, y, z, \xi, \eta) =$$

$$\frac{1}{\pi} \left\{ \mu \arctan \left[\frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y)}{z \cdot \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \right] - \right.$$

$$\frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y) \cdot z}{[(\xi-x)^2 + z^2] \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} + (1-2\mu) \cdot$$

$$\left. \left[\arctan \left(\frac{\eta-y}{\xi-x} \right) - \arctan \left[\frac{z \cdot (\eta-y)}{(\xi-x) \cdot \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \right] \right] \right\},$$

$$G_y(x, y, z, \xi, \eta) =$$

$$\frac{1}{2\pi} \left\{ 2\mu \arctan \left[\frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y)}{z \cdot \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \right] - \right.$$

$$\frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y) \cdot z}{\left[(\eta-y)^2 + z^2 \right] \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} + (1-2\mu) \cdot$$

$$\left[\arctan \left(\frac{\xi-x}{\eta-y} \right) - \arctan \left[\frac{z \cdot \xi - x}{(\eta-y) \cdot \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \right] \right] \left. \right\}$$

$$G_z(x, y, z, \xi, \eta) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y) \cdot z}{\sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \cdot \right.$$

$$\left[\frac{1}{(\xi-x)^2 + z^2} + \frac{1}{(\eta-y)^2 + z^2} \right] +$$

$$\arctan \left[\frac{(\xi-x) \cdot (\eta-y)}{z \cdot \sqrt{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + z^2}} \right] \left. \right\}.$$

按照以上的理论推导,压板中点下方深度 z 处的附加应力分别为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right), \\ \sigma_y \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right), \\ \sigma_z \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right). \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

地基中某点土体的垂直应力包括自重应力和荷载作用下的应力,即

$$\sigma_1 \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right) = \sigma_z \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right) + \gamma z \quad (9)$$

同样,水平应力除了由于外荷载作用下产生的附加应力 σ_x 外,还应包括地基自重产生的水平应力,于是得到,

$$\sigma_3 \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right) = \sigma_x \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, z, k \right) + k_0 \gamma z \quad (10)$$

为了方便,垂直应力和水平应力在以下简写为 σ_1, σ_3 。

3 地基沉降计算

按照 Duncan—Chang 模型的关系式:

$$\varepsilon_1 = \frac{a \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)} \quad (11)$$

设共有 t 层土,第 t 层土的厚度为 δz_t ,于是总的

沉降可以记为

$$S = \sum_{t=1}^N \varepsilon_{1,t} \cdot \delta z_t \quad (12)$$

4 Duncan—Chang 模型参数的反演分析

(1) 均质地基情况

由于在实际工程中,在 k 级荷载作用下,设土的实测沉降为 S_k ,于是,沉降反演误差的平方和为

$$\Delta S(K, n, b) = \sum_{k=0}^{N_q} \left[(\varepsilon_1)_k \cdot \delta z - S_k \right]^2 \quad (13)$$

将式(4)代入与(13)得到

$$\Delta S(K, n, b) = \sum_{k=0}^{N_q} \left[\frac{((\sigma_1)_k - (\sigma_3)_k) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{(\sigma_3)_k}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot ((\sigma_1)_k - (\sigma_3)_k)]} - S_k \right]^2 \quad (14)$$

依据最小二乘法原理^[12],要使反演分析得到的数值最优,则必须满足,

$$\frac{d}{dK} \Delta S(K, n, b) = \sum_{k=0}^{N_q} 2 \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot \frac{-1}{K^2} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{d}{dn} \Delta S(K, n, b) = \sum_{k=0}^{N_q} 2 \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot \left[\frac{-\ln \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)}{\left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n} \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} \right] = 0 \quad (16)$$

$$\frac{d}{db} \Delta S(K, n, b) = \sum_{k=0}^{N_q} 2 \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot$$

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]^2} = 0, \quad (17)$$

也即

$$\sum_{k=0}^{N_q} \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} = 0, \quad (18)$$

$$\sum_{k=0}^{N_q} \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot \ln \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} = 0, \quad (19)$$

$$\sum_{k=0}^{N_q} \left\{ \frac{(\sigma_1 - \sigma_3) \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]} - S \right\} \cdot \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 \cdot \delta z}{K p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n [1 - b \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)]^2} = 0. \quad (20)$$

联立方程 (18) ~ (20), 即可求解满足最优化解答的 3 个参数 K, n, b 。将 K, n, b 代入 Duncan—Chang 模型, 即可用于工程求解计算。

(2) 分层地基情况

如图 3 所示荷载作用下的分层地基, 假定每层的土体仍然满足半无限空间的 Boussinesq 解, 在计算时, 只是对不同的土层, 相应的选取该层的地基参数 E, μ 进行计算。

与单层地基不同的是压板中点下方第 t 层土的深度中心 $\frac{z_{t-1} + z_t}{2}$ 处的附加应力应该改为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right), \\ \sigma_y \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right), \\ \sigma_z \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right). \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

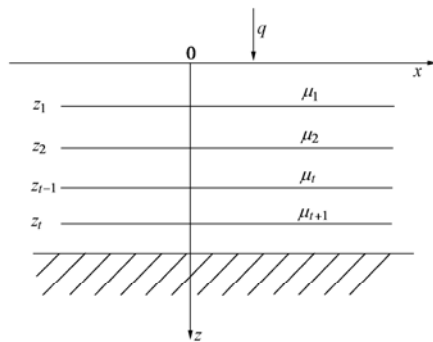


图3 集中荷载作用于分层地基

Fig. 3 A concentrated force acting on a layered soil medium

地基中某点土体的垂直应力包括自重应力和附加应力, 即

$$\sigma_z \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right) = \sigma_z \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right) + \gamma \frac{z_{t-1} + z_t}{2}. \quad (22)$$

同样水平应力除了由于外荷载作用下产生的附加应力 σ_x 外, 还应包括地基自重产生的水平应力, 得到

$$\sigma_x \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right) = \sigma_x \left(\frac{\xi_1 - \xi_0}{2}, \frac{\eta_1 - \eta_0}{2}, \frac{z_{t-1} + z_t}{2}, k \right) + k_0 \gamma \frac{z_{t-1} + z_t}{2}. \quad (23)$$

将公式 (22)、(23) 代入单层土相应的目标函数方程, 即可以计算得到分层地基情况下的 Duncan—Chang 模型参数。

5 参数反演实例分析

为了说明以上反演分析的实用性, 取下面的压板 $q-s$ 曲线算例进行反演分析比较。

取压板尺寸 $a \times b = 1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$, 荷载 q 从 0 到 1 MPa, 分 20 级加载, 每级 0.05 MPa。地基土层计算厚度取为 2 m, 共计分为 10 层土, 采用 Boussinesq 解计算每层土的应力, 用 Duncan—Chang 地基模型计算每层应变, 反演分析地基的沉降。其中压板试验的 $q-s$ 曲线如图 4 所示, 地基土的 Duncan—Chang 非线性参数对应为 $K=80, n=0.3, b=1.4$ 。

根据反演分析公式 (18) ~ (20), 反演得到的参数如表 1 所示, $q-s$ 曲线图形如图 5 所示。

表1 参数比较

Table 1 Comparison of parameters			
土层	K	n	b
实际值	80.00	0.300	1.40
反演结果	81.23	0.291	1.11

反演结果表明, 本文的反演方法能较好的拟合压板试验给出的 $q-s$ 曲线, 反演得到的参数比较接近实际情况, 因此可以用来进行工程计算采用。

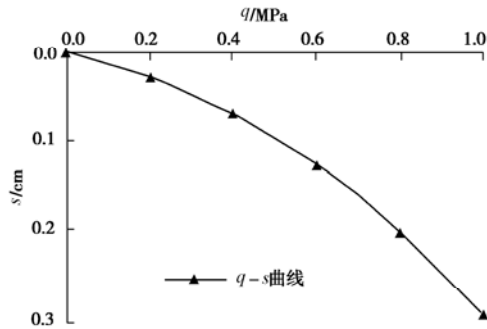
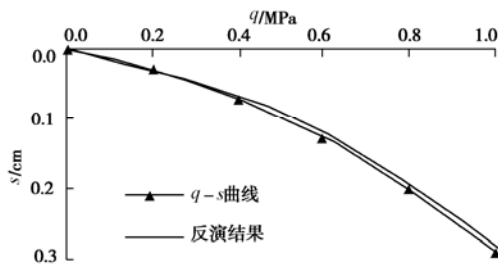
图4 反演分析 $q-s$ 曲线Fig. 4 $q-s$ curve of back analysis

图5 反演结果比较

Fig. 5 Comparison of back analysis result

6 结 语

本文对土体的 Duncan—Chang 模型参数进行了识别分析, 选定 K , n , b 为反演参数, 在地基 Boussinesq 应力解的基础上, 用解析方法给出了反演计算公式, 并结合工程算例进行了反演分析, 计算结果表明, 本文选取的参数 K , n , b 正确, 反演分析结果能较好的符合 $q-s$ 曲线实际情况。因此采用该反演分析方法能较好将 Duncan—Chang 模型应用于地基沉降理论计算。

参考文献:

- [1] DUNCAN J M, CHANG Chin-Yung. Nonlinear analysis of stress and strain soils[J]. Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, 1970, SM5: 1629 - 1653.
- [2] 殷建华. 土的三模量增量非线性模型及其推广[J]. 岩土力学, 2000, 21(1): 16 - 19. (YIN Jian-hua. Three-moduli incremental non-linear models and generalization[J]. Rock and Soil Mechanics, 2000, 21(1): 16 - 19. (in Chinese))
- [3] 邱 斌, 徐志伟. 中主应力对邓肯—张模型影响的真三轴试验研究[J]. 岩土工程技术, 2002(1): 45 - 47. (QIU Bin, XU Zhi-wei. True triaxial test of medium stress influence on Duncan-Zhang model[J]. Geotechnical Engineering Technique, 2002(1): 45 - 47. (in Chinese))
- [4] 何昌荣, 杨桂芳. 邓肯-张模型参数变化对计算结果的影响[J]. 岩土工程学报, 2002, 24(2): 170 - 174. (HE Chang-rong, YANG Gui-fang. Effects of parameters of Duncan-Chang model on calculated results[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24(2): 170 - 174. (in Chinese))
- [5] 王 琛, 彭 越, 刘浩吾. 考虑时间效应的 $E-\mu$ 模型[J]. 岩土力学, 2004, 25(4): 595 - 600. (WANG Chen, PENG Yue, LIU Hao-wu. A $E-\mu$ model dependent on time[J]. Rock and Soil Mechanics, 2004, 25(4): 595 - 600. (in Chinese))
- [6] 陈 斌, 吉 林, 张旭晖. 邓肯模型参数敏感性分析[J]. 华北水利水电学院学报, 2002, 23(4): 10 - 13. (CHEN Bin, JI Lin, ZHANG Xu-hui. Sensitivity analysis of Duncan Model's parameters[J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, 2002, 23(4): 10 - 13. (in Chinese))
- [7] 胡应德, 叶 枫, 陈志坚. 土体邓肯—张非线性弹性模型参数反演分析[J]. 土木工程学报, 2004, 32(2): 54 - 57. (HU Ying-de, YE Feng, CHEN Zhi-jian. Back-performing analysis for parameters of duncan-chang nonlinear elastic soil model[J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 32(2): 54 - 57. (in Chinese))
- [8] 宰金珉, 宰金璋. 高层建筑基础分析与设计[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1993. (ZAI Jin-min, ZAI Jin-zhang. The analysis and design of high-rise building foundation[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1993. (in Chinese))
- [9] 董建国, 赵锡宏. 高层建筑地基基础—共同作用理论与实践[M]. 上海: 同济大学出版社, 1997. (DONG Jian-guo, ZHAO Xi-hong. Foundations for high-rise buildings—theory and practice of interaction[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1997. (in Chinese))
- [10] 吴湘兴, 杨小平. 建筑地基基础[M]. 广州: 华南理工大学出版社. 2002. (WU Xiang-xing, YANG Xiao-ping. Building ground sill and foundation[M]. Guangzhou: South China University of Technology Press, 2002. (in Chinese))
- [11] 王士杰, 张 梅, 张洪敏, 周瑞林. 关于 Boussinesq 解取代 Mindlin 解条件的探讨[J]. 河北农业大学学报, 2002, 25(3): 91 - 92. (WANG Shi-jie, ZHANG Mei, ZHANG Hong-min, ZHOU Rui-lin. The condition of replacement's discussion of Mindlin's formula instead Boussinesq's formula[J]. Journal of Agricultural University of Hebei, 2002, 25(3): 91 - 92. (in Chinese))
- [12] 关 治, 陈景良. 数值计算方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990. (GUAN Zhi, CHEN Jing-liang. Numerical computing method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1990. (in Chinese))