

砂土单调剪切特性的非圆颗粒模拟

史旦达¹, 周健^{2,3}, 刘文白¹, 贾敏才^{2,3}

(1. 上海海事大学海洋环境与工程学院, 上海 200135; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092; 3. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092)

摘要: 针对纯圆颗粒模拟的缺陷, 利用颗粒流“团颗粒”方法开发了形状近似椭圆的“椭圆团颗粒”, 研究了颗粒形状变化对数值试样宏观剪切特性的影响及其微观机理; 分析了加荷过程中平均接触数的变化规律以及颗粒形状对临界接触数的影响; 对比了纯圆颗粒和椭圆团颗粒的不同颗粒旋转特性, 并初步探讨其机理; 分析了剪切过程中椭圆团颗粒试样的组构各向异性演化规律。结果表明, 颗粒形状对试样的强度和变形特性具有重要影响, 其在微观机理上与平均接触数有关; 剪切荷载作用下椭圆团颗粒试样呈现明显的组构各向异性, 颗粒长轴逐渐趋于水平定向, 接触法向逐渐偏于加荷的大主应力方向。

关键词: 颗粒形状; 椭圆团颗粒; 平均接触数; 颗粒旋转; 组构各向异性

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)09-1361-06

作者简介: 史旦达(1979-), 男, 浙江舟山人, 博士, 讲师, 主要从事细观岩土力学、海洋岩土力学、港口软基处理等方面的研究工作。E-mail: shidanda@163.com。

Numerical simulation for behaviors of sand with non-circular particles under monotonic shear loading

SHI Dan-da¹, ZHOU Jian^{2,3}, LIU Wen-bai¹, JIA Min-cai^{2,3}

(1. College of Ocean Environment and Engineering, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China; 2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 3. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of the Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Considering the limitations of circular particle simulation, the elliptical particle element was developed by using the clump logic in particle flow code. The effect of particle shape on the macro-mechanical behaviors of numerical samples under monotonic shear loading was studied, and the mechanism was explained microscopically. The evolution of average co-ordination number during the process of loading was particularly investigated, and the influence of particle shape on the critical average co-ordination number was also evaluated. The particle rotation property was compared between the elliptical particle samples and the circular particle samples, and the development of fabric anisotropy during loading was also analyzed. It was found that the strength and the deformation properties of numerical samples were obviously affected by the particle shape and the mechanism was microscopically related to the average co-ordination number. During the process of loading, there was a tendency of the long axes of elliptical particles to align in horizontal direction, and the contact normal gradually oriented in the direction of the major principal stress.

Key words: particle shape; elliptical clump particle; average co-ordination number; particle rotation; fabric anisotropy

0 引言

颗粒离散元法问世以来的应用实践表明它是研究砂土等散粒介质细观力学性质的有效工具^[1]。颗粒离散元法最早的程序是 Cundall^[2]于 1978 年开发的二维 BALL 程序, 1984 年 Strack 和 Cundall^[3]将其推广至三维, 命名为 TRUBAL 程序。颗粒流程序 (PFC^{2D/3D}) 是 ITASCA 公司开发的基于二维 BALL 程序和三维 TRUBAL 程序的大型离散元通用软件, 目前已应用于

土体细观力学性质模拟、岩土损伤特性、土-结构接触面细观模拟等课题的研究中^[4-6]。

颗粒流程序中的基本单元是二维圆盘和三维圆球

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50578122); 上海市教委支出预算项目 (2008076); 上海市教委科研项目 (07ZZ99); 浙江省科技计划面上项目 (2008C23023)

收稿日期: 2007-11-15

单元, 采用纯圆颗粒模拟存在以下几个突出问题: ①颗粒过度旋转导致抗剪强度偏低; ②组构信息较为单一难以反映实际砂土性状; ③生成试样的孔隙率范围窄。针对纯圆颗粒模拟的缺陷, Oda 等^[7]提出了在颗粒接触点处考虑力矩阻抗的方法来限制圆盘颗粒的过度旋转, 但如何根据实际情况选择阻抗大小是该方法的一个问题。解决纯圆颗粒模拟缺陷的更合理方法是进行非圆颗粒单元的开发, Rothenburg 等^[8]较早开发了可用于砂土组构分析的二维椭圆程序, 近来, Ng 等^[9]在二维椭圆程序 ELLIPSE2 的基础上开发了三维椭圆程序 ELLIPSE^{3D}, 分析了椭圆颗粒试样的组构演化规律。采用非圆颗粒对砂土力学性质进行细观分析具有重要的理论和实际意义, 这方面的研究还不深入, 有待进一步加强。

PFC^{2D} 程序中提供了“CLUMP”方法(译为:“团颗粒”方法)以供非圆颗粒单元的二次开发, 该方法将若干个团聚在一起的圆盘颗粒视为单一团颗粒, 根据团聚形式的不同可以构造任意形状的团颗粒, 圆盘颗粒之间可相互叠合也可不叠合。在算法上, 仅考虑团颗粒与团颗粒之间的接触, 而不考虑构成团颗粒的内部圆盘颗粒之间的接触及力的传递, 团颗粒不发生破碎, 从而提高了非圆颗粒模拟的计算效率。

本文利用“团颗粒”方法开发形状近似椭圆的“椭圆团颗粒”, 主要研究内容有: ①研究颗粒形状变化对数值试样强度和变形特性的影响, 并探讨其细观力学机理; ②分析加荷过程中平均接触数的变化规律以及颗粒形状对临界接触数的影响; ③对比分析纯圆颗粒和椭圆团颗粒的不同颗粒旋转特性, 从细观角度解释其原因; ④分析剪切荷载作用下椭圆团颗粒试样的组构各向异性演化规律。

1 椭圆团颗粒开发

数值试样制备时, 首先生成的是初始纯圆颗粒, 接着由“面积等效原则”和“质量等效原则”通过程序开发将其转换为对应的椭圆团颗粒, 如图 1 所示。

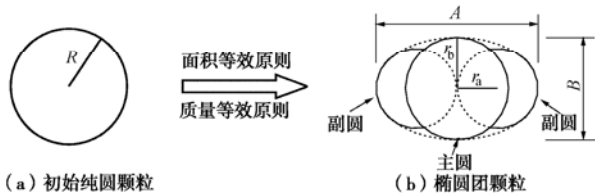


图 1 初始纯圆颗粒转换为椭圆团颗粒

Fig. 1 Circular particle transformed into elliptical clump particle

1.1 面积等效原则

图 1 (b) 中, 椭圆团颗粒由一个主圆和两个副圆叠合而成, 定义主圆半径为 r_b , 副圆半径为 r_a , 椭圆团颗粒长轴为 A , 短轴为 B , 颗粒长短轴比为 S_e , 则

S_e 可表示为

$$S_e = \frac{A}{B} = \frac{2r_a}{r_b} \quad (1)$$

初始纯圆颗粒与椭圆团颗粒面积相等, 即有

$$S_0 = S_b + 2S_a - 2S_c \quad (2)$$

式中, S_0 表示初始纯圆颗粒面积, S_b 表示椭圆团颗粒主圆面积, S_a 表示椭圆团颗粒副圆面积, S_c 表示主圆与副圆叠合面积。

在初始纯圆颗粒半径 R 和长短轴比 S_e 确定的条件下, 由式 (2) 可以求出椭圆团颗粒的主圆半径 r_b 和副圆半径 r_a 。

1.2 质量等效原则

椭圆团颗粒的质量是组成团颗粒的各个圆盘的质量之和, 初始纯圆颗粒与椭圆团颗粒质量相等, 即有

$$\rho_0 S_0 = \rho' (S_b + 2S_a) \quad (3)$$

式中, ρ_0 表示初始纯圆颗粒密度, ρ' 表示组成团颗粒的圆盘密度。

在 ρ_0 , S_0 , r_b , r_a 确定的条件下, 由式 (3) 可以求出椭圆团颗粒的圆盘密度 ρ' 。

1.3 形状指标

在保证主圆半径不小于副圆半径的条件下, 椭圆团颗粒长短轴比的变化范围为 $1 \leq S_e \leq 2$ 。数值试验中取 $S_e=1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$ 五种情况进行分析, 其中, $S_e=1.0$ 表示纯圆颗粒情况。图 2 为颗粒流方法生成的椭圆团颗粒。

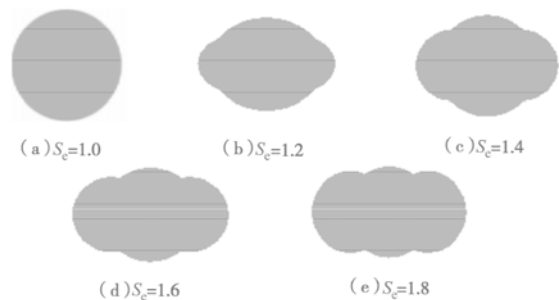


图 2 颗粒流方法生成的椭圆团颗粒

Fig. 2 Elliptical clump particles in PFC^{2D}

2 数值试样制备

2.1 试样制备方法

数值试样采用重力沉积制样, 具体步骤为①在高 120 mm、宽 30 mm 的二维空间内, 按初始孔隙率 0.5 生成最大粒径 1.2 mm、最小粒径 0.6 mm, 级配服从均匀分布的初始纯圆颗粒试样, 如图 3 (a) 所示; ②利用自定义 FISH 函数记录初始纯圆颗粒的圆心位置和粒径; ③删除纯圆颗粒, 在相同位置用等效的椭圆团颗粒代替, 颗粒长轴在 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围内随机定向, 如图 3 (b) 所示; ④施加重力, 椭圆团颗粒在重力作

用下沉积, 并达到初始平衡状态, 如图 3 (c) 所示;
⑤在高度 60 mm 的位置施加顶部墙体, 同时删去顶端以上的椭圆团颗粒, 如图 3 (d) 所示; ⑥卸除重力, 施加各向均等围压, 围压大小为 200 kPa; ⑦等待加荷。

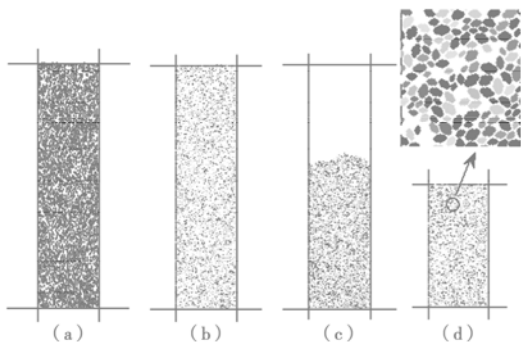


图 3 椭圆团颗粒试样制备 ($S_e=1.4$)
Fig. 3 Sample preparation ($S_e=1.4$)

为了有效研究颗粒形状变化的影响, 试样应尽可能保证具有相同的初始孔隙率, 对于不同长短轴比试样, 可以通过施加不同的重力沉积步数来满足同一孔隙率要求, 试样的初始信息列于表 1。由表 1 可知, 不同长短轴比试样的初始孔隙率均接近于 0.175。

2.2 细观力学参数取值

PFC^{2D} 中颗粒之间的接触刚度模型可以采用线性接触模型或 Hertz-Mindlin 非线性接触模型, 文献[10]对这两种模型进行了具体研究, 得到了二维条件下可用于标准砂力学性质模拟的细观力学参数取值。为简单起见, 本文开发椭圆团颗粒时, 采用线性接触模型, 细观力学参数有法向接触刚度 k_n 、切线接触刚度 k_s 、颗粒摩擦系数 f_c 、颗粒密度 ρ_s , 参数取值沿用文献[10]结果, 具体数值见表 2。表 2 中, 不同长短轴比条件下的颗粒密度 ρ_s 由 1.2 节“质量等效原则”换算得到。

3 数值试验结果分析

3.1 宏观力学响应

试样固结完毕后, 上、下墙体相对移动, 左、右墙体由伺服控制保持围压不变, 以模拟室内试验的排水剪切条件。

图 4 (a)、(b) 给出了颗粒长短轴比 S_e 分别为 1.0、1.2, 1.4, 1.6, 1.8 时的应力 - 应变、体变 - 轴变对比曲线, 图 4 (a) 中黑色实心点表示峰值强度点, 图 4 (b) 中黑色空心点表示体积剪胀率峰值点。

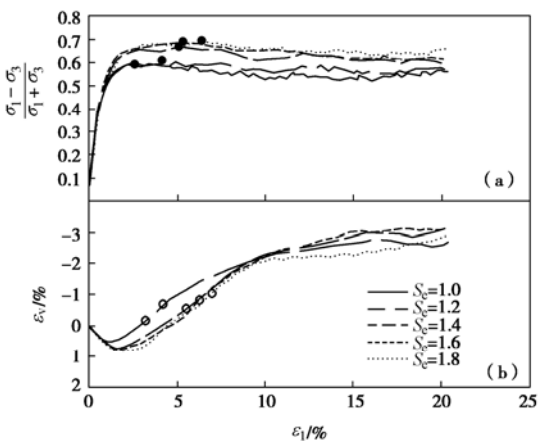


图 4 颗粒长短轴比对试样宏观剪切特性的影响
Fig. 4 Effect of aspect ratio on macro shear behavior

分析图 4, 得到以下几点结论: ①不同长短轴比条件下的应力 - 应变曲线均表现出一定的应变软化特性, 同时, 试样体积膨胀明显, 在宏观力学响应上接近于密砂的剪切性状; ②颗粒长短轴比 S_e 影响数值试样的强度特性, S_e 越大, 试样表现的峰值强度越高, 同时, 残余强度也越大; ③颗粒长短轴比 S_e 影响数值试样的变形特性, S_e 越大, 试样峰值强度对应的破坏应变越大, 同时, 试样的体积剪胀特征越显著。

取应力 - 应变曲线的峰值计算峰值内摩擦角 φ_p 和破坏应变 ϵ_{1f} , 并将 φ_p , ϵ_{1f} 随 S_e 的变化关系绘于图 5 (a)。分析图 5 (a) 可知, 当 S_e 在 1.0~1.6 范围内变化时, 峰值内摩擦角 φ_p 随 S_e 的增大而增大, 且基本呈线性关系, 同时, 试样发生破坏时的破坏应变 ϵ_{1f} 也随 S_e 的增大而线性增加。

Holubec 等^[11]利用三轴试验研究了颗粒形状对砂土强度和变形特性的影响, 试验共选用 4 种材料, 分别为玻璃球 (glass beads)、Ottawa 砂、Southport 砂、

表 1 椭圆团颗粒试样初始信息

Table 1 Initial parameters of numerical samples					
长短轴比 S_e	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8
重力沉积步数	300 万步	175 万步	100 万步	100 万步	100 万步
团颗粒数量	2326	2332	2336	2334	2331
初始孔隙率 n_0	0.178	0.176	0.174	0.175	0.175
初始平均接触数 $(C_n)_{ini}$	3.779	4.286	4.408	4.521	4.431

表 2 细观参数取值

Table 2 Values of micro-mechanical parameters								
细观参数	$k_n / (N \cdot m^{-1})$	$k_s / (N \cdot m^{-1})$	f_c	$\rho_s / (kg \cdot m^{-3})$				
				$S_e=1.0$	$S_e=1.2$	$S_e=1.4$	$S_e=1.6$	$S_e=1.8$
数值大小	2×10^8	1×10^8	0.5	2643	1701	1738	1805	1880

Olivine 砂, 4 种材料的颗粒棱角系数 E^a 依次增加, 图 5 (b) 引用了文献[11]的试验结果。对比分析图 5 (a) 和图 5 (b) 可知, 虽然在形状指标上有所不同, 但从定性规律比较, 数值试验能够较好地反映颗粒形状对砂土剪切特性影响的一般规律。

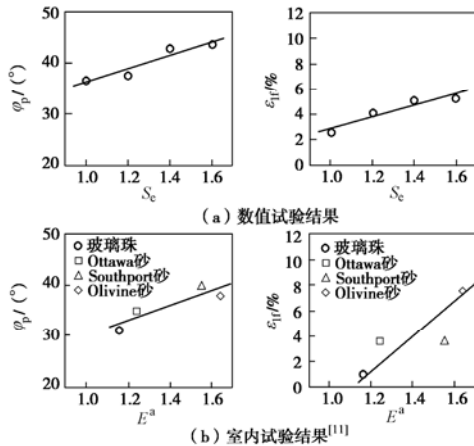


图 5 数值试验与室内试验对比

Fig. 5 Comparison between numerical and lab tests

数值试验研究进一步表明, 当长短轴比 S_e 大于 1.6 后, 试样峰值强度增加已不明显, 当 S_e 从 1.6 增大到 1.8 时, ϕ_p 仅增加 0.2° 左右。Rothenburg 等^[8]利用二维椭圆程序研究了颗粒偏心率对试样峰值内摩擦角的影响, 其研究发现, 当颗粒偏心率大于 0.2 (对应于颗粒长短轴比大于 1.5) 后, 颗粒偏心率增大对峰值强度的贡献已不明显, 在这一点上, 本文数值试验得到的结论与 Rothenburg 研究结果一致。

3.2 平均接触数变化规律及与抗剪强度关系

(1) 初始平均接触数与抗剪强度关系

试样颗粒间的平均接触数通过设置在试样内部的测量圈得到, 不同 S_e 试样的初始平均接触数数值见表 1, 根据表 1 数值绘制初始平均接触数与颗粒长短轴比的对应关系, 如图 6 所示。

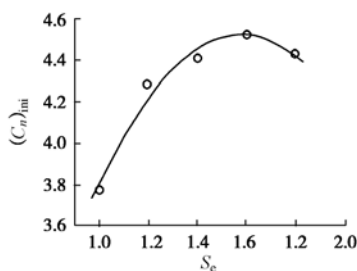


图 6 $(C_n)_{ini} \sim S_e$ 关系

Fig. 6 Relationship between $(C_n)_{ini}$ and S_e

分析图 6 可知, 颗粒长短轴比影响试样的初始平均接触数, 而且这种影响具有区间效应, 在初始同一孔隙率条件下, 当 S_e 小于 1.6 时, 初始平均接触数随 S_e 的增大而增加; 当 S_e 大于 1.6 后, 随着 S_e 的增大, 初始平均接触数反而减少。

进一步分析以上规律, 在相同孔隙率条件下, 椭

圆颗粒试样要比纯圆颗粒试样获得更多的粒间接触数, 在结构上也更加稳定, 且当 $S_e = 1.6$ 左右时, 椭圆颗粒试样可以获得最大粒间接触数, 在结构上构筑最稳定的粒间结构; 当 S_e 继续增大后, 团颗粒在形状上逐渐趋于长条形 (如图 2 (e) 所示), 此时, 试样会逐渐丧失最大粒间接触数, 并在结构上趋于不稳定。

图 7 给出了不同 S_e 试样初始平均接触数与抗剪强度关系。由图 7 可知, 初始平均接触数决定着试样的抗剪强度, 颗粒形状的影响在细观本质上通过初始平均接触数反映。颗粒长短轴比增大, 试样初始平均接触数增加, 进一步引起抗剪强度增加。3.1 节中当 S_e 大于 1.6 后, 试样峰值强度不再增加, 其原因与 S_e 大于 1.6 后初始平均接触数不再增加有关。

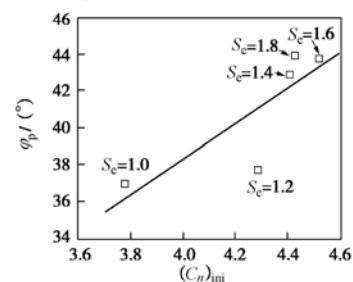


图 7 $\phi_p \sim (C_n)_{ini}$ 关系

Fig. 7 Relationship between ϕ_p and $(C_n)_{ini}$

Oda^[12]在玻璃圆球室内模型试验的基础上研究了平均接触数与抗剪强度之间的关系, 研究表明, 对于同一形状试样, 抗剪强度在宏观上依赖于初始密度和围压, 在细观上依赖于颗粒间的平均接触数。本文研究进一步表明, 颗粒形状对抗剪强度的影响在细观上也通过平均接触数指标来反映。

(2) 平均接触数变化规律

图 8 为不同 S_e 试样加荷过程中平均接触数的全程变化曲线。

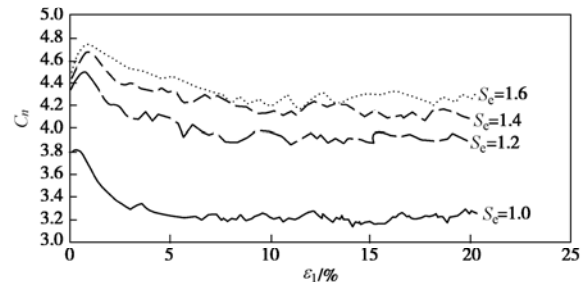


图 8 加荷过程中平均接触数变化规律

Fig. 8 Variation of average co-ordination number with strain

分析图 8, 可得以下规律:

(1) 不同 S_e 条件下, 平均接触数变化曲线趋势基本相同, 加荷初期试样发生短暂剪缩, 平均接触数增加; 随着应变的发展, 试样剪胀显著, 平均接触数减少; 当应变大于 10% 左右时, 平均接触数趋于稳定。

(2) S_e 越大, 峰值平均接触数越大, 残余平均接触数 (临界接触数) 也越大。

闫东霄^[13]对砂土临界状态的细观机理进行了研究,认为砂土的临界状态在细观上对应于临界接触数,本文研究中,当应变大于10%后,平均接触数趋于稳定也说明了临界接触数的存在。本文研究进一步表明,颗粒形状影响临界接触数大小,颗粒长短轴比越大,临界接触数越大,宏观上对应的残余强度也越大。

3.3 颗粒旋转特性

颗粒旋转对试样的强度和变形机理具有重要影响。图9给出了不同 S_e 试样加荷过程中颗粒平均旋转量随应变的变化规律。

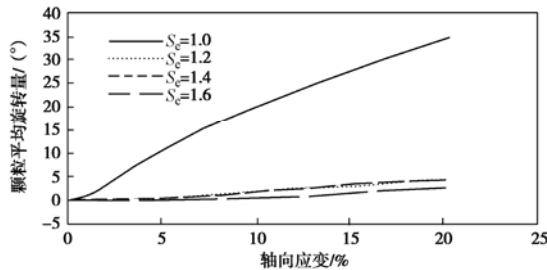


图9 加荷过程中颗粒平均旋转量变化规律

Fig. 9 Variation of average particle rotation with strain

分析图9可知,颗粒形状影响颗粒旋转特性,纯圆颗粒试样颗粒平均旋转量要显著大于椭圆颗粒试样。对于纯圆颗粒试样,试样平均接触数少,其粒间结构难以抵抗切向接触力引起的力矩作用,颗粒旋转显著;对于椭圆颗粒试样,试样平均接触数增加,其粒间结构更加稳定,切向接触力引起的力矩作用可在粒间传递,而不会引发颗粒产生过大的旋转。Ting等^[14]、Lin等^[15]对纯圆颗粒过度旋转问题进行过研究,得到的结论与本文一致。

3.4 组构各向异性演化

砂土等散粒材料是通过颗粒之间的接触进行力的传递,外荷作用下土体内部细观结构的变化决定着土体的宏观力学性质。土体内部的细观结构(microstructure)通常可由广义上的“组构”(fabric)来描述,这些组构特征包括孔隙分布、颗粒定向、粒

间接触等。

本文利用椭圆颗粒组构信息丰富的优点,以 $S_e=1.4$ 的椭圆团颗粒试样为例,分析剪切荷载作用下,颗粒长轴定向、接触法向的各向异性演化规律。

(1) 颗粒长轴定向

在加荷过程中,选取几个特征点分析颗粒长轴定向演化规律。图10(a)从左至右分别为应变取0%(加荷前)、5%(峰值强度)、20%(残余强度)时颗粒长轴定向玫瑰图。玫瑰图中将 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围按每 10° 分一个区间,扇形半径表示颗粒长轴定向落入该角度区间的颗粒数量。分析图10(a)可知,重力沉积制样容易使颗粒长轴趋于水平定向,加荷开始后,颗粒长轴定向偏于竖直方向的颗粒数量逐渐减少,而偏于水平方向的颗粒数量逐渐增多,这说明,在竖向荷载作用下,颗粒长轴的排列是逐渐趋于水平方向,这一结果与Oda等^[16]二维光弹椭圆棒的试验结果一致。

(2) 接触法向

图10(b)从左至右分别为应变取0%(加荷前)、5%(峰值强度)、20%(残余强度)时颗粒间接触法向分布玫瑰图。玫瑰图中将 $0^\circ \sim 180^\circ$ 范围按每 10° 分一个区间,扇形半径表示接触法向落入该角度区间的接触点个数。分析图10(b)可知,加荷前,接触法向的分布基本呈各向同性,接触法向偏于竖直和水平方向的接触点个数相差不多;荷载施加后,接触法向偏于水平方向的接触点数量明显减少,而竖直方向的接触点个数基本保持不变,接触法向的各向异性演化十分明显。其原因为,在竖向荷载作用下,试样内部会形成明显的竖向柱状力系,颗粒间接触法向的主方向逐渐偏于大主应力方向。Oda等^[16-17]针对天然砂以及二维光弹椭圆棒的试验研究均表明,剪切荷载作用下,颗粒间接触法向的主方向会逐渐趋于加荷的大主应力方向,所以,本文数值试验结果符合室内试验规律。

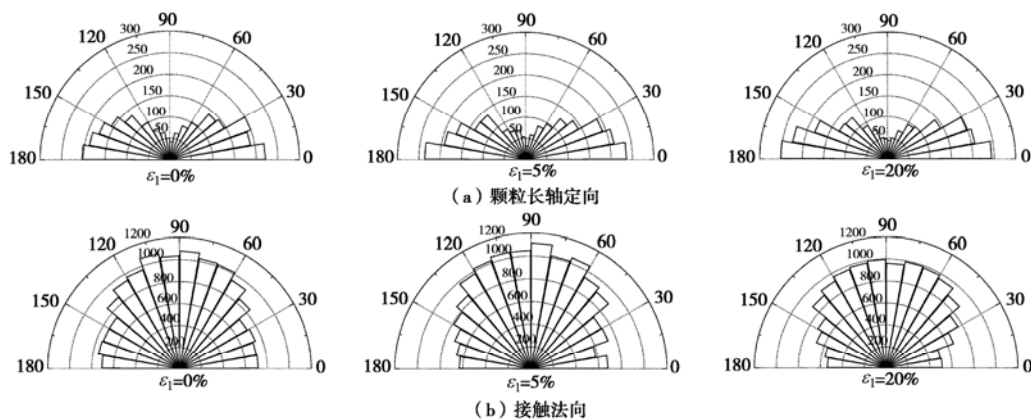


图10 加荷过程中组构各向异性演化规律

Fig. 10 Evolution of fabric anisotropy during shear loading

4 结 论

(1) 颗粒形状影响试样的强度和变形特性, 长短轴比 S_e 越大, 峰值强度越大, 对应的破坏应变也越大, 然而, 这种影响具有区间效应, 当 S_e 大于 1.6 后, 峰值强度不再增加, 其原因与初始平均接触数大小有关。

(2) 颗粒形状影响临界接触数大小, 长短轴比越大, 临界接触数越大, 宏观上对应的残余强度也越大。

(3) 颗粒形状影响颗粒旋转特性, 椭圆颗粒平均旋转量要显著小于纯圆颗粒, 其原因因为椭圆颗粒试样的粒间结构更加稳定, 切向接触力引起的旋转力矩可在粒间传递, 不会引发颗粒产生过度旋转。

(4) 剪切荷载作用下, 椭圆团颗粒试样呈现明显的组构各向异性, 颗粒长轴逐渐趋于水平定向, 接触法向逐渐偏于加荷的大主应力方向, 且这一规律与已有室内试验结果一致。

参考文献:

- [1] 徐泳, 孙其诚, 张凌, 等. 颗粒离散元法研究进展[J]. 力学进展, 2003, 33(2): 251 - 260. (XU Yong, SUN Qi-cheng, ZHANG Ling, et al. Advances in discrete element methods for particulate materials[J]. Advances in Mechanics, 2003, 33(2): 251 - 260. (in Chinese))
- [2] CUNDALL P A. BALL—A program to model granular media using the distinct element method[R]. Technical Note, Advanced Technology Group, Dames & Moore, London, 1978.
- [3] STRACK O D L, CUNDALL P A. Fundamental studies of fabric in granular materials[R]. Interim Report to National Science Foundation, Department of Civil and Mineral Engineering, University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota, 1984.
- [4] 史旦达, 周健, 贾敏才, 等. 考虑颗粒破碎的砂土高应力一维压缩特性颗粒流模拟[J]. 岩土工程学报, 2007, 29(5): 736 - 742. (SHI Dan-da, ZHOU Jian, JIA Min-cai, et al. Numerical simulations of particle breakage property of sand under high pressure 1D compression condition by use of particle flow code[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29(5): 736 - 742. (in Chinese))
- [5] POTYONDY D O, CUNDALL P A. A bonded-particle model for rock[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2004, 41: 1329 - 1364.
- [6] JENSEN R P, EDIL T B, BOSSCHER E P, et al. Effect of particle shape on interface behavior of DEM-simulated granular materials[J]. The International Journal of Geomechanics, 2001, 1(1): 1 - 19.
- [7] ODA M, IWASHITA K. Study on couple stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analyses[J]. International Journal of Engineering Science, 2000, 38(18): 231 - 256.
- [8] ROTHENBURG L, BATHURST R J. Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particles[J]. Geotechnique, 1992, 42(1): 79 - 95.
- [9] NG T T. Fabric study of granular materials after compaction[J]. Journal of Engineering Mechanics, 1999, 125(12): 1390 - 1394.
- [10] 周健, 史旦达, 贾敏才, 等. 砂土单调剪切力学性状的颗粒流模拟[J]. 同济大学学报(自然科学版), 2007, 35(10): 1299 - 1304. (ZHOU Jian, SHI Dan-da, JIA Min-cai, et al. Numerical simulation of mechanical response on sand under monotonic loading by particle flow code[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2007, 35(10): 1299 - 1304. (in Chinese))
- [11] HOLUBEC I, APPOLONIA D. Effect of particle shape on engineering properties of granular soils[C]// Evaluation of Relative Density and Its Role in Geotechnical Projects Involving Cohesionless Soils, ASTM, 1973: 304 - 318.
- [12] ODA M. Co-ordination number and its relation to shear strength of granular material[J]. Soils and Foundations, 1977, 17(2): 29 - 42.
- [13] 闫东霄. 砂土稳态强度试验研究及颗粒流模拟[D]. 上海: 同济大学, 2007. (YAN Dong-xiao. Research of laboratory tests and PFC^{3D} numerical simulation for the steady state of sand[D]. Shanghai: Tongji University, 2007. (in Chinese))
- [14] TING J M, CORKUM B T. Strength behavior of granular materials using discrete numerical modeling[C]// Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck, 1988: 305 - 310.
- [15] LIN X, NG T T. A three-dimensional discrete element model using arrays of ellipsoids[J]. Geotechnique, 1997, 47(2): 319 - 329.
- [16] ODA M, NEMAT-NASSER S, KONISHI J. Stress-induced anisotropy in granular masses[J]. Soils and Foundations, 1985, 25(3): 85 - 97.
- [17] ODA M. Deformation mechanism of sand in triaxial compression tests[J]. Soils and Foundations, 1972, 12(4): 45 - 63.