

基坑开挖与邻近桩基相互作用的弹塑性解

杜金龙, 杨 敏

(同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

摘 要: 基于弹性理论法和 $p-y$ 曲线法, 通过桩土间设置的界面滑块和土体统一极限抗力来考虑土体塑性屈服, 提出了基坑开挖对邻近桩基影响的弹塑性解。其基本思想是将桩基视为一维杆系结构, 其和周围土体的相互作用通过设置的由弹簧和滑块构成的界面单元实现。当土体处于弹性状态时, 桩土变形协调, 滑块不发生作用; 当土体应力达到极限抗力时, 土体发生塑性变形, 滑块承受极限抗力并发生塑性滑动。计算中, 土体弹性模量随土体位移变化, 即桩土之间非线性关系, 其值可通过各土层处 $p-y$ 曲线确定。实例分析表明, 该方法计算结果合理可行, 能够较为有效的分析基坑开挖对邻近桩基的影响。

关键词: 基坑开挖; 桩基; 自由场土体位移; 弹塑性解

中图分类号: TU473

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)08-1121-05

作者简介: 杜金龙(1976-), 男, 江苏灌云人, 博士研究生, 从事深基坑与深基础方面研究。E-mail: djinlong2005@gmail.com。

Elastoplastic solution for excavation-pile interaction

DU Jin-long, YANG Min

(Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: Based on the elastic theory method and $p-y$ curve method, the elastoplastic solutions for the problem of excavation adjacent to the existing pile foundations were given. The solution utilized the sliding interface element between soil and piles and the uniform limiting soil-pile interaction force to consider plastic yield of soil. In the solution, the pile foundation was regarded as one-dimensional bar structure and its interaction with the soil was realized through spring and sliding interface element. When the soil was in elastic state, the deformations of pile and soil were coordinated and the sliding element didn't work. When the soil stress reached the limiting value, the plastic deformation appeared in the soil and the sliding element was acted under the limiting force and plastic sliding occurred at the same time. In the calculation, Young's modulus of $p-y$ curves of soil layers varied with the soil displacement, so the interaction between the piles and soil was nonlinear. It was indicated by analysis of example that the calculated results of the elastoplastic solution were reasonable and could be used to analyze the problem of excavation adjacent to pile foundations.

Key words: pit excavation; pile foundation; green field soil displacement; elastoplastic solution

0 引 言

随着越来越多深基坑工程出现在城市中建(构)筑物密集区, 基坑开挖对邻近桩基的影响日益引起人们的重视。开挖对邻近桩基的影响评估已成为基坑设计者在设计过程中必须考虑的内容之一。由于涉及到基坑、土体和桩基3个系统间的相互作用, 因此使问题变得相对复杂, 求解相对困难。就力学机理而言, 首先涉及到基坑开挖与周围土体的相互作用问题, 即开挖引起围护结构变形和坑底隆起导致坑外土体发生沉降和水平位移; 其次是土体和桩基之间相互作用问题, 即土体位移作用在桩身上使桩基产生附加位移和弯矩。按上述分析, 理应将三者结合起来才能得到正

确的解答。一般的思路是: 先求得基坑开挖引起的坑外土体位移场和土压力分布, 然后将土体位移或土压力作用于桩基求出桩身附加应力和应变, 从而分析开挖对桩基的影响。目前可用于求解基坑, 土体和临近桩基相互作用的方法主要有以下3种: ①基于 Winkler 模型的地基反力法, 包括线性和非线性荷载传递法($p-y$ 曲线法); ②有限单元法或有限差分法; ③基于连续介质理论的弹性理论分析方法。

地基反力法的优点是简单易用, 力学关系明确, 建立合理的荷载-位移关系即 $p-y$ 曲线后, 可以分析

桩-土非线性相互作用。其不足在于将土体简化为独立的土弹簧,彼此互不影响,因此不能考虑土体的连续介质特性,属于局部化分析方法。另外,地基反力法仅考虑了桩土间的相互作用,使用时需要预先得到开挖引起的土体位移分布或土压力分布,这需要借助于其它分析手段。

有限单元法等数值方法的优点在于不仅能够充分考虑桩-土-基坑开挖间的相互作用从而进行整体建模分析,而且可以考虑土的本构关系,如土的弹塑性及流变等对计算结果的影响,同时易于对各种影响因素做参数研究进行机理性分析。然而有限元计算结果的合理与否极大的依赖于土体本构模型的选择及其参数的确定^[1]。为了正确再现基坑开挖引起的坑外土体位移场及其对桩基的影响,需要选择能够反映基坑开挖条件下土体复杂特性(如小应变刚度、刚度退化、各向异性等)的本构模型。但模型越复杂,参数越多且越难以确定,这限制了有限单元法等数值计算方法在工程设计中的应用。

基于连续介质理论的弹性理论分析方法的求解思路和地基反力法相同。其实质均是将基坑开挖,土体和桩基三者间的相互作用问题转化为基坑开挖引起的土体位移作用于桩身的问题。该方法的优点是将桩周土体视为连续介质体,基于弹性半空间 Mindlin 解考虑了不同土体单元间的相互作用。其不足是,仅考虑了土体弹性特性,不能分析桩土相互作用的非线性关系,计算过程中沿桩身各土层土体的弹性模量保持不变,这使同一桩基在不同分布形式的土体位移作用下计算得到的结果有一定的局限性。

本文在弹性理论方法和 $p-y$ 曲线法的基础上,引入统一极限桩土相互作用力(也称极限抗力)的概念,提出了基坑开挖与邻近桩基相互作用的弹塑性解答。其基本思想是将桩基视为一维杆系结构,其和周围土体的相互作用通过设置的由弹簧和滑块构成的界面单元实现,如图 1 所示。当土体处于弹性状态时,桩土变形协调,滑块不发生作用;当土体应力达到极限抗力时,土体发生塑性变形,滑块承受极限抗力并发生塑性滑动。计算中土体弹性模量随土体位移变化,即桩土之间非线性关系,其值可通过各土层处 $p-y$ 曲线确定。

1 土体水平位移作用下的弹塑性解

为了得到基坑开挖引起的土体水平位移作用下桩土相互作用的弹塑性解,需做如下假设:①土体为各向同性半空间弹性体;②桩和周围土体不发生脱离;③桩基的存在对基坑开挖不产生影响;④桩为连续、弹性、各向同性体;⑤桩位置处土层单元相互作用不受开挖影响;⑥作用在桩身上的最大力不能超过预定

义的土体极限抗力;⑦仅考虑水平荷载作用,忽略竖向荷载作用。

桩的受力变形关系可为

$$[K_p]\{u_p\} = \{F\}, \quad (1)$$

式中, $[K_p]$ 为桩的刚度矩阵, $\{u_p\}$ 为桩身节点水平位移向量, $\{F\}$ 为土体作用于桩基的节点力向量。这里仅考虑了土体水平位移引起的作用力,未考虑其他因素如上部结构作用力的影响。

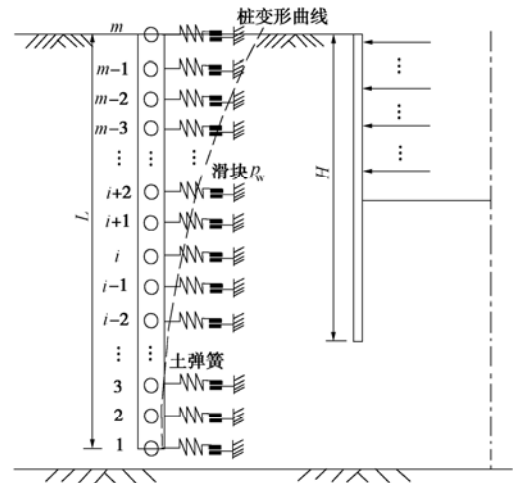


图 1 桩基模型

Fig. 1 Pile foundation model

桩周土体位移 $\{u_s\}$ 可利用水平荷载作用下的弹性半空间 Mindlin 解给出^[2],其值应由两部分构成:①桩土相互作用引起的水平位移 $\{u_s^{ps}\}$;②基坑开挖引起的水平位移 $\{u_s^{es}\}$ 。其表达式为

$$\{u_s\} = \{u_s^{ps}\} + \{u_s^{es}\}. \quad (2)$$

根据假设③,桩基的存在对基坑开挖不产生影响,故 $\{u_s^{es}\}$ 即为桩基位置处无桩自由场土体水平位移。由图 1,桩的节点号为 1~m,根据假设⑤,桩位置处土层单元相互作用不受基坑开挖的影响,因此

$$\{u_s^{ps}\}_i = \{u_s^{psl}\}_i + \{u_s^{psa}\}_i = \{f\}_i G_{i,i} + \sum_{j=1; j \neq i}^m \{f\}_j G_{i,j}. \quad (3)$$

式中 $\{u_s^{psl}\}_i = \{f\}_i G_{i,i}$ 表示作用于节点 i 的作用力引起的自身节点处土体位移向量; $\{u_s^{psa}\}_i = \sum_{j=1; j \neq i}^m \{f\}_j G_{i,j}$

表示桩身其它节点处作用力引起的 i 节点处的土体位移向量; $\{f\}$ 为作用于土体的力向量; $\{G\}_{i,j}$ 为格林函数,表示土连续介质中作用于 j 点的单位力引起的 i 点的水平位移,

$$G_{i,j} = \frac{1+\nu}{8\pi E(1-\nu)} \left[\frac{3-4\nu}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2z_i z_j}{R_2^3} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2 + z_i + z_j} \right], \quad (4)$$

其中, $R_1 = |z_i - z_j|$, $R_2 = |z_i + z_j|$, 这里假设桩身各节

点 x, y 坐标为 0, z 表示竖向坐标。

由于式 (4) 计算得到的 $G_{i,i}$ 趋向于无穷大, 即公式不适用于作用力引起的自身节点位移计算, 因此这里采用桩横截面周长上各点位移的平均值来代替 $\{u_s^{\text{psl}}\}_i$ 。假设 i 位置处桩截面圆周共划分 t 个节点, 则

$$\{u_s^{\text{psl}}\}_i = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \{f\}_i G_{s,i}, \quad (5)$$

$$G_{i,i} = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t G_{s,i}。 \quad (6)$$

根据上述, 桩周土体位移可写为

$$\{u_s\}_i = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \{f\}_i G_{s,i} + \sum_{j=1; j \neq i}^m \{f\}_j G_{i,j} + \{u_s^{\text{cs}}\}; \quad (7)$$

桩、土间力学平衡条件为

$$\{F\}_i = -\{f\}_i = -\frac{\{u_s^{\text{psl}}\}_i}{G_{i,i}}; \quad (8)$$

位移相容条件为

$$\{u_p\} = \{u_s\} + \{\Delta u\}。 \quad (9)$$

式中 $\{\Delta u\}$ 为桩土界面滑块的位移 (反映塑性滑动), 其值为零时, 桩、土变形协调 (小位移情况), 桩身侧向位移与桩周土体水平位移相等, 桩土系统处于弹性状态。其值不为零时, 表明发生了较大的位移, 此时土体应力达到极限应力, 土体处于塑性状态, 发生塑性滑动。根据平衡条件和相容条件以及式 (1) ~ (7), 可得

$$[[K_p] + [M] + [M][\omega][K_p]]\{u_p\} = [M]\{u^{\text{cs}}\} + [M]\{\Delta u\}。 \quad (10)$$

$$\text{式中 } [M]_{i,j} = \begin{cases} \frac{1}{G_{i,j}} & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}; [\omega]_{i,j} = \begin{cases} 0 & (i=j) \\ G_{i,j} & (i \neq j) \end{cases};$$

$$\{f\}_i = \begin{cases} [K_p]\{u_p\}_i & (\{f\}_i < \{p_u\}_i) \\ \{p_u\}_i & (\{f\}_i \geq \{p_u\}_i) \end{cases}, \text{ 其中 } \{p_u\} \text{ 为}$$

土体极限抗力向量。式 (10) 的求解采用增量法进行迭代计算。

2 计算参数的确定

2.1 土体极限抗力分布 (LFP)

式 (10) 的求解需要事先确定土体极限抗力 p_u 分布, 目前国内外学者提出了数种确定 p_u 分布的方法, 基本上分为如下 3 类^[3]: ①基于桩基现场试验资料得出的经验公式; ②基于理论模型, 再根据现场桩基荷载试验引入修正系数得到的半经验半理论公式; ③根据桩周土体破坏模型得到的理论公式。然而上述方法都是基于相对均质土体、有限数量的小尺寸桩基现场试验结果, 因此在采用时应论证现场的土体、桩基和加载条件是否与推导时的现场试验相一致, 这使

得上述方法的实际应用变得相对困难。

本文土体极限抗力采用文献[3]中建议的极限抗力统一表达式为

$$p_u = N_g \gamma_s d^{2-n} (\alpha_0 + z)^n, \quad (11)$$

式中, p_u 为单位长度土体极限抗力, N_g 为极限抗力系数, α_0 为反映地表处土体极限抗力大小的常数, n 为反映极限抗力分布形状的常数, γ_s 为土体重度, d 和 z 分别表示桩径和土体埋深。可以看出, 只要确定了 N_g , α_0 和 n 3 个参数, 就可以确定土体极限抗力分布, 从而确定桩身不同深度处土体的极限抗力。研究表明: 对于砂土, $\alpha_0=0$, $n=1.7$, $N_g=(0.55 \sim 2.5) K_p^2$; 对于正常固结黏土, $\alpha_0=0.2$, $n=0.7$, $N_g=0.7 \sim 3.2$; 对于上海黏土, 可采用 $\alpha_0=0.1$, $n=0.7$, $N_g=2.0$ 。

2.2 土体弹性模量确定

土体弹性模量可通过桩土 $p-y$ 曲线确定。 $p-y$ 曲线对于不同的土体可由不同桩基现场试验反分析得到。文献[4]根据土体三轴压缩试验, 提出采用双曲线模型来模拟桩位移-土反力曲线, 如图 2 所示, 节点 i 处的表达式为

$$p_i = \frac{y_i}{\frac{1}{k_{i0}} + \frac{y_i}{p_u}}, \quad (12)$$

式中, $y_i = y_{si} - y_{pi}$ 为桩土相对位移, k_{i0} 为初始地基反力系数 (kN/m^3)。

对于砂性土^[5],

$$k_{i0} = \frac{0.65 E_{i0}}{d(1-\nu_s)^{12}} \sqrt{\frac{E_{i0} d^4}{E_p I_p}}, \quad (13)$$

式中, ν_s 为土体泊松比, 一般取 $0.3 \sim 0.35$ 。

对于黏性土^[6],

$$k_{i0} = \frac{1.67 E_{i0}}{d}。 \quad (14)$$

图 2 表明, 对应于曲线上不同点, 其割线斜率不同, 因此反映了非线性特性。定义桩身某一深度处 (节点为 i) 桩土相对位移为 y_i 时的土体弹性模量为

$$E_{si} = \frac{p_i d}{y_i}。 \quad (15)$$

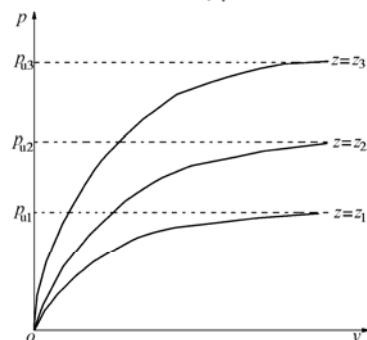


图 2 $p-y$ 曲线
Fig. 2 $p-y$ curves

按式(10)进行桩土相互作用分析时,桩身节点处的土体弹性模量根据式(15)确定。初始弹性模量根据地质勘察报告取对应于该深度土层的 E_0 值,此时桩身位移为零。

3 开挖引起的土体自由场位移

从式(10)可知,只要确定基坑开挖引起的桩基处土体自由场水平位移 $\{u^{\text{es}}\}$,将其作为输入参数代入方程(10)就可以求得桩身位移 $\{u_p\}$ 。将其拟合成样条曲线函数后,通过二次求导和三次求导可得到桩身附加弯矩和剪力分布。因此,合理确定开挖引起的自由场土体位移是正确求解的关键。

土体自由场位移一般可通过实测或有限元方法计算确定。文献[7]给出了基坑开挖引起的坑外任意点 (x, z) 处土体水平位移表达式:

$$S_x = \int_0^H \frac{1}{\pi} (\alpha h^2 + \beta h + \gamma) \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{x}{r_1^2} - \frac{x}{r_2^2} \right) - \frac{x}{r_2^2} \left(1 - 2 \frac{z^2 + zh}{r_2^2} \right) \right\} dh, \quad (16)$$

式中, $r_1 = \sqrt{x^2 + (z-h)^2}$, $r_2 = \sqrt{x^2 + (z+h)^2}$, $\lambda = u_t$, $\alpha = -\frac{2}{H^2}(2u_c - u_t - u_b)$, $\beta = -\frac{1}{H}(4u_c - 3u_t - u_b)$ 。其中, H 为围护结构(如地连墙)深度, u_t , u_b , u_c 分别为实测或计算得到的围护墙顶部、底部和中部的水平位移,如图3所示。本文采用式(16)计算自由场土体水平位移。

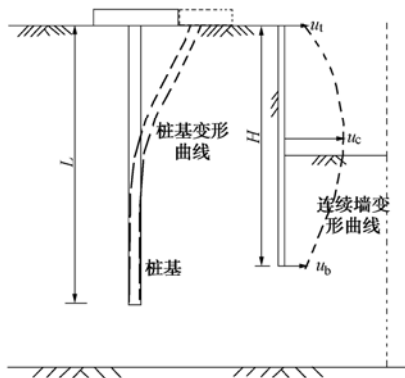


图3 开挖引起的变形

Fig. 3 Deformation due to excavation

4 计算流程及实例验证

4.1 计算步骤和流程

本文提出的基坑开挖对邻近桩基影响的弹塑性解答可按如下15步进行计算。

(1) 将桩沿桩长划分单元,根据式(12)~(14)

确定各节点处 $p-y$ 曲线。由式(11)计算土体沿桩长极限抗力,确定各节点处 $\{p_u\}_i$ 。按式(15)求初始弹性(变形)模量 $\{E_0\}_i$,并按式(4)求得相应的Green函数。由式(16)求出开挖引起的桩基位置处自由场土体位移 $\{u_s^{\text{es}}\}$ 。

(2) 令 $\{du_s^{\text{ps}}\}=0$, $\{du_s^{\text{es}}\}$ 等于自由场土体位移增量, $\{d\Delta u\}=0$, $\{u'_{p-\text{inc}}\}=0$ 。

(3) 将式(10)写成增量形式 $[[K_p]+[M]+[M][\omega][K_p]]\{du_p\}=[M]\{du_s^{\text{es}}\}+[M]\{d\Delta u\}$, 求出 $\{du_p\}$ 。

(4) 令 $\{u_{p-\text{inc}}\}=\{u'_{p-\text{inc}}\}+\{du_p\}$ 。

(5) 若 $[[K_p]\{u_{p-\text{inc}}\}]_i < \{p_u\}_i$, 则 $\{df\}_i = -[[K_p]\{du\}]_i$, 若 $[[K_p]\{u_{p-\text{inc}}\}]_i \geq \{p_u\}_i$, 则 $\{df\}_i = [[K_p]\{u'_{p-\text{inc}}\}]_i - \{p_u\}_i$ 。

(6) 计算误差函数:

$$\{\text{err}_1\}_i = \frac{-\sum_{j=1}^m G_{i,j} \{[K_p]\{du_p\}\}_j + \{du_s^{\text{es}}\}_i + \{d\Delta u\}_i}{\{du_p\}_i}。$$

(7) 令 $\{d\Delta u'\}=\{d\Delta u\}$ 。

(8) 根据位移相容条件:

$$\{d\Delta u\}_i = \{du_p\}_i - G_{i,i} \{df\}_i - \{du_s^{\text{ps}}\}_i - \{du_s^{\text{es}}\}_i。$$

(9) 令 $\{du_s^{\text{ps}}\}_i = \frac{\sum_{j=1, j \neq i}^m G_{i,j} \{df\}_j + \alpha \{du_s^{\text{ps}}\}_i}{1 + \alpha}$, 其中

α 为控制收敛的参数,可取 $\alpha \geq 0$ 。

(10) 如果 $|\{d\Delta u\}_i| > 0$, 且 $[[K_p]\{u_{p-\text{inc}}\}]_i < \{p_u\}_i$, 那么令 $\{d\Delta u\}_i = \beta \{d\Delta u\}_i$, 其中 β 为塑性位移调整系数, $\beta < 1$ 。

(11) 计算误差函数:

$$\{\text{err}_2\}_i = \frac{\{d\Delta u\}_i - (d\Delta u')_i}{\{d\Delta u\}_i}。$$

(12) 如果 $\max[\max[\{\text{err}_1\}-1], \max[\{\text{err}_2\}]] < \delta$, 则返回(3)进行迭代计算, 其中 δ 为控制精度的参数。

(13) 令 $\{u_p\}=\{u_{p-\text{inc}}\}$, 根据桩土相对位移 $\{y\}_i = \{u_s^{\text{es}}\} - \{u_p\}_i$ 和相应的 $p-y$ 曲线, 按式(15)确定对应的计算模量 $\{E_s\}_i$ 。

(14) 令 $\{u'_{p-\text{inc}}\}=\{u_{p-\text{inc}}\}$ 。

(15) 代入新的自由场土体位移增量, 重复步骤

(3)~(12)。

4.2 实例验证

(1) 实例1^[9]

桩长 $L=25$ m, 平均桩径 $d=327$ mm (变截面桩), $E_p=30$ GPa, 距离基坑 $s=1.5$ m。土体假定为均质黏性土, 不排水强度 $c_u=50$ kPa, 重度 $\gamma=18$ kN/m³。分析中土体初始弹性模量 $E_0=20$ MPa ($400c_u$), 泊松比 $\nu_s=0.35$ 。假设基坑围护结构上、中、底部水平位移: $u_t/H=0.8\%$, $u_c/H=0.6\%$, $u_b/H=0.4\%$, H 为围护墙体长度。采用本文弹塑性性计算方法与实测结果对比如图 4 所示。可见, 二者具有较好的一致性。

(2) 实例 2^[10]

基坑开挖深度 12.8 m, 邻近桩基桩长 $L=30$ m, 桩径 $d=400$ mm, $E_p=30$ GPa, 距离基坑 $s=3$ m。土体为均质软黏土, 不排水强度 $c_u=10$ kPa, 重度 $\gamma=18$ kN/m³。分析中土体初始弹性模量 $E_0=15$ MPa, 泊松比 $\nu_s=0.30$ 。假设基坑围护结构上、中、底部水平位移: $u_t/H=0$, $u_c/H=6\%$, $u_b/H=0$ 。图 5 表明, 采用本文方法计算得到的桩基水平位移和实测结果较为吻合, 桩身上部分测移比实测大, 而下部分比实测小。总体来看, 本文的计算方法是合理可行的。

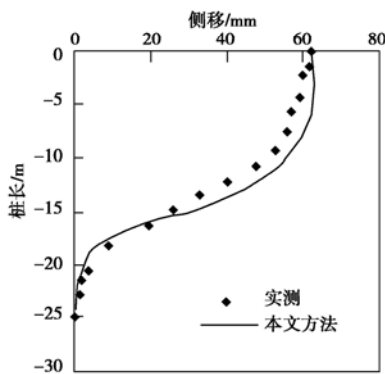


图 4 桩侧向变形比较

Fig. 4 Comparison of pile deflection

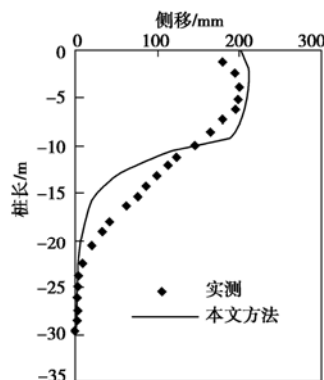


图 5 桩侧向变形比较

Fig. 5 Comparison of pile deflection

5 结 语

本文对基坑开挖对邻近桩基影响的计算方法进行了探讨。通过在桩土间设置滑块反映土体塑性屈服, 基于弹性理论法并引入土体极限抗力统一表达式, 利用 $p-y$ 曲线表现桩土非线性相互作用关系, 从而提出了开挖对邻近单桩影响的弹塑性解。实例分析表明, 本文提出的方法计算结果是合理可行的, 能够较为有效地分析基坑开挖对邻近桩基的影响。

参考文献:

- [1] ADDENBROOLE T I, POTTS D M, PUSRIN A M. The influence of prefailure soil stiffness on the numerical analysis of tunnel construction[J]. *Geotechnique*, 1997, **47**(3): 693 - 712.
- [2] POULOS H G, DAVIS E H. Elastic solution for soil and rock mechanics[M]. Sydney: John Wiley & Sons, Inc, 1973.
- [3] 朱碧堂. 土体的极限抗力与侧向受荷桩性状[D]. 上海: 同济大学, 2005. (ZHU Bi-tang. Limiting force profile and response of laterally loaded piles[D]. Shanghai: Tongji University, 2005. (in Chinese))
- [4] KONDER R L. Hyperbolic strain-stress response: cohesive soils[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 1963, **89**(1): 115 - 144.
- [5] VESIC A S. Bending of beams resting on isotropic elastic solids[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 1961, **87**(2): 35 - 53.
- [6] BROMS B B. The lateral resistance of piles in cohesive soils[J]. *Journal of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, ASCE, 1964, **90**(2): 37 - 63.
- [7] XU K J, POULOS H G. Theoretical study of pile behaviour induced by a soil cut[C]// *Proceedings Geo Eng*, 2000.
- [8] KLAR A, VORSTER T E B, SOGA K, et al. Elastoplastic solution for soil-pipe-tunnel interaction[J]. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE, 2007, **133**(7): 782 - 792.
- [9] FINNO R J, LAWRENCE S A. Analysis of performance of pile groups adjacent to deep excavation[J]. *Geotech Engrg Div*, ASCE, 1991, **117**(6): 934 - 955.
- [10] CHU Y K. A failure case study of island method excavation in soft clay[C]// *Proc Int Conf on Design and Construction of Deep Foundation*, 1994.