

斜坡演化的燕尾突变模型研究

孙 强¹, 马 平¹, 冶小平¹, 刘天霸²

(1. 中国科学院地质与地球物理研究所, 北京 100029; 2. 中国地质科学院水文地质环境地质研究所, 河北 石家庄 050061)

摘 要: 对一个平面滑动型斜坡, 考虑滑面介质有两种不同力学性质的材料组成, 一种为弹脆性或应变硬化介质, 另一种为应变软化介质。建立了斜坡系统的燕尾突变模型。通过模型分析, 发现斜坡滑动失稳主要取决于软弱面上复杂弹脆性介质和应变软化介质的刚度比 k 与几何-力学参数 ξ ; 通过对控制参数 p , q 和 r 的分析, 揭示了斜坡演化的系统性和复杂性。当 p 为定值时, 在 q 和 r 的控制平面内, 存在不同的稳定区和失稳区。

关键词: 燕尾突变; 应变软(硬)化; 失稳; 水致软化; 刚度比

中图分类号: TD824.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2008)07-1024-05

作者简介: 孙 强(1981-), 男, 博士研究生, 主要从事工程地质与水文地质研究工作。E-mail: sunqiang04@126.com。

Coattail catastrophe model of sliding instability

SUN Qiang¹, MA Ping¹, YE Xiao-ping¹, LIU Tian-ba²

(1. Institute of Geology and Geophysics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China; 2. Institute of Hydrogeology and Environmental Geology, Chinese Academy of Geological Sciences, Shijiazhuang 050061, China)

Abstract: A coattail catastrophe model of landslides was presented, and the necessary and sufficient conditions leading to landslides were discussed. The sliding surface of the landslides was assumed to be planar and the combination of two media: medium 1 was elastic-brittle or strain-hardening and medium 2 was strain-softening. In this way, a coattail catastrophe model of landslide system would be established. Through the analysis, it was discovered that the slope stability was greatly related with the stiffness ratio k of medium 1 to that at medium 2 and the geometrical-mechanical parameter ξ . Through analysis of parameters p , q and r , the complexity of the sliding system was found. When p was a fixed value, there were different zones of stability and instability in the control plane of q and r .

Key words: coattail catastrophe; strain-softening (hardening); instability; water softening; stiffness ratio

0 引 言

斜坡失稳的演化过程是一种由渐变到突变的自然现象。在斜坡的稳定性分析中, 很多国内外学者进行了巨大的努力和探索^[1-4]。然而世界上众多斜坡所带来的灾难说明我们对斜坡失稳机制仍需进行进一步深入研究。非线性动力学系统(NDS)理论的概念和数学技术, 在岩石力学和地质研究的很多方面已经得到广泛应用。NDS理论在斜坡研究中的应用给我们提供了一个很好的对斜坡机制研究做深入洞察的机会。

当前用非线性理论来的研究滑坡的滑动机理是一个热门话题, 文献[5~7]进行了比较深入的探究, 建立了斜坡失稳的尖点突变模型, 并得出了一系列成果。然而有一个不容忽视的问题是在斜坡的模型中, 对水的研究并未深入透彻。斜坡失稳往往不是一次性完全的能量释放, 而是存在局部的稳定区, 演化跨越稳定区后, 进入的失稳区, 直至失稳突变。目前的突变模型仅含少数控制参数, 很难考虑斜坡失稳的时空分布。

笔者将以平面滑动斜坡为例, 建立了新的斜坡失稳模型, 反映了滑带物质的软化特性, 研究了斜坡失稳过程, 揭示了斜坡失稳的系统性和复杂性。

1 斜坡平面滑动失稳突变模型

1.1 力学模型

设滑面为一非均匀软弱夹层, 上部岩体为弹性体, 剪切弹性模量用 G 表示(图1所示)。滑面倾角为 θ , 上部岩体的垂直高度为 H , 软弱夹层层厚为 h , 上部岩体的重量为 W 。在岩体自重产生的下滑力作用下, 岩体沿软弱夹层的蠕滑位移为 u 。滑带距离地表的平均距离为 B , 上部岩体的平均位移为 a , a 从零开始逐渐增大, 直到斜坡失稳的发生, 是一个重要的控制参数。滑带介质具有应力损伤弱化和水致弱化性质。

如前所述, 由于所处环境地质条件的不同, 在坝

基软弱结构面不同部位, 介质的力学性质存在着种种差异。为简化分析, 我们视软弱面介质由两种介质组成, 即介质1具有复杂的弹脆性(如断续的节理、片理构成的软弱面中存在的岩桥及坚硬的层面等)或应变硬化(如硬黏土、胶结不良的介质或软弱的泥化夹层)属性; 介质2具有应变软化(如良好胶结物、风化破碎带、断层破碎带)特性。

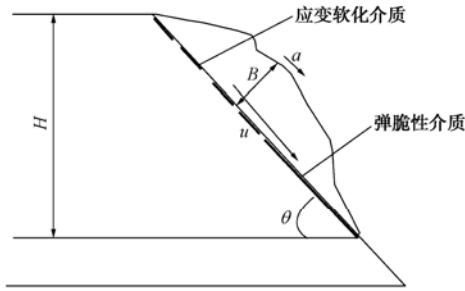


图1 斜坡平面滑动失稳的力学模型

Fig. 1 Mechanical model of instability for a plane slide of slope

不管介质1是弹脆性的或是应变硬化的, 本文将会得出一样的结论。为简化起见, 在下面的分析中, 我们仅考虑介质1的弹脆性属性。

对于软弱结构面中断续分布的岩桥或坚硬岩块等, 具有复杂的弹脆性特征, 在破坏时, 岩块被剪断, 一个突然的应力降将产生; 岩块破坏后, 内部裂缝的组合可能形成一条台阶状或锯齿状的贯通的不连续面, 随位移增加将导致慢速(有时快速, 参见文献[8, 9])的应力增长而不是应力减少; 最后在不规则的不连续面被磨平后, 随着位移增长, 应力可能快速降低。根据上述的推测和 Gehle and Kutter 完成的直剪试验结果, 介质1的本构模型被假定为(图2)。

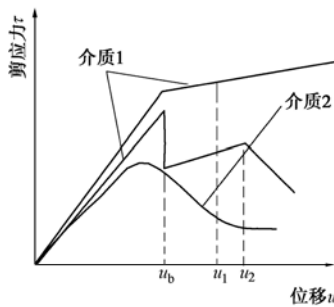


图2 软弱夹层两种不同介质的本构曲线

Fig. 2 Constitutive curves of two kinds of media in the intercalation

$$\tau = G_h \frac{u}{h} = \begin{cases} G_{h1} \frac{u}{h} & (u < u_b) \\ G_{h2} \frac{u}{h} & (u_b \leq u \leq u_2) \end{cases}, \quad (1)$$

式中 $G_h = G_{h1} (u < u_b)$ 或 $G_h = G_{h2} (u_b \leq u \leq u_2)$, u_b 为对

应于岩块被剪断时的临界位移; u_2 是当不规则的不连续面被磨平时的位移; G_{h1} 和 G_{h2} 分别是对应于 $u < u_b$ 和 $u_b < u < u_2$ 的剪切模量。

对于应变软化介质, 这里我们采用负指数模型描述它的本构关系^[5], 即

$$\tau_s = G_s \frac{u}{h} \exp(-u/u_0), \quad (2)$$

式中, G_s 是初始剪切模量, u_0 为峰值强度对应的位移。

Vutukuri 等 1974 年研究了石英质页岩强度随含水率变化的实验曲线, 如图3所示。

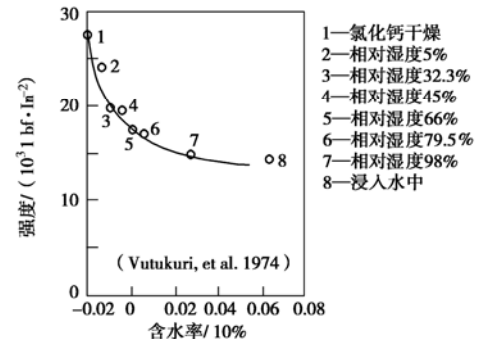


图3 石英质页岩强度随含水率变化曲线

Fig. 3 Variation of strength of rock with the water content

根据对试验曲线的拟合类比, 为了反映水致软化, 我们引入水致软化函数^[10]:

$$g(\zeta) = (1-R)(1-\zeta)^2 + R, \quad (3)$$

式中, ζ 变量代表含水率, $g(\zeta)$ 是一个单调下降的函数。在干燥情况下, $\zeta = 0$, $g(0) = 1$; 在饱和情况下, $\zeta = 1$, $g(0) = 1$, R 是饱和式的强度百分比。对于不同介质, 水致软化函数的具体形式可根据实验数据拟合得出。

因此水致软化的结构面介质的本构模型可取为

$$\tau_h = \frac{G_h g_h}{h} u, \quad (4)$$

$$g_h = g(\zeta_h) = (1-R_h)(1-\zeta_h)^2 + R_h,$$

$$\tau_s = \frac{G_s g_s}{h} \exp\left(-\frac{u}{u_0}\right), \quad (5)$$

$$g_s = g(\zeta_s) = (1-R_s)(1-\zeta_s)^2 + R_s.$$

1.2 突变模型

对图1所示系统, 总势能为滑面介质的应变能和坡体势能之和:

$$V = \int_0^u \frac{G_s l_s}{h} g_s u \exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)\right] du + \frac{G_h l_h}{2h} g_h u^2 + \frac{G}{2B} (a-u)^2 - Wu \sin \theta, \quad (6)$$

式中, h 为软弱结构面的厚度, l_h 和 l_s 分别为软弱面上弹脆性介质和应变软化介质的长度, 这里假定 l_h 和 l_s 远大于 u 并在滑动过程中保持不变, W 为坡体软弱

面以上岩块的总重量。右端第一项是应变软化介质的应变能,第二项是应变硬化介质的应变能,第三项是上部岩体弹性势能改变量,第四项是重力势能改变量。将式(6)在 $u=0$ 处 Taylor 展开,并截取至5次项,有

$$V = -\frac{G_s l_s g_s}{30hu_0^3}u^5 + \frac{G_s l_s g_s}{8hu_0^2}u^4 - \frac{G_s l_s g_s}{3hu_0}u^3 + \left(\frac{G_s l_s g_s + G_h l_h g_h}{2h} + \frac{G}{2B}\right)u^2 - \left(\frac{Ga}{B} + W \sin \theta\right)u + \frac{Ga^2}{2B}, \quad (7)$$

$$V' = -\frac{G_s l_s g_s}{6hu_0^3}u^4 + \frac{G_s l_s g_s}{2hu_0^2}u^3 - \frac{G_s l_s g_s}{hu_0}u^2 + \left(\frac{G_s l_s g_s + G_h l_h g_h}{h} + \frac{G}{B}\right)u - \left(\frac{Ga}{B} + W \sin \theta\right) = 0, \quad (8)$$

$$V' = a_4 u^4 + a_3 u^3 + a_2 u^2 + a_1 u + 1 = 0, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} a_4 &= \frac{G_s l_s g_s}{6hu_0^3} \frac{B}{Ga + BW \sin \theta}, \\ a_3 &= -\frac{G_s l_s g_s}{2hu_0^2} \frac{B}{Ga + BW \sin \theta}, \\ a_2 &= \frac{G_s l_s g_s}{hu_0} \frac{B}{Ga + BW \sin \theta}, \\ a_1 &= -\left(\frac{G_s l_s g_s + G_h l_h g_h}{h} + \frac{G}{B}\right) \frac{B}{Ga + BW \sin \theta}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

定义

$$\left. \begin{aligned} u &= x + \frac{3}{4}u_0, \\ p &= \frac{21}{8}u_0^2 > 0, \\ q &= \frac{1}{128}\left(\frac{15}{16} - k\right)u_0^3, \\ r &= \frac{1}{256}(-705 - 1152k + 1536\xi)u_0^4, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{BG_h l_h g_h + Ghl}{BG_s l_s g_s}, \\ \xi &= \frac{(Ga + BW \sin \theta)h}{BG_s l_s g_s u_0}, \\ l &= l_s + l_h. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 参数 k 称为刚度比;参数 ξ 与上部岩体性质、剪切带性质、系统几何尺寸、含水率、介质力学参数等有关,称为几何-力学参数。

$$V' \sim U' = 5x^4 + 3px^2 + 2qx + r = 0, \quad (13)$$

$$U'' = 20x^3 + 6px + 2q = 0. \quad (14)$$

由式(13)、(14)可以得到燕尾突变的奇点集 S 。但是由式(13)、(14)消去 x 得到分叉集 B 的解析式很困难,因此精确的画出分叉集所示的曲面不容易。

但应用“平衡截面法”可以论证分叉集的几何图像示意图^[11-12]。具体的做法是:在三维控制空间 $C(p, q, r)$ 中,记 C_p 是 C 中 $m=\text{常数}$ 的平面,即 $m=\text{cost}$; B_m 是 C_m 与分叉集 B 的截口交线,它是 C 中的一条曲线。当 m 取不同的常数值时,就能得到整个曲面 B 的形状,如图4所示,其形状象一个燕子的尾巴。

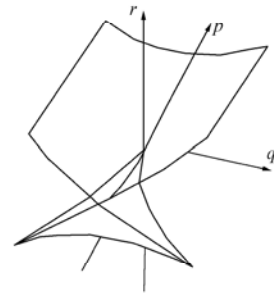


图4 燕尾突变分叉集示意图

Fig. 4 Bifurcation of coattail catastrophe model

$p > 0$ 时,三维空间中,分叉集与截面 B_m 的形状如图5所示; $p < 0$ 时,又集与截线的形状如图6所示。

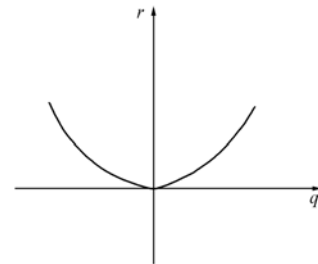


图5 分叉集的 B_m 截面图($p > 0$)

Fig. 5 Cross section B_m of bifurcation ($p > 0$)

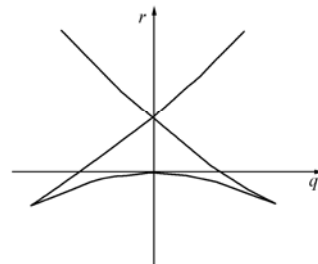


图6 分叉集的 B_m 截面图($p < 0$)

Fig. 6 Cross section B_m of bifurcation ($p < 0$)

用具有物理意义的控制参数 p, q, r 解析地表示分叉集更是困难的。因此只能用数值计算方法研究控制参数 p, q, r 对斜坡演化过程的影响。

为了直观的讨论系统控制因子与工况状态间的对应关系,结合燕尾突变分叉点集的对称性特征,保持控制因子 p ($p \geq 0, p < 0$)不变进行对控制因子 q 和 r 的讨论,最后给出相应的结论。由式(11)可知 $p > 0, p \leq 0$ 的情况不存在,因此文中仅进行讨论 $p > 0$ 的情况。

2 工况讨论

控制因子 $p > 0$ 时燕尾分叉点集得截线如图 7 所示。

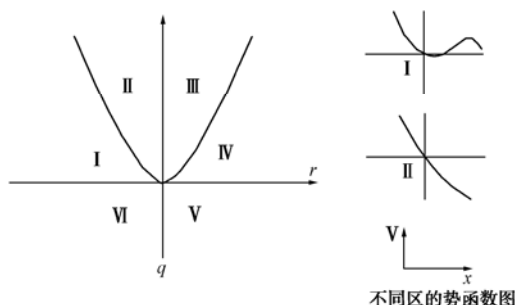


图 7 燕尾分叉集的截线示意图 ($p > 0$)

Fig. 7 Section of bifurcation coattail

$q-r$ 空间可被分为 6 个区域, I, IV 与 II, III 区的分界线为

$$\begin{cases} q = -10x^3 - 3px, \\ r = 15x^4 + 3px^2. \end{cases} \quad (15)$$

由 $u = x + 3u_0/4$ 可知, 必须有 $x > -3u_0/4$ 才有物理意义, 根据式 (15), q 为 x 的奇函数, r 为 x 的偶函数, 可以得到 III, IV, V, VI 为不可达区。

(1) 根据式 (7) 所得出的 I 区的势函数 V 可知, I 区的势函数有两个临界点, 一个极大点和一个极小点, 且对应的 x 均为正值。极大点为不稳定点, 极小点为稳定点。但极小点对应的 $x_{\min}$ 小于极大点对应的 $x_{\max}$, 所以当 $x > x_{\max}$ 时, 随 V 降低, x 持续增大, 直至边坡活动的复活, 边坡活动 I 区为复活区; 否则 $-3u_0/4 < x < x_{\max}$ 时, 随 V 降低, x 降低至 $x_{\min}$, I 区为非复活区。

(2) II 区的势函数 V 没有临界点, 即 x 无解, 但随 V 降低, x 持续增大, 直至边坡活动的复活, 边坡活动发生 II 区为复活区。

从上面的分析可以得知, III, IV, V, VI 区为不可达区; II 区为复活区; I 区在 $x > x_{\max}$ 时为复活区, 在 $-3u_0/4 < x < x_{\max}$ 时为非复活区。同时 r 随着刚度比 k 和几何-力学参数 ξ 的不断变化而发生改变。

3 工程实例

深圳水库, 左副坝边坡高约 90 m, 宽约 180 m, 于 1994 年 8 月受特大暴雨影响发生了大面积滑坡, 滑坡后进行了削坡和护坡处理, 并设置了变形观测点。图 8 是边坡 2 个综合的地质剖面; 图 9 是实测边坡位移时程曲线及降雨量记录图^[13]。观测结果表明, 边坡滑动位移仍在继续增大, 其中两次特大暴雨时位移急剧增加, 具有突变的特征。这与式 (7) 以及式 (15) 的分析结

果是一致的, 并不是所有的暴雨都能导致突变失稳。只有在一定条件下, 内部条件中的刚度比和含水率以及几何-力学参数条件均满足的时候才会发生失稳突变, 同时刚度比又是含水率的函数。因此, 实测位移在 2 次特大暴雨时迅速增大, 可认为是暴雨使地下水位迅速大幅上升, 以致滑体明显弱化, 使位移迅速增大, 即边坡突然失稳。

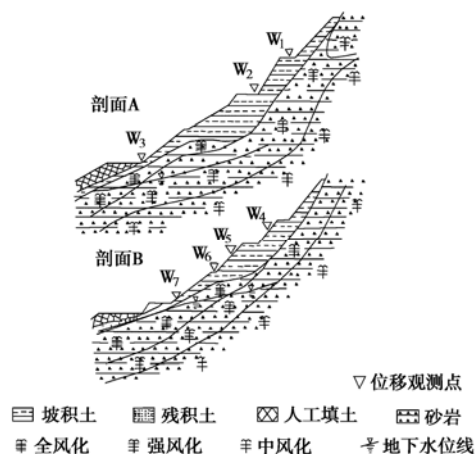


图 8 地质剖面图 (1:2.5)

Fig. 8 Geologic sections

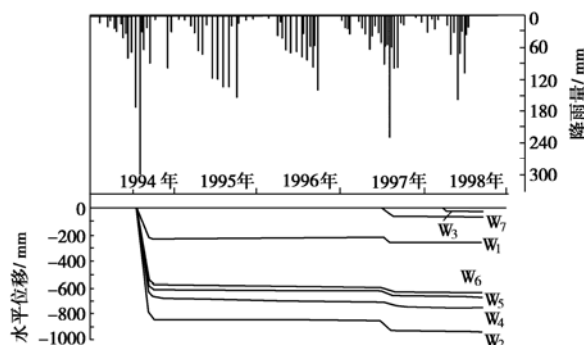


图 9 边坡位移曲线与降雨量图

Fig. 9 Curves of slope displacements and rainfall

4 结 论

(1) 考虑了边坡活动带物质在不同环境因素条件下的应变硬化和应变软化属性, 用突变论建立了边坡活动演化的燕尾突变模型。

(2) 通过研究发现, 边坡活动复活主要取决于边坡活动带上应变硬化 (复杂弹脆性) 介质和围岩与应变软化介质刚度比以及几何-力学参数 ξ , 其演化过程与地质环境因素变化密切相关。

(3) 通过对控制参数 p , q 和 r 的分析, 揭示了活边坡活动演化的系统性和复杂性。

参考文献:

- [1] SKEMPTON A W. Residual strength of clays in landslides,

- folded strata and the laboratory[J]. *Geotechnique*, 1985, **35**: 3 - 18.
- [2] 秦四清, 张倬元, 王士天, 等. 非线性工程地质学导引[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 1993. (QIN Si-qing, ZHANG Zhuo-yuan, WANG Shi-tian, et al. An introduction of nonlinear engineering geology[M]. Chengdu: Southwest Jiaotong University Press, 1993. (in Chinese))
- [3] 秦四清. 初论岩体失稳过程中耗散结构的形成机制[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, **19**(3): 265 - 269. (QIN Si-qing. Primary discussion on formation mechanism of dissipative structure in instability process of rock mass[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, **19**(3): 265 - 269. (in Chinese))
- [4] 郭程谦. 有软弱夹层岩体边坡稳定分析安全系数的确定[J]. 水利水电技术, 1995(3): 27 - 30. (GUO Cheng-qian. The stability safety factor of rock slope with soft interlayers[J]. *Water Resources and Hydropower Engineering*, 1995(3): 27 - 30. (in Chinese))
- [5] 秦四清. 斜坡失稳的突变模型与混沌机制[J]. 岩土工程学报, 2000, **19**(4): 486 - 492. (QIN Si-qing. Nonlinear catastrophe model of slope instability and chaotic dynamics mechanism of slope evolution process[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2000, **19**(4): 486 - 492. (in Chinese))
- [6] 秦四清. 斜坡失稳过程的非线性演化机制与物理预报[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(11): 1241 - 1248. (QIN Si-qing. Nonlinear evolutionary mechanisms and physical prediction of instability of planar-slip slope[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2005, **27**(11): 1241 - 1248. (in Chinese))
- [7] 龙 辉, 秦四清, 万志清. 降雨触发滑坡的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **27**(11): 1241 - 1248. (LONG Hui, QIN Si-qing, WAN Zhi-qing. Catastrophe analysis of rainfall-induced landslides[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2001, **21**(4): 502 - 508. (in Chinese))
- [8] LAJTAI E Z. The influence of interlocking rock discontinuities on compressive strength (model experiments)[J]. *Felsmech Ingenieurgeol*, 1967, **5**: 217 - 228.
- [9] GEHLE C, KUTTER H K. Breakage and shear behaviour of intermittent rock joints[J]. *Int J Rock Mech Min Sci*, 2003, **40**: 687 - 700.
- [10] 殷有泉, 杜 静. 地震过程的燕尾突变模型[J]. 地震学报, 1994, **16**(4): 416 - 422. (YIN You-quan, DU Jing. Coattail catastrophe of earthquake process[J]. *Acta Seismologica Sinica*, 1994, **16**(4): 416 - 422. (in Chinese))
- [11] 凌复华. 灾变理论入门[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1983: 45 - 67. (LING Fu-hua. An introduction to catastrophe theory[M]. Shanghai: Science and Technology Literature Press, 1983. (in Chinese))
- [12] 谢应齐, 曹 杰. 非线性动力学数学方法[M]. 北京: 气象出版社, 2001: 45 - 75. (XIE Ying-jie, CAO Jie. Non-linear dynamics mathematics method[M]. Beijing: Meteorological Press, 2001. (in Chinese))
- [13] 房莹光. 土质边坡失稳的突变模型[J]. 力学与实践, 2004, **26**(4): 24 - 27. (FANG Ying-guang. Catastrophe analysis of soil slope instability[J]. *Mechanics in Engineering*, 2004, **26**(4): 24 - 27. (in Chinese))