

侧限压缩下石英砂砾的颗粒破碎特性及其分形描述

张季如, 祝 杰, 黄文竞

(武汉理工大学土木工程与建筑学院, 湖北 武汉 430070)

摘 要: 利用侧限压缩试验研究高压应力下石英粗砂和细砾的颗粒破碎特性, 基于分形模型和粒径分布资料, 研究颗粒的破碎分形。结果表明: 颗粒破碎量随着压力的增加而增加, 并与粒径大小有关。随着破碎量的递增, 粗砂的内摩擦角逐渐增大, 细砾的内摩擦角先增大后减小, 二者最终均趋于稳值; 石英砂砾破碎后的粒度分布具有良好的分形特性, 破碎分维数的数值大小反映了破碎量的变化, 破碎量愈高, 分维数愈大, 并与 Hardin 破碎率有较为显著的线性关系。破碎分维数和 Hardin 破碎率与压应力之间分别存在着双曲线关系和半对数线性关系, 因而通过压应力和土粒参数就可估计破碎分维数和破碎率。破碎分维数为粒状材料的颗粒破碎分析提供了一个新的量化指标。

关键词: 石英砂砾; 侧限压缩; 颗粒破碎; 破碎分形

中图分类号: TU411

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2008)06-0783-07

作者简介: 张季如(1964-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事土壤性质和环境岩土工程等方面的研究。E-mail: zhangjr@whut.edu.cn。

Crushing and fractal behaviors of quartz sand-gravel particles under confined compression

ZHANG Ji-ru, ZHU Jie, HUANG Wen-jing

(School of Civil Engineering and Architecture, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: A confined compression test was used to investigate the crushing behaviors of coarse quartz sand and fine gravel particles under high compressive stress, and their fractal crushing was studied based on the fractal concept and the measured data of particle-size distribution. It was shown that the quantity of particle breakage increased with the increase of compressive stress and was related to the particle size. With the increase of quantity of particle breakage, the angles of friction increased for coarse sand, increased at first and then decreased for fine gravel. Both had the tendency finally to an unvaried value when the quantity of particle breakage was large enough. It was shown that the particle-size distribution after particle breakage exhibited a statistical fractal feature. The magnitude of fractal crushing dimension reflected the variation of quantity of particle breakage. Large fractal crushing dimension corresponded to large quantity of particle breakage. There was a close relationship between fractal crushing dimension and Hardin index of particle breakage. The relationship between fractal crushing dimension or Hardin's index and compressive stress could be expressed by hyperbolic curves or semilogarithmic linear curves. As a result, the fractal crushing dimension and Hardin index could be evaluated as long as compressive stress and parameters of soil particles were obtained. The fractal crushing dimension might be useful indicator for quantitative analysis of the particle breakage of granular materials.

Key words: quartz sand-gravel; confined compression; particle breakage; fractal crushing

0 引 言

粒状土的颗粒破碎是指在外荷载作用下, 颗粒产生结构破损并分裂成更小粒径的多个颗粒。早在 20 世纪 60 年代, 国外一些学者利用单向侧限压缩和高围压三轴试验, 对粒状土颗粒破碎的影响因素和物理力学性质进行了较为深入的研究^[1-3]。由于大大超过一般土力学应用所遇到的应力水平(如石英砂的破碎应力往往达到数十上百兆帕), 因而一直不为人们所重视。

近年来随着超高层建筑、大型水电、交通、港口等基础设施建设规模日益扩大, 粒状土颗粒破碎问题逐步引起广泛重视, 而作为地基的石英颗粒发生破坏的情况必须予以考虑^[4]。受条件限制, 国内许多学者对颗粒破碎问题的研究主要集中在钙质砂^[5-7]、煤矸石^[8]、

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(40402024)

收稿日期: 2007-07-19

堆石料^[9-10]等材料上。这些材料多孔质脆,在较低应力下即发生破碎,而高应力下石英砂砾的破碎研究则比较少见。

粒状土颗粒破碎研究中的一个首要问题是破碎量的定量估计,目前主要存在两类方法:一是利用单位体积颗粒的表面积作为破碎的量化尺度,将破碎后表面积的增量定义为颗粒破碎量^[11]。但颗粒表面积的测量比较困难,应用不方便。二是依据颗粒破碎前后的粒度分布,从统计学角度提出颗粒破碎的量化指标,如破碎率 D_{15} , B_{60} , B_g , B_r 等均属此类^[2,12-14]。

土体由形状、大小各异的土粒集合而成,是具有自相似结构特征的分形系统^[15-16],颗粒破碎具有分形特征^[17]。由于土粒的粒径分布分维数表征了粒径大小、分布的均匀程度^[18-19],可用于土粒破碎后的颗粒测量,因而可能成为一个新的颗粒破碎量化指标。本文对石英砂砾进行高压下的单向侧限压缩试验,通过分形模型和粒径分布资料,研究土粒的破碎分形特性,探讨破碎分维数作为颗粒破碎量化指标的应用前景,揭示压力、破碎量与破碎分维数之间存在的相关关系。

1 分形模型

粒状材料的分形关系一般采用粒径与数量的关系来定义^[15-16]。鉴于这一关系难以直接通过实验获得,杨培岭等人提出了一种利用粒径的质量分布来描述土壤分形特征的分形模型^[18]。本文应用这一模型对土粒破碎状况进行分形研究。

设土粒在外荷载作用下颗粒破碎,由大于某粒径 d_i ($d_i > d_{i+1}$, $i = 1, 2, \dots$) 构成的土粒体积为 $V(\delta > d_i)$, 则可由类似 Katz^[20] 的公式表示:

$$V(\delta > d_i) = A[1 - (d_i/\lambda)^{3-D}] \quad (1)$$

式中, δ 为表征土粒大小的尺码, A , λ 为描述土粒形状、尺度的常数, D 为破碎分维数。

通常粒径分布资料由一定粒径间隔的土粒质量分布表示。若忽略各粒级间土粒密度 ρ 的差异,则有

$$M(\delta > d_i) = V(\delta > d_i)\rho = \rho A[1 - (d_i/\lambda)^{3-D}] \quad (2)$$

式中, $M(\delta > d_i)$ 为粒径大于 d_i 的土粒累计质量。

设参与统计的土粒各粒级质量之和为 M_T , 由定义有 $\lim_{i \rightarrow \infty} d_i = 0$, 则由式 (2) 可得

$$M_T = \lim_{i \rightarrow \infty} M(\delta > d_i) = \rho A \quad (3)$$

将式 (2) 代入式 (3), 变换后可得

$$M(\delta > d_i)/M_T = 1 - (d_i/\lambda)^{3-D} \quad (4)$$

设参与统计的土粒最大粒径为 $d_{\max}$, 则有 $M(\delta > d_{\max}) = 0$, 代入式 (2) 得 $\lambda = d_{\max}$ 。由式 (4) 可得土粒质量分布与粒径间的分形关系为

$$M(\delta > d_i)/M_T \propto -(d_i/d_{\max})^{3-D} \quad (5)$$

或

$$(d_i/d_{\max})^{3-D} \propto M(\delta < d_i)/M_T \quad (6)$$

由式 (6) 可知, 利用 $d_i/d_{\max}$ 和 $M(\delta < d_i)/M_T$ 的对数值作图, 若有直线关系且斜率为 k , 则 $D = 3 - k$ 。

2 土样与试验方法

2.1 土样

供试土样取自长江和汉江武汉段砂砾。采用荷兰 PANalytical 公司生产的 X 射线荧光光谱仪定量分析砂砾成分, 得长江、汉江砂砾中 SiO_2 含量分别为 91.94% 和 88.16%, 表明矿物成分以石英为主。颗粒组成见表 1。各砂砾经比重试验得土粒比重均为 2.70。将土样风干, 筛分出粒径为 2.0~0.5 mm 的粗砂和粒径为 5.0~2.0 mm 的细砾备用。

表 1 土样的颗粒组成

Table 1 Grain size composition of soil samples 单位: g/100 g						
土样名称	粒径分布/mm					
	10~5	5~2	2~0.5	0.5~0.25	0.25~0.1	<0.1
长江砂砾	4.9	16.6	23.5	40.4	13.9	0.7
汉江砂砾	5.5	14.6	34.3	36.8	8.3	0.5

2.2 试验装置

图 1 为自制压缩仪。在直径 285 mm、高 120 mm 的 Q345 圆形钢锭上, 加工出直径 79.8 mm, 高 20 mm 的盲孔, 用于填装试样。试样顶部荷载由 200 t 压力机经由钢筒活塞施加。盲孔和活塞表面经淬火处理以提高硬度, 减小钢件的变形误差。利用 ABAQUS 有限元软件验算装置的可靠性, 结果表明^[21]: 钢件在 250 MPa 压应力下的最大主应力为 197.4 MPa, 最大位移为 4.81×10^{-2} mm, 强度和刚度满足试验要求, 变形误差可以忽略不计。

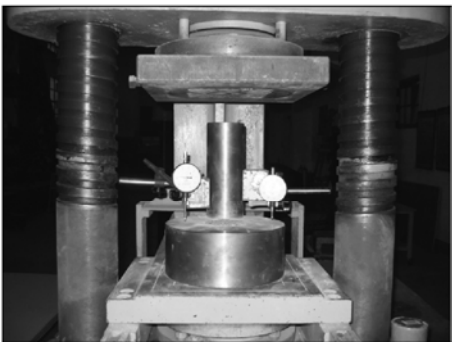


图 1 试验装置

Fig. 1 Test apparatus

2.3 试验方法

对各试样分别进行不同终止压力下的侧限压缩试验。为便于分析和比较, 各试样质量均为 150 g, 粗砂

级配为粒径 2.0~1.0 mm 的土粒 60 g、粒径 1.0~0.5 mm 的土粒 90 g; 细砾级配为粒径 5.0~3.0 mm 的土粒 90 g、粒径 3.0~2.0 mm 的土粒 60 g。试样直径 79.8 mm, 高 20 mm, 试验前各试样的初始孔隙比 $e_0 = 0.80$, 干密度 $\rho_d = 1.50 \text{ g/cm}^3$ 。

为了减小试样与侧壁的摩擦, 在盲孔内壁均匀涂上一层硅油, 试样分层装填。试验采用分级加载, 荷载增量比 $\Delta p/p = 1$, 即荷载分级为 0.8, 1.6, 3.2, 6.4, 12.8, 25.6, 51.2, 102.4, 204.8 MPa。在活塞两侧各固定一块百分表, 测量试样的压缩变形。每级加载后读两块百分表并取平均值, 每间隔 15 min 读数一次。若前后两次读数小于 0.01 mm, 则认为本级加载已稳定, 可以进行下一级加载。实验完毕后小心取出试样, 筛分获得粒径分布资料。同时对试样进行直剪试验, 测定其内摩擦角。

3 结果与分析

3.1 颗粒粒径分布

粒状土颗粒破碎最明显的特征, 就是受压过程中颗粒级配发生变化。图 2 为粗砂与细砾在受压前后的级配曲线, 可见在相同压力下, 粒径愈大, 颗粒破碎愈严重。颗粒破碎对均匀砂砾的颗粒级配有调节作用, 级配趋于良好。考察表 2 中受压前后的各粒组含量, 有如下规律:

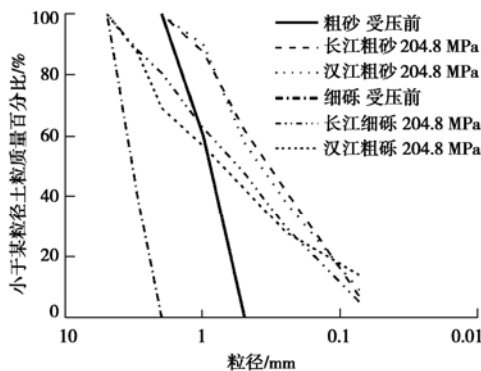


图 2 颗粒破碎的级配变化

Fig. 2 Variation of grading due to particle breakage

各试样的颗粒破碎规律较为一致。压力在 3.2 MPa 以下, 颗粒未破碎; 细砾在压力超过 6.4 MPa、粗砂在压力达 12.8 MPa 时, 颗粒破碎才较为明显, 而在此之前, 颗粒破碎主要是粒间研磨和棱角折断, 只产生少量粒径小于 0.25 mm 的细、粉粒; 当应力增至 102.4 MPa 时, 细粒破碎明显, 细、粉粒含量明显增加。这说明颗粒的破碎应力与粒径大小有关。

3.2 颗粒破碎率

考察几个常用的颗粒破碎率, 其中, D_{15} 为破碎

前后特征粒径 d_{15} 的比值^[2], B_{60} 为破碎前后限定粒径 d_{60} 之差^[12], B_g 为破碎前后对应的各粒组含量之差的绝对值之和^[13]。Hardin 破碎率 B_r 的定义是^[14]: 将颗粒级配曲线与 0.074 mm 粒径竖线所围成的面积定义为破碎势 B_p , 它代表了颗粒的破碎潜力。颗粒破碎前后 B_p 的差值为破碎量 B_t , 则 B_r 为 B_t 与破碎前 B_p 的比值。该方法认为颗粒破碎的极限粒径为 0.074 mm, 小于该粒径的颗粒不再破碎。

根据各试样受压前后的粒组含量绘制颗粒级配曲线, 按 D_{15} , B_{60} , B_g 和 B_r 的方法分别整理, 结果示于表 2, 可见 D_{15} , B_{60} , B_g 和 B_r 均随压力增大而增大。由于 D_{15} , B_{60} 只能集中反映某个特定粒径, 因而不能反映粒组的整体变化情况。 B_g 虽包含了受压前后各粒组含量的变化, 但以总量表示, 难以反映各粒组的实际变化量。总体上 D_{15} , B_{60} 和 B_g 的稳定性较差。

B_r 将受压前后颗粒级配曲线间的面积除以初始破碎势, 对应的粒径变化量均包含在面积计算中, 因此能反映受压前后试样各个粒径的变化量^[10]。表 2 显示, 各试样的 B_r 较为稳定, 规律性好, 是一个与受压前粒径和级配无关的量, 这与 Hardin 的结论相吻合^[14]。

3.3 破碎分维数

试验前各试样因粒级范围窄, 压力低于 1.6 MPa 时颗粒尚未破碎, 因而无分形特性。但随着压力的增加, 颗粒破碎而导致级配发生变化。利用表 2 中各级压力下的粒组含量, 以 $\lg(d_i/d_{\max})$ 为横坐标, $\lg[M(\delta < d_i)/M_T]$ 为纵坐标, 点绘得图 3。回归分析表明, 各数据均有直线关系, 相关系数 r 在 0.9136~0.9959 之间, 说明各试样在颗粒破碎后的粒径分布均有良好的分形特征, 破碎分维数 D 在 0.481~2.539 之间, 见表 2。

将表 2 中的粒组含量、破碎率与破碎分维数进行对比分析, 有如下规律:

(1) 随着压力增大, 颗粒破碎量增加, 粒径愈小, 细粒含量愈高, D 值愈大。

(2) 压力低于 6.4 MPa 时, 颗粒破碎很少, 粗砂粒径在 2.0~0.5 mm、细砾在 5.0~2.0 mm 这一很窄的粒径范围内, 颗粒含量分别占总量的 93.3% 和 85.2% 以上, D 值较低。

(3) 随着压力增至 204.8 MPa, 粗砂和细砾在这一粒径范围内的比重分别降至 42.3% 和 30.7% 以下, D 值较高。

由此可见, 破碎分维数表征了粒径的大小, 颗粒组成的均一程度, 以及单一粒级分布的集中程度, 能较全面地反映颗粒破碎后的粒度分布状况, 因而为颗粒破碎提供了一个新的量化指标。

由于 B_r 的物理意义比较明确, 已被许多学者采用。对表 2 中 D 与 B_r 的试验数据作拟合分析, 见图 4。

表 2 试样的部分性质

Table 2 Some properties of samples

单位: g/150 g

土样	压力 p /MPa	粒径分布 /mm							破碎 分维 D	相关 系数 r	颗粒破碎率				内摩 擦角 $\varphi/(^{\circ})$
		5.0~ 3.0	3.0~ 2.0	2.0~ 1.0	1.0~ 0.5	0.5~ 0.25	0.25~ 0.074	<0.074			D_{15}	B_{60} /mm	B_g /%	B_r	
长江粗砂	0~1.6	—	—	60	90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	29.7
	3.2	—	—	58.85	90.09	0.79	0.16	0.11	0.558	0.9302	1.01	0	2.30	0	30.6
	6.4	—	—	58.39	81.66	8.76	0.92	0.27	0.903	0.9788	1.07	0.01	19.90	0.020	30.4
	12.8	—	—	56.39	76.48	11.34	4.31	1.48	1.505	0.9875	1.13	0.02	34.26	0.050	31.7
	25.6	—	—	31.21	74.01	25.28	16.94	2.56	1.724	0.9835	2.18	0.23	89.56	0.183	32.4
	51.2	—	—	29.68	73.52	25.43	18.25	3.12	1.789	0.9843	2.26	0.24	93.60	0.195	32.5
	102.4	—	—	28.96	41.36	32.66	37.19	9.83	2.172	0.9680	5.00	0.40	159.36	0.333	32.6
长江细砾	0~1.6	90	60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	33.2
	3.2	82.47	62.14	3.43	1.05	0.67	0.13	0.11	1.254	0.9549	1.01	0	15.06	0.015	33.6
	6.4	82.11	45.75	11.52	6.24	2.55	1.60	0.23	1.519	0.9958	1.02	0.10	44.28	0.050	34.8
	12.8	65.22	49.24	10.11	8.06	9.60	6.04	1.73	2.005	0.9891	1.15	0.45	71.08	0.122	35.2
	25.6	44.95	45.50	29.79	7.40	9.46	11.54	1.36	1.959	0.9791	1.97	0.90	119.10	0.182	35.2
	51.2	37.92	25.32	33.48	24.78	11.95	13.95	2.60	2.073	0.9820	3.69	1.50	173.52	0.257	34.7
	102.4	18.09	10.69	35.38	24.81	27.02	30.99	3.02	2.150	0.9202	5.62	2.45	242.44	0.416	33.7
汉江粗砂	0~1.6	—	—	60	90	—	—	—	—	—	—	—	—	—	28.6
	3.2	—	—	59.78	88.25	1.62	0.27	0.08	0.481	0.9598	1.04	0	3.94	0	29.4
	6.4	—	—	54.96	92.01	2.22	0.69	0.12	0.653	0.9712	1.17	0.02	10.08	0.012	29.8
	12.8	—	—	43.19	86.96	12.98	5.88	0.99	1.394	0.9905	2.91	0.12	39.70	0.081	30.1
	25.6	—	—	23.26	85.50	24.93	12.91	3.40	1.786	0.9874	4.66	0.26	82.48	0.185	30.4
	51.2	—	—	22.49	61.34	31.94	31.60	2.63	1.768	0.9525	6.47	0.34	132.34	0.276	30.5
	102.4	—	—	17.70	52.68	29.36	37.64	12.62	2.232	0.9718	13.71	0.42	159.24	0.366	31.2
汉江细砾	0~1.6	90	60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32.8
	3.2	82.02	59.59	5.54	1.62	0.46	0.15	0.62	1.652	0.9136	1.07	0.10	11.19	0.022	32.9
	6.4	76.46	52.04	13.45	4.23	1.63	1.27	0.92	1.779	0.9721	1.17	0.20	28.67	0.051	33.4
	12.8	59.48	41.37	16.33	16.91	8.82	5.64	1.45	1.931	0.9959	3.64	0.60	65.53	0.146	35.3
	25.6	34.14	25.89	40.25	22.13	14.59	11.77	1.23	1.905	0.9708	6.00	1.50	119.96	0.250	35.0
	51.2	31.47	31.22	33.80	21.59	16.58	14.14	1.20	1.921	0.9597	7.06	1.60	116.41	0.264	34.9
	102.4	26.96	21.95	30.45	18.24	17.47	28.28	6.65	2.315	0.9621	14.55	1.95	116.79	0.366	32.5
汉江粗砾	0~1.6	90	60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32.5
	3.2	82.02	59.59	5.54	1.62	0.46	0.15	0.62	1.652	0.9136	1.07	0.10	11.19	0.022	32.9
	6.4	76.46	52.04	13.45	4.23	1.63	1.27	0.92	1.779	0.9721	1.17	0.20	28.67	0.051	33.4
	12.8	59.48	41.37	16.33	16.91	8.82	5.64	1.45	1.931	0.9959	3.64	0.60	65.53	0.146	35.3
	25.6	34.14	25.89	40.25	22.13	14.59	11.77	1.23	1.905	0.9708	6.00	1.50	119.96	0.250	35.0
	51.2	31.47	31.22	33.80	21.59	16.58	14.14	1.20	1.921	0.9597	7.06	1.60	116.41	0.264	34.9
	102.4	26.96	21.95	30.45	18.24	17.47	28.28	6.65	2.315	0.9621	14.55	1.95	116.79	0.366	32.5
汉江粗砾	0~1.6	90	60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	32.5
	3.2	82.02	59.59	5.54	1.62	0.46	0.15	0.62	1.652	0.9136	1.07	0.10	11.19	0.022	32.9
	6.4	76.46	52.04	13.45	4.23	1.63	1.27	0.92	1.779	0.9721	1.17	0.20	28.67	0.051	33.4
	12.8	59.48	41.37	16.33	16.91	8.82	5.64	1.45	1.931	0.9959	3.64	0.60	65.53	0.146	35.3
	25.6	34.14	25.89	40.25	22.13	14.59	11.77	1.23	1.905	0.9708	6.00	1.50	119.96	0.250	35.0
	51.2	31.47	31.22	33.80	21.59	16.58	14.14	1.20	1.921	0.9597	7.06	1.60	116.41	0.264	34.9
	102.4	26.96	21.95	30.45	18.24	17.47	28.28	6.65	2.315	0.9621	14.55	1.95	116.79	0.366	32.5

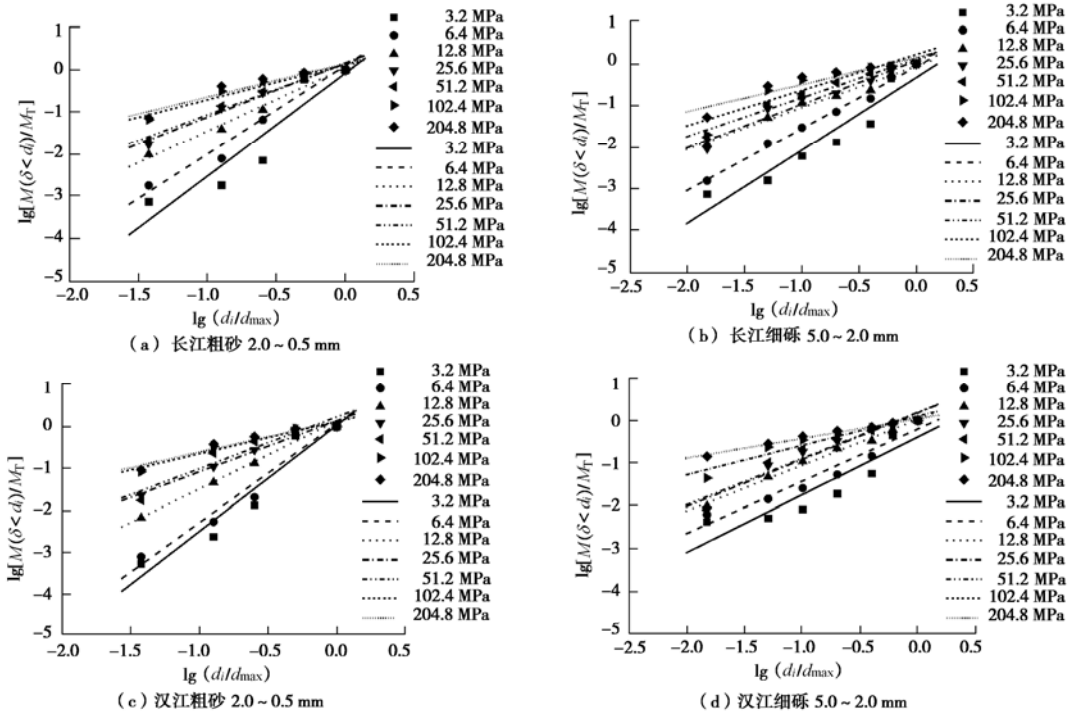


图 3 $\lg[M(\delta < d_i)/M_T] - \lg(d_i/d_{\max})$ 关系曲线

Fig. 3 $\lg[M(\delta < d_i)/M_T] - \lg(d_i/d_{\max})$ curves

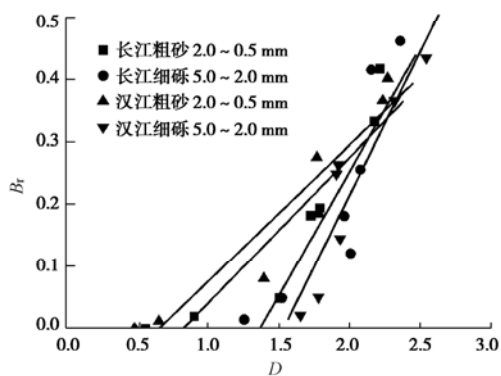


图 4 B_r 与 D 的线性拟合
Fig. 4 Linear fitting for B_r and D

表 3 B_r 与 D 的线性关系

Table 3 Linear relationship between B_r and D

土样	$B_r = aD + b$		相关系数 r
	a	b	
长江粗砂	0.235	-0.193	0.9105
长江细砾	0.400	-0.545	0.8815
汉江粗砂	0.220	-0.143	0.9498
汉江细砾	0.461	-0.705	0.9254

图 4 显示 D 与 B_r 存在较为显著的线性回归关系, 拟合相关系数见表 3。说明 D 与 B_r 之间客观上存在着某种内在联系, 从而表明了将 D 作为颗粒破碎量化指标的合理性。

3.4 内摩擦角

考察表 2 中各试样受压前后的内摩擦角 φ , 有如下规律: 同级配的长江砂砾与汉江砂砾相比 φ 值稍大, 可能与二者的颗粒棱角和矿物类别的不同有关。受压前粗砂试样的 φ 值较小, 并随着颗粒破碎量增加而增大; 细砾试样在受压前的 φ 值较大, 随着颗粒破碎量的递增, φ 值先增加后减小。二者的 φ 值最终趋于一个较为稳定的数值。这一现象可作出如下的解释:

多棱角的细砾要比少棱角的粗砂有更多咬合, 因此受压前细砾的 φ 值大于粗砂。无论粗砂或细砾, 随着破碎量的增大, 均匀砂砾的颗粒级配趋于良好, 粒间接触点增多, 咬合作用增强, 故 φ 值增大; 但对细砾而言, 当破碎量增大到一定程度时, 颗粒破碎作用使棱角对强度的影响越来越小, 继而 φ 值有所下降。高压时试样组分 (如颗粒级配、棱角) 渐趋一致, 致使 φ 值也趋近于某一不变的数值。

4 D , B_r 与压力的关系

DeBeer 对均匀石英砂样进行侧限压缩试验时, 发现压力在 15 MPa 时, 颗粒破碎变得相当明显, 而在 34 MPa 以上, 随着压力的增加, 破碎渐次降低^[1], 规律与本文结果相一致。图 5, 6 分别为 D , B_r 与压力 p

的关系曲线, 可见 D , B_r 随 p 增加而增加, 但增幅渐减, $B_r - p$ 曲线呈向下凹状, 见图 6。

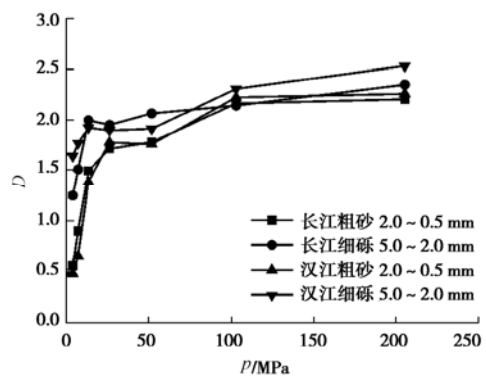


图 5 D 与 p 的关系
Fig. 5 Relationship between D and p

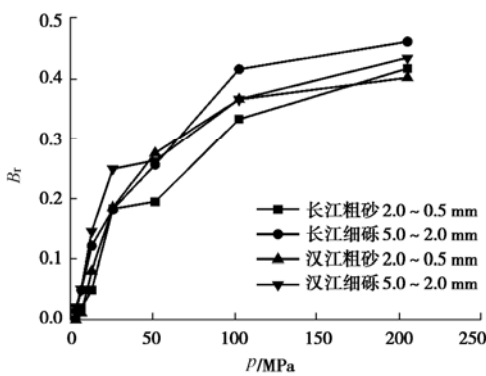


图 6 B_r 与 p 的关系
Fig. 6 Relationship between B_r and p

这一规律与强度较低的粒状材料有明显不同。如张家铭等人对钙质砂进行的侧限压缩试验表明, 压力为 0.8~1.6 MPa 时, 即达到破碎应力, 此时 B_r 陡然加大, $B_r - p$ 曲线呈向上凹状^[7]。

将表 2 数据分别在 $\frac{p}{p_0 D} - \frac{p}{p_0}$ 和 $B_r - \lg(\frac{p}{p_0})$ 坐标平面内点绘成图, 并作回归分析, 发现分别存在着极显著相关 ($r_D = 0.9972 \sim 0.9993$) 和显著相关 ($r_B = 0.9732 \sim 0.9909$) 的线性关系, 见图 7, 8。因此 D , B_r 随 p 的变化可以表示为

$$\frac{p}{p_0 D} = a_D \frac{p}{p_0} + b_D \text{ 或 } D = \frac{\frac{p}{p_0}}{a_D \left(\frac{p}{p_0} \right) + b_D} \quad (7)$$

$$B_r = a_B \lg \left(\frac{p}{p_0} \right) + b_B \quad (8)$$

式中 $p_0 = 1$ MPa, 为单位应力, 以保持量纲一致; a_D , b_D , a_B , b_B 为与土粒性质有关的试验参数, 见表 4。

表 4 a_D, b_D, a_B, b_B 参数值
Table 4 Values of a_D, b_D, a_B and b_B

土样	$\frac{p}{p_0 D} = a_D \frac{p}{p_0} + b_D$		相关系数 r_D	$B_r = a_B \lg(\frac{p}{p_0}) + b_B$		相关系数 r_B
	a_D	b_D		a_B	b_B	
长江粗砂	0.431	4.196	0.9993	0.240	-0.167	0.9732
长江细砾	0.422	2.015	0.9990	0.262	-0.154	0.9832
汉江粗砂	0.413	5.341	0.9984	0.250	-0.164	0.9872
汉江细砾	0.387	2.576	0.9972	0.236	-0.113	0.9909

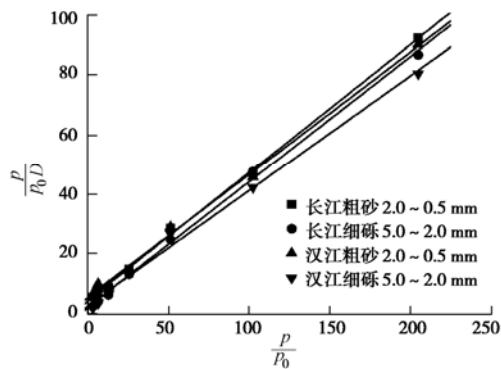


图 7 $\frac{p}{p_0 D}$ 与 $\frac{p}{p_0}$ 的线性拟合

Fig. 7 Linear fitting for $\frac{p}{p_0 D}$ and $\frac{p}{p_0}$

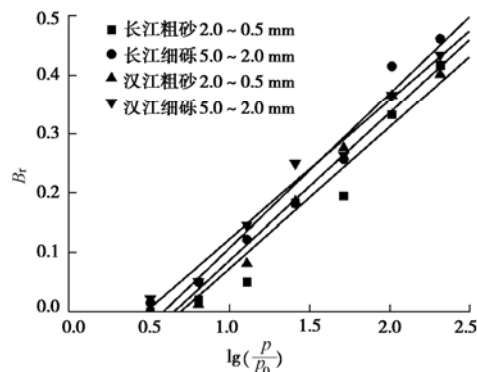


图 8 B_r 与 $\lg(\frac{p}{p_0})$ 的线性拟合

Fig. 8 Linear fitting for B_r and $\lg(\frac{p}{p_0})$

因此，如果压力 p 和土粒参数 a_D, b_D, a_B, b_B 已知，则可由式 (7)，(8) 分别来估计破碎分维数和破碎率。

5 结 论

- (1) 石英砂砾在压力达到一定值时颗粒破碎才发生，破碎应力和破碎量与粒径大小有关。破碎量随压力的增加而增加，但增加幅度渐次降低。
- (2) 颗粒破碎对石英砂砾的强度产生影响。随着颗粒破碎量的递增，粗砂的内摩擦角逐渐增大，细砾

的内摩擦角先增大后减小，最终趋于一个稳定的数值。
(3) 土粒破碎后的粒度分布具有良好的分形特性，破碎分维数反映了颗粒破碎后粒径的大小，分布的均匀程度。分维数越大，破碎量越大，并与 Hardin 破碎率存在较为显著的线性回归关系。
(4) 石英砂砾的破碎分维数与压力的关系可以用双曲线关系表示，Hardin 破碎率与压力的对数值呈线性关系。因此，只要压力和土粒参数已知，则可估计破碎分维数和破碎率。
分形理论是定量描述颗粒破碎的有用工具，本文研究结果在一定程度上表明了其应用前景。破碎分维数为颗粒破碎的定量估计提供了一个新的指标。

参考文献:

[1] DEBEER E E. The scale effect in the transposition of the results of deep sounding tests on the ultimate bearing capacity of piles and caisson foundation[J]. Geotechnique, 1963, 13(1): 39 - 75.
[2] LEE K L, FARHOOMAND I. Compressibility and crushing of granular soils in anisotropic triaxial compression[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1967, 4: 69 - 86.
[3] VESIC A S, CLOUGH G W. Behavior of granular materials under high stresses[J]. Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, 1968, 94(SM3): 661 - 688.
[4] 张家铭, 汪 稔, 张阳明, 等. 土体颗粒破碎研究进展[J]. 岩土力学, 2003, 24(增刊): 661 - 665. (ZHANG Jia-ming, WANG Ren, ZHANG Yang-ming, et al. Advance in studies of soil grain crush[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(S): 661 - 665. (in Chinese))
[5] 吴京平, 褚 瑶, 楼志刚. 颗粒破碎对钙质砂变形及强度特性的影响[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(5): 49 - 55. (WU Jing-ping, CHU Yao, LOU Zhi-gang. Influence of particle breakage on deformation and strength properties of calcareous sands[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(5): 49 - 55. (in Chinese))
[6] 孙吉主, 汪 稔. 三轴压缩条件下钙质砂的颗粒破裂过程

- 研究[J]. 岩土力学, 2003, **24**(5): 822 - 825. (SUN Ji-zhu, WANG Ren. Study on particle failure process of calcareous sand under triaxial compression[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, **24**(5): 822 - 825. (in Chinese))
- [7] 张家铭, 汪 稔, 石祥锋, 等. 侧限条件下钙质砂压缩和破碎特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, **24**(18): 3327 - 3331. (ZHANG Jia-ming, WANG Ren, SHI Xiang-feng, et al. Compression and crushing behavior of calcareous sand under confined compression[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, **24**(18): 3327 - 3331. (in Chinese))
- [8] 刘松玉, 童立元, 邱 钰, 等. 煤矸石颗粒破碎及其工程力学特性影响研究[J]. 岩土工程学报, 2005, **27**(5): 505 - 510. (LIU Song-yu, TONG Li-yuan, QIU Yu, et al. Crushable effects on engineering mechanical properties of colliery wastes[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, **27**(5): 505 - 510. (in Chinese))
- [9] 郭熙灵, 胡 辉, 包承纲. 堆石料颗粒破碎对剪胀性及抗剪强度的影响[J]. 岩土工程学报, 1997, **19**(3): 83 - 88. (GUO Xi-ling, HU Hui, BAO Cheng-gang. Experimental studies of the effects of grain breakage on the dilatancy and shear strength of rock fill[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, **19**(3): 83 - 88. (in Chinese))
- [10] 刘汉龙, 秦红玉, 高玉峰, 等. 堆石粗粒料颗粒破碎试验研究[J]. 岩土力学, 2005, **26**(4): 562 - 566. (LIU Han-long, QIN Hong-yu, GAO Yu-feng, et al. Experimental study on particle breakage of rockfill and coarse aggregates[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, **26**(4): 562 - 566. (in Chinese))
- [11] MIURA N, O-HARA S. Particle crushing of decomposed granite soil under shear stresses[J]. Soils and Foundations, 1979, **19**(3): 1 - 14.
- [12] 沈新慧. 天生桥混凝土面板堆石坝筑坝材料特性研究[C]// 水利水电科学研究院科学研究论文集. 北京: 水利水电出版社, 1985: 65 - 73. (SHEN Xin-hui. The rockfill material properties study on Tianshengqiao RFCD[C]// Symposium on Science Research Articles of China Institute of Water Resources and Hydropower Research. Beijing: China Water Power Press, 1985: 65 - 73. (in Chinese))
- [13] MARSAL R J. Mechanical properties of rockfill[C]// Embankment Dam Engineering (Casagrand Volume). New York: Wiley, 1973: 109 - 200.
- [14] HARDIN B O. Crushing of soil particles[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1985, **111**(10): 1177 - 1192.
- [15] TURCOTTE D L. Fractals and fragmentation[J]. Journal of Geophysical Research, 1986, **91**(B2): 1921 - 1926.
- [16] TYLER S W, WHEATCRAFT S W. Fractal scaling of soil particle-size distributions analysis and limitations[J]. Soil Science Society of America Journal, 1992, **56**: 362 - 369.
- [17] MCDOWELL G R, BOLTON M D, ROBERTSON D. The fractal crushing of granular materials[J]. J Mech Phys Solids, 1996, **44**(12): 2079 - 2102.
- [18] 杨培岭, 罗远培, 石元春. 用粒径的重量分布表征的土壤分形特征[J]. 科学通报, 1993, **38**(20): 1896 - 1899. (YANG Pei-ling, LUO Yuan-pei, SHI Yuan-chun. Fractal features of soil defined by grain weight distribution[J]. Chinese Science Bulletin, 1993, **38**(20): 1896 - 1899. (in Chinese))
- [19] 张季如, 朱瑞赓, 祝文化. 用粒径的数量分布表征的土壤分形特征[J]. 水利学报, 2004, **35**(4): 67 - 71, 79. (ZHANG Ji-ru, ZHU Rui-geng, ZHU Wen-hua. Fractal features of soils characterized by grain size distribution[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, **35**(4): 67 - 71, 79. (in Chinese))
- [20] KATZ A J, THOMPSON A H. Fractal sandstone pores: implications for conductivity and pore formation[J]. Physical Review Letters, 1985, **54**(12): 1325 - 1328.
- [21] 黄文竞. 高压应力下石英砂颗粒破碎机理的试验研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2007. (HUANG Wen-jing. Testing study on particle breakage mechanism of quartz sand under high pressure stress[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2007. (in Chinese))