

砂土的剪胀理论及其本构模型的发展

蔡正银¹, 李相菴²

(1. 南京水利科学研究院岩土工程研究所, 江苏 南京 210024; 2. 香港科技大学土木工程系, 香港)

摘要:经典的应力剪胀理论被广泛应用于土体弹塑性本构模型的建立, 较好地模拟了黏性土的变形特性。最新的研究表明: 由于应力剪胀理论中忽略了土体内部状态参量对剪胀的影响, 而使得该理论应用于砂土时发生了困难。近来一些学者纷纷将土的密度作为变量引入剪胀方程, 提出了状态相关剪胀理论, 成功地模拟了砂土的各种变形特性。本文就砂土的状态及其描述、剪胀理论的发展、砂土本构模拟等方面进行介绍。

关键词: 状态相关; 砂土; 剪胀理论; 本构模型; 状态参量

中图分类号: TU43

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)08-1122-07

作者简介: 蔡正银(1965-), 博士, 教授级高级工程师, 主要从事土工测试、土的本构模拟以及土工离心模型试验方面的研究工作。E-mail: zycail@nhri.cn。

Development of dilatancy theory and constitutive model of sand

CAI Zheng-yin¹, LI Xiang-song²

(1. Geotechnical Engineering Department, Nanjing Hydraulic Research Institute, Nanjing 210024, China; 2. Civil Engineering Department, The Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, China)

Abstract: Traditional stress dilatancy theory had been extensively used in constitutive modeling, and its application to clay was very successful. However it was found that this theory was not suitable for sand modeling due to the ignorance of internal state variable of materials in the definition of dilatancy equation. This problem had been recognized by some researchers in recent years, and some variables related to material state were combined into the dilatancy equation. The so called state-dependent dilatancy theory was suggested and applied in sand modeling. In this paper, the description of sand state, the development of dilatancy theory and constitutive modeling of sand behavior were introduced.

Key words: state-dependent; sand; dilatancy theory; constitutive model; state variable

0 引言

剪胀性是砂土最重要的特性之一。大量的试验结果证明, 对于同一种加载路径, 砂土的变形特性和强度主要取决于其自身的孔隙比 e 与有效平均正应力 p' 。1996年 Verdugo 和 Ishihara^[1]发现紧砂在高围压下剪切可能会出现松砂的特性, 而松砂在低围压下剪切可能会出现紧砂的特性。工程上根据砂土的相对密度划分的松紧状态已不能正确地反映其真实的密实程度, 还必须结合土体所处的应力水平加以考虑。Roscoe等^[2]最早强调 p' 和 e 的组合对土体变形特性的影响, 基于试验观察和理论研究, 他们提出了土体临界状态的概念, 临界状态线就是土体的极限状态在 $e-p'$ 平面的反映。

在建立土体的弹塑性本构模型时, 对土体剪胀 d 的正确描述是非常重要的。1962年 Rowe^[3]提出了应力剪胀理论, 被广泛应用于许多土体本构模型中, 特

别是黏土模型, 取得了极大的成功。按照应力剪胀理论, 剪胀 d 只与应力比 $\eta (=q/p')$ 有关, 而与材料的内部状态无关。对于正常固结的黏性土, 应力剪胀理论是非常适用的, 因为如果不考虑其它的内部状态参量, 土的孔隙比与平均有效正应力之间有唯一性的关系, 因此, 可以认为土的密度的影响在应力剪胀方程中是隐含的。对于砂土, 其密度与平均有效正应力之间不存在唯一性的关系, 如在室内制样时在同样的应力状态下可以将砂土试样制成各种密度。正是由于应力剪胀理论对于材料内部状态参量的忽视, 使得将该理论应用到砂土本构模拟时出现很大的问题。有些学者在对砂土的变形特性进行模拟时, 将具有不同密度的同一种砂土作为不同的材料, 分别采用多组模型参数来进行模拟, 这既不科学, 又费时费力。

收稿日期: 2006-11-30

近来一些学者认识到应力剪胀理论在砂土本构模拟方面存在的缺陷, 在建立砂土的弹塑性本构模型时将土体的密度作为变量引入剪胀方程, 提出了状态相关剪胀理论, 较好地模拟了砂土在各种状态下的变形特性。

本文就砂土的剪胀理论与本构模拟的最新发展等方面进行综述。

1 砂土的状态及其描述

1.1 砂土的当前状态

对于砂土, 人们通常用孔隙比 e 或相对密度 D_r 来描述其松紧程度, 工程上将 $0 < D_r < 1/3$ 的砂称为松砂, 将 $1/3 < D_r < 2/3$ 的砂称为中密砂, 而将 $2/3 < D_r < 1$ 的砂称为紧砂。大量的试验结果表明, 砂土在剪切时的应力 - 应变关系非常复杂: 排水条件下, 松砂剪切时发生剪缩, 其应力 - 应变关系表现为应变硬化, 而紧砂剪切时发生剪胀, 其应力 - 应变关系表现为应变软化; 不排水条件下, 松砂剪切时的应力应变 - 关系表现为塑性流动 (液化), 而紧砂剪切时的应力应变 - 关系表现为应变硬化。可见, 砂土的变形特性由其当前状态 (松紧程度) 所决定, 问题是如何来描述砂土的当前状态。

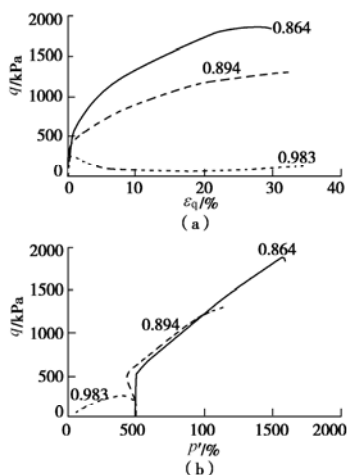


图1 Leighton-Buzzard 砂的三轴固结不排水试验

Fig. 1 Consolidated undrained triaxial tests on Leighton-Buzzard sand

图1为3个相对密度分别为11.5%、46.3%和69.8%的Leighton-Buzzard砂土试样在三轴固结不排水条件下的试验结果^[4], 试样的初始固结应力都为500 kPa。试验过程中紧砂 ($D_r = 69.8\%$) 产生了很强的剪胀, 其应力 - 应变关系表现为应变硬化。反之, 松砂 ($D_r = 11.5\%$) 剪切时的应力应变 - 关系表现为塑性流动, 而中密砂 ($D_r = 46.3\%$) 的剪胀特性介于紧

砂和松砂之间。试验表明: 砂土的变形特性取决于其相对密度 (D_r) 或孔隙比 e 。

图2为4个具有相同相对密度 ($D_r = 37.9\%$) 的Toyoura砂土试样在三轴固结不排水条件下的试验结果^[1], 试样的初始固结应力 p'_0 分别为100, 1000, 2000和3000 kPa。当 $p'_0 = 3000$ kPa时, 试样表现为松砂的特性, 其应力 - 应变关系表现为塑性流动。而当 $p'_0 = 100$ kPa时, 试样表现为紧砂的特性, 其应力 - 应变关系表现为应变硬化。研究表明, 对于具有同样密度的砂土, 剪切时可以表现为松砂的特性, 也可以表现为密砂的特性, 取决于其初始固结应力, 通常又称为有效平均正应力。

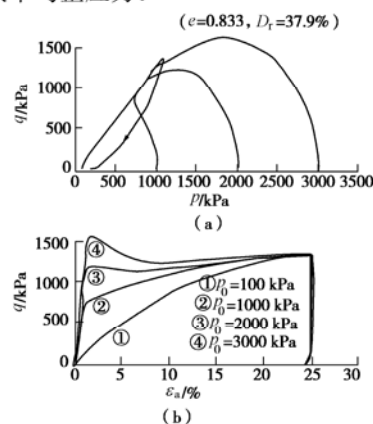


图2 Toyoura 砂的三轴固结不排水试验

Fig. 2 Consolidated undrained triaxial tests on Leighton-Buzzard sand on Toyoura sand

从以上两组试验结果可以得到如下结论: 砂土在剪切过程中可以发生剪缩, 也可以发生剪胀, 其变形特性既取决于砂土本身的密度, 又取决于应力水平 (有效平均正应力)。换言之, 砂土的变形特性取决于其所处的当前状态, 而当前状态可以用密度和有效平均正应力来描述。这与黏土, 特别是正常固结黏土的变形特性有着本质的区别。对于正常固结的黏土, 有效平均正应力和土样的密度 (或含水率) 之间有着——对应的关系, 所以它的特性可以完成由应力水平决定。

1.2 土体的临界状态和相变状态

1958年Roscoe等^[2]为描述黏土的应力 - 应变特性提出了临界状态的概念。临界状态是指土体变形过程中达到的极限状态: 在土体继续变形过程中, 体积、有效平均正应力和剪应力都不再发生变化, 表示为

$$\frac{\partial p'}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial \varepsilon_q} = 0 \quad (1)$$

土的临界状态首先是从三轴排水试验中观测到的。对黏性土, 研究结果证实其临界状态线在 $e - \ln p'$ 平面内为一直线, 该线平行于正常固结线, 如图3所

示。在一些土体本构模型的建立过程中, 临界状态线经常被用来作为参考线, 如剑桥模型。临界状态土力学被认为是土体弹塑性本构模型发展的基础, 已成为描述土体本构特性的框架, 被广泛应用于土体的本构模拟中, 特别是用来描述黏性土的应力-应变关系。

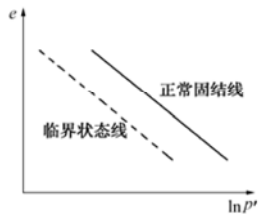


图3 黏土的临界状态线

Fig. 3 Critical state line of clayey soil

对于砂土, 其固结特性与黏土截然不同。在 $e-p'$ 平面内不存在唯一的正常固结线, 而是有无数条正常固结线, 彼此之间也不平行, 因此, 不能将用于黏性土本构模拟的基于临界状态土力学的框架直接移植到砂土中。最近的研究结果显示, 砂土的临界状态线在 $e-\ln p'$ 平面不是直线^[4-5], 这与黏性土也有很大的差别。通过对有效平均正应力进行归一化, 在 $e-(p'/p_a)^\xi$ 平面得到了一条直线, 其数学表达式为

$$e_c = e_r - \lambda_c \left(\frac{p'_c}{p_a} \right)^\xi, \quad (2)$$

式中, p_a 为大气压力, e_r , λ_c 和 ξ 为率定系数, 可由常规三轴压缩试验得到。除此以外, 在 $q-p'$ 平面内存在一条临界应力比线, 它是一条通过坐标圆点的直线, 其斜率 M 为临界应力比。图4为Cai通过三轴压缩试验得到的Leighton-Buzzard砂土的临界状态线。

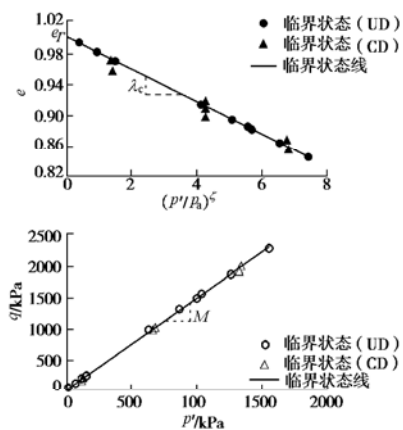


图4 Leighton-Buzzard 砂的临界状态线

Fig. 4 Critical state line of Leighton-Buzzard sand

除了临界状态以外, 砂土在变形过程中经常出现的另外一个特殊的状态是相变状态(特征状态), 该状态在模拟土的应力-应变关系时也常常被用来作为参

考。砂土的相变状态是紧砂或中密砂在不排水过程中出现的状态, 是指孔隙水压力由增加到减小的突变状态。而砂土的特征状态是紧砂或中密砂在排水过程中出现的状态, 是指土体体积变形由压缩到开始膨胀的突变状态。Chu^[6]通过试验证明相变状态和特征状态是等价的。对于松砂来说, 一般也可以认为相变状态(特征状态)等同于临界状态。

1.3 砂土状态参量、状态指数和相对剪胀指数

如果仅仅知道 e 和 p' 的值, 还不足以确定该砂土的紧密程度, 因为缺乏一个相对固定的状态作为参考。1985年Been和Jeffries^[7]将砂土的临界状态作为参考, 定义了一个状态参量 ψ , 用来描述砂土的当前状态。 ψ 的定义如图5所示, 其值为当前有效平均正应力下的孔隙比与临界孔隙比 e_c 之差, 表示为

$$\psi = e - e_c, \quad (3)$$

将式(2)代入式(3), 可得

$$\psi = e - [e_r - \lambda_c \left(\frac{p'}{p_a} \right)^\xi] \quad (4)$$

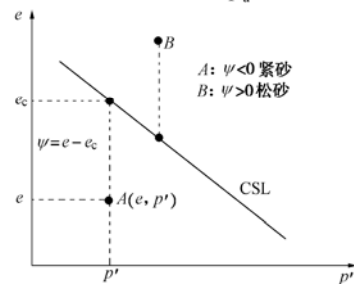


图5 砂土的状态参量

Fig. 5 State variables of sand

这样, 只要知道砂土的当前状态 (e, p') , 就能确定目前该砂处于什么状态。当 $\psi < 0$, 表示该砂目前比临界状态“紧密”, 处于相对紧密状态, 剪切时会发生“剪胀”, 而且 ψ 越大, 其剪胀性就越强。反之, 当 $\psi > 0$, 表示该砂目前比临界状态“疏松”, 处于相对疏松状态, 剪切时会发生“剪缩”, 而且 $|\psi|$ 越大, 其剪缩性就越强。可见, ψ 可以作为反映砂土剪胀程度的参量。正因为如此, 在砂土弹塑性本构模型建立过程中, ψ 得到广泛的使用。

基于一系列砂土三轴不排水压缩试验结果, 1993年Ishihara^[8]发现任何两个具有相同“相对初始状态”的砂土试样剪切时具有相同的应力-应变关系。为了量化这个“相对初始状态”, Ishihara和Verdugo提出了一个状态指数 I_s , 其表达式为

$$I_s = \frac{e_u - e}{e_u - e_Q}, \quad (5)$$

式中, e_u 和 e_Q 的定义如图6所示。图中QSS线为砂土的准稳定状态线, UR线(斜线部分)为极松砂的

等向排水固结线。UR 线（直线部分）对应的孔隙比为极限孔隙比，大于此孔隙比土体的稳定状态强度都为 0。从图 6 中可以发现， I_s 的大小由 e 和 p' 决定， I_s 越大土的剪胀性越强，因此 I_s 可以作为衡量土体当前状态的指标。 $I_s = 0$ 和 $I_s = 1$ 的初始状态分别对应 UR 线和 QSS 线。

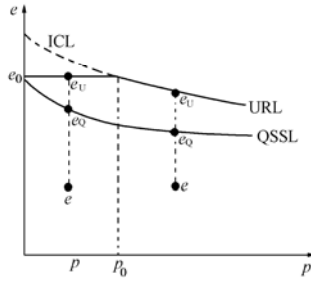


图 6 砂土的状态指数

Fig. 6 State indices of sand

1986 年 Bolton^[9]教授通过对 17 种砂土的三轴试验和平面应变试验结果进行分析，指出：①临界状态的剪胀特性是理解砂土变形特性的关键；②有效平均正应力 p' 和密度 e 都会影响砂土的剪胀和强度指标。为了量化 p' 和 e 对砂土剪胀特性的影响，Bolton 定义了一个相对剪胀指数 I_R ，其表达式为

$$I_R = I_D(Q - \ln p') - R, \quad (6)$$

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}}, \quad (7)$$

式中， Q 和 R 为两个常数， I_D 为砂土的相对密度。

ψ ， I_s 和 I_R 都将砂土的状态和有效平均正应力 p' 和密度 e 联系起来，可以用来作为砂土状态变量。

2 砂土的剪胀与剪胀理论

2.1 砂土的剪胀及其与塑性流动的关系

与其它绝大多数材料不同，土体在剪切条件下除了发生剪切变形，还会产生体积变形，而该变形可能是体积膨胀，也可能是体积压缩，取决于土体的当前状态。土体的这种剪胀特性使得对其模拟时非常复杂，合理地描述土体的剪胀特性成为正确建立土的弹塑性本构模型的关键。土体的剪胀特性通常用“剪胀”来描述，在三轴空间，剪胀 d 定义为塑性体变增量 $d\varepsilon_v^p$ 与塑性剪应变增量 $d\varepsilon_q^p$ 之比，即 $d = d\varepsilon_v^p / d\varepsilon_q^p$ ，可以证明剪胀与塑性理论中的流动法则密切相关。

在建立土体的弹塑性本构模型时，土体的塑性变形特性由 3 个准则来确定，即屈服准则、流动法则和硬化法则。按照经典的塑性理论，流动法则表示为

$$d\varepsilon_{ij}^p = L \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (8)$$

式中， L 为加载因子，是一个非负标量函数。 Q 为塑性势函数。梯度矢量 $\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}}$ 规定了塑性应变增量矢量

$d\varepsilon_{ij}^p$ 的方向，也就是塑性势能面 $Q = 0$ 在当前应力点的法线方向。塑性应变增量矢量 $d\varepsilon_{ij}^p$ 的长度或大小由加载因子 L 确定。在三轴空间，流动法则可以简化为

$$d\varepsilon_v^p = L \frac{\partial Q}{\partial p}, \quad (9)$$

$$d\varepsilon_q^p = L \frac{\partial Q}{\partial q}. \quad (10)$$

由于 $\frac{\partial Q}{\partial p}$ 和 $\frac{\partial Q}{\partial q}$ 只是规定了 $d\varepsilon_v^p$ 和 $d\varepsilon_q^p$ 的方向或它们之间的比例，根据剪胀的定义可以将流动法则进一步可以简化为

$$\left. \begin{aligned} d\varepsilon_v^p &= Ld \\ d\varepsilon_q^p &= L \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式 (11) 表明剪胀与塑性流动密切相关，因此正确描述塑性流动必须首先规定土体的剪胀。

2.2 经典的应力剪胀理论及存在的问题

历史上在建立黏性土的本构模型时，Rowe 的应力剪胀理论得到了广泛的应用。如著名的剑桥模型中，剪胀的定义为 $d = M - \eta$ ，其中 M 为土的临界应力比， η 为应力比。可见在应力剪胀理论中，剪胀只与土的应力状态有关，而与材料本身的状态无关。由于黏性土本身的状态（如土的密度）与应力状态相对应，故应力剪胀理论隐含了与材料密度的函数关系，能很好地描述其剪胀特性。其它一些运用应力剪胀理论的例子包括：

在修正剑桥模型中，剪胀的定义为

$$d = (M^2 - \eta^2) / 2\eta, \quad (12)$$

对于一般的椭圆屈服面模型，剪胀定义为

$$d = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^2 \frac{1-\alpha f(\alpha)}{\eta} M^2, \quad (13)$$

$$f(\alpha) = \frac{\alpha + \sqrt{\alpha^2 - (2\alpha + 1) \left[1 + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\eta}{M} \right)^2 \right]}}{2\alpha - 1}, \quad (14)$$

式中， α 为描述剪缩的一个参数。

在水滴型椭圆屈服面模型中，剪胀定义为

$$d = 2 \frac{1 - (\eta/M)^2}{\eta/M^2}. \quad (15)$$

其它还有许多土的本构模型都建立在应力剪胀理论的基础上，包括一些砂土的本构模型。如前所述，对于砂土其剪胀特性不仅取决于应力状态，而且取决于土的密度，而土的密度与当前应力状态基本无关。因此，应力剪胀理论对于描述砂土的剪胀特性是不适

宜的。

图 7 所示为 3 个具有不同密度砂土试样的三轴不排水试验结果, 试验时的初始固结应力都相同。图 7 中的虚线代表某一应力比, 它与松砂、中密砂和紧砂的应力路径分别相交于 A, B, C 三点。显然, 在 A 点, 孔隙水应力增量为正, 土样表现为剪缩的特性, $d > 0$ 。而在 B 点和 C 点, 孔隙水应力增量为负, 土样表现为剪胀的特性, $d < 0$ 。这说明对于同一种砂, 当土体的密度不一样时, 剪胀与应力比之间没有一一对应的关系, 这同时说明剪胀应该与密度联系起来。

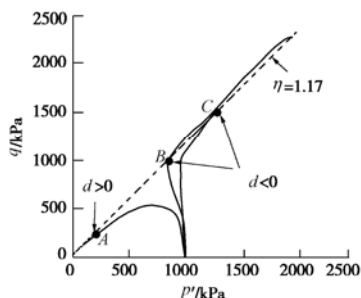


图 7 三轴不排水试验中 d 的变化

Fig. 7 Variation of d in consolidated undrained triaxial tests

2.3 砂土的状态相关剪胀理论

经典的应力剪胀理论由于没有考虑材料内部状态的影响, 导致在利用其对砂土进行模拟时出现困难。为了解决这个问题, 近来一些学者纷纷将应力水平与土体的密度同时引入剪胀方程, 建立了一系列材料状态相关的砂土本构模型。这些新提出的剪胀方程中有的直接将孔隙比引入, 有的将砂土的状态参量或状态指数引入, 可统称为状态相关剪胀方程。

1997 年 Manzari 和 Dafalias^[10]提出了一个基于临界状态的砂土双屈服面弹塑性本构模型, 模型中的剪胀方程表示为

$$D = \sqrt{2/3} A (M_{c,c}^d - \eta) \quad (16)$$

式中, A 为模型常数, $M_{c,c}^d$ 为三轴压缩和拉伸时的剪胀应力比, 表示为

$$M_c^d = M_c + k_c^d \psi \quad (17)$$

$$M_{c,c}^d = M_c + k_c^e \psi \quad (18)$$

式中, k_c^d 和 k_c^e 为模型常数, M_c 和 $M_{c,c}$ 分别为三轴压缩和拉伸时的临界应力比, ψ 为状态参量。从式 (18) 中可以发现, 当 $\psi = 0$ 时, $M_{c,c}^d = M_{c,c}$, 说明土体达到临界状态。当 ψ 为任一数值时, 剪胀应变比永远不等于临界应力比, 其数值取决于 ψ 的大小。由于引入状态参量, 该本构模型较好地反映了砂土从很松到紧密状态的变形特性。

1998 年 Cubrinovski 和 Ishihara^[11]基于状态的概念提出了一个砂土应力 - 应变 - 剪胀模型。模型中的剪胀方程表示为

$$d = \mu - \frac{q}{p'} c \quad (19)$$

式中, $q = (\sigma_1 + \sigma_2)/2$ 为剪应力, c 为一个常数。 μ 与状态有关, 其表达式为

$$\mu = \mu_0 + \frac{2}{\pi} (M - \mu_0) \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon_a^p}{S_c} \right) \quad (20)$$

式中, μ_0 , M 和 S_c 都为常数。可见剪胀与塑性剪切变形有关。

1999 年 Gajo 和 Wood^[12]基于临界状态的概念建立了一个砂土本构模型, 取名为 Severn-Trent。模型中提出了两个剪胀方程, 分别为

$$d = A[M(1 + k_d \psi) - \eta] \quad (21)$$

$$d = A(M - \eta)^\gamma \quad (22)$$

式中, A , k_d 和 γ 都为模型常数。显然, 式 (21) 为状态相关剪胀方程, 式 (22) 为应力剪胀方程。模拟的结果显示式 (21) 较好地反映了砂土的变形特性。

1999 年 Wan 和 Guo^[13]直接将孔隙比引入剪胀方程, 建立了一个基于当前状态的砂土本构模型, 其剪胀方程表达式为

$$d = \frac{(e/e_{cr})M - \eta}{1 - (e/e_{cr})M\eta} \quad (23)$$

式中, e_{cr} 为砂土的临界孔隙比。

$$\eta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \quad (24)$$

$$M = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} \right)_{cr} \quad (25)$$

2000 年 Li 和 Dafalias^[14]明确提出了砂土状态相关剪胀理论, 其一般型式可表示为

$$d = f(\eta, e, Q, C) \quad (26)$$

式中, Q 和 C 代表除孔隙比以外的其他的材料内部状态变量。这样, 式 (26) 将剪胀与材料的当前状态紧密地联系起来。经过对砂土变形特性的深入研究, Li 和 Dafalias 进一步提出了砂土状态相关剪胀理论的特殊型式:

$$d = d_0 [1 - e^{(\text{sgn } \psi)m|\psi|^m}] \quad (27)$$

后又改进为

$$d = d_0 (e^{m\psi} - \frac{\eta}{M}) \quad (28)$$

式中, d_0 和 m 为模型参数, 这两个参数都可从常规三轴试验结果得到。可以发现式当 $m = 0$, $d_0 = M$ 时式 (28) 还原为剑桥模型的剪胀方程。

3 砂土本构模型及其验证

基于状态相关剪胀理论, 一些学者相继建立了一系列砂土弹塑性本构模型, 现以 Li 和 Dafalias 建立的模型加以简单介绍, 并用 Leighton-Buzzard 砂土的试验结果加以验证。在三轴空间该砂土本构模型形式为

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dp \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} - \frac{1}{K_p + 3G - K\eta d} \begin{bmatrix} 9G^2 & -3KG\eta \\ 3KGd & -K^2\eta d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d\varepsilon_q \\ d\varepsilon_v \end{Bmatrix}.$$

(29)

式中 d 为砂土的剪胀, 采用状态相关剪胀理论, 表达式为式 (28); G 和 K 分别为土的剪切模量和体积模量, K_p 为塑性模量, G 通过如下的经验公式确定:

$$G = G_0 \frac{(2.97 - e)^2}{1 + e} \sqrt{p' p_a},$$

(30)

式中, G_0 为材料参数, K 和 G 的关系式为

$$K = G \frac{2(1 + \nu)}{3(1 - 2\nu)},$$

(31)

式中, ν 为泊松比。

塑性模量 K_p 隐含了材料的硬化概念, 模型中定义了一个状态相关的塑性模量, 其表达式为

$$K_p = hG \left(\frac{M}{\eta} - e^{m\psi} \right),$$

(32)

式中, h 和 n 为两个模型参数。可见 K_p 和材料的状态参量 ψ 有关。

模型中共包括 10 个参数, 分为 3 组, 如表 1 所示。其中临界状态参数和剪胀参数都可以通过三轴试验结果进行率定。

表 1 Leighton-Buzzard 砂模型参数

Table 1 Model parameters of Leighton-Buzzard sand		
弹性参数	临界状态参数	剪胀参数
$G_0 = 150$	$M = 1.185$	$d = 0.52$
$\nu = 0.35$	$e_\Gamma = 0.998$	$m = 2.42$
	$\lambda = 0.0198$	$h = 0.62$
	$\xi = 0.68$	$n = 1.45$

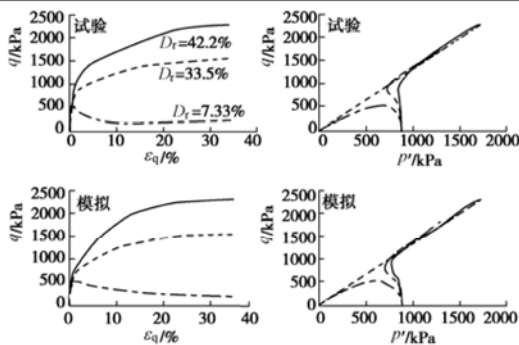


图 8 三轴固结不排水压缩试验及模拟

Fig. 8 Consolidated undrained triaxial compression tests and simulation

2001 年 Cai 曾就 Leighton-Buzzard 砂土进行了大量的试验研究, 包括三轴排水与不排水压缩、三轴排水与不排水拉伸、三轴循环荷载试验以等, 并通过表 1 中的模型参数对所有试验结果进行了模拟。图 8~13 所示为所有试验结果与模拟结果的对比。可见由于采用了状态相关剪胀理论, 该本构模型能较好地反映砂土的各种变形特性。

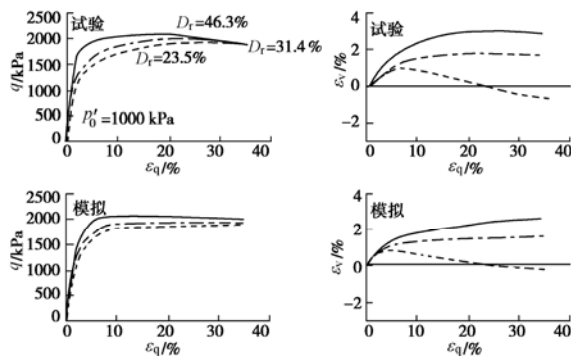


图 9 三轴固结排水压缩试验及模拟

Fig. 9 Consolidated drained triaxial compression tests and simulation

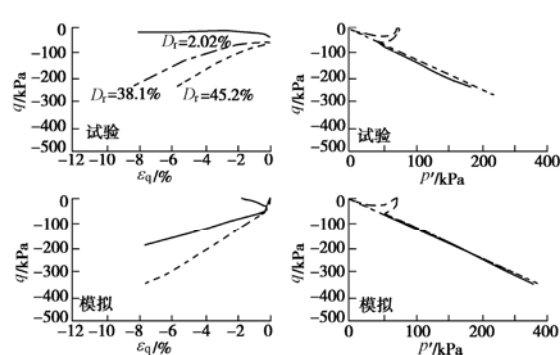


图 10 三轴固结不排水拉伸试验及模拟

Fig. 10 Consolidated undrained triaxial extension tests and simulation

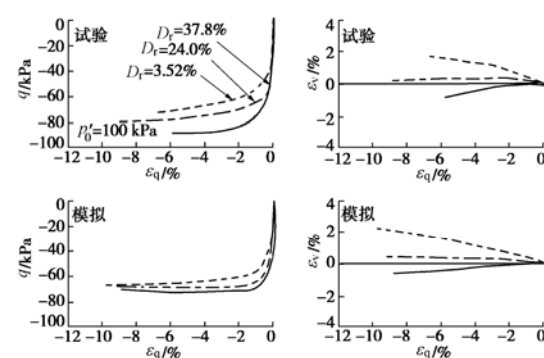


图 11 三轴固结排水拉伸试验及模拟

Fig. 11 Consolidated drained triaxial extension and simulation

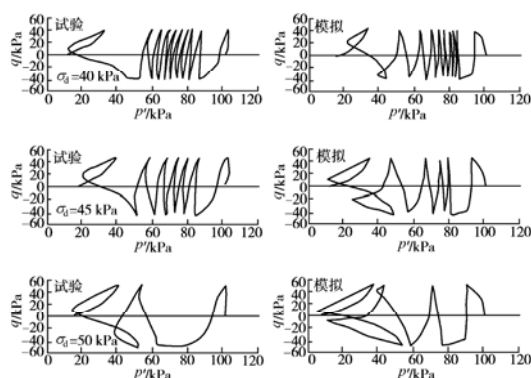
图 12 三轴循环荷载试验及模拟 ($p'_0 = 100 \text{ kPa}$, $D_r = 37.7\%$)

Fig. 12 Triaxial cyclic loading tests and simulation

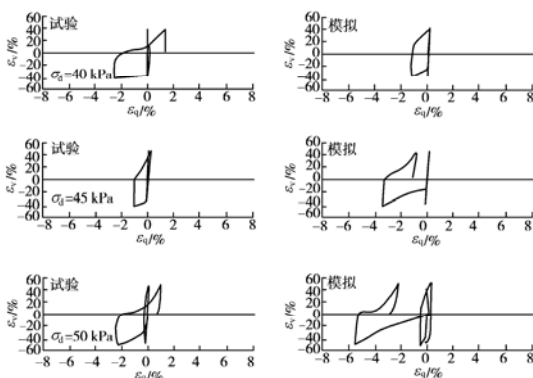
图 13 三轴循环荷载试验及模拟 ($p'_0 = 100 \text{ kPa}$, $D_r = 37.7\%$)

Fig. 13 Triaxial cyclic loading tests and simulation

4 结 语

本文从砂土的变形特性入手, 首先介绍了砂土的状态及其描述, 然后围绕土体弹塑性本构模型建立过程中的剪胀理论, 着重讨论了经典的应力剪胀理论及其在砂土本构模拟中存在的问题。接着介绍了状态相关剪胀理论以及该理论在一些砂土本构模型中的具体应用情况。最后通过对一组试验结果的模拟验证了基于状态相关剪胀理论建立的本构模型。

参考文献:

[1] VERDUGO R, ISHIHARA K. The steady state of sandy

soils[J]. Soils and Foundations, 1996, **36** (2): 81 - 91.

[2] ROSCOE K H, SCHOFIELD A N, WROTH C P. On the yielding of soils[J]. Geotechnique, 1958, **8**(1): 22 - 53.

[3] ROWE P W. The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact[C]// Proc Royal Society, London, 1962, A269: 500 - 527.

[4] CAI Z Y. A comprehensive study of state-dependent dilatancy and its application in shear band formation analysis[D]. Hong Kong: The Hong Kong Univ of Sci & Tech, 2001.

[5] LI X S, WANG Y. Linear representation of steady-state line for sand[J]. J of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1998, **124** (12): 1215 - 1217.

[6] CHU J. An experimental examination of the critical state and other similar concepts for granular soils[J]. Can Geotech J, 1995, **32**: 1065 - 1075.

[7] BEEN K, JEFFERIES M G. A state parameter for sands[J]. Geotechnique, 1985, **35**(2): 99 - 112.

[8] ISHIHARA K. Liquefaction and flow failure during earthquakes[J]. 33rd Rankine Lecture, Geotechnique, 1993, **43**(3): 351 - 415.

[9] BOLTON M D. The strength and dilatancy of sands[J]. Geotechnique, 1986, **36**(1): 65 - 78.

[10] MANZARI M T, DAFALIAS Y F. A critical state two-surface plasticity model for sands[J]. Geotechnique, 1997, **47**(2): 255 - 272.

[11] CUBRINOVSKI M, ISHIHARA K. Modeling of sand behavior based on state concept[J]. Soils and Foundations, 1998, **38**(3): 115 - 127.

[12] GAJO A, WOOD D M. Severn-trent sand: a kinematic-hardening constitutive model: the q - p formulation[J]. Geotechnique, 1999, **49**(5): 595 - 614.

[13] WAN R G, GUO R G. A simple constitutive model for granular soils: modified stress-dilatancy approach[J]. Computers and Geotechnics, 1998, **22**(2): 109 - 133.

[14] LI X S, DAFALIAS Y F. Dilatancy for cohesionless soils[J]. Geotechnique, 2000, **50**(4): 449 - 460.