

采动区地基、条形基础与框架结构共同作用机理研究

夏军武, 袁迎曙, 董正筑

(中国矿业大学建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 本文综合应用结构力学、矿山开采沉陷学、土力学、材料力学等相关理论, 建立了采动区地基-条形基础-框架结构共同作用力学模型。该力学模型综合考虑了开采盆地形成过程中地表变形对建筑物的动态影响以及框架结构建筑物的基础和建筑物的长度等影响因素, 从理论上分析了采动过程中上部结构变形、内力等变化规律及主要因素的影响规律, 推导出计算采动区建筑物移动变形和各种附加内力的计算公式, 通过计算实例进行了验证, 为采动区上方框架结构建筑物的保护、加固和设计提供了理论依据和计算工具。

关键词: 采动区; 共同作用; 力学模型; 条形基础; 剪弯梁

中图分类号: TD325

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2007)04-0537-05

作者简介: 夏军武(1967-), 女, 北京市人, 教授, 博士, 博士生导师, 主要从事采动区建筑物保护方面的研究。E-mail: xjunw@163.com。

Mechanism study on subsoil-strap footing-framework interaction in mining subsidence area

XIA Jun-wu, YUAN Ying-shu, DONG Zheng-zhu

(School of Architecture & Civil Engineering, China University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China)

Abstract: By applying the theory of structural mechanics, mine exploitation subsidence science, soil mechanics, and material mechanics synthetically, the mechanical model of ground-strap footing-framework interaction in mining subsidence area was established. Influence factors such as the dynamic effect of the ground deformation on the structure during the forming process of exploitation basin, the length of the frame structure and its foundation were comprehensively considered in this model. The effect of the deformation of structure and internal force during exploitation was theoretically analyzed, and equations to calculate the deformation of structure and various additional internal forces in mining subsidence area were derived. Validated by actual examples, these expressions provided theoretical arguments and calculative facilities for the protection, reinforcement and design of frame structures in mining subsidence area.

Key words: mining subsidence area; interaction; mechanical model; strap footing; beam on elastic foundation

0 引言

以往采动区地基、基础和上部结构共同作用问题主要针对砖混结构进行了深入研究^[1-5]。文献[5]将上部砖混结构和基础简化为纯弯曲梁模型, 研究地表变形对地基反力和基础内力的影响规律。但多层框架结构以框架柱承受集中力和弯矩的形式作用于基础梁, 因而, 不能采用纯弯曲梁模型研究采动区上方多层框架结构。框架结构受力、变形的特点是: 在竖向荷载作用下, 框架的竖向变形以剪切变形为主, 即各柱之间产生相对竖向错动, 而条形基础长度较大, 必须考虑地表变形引起的弯矩作用, 所以, 地基、条形基础和框架结构共同作用可简化为弹性地基上的剪弯梁模型。

1 共同作用力学模型的建立

由于地表下沉盆地随采煤工作面推进而移动, 建筑物位于下沉盆地的不同位置, 所受到的地表移动变形影响不同, 同时建筑物内各点的移动变形及应力大小也各不相同。通过建立地表下沉和地面建筑物两个相互独立又相互联系的坐标系, 研究建筑物地基、基础和上部结构的共同作用问题。

建立如图1所示的两个坐标系。地表下沉坐标系为 $w_1(x)-O_1-X$, 原点 O_1 建立在最大下沉起始点对应的地表点上, 横坐标指向工作面推进方向, 纵坐标指向下; 地面建筑物坐标系为 $w(s)-O-S$, 原点 O 建立在

基金项目: 江苏省青蓝工程资助

收稿日期: 2006-02-27

建筑物左端,距地表下沉坐标系原点 O_1 的距离为 x ,横坐标轴 S 轴与 X 轴指向一致,纵坐标轴指向下。建筑物内任意点 s 的下沉为 $w(s)$ 、对应地表点的下沉为 $w_1(x+s)$ 。

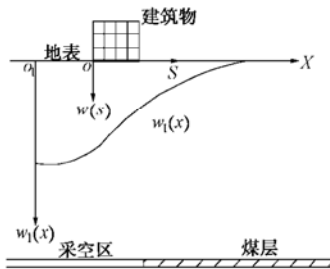


图 1 建筑物与地表下沉坐标系

Fig. 1 Coordinate system of building against foundation subsidence

1.1 基本假设

根据采动区上方地基-条形基础-框架结构特征进行简化,其计算简图见图 2。

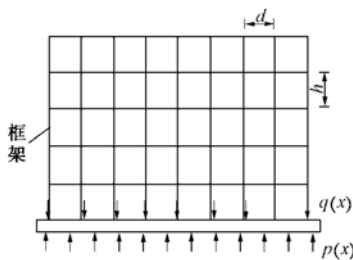


图 2 条形基础框架结构力学模型计算简图

Fig. 2 Mechanical model of frame structure with strap footing

1.1.1 地基模型

地基的应力-应变关系满足 Winkler 弹性地基模型^[6],根据 Winkler 弹性地基理论,地基反力与建筑物切入地基值成正比,得到

$$\sigma_d(s) = k[w(s) - w_1(x+s)] \quad (1)$$

式中, $\sigma_d(s)$ 为建筑物底部地基上任意一点所受的地基反力 (kN/m^2), k 为地基基床系数 (kN/m^3), $w(s)$ 为建筑物内任意点 s 的下沉值 (m), $w_1(x+s)$ 为对应于建筑物内任意点 s 的地表下沉值 (m)。

1.1.2 条形基础与框架结构共同作用模型

将多层框架结构连续化处理后,框架竖向变形简化为剪切变形;同时考虑条形基础的弯曲变形,将条形基础简化为受上部结构约束的弹性地基上的剪弯梁,剪弯梁挠曲微分方程为

$$EJ \frac{d^4 \omega(x)}{dx^4} - (GF + g) \frac{d^2 \omega(x)}{dx^2} = q(x) - p(x) \quad (2)$$

式中, $p(x)$ 为地基反力 (kN/m^2), $q(x)$ 为上部结构传来的竖向荷载 (kN/m^2), EJ 为基础梁的弯曲刚度 ($\text{kN}\cdot\text{m}^2$), GF 为框架的竖向剪切刚度 (kN), g 为底层柱端的约束线刚度 (kN)。

$$\text{此外, } GF = \frac{12}{d(\frac{1}{K_b} + \frac{1}{K_c})}, \quad K_b = \frac{\Sigma EI_b}{d}$$

$$K_c = \frac{\Sigma EI_c}{h}, \quad g = \frac{6K_{cl}}{d} \quad \circ$$

式中 ΣEI_b 为同一开间各层梁的抗弯刚度之和 ($\text{kN}\cdot\text{m}^2$); ΣEI_c 为同一根柱各层柱的抗弯刚度之和 ($\text{kN}\cdot\text{m}^2$); K_{cl} 为框架底层柱的线刚度 ($\text{kN}\cdot\text{m}$); d 为柱的间距 (m)。

当基础较高,考虑刚度影响时, $g = \frac{6(1+r)K_{cl}}{d(1-r)^3}$, 其中 r 为刚域长度系数。

1.1.3 开采沉降模型

矿山开采沉降学有关理论,采用三角函数法^[7]描述地表变形曲线,地表下沉曲线可表示为

$$w_1(x) = w_0(1 - \frac{x}{L} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\pi \frac{x}{L}) \quad (3)$$

式中, $w_1(x)$ 为距 O_1 点距离为 x 位置的地表下沉值 (m), w_0 为最大下沉值 (m), L 为半盆地长 (最大下沉点至下沉盆地边界点的距离) (m)。

地表倾斜为

$$i_1(x) = -2 \frac{w_0}{L} \sin^2 \pi \frac{x}{L} \quad (4)$$

地表曲率为

$$k_1(x) = -2\pi \frac{w_0}{L^2} \sin 2\pi \frac{x}{L} \quad (5)$$

式中 $i_1(x)$ 为距 O_1 点距离为 x 位置的地表倾斜值 (m); $k_1(x)$ 为距 O_1 点距离为 x 位置的地表曲率值 (m)。

1.2 共同作用力学模型建立

将式 (1)、(3) 代入式 (2) 得到弹性地基上剪弯梁的挠曲微分方程式 (6)

$$EJ \frac{d^4 \omega(s)}{ds^4} + a \frac{d^2 \omega(s)}{ds^2} + k\omega(s) =$$

$$q_q + kw_0(1 - \frac{x+s}{L} + \frac{1}{2\pi} \sin(2\pi \frac{x+s}{L})) \quad (6)$$

式中, $a = -(GF + g)$, q_q 为上部结构传来的等效均布竖向力。

式 (6) 即为采动区上方条形基础的框架结构共同作用的微分方程。

1.3 边界条件

(1) 条形基础的两端为自由端,剪力为零,即当 $s=0, s=l$ 时, $\frac{d^3 \omega(s)}{ds^3} = 0$, 式中 l 为条形基础 (建筑物) 长度 (m)。

(2) 条形基础的建筑物两端为自由端,弯矩为零,即

$$\text{当 } s=0, s=l \text{ 时, } \frac{d^2 \omega(s)}{ds^2} = 0 \quad \circ$$

根据采动区地表下沉曲线和上述边界条件,求解条形基础的建筑物挠曲线方程,再由挠曲线方程分别求解地基附加反力、建筑物附加内力和附加变形。

2 共同作用微分方程求解

2.1 求补解

根据欧拉方程的解法,先求对应齐次欧拉方程的解,称之为原方程的补解。

令 $w = e^{\lambda s}$, $b = \frac{a}{EJ}$, $q = \frac{k}{EJ}$, 其中 λ 为待定系数,代入式(6),得

$$\lambda^4 + b\lambda^2 + q = 0,$$

解出:

$$\lambda_{1,2} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{-2b + 2\sqrt{(b^2 - 4q)}} ,$$

$$\lambda_{3,4} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{-2b - 2\sqrt{(b^2 - 4q)}} ,$$

得到齐次解为

$$w(s) = c_1 e^{d1s} + c_2 e^{-d1s} + c_3 e^{d2s} + c_4 e^{-d2s} , \quad (7)$$

式中

$$d1 = \frac{1}{2} \sqrt{-2b + 2\sqrt{(b^2 - 4q)}} \quad d2 = \frac{1}{2} \sqrt{-2b - 2\sqrt{(b^2 - 4q)}} ;$$

c_1, c_2, c_3, c_4 为待定系数。

2.2 求通解

令特解 $w^* = E_1 + E_2 s + E_3 \sin\left(2\pi \frac{s}{L}\right) + E_4 \cos\left(2\pi \frac{s}{L}\right)$ 将

特解代入式(6),根据方程两边对应系数相等的原则,经整理得 E_1, E_2, E_3, E_4 , 将补解与特解相加,即得式(6)的通解式为

$$w(s) = c_1 e^{d1s} + c_2 e^{-d1s} + c_3 e^{d2s} + c_4 e^{-d2s} + \frac{q}{k} + w_0 - \frac{w_0}{L}(x+s) + h \sin(m(x+s)) , \quad (8)$$

式中, $h = \frac{k w_0}{2\pi(EJ(\frac{2\pi}{L})^4 - a(\frac{2\pi}{L})^2 + k)}$, $m = \frac{2\pi}{L}$ 。

2.3 求待定系数

对式(8)两边求导,根据边界条件可得

$$\begin{aligned} M(0) &= 0 , \\ c_1 d1^2 + c_2 d1^2 + c_3 d2^2 + c_4 d2^2 - h \sin(mx) m^2 &= 0 ; \\ M(l) &= 0 , \\ c_1 d1^2 e^{d1l} + c_2 d1^2 e^{-d1l} + c_3 d2^2 e^{d2l} + c_4 d2^2 e^{-d2l} - \\ h \sin(m(x+l) m^2) &= 0 ; \\ Q(0) &= 0 , \\ c_1 d1^3 - c_2 d1^3 + c_3 d2^3 - c_4 d2^3 - h \cos(mx) m^3 &= 0 ; \\ Q(l) &= 0 , \end{aligned}$$

$$c_1 d1^3 e^{d1l} - c_2 d1^3 e^{-d1l} + c_3 d2^3 e^{d2l} - c_4 d2^3 e^{-d2l} - h \cos(m(x+l) m^3) = 0 .$$

通过上述4个式,可解出系数 c_1, c_2, c_3, c_4 , 即式(8)中的系数已全部解出,可以求出采动地表变形引起建筑物内任意点 s 的下沉。

3 框架结构变形及附加应力

3.1 采动区框架结构变形计算

(1) 建筑物附加下沉,为建筑物下沉减去开采前建筑物自重引起的下沉,得到

$$w(s) = c_1 e^{d1s} + c_2 e^{-d1s} + c_3 e^{d2s} + c_4 e^{-d2s} + w_0 - w_0 \frac{x}{L} - \frac{w_0}{L} s + h \sin(m(x+s)) . \quad (9)$$

(2) 建筑物的附加倾斜为下沉的一阶导数,可以求出任意位置框架柱脚的转角,即

$$\begin{aligned} \theta(s) &= c_1 d1 e^{d1s} - c_2 d1 e^{-d1s} + c_3 d2 e^{d2s} - \\ c_4 d2 e^{-d2s} - \frac{w_0}{L} + h m \cos(m(x+s)) . \end{aligned} \quad (10)$$

(3) 建筑物的附加曲率为倾斜的一阶导数,即

$$\begin{aligned} k(s) &= c_1 d1^2 e^{d1s} + c_2 d1^2 e^{-d1s} + c_3 d2^2 e^{d2s} + \\ c_4 d2^2 e^{-d2s} - h \sin(m(x+s)) m^2 . \end{aligned} \quad (11)$$

3.2 采动区建筑物内力计算

(1) 条形基础的附加弯矩为

$$\begin{aligned} M(s) &= EJ \frac{d^2}{ds^2} w(s) = EJ(c_1 d1^2 e^{d1s} + c_2 d1^2 e^{-d1s} + \\ c_3 d2^2 e^{d2s} + c_4 d2^2 e^{-d2s} - h \sin(m(x+s)) m^2) . \end{aligned} \quad (12)$$

(2) 条形基础的附加剪力为

$$\begin{aligned} Q(s) &= EJ \frac{d^3}{ds^3} w(s) = EJ(c_1 d1^3 e^{d1s} - c_2 d1^3 e^{-d1s} + \\ c_3 d2^3 e^{d2s} - c_4 d2^3 e^{-d2s} - h \cos(m(x+s)) m^3) . \end{aligned} \quad (13)$$

(3) 框架底层柱端对条形基础的约束而产生的附加约束线弯距

$$\begin{aligned} m_i &= g_i \frac{dw(s)}{ds} = g_i [c_1 d1 e^{d1s} - c_2 d1 e^{-d1s} + \\ c_3 d2 e^{d2s} - c_4 d2 e^{-d2s} - \frac{w_0}{L} + h m \cos(m(x+s))] . \end{aligned} \quad (14)$$

(4) 框架结构梁的附加剪力

每个柱距间框架梁所受的附加总剪力可由下式计算出

$$\begin{aligned} V_i &= (GF_i + g_i) \frac{dw(s)}{ds} = (GF_i + g_i) [c_1 d1 e^{d1s} - c_2 d1 e^{-d1s} + \\ c_3 d2 e^{d2s} - c_4 d2 e^{-d2s} - \frac{w_0}{L} + h m \cos(m(x+s))] . \end{aligned} \quad (15)$$

式中, m_i 为第 i 根柱底层柱端的附加约束线弯距(kN), g_i 为第 i 根柱底层柱端的约束线刚度(kN), V_i 为第 i 个柱距间框架梁的附加总剪切(kN), GF_i 为第 i 个柱

距间框架梁的总剪切刚度 (kN)。

(5) 框架结构梁柱内力

地表变形引起的基础梁与框架柱结点处的竖向位移 S_i 和角位移 θ_i , 可以采用有限元方法直接对柱脚施加强制位移和转角, 计算出框架梁柱的内力。也可以采用近似方法求解框架梁柱的内力, 即

a) 梁柱剪力

将求出的框架总剪力按每个柱距间框架各层梁的剪切刚度分配到各层框架梁上, 得到梁跨中剪力为

$$V_{ij} = V_i \times \frac{GF_{ij}}{GF_i}, \quad (16)$$

式中, V_{ij} 为第 i 个柱距间第 j 层框架梁跨中的剪力, V_i 为第 i 个柱距间总剪力, GF_{ij} 为第 i 个柱距间第 j 层框架梁的剪切刚度 (kN), GF_i 为第 i 个柱距间框架梁的总剪切刚度 (kN)。

其中

$$GF_i = \frac{12}{d_i \left(\frac{1}{K_{bi}} + \frac{1}{K_{ci}} \right)}, \quad K_{bi} = \frac{\sum EI_{bi}}{d_i}, \quad K_{ci} = \frac{\sum EI_{ci}}{h_i},$$

$$GF_{ij} = \frac{12}{d_i \left(\frac{1}{K_{bij}} + \frac{1}{K_{cij}} \right)}, \quad K_{bij} = \frac{EI_{bij}}{d_i}, \quad K_{cij} = \frac{EI_{cij}}{h_i},$$

式中, $\sum EI_{bi}$ 为第 i 个柱距间各层梁的抗弯刚度之和 ($\text{kN} \cdot \text{m}^2$), $\sum EI_{ci}$ 为第 i 根柱各层柱的抗弯刚度之和 ($\text{kN} \cdot \text{m}^2$), EI_{bij} 为第 i 个柱距间第 j 层梁的抗弯刚度 ($\text{kN} \cdot \text{m}^2$), EI_{cij} 为第 i 个柱距间第 j 层柱的抗弯刚度 ($\text{kN} \cdot \text{m}^2$)。

框架底层柱 i 端部对条形基础的约束而产生的等效剪力为

$$V_{li} = g_i \theta_i. \quad (17)$$

b) 按反弯点法求出各层梁柱的弯矩

$$\text{梁端弯矩 } M_{ij} = V_{ij} \times d_i / 2. \quad (18)$$

底层柱底部与条形基础的约束而产生的柱脚约束弯矩:

$$M_{li} = g_i \theta_i \times d_i / 2. \quad (19)$$

4 计算实例

计算分析的基本条件: 地表最大下沉值 $w_0 = 1.0$ m, 地表下沉半盆地长度 $L = 200$ m, 基础梁的弯曲刚度为 1×10^6 kPa、剪切刚度为 1×10^5 kN, 地基的基床系数为 5×10^4 kN/m^3 , 建筑物的长度为 20 m。根据式

(3) 得到地下开采后的地表下沉曲线、倾斜曲线和曲率曲线, 分别见图 3 (a) ~ (c), 由此得到建筑物在下沉盆地的最不利位置, $x = 0$, 地表下沉为最大值, $x = 100$ m, 地表倾斜为最大值, $x = 50$ m 和 150 m, 地表分别出现最大负曲率和最大正曲率。

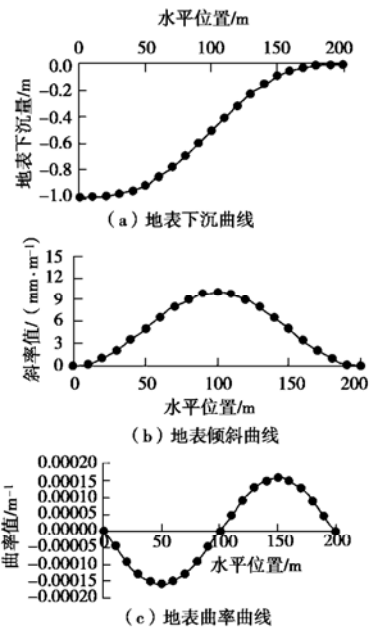


图 3 采动引起的地表下沉、倾斜和曲率变化曲线

Fig. 3 Variation of subsidence, inclination and curvature

foundation of due to coal mining

采用共同作用模型计算出的采动引起建筑物下沉、倾斜和曲率变化规律见图 4。对比图 3 和图 4 可见, 采动影响下, 建筑物变形与相应位置处地表变形基本一致, 随着采动影响加剧, 建筑物下沉量增大, 在下沉盆地的盆底, 建筑物下沉量达到最大; 建筑物位于下沉盆地的盆底和始动位置, 倾斜较小, 拐点 (半盆地长的 1/2) 附近达到最大; 建筑物位于拐点附近, 曲率最小, 位于下沉盆地的盆底和始动位置, 曲率较大, 位于地表下沉盆地最大正、负曲率 (半盆地长的 3/4、1/4) 附近, 达到最大正曲率、负曲率。

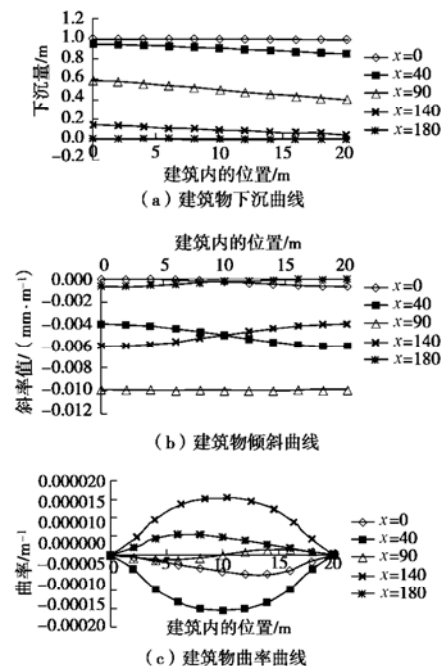


图 4 采动过程中建筑物变形规律

Fig. 4 The deformation of buildings during coal mining

5 结 论

本文综合应用结构力学、矿山开采沉陷学、土力学、材料力学等相关知识, 根据框架结构受力、变形特征及采动区地表移动变形特征, 采用相应的地基模型、条形基础和框架结构模型, 开采沉陷模型, 建立了采动区地基-条形基础-框架结构协同作用力学模型, 推导出求解建筑物附加内力、附加变形、地基附加反力的计算公式。应用该力学模型研究、计算分析了地下开采过程中, 基础、框架结构的变形规律、内力变化规律及主要因素的影响规律。

由于采动区地基-基础-上部结构协同作用是多学科交叉的问题, 影响因素很多, 本文提出的采动区地基-条形基础-框架结构协同作用力学模型是平面计算模型, 仅仅考虑了弹性地基模型和开采沉陷的三角函数模型, 还需要进一步研究弹塑性地基, 特别是空间力学计算模型。只有真正揭示采动区建筑物受地下开采引起的附加变形及内力变化规律, 才能有针对性地设计采动区建筑物结构、对已有建筑物采取科学合理加固措施, 尽可能减少采动对建筑物的损坏, 安全可靠、经济合理地保护采动区建筑物。

参考文献:

- [1] 袁迎曙, 秦 杰, 杨舜臣. 村镇砖混住宅抗采动变形的结构保护体系研究[J]. 中国矿业大学学报, 1999, 28(6): 530 - 534. (YUAN Ying-shu, QIN Jie, YANG Shun-chen. Structural protection system of masonry house for resisting ground movement induced by coal mining[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1999, 28(6): 530 - 534. (in Chinese))
- [2] 秦 杰. 采动区砖混结构房屋双重保护的研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 1999. (QIN Jie. Research on two-ply protection of mining area masonry residential building[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 1999. (in Chinese))
- [3] 乔志春. 移动地表土对砌体结构基础作用的试验研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 1997. (QIAO Zhi-chun. Experimental study on effect of moving ground surface earth on masonry building base[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 1997. (in Chinese))
- [4] 仲继寿. 采动区砌体结构房屋变形控制设计理论研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 1993. (ZHONG Ji-Shou, Distortion control on masonry residential buildings located in mining areas[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 1993. (in Chinese))
- [5] 谭志祥, 邓喀中. 采动区建筑物地基、基础和结构协同作用模型[J]. 徐州: 中国矿业大学学报, 2004, 33(3): 264 - 267. (TAN Zhi-xiang, DENG Ka-zhong. Coordinating work model of ground foundation and structure of building in mining area[J]. Xuzhou: Journal of China University of Mining & Technology, 2004, 33(3): 264 - 267. (in Chinese))
- [6] 赵明华. 土力学与基础工程[M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 2000. (ZHAO Ming-hua, Soil mechanics and foundation project[M]. Wuhan: Wuhan Industrial University Press, 2000. (in Chinese))
- [7] 邹友峰, 邓喀中, 马伟民. 矿山开采沉陷工程[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2003. (ZOU You-feng, Deng Ka-zhong, MA Wei-min. Settlement project induced by mining[M]. Xuzhou: China University of Mining & Technology Press, 2003. (in Chinese))
- [8] 夏军武. 采动区地基-基础-钢框架结构共同作用机理及抗变形的研究[D]. 徐州: 中国矿业大学建筑工程学院, 2005. (XIA Jun-wu, Study on deformation resistance and interaction mechanism of ground-foundation-steel frame structure in mining subsidence area[D]. Xuzhou: China University of Mining & Technology, 2005. (in Chinese))
- [9] 夏军武, 王守祥, 王宽如, 等. 位于老采空区上的门式刚架结构抗变形性能分析研究[J]. 建筑结构, 2004, 34(5): 30 - 32, 35. (XIA Jun-wu, WANG Shou-xiang, WANG Kuan-ru, et al. Numerical simulation of anti-deformational ability of the steel portal frame over abandoned mine goaf[J]. Building Structure, 2004, 34(5): 30 - 32, 35. (in Chinese))
- [10] 夏军武, 郭广礼, 王守祥, 等. 框架结构抗变形性能的研究综述[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2002, 32(增): 348 - 351. (XIA Jun-wu, GUO Guang-li, WANG Shou-xiang, et al. Summarize of the anti-deformation function of frame construction[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2002, 32 (Supp): 348 - 351. (in Chinese))