

一种散粒体材料破坏准则研究

肖 杨, 刘汉龙, 朱俊高

(1. 河海大学岩土力学与堤坝工程教育部重点实验室, 江苏 南京 210098; 2. 河海大学岩土工程科学研究所, 江苏 南京 210098)

摘 要: 在 Lade-Duncan 准则和 Matsuoka-Nakai 准则的基础上, 提出了适用于各种散粒体材料的新型破坏准则。该准则能够依据试验结果, 调节准则方程中的参数, 使得理论计算更加符合试验结果, 这与传统的岩土类材料破坏准则相比有着较大优越性。通过构造三角恒等式, 推导了 π 平面上距原点的长度函数, 发现该准则在 π 平面上的形状则为光滑曲边三角形, 这和大量的岩土类材料试验结果相符合。研究了该准则在一般应力状态下的内摩擦角与中主应力参数的关系, 发现该准则能够取遍 Lade-Duncan 准则和 Matsuoka-Nakai 准则之间所有内摩擦角值。将各准则的计算结果与文献中已有的砾石料和中细砂的真三轴试验结果进行对比分析, 表明所提出的准则要比 Lade-Duncan 准则和 Matsuoka-Nakai 准则更加符合试验结果, 这进一步说明了该破坏准则能够适用于包括堆石料、砾石料、砂等散粒体材料。

关键词: 散粒体; 破坏准则; 中主应力; 内摩擦角; π 平面; 主应力空间

中图分类号: TU441

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2010)04-0586-06

作者简介: 肖 杨(1982-), 男, 江苏徐州人, 硕士研究生, 主要从事土工合成材料的理论研究。E-mail: hhuxyanson@163。

Failure criterion for granular soils

XIAO Yang, LIU Han-long, ZHU Jun-gao

(1. Key Laboratory for Ministry of Education for Geomechanics and Embankment Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Geotechnical Research Institute, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: A new failure criterion for granular soils is proposed to address the fact that the new criterion can adjust its parameters according to the experimental results in order to make agreeable predictions, while most criteria, including the Lade-Duncan criterion and the Matsuoka-Nakai criterion, can not agree well with the experimental results under general stress conditions. The distance function of the new criterion in π plane is deduced, and the shape of the new criterion in π plane is a triangular curve which is convex and smooth. The relationship between the internal friction angle and the intermediate principal stress parameter of the new criterion, which regards the Lade-Duncan criterion and the Matsuoka-Nakai criterion as its special cases, is presented. The results predicted by the new criterion are better than those predicted by the Lade-Duncan criterion and the Matsuoka-Nakai criterion compared with the experimental results of granular soils. So, the proposed criterion can be used for granular soils such as rockfill materials, gravel and sand.

Key words: granular soils; failure criterion; intermediate principal stress; internal friction angle; π plane; principal stress space

0 引 言

岩土类材料的组成比较复杂, 结构形式多样化, 地域差别大, 从而导致其力学特性具有高度的非线性、粘塑性、各向异性、与应力历史和时间相关性等特性, 其屈服破坏的形式也复杂多变。从 1773 年 Coulomb 提出 Coulomb 屈服准则, 至今国内外学者已提出众多的岩土类材料破坏准则。例如, Mohr-Coulomb 准则, Drucker-Prager 准则^[1], Lade-Duncan 准则^[2], Matsuoka-Nakai 准则^[3-4], 以及 Zienkiewicz, 陈瑜瑶, 郑颖人^[5], 史述昭, 杨光华^[6]等提出各种光滑化角隅

模型, 还有俞茂宏的双剪强度理论^[7,8]等。

通过大量试验验证, 岩土体材料破坏在 π 平面的形状接近于 Mohr-Coulomb 准则, Lade-Duncan 准则及 Matsuoka-Nakai 准则^[9], 在 π 平面, Mohr-Coulomb 准则为不等角的六边形, 后两种准则为光滑无角点的曲边三角形, 其中 Lade-Duncan 准则曲线外接

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目(50825901); 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合研究基金项目(50639050)

收稿日期: 2009-01-07

Mohr-Coulomb 准则的 3 个外角顶点, Matsuoka-Nakai 准则外接 Mohr-Coulomb 准则的内外 6 个顶点。相关试验表明, 在中主应力参数 b 较大时, Lade-Duncan 准则所反映的强度过大^[10], 而 Matsuoka-Nakai 准则所反映的强度偏小^[11-13], 所以, Lade-Duncan 准则及 Matsuoka-Nakai 准则在中主应力参数 b 较大时与试验结果都有一定的误差。此外, 传统破坏准则普遍存在一个缺陷就是假定岩土体材料的破坏服从某一给定准则, 而实际上岩土体材料的破坏是复杂的, 无法用一个给定的破坏准则来描述。针对上述问题, 本文提出了一种关于散粒体材料新的破坏准则, 并对其作了初步研究和探讨。

1 散粒体材料破坏准则

在中主应力参数 b 较大时, 由于 Lade-Duncan 准则^[2]与 Matsuoka-Nakai 准则^[3-4](或者称为 SMP 准则), 所对应的内摩擦角与试验结果存在一定的误差^[10-13], 为此, 本文在准则方程中引入参数, 如式 (1) 所示:

$$\frac{VI_1^3 + xI_1I_2}{I_3} = K_f, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= S_1 + S_2 + S_3, \\ \text{其中: } I_2 &= S_1S_2 + S_2S_3 + S_3S_1, \\ I_3 &= S_1S_2S_3. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

一般应力状态下内摩擦角的正弦值定义为

$$\sin j_b = \frac{S_1 - S_3}{S_1 + S_3}, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} b &= \frac{S_2 - S_3}{S_1 - S_3}, \\ S_1 &= \frac{S_1 + S_3}{2} + \frac{S_1 - S_3}{2}, \\ S_3 &= \frac{S_1 + S_3}{2} - \frac{S_1 - S_3}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

将式 (3)、(4) 代入式 (2) 后, 再将式 (2) 代入式 (1) 化简得

$$K_f = \frac{\{9(3V+x) + 9(3V+x)(2b-1)\sin j_b + [9V(2b-1)^2 + 2x(2b-1)^2 - 3x]\sin^2 j_b + [V(2b-1)^3 - x(2b-1)]\sin^3 j_b\}}{1 + (2b-1)\sin j_b - \sin^2 j_b - (2b-1)\sin^3 j_b}, \quad (5)$$

在三轴压缩条件下: $b=0$, $j_b=j_0$,

$$K_f = \frac{V(3-\sin j_0)^3 + x(9-\sin^2 j_0)(1-\sin j_0)}{1-\sin j_0-\sin^2 j_0+\sin^3 j_0}, \quad (6)$$

将式 (6) 代入式 (1) 得

$$\frac{VI_1^3 + xI_1I_2}{I_3} = \frac{V(3-\sin j_0)^3 + x(9-\sin^2 j_0)(1-\sin j_0)}{1-\sin j_0-\sin^2 j_0+\sin^3 j_0}. \quad (7)$$

(1) 当 $x=0$ 时, 为 Lade-Duncan 准则^[2, 10],

$$\frac{I_1^3}{I_3} = \frac{(3-\sin j_0)^3}{1-\sin j_0-\sin^2 j_0+\sin^3 j_0}. \quad (8)$$

(2) 当 $V=0$ 时, Matsuoka-Nakai 准则^[3-4],

$$\frac{I_1I_2}{I_3} = \frac{9-\sin^2 j_0}{1-\sin^2 j_0}. \quad (9)$$

(3) 当 $Vx \neq 0$ 时, 令 $m=x/V$,

$$\frac{I_1^3 + mI_1I_2}{I_3} = \frac{(3-\sin j_0)^3 + m(9-\sin^2 j_0)(1-\sin j_0)}{1-\sin j_0-\sin^2 j_0+\sin^3 j_0}. \quad (10)$$

式 (10) 即为本文所提出新的破坏准则形式, 该准则含有一个参数 m , 而 m 的大小决定了该准则所计算的材料强度及变形的大小, 可以通过一般应力状态下的试验结果 (例如, 一般应力状态下的内摩擦角试验值) 来确定。如图 1 所示, $m=10$, 由里到外 j_0 分别为 10° , 20° , 30° , 40° , 说明该准则在空间为一系列三角锥曲面, 且 j_0 越小其曲边形状越趋向于圆形, j_0 越大其曲边形状越趋向于正三角形。

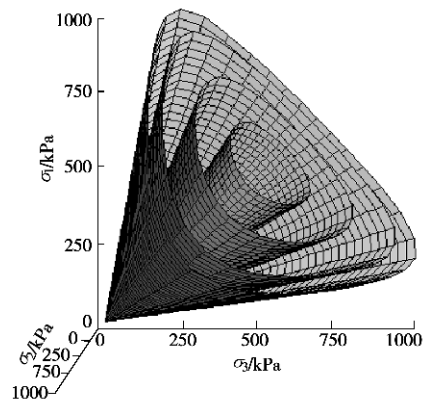


图1 主应力空间中的三角锥曲面族

Fig. 1 Triangular cones in three-dimensional principal stress space

2 π 平面上距原点的长度函数

为了分析 π 平面上本文所提出的新准则形状, 需要将式 (10) 变换成 p , q , q 表示的方程, 再求出长度函数 l_q , 然后分析其形状随参数 m , j_0 的变化情况, 并与 Lade-Duncan 准则及 Matsuoka-Nakai 准则进行对比分析, 以此说明该准则的优越性。偏应力不变量^[14]的表达式,

$$\left. \begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{3}(I_1^2 - 3I_2) = \frac{q^2}{3}, \\ J_3 &= \frac{2q^3 \cos(3q)}{27}, \\ q &= \arctan \frac{\sqrt{3}(s_2 - s_3)}{2s_1 - s_2 - s_3} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

由式(11)可得主应力不变量的 p , q , q 的表达式,

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 3p, \\ I_2 &= \frac{1}{3}(I_1^2 - 3J_2) = 3p^2 - \frac{q^2}{3}, \\ I_3 &= \frac{1}{27}(27J_3 - 2I_1^3 + 9I_1I_2) \\ &= \frac{1}{27}[27p^3 - 9pq^2 + 2q^3 \cos(3q)], \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

将式(12)代入式(10), 得到关于方程 q 的三次方程, 该式中含有 q 的平方项, 不便于用三角恒等式求解, 而整理出关于 p 的三次方程, 如式(13)所示, 该式中含有 p 的平方项, 故可通过三角恒等式先求出 p 的表达式, 再反求出 q 对表达式。

$$p^3 - L_2 q^2 p + L_3 q^3 = 0, \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} L_2 &= \frac{\left\{ \left[(3 - \sin^2 j_0)^3 + m(1 - \sin j_0)(9 - \sin^2 j_0) \right] - \right.}{\left\{ 3 \left[(3 - \sin j_0)^3 + m(1 - \sin j_0)(9 - \sin^2 j_0) \right] - \right.} \\ &\quad \left. 27 \left[(3 + m)(1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0) \right] \right\}}, \\ L_3 &= \frac{2 \left[(3 - \sin j_0)^3 + m(1 - \sin j_0)(9 - \sin^2 j_0) \right] \cos(3q)}{\left\{ 27 \left[(3 - \sin j_0)^3 + m(1 - \sin j_0)(9 - \sin^2 j_0) \right] - \right.} \\ &\quad \left. \left[(729 + 243m)(1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0) \right] \right\}} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

令 $p = p_0 \cos d$, 并代入式(13)得

$$\cos^3 d - \frac{L_2 q^2}{p_0^2} \cos d + \frac{L_3 q^3}{p_0^3} = 0, \quad (15)$$

由三角恒等式^[14]得

$$\cos^3 d - \frac{3}{4} \cos d - \frac{1}{4} \cos(3d) = 0, \quad (16)$$

比较得式(15)、(16)得

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{L_2}} \frac{p}{\cos d}, \\ d &= \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{3\sqrt{3}L_3}{2L_2^{3/2}} \right], \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

将 q 投影到 π 平面上, 即

$$l_q = \sqrt{\frac{2}{3}} q, \quad (18)$$

将式(14)、(17)代入式(8)得

$$l_q = \frac{1}{\sqrt{L_2}} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} p}{\cos \left\{ \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{3\sqrt{3}L_3}{2L_2^{3/2}} \right] \right\}}, \quad (19)$$

式(19)为本文准则在 π 平面上距原点的长度函数。

(1) 当 $m=0$ 时, 式(19)化为 Lade-Duncan 准则在 π 平面上距原点的长度函数

$$l_q = \frac{\sqrt{2}/2}{\sqrt{\frac{(3 - \sin^2 j_0)^3}{12 \sin^2 j_0 (9 - 7 \sin j_0)}}} \times \frac{p}{\cos \left\{ \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{2 \sin j_0 \sqrt{9 - 7 \sin j_0}}{(3 - \sin j_0)^{3/2}} \cos(3q) \right] \right\}}. \quad (20)$$

(2) 当 $m \rightarrow +\infty$ 时, 式(19)可化为 Matsuoka-Nakai 准则在 π 平面上距原点的长度函数

$$l_q = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} p}{\cos \left\{ \frac{1}{3} \arccos \left[-\frac{\sqrt{3 + \sin^2 j_0}}{\sqrt{12 \sin^2 j_0}} \cos \left[\frac{(9 - \sin^2 j_0) \sin j_0}{(3 + \sin^2 j_0)^{3/2}} \cos(3q) \right] \right] \right\}}. \quad (21)$$

如图2所示, j_0 取 10° , 20° , 30° , 45° 及 90° 。 j_0 越小, 各准则在 π 平面上的形状越趋向于圆形, 且图形变得越小; j_0 越大, 各准则在 π 平面上的形状越趋向于正三角形, 且图形变得越大, $j_0=90^\circ$ 时, 各准则重合于一个正三角形; j_0 值过大或过小 Lade-Duncan 准则、SMP 准则、本文准则之间的差距越小。从图3可以看出, 本文准则为光滑无角点曲边三角形, 这与岩土体材料破坏的大量试验结果相符合。此外, m 值越大, 本文准则越靠近 SMP 准则 ($m \rightarrow \infty$ 时, 为 SMP 准则); m 值越小, 本文准则越靠近 Lade-Duncan 准则 ($m=0$ 时, 为 Lade-Duncan 准则); 当 $m>0$ 时, 本文准则可以取遍 Lade-Duncan 准则与 SMP 准则之间的所有曲线。

3 内摩擦角 j_b 与参数 b , m 的关系

在各种工程应用及试验结果可以看出中主应力影响有着不可忽视的作用, 因此要将这种作用反映到破坏准则中。Mohr-Coulomb 准则是不能反映中主应力影响的, Lade-Duncan 准则、SMP 准则都可以反映中主应力的影响, 只是它们在反映这种影响与试验结果有一定的误差, 存在着不足, 并且它们都是事先假定岩土体材料破坏时按着给定的曲线, 而实际岩土体的

破坏是复杂多变的, 用给定的曲线描述这种破坏在理论上和试验结果上都有不足和误差。

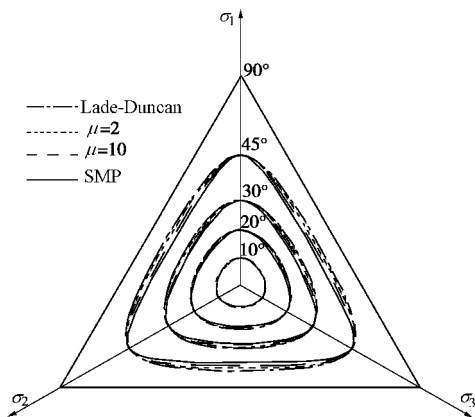


图2 π 平面上 Lade-Duncan 准则、SMP 准则、本文准则对比 ($p=200$ kPa)

Fig. 2 Comparison among Lade-Duncan criterion, SMP criterion and proposed criterion in π plane ($p=200$ kPa)

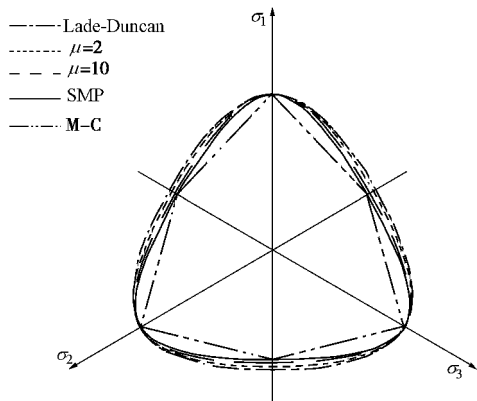


图3 π 平面上 Mohr-Coulomb 准则、Lade-Duncan 准则、SMP 准则、本文准则对比 ($p=200$ kPa, $j_0=30^\circ$)

Fig. 3 Comparison among Mohr-Coulomb criterion, Lade-Duncan criterion, SMP criterion and proposed criterion in π plane ($p=200$ kPa, $j_0=30^\circ$)

由式 (5)、(6), 令 $m=x/V$, 得

$$A \sin^3 j_b + B \sin^2 j_b + C \sin j_b + D = 0 \quad (22)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= (2b-1) \left[(2b-1)^2 - m \right] (1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0) + \\ &\quad (2b-1) \left[(3 - \sin j_0)^3 + m (9 - \sin^2 j_0) (1 - \sin j_0) \right], \\ B &= \left[(3 - \sin j_0)^3 + m (9 - \sin^2 j_0) (1 - \sin j_0) \right] + \\ &\quad \left[(9 + 2m) (2b-1)^2 - 3m \right] (1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0), \\ C &= 9(2b-1)(3+m) (1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0) - \\ &\quad (2b-1) \left[(3 - \sin j_0)^3 + m (9 - \sin^2 j_0) (1 - \sin j_0) \right], \\ D &= 9(3+m) (1 - \sin j_0 - \sin^2 j_0 + \sin^3 j_0) - \\ &\quad \left[(3 - \sin j_0)^3 + m (9 - \sin^2 j_0) (1 - \sin j_0) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式 (22) 是关于 $\sin j_b$ 的三次方程, 利用

Mathematica 中隐函数作图法, 可以绘制不同 j_0 时, j_b 随中主应力参数 b 及本文准则参数 m 的变化规律。从图 4 和图 5 可以看出 j_0 越小, j_b 随参数 m 的变化越小; 对于某一确定的 j_0 , $m=0$ (为 Lade-Duncan 准则) 时曲面最高, m 越大曲面越低 ($m \rightarrow +\infty$ 为 SMP 准则); 当给定 j_0 及 m 时, j_b 先是随 b 的增加而增加, 达到最大值后又随 b 的增加而减小。

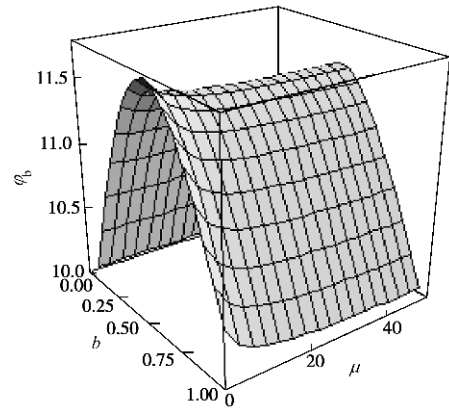


图4 内摩擦角 j_b 与参数 b 及 m 的关系 ($j_0=10^\circ$)

Fig. 4 Relationship among internal friction j_b , parameter b , and parameter m ($j_0=10^\circ$)

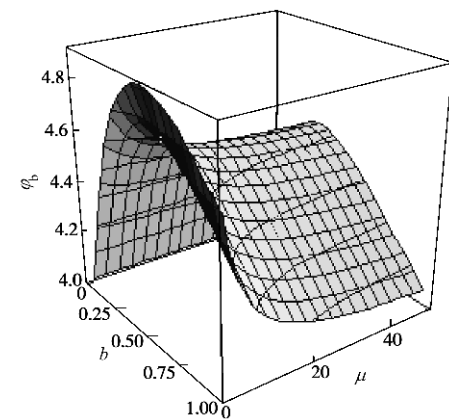


图5 内摩擦角 j_b 与参数 b 及 m 的关系 ($j_0=40^\circ$)

Fig. 5 Relationship among internal friction j_b , parameter b and parameter m ($j_0=40^\circ$)

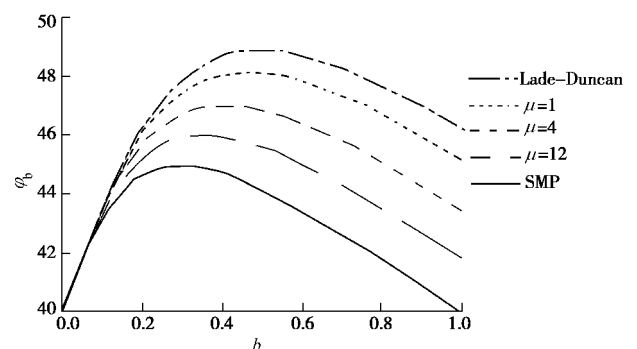


图6 内摩擦角 j_b 与中主应力参数 b 的关系 ($j_0=40^\circ$)

Fig. 6 Relationship between internal friction j_b and intermediate principal stress parameter b ($j_0=40^\circ$)

表 1 为 Lade-Duncan 准则、SMP 准则及本文准则在不同 b 值下的 j_b 取值。如图 6 所示, Lade-Duncan 准则与 SMP 准则在主应力参数 $0.2 \leq b \leq 1$ 之间有较大的差距, 而国内外大量的真三轴试验结果可知, Lade-Duncan 准则在 b 较大时所得的 j_b 过大, 而 SMP 准则对应的 j_b 过小, 尤其在 $b=1$ 时, SMP 准则拉压强度相等, 因此, 它们的计算值与试验结果都有一定的误差^[10-13]。而本文准则通过调整参数 m 能取遍 Lade-Duncan 准则与 SMP 准则之间的所有 j_b 值, 它能根据具体的试验结果选定某一个最佳的准则参数, 从而能最佳地反映了中主应力对散粒体材料力学特性的影响, 因此该准则不论从理论上还是从试验角度出发, 都具有一定优越性。

表 1 各准则的 j_b 值 ($j_0=40^\circ$)

Table 1 Values of j_b of Lade-Duncan criterion, SMP criterion and proposed criterion ($j_0=40^\circ$)

| b | Lade-Duncan | 本文准则 | | | SMP |
|-----|-------------|-------|-------|--------|-------|
| | | $m=1$ | $m=4$ | $m=12$ | |
| 0.0 | 40.00 | 40.00 | 40.00 | 40.00 | 40.00 |
| 0.1 | 43.62 | 43.57 | 43.46 | 43.33 | 40.15 |
| 0.2 | 46.28 | 46.06 | 45.65 | 45.20 | 44.61 |
| 0.3 | 47.89 | 47.47 | 46.71 | 45.92 | 44.93 |
| 0.4 | 48.68 | 48.07 | 47.01 | 45.94 | 44.67 |
| 0.5 | 48.90 | 48.14 | 46.84 | 45.58 | 44.10 |
| 0.6 | 48.74 | 47.87 | 46.40 | 44.99 | 43.37 |
| 0.7 | 48.31 | 47.37 | 45.78 | 44.28 | 42.57 |
| 0.8 | 47.71 | 46.72 | 45.06 | 43.49 | 41.72 |
| 0.9 | 46.99 | 45.97 | 44.26 | 42.66 | 40.86 |
| 1.0 | 46.19 | 45.15 | 43.42 | 41.82 | 40.00 |

4 试验结果对比分析

根据施维成的砾石料的真三轴试验数据^[15], 将其点绘在图 7 上, 从该图上可以看出试验点基本上落在 Lade-Duncan 准则与 SMP 准则之间, 但是用这两种准则在 b 较大时都有一定的误差, 而本文所提出的准则具有较好的优越性。首先, 确定本文准则的最小参数 $m_{\min}=2.5$ 和最大参数 $m_{\max}=50$, 这两个参数所对应的 $j_b - b$ 曲线基本上包括了所有的数据点, 然后再确定一个最佳的参数 $m_{\text{best}}=8.6$, 使得该准则与试验结果的误差尽可能小。在具体的工程实例中, 可以比较分别用最小参数 m_{\min} 和最大参数 m_{\max} 所计算出位移值或应力值, 然后再取最大的位移值或应力值所对应的参数进行相应的计算; 也可以近似用最佳参数 m_{best} 进行计算。

同理依据 Sutherland 中细砂真三轴试验结果^[16], 将其点绘在图 8 上, 可计算出本文准则的最小参数 $m_{\min}=5$ 和最大参数 $m_{\max}=100$, 然后再确定一个最佳的参数 $m_{\text{best}}=15$ 。本文准则的优越性就在于可以调节该准则的参数, 使得理论计算更加符合试验结果。

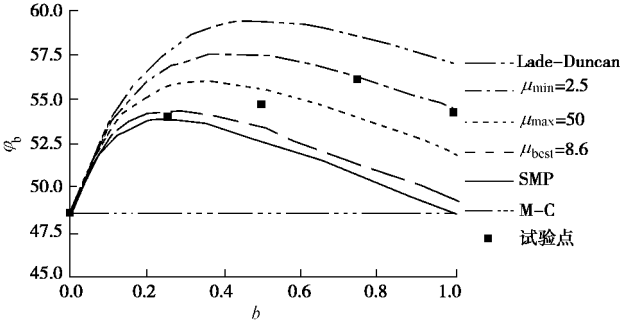


图 7 各准则的计算值与砾石料试验结果对比 ($j_0=48.6^\circ$)
Fig. 7 Comparison between results predicted by criteria and experimental results of gravel ($j_0=48.6^\circ$)

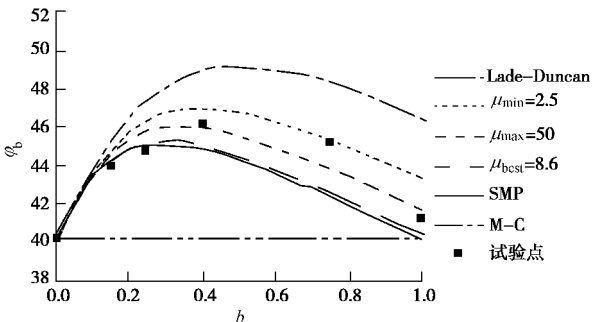


图 8 各准则的计算值与中细砂试验结果对比 ($j_0=40.2^\circ$)
Fig. 8 Comparison between results predicted by criteria and experimental results of medium-fine sand ($j_0=40.2^\circ$)

5 结 论

基于 Lade-Duncan 准则和 SMP 准则, 本文提出了散粒体材料新的破坏准则, 该准则含有一个可供调节的参数。通过理论分析和试验验证, 本文所提出的破坏准则与 Lade-Duncan 准则、SMP 准则、Mohr-Coulomb 准则等相比, 具有一定的优越性。本文主要研究内容如下:

(1) 本文建立了散粒体材料新的破坏准则, 而 Lade-Duncan 准则、SMP 准则只是它的两个特例, 故该准则具有更广泛的适用性。另外, 该准则能够依据试验结果, 调节该准则方程中的参数, 使得理论计算更加符合试验结果。

(2) 在以 p, q, q 表示本文的新准则方程中, 通过构造三角恒等式, 将 q 的三次方程转化为 p 的三次方程间接求出 q 的表达式, 进而求出 π 平面上距原点的长度函数 l_q 。

(3) 本文准则在 π 平面上为光滑无角点曲边三角形, 这与散粒体材料破坏的大量试验结果相符合。

(4) 由 $j_b - b$ 关系曲线可知, 本文准则可以取遍 Lade-Duncan 准则、SMP 准则之间所有的 j_b 值; 通过砾石及中细砂材料的真三轴试验结果与各准则的对比, 发现本文准则更符合试验结果。

由于岩土材料的实际破坏是复杂的, 其实测点与Lade-Duncan 准则、SMP 准则、Mohr-Coulomb 准则等预先假定在三维应力状态下的破坏曲线相差较大; 而本文所提出的破坏准则, 通过调节参数, 确定与土体试验结果相符合的破坏方程, 然后再将其用于分析该土体的强度和变形, 这与岩土体材料传统的破坏准则有着较大区别, 也体现了其优越性。

参考文献:

- [1] DRUKER D C, PRAGER W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design[J]. Q Appl Math, 1952(10): 157 - 165.
- [2] LADE P V, DUNCAN J M. Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil[J]. Journal of Geotechnical Engineering Division, ASCE, 1975, **101**(GT1): 51 - 68.
- [3] MATSUOKA H, NAKAI T. Stress-deformation and strength characteristics of soil under three difference principal stresses[C]// Proceeding of Japan Society of Civil Engineering, Japan, 1974(232): 59 - 70.
- [4] MATSUOKA H. Stress-strain behavior of unsaturated soil in true triaxial tests[J]. Canadian Geotechnical Journal, 2002, **39**(3): 608 - 619.
- [5] 陈瑜瑶, 王敬林, 郑颖人. 由试验数据拟合重庆红粘土的屈服条件[J]. 岩土力学, 2001, **22**(4): 443 - 450. (CHEN Yu-yao, WANG Jing-lin, ZHENG Ying-ren. Fitting the yield criterion of Chongqing red clay by experimental data[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, **22**(4): 443 - 450. (in Chinese))
- [6] 史述昭, 杨光华. 岩体常用屈服函数的改进[J]. 岩土工程学报, 1987, **9**(4): 60 - 69. (SHI Shu-zhao, YANG Guang-hua. An improvement of the commonly used yield function for rock material[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1987, **9**(4): 60 - 69. (in Chinese))
- [7] YU Mao-hong. Twin shear stress yield criterion[J]. Int J of Mechanical Science, 1983, **25**(1): 71 - 74.
- [8] 俞茂宏. 岩土类材料的统一强度理论及其应用[J]. 岩土工程学报, 1994, **16**(2): 1 - 10. (YU Mao-hong. Unified strength theory for geomaterials and its applications[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, **16**(2): 1 - 10. (in Chinese))
- [9] MATSUOKA H, YAO Y P, SUN D A. The Cam-clay models revised by the SMP criterion[J]. Soils and Foundations, 1999, **39**(1): 81 - 95.
- [10] 李振泽, 唐晓武. 土破坏新准则的推导与验证[J]. 岩土力学, 2007, **28**(6): 1247 - 1249. (LI Zhen-ze, TANG Xiao-wu. Deduction and verification of a new strength criterion for soils[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, **28**(6): 1247 - 1249. (in Chinese))
- [11] 方开泽. 土的破坏准则——考虑中主应力的影响[J]. 华东水利学院学报, 1986, **14**(2): 71 - 81. (FANG Kai-ze. Failure criterion of soil — influence of intermediate principal stress[J]. J of East China Technical Univ of Water Resources, 1986, **14**(2): 71 - 81. (in Chinese))
- [12] 许成顺, 栾茂田, 何 杨, 郭 莹, 李木国. 中主应力对饱和松砂不排水单调剪切特性的影响[J]. 岩土力学, 2006, **27**(5): 689 - 693. (XU Cheng-shun, LUAN Mao-tian, HE Yang, GUO Ying, LI Mu-guo. Effect of intermediate principal stress on undrained behavior of saturated loose sands under monotonic shearing[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, **27**(5): 689 - 693. (in Chinese))
- [13] 施维成, 朱俊高, 刘汉龙. 中主应力对砾石料变形和强度的影响[J]. 岩土工程学报, 2008, **30** (10): 1449 - 1453. (SHI Wei-cheng, ZHU Jun-gao, LIU Han-long. Influence of intermediate principal stress on deformation and strength of gravel[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(10): 1449 - 1453. (in Chinese))
- [14] 郑颖人, 沈珠江, 龚晓南. 岩土塑性力学原理[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2002: 19 - 21. (ZHENG Ying-ren, SHENG Zhu-jiang, GONG Xiao-nan. The principles of geotechnical plastic mechanics[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 2002: 19 - 21. (in Chinese))
- [15] 施维成. 粗粒土真三轴试验与本构模型研究[D]. 南京: 河海大学, 2008: 39 - 40. (SHI Wei-cheng. True triaxial tests on coarse-grained soils and study on constitutive model[D]. Nanjing: Hohai University, 2008: 39 - 40. (in Chinese))
- [16] SUTHERLAND H B, MESDARY M S. The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand[C]// Proceedings of the 7th ICSMFE. Mexico: [s.n.]. 1969(1): 391 - 399.