

PIV技术在大型振动台模型试验中的应用

刘君, 刘福海, 孔宪京, 李永胜

(大连理工大学海岸与近海工程国家重点实验室, 辽宁 大连 116024)

摘要: PIV (Particle image velocimetry) 技术在流场试验和土体静力变形试验中已经得到了广泛应用, 并取得了良好的测试分析效果。但在大型振动台模型试验中的应用还未见发表。结合边坡稳定大型振动台模型试验, 对 PIV 技术在大型振动台模型试验中的应用进行了探索, 并对边坡失稳的判别准则进行了分析。分别采用 SONY 高清数码摄像机、MVC 高分辨率摄像头和 CANON 数码单反相机进行图片采集。结果发现高清数码相机所采集的照片能够为 PIV 技术提供较好的支持。图片分析结果表明: PIV 测量技术能较好地测定大型振动台模型试验中观察面内任意点在任意时刻的位移, 可以获得丰富的边坡变形直至破坏的完整过程, 从而可以深入地研究地震作用下边坡变形发展、应变局部化形成及其与边坡破坏过程的关系。通过对位移时程曲线的分析表明, 位移曲线曲率判别法能较准确判别边坡失稳时刻。

关键词: PIV; 大型振动台; 模型试验; 边坡稳定; 变形

中图分类号: P642.22 文献标识码: A 文章编号: 1000-4548(2010)03-0368-07

作者简介: 刘君(1972-), 男, 黑龙江五常人, 副教授, 从事岩土工程变形与稳定分析研究。E-mail: junliu@dlut.edu.cn。

Application of PIV in large-scale shaking table model tests

LIU Jun, LIU Fu-hai, KONG Xian-jing, LI Yong-sheng

(State Key Laboratory of Coastal & Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: PIV is a velocity-measuring technique commonly used in the field of experimental fluid mechanics and geotechnical tests, but no previous report is found on the use of this technique in large-scale shaking table tests. The PIV technology is applied to large-scale shaking table model tests on slope stability, and the failure criterion is also studied. Sony high-definition video camera, MVC3000 camera and Canon EOS 450D digital camera are used to capture images. It is found that Canon digital camera can provide the best quality images and the measured results exhibit good regularity. The results show that the PIV technology is verified to effectively measure the displacement of any point at any time with accuracy within the observation region. Furthermore, one can get more information about the process of deformation development, the formation of strain localization and the whole failure process of slope under earthquakes. The maximum curvature criterion of the displacement-time curve can be used to predict the time of sliding of slopes.

Key words: PIV; large-scale shaking table; model test; slope stability; deformation

0 引言

我国80%的水能资源在西部。随着经济建设的迅速发展和西部大开发战略的实施, 水利工程建设必将得到快速发展, 高坝大库的建设也会越来越多^[1]。在高坝大库中, 高土石坝占了相当大的比例。西部拟建设的高土石坝多位于强震区, 大坝能否抗御强震袭击和地震作用下的安全性是人们关心的重大问题^[2]。

滑坡是土石坝的主要震害之一。它不仅使工程遭受重大损坏, 甚至造成溃坝失事危及人民生命财产的安全。汶川大地震的发生, 人们对地震引起的滑坡问题日益关注^[3]。边坡的失稳破坏是一个存在着岩土体的滑动、平移和转动的复杂过程, 具有宏观上的不连续性和单个块体运动的随机性^[4]。调查及分析结果表

明边坡破坏一般是渐进过程, 破坏过程与边坡的变形过程有着密切的联系。

大坝的地震观测和微振试验在许多国家得到开展, 目的是获得大坝地震响应和抗震性能的实测资料, 但只获得了极为有限的资料, 经受过强震考验的大坝十分稀少。振动台可以根据需要, 或者模拟地震的再现, 或者进行特定的振动, 而被试验结构的反应经过相似换算后可以得到原型结构在真实地震状态下的反应。所以, 振动台模型试验成为预测高土石坝地震变

基金项目: 国家自然科学基金重大研究计划项目(90815024); 辽宁省创新团队项目(2009T017)

收稿日期: 2008-12-10

形和破坏以及检验数值计算结果的重要手段^[5-6]。

目前在振动台模型试验中测量位移主要采用加速度传感器测量加速度然后通过积分运算或者人为布置标志物的方法。但是传统的位移测量方法存在着工作量大、测量精度低、测量点有限、对模型扰动大等缺陷。而且,由于试验前很难准确确定边坡发生滑移区域的具体位置,因此这些方法不能很好地满足研究边坡渐进破坏的要求。PIV测试技术为克服已有方法的缺点提供了一种可行的途径。PIV (Particle Image Velocimetry), 即粒子图像测试技术^[7-8], 是一种非接触、瞬时、动态、全流场的速度场测量技术, 其基本原理如图1所示^[9]。利用摄像设备采集图片, 将土体变形前后摄取的灰度图像分割成若干均匀网格。将变形前某一网格在变形后图像指定范围内进行全场匹配和相关运算, 根据峰值相关系数确定该网格在变形后的位移, 由此可以得到该网格的像素位移, 再根据一定的比例关系转换得到网格中心点的物理位移。对变形前所有网格进行类似运算就可以得到整个位移场。

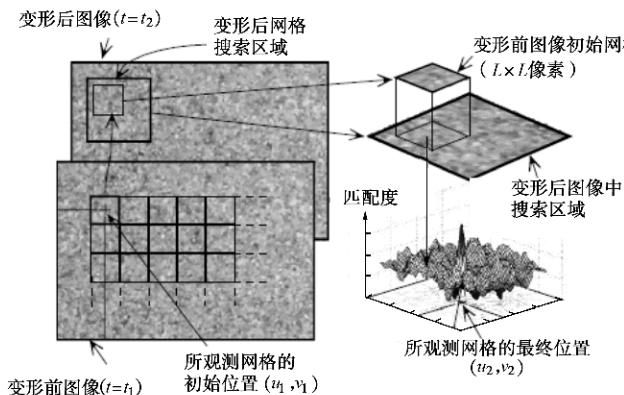


图1 PIV分析方法的基本原理^[9]

Fig. 1 Principles of PIV analysis (after D J White)

PIV技术最初被应用在流体力学的试验领域中, 在该领域中正在被广泛应用^[10-13]。而土体的变形也可以看作一个低速流动的过程, 所以可以将PIV方法引入到土工试验中。

White D J^[9]利用PIV技术开发了GeoPIV程序, 并将该方法引入到压入桩试验的位移量测中, 且在模型上不需要任何量测标志点, 仅利用岩土本身的纹理特征。本文即采用了该程序进行PIV分析, 并自行开发了位移场显示程序。Hossain等^[14]利用PIV技术对纺锤形基础在粘土中的承载力试验进行了研究, 结果表明PIV技术在粘土中仍然可以较好地应用。李元海等^[15]对砂土模型试验变形场量测进行了相关研究, 结果表明PIV方法使得砂土模型局部化变形、剪切带和渐进破坏过程的量化分析成为可能。张嘎等^[16]利用固定在模型箱上的摄像头对土坡离心试验位移场量测进行了研究, 结果表明PIV技术适用于离心场环境中土坡变

形过程的测量。Radoslaw^[17]采用无标点法, 对砂土地基的变形模式进行了研究。结果表明, PIV技术对砂土地基变形量测有效。

由上可见, PIV技术目前在岩土静力学试验中应用比较广泛。PIV技术在砂土试验变形破坏方面的有效观测在静力试验中已被多次证实, 但在大型振动台模型试验中的应用尚未见到相关的介绍。

1 PIV技术在大型振动台模型试验中的应用特点

以往PIV在岩土工程领域的应用大都限于静态边界流场的研究, 而该技术在大型振动台模型试验中的应用与在静力试验中的应用相比有一些独有的特点:

(1) 以往PIV技术在岩土工程领域的应用中所关注的模型范围较小, 一般都限于几十厘米的范围内, 所需要的照片采集设备较易满足精度的要求。而本文的大型振动台模型试验模型尺寸和需要观测的范围较大, 长4 m, 高1.3 m。因此, 使用的照片采集设备必须具有极高的像素分辨率, 而现有的设备能否满足这一要求是一个值得探讨的问题。

(2) 静力试验中模型箱是静止的(相对于地面), 而振动台模型试验存在模型箱相对于地面的运动。因此, 模型的运动会呈现与静力试验不同的趋势。消除模型箱运动的影响和观测模型在振动试验中的运动趋势也成为一项新的研究任务。

(3) 振动台试验中, 振动台按照一定的频率进行振动, 而相机也按照一定的帧频采集照片, 这两个频率之间的差异是否对PIV技术的成功应用产生影响也是一个有待研究的问题。

基于上述几个问题, 本文利用几种不同的设备, 对PIV技术应用于大型振动台模型试验的可行性进行了初步探索。

2 试验设备及模型介绍

2.1 试验仪器

本文研究采用的仪器为大连理工大学工程抗震实验室的水平与垂直两向激励的水下振动台。振动台的主要参数如表1示。

表1 水下振动台主要技术参数

Table 1 Performance parameters of shaking table

振动方向	控制方式	最大载重/t	水平最大位移/mm	水平最大速度/(cm·s ⁻¹)
双向	数字	10	±75	±50
水平最大加速度g	竖向最大位移/mm	竖向最大速度/(cm·s ⁻¹)	竖向最大加速度g	工作频率/Hz
1.0	±50	±35	0.7	0.1-50

2.2 试验模型

在钢制模型箱内堆制模型进行试验。模型箱尺寸为 $4.0\text{ m} \times 0.8\text{ m} \times 1.5\text{ m}$, 由 48 个高强螺栓固定到振动台台面上。图 2 为所测试模型正视图, 模型坝坝高 1.3 m, 材料采用的是粉细砂, 控制其密度为 $1.39\sim1.42\text{ g/cm}^3$, 含水率为 $4.5\%\sim5.4\%$, 加速度传感器布置如图 2 中圆圈所示。在模型外侧玻璃上设置 4 个标记点作为像素坐标与物理坐标转化的依据以及计算模型相对模型箱的相对位移(如图 2 中标记点 1 和 2)。

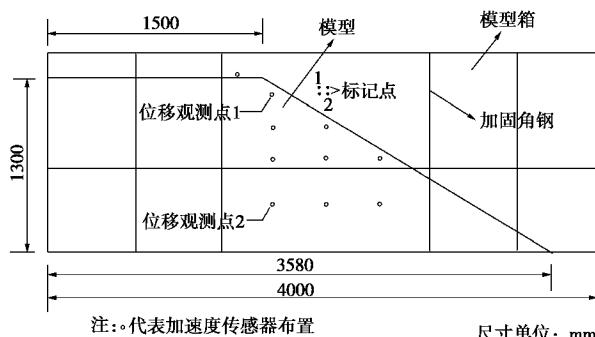


图 2 振动台试验模型示意图

Fig. 2 Profile of model for shaking-table tests

由于砂料粒径较小, 纹理对比度很低, 因此在模型靠近玻璃的一薄层范围内添加与模型砂颜色有较好对比度的绿色塑料颗粒来形成具有随机分布特性的较大色彩差的测量区域, 塑料颗粒的直径约 2 mm。

试验输入的水平地震波为频率 10 Hz 的喇叭波, 如图 3 所示。从 0 开始逐级施加, 直至边坡发生滑移破坏为止。振动过程中不间断地利用选取的测试设备进行照相或者录像, 作为 PIV 分析的原始材料。

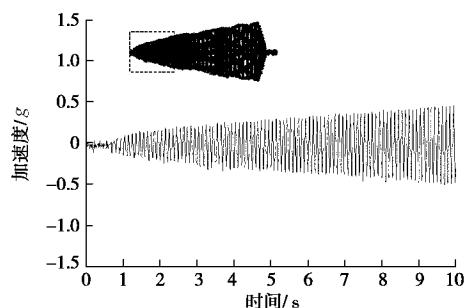


图 3 振动台输入波形及局部放大图

Fig. 3 Input of earthquake waves and local enlargement

3 图像采集设备

以往应用 PIV 技术研究岩土变形问题所关注的均为小尺寸模型范围, 对相机的要求较低。然而在大型振动台模型试验中, 相机的选取成为影响测试技术成功与否的最直接因素。

本次模型试验照片的获取共采用了 3 种设备:

SONY HDR-SR7E 高清数码摄像机、微视千兆网 MVC3000 SAC-GE12 摄像头、CANON EOS 450D + 10~22 mm 广角镜头。在进行振动台试验之前进行了小比尺、近距离的试验, 表明上述 3 种设备采集到的照片均能进行 PIV 分析。

3.1 SONY 数码摄像机

SONY HDR-SR7E 数码摄像机, 动态有效像素 228 万像素, 最大帧频为 30 fps。

利用摄像机进行水平方向全程录像, 存储格式为 avi 视频文件, 试验结束后将视频分解为一系列连续 JPG 图片, 图片分辨率为 1014×570 像素。其优点是可以获得连续帧的大量图象。进行 PIV 分析前将 avi 文件分解成 JPG 图片文件。经过测试分析, 由于分解得到的图片像素太低, 从视频分解到照片的过程中也可能丢失一些信息, 因此, 识别的准确率很低, 从图 4 所示结果中可以看到存在大量的坏点。由于视角较小, 只能观测到模型右上部分很小范围, 所能分析的有效范围约为需要分析范围的 1/2。

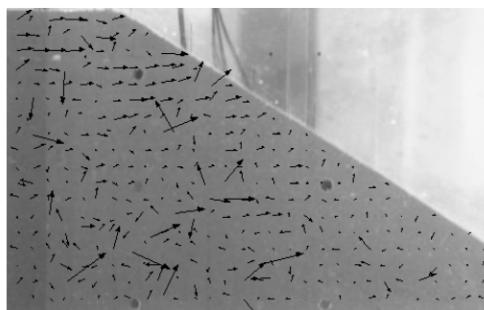


图 4 SONY 高清摄像机分析结果

Fig. 4 Analytic results from SONY video camera

3.2 微视千兆网摄像头

微视千兆网 MVC3000SAC-GE12 摄像头, 最大幅面 2048×1536 像素, 采用千兆以太网传输, 帧频为 12 fps, 存储格式为 BMP 图片文件。

根据相关文献的研究结果^[9]和试验对比测试, 选择灰度图像进行记录和分析。采用微视千兆网摄像头所能观测的范围比 SONY 数码摄像机略大, 但仍小于需测范围。为方便对比, 截取相同的范围进行对比分析。经过测试, 摄像头所采集的照片在分析时出现部分区域无法识别的现象, 识别的准确率也很低, 如图 5 示。这说明采用微视千兆网 MVC3000 SAC-GE12 摄像头进行图片记录仍然无法满足试验的要求。

3.3 CANON 高清数码单反相机

CANON EOS 450D 高清数码相机, 有效像素数 1220 万, 最高分辨率 4272×2848 像素, 存储格式为 JPG 图片文件, 连拍约 3.5 张/s, 配备 10~22 mm 广角镜头可以在距模型两米处摄取整个模型的照片。

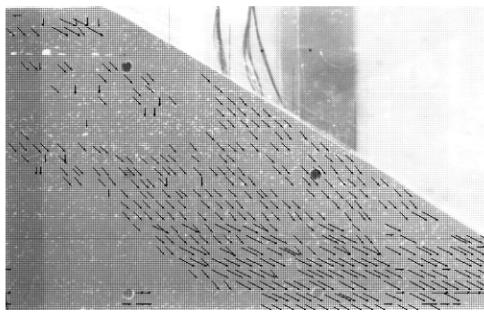


图 5 MVC3000 高分辨率摄像头分析结果

Fig. 5 Analytic results from MVC camera

利用此设备采集的照片具有分辨率高、采集范围大的优点, 能够摄取约整个模型 3/4 的范围, 所能分析的有效范围基本将整个滑移带包括在内。为方便对比, 截取与前述两种设备相同的范围进行分析。经过分析, 数码相机所采集的照片可以取得很好的分析效果。图 6 为振动过程中某一时刻模型局部区域的位移场分布, 可见识别的结果具有很高的一致性。因此, 利用高清数码相机采集的照片辅助进行 PIV 技术分析可以有效地应用于大型振动台模型试验中。

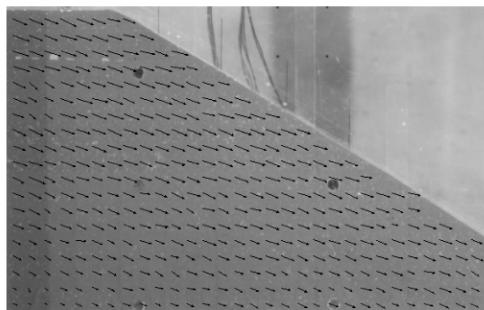


图 6 CANON 高清数码相机分析结果

Fig. 6 Analytic results from CANON digital camera

图 2 中标记点 1 和 2 之间的水平距离为 10 cm, 将选取的 3 种设备固定在同一位置拍摄模型箱上相同范围时, 两点之间的像素数列入表 2 中。由此可见, 随着像素数的增加, 分析的效果越好。当 10 cm 的距离具有 158 个像素时, 可以取得很好的分析效果。因此, 图像拍摄设备具有的像素精度是影响 PIV 技术分析成败的关键因素。

表 2 不同设备拍摄相同距离时具有的像素数

Table 2 Pixels of different equipments

设备	像素/个
SONY 数码摄像机	47
微视千兆网摄像头	76
CANON 高清数码相机	158

4 结果分析

通过上述的对比分析可以看出, PIV 方法应用于

大型振动台模型试验是可行的。利用 PIV 方法可以得到其它测量方法所无法获得的一些重要信息。

(1) 通过比较分析可以有效地捕捉到模型在振动过程中变形、沉降、直至破坏的全过程, 获得丰富的边坡变形直至破坏的全过程, 为深入了解地震作用下边坡破坏的机理提供辅助条件。图 7 给出了振动过程中模型相对于模型箱的增量相对位移, 即当前步模型相对模型箱的位移与前一步相对位移的差。

试验的前一阶段, 整个模型以均匀沉降为主并伴有向右侧的运动, 这是由于模型左侧受限的原因。在水平地震激励下, 模型同时伴有相对于模型箱的水平往复相对运动(如图 7(a), 7(b)) ; 随着振动台输入加速度的增大, 模型部分区域达到屈服加速度, 出现相对滑移现象(如图 7(c))。此时, 预示着滑移破坏的开始; 随着振动台加速度的增加, 滑移进一步发展, 在模型外侧可以明显观察到滑裂面的形成, 边坡完全失稳(如图 7(d))。

(2) 通过对模型中某一网格点的观测, 可以得到模型中任意观测点的像素位移时程曲线。然后根据像素坐标与物理坐标的转化得到任意点的物理位移, 从而可以定量分析沉降、失稳和滑移过程等信息, 这就解决了光学位移计等量测手段在土石坝模型试验中应用困难的问题。

图 8 和 9 为图 2 中位移观测点 1 与 2 的水平向和竖向位移时程曲线(此处的位移是指模型相对于模型箱的总位移)。由于地震的水平往复运动, 模型相对于模型箱有水平向往复相对运动, 因此图 8 中曲线 1 出现锯齿状波动。由于只施加了水平向地震激励, 所以水平向位移曲线的波动较竖向位移明显。水平位移曲线的波动反映了滑动体在惯性力的作用下发生短暂的滑动和停止以及压密和疏松的往复运动。图 2 中观测点 1 位于滑移带内, 观测点 2 在滑移带外。由图 8 和图 9 可见, 模型的非滑移带一直处于一个平稳沉降的阶段, 而处于滑移带内的部分首先处于一个平稳沉降阶段, 滑裂面贯穿后, 变为急速滑移的阶段, 中间的转折点即为滑体开始滑动的时刻。

(3) 通过分析处于滑移带内观测点的位移时程可以得到滑裂面的形成过程以及滑动开始的时刻。

一直以来, 如何判断边坡是否达到临界破坏状态是边坡稳定分析中比较棘手的问题。目前判断边坡失稳破坏的标准主要有收敛性准则、塑性区贯通准则、广义剪应变准则、位移突变准则、位移速率突变准则以及位移曲线曲率判别法^[18]。

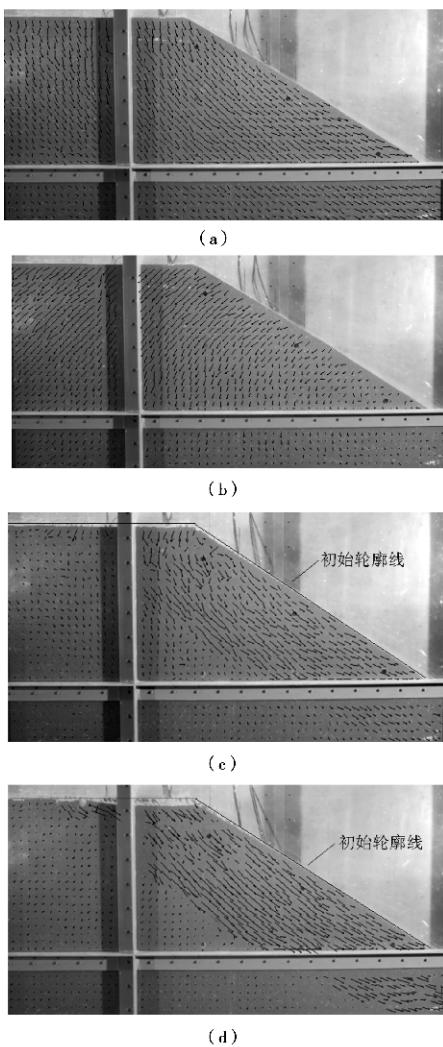


图 7 模型变形过程

Fig. 7 Deformation of the model

地震作用下的边坡滑移实际上是边坡某些区域达到屈服加速度后发生的失稳破坏。因此，滑移块体的加速度在滑移发生的瞬间会有增大的趋势。而位移曲线的曲率（如式 1 所示）是与位移的二阶导数相关的一个物理量，而滑移体的加速度即为位移曲线的二阶导数。因此，用位移曲线曲率判别法判断边坡失稳发生的时刻具有一定的物理意义。这里所说的“曲率”与数学上的曲率有些区别，它带有符号，正号表示曲线凸向下，负号表示凸向上。

$$k = \frac{y''}{[1 + (y')^2]^{\frac{3}{2}}} \quad (1)$$

图 10 与 11 分别为处于滑移带内观测点 1 的水平向与竖向位移（模型相对于模型箱的总位移）时程曲线及其对应的“曲率”。由图可见，两条曲线均在采样开始后 8.25 s 出现曲率最大值。此时刻之前，曲线的“曲率”在图中虚线上下两侧基本呈对称分布，说明此时模型没有发生连续的滑动。此后，“曲率”不再对

称，位移曲线也不再出现位移减小现象，说明滑体开始加速下滑并一直滑移下去。因此可以确定采样开始后 8.25 s 为边坡滑移开始时刻，同时也说明采用曲率判别法判断边坡失稳是可行的。而在采样开始至 8.25 s 之间，滑移体已经出现水平和竖向位移以及短暂的滑动，说明这类边坡失稳破坏是一个渐进的破坏过程。

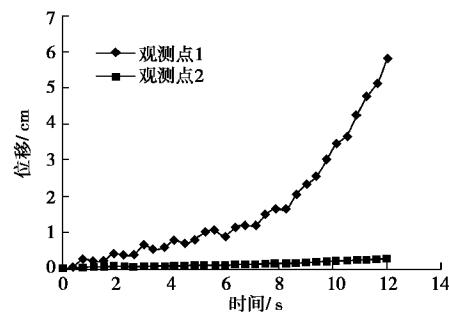


图 8 观测点水平向总位移时程曲线

Fig. 8 Horizontal time-displacement curves of observed points

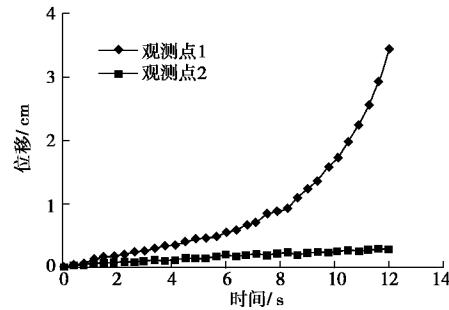


图 9 观测点竖向总位移时程曲线

Fig. 9 Vertical time-displacement curves of observed points

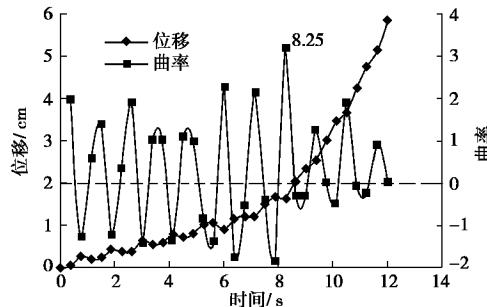


图 10 观测点 1 水平向位移和曲率

Fig. 10 Curvature of horizontal curves of observed point 1

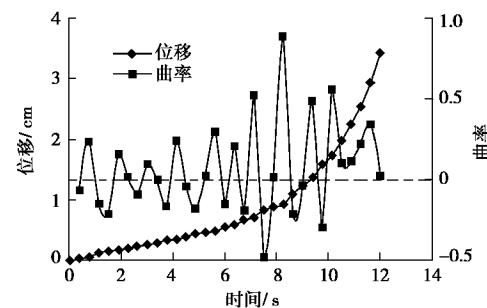


图 11 观测点 1 竖向位移和曲率

Fig. 11 Curvature of vertical curves of observed point 1

(4) 通过对摄取的照片进行分析, 可以通过全部网格点的位移矢量场直观地观察到滑移带的形状。

振动结束后, 由于砂料的掩埋, 造成滑裂面裂缝在许多区域被模型箱的加筋槽钢所遮挡, 难以完整描绘出滑移带的形状。而通过 PIV 分析, 可以解决这一问题。

图 12 所示为滑移发生后整个模型的增量相对位移分布图。振动前模型中被梁挡住不可见的一部分, 振动后由于滑移和沉降而显露出来, 而这部分处于网格划分范围外, 所以在图中两根竖梁的右侧和横梁的下侧出现一部分空白区域。图中绘出的黑实线两侧位移场发生明显变化。因此, 可以判定黑实线所处的位置和形状即为滑移面所在, 这与振动结束后裂缝可见部分的结果是一致的。

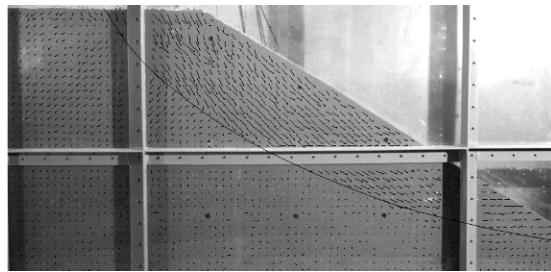


图 12 滑移带位置和形状

Fig. 12 Location and shape of the sliding surface

5 结语

本文基于PIV技术, 结合大型振动台模型试验, 对PIV方法在大型振动台模型试验中的应用进行了尝试。结果表明该测量技术能较好地测定大型振动台模型试验中观察面内任意点在任意时刻的位移, 可以获得丰富的边坡变形直至破坏的完整过程, 并具有不干扰测量对象、无需预先确定测点、稳定性和抗干扰能力好、自动化程度高、工作量小等优点。通过对位移时程曲线的分析, 位移曲线曲率判别法能够较准确判别边坡发生失稳的时刻。

由于振动台在工作过程中会造成包含地基在内的整个场地都在振动, 很难找到一个固定不动的位置来架设照相设备, 因此给图像获取带来了困难, 如影响相机对焦, 成像不够清晰, 相机的转动将会造成图像有些失真, 并且难以估计转动造成的测量误差。上文中的位移曲线由于包含了这部分运动在内, 所以不是很光滑, 计算得到的边坡滑移时间存在一定的误差。克服图像采集设备的振动是将来在振动台模型试验中使用 PIV 技术必须解决的问题。

致谢: 本文的模型试验得到了朱彤高工和周扬博士生的大力

协助, 在此表示感谢。

参考文献:

- [1] 孔宪京, 邹德高, 邓学晶, 刘莹光. 高土石坝综合抗震措施及其效果的验算[J]. 水力学报, 2006, 37(12): 1489 - 1495. (KONG Xian-jing, ZOU De-gao, DENG Xue-jing, LIU Ying-guang. Comprehensive earthquake resistant measure of high earth-rockfill dams and effectiveness verification[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2006, 37(12): 1489 - 1495. (in Chinese))
- [2] 张锐, 迟世春, 林皋. 基于大变形理论的高土石坝坝坡稳定分析[J]. 水电能源科学, 2007, 25(6): 54 - 57. (ZHANG Rui, CHI Shi-chun, LIN Gao. Slope stability analysis of high earth rockfill dam based on large deformation theory[J]. Water Resources and Power, 2007, 25(6): 54 - 57. (in Chinese))
- [3] 谢和平, 邓建辉, 台佳佳. 汶川大地震灾害与灾区重建的岩土工程问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, 27(9): 1781- 1791. (XIE He-ping, DENG Jian-hui, TAI Jia-jia. Wenchuan Large Earthquake and post-earthquake reconstruction-related geotechnical problems[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, 27(9): 1781 - 1791. (in Chinese))
- [4] 周健, 贾敏才. 土工细观模型试验与数值模拟[M]. 北京: 科学出版社, 2008. (ZHOU Jian, JIA Min-cai. Model test and micro numerical simulation of geotechnical engineering[M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese))
- [5] 解中辉. 核电站斜坡式堆石堤模型试验及相关问题研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2006. (XIE Zhong-hui. Experimental study on the slope breakwater of nuclear power station and research of correlated issues[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2006. (in Chinese))
- [6] 孔宪京, 刘君, 韩国城. 面板堆石坝模型动力破坏试验与数值仿真分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(1): 26 - 30. (KONG Xian-jing, LIU Jun, HAN Guo-cheng. Dynamic failure test and numerical simulation of model concrete-faced rockfill dam[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2003, 25(1): 26 - 30. (in Chinese))
- [7] 徐玉明, 迟卫, 莫立新. PIV 测试技术及其应用[J]. 舰船科学技术, 2007, 29(3): 101 - 105. (XU Yu-ming, CHI Wei, MO Li-xin. PIV measurement technique and its application[J]. Ship Science and Technology, 2007, 29(3): 101 - 105. (in Chinese))
- [8] 杨小林, 严敬. PIV 测速原理与应用[J]. 西华大学学报(自然科学版), 2005, 24(1): 19 - 21. (YANG Xiao-lin, YAN Jing.

- Principles for the measurement and image processing using PIV[J]. Sichuan University of Science and Technology (Natural Science), 2005, **24**(1): 19 - 21. (in Chinese))
- [9] WHITE D J. An investigation into the behaviour of pressed-in piles[D]. Cambridge: University of Cambridge, 2002.
- [10] 孙鹤泉, 康海贵, 李广伟. PIV 的原理与应用[J]. 水道港口, 2002, **23**(1): 42 - 45. (SUN He-quan, KANG Hai-gui, LI Guang-wei. Theory and application of PIV[J]. Journal of Waterway and Harbor, 2002, **23**(1): 42 - 45. (in Chinese))
- [11] 禹明忠, 王兴奎, 庞东明, 王殿常. PIV 流场量测中图像变形的修正[J]. 泥沙研究, 2001(5): 59 - 62. (YU Ming-zhong, WANG Xing-kui, PANG Dong-ming, WANG Dian-chang. Calibration of the image distortion in measuring velocity field with PIV[J]. Journal of Sediment Research, 2001(5): 59 - 62. (in Chinese))
- [12] 孙鹤泉, 康海贵, 李广伟. 粒子图像测速(PIV)技术的发展[J]. 仪器仪表用户, 2003, **10**(6): 1 - 3. (SUN He-quan, KANG Hai-gui, LI Guang-wei. The development of particle image velocimetry[J]. Electronics Instrumentation Customer, 2003, **10**(6): 1 - 3. (in Chinese))
- [13] MURAI Yuichi, YAMAMOTO Fujio. Simultaneous PIV/PTV measurements of bubble and particle phases in gas-liquid two-phase flow based on image separation and reconstruction[J]. Journal of Hydrodynamics, Ser. B, 2004, **16**(6): 756 - 766.
- [14] HOSSAIN M S, HU Y, RANDOLPH M F, WHITE D J. Limiting cavity depth for spudcan foundations penetrating clay[J]. Géotechnique, 2005, **55**(9): 679 - 690.
- [15] 李元海, 朱合华, 上野胜利, 望月秋利. 基于图像相关分析的砂土模型试验变形场量测[J]. 岩土工程学报, 2004, **26**(1): 36 - 41. (LI Yuan-hai, ZHU He-hua, UENO Katsutoshi, MOCHIZUKI Akitoshi. Deformation field measurement for granular soil model using image analysis[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, **26**(1): 36 - 41. (in Chinese))
- [16] 张 嘎, 牟太平, 张建民. 基于图像分析的土坡离心模型试验变形场测量[J]. 岩土工程学报, 2007, **29**(1): 94 - 97. (ZHANG Ga, MOU Tai-ping, ZHANG Jian-min. Displacement measurement using image analysis in centrifuge modeling of slope[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, **29**(1): 94 - 97. (in Chinese))
- [17] MICHALOWSK R L, SHI Lei. Deformation patterns of reinforced foundation sand at failure[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, 2003, **129**(6): 439 - 449.
- [18] 黄盛铨, 刘君, 孔宪京. 强度折减 DDA 法及其在边坡稳定分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2008, **27**(增1): 2799 - 2806. (HUANG Sheng-quan, LIU Jun, KONG Xian-jing. DDA with strength reduction technique and its application to stability analysis of rock slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2008, **27**(S1): 2799 - 2806. (in Chinese))