

# 基底宽度对承载力系数 $N_\gamma$ 的影响分析

杜佐龙<sup>1, 2</sup>, 黄茂松<sup>1, 2</sup>, 秦会来<sup>1, 2</sup>

(1. 同济大学岩土及地下工程教育部重点实验室, 上海 200092; 2. 同济大学地下建筑与工程系, 上海 200092)

**摘 要:** 在地基极限承载力计算中, 基底宽度对极限承载力产生重要影响。在通用的条形基础承载力计算公式中,  $N_c$  和  $N_q$  已有真解, 此两项与基底宽度无关; 而  $N_\gamma$  目前还没有准确的统一解, 因此基底宽度对极限承载力的影响就转化为其对  $N_\gamma$  的影响。基于 Mohr-Coulomb 准则, 对不同基底粗糙程度和不同剪胀角情况下的基底宽度对  $\gamma$ - $c$ - $\phi$  土地基  $N_\gamma$  的影响进行了弹塑性有限元分析, 计算结果与经典的极限平衡法和极限分析法以及多块体上限解的对比证明了本文方法的合理性和有效性。分析结果表明: 相比于粗糙基础, 基底宽度对光滑基础的  $N_\gamma$  影响更大; 相比于关联流动法则, 考虑非关联流动法则时基底宽度对  $N_\gamma$  影响更大, 剪胀角越小, 影响越大。

**关键词:** 刚性条形基础; 地基极限承载力系数; 基底宽度; 基底粗糙程度; 剪胀角

中图分类号: TU432

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2010)03-0408-07

**作者简介:** 杜佐龙(1979-), 男, 博士研究生, 主要从事隧道和岩土工程稳定性方面的研究。E-mail: [dzdragon1979@gmail.com](mailto:dzdragon1979@gmail.com)。

## Effect of base width on bearing capacity factor $N_\gamma$

DU Zuo-long<sup>1, 2</sup>, HUANG Mao-song<sup>1, 2</sup>, QIN Hui-lai<sup>1, 2</sup>

(1. Key Laboratory of Geotechnical and Underground Engineering of Ministry of Education, Tongji University, Shanghai 200092, China;

2. Department of Geotechnical Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

**Abstract:** In the analysis of the ultimate bearing capacity of foundation, the base width plays a very important role. In a general formula of a centrally and vertically loaded strip base,  $N_c$  and  $N_q$  have accurate values which are not affected by the base width; while  $N_\gamma$  does not have a true uniform solution. Therefore, the effect of base width on bearing capacity is converted to that on  $N_\gamma$ . Based on the Mohr-Coulomb theory, the effect of  $B$  on  $N_\gamma$  of  $\gamma$ - $c$ - $\phi$  soil with different surface roughnesses and different dilation angles is analyzed by the elasto-plastic finite element method. Excellent agreement is obtained by the comparison among the finite element method and the classical limit equilibrium methods, limit analyses, multi-block upper bound method. The results show that the base width has more remarkable effect on  $N_\gamma$  under smooth base than that under rough base. The effect is much more remarkable when the non-associated flow rule is considered, particularly with the little dilation angle.

**Key words:** rigid strip base; bearing capacity factor; base width; roughness; dilation angle

## 0 引 言

基底宽度  $B$  与承载力系数  $N_\gamma$  之间的关系一直是土力学中没有得到很好解决的问题, 其分析方法可分为以下四种: 极限平衡法、滑移线法、极限分析法以及常规的位移弹塑性数值方法。

极限平衡法认为承载力系数  $N_\gamma$  仅仅是内摩擦角的函数, 与基底宽度无关, 这与事实不符, 另外  $N_\gamma$  的极限平衡公式带有明显的经验成分。Bolton<sup>[1]</sup>使用滑移线方法详细讨论了基底粗糙程度和基础形状(圆形、条形)对  $N_\gamma$  的影响, Zhu<sup>[2]</sup>则使用滑移线方法重点探讨了基底尺寸的影响:  $N_\gamma=185 (gB/p_a)^{-0.35}$ , 式中  $p_a$  为大气压力,  $g$  为土体重度。但是滑移线方法并不能保证应力场可以扩展至整个地基<sup>[3]</sup>, 因此其准确性也

就难以得到保证。Michalowski<sup>[4]</sup> 以及 Soubra<sup>[5]</sup>通过运用多块体上限分析方法详细讨论了  $N_\gamma$  的影响因素, 但没有考虑基底宽度的影响。Ukritchon<sup>[6]</sup>以及 Lyamin 和 Sloan<sup>[7]</sup>的极限分析有限元研究得到的  $N_\gamma$  解接近真解, 但是只讨论了基底粗糙程度, 也并没有详细讨论基底宽度的影响。Kumar<sup>[8]</sup>使用极限分析下限有限元方法, 考虑了内摩擦角随平均主应力的变化, 针对 Hoston 砂和 Toyoura 砂的分析证实了光滑基础下  $N_\gamma$  和  $gB/p_a$  之间的指数关系, 但是其研究结论的通用性还需要进一步的验证。在常规弹塑性数值分析方法方面,

基金项目: 国家杰出青年科学基金项目 (50825803)

收稿日期: 2008-12-03

Griffiths<sup>[9]</sup>、Manoharan 和 Dasgupta<sup>[10]</sup>以及 Frydman 和 Burd<sup>[11]</sup>都是针对固定的一两个宽度进行的分析, 基底宽度  $B$  对  $N_\gamma$  的影响规律的研究目前还较少。

本文基于 Mohr-Coulomb 理想弹塑性模型, 采用位移控制弹塑性有限单元法探讨了不同基底粗糙程度和不同剪胀角情况下基础宽度  $B$  对承载力系数  $N_\gamma$  的影响, 采用了两种分析方法计算承载力系数  $N_\gamma$ , 两种方法均与多块体极限分析上限方法<sup>[12]</sup>进行了对比验证, 本文方法得到的相关结论和建议可对工程实践起指导作用。

## 1 方法合理性的验证

本文采用基于 Mohr-Coulomb 准则的理想弹塑性模型进行有限元计算, 所分析的有限元算例为: 考虑基底宽度为一定值  $B$  的刚性条形基础, 计算简图如图 1 所示, 计算区域水平向取  $10B$ , 竖向取  $5B$ 。采用 15 节点的高阶三角形单元进行分析。

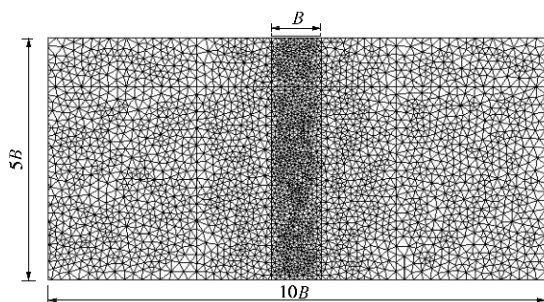


图 1 刚性条形基础有限元网格

Fig. 1 Finite element meshes for rigid strip base

基底粗糙程度分成基底绝对粗糙和基底绝对光滑两种情况进行讨论。采用将竖向位移  $s$  施加在基础与土体接触处的节点上的方法, 对于完全粗糙基础, 在基础节点上完全约束水平位移; 对于完全光滑基础, 则完全不约束水平位移。本文使用的土体的材料参数如下所示:

弹性模量  $E=2.0 \times 10^8$  Pa; 泊松比  $\nu=0.3$ ; 土体重度  $g=20$  kN/m<sup>3</sup>; 黏聚力  $c=20$  kPa; 内摩擦角  $j=0^\circ \sim 40^\circ$ ; 剪胀角  $\gamma=0^\circ \sim 40^\circ$ 。

### 1.1 承载力系数 $N_c$ 的验证

对于无重土地基, 地基极限承载力可表示为

$$q_u = cN_c,$$

其中,  $N_c$  的 Prandtl 解 (光滑基础) 和 Terzaghi 解 (粗糙基础) 可分别表示为

$$N_c = \cot j \cdot \left[ e^{\pi \cdot \tan j} \cdot \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{j}{2} \right) - 1 \right], \quad (1)$$

$$\text{和 } N_c = \cot j \cdot \left[ \frac{e^{\left( \frac{3}{2} \pi - j \right) \cdot \tan j}}{2 \cos^2 \left( 45^\circ + \frac{j}{2} \right)} - 1 \right]. \quad (2)$$

图 2 为无重土地基在基底绝对光滑情况下的  $q-s$  曲线分布图, 取基底宽度为 8 m, 其余基底宽度 ( $B=1, 2, 4$  m) 下的极限承载力与之的差别在 0.1% 以内, 可以认为  $N_c$  不受基底宽度的影响。图 3 为本文计算结果与经典极限平衡方法的对比; 在无重土条件下, 因 Prandtl 解为光滑基础  $N_c$  的真解, 而本文的光滑解则略大于 Prandtl 解; Terzaghi 解普遍认为是偏大的<sup>[3]</sup>, 本文的粗糙解则略低于 Terzaghi 解。本文解与真解之间的差异随着内摩擦角的增大而增大, 图 3 的对比说明本文方法拥有很高的精度。

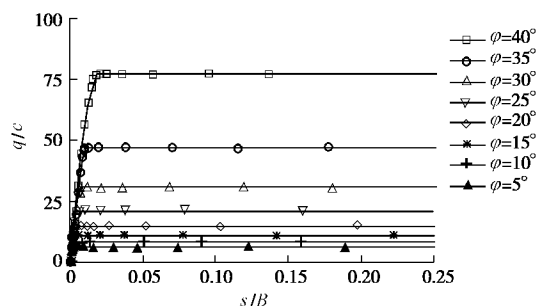


图 2 不考虑重力时光滑刚性条形基础的  $q-s$  曲线 ( $B=8$  m)

Fig. 2  $q-s$  curves under smooth rigid strip base without gravity

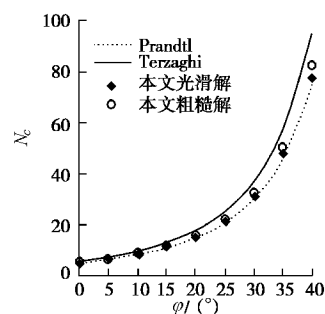


图 3 不考虑重力时刚性条形基础的  $N_c$  随  $\phi$  的变化

Fig. 3  $\phi-N_c$  curves under rigid strip base without gravity

### 1.2 承载力系数 $N_\gamma$ 的验证—与极限平衡法的比较

为进一步验证本文有限元分析的精确性, 这里首先考虑在黏聚力  $c=0$  时地基承载力系数  $N_\gamma$  随  $j$  的变化规律, 此时地基承载力可以表示为

$$q_u = \frac{1}{2} g B N_\gamma. \quad (3)$$

图 4 是  $B=8$  m 时粗糙刚性条形基础在  $c=0$  情况下的  $q-s$  曲线, 图 5 为本文有限元分析所得到的  $N_\gamma$  与经典极限平衡法的对比, 图中给出了  $B=1$  m 和  $B=8$  m 时的本文有限元解, 可以看出 Meyerhof 以及 Hansen 的解普遍偏小, 而 Vesic 以及 Terzaghi 的解在内摩擦角较小时高估  $N_\gamma$  而在内摩擦角较大时低估了  $N_\gamma$ 。另

外极限平衡法仅既不是上限解也不是下限解，故其准确性必须经过其它方法的进一步的验证。

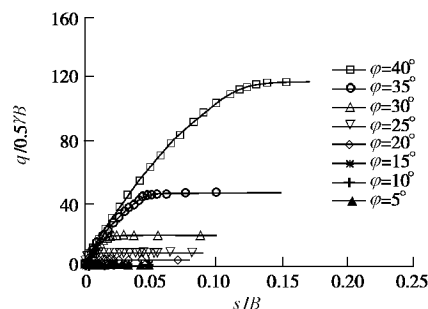


图 4 粗糙刚性条形基础在  $c=0$  时的  $q-s$  曲线( $B=8\text{ m}$ )

Fig. 4  $q-s$  curves under rough rigid strip base when  $c=0$  ( $B=8\text{ m}$ )

1.3 承载力系数  $N_\gamma$  的验证—与其它方法的比较

表 1 和表 2 分别为光滑和粗糙刚性条形基础  $N_\gamma$  与其它方法的比较，对比两表可以看出，基底粗糙程度的影响随着内摩擦角的增大而增大，当内摩擦角  $j=40^\circ$  时，粗糙基础的  $N_\gamma$  几乎是光滑解的两倍。

本文有限元分析求得的  $N_\gamma$  并非一个定值，而是随着宽度的增加而减小，这一点与 Griffiths<sup>[9]</sup> 的分析结论相一致，但是在  $c=0$  时减小的幅度非常小，由此可见假设在  $c=0$  时  $N_\gamma$  为定值不会带来很大的误差。另外从表中可以看出，本文有限元解在内摩擦角较小时 ( $j \leq 10^\circ$ ) 的  $N_\gamma$  要高于上限解，这意味着在内摩擦角较小时本文有限元法高估  $N_\gamma$ ，随着内摩擦角的增大不同方法得到的  $N_\gamma$  值的差异也在增大，此时本文有限元解低于 Chen<sup>[3]</sup> 和 Michalowski<sup>[4]</sup> 的上限解，Chen 的圆弧破坏模式过于简化，得到的  $N_\gamma$  偏大，本文解与

表 1 光滑刚性条形基础承载力系数  $N_\gamma$  与其它方法对比

Table 1 Comparison of $N_\gamma$ between FEM and other methods under smooth rigid strip base				
$j/(\circ)$	$N_\gamma$ 有限元解	$N_\gamma$		
	$B=1\text{ m}, 2\text{ m}, 4\text{ m}, 8\text{ m}$	Sokolovski(1960)	Chen(1975)	Michalowski(1997)
5	0.192~0.18	—	0.10	0.13
10	0.517~0.49	0.48	0.50	0.42
15	1.15~1.07	1.40	1.20	1.05
20	2.37~2.24	3.16	2.70	2.33
25	5.39~4.970	6.90	5.90	5.02
30	10.31~9.51	15.3	12.7	10.92
35	23.51~22.5	35.2	28.6	24.7
40	58.90~57.60	86.5	71.6	60.2

表 2 粗糙刚性条形基础承载力系数  $N_\gamma$  与其它方法对比

Table 2 Comparison of $N_\gamma$ between FEM and other methods under rough rigid strip base				
$j/(\circ)$	$N_\gamma$ 有限元解	$N_\gamma$		
	$B=1\text{ m}, 2\text{ m}, 4\text{ m}, 8\text{ m}$	Chen(1975)	Bolton&Lau(1993)	Michalowski(1997)
5	0.29~0.23	0.38	0.62	0.18
10	0.80~0.71	1.16	1.71	0.71
15	1.89~1.74	2.30	3.17	1.94
20	4.36~3.96	5.20	5.97	4.47
25	9.55~8.80	11.40	11.60	9.77
30	20.85~19.75	25.00	23.60	21.40
35	47.90~46.48	57.00	51.00	48.70
40	117.80~116.0	141.00	121.00	119.0

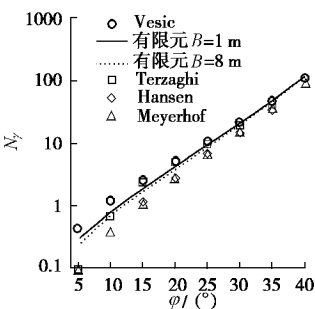


图 5 粗糙刚性条形基础  $N_\gamma$  与经典极限平衡法比较

Fig. 5 Comparison of  $N_\gamma$  between FEM and classical limit equilibrium methods under rough rigid strip base

Michalowski 的解比较接近；而 Sokolovski<sup>[3]</sup> 以及 Bolton<sup>[1]</sup> 的滑移线方法在区域内满足破坏方程、应力边界条件和屈服准则，实质上服从下限定理但却高于部分上限解的值，这意味着仅局部满足下限定理的滑移线法求得的承载力系数  $N_\gamma$  偏大。

通过上述对比，说明用本文的有限元方法求解土体结构的极限承载力拥有足够的精度，结果是可信的。

2 基底宽度  $B$  对承载力系数  $N_\gamma$  的影响分析

本文有限元方法在确定地基承载力系数  $N_\gamma$  时，可以有两种不同的方法：方法一是在假设  $c=0$  的情况下由式 (3) 直接计算得到  $N_\gamma$ ；方法二是在  $c \neq 0$  时由下面的公式 (4) 计算得到  $N_\gamma$ 。



$$q_u = cN_c + \frac{1}{2}gBN_g。$$

(4)

此时  $N_c$  取  $g=0$  时相应的 Terzaghi 和 Prandtl 解。无疑由第二种方法计算得到的  $N_\gamma$  更具合理性, 可以适用于  $c \neq 0$  情况。毫无疑议, 探讨一下采用这两种方法确定的  $N_\gamma$  受基础宽度  $B$  的影响规律是必须的。表 3 给出了  $g=20 \text{ kN/m}^3$  时两种确定方法得到的粗糙刚性条形基础  $N_\gamma$  随基础宽度的变化规律, 表中同时给出了本文的有限元解和文献[12]中所采用的多块体上限法的计算结果, 可以发现采用更合理的第二种方法得到的  $N_\gamma$  实际上受到基底宽度  $B$  的影响远比第一种方法要明显。当内摩擦角为  $40^\circ$  时, 粗糙基础的第二种方法得到的  $N_\gamma$  由 130.30 降为 123.57, 降低了约 5.2%, 而第一种方法得到的  $N_\gamma$  由 117.8 降为 116.0, 降幅仅为 1.5%, 多块体上限分析也得到了类似的结论。

2.1 不同基底粗糙程度下宽度  $B$  对  $N_\gamma$  的影响

表 4 是  $c=20 \text{ kPa}$  时得到的基底绝对粗糙和绝对光滑两种情况下的  $N_\gamma$  随宽度变化的对比, 无论光滑还是粗糙,  $N_\gamma$  都随着宽度的增加而降低; 光滑基础的  $N_\gamma$  由 78.8 降低为 64.90, 降低了约 17.6%; 而同等情况下的粗糙基础则由 130.3 降为 123.57, 仅降低了约 5.2%; 光滑解随宽度增加而减小的幅度相对更大, 这意味着基底宽度  $B$  对光滑基础的极限承载力影响更大。

表 3 粗糙刚性条形基础本文有限元解和多块体上限解的对比

Table 3 Comparison of $N_\gamma$ under strip rigid base between FEM and multi-block upper bound method								
$j/(\circ)$	本文有限元解/多块体上限解 $c=0$				本文有限元解/多块体上限解 $c=20 \text{ kPa}$			
	$B=1 \text{ m}$	$B=2 \text{ m}$	$B=4 \text{ m}$	$B=8 \text{ m}$	$B=1 \text{ m}$	$B=2 \text{ m}$	$B=4 \text{ m}$	$B=8 \text{ m}$
5	0.29/0.18	0.26/0.18	0.24/0.18	0.23/0.18	0.41/0.47	0.36/0.46	0.30/0.45	0.29/0.42
10	0.80/0.71	0.75/0.71	0.72/0.71	0.71/0.71	1.08/1.38	1.03/1.34	1.01/1.26	0.80/1.15
15	1.89/1.94	1.82/1.94	1.77/1.94	1.74/1.94	2.35/3.08	2.30/2.90	2.05/2.73	1.81/2.53
20	4.36/4.48	4.15/4.48	3.99/4.48	3.96/4.48	5.07/6.39	4.96/6.05	4.75/5.64	4.48/5.29
25	9.55/9.80	9.20/9.80	8.95/9.80	8.80/9.80	10.75/12.77	10.50/12.17	10.35/11.50	8.98/10.90
30	20.85/21.53	20.39/21.52	20.01/21.50	19.75/21.50	23.30/26.81	23.15/25.45	22.32/24.17	21.56/23.12
35	47.90/48.98	47.17/49.07	46.78/49.06	46.48/49.03	54.20/58.54	53.10/55.71	52.09/53.27	50.92/51.36
40	117.8/119.69	116.9/119.69	116.4/119.69	116.0/119.69	130.30/138.81	127.60/132.28	125.90/127.42	123.57/124.48

表 4  $c=20 \text{ kPa}$  时不同基底粗糙程度对  $N_\gamma$  的影响对比

Table 4 Comparison of $N_\gamma$ under different base roughnesses when $c=20 \text{ kPa}$								
$j/(\circ)$	基底光滑				基底粗糙			
	$B=1 \text{ m}$	$B=2 \text{ m}$	$B=4 \text{ m}$	$B=8 \text{ m}$	$B=1 \text{ m}$	$B=2 \text{ m}$	$B=4 \text{ m}$	$B=8 \text{ m}$
5	0.38	0.34	0.31	0.29	0.41	0.36	0.30	0.29
10	0.87	0.86	0.83	0.75	1.08	1.03	1.01	0.80
15	1.94	1.88	1.79	1.64	2.35	2.30	2.05	1.81
20	3.70	3.50	3.41	3.20	5.07	4.96	4.75	4.48
25	7.34	7.00	6.69	5.94	10.75	10.50	10.35	8.98
30	15.00	14.40	13.43	12.20	23.30	23.15	22.32	21.56
35	33.90	30.98	29.20	28.60	54.20	53.10	52.09	50.92
40	78.80	72.92	68.12	64.90	130.30	127.60	125.90	123.57

图 6 是  $c=20 \text{ kPa}$  时光滑和粗糙刚性条形基础在内摩擦角为  $5^\circ \sim 40^\circ$  时的  $q-s$  曲线, 同样验证了基底粗糙程度对承载力的影响随着内摩擦角的增大而增大这一趋势, 内摩擦角  $40^\circ$  时基底粗糙极限承载力是光滑解的 1.52 倍。图 7 为内摩擦角  $30^\circ$  时光滑和粗糙基础的临近极限破坏状态时的土体塑性场及速度矢量分布图。光滑基础的整个塑性区域范围明显地较粗糙基础的小; 但光滑基础在基底范围内出现的塑性区域较大, 几乎没有刚性区域。基底的土体向两侧滑移, 基础角点处的速度场迅速变化; 其余部分土体向上向外挤出; 由破坏类型来看, 光滑基础的速度场与极限平衡分析方法中假定土体与基础之间有滑移的 Hill 场类似; 粗糙基础的基底正下方有一个随基础下移的刚性楔体区; 中间区的速度向量与基础角点处的辐射线基本垂直, 速度大小随着辐射线的逆时针旋转而增加; 基础角点处速度场迅速变化; 其余部分土体向上向外运动挤出; 粗糙基础的速度场与与极限平衡分析方法中假定土体与基础之间无滑移的 Prandtl 场类似。

以基底法向应力分布来为进一步探究基底粗糙程度对地基承载力的影响。图 8 为光滑和粗糙基础下有限元法的基底法向应力的分布示意图。光滑基础法向应力由中心到基础宽度  $B/2$  处均呈非线性降低; 并且

法向应力降低梯度随着摩擦角增大而增大。粗糙基础由于基底刚性楔体区的存在,基底法向应力由中心处到基础宽度  $0.75 \times B/2$  处均呈非线性升高,至  $B/2$  处又迅速降低,边缘处的应力值并不为零;由于基础刚性,两者的基底反力均呈抛物线形分布,这些结论均与 Manoharan 和 Dasgupta<sup>[10]</sup>的分析结论相一致。

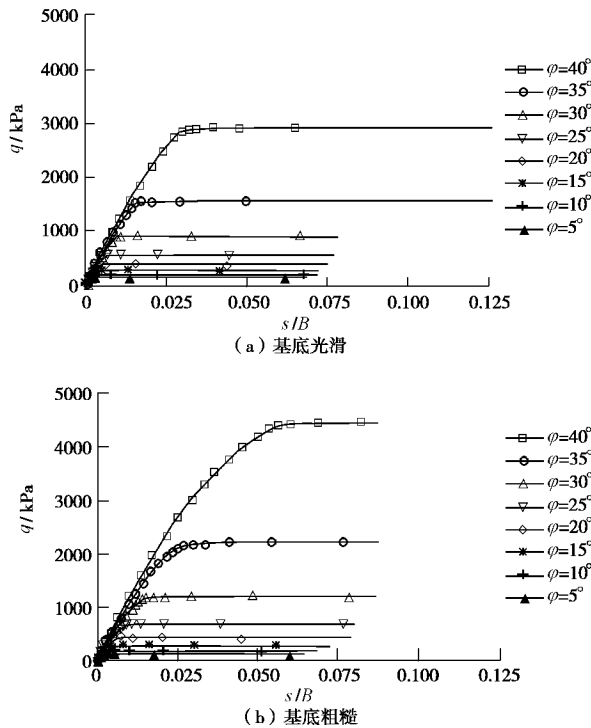


图 6 刚性条形基础的  $q-s$  曲线( $c=20$  kPa,  $B=2$  m)

Fig. 6  $q-s$  curves under rigid strip base ( $c=20$  kPa,  $B=2$  m)

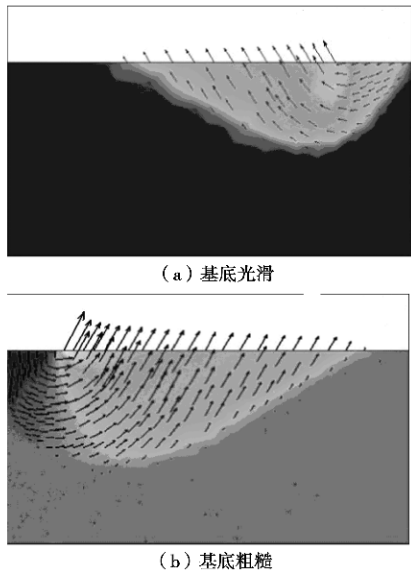


图 7 刚性条形基础在摩擦角  $\varphi=30^\circ$  时临近极限破坏状态的速度场分布( $c=20$  kPa)

Fig. 7 Failure mechanism under rigid strip base as  $\varphi=30^\circ$  ( $c=20$  kPa)

## 2.2 不同剪胀角下宽度 $B$ 对 $N_\gamma$ 的影响

前面的分析对比全部使用关联流动法则,由于采

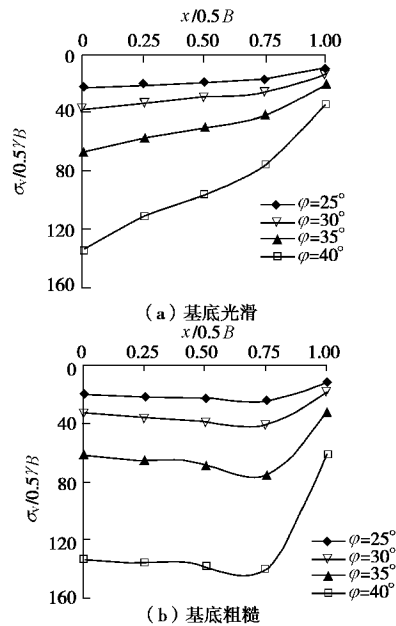


图 8 刚性条形基础的基底竖向应力( $c=20$  kPa)

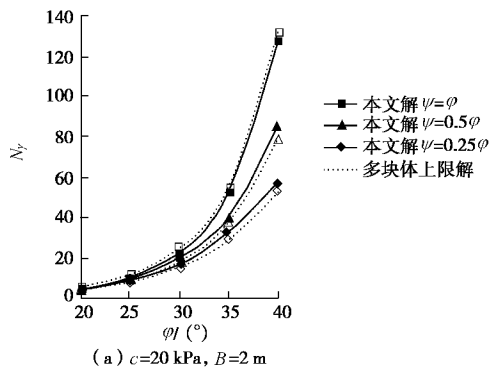
Fig. 8 Comparison of vertical stresses under rigid strip base ( $c=20$  kPa)

用关联流动法则时计算得到的土体体积变形往往大于实际观测到的,因此需要引入非关联流动法则,研究不同剪胀角下宽度  $B$  对  $N_\gamma$  的影响。选择剪胀角  $\psi=0.5j$  和  $\psi=0.25j$  与关联流动法则( $\psi=j$ )进行对比,图 9 为基底粗糙条件下本文计算结果与多块体上限解的对比,基于非关联流动法则的多块体上限解是用土体强度参数  $c^*$  和  $j^*$  代换  $c$  和  $j$  的方法进行等效计算,如下式所示:

$$c^* = c \frac{\cos \psi \cos j}{1 - \sin \psi \sin j},$$
$$\tan j^* = \frac{\cos \psi \sin j}{1 - \sin \psi \sin j}.$$

(5)

从图 9 可以看到在关联流动法则条件下多块体上限解高于本文的有限元解,这显然是合理的。但对于非关联情况,采用等效黏聚力和等效内摩擦角的多块体上限解则反而明显低于本文有限元解。由于本文的有限元解已具有相当高的精度,因此这种基于等效强度参数的非关联极限分析法存在着不合理性,需要进一步的改进。



(a)  $c=20$  kPa,  $B=2$  m

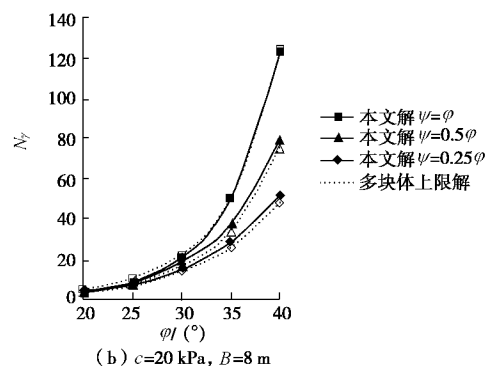


图 9 不同剪胀角下粗糙刚性条形基础  $N_\gamma$  的变化

Fig. 9  $N_\gamma$  under rough rigid strip base with different dilation angles

图 10 为  $B=2\text{ m}$  时不同剪胀角下两种不同基底粗糙程度下的  $q-s$  曲线, 当土体内摩擦角较小时, 剪胀角的影响较小, 随着土体内摩擦角的增大, 剪胀角的影响越来越大。若定义地基承载力系数  $N_\gamma$  的相对差为  $(N_{\gamma(\psi=\varphi)} - N_{\gamma(\psi=0.5\varphi)}) / N_{\gamma(\psi=\varphi)}$  和  $(N_{\gamma(\psi=\varphi)} - N_{\gamma(\psi=0.25\varphi)}) / N_{\gamma(\psi=\varphi)}$ 。当  $j=20^\circ$  时,  $N_\gamma$  的相对差分别为: 7.25%, 15.6%; 当  $j=40^\circ$  时,  $N_\gamma$  的相对差扩大为: 32.8%, 54.4%。由此可见, 剪胀角对  $N_\gamma$  的影响显著。

表 5 不同基底粗糙程度和不同剪胀角时刚性条形基础的  $N_\gamma$  随宽度  $B$  的变化

Table 5  $B-N_\gamma$  table under rigid strip base with different dilation angles and different roughnesses

(a) $j=40^\circ$ 时 $N_\gamma$ 随宽度 $B$ 的变化				
$j=40^\circ$	基底光滑解/基底粗糙解			
	$c=20\text{ kPa}$			
	$B=1\text{ m}$	$B=2\text{ m}$	$B=4\text{ m}$	$B=8\text{ m}$
$y=j$	78.8/130.3	72.92/127.6	68.12/125.9	64.9/123.57
$y=0.50j$	52.30/89.95	46.85/85.70	48.93/82.47	41.95/79.96
$y=0.25j$	38.65/63.34	32.67/58.20	34.27/55.91	27.09/52.20

(b) $j=20^\circ$ 时 $N_\gamma$ 随宽度 $B$ 的变化				
$j=20^\circ$	基底光滑解/基底粗糙解			
	$c=20\text{ kPa}$			
	$B=1\text{ m}$	$B=2\text{ m}$	$B=4\text{ m}$	$B=8\text{ m}$
$y=j$	3.70/5.07	3.5/4.96	3.41/4.75	3.20/4.48
$y=0.50j$	3.45/4.83	3.17/4.61	3.01/4.39	2.79/4.21
$y=0.25j$	3.18/4.46	2.85/4.19	2.72/4.13	2.69/4.07

表 5 给出了不同基底粗糙程度和不同剪胀角情况下当  $j=40^\circ$  和  $j=20^\circ$  时承载力系数  $N_\gamma$  随基底宽度  $B$  的变化。随着宽度的增加, 光滑基础的  $N_\gamma$  的降幅度大于粗糙基础, 当  $j=40^\circ$ 、 $y=0.25j$  时的光滑基础的  $N_\gamma$  由 38.65( $B=1\text{ m}$ )降为 27.09( $B=8\text{ m}$ ), 降低了 29.9%, 而  $y=j$  时仅降低了 17.6%; 当  $j=40^\circ$ 、 $y=0.25j$  时的粗糙基础的  $N_\gamma$  由 63.34( $B=1\text{ m}$ )降为 52.20( $B=8\text{ m}$ ), 降低了约 18%, 而  $y=j$  时仅降低了 5.2%。由此可见, 基底宽度  $B$  对考虑非关联流动法则的光滑基础的影响更大; 而且剪胀角越小, 影响越大。

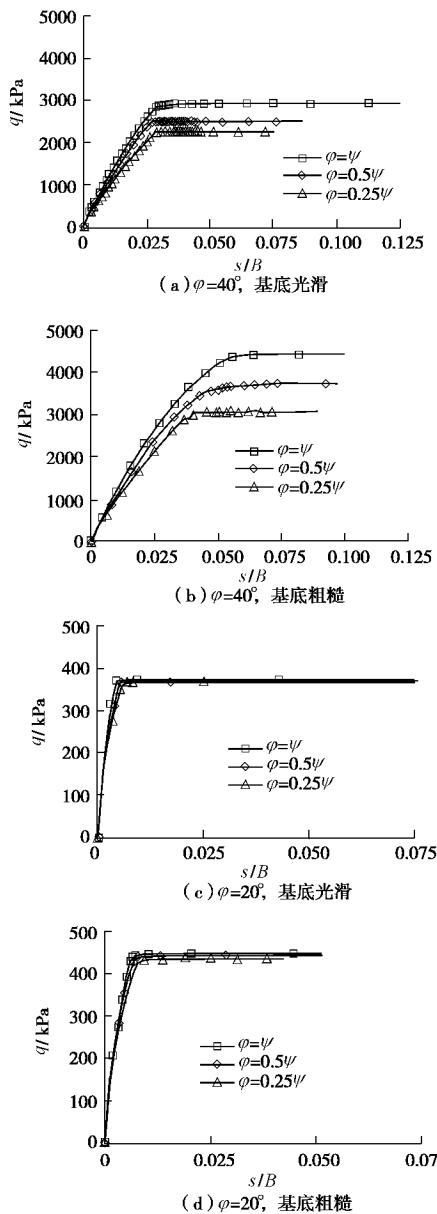


图 10 不同剪胀角下刚性条形基础的  $q-s$  曲线( $c=20\text{ kPa}$ ,  $B=2\text{ m}$ )

Fig. 10  $q-s$  curves under rigid strip base with different dilation angles ( $c=20\text{ kPa}$ ,  $B=2\text{ m}$ )

### 3 结 论

本文使用常规的位移弹塑性有限元方法研究了刚性条形基础的基底宽度  $B$  对承载力系数  $N_\gamma$  的影响, 通过分析得到了以下的结论:

- (1) 通过与多块体上限方法和极限分析方法的对比, 验证了本文方法得到的  $N_\gamma$  的准确性, 本文计算的地基承载力系数  $N_\gamma$  值略低于多块体上限法, 但是在考虑剪胀性影响时多块体上限法得到的  $N_\gamma$  值偏于保守。
- (2) 无论粗糙基础还是光滑基础, 承载力系数  $N_\gamma$  均随基底宽度  $B$  的增大而显著降低, 但是  $B$  对光滑基

础的影响更为明显,光滑基础的降幅要远大于粗糙基础。

(3)剪胀性是另外一个不容忽视的影响因素,剪胀角越小,影响就越明显,特别在基底光滑和考虑剪胀性时,假设 $N_\gamma$ 为常量将严重高估地基的承载能力。

#### 参考文献:

- [1] BOLTON M D, LAU C K. Vertical bearing capacity factors for circular and strip footings on Mohr-Coulomb soil[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1993, **30**: 1024 - 1033.
- [2] ZHU F Y, CLARK J I, PHILLIPS R. Scale effect of strip and circular footings resting on dense sand[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2001, **127**(7): 613 - 621.
- [3] CHEN W F. Limit analysis and soil plasticity[M]. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Company, 1975.
- [4] MICHALOWSKI R L. An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis[J]. Soils and Foundations, 1997, **37**(4): 57 - 64.
- [5] SOUBRA A H. Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1999, **125**(1): 59 - 68.
- [6] UKRITCHON B. Calculations of bearing capacity factor  $N_\gamma$  using numerical limit analyses[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2003, **129**(6): 468 - 474.
- [7] LYAMIN A V, SLOAN S W. Lower bound limit analysis using non-linear programming[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, **55**: 573 - 611.
- [8] KUMAR J, KHATRI V N. Effect of footing width on bearing capacity factor  $N_\gamma$  for smooth strip footings[J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 2008, **134**(9): 1299 - 1310.
- [9] GRIFFITHS D V. Computation of bearing capacity factors using finite elements[J]. Géotechnique, 1982, **32**(3): 195 - 202.
- [10] MANOHARAN N, DASGUPTA S P. Bearing capacity of surface footings by finite elements[J]. Computers & Structures, 1995, **54**(4): 563 - 586.
- [11] FRYDMAN S, BURD H J. Numerical studies of bearing capacity factor  $N_\gamma$ [J]. Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, 1997, **123**(1): 20 - 29.
- [12] 秦会来, 黄茂松. 双层地基极限承载力的极限分析上限法[J]. 岩土工程学报, 2008, **30**(4): 611 - 616. (QIN Hui-lai, HUANG Mao-song. Upper-bound method for calculating bearing capacity of strip footings on two-layer soils[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2008, **30**(4): 611 - 616. (in Chinese))