

# 土壤冻结水热耦合有限容积模拟研究

周 扬, 周国庆

(中国矿业大学深部岩土力学与地下工程国家重点实验室, 建筑工程学院, 江苏 徐州 221008)

**摘 要:** 针对土壤一维冻结水热耦合模型的数值模拟, 指出现有计算存在收敛性差、引入不必要条件等问题, 基于有限容积法, 建立了一种全隐计算格式。详细介绍了时间步长选择、特殊节点离散等问题, 模拟了石英粉及张掖壤土试样的冻结过程, 温度场及水分场的计算值与实验值基本吻合。研究表明: 已冻土区水分迁移弱, 水分重分布主要发生于未冻土区至冻结锋面, 且冻结锋面推进速度对水分迁移影响较大, 较显著的水分积累出现在冻结锋面推进缓慢时; 试样的导湿能力差异导致对计算参数冰阻抗因子敏感程度不同, 石英粉试样导湿能力强, 对阻抗因子敏感。忽略水流条件下, 水热耦合模型简化后, 得到了温度场的等效热容模型, 该模型更符合土壤介质的特点, 适用于计算低含水率土壤的冻结温度场, 而当土壤含水率高, 水分流动剧烈时, 还应考虑水分迁移对温度场的影响。

**关键词:** 冻土; 水热耦合; 有限容积法; 温度场; 等效热容

中图分类号: TU445

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2010)03-0440-07

**作者简介:** 周 扬(1982-), 男, 江苏扬州人, 博士研究生, 从事冻土物理学方面的研究。E-mail: [tod2006@126.com](mailto:tod2006@126.com)。

## Finite volume simulation for coupled moisture and heat transfer during soil freezing

ZHOU Yang, ZHOU Guo-qing

(State Key Laboratory for Geomechanics and Deep Underground Engineering, School of Architecture & Civil Engineering, China

University of Mining & Technology, Xuzhou 221008, China)

**Abstract:** For simulation of one-dimensional soil freezing process using coupled moisture and heat transfer model, problems with constringency and non-necessary conditions in the current simulations are pointed out. A new full-implicit finite volume scheme is established, and the time step and discretization of special nodes are introduced. Freezing processes of silica flour and Zhangye loam column are simulated, and the results of temperature and moisture are in agreement with the experimental data. The results show that water redistribution happens mainly between unfrozen zone and freezing front because the water flow in frozen zone is negligible, and the water accumulation behind freezing front is intense while the freezing front is moving slowly. The medium columns with different penetrabilities differ in sensitivity to ice impedance factor, and the columns with higher penetrabilities such as the silica flour column are more sensitive to the impedance factor. When the water flow is negligible, the equivalent capacity model is obtained by simplifying the Harlan's model, and its applicability for temperature calculation of soil freezing process with low moisture content is confirmed; for soil freezing process with high moisture content, the influence of water flow should be considered for temperature calculation.

**Key words:** frozen soil; coupled moisture and heat transfer; finite volume method; temperature field; equivalent capacity

## 0 引 言

寒区工程及冻结法施工均不可避免的遇到土壤的冻结<sup>[1]</sup>, 土体在冻结过程中, 伴随着冻结锋面的推进, 将会产生水分从未冻土区向冻土区的迁移, 迁移水分相变成冰产生两方面变化, 其一是释放潜热, 影响热量传递过程; 其二是体积膨胀, 造成土体的表面变形, 破坏各种建筑设施。由于土壤冻结问题的普遍性及重要性, 对其进行深入研究十分有意义。

Harlan 最早提出了描述土壤冻结过程的水热耦合模型<sup>[2]</sup>, 该模型随后被广泛应用于求解冻结过程中的

水热输运问题<sup>[3-8]</sup>。本文在分析指出现有数值模拟存在问题的基础上, 基于有限容积法提出了一种新的求解方式, 详细介绍了时间步长选择、特殊节点离散等问题, 计算了石英粉及张掖壤土试样的冻结过程, 与试验结果对比验证了模型及计算的可靠性, 研究了冰阻抗因子对水分迁移计算结果的影响, 最后探讨了土壤冻结过程中的温度场计算问题。

**基金项目:** 国家自然科学基金重点项目(50534040); 国家自然科学基金项目(40471021); 国家科技计划重点项目(2006BAB16B01)

**收稿日期:** 2008-11-20

## 1 水热耦合模型及模拟现状

### 1.1 模型方程体系

不考虑冰透镜形成、无外载、忽略气体输运及热对流的条件下, 土体一维冻结基本控制方程为<sup>[7]</sup>

$$C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( l \frac{\partial T}{\partial x} \right) + L r_i \frac{\partial q_i}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial q_u}{\partial x} \right) = \frac{\partial q_u}{\partial t} + \frac{r_i}{r_w} \frac{\partial q_i}{\partial t} - \frac{\partial K}{\partial x}. \quad (2)$$

式中  $C_v$  为土壤体积热容,  $J/(m^3 \cdot K)$ ;  $l$  为导热系数,  $W/(m \cdot K)$ ;  $L$  为相变潜热,  $J/kg$ ;  $D$  为土壤水分扩散率,  $m^2/s$ ;  $K$  为导湿系数,  $m/s$ ;  $q_u$  为体积含水率;  $q_i$  为体积含冰量;  $T$  为温度,  $K$ ;  $x$  为空间坐标 (向上为正),  $m$ ;  $t$  为时间,  $s$ 。

在冻土区中, 未冻水含量与温度之间存在唯一关系 (不考虑毛细滞后):

$$q_u = q_u(T). \quad (3)$$

式 (1) ~ (3) 构成了水热耦合模型的基本方程体系。

### 1.2 现有数值模拟存在的问题

Harlan 模型具有耦合性及非线性两大特点, 这给数值求解带来了一些困难, 文献[2~8]中进行的土壤冻结过程的数值模拟存在的问题主要包括如下两点。

#### (1) 求解方式存在问题

文献[2~5]中采用修正含冰量的方式进行计算, 即将式 (1)、(2) 离散后, 首先选取含冰量初始迭代值, 代入式 (1)、(2) 的离散方程后获得温度及含水率, 再通过式 (3) 修正获得新的含冰量迭代值, 然后将新迭代值再次代入式 (1)、(2) 的离散方程后进行反复迭代。

该求解方式本质是一种非线性方程组的迭代解法, 迭代法收敛条件是较为苛刻的, 例如线性方程组的迭代法需要其构造的迭代矩阵谱半径小于 1, 即使是数学上研究较多的雅格比迭代、高斯-塞德尔迭代等也需要系数矩阵满足附加条件才能收敛。修正含冰量这种随意自制的迭代方式是无法保证收敛的 (与时间步长、迭代初值无关), 每一步的迭代也未必对含冰量起修正作用。文献[8]中模拟给出了该计算过程中产生的振荡, 其实质是不收敛。对于文献[8]中所给出的判断含冰量修正方向的方法, 实际也不合理, 因为本单元含冰量的误差包含有邻近单元对它的影响, 因而无法判断本单元含冰量真解的方向。

#### (2) 引入了附加条件

一些文献在进行水热耦合计算中引入了不必要的附加条件, 文献[6]中的计算在整个冻土区应用了克拉贝龙方程简化, 并认为大气压下冻土中冰压力增量为零, 这两点均有较大争议, 尤其关于冰压力的假设更与刚性冰模型相悖。文献[7]中的计算假定了在每个时

间步长内含冰量保持不变, 冻土区中未冻水自由流动, 在时间步长终点多余的未冻水瞬时冻结成冰, 这实际上是强制冻土区在时间步长端点处满足联系方程式 (3), 冻土区中计算所得到的水流并非真实发生的流动。

## 2 有限容积离散格式的建立

### 2.1 方程系统变形

未冻土区含冰量为 0, 该区域方程简化为

$$\begin{cases} C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( l \frac{\partial T}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( D \frac{\partial q_u}{\partial x} \right) = \frac{\partial q_u}{\partial t} - \frac{\partial K}{\partial x}. \end{cases} \quad (4)$$

在冻土区中, 将式 (3) 代入式 (2), 与式 (1) 联立消去含冰量并简化后可以得到仅含温度变量的下式<sup>[7]</sup>:

$$(C_v + L r_w \frac{dq_u}{dT}) \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ (l + D L r_w \frac{dq_u}{dT}) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + L r_w \frac{\partial K}{\partial x}. \quad (5)$$

式 (4)、(5) 构成新的方程体系, 求解该体系可以获得未冻土中的  $q_u$ ,  $T$ , 冻土中的  $T$ , 然后冻土中的  $q_u$  通过式 (3) 获得,  $q_i$  通过式 (1) 或式 (2) 的离散格式确定。

以上分析说明水热耦合方程中  $\partial q_i / \partial t$  项带来的耦合并非真正的耦合, 通过方程变形后, 按照一定的求解次序可以实现解耦。

### 2.2 有限容积法离散

有限容积法已广泛的应用于传热及流体计算, 该法通过将守恒型的控制方程对控制容积积分获得离散方程, 文献[9]中有关于该方法的详细介绍。本文采用外节点方式布置网格, 节点编号自未冻土区向冻土区为  $1 \sim N$ , 其中  $1 \sim N_1$  为未冻土区中的节点,  $N_1+1 \sim N$  为冻土区中节点, 图 1 为下面在离散过程中需要用到的网格参数。

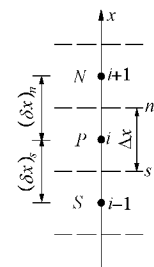


图 1 控制容积  $i$  的网格参数

Fig. 1 Grid parameters of finite volume  $i$

将式 (4) 在未冻土区中的控制容积  $i$  上及  $\Delta t$  时间内积分后化简得到

$$a_i T_{i-1}^{n+1} + b_i T_i^{n+1} + c_i T_{i+1}^{n+1} = d_i, \quad (6)$$

$$e_i (q_u)_{i-1}^{n+1} + f_i (q_u)_i^{n+1} + g_i (q_u)_{i+1}^{n+1} = h_i, \quad (7)$$

式中,  $a_i = l_s / (\delta x)_s$ ,  $c_i = l_n / (\delta x)_n$ ,  $d_i = -C_v T_i^n \Delta x / \Delta t$ ,

$$b_i = -a_i - c_i - C_s \Delta x / \Delta t; \quad e_i = D_s / (dx)_s, \quad g_i = D_n / (dx)_n, \\ f_i = -e_i - g_i - \Delta x / \Delta t, \quad h_i = -(q_u)_i^n / \Delta t + K_s - K_n。$$

对于冻土中的控制容积  $i$ ，利用式 (5) 同样可以得到

$$l_i T_{i-1}^{n+1} + m_i T_i^{n+1} + p_i T_{i+1}^{n+1} = q_i, \quad (8)$$

式中  $l_i = [D_s (dq_u / dT)_s + I_s / Lr_w] / (dx)_s$ ,

$$p_i = [D_n (dq_u / dT)_n + I_n / Lr_w] / (dx)_n,$$

$$m_i = -l_i - p_i - (dq_u / dT + C_v / Lr_w) \Delta x / \Delta t,$$

$$q_i = -(dq_u / dT + C_v / Lr_w) \Delta x T_i^n / \Delta t + K_s - K_n。$$

上述各参数中，上标  $n$  表示时间步，下标  $s, n$  分别表示  $i$  控制容积  $s$  及  $n$  界面上的参数，按文献[9]中的建议，界面上的传输参数（如  $D, I, K$ ）应取为邻近两节点的调和平均值，其余参数（如  $dq_u / dT$ ）取为算术平均值，部分文献<sup>[8]</sup>将界面上的传递参数取为算术平均值是不合理的，这样会导致界面上的传输阻力主要由传递系数大的节点决定，这是不符合传递原理的，文献[9]中有详细阐述。

### 2.3 特殊节点的离散

由于  $N_1$  节点在未冻土区，该节点上  $T$  与  $q_u$  是没有函数关系的， $dq_u / dT$  无意义，因而  $N_1+1$  节点在  $s$  界面上的  $dq_u / dT$  也无意义，该界面上  $q_u$  的梯度不能通过引入  $dq_u / dT$  的方式转化为  $T$  的梯度，而应当直接由  $N_1$  及  $N_1+1$  节点的  $q_u$  表示，由此推导的式 (5) 在  $N_1+1$  节点的离散方程为

$$A(q_u)_{N_1}^{n+1} + BT_{N_1}^{n+1} + C(q_u)_{N_1+1}^{n+1} + ET_{N_1+1}^{n+1} + FT_{N_1+2}^{n+1} = G, \quad (9)$$

式中  $A = D_s / (dx)_s$ ,  $B = I_s / Lr_w (dx)_s$ ,  $C = -D_s / (dx)_s$ ,

$$F = [D_n (dq_u / dT)_n + I_n / Lr_w] / (dx)_n,$$

$$E = -F - B - (dq_u / dT + C_v / Lr_w) \Delta x / \Delta t,$$

$$G = -(dq_u / dT + C_v / Lr_w) \Delta x T_{N_1+1}^n / \Delta t + K_s - K_n。$$

$N_1$  节点的水分方程式 (7) 及式 (9) 中均出现了  $N_1+1$  节点的未冻水含量  $(q_u)_{N_1+1}^{n+1}$ ，于是需要在  $N_1+1$  节点引入联系方程式 (3)，对于此非线性方程可以采用牛顿切线法用线性化方程代替：

$$(q_u)_{N_1+1}^{n+1} - (dq_u / dT)^* T_{N_1+1}^{n+1} = q_u^* - (dq_u / dT)^* T^*。 \quad (10)$$

式中上标\*表示上次迭代的近似值，需要指出的是，对于水热耦合模型式 (1) ~ (3)，简单正确的数学方法是直接对式 (1), (2) 进行离散，然后与式 (3) 联立，用牛顿切线法将非线性方程组转化为线性方程组，再利用直接解法或收敛的迭代法求解线性方程组。这样计算的缺点在于线性化方程较多，影响收敛速度，方程阶数高，计算耗时。

在外节点法中，边界节点 (1 与  $N$ ) 只包含半个控制容积，温度边界为第一类边界，可以直接给出；水流边界通常有开放系统及封闭系统两种方式，以 1 号节点为例，在无压差自由补水时边界条件为

$$q_{u1} = (q_u)_0, \quad (11)$$

式中，下标 0 表示初始时刻值。而对于封闭系统，需要将式 (4) 中第二式对 1 节点控制容积积分，并利用其  $s$  界面流量为 0 得到

$$H(q_u)_1^{n+1} + I(q_u)_2^{n+1} = J, \quad (12)$$

式中， $H = -2D_n / (dx)_n - \Delta x / \Delta t$ ,  $I = 2D_n / (dx)_n$ ,  $J = -\Delta x (q_u)_1^n / \Delta t - 2K_n$ 。

式 (6) ~ (10) 及边界式 (11) 或式 (12) 便构成了首批求解变量  $(q_u)_1, (q_u)_2, T_2, \dots, (q_u)_{N_1}, T_{N_1}, (q_u)_{N_1+1}, T_{N_1+1}, \dots, T_{N-1}$  的封闭线性方程组，其系数矩阵是  $(N+N_1-1)$  阶稀疏带状阵，求解后更新式 (10) 中系数进行迭代直至牛顿法收敛即可以获得首批变量的解答，牛顿切线法保证的是线性方程组向非线性方程组的收敛，而线性方程组直接求解不存在收敛性问题。再通过式 (3) 即可以获得冻土中的未冻水含量，含冰量采用式 (1) 或式 (2) 的离散格式决定，若采用式 (1)，则在边界  $N$  节点需要确定外侧虚拟节点热流，较复杂，本文采用式 (2) 的离散方程确定：

$$(q_i)_{i-1}^{n+1} = (q_i)_i^n + r_w \Delta t / (r_i \Delta x) [a(q_u)_{i+1}^{n+1} + b(q_u)_{i-1}^{n+1} + g(q_u)_i^{n+1} + \Delta x (q_u)_i^n / \Delta t - K_s + K_n], \quad (13)$$

式中， $a = D_n / (dx)_n$ ,  $b = D_s / (dx)_s$ ,  $g = -a - b - \Delta x / \Delta t$ 。

对于边界节点  $N$ ，仅包含半个控制容积，在其上积分并利用  $n$  界面流量为 0 得到

$$(q_i)_N^{n+1} = (q_i)_N^n + r_w \Delta t / (r_i \Delta x) [a(q_u)_{N-1}^{n+1} + b(q_u)_N^{n+1} + \Delta x (q_u)_N^n / \Delta t - 2K_s], \quad (14)$$

式中， $a = 2D_s / (dx)_s$ ,  $b = -a - \Delta x / \Delta t$ 。

上述计算中，方程系数采用的是  $n$  时刻值，若采用完全隐格式（即参数也采用  $n+1$  时刻值），则在按上述方法获得  $n+1$  时刻变量后需更新方程系数进行重复计算，收敛后（时间步长合理可保证）计算下一时间步。

### 2.4 时间步长的确定

计算过程中，需要对时间步长进行调节，其基本原则是在水热状态变化较快时，取时间步长较小，在水热状态变化较慢时，取时间步长较大。

冻土区与未冻土区的控制方程有本质差别，对于锋面附近节点  $N_1$ ，经过一个时间步长  $\Delta t$  后，其状态由非冻结转变为冻结，该节点在始末状态的控制方程不同，采用未冻土区的控制方程或冻土区控制方程均不能描述节点经历的实际过程，因而当  $N_1$  节点出现冻结状态改变时，还需要确定临界时间步长  $\Delta t_c$ ，即  $N_1$  节点恰好进入冻结状态的时间步长，这样才能确保离散系统与微分方程系统所描述的物理过程的一致性。

在计算过程中，若  $N_1$  节点冻结状态发生改变，此时时间步长为  $\Delta t_1$ ，则临界时间步长必然在区间  $(0, \Delta t_1)$  上，于是  $\Delta t_c$  可以采用二分法进行确定。

### 3 试验对比

#### 3.1 石英粉的水平冻结

用于对比的第一组试验是文献[4]中的石英粉(silica flour)在封闭系统中的水平冻结,此时式(4), (5)中 $\partial K/\partial x$ 不存在。试样长30 cm,初始质量含水率为15.59%,冻结进行72 h,初始温度20℃,开始冻结时暖端恒定在20℃,文献[4]以曲线形式给出冷端边界,近似为分段线性降温,冷端起始0.5 h温度恒定在0℃,0.5~1 h,降温至-5℃,1~2 h降温至-7℃,2~12 h降温至-10℃并恒定。

冻结特性曲线文献[4]中也以图形给出,可以近似以三段直线表示为

$$q_u = \begin{cases} 0.76T + 0.45, & -0.5 \leq T \leq 0, \\ 0.03T + 0.085, & -2 \leq T < -0.5, \\ 0.001T + 0.027, & T < -2. \end{cases} \quad (15)$$

由于计算中要用到导数,直线交点处需要局部光滑化,其导数为左右导数的平均值。

介质的水分扩散系数为( $\text{cm}^2/\text{s}$ )

$$D = \begin{cases} 10^{-4} \times 10^{10q_u} / I, & (q_u \geq 0.1), \\ 10^{-5} \times 10^{20q_u} / I, & (q_u < 0.1), \end{cases} \quad (16)$$

式中,冰阻抗因子 $I$ 按Taylor & Luthin建议<sup>[3]</sup>取 $10^{10q_i}$ 。

石英粉介质的体积热容为

$$C_v = r_d(C_s + 4.184w_u + 2.10w_i). \quad (17)$$

式中 $r_d$ 为干密度,  $1.33 \text{ g/cm}^3$ ;  $C_s$ 为介质骨架的质量比热,  $0.837 \text{ J/(g} \cdot ^\circ\text{C)}$ ;  $w_u$ 及 $w_i$ 分别为质量含水率及含冰量。

对于导热系数参数,文献[4]中采用了de Vries方法(详见文献[10]),但并未给出计算所采用石英与冰的形状因子,根据文献[4]所给出的离散数据,拟合得到本文计算中采用的形状因子:

$$g_a = 0.16, g_b = 0.125, g_c = 1 - g_a - g_b. \quad (18)$$

按2节中的方法,编制Matlab程序对该冻结过程进行了模拟,试算后采用空间网格步长为均匀1 mm,时间步长初始 $10^4$ 步为3 s,以后为25 s,在锋面越过节点时采用2.4中方法调节时间步长。

图2为不同时刻温度场计算与实测值的对比,两者吻合较好,冻结结束时锋面计算值比实测推进稍远,由于稳态温度场主要受导热系数分布决定,该差异应当是由于导热系数选择不完全合理造成的。

图3为不同时刻总质量含水率计算与实测值的对比。图中试验及计算结果均表明,当冻结锋面远离时,已冻土区基本不再发生水分迁移,这是由于已冻土区水分扩散系数很小造成的,冻结过程中的水分重分布可以认为主要发生于未冻土区至冻结锋面,且锋面推进速度对水分积累程度有影响,较显著的水分积累发

生在稳定锋面附近,这是由于该处水分积累时间较长造成的。

计算含水率较大的偏差出现在冷端及稳定冻结锋面处,在冷端附近,计算得到的水分场产生了较高强度的积累,而文献[4]中实验并未测量冷端1 cm附近的含水率,仔细分析冰含量计算式(13)与式(14)的差别可以看出,对于封闭边界,其过程类似于存在一虚拟外节点同时向冷端进行水分输运,因而造成了冷端积累程度高,冷端的积累现象在文献[11]试验中有介绍;在稳定冻结锋面附近,水分场计算结果偏小,这与冻结锋面的推进距离有关,计算所得到的稳定冻结锋面距离冷端比实测值较远,造成稳定锋面处积累时间短,其附近含水率积累相对实验值较少。

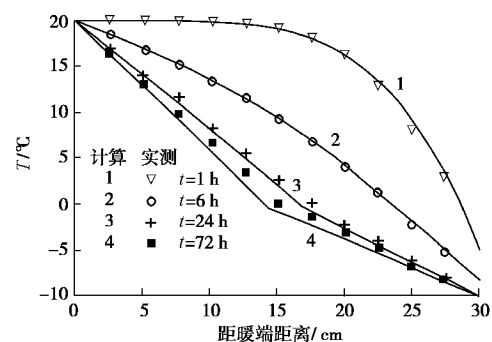


图2 温度场计算与实测值

Fig. 2 Numerical and experimental results of temperature profiles

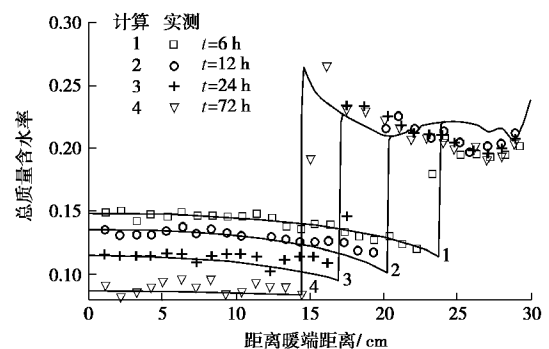


图3 水分场计算与实测值

Fig. 3 Numerical and experimental results of moisture content profiles

#### 3.2 张掖壤土的竖直冻结

另一组对比试验为文献[6]中张掖壤土自上而下封闭冻结试验,土柱高13.68 cm,干密度 $1.50 \text{ g/cm}^3$ ,初始体积含水率0.2208,饱和度49.68%,冻结进行2830 min,初始温度场及边界温度在文献[6]中以离散点的形式给出,本文在离散点之间视为线性,计算参数在文献[6]中亦有完整详细介绍,限于篇幅,本文仅列出文献[6]中以曲线形式给出的参数及与解释计算结果相关的试验条件及参数。

冻结特性曲线在文献[6]以图形给出,近似为两段

直线:

$$q_u = \begin{cases} 0.75T + 0.475, & -0.5 \leq T \leq 0, \\ 0.00526T + 0.1026, & T < -0.5. \end{cases} \quad (19)$$

张掖壤土的水分扩散系数为 ( $\text{cm}^2/\text{min}$ )

$$D = 2.03 \times G^{7.35} / I, \quad (20)$$

式中, 冰阻抗因子  $I$  同样取为  $10^{10}q$ ,  $G$  为饱和度。

文献[6]中给出的冷端边界条件在 86~367 min 由  $-2.16^\circ\text{C}$  升温至  $-1.34^\circ\text{C}$ , 在这一阶段, 可能会出现冻结锋面的退化, 计算中, 以含冰量的变化判断  $N_{i+1}$  容积是否退化为未冻结状态。

试算后采用 351 节点均匀空间网格, 时间步长初始  $10^4$  步 2 s, 以后为 15 s。

图 4 为温度场在 3 个时刻的计算值与实测值的对比, 两者吻合较好; 图 5 为实验结束时总体积含水率计算值与实测值对比, 计算结果很好的反应了水分重分布的趋势, 本文计算的水分场结果与文献[6]在距离暖端 12 cm 以内是一致的, 但在冷端附近文献[6]中计算并未出现类似曲线上  $B-C$  的积累, 由于在冷端 1.6 cm 附近没有足够多的实测点, 无法给出在这段短土柱内的水分场的变化规律, 下面从冻结锋面推进的角度解释这一计算结果。

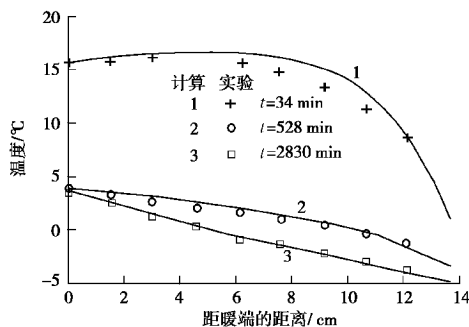


图 4 温度场计算与实测值

Fig. 4 Numerical and experimental results of temperature profiles

图 6 为计算所得到的冻结锋面的推进曲线 (以含冰量判断), 从图中可以看出, 冷端边界升温阶段并未产生锋面的退化, 但影响到了锋面推进速度, 而冻结锋面的推进速度决定了水分向锋面迁移的总时长, 对水分积累有着重要的影响, 图 6 中的  $A'-F'$  点与图 5 中  $A-F$  点在空间位置上是对应的, 图 6 中  $A'-B'$  段锋面的快速推进导致了水分向锋面处积累时长的迅速减少, 于是水分曲线出现了  $A-B$  段的陡降;  $B'-C'$  段锋面推进又迅速减慢, 于是水分曲线出现了  $B-C$  段积累程度的提高, 该阶段中出现的台阶应当是由于冻土区升温, 水阻减小造成积累程度的进一步提高;  $C'-D'$  段冻结锋面又开始快速推进, 相对应水分曲线出现了  $C-D$  段的陡降; 在  $D'-E'$  段, 冻结锋面推进速度变化较小, 在该阶段的水分积累  $D-E$  基本处于同一水平; 最后冻结锋面  $E'-F'$  段推进缓慢, 于是水分场产生了较高度度的积

累段  $E-F$ 。

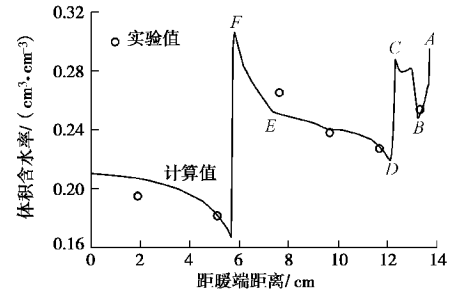


图 5 实验结束时水分场计算与实测值

Fig. 5 Numerical and experimental results of moisture content profiles in the end

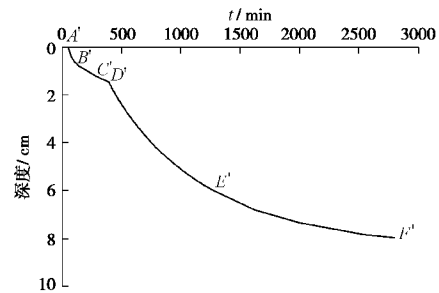


图 6 计算冻结锋面曲线

Fig. 6 Calculated curve for freezing front

### 3.3 阻抗因子的影响

Harlan<sup>[2]</sup>在最初提出并计算水热耦合模型时并未在冻土中引入阻抗因子  $I$ , Taylor & Luthin<sup>[3]</sup>发现如此会导致在冻结锋面后方水分计算结果偏高, 于是在冻土区引入  $I$ , 并给出建议值。许多机理模型 (如刚性冰模型) 学派学者对该参数提出了异议, 认为其较随意, 如何在理论上更合理的确定这一参数还需深入研究, 下面考察两种介质选取不同的  $I$  对水分迁移计算结果的影响。

图 7 为 3.1 中的石英粉试样进行 72 h 冻结后在不同阻抗因子指数下计算得到的最终水分场曲线, 单值性条件较为简单, 初始温度  $20^\circ\text{C}$ , 冻结开始后冷端线性降温 4 h 至  $-10^\circ\text{C}$  并恒定, 暖端温度恒定在  $20^\circ\text{C}$ 。从图中可以看出, 对于 3.1 节中石英粉试样, 其水分迁移受阻抗因子的影响较大, 阻抗因子越小则未冻土向冻土区的水分迁移越显著, 反应敏感。

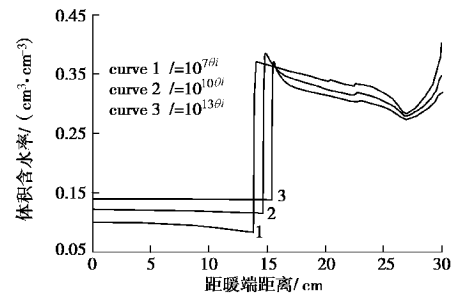


图 7 阻抗因子对石英粉试样冻结水分迁移的影响

Fig. 7 Effect of impedance factor on moisture redistribution of silica flour column during freezing

图8为3.2中的张掖壤土试样进行2830 min冻结后在选取与不选取阻抗因子条件下计算得到的最终水分场分布曲线,试样初始温度5℃,冻结开始后冷端线性降温2hr至-5℃并恒定,暖端温度恒定在5℃。从图中可以看出,选取阻抗因子 $10^{10}q_i$ 与不选取阻抗因子仅在稳定冻结锋面附近有所差异,试样其他区域基本无影响。

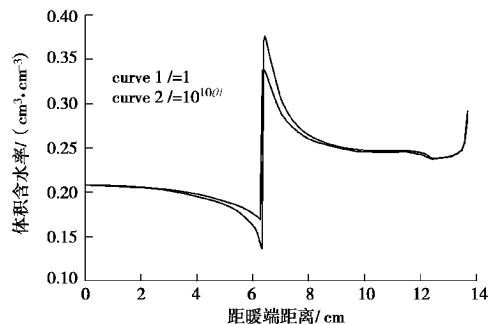


图8 阻抗因子对张掖壤土试样冻结水分迁移的影响

Fig. 8 Effect of impedance factor on moisture redistribution of Zhangye loam column during freezing

两组试样对于阻抗因子的敏感性不同,这是由两者水分扩散系数 $D$ 的差别造成的,无 $I$ 时,石英粉试样在体积含水率0.2, 0.1, 0.05时的 $D$ 分别为 $10^{-2}$ ,  $10^{-3}$ ,  $10^{-4}$  cm<sup>2</sup>/s,而相应状态下张掖壤土试样的 $D$ 分别约为 $10^{-4}$ ,  $6 \times 10^{-7}$ ,  $4 \times 10^{-9}$  cm<sup>2</sup>/s,从而阻抗因子对石英粉试样在冻结状态下 $D$ 影响的绝对数值较大,因而石英粉试样对阻抗因子较为敏感,而对张掖壤土试样在冻结状态下 $D$ 影响的绝对数值较小,因而在锋面较快推进阶段阻抗因子影响可忽略,仅在锋面推进缓慢及稳定时由于较长时间水分积累造成了一定差异。

文献[7]中提出算法对阻抗因子不敏感说法欠妥,阻抗因子是描述冰存在对冻土水分扩散阻碍作用的,该值越大,冻土区水阻越大,从而对水分迁移产生影响,该影响与数值方法无关。文献[7]中对张掖壤土的计算在最终冻结锋面附近水分也未产生差异,这应当是由于界面上 $D$ 取值不合理引起的,2.2节中已指出,若界面上 $D$ 取为算术平均值,则锋面附近两节点之间的水阻主要由 $D$ 大的未冻土侧决定,而 $D$ 小的冻土侧上无阻抗因子对锋面节点间水分传输基本无影响。

#### 4 土壤冻结温度场的计算

在土壤冻结过程中,温度场的准确计算具有重要的意义,如一些冻胀预报模式需要预先计算温度场的分布<sup>[12]</sup>,而在冻结法应用中,温度场计算是确定冻结壁强度的基础。现有文献在单独计算温度场<sup>[12-13]</sup>时,均将土壤冻结类似于普通的相变传热来求解,即认为相变潜热仅发生在了冻结锋面处,于是可采用显热容法<sup>[13]</sup>进行求解,这对于负温下持水性能较差的粗粒土

勉强适用,但对于细粒土,很低的负温下也存在未冻水,采用这种方式进行计算是不合理的,适用于土壤冻结的温度场模型应当充分考虑到不同土体在负温下的持水性能不同。

3节中分析表明,水热耦合模型基本适用于模型假设条件下的土壤冻结过程,从3.2节可以看出,对于约50%饱和度的张掖壤土,其冻结过程中未冻土段向冻土段的水分迁移总量较少,考虑到低含水率情形下土壤导湿能力较弱,假设水分不流动,则水热耦合模型式(1)、(2)简化为

$$\overline{C_v} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( l \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (21)$$

式中, $\overline{C_v}$ 为等效热容,在未冻土段即为 $C_v$ ,在冻土段为 $C_v + Lr_w \partial q_u / \partial T$ ,Harlan<sup>[2]</sup>在提出水热耦合模型时,也用到了等效热容,定义为 $C_v - Lr_i \partial q_i / \partial T$ ,在水分不发生流动时,两者等价。式(21)中的等效热容法可以单独用于温度场的计算,该法与显热容法在形式上是完全一样的,仅物性参数取值不同,且该法考虑到了土壤的冻结特性,更能反应土壤冻结的介质特点。

图9,10为采用等效热容法及水热耦合模型计算3.3节中张掖壤土试样冻结过程所得到的温度场,初始体积含水率分别为0.2及0.3。

初始含水率0.2时两种方法计算温度场偏差较小,而初始含水率0.3时两种方法计算偏差较大,尤其最终稳态温度场。这是由于前者水流较弱,最终未冻土段体积含水率计算值为15.18%~19.66%,弱水流对传热影响较小,这说明弱水流条件下应用简单的等效热容模型计算冻结温度场是完全可行的;而后者水流较强,最终未冻土段体积含水率计算值为18.56%~21.55%,强烈的水分迁移影响了温度场的分布。

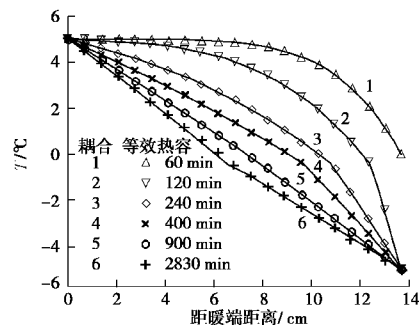


图9 初始体积含水率0.2时两种方法计算温度场对比

Fig. 9 Temperature results with initial volume water content of 0.2 from two methods

冻结过程中的水分迁移对温度场的影响主要包括两个方面:分凝相变释放了更多的潜热;水分迁移导致孔隙成分的改变,影响导热参数。前者对瞬态温度场影响较大,后者直接影响了稳态温度场分布,图10中稳态温度场的较大偏差正是由于水分重分布造成的导热系数差异所引起的。

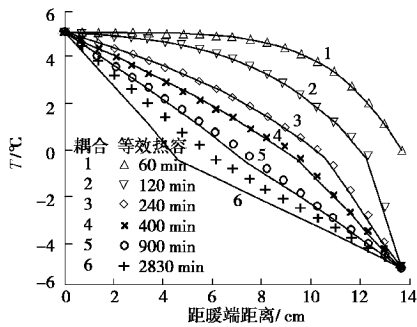


图 10 初始体积含水率 0.3 时两种方法计算温度场对比

Fig. 10 Temperature results with initial volume water content of 0.3 from two methods

## 5 结论与展望

(1) 针对土壤一维冻结水热耦合模型的数值模拟,指出了现有计算存在收敛性差、引入不必要条件等问题,采用有限容积法,合理选择求解次序解耦后建立了一种新的离散格式,详细介绍了时间步长选择,特殊节点离散等问题,计算了石英粉及张掖壤土试样在相应试验条件下的冻结过程,温度及水分场的计算结果基本与实验值吻合。

(2) 研究表明,已冻土中水分迁移弱,冻结过程中的水分重分布主要发生于未冻土区至冻结锋面,且冻结锋面推进速度对水分迁移影响较大,较显著的水分积累发生在冻结锋面推进缓慢时。试样导湿能力的差异导致其对计算参数冰阻抗因子敏感程度不同,石英粉试样导湿性能强,对阻抗因子敏感,如何从理论上更合理的确定这一参数还需深入研究。

(3) 土壤冻结的温度场模型需要充分考虑介质的特点,建议在低含水率,水分迁移较弱时,采用简化的等效热容法计算冻结温度场分布;当水流较强时,需要考虑水分重分布对温度场的影响。

(4) 本文的研究并未考虑力场的作用,在更为复杂的情形下,土壤冻结过程将是水分场、温度场、应力场的三场耦合问题,进一步的研究需另文探讨。

### 参考文献:

- [1] 陈瑞杰,程国栋,李述训,等. 人工地层冻结应用研究进展和展望[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(1): 40 - 44. (CHEN Rui-jie, CHENG Guo-dong, LI Shu-xun, et al. Development and prospect of research on application of artificial ground freezing[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2000, 22(1): 40 - 44. (in Chinese))
- [2] HARLAN R L. Analysis of coupled heat-fluid transport in partially frozen soil[J]. Water Resources Research, 1973, 9(5): 1314 - 1323.
- [3] TAYLOR G S, LUTHIN J N. A model for coupled heat and moisture transfer during soil freezing[J]. Canadian

Geotechnical Journal, 1978, 15: 548 - 555.

- [4] JAME Y W, NORUM D I. Heat and mass transfer in a freezing unsaturated porous medium[J]. Water Resources Research, 1980, 16(5): 918 - 930.
- [5] 杨诗秀,雷志栋,朱强. 土壤冻结条件下水热耦合运移的数值模拟[J]. 清华大学学报, 1988, 23(增 1): 112 - 120. (YANG Shi-xiu, LEI Zhi-dong, ZHU Qiang. Numerical simulation for coupled moisture and heat transfer during soil freezing[J]. Journal of Tsinghua University, 1988, 23(S1): 112 - 120. (in Chinese))
- [6] 胡和平,杨诗秀,雷志栋. 土壤冻结时水热迁移规律的数值模拟[J]. 水利学报, 1992(7): 1 - 8. (HU He-ping, YANG Shi-xiu, LEI Zhi-dong. A numerical simulation for heat and moisture transfer during soil freezing[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1992(7): 1 - 8. (in Chinese))
- [7] 尚松浩,雷志栋,杨诗秀. 冻结条件下水热耦合运移的数值模拟的改进[J]. 清华大学学报, 1997, 37(8): 62 - 64. (SHANG Song-hao, LEI Zhi-dong, YANG Shi-xiu. Numerical simulation improvement of coupled moisture and heat transfer during soil freezing[J]. Journal of Tsinghua University, 1997, 37(8): 62 - 64. (in Chinese))
- [8] 商翔宇,周国庆,周金生. 基于水动力学模型冻土冻胀数值模拟的改进[J]. 中国矿业大学学报, 2006, 35(6): 762 - 766. (SHANG Xiang-yu, ZHOU Guo-qing, ZHOU Jin-sheng. Numerical simulation improvement of frozen soil's frost heave with hydraulics model[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2006, 35(6): 762 - 766. (in Chinese))
- [9] 陶文铨. 数值传热学[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001. (TAO Wen-quan. Numerical heat transfer[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2001. (in Chinese))
- [10] FAROUKI O T. Thermal properties of soils[M]. Clausthal-Zellerfeld: Trans Tech Publications, 1986.
- [11] DIRKSEN C, MILLER R D. Closed-system freezing of unsaturated soil[J]. Soil Sci Soc Amer Proc, 1966, 30: 168 - 173.
- [12] 李洪升,刘增利,李南生. 基于冻土水分温度和外荷载相互作用的冻胀模式[J]. 大连理工大学学报, 1998, 38(1): 29 - 33. (LI Hong-sheng, LIU Zeng-li, LI Nan-sheng. A frost heave model based on moisture temperature and applied load interaction in frozen soils[J]. Journal of Dalian University of Technology, 1998, 38(1): 29 - 33. (in Chinese))
- [13] 商翔宇,周国庆,别小勇. 冻结土壤温度场数值模拟的改进[J]. 中国矿业大学学报, 2005, 34(2): 179 - 183. (SHANG Xiang-yu, ZHOU Guo-qing, BIE Xiao-yong. Numerical simulation improvement of freezing soil's temperature field[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2005, 34(2): 179 - 183. (in Chinese))