

一种双重孔隙介质水 - 应力耦合模型及其有限元分析

张玉军, 张维庆

(中国科学院武汉岩土力学研究所岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071)

摘要: 建立了一种双重孔隙介质水 - 应力耦合模型, 其特点是可考虑裂隙的组数、间距、方向、连通率和刚度的变化影响, 并研制出相应的二维有限元程序。在假定裂隙的渗透性与裂隙间距无关的前提下, 通过算例考察了不同的裂隙间距对双重介质岩体中的变形、主应力、孔隙水压力及裂隙水压力的作用, 并与单重介质岩体的相应情况作了对比。结果显示: 裂隙间距对双重介质岩体的位移影响很大, 但对岩体主应力及孔隙与裂隙水压力的影响很小, 岩体水压力主要取决于孔隙与裂隙的孔隙率与渗透系数。

关键词: 双重孔隙介质; 裂隙参数; 水 - 应力耦合; 模型; 有限元分析

中图分类号: P641.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-4548(2010)03-0325-05

作者简介: 张玉军(1956-), 男, 博士, 1992年毕业于同济大学结构工程专业, 现任研究员, 主要从事岩石力学与工程方面的研究工作。E-mail: yjzhang@whrsm.ac.cn。

Coupled hydro-mechanical model and FEM analyses for dual-porosity media

ZHANG Yu-jun, ZHANG We-qing

(State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan 430071, China)

Abstract: One kind of coupled hydro-mechanical model for dual-porosity media, in which the sets, spaces, angles, continuity ratios and stiffnesses of fractures can be considered, is established, and the relative two-dimensional program of finite element method is developed. Under the condition of assuming that permeability of fracture is independent of fracture space, the effects of fracture spaces on the displacements, stresses, pore pressures and fracture pressures in a dual-porosity rockmass are investigated through examples, and the cases of the dual-porosity rockmass and a single-porosity rockmass are also compared. The results show that the fracture space influences intensively on the displacements of the dual-porosity rockmass but has a small action on the stresses and pore and fracture pressures in the rockmass, and that water pressures in the rockmass mainly depend on the porosities and permeabilities of rock and fracture.

Key words: dual-porosity medium; fracture parameter; hydro-mechanical coupling; model; FEM analysis

0 引言

Biot^[1]于 1941 年提出了著名的固结理论, 用于求解单一孔隙地质介质中的水流—变形相互作用问题。然而对于裂隙岩体来说, 其组成部分的岩块与裂隙具有不同的变形与渗透特性, 在有水环境中, 水体不但通过岩块孔隙和岩体裂隙流动, 而且由于孔隙和裂隙之间存在水压差二者还产生水体交换, 同时这一现象又与岩块及裂隙的变形相耦合, 对此 Biot 理论无能为力。为了研究裂缝性多孔介质中流体流动问题, Barenblatt 等^[2]在 1960 年首先提出了均质、各向同性的双重孔隙概念, 即认为裂缝性多孔介质中的孔隙由两部分组成: 一为基质孔隙, 其孔隙率高而渗透率低, 是流体的主要储存空间; 二为裂隙孔隙, 其孔隙率低

而渗透率高, 是流体的主要流动通道。但该理论假设多孔介质为不能变形的刚体, 即无法考虑水 - 力的耦合作用。对此 Aifantis^[3]在 1980 年提出了可表现双重孔隙介质中变形与流体互动的流固耦合方程, 其后又有很多学者进行类似研究, 如 Leewis^[4]立了双重孔隙岩体中油气水三相流与固体变形的耦合模型, Elsworth^[5]给出了可计入裂隙的间距及法向刚度的双重孔隙岩体流固耦合有限元格式, 黎水泉等^[6]通过数学推导, 得到了一种双重孔隙介质的流固耦合方程, 孔亮等^[7]亦提出了一种双重孔隙介质非饱和流固耦合方程, 其经

过离散化后可以用于数值计算。这些工作均丰富和发展了双重孔隙介质模型及其解析和数值计算方法。

但在上述的成果中，还没有在双重孔隙介质模型中充分考虑裂隙的产状、几何形态，连续性及力学性质的影响。为此笔者建立了一种双重孔隙介质水-应力耦合模型，其特点是可考虑裂隙的组数、间距、方向、连通率和刚度的变化的影响，并研制出相应的二维有限元程序。在假定裂隙的渗透性与裂隙间距无关的前提下，通过算例考察了不同的裂隙间距对双重介质岩体中的变形、主应力、孔隙水压力及裂隙水压力的作用，并与单重介质岩体的相应情况作了对比，得出了若干认识。

1 双重孔隙介质水-应力耦合方程

对于图 1 所示的双重孔隙介质，笔者建立了一种水-应力耦合模型，其控制方程如下。

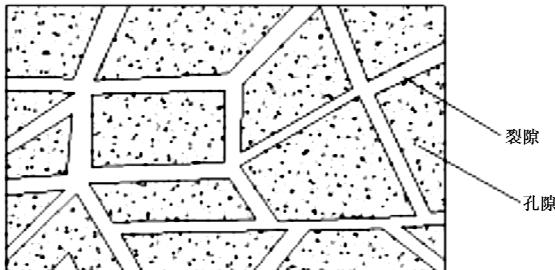


图 1 孔隙-裂隙介质

Fig. 1 Porous-fractured media

1.1 应力-应变关系

假定孔隙岩体中发育有 n 组裂隙，在整体坐标系中有（见图 2）

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{s}, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C}_R + \boldsymbol{C}_J = \boldsymbol{C}_R + \sum_{i=1}^n \boldsymbol{C}_{J_i}. \quad (2)$$

式中 \boldsymbol{e} ， \boldsymbol{s} ， \boldsymbol{C} 依次为应变矢量、总应力矢量和柔度矩阵； \boldsymbol{C}_R ， \boldsymbol{C}_J 分别为孔隙岩体和裂隙对柔度矩阵的“贡献”； \boldsymbol{C}_{J_i} 为第 i 组裂隙的柔度矩阵。

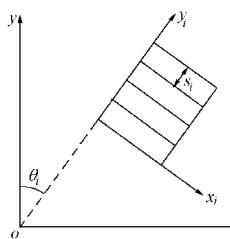


图 2 局部与整体坐标系

Fig. 2 Local and global coordinate systems

对于平面问题，有

$$\boldsymbol{C}_R = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1-m^2 & -m(1+m) & 0 \\ -m(1+m) & 1-m^2 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+m) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\boldsymbol{C}_{J_i} = \boldsymbol{L}_i \boldsymbol{C}'_{J_i} \boldsymbol{L}_i^T, \quad (4)$$

$$\boldsymbol{C}'_{J_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_i/(K_{ni}S_i) & 0 \\ 0 & 0 & l_i/(K_{si}S_i) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{L}_i = \begin{bmatrix} \cos^2 q_i & \sin^2 q_i & -2\sin q_i \cos q_i \\ \sin^2 q_i & \cos^2 q_i & 2\sin q_i \cos q_i \\ \sin q_i \cos q_i & -\sin q_i \cos q_i & \cos^2 q_i - \sin^2 q_i \end{bmatrix}. \quad (6)$$

式中 E ， m 分别为孔隙岩体的弹性模量和泊桑系数； \boldsymbol{C}'_{J_i} 为局部坐标系中的裂隙柔度矩阵； \boldsymbol{L}_i 为坐标变换矩阵； K_{ni} ， K_{si} ， l_i ， S_i 依次为裂隙的法向刚度、切向刚度、连通率和间距； q_i 为裂隙面法线与整体坐标系中 Y 轴的夹角。

而刚度矩阵与柔度矩阵的关系为

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{C}^{-1}. \quad (7)$$

1.2 应力平衡方程

认为岩体处于饱和状态，同时计入孔隙水压力和裂隙水压力及体力对应力平衡的贡献，可得

$$\int_W d\boldsymbol{e}^T D \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t} dW - \int_W d\boldsymbol{e}^T D C_R m \frac{\partial p_{w1}}{\partial t} dW - \int_W d\boldsymbol{e}^T D C_J \frac{\partial p_{w2}}{\partial t} dW - \frac{\partial f}{\partial t} = 0, \quad (8)$$

式中， p_{w1} ， p_{w2} 分别为孔隙水压力和裂隙水压力， m 为法向应力单位列阵， f 为体力。

1.3 水连续性方程

根据质量守恒原理可得出

孔隙介质

$$-\nabla^T \left\{ \frac{K_1}{m_w} \nabla p_{w1} \right\} + \bar{a} K_1 (p_{w1} - p_{w2}) + \frac{f_1}{k_w} \frac{\partial p_{w1}}{\partial t} + m^T C_R D \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t} = 0. \quad (9)$$

裂隙介质

$$-\nabla^T \left\{ \frac{K_2}{m_w} \nabla p_{w2} \right\} - \bar{a} K_1 (p_{w1} - p_{w2}) + \frac{f_2}{k_w} \frac{\partial p_{w2}}{\partial t} + m^T C_J D \frac{\partial \boldsymbol{e}}{\partial t} = 0. \quad (10)$$

上述式子中： K_1 ， K_2 分别为岩体孔隙和裂隙的渗透系数矩阵； m_w 为水的黏滞系数； \bar{a} 为取决于裂隙的开度与几何形状的参数； f_1 ， f_2 分别为孔隙和裂隙的孔隙率； k_w 为水的体积模量，其值为 2000 MPa。

2 有限元格式

2.1 空间域离散

使用 Galerkin 方法，对前述的应力平衡方程和水连续性方程进行空间域离散，整理可得

$$\left. \begin{aligned} K \frac{d\bar{u}}{dt} + C \frac{d\bar{p}_{w1}}{dt} + I \frac{d\bar{p}_{w2}}{dt} &= \frac{df}{dt}, \\ E \frac{d\bar{u}}{dt} + G \frac{d\bar{p}_{w1}}{dt} + F\bar{p}_{w1} + M\bar{p}_{w1} - M\bar{p}_{w2} &= 0, \\ P \frac{d\bar{u}}{dt} + M\bar{p}_{w2} + R \frac{d\bar{p}_{w2}}{dt} + Q\bar{p}_{w2} - M\bar{p}_{w1} &= X_0. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中

$$K = - \int_W B^T D B dW,$$

$$C = \int_W B^T D C_R m N dW,$$

$$I = \int_W B^T D C_J m N dW,$$

$$E = \int_W N^T m^T C_R D B dW,$$

$$G = \int_W N^T \frac{f_1}{k_w} N dW,$$

$$F = - \int_W (\nabla N)^T \frac{K_1}{m_w} (\nabla N) dW,$$

$$M = - \int_W N^T \frac{\bar{a} K_1}{m_w} N dW,$$

$$P = \int_W N^T m^T C_J D B dW,$$

$$R = \int_W N^T \frac{f_2}{k_w} N dW,$$

$$Q = - \int_W (\nabla N)^T \frac{K_2}{m_w} (\nabla N) dW,$$

$$df = - \int_W N^T d b dW - \int_G N^T d \hat{t} dG + \int_W B^T d s_0 dW,$$

$$X = - \int_W N^T Q_w dW - \int_G N^T q_w dG.$$

上述式子中: \bar{u} 为位移矢量; B , N 分别为单元的几何矩阵与形函数; b , \hat{t} , s_0 依次为作用在单元上的体力、面力与初应力; Q_w , q_w 分别为源汇项和边界流量项。

2.2 时间域离散

认为在每个时步 Δt 内 \bar{u} , \bar{p}_{w1} , \bar{p}_{w2} 是线性变化, 故可将式 (11) 变为如下迭代求解方程:

$$\left[\begin{array}{ccc} K & C & I \\ E & G + a(F+M)\Delta t_k & -aM\Delta t_k \\ P & -aM\Delta t_k & R + a(Q+M)\Delta t_k \end{array} \right]_{k,a} \left\{ \begin{array}{c} \bar{u} \\ \bar{p}_{w1} \\ \bar{p}_{w2} \end{array} \right\}_{t_k + \Delta t_k}$$

表 1 主要计算参数

Table 1 Main computation parameters

弹性模量 E/MPa	泊松系数 ν	岩体渗透系数 $k_1/(m^2 \cdot \text{Pa} \cdot s^{-1})$	裂隙渗透系数 $k_2/(m^2 \cdot \text{Pa} \cdot s^{-1})$	岩体孔隙率 f_1	裂隙孔隙率 f_2	裂隙法向刚度 $k_n/(MPa \cdot m^{-1})$	裂隙切向刚度 $k_s/(MPa \cdot m^{-1})$	系数 \bar{a}
100.0	0.15	0.1×10^{-10}	0.1×10^{-6}	0.1	0.05	20.0	10.0	10.0

$$= \left[\begin{array}{ccc} K & C & I \\ E & G - (1-a)(F+M)\Delta t_k & (1-a)M\Delta t_k \\ P & (1-a)M\Delta t_k & R - (1-a)(Q+M)\Delta t_k \end{array} \right]_{k,a}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{u} \\ \bar{p}_{w1} \\ \bar{p}_{w2} \end{array} \right\}_{t_k} + \left\{ \begin{array}{c} \frac{df}{dt} \\ 0 \\ X \end{array} \right\}_{k,a} \Delta t_k. \quad (12)$$

3 算例

如图 3 所示, 一饱和的双重孔隙岩体在外荷载作用下产生沉降, 此为平面应变问题。取计算域的尺寸为水平向 12 m, 垂直向 10 m, 有 800 个单元, 861 个节点。其顶面除中部 4 m 长的范围内施加有集度为 87600 Pa/m^2 的向下分布荷载外, 其余部分为位移自由且孔隙水压力 $p_{w1} = p_{w2} = 0$; 左、右侧面的水平方向位移约束且作用有静水压力 $p_{w1} = p_{w2} = g_w h$; 底面的垂直方向位移约束且为不透水边界。岩体中发育有水平及垂直两组裂隙, 其连通率均为 1。有关的计算参数见表 1。

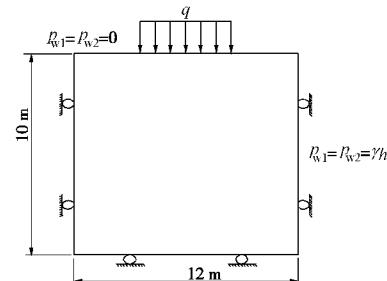


图 3 计算域的加载及边界条件

Fig. 3 Loading and boundary conditions of computation domain

现取裂隙间距依次为 $S=0.025, 0.05, 0.1 \text{ m}$, 并假定岩体的渗透性与裂隙间距无关, 计算了岩体中的位移、应力、孔隙水压力等的变化及分布情况, 其主要结果及分析如下。

图 4 为岩体顶面中点沉降与时间的关系曲线。从中看到, 对于双重介质而言, 随着裂隙间距的减小, 由于岩体的柔度增加, 使得岩体的变形加大, 并且变形趋于稳定的时间延迟。在本算例中, 由于裂隙的渗透系数比岩石孔隙的渗透系数大 4 个数量级, 水分由裂隙排出较快, 但从孔隙排出缓慢, 故在较短的时间内外荷载与孔隙与裂隙中的水压力达到了某种动态平衡, 之后岩体沉降变化很小。相比之下, 对于取用孔隙渗透系数的单重介质, 其沉降随时间呈加速发展趋势。

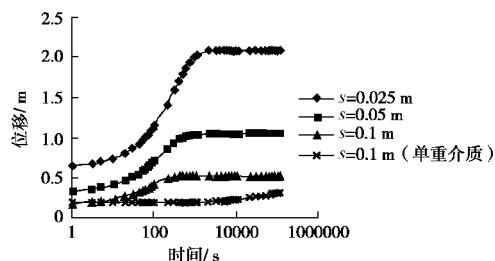
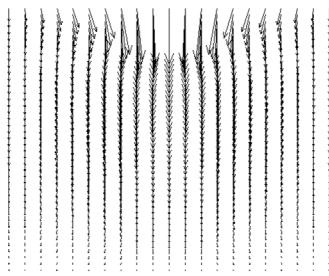


图 4 岩体顶面中点沉降与时间的关系曲线

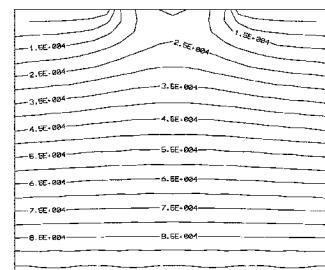
Fig. 4 Surface displacements versus time at centerline

势, 与双重介质的情况明显不同。当计算终了时, 对于 3 种裂隙间距的双重介质岩体, 其顶面中点沉降依次为 2.08, 1.04, 0.52 m, 而单重介质的相应值为 0.32 m。3 种裂隙间距的双重介质岩体中位移量值虽然差别较大, 但其分布相似, 以裂隙间距为 0.025 m 的情况为例, 计算终了时岩体中位移矢量见图 5。

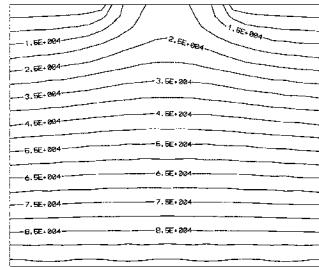
图 5 计算终了时岩体中位移矢量($S=0.025\text{ m}$)Fig. 5 Displacement vectors at computation end ($S=0.025\text{ m}$)

计算终了时, 3 种裂隙间距的双重介质岩体中水压力等值线图基本一样, 但其与单重介质的情况有明显不同。图 6、图 7 中分别是裂隙间距为 0.1 m 的双重介质及单重介质的岩体中水压力等值线图。对比双重介质的孔隙水压力与裂隙水压力的分布看出: 二者在外荷载作用边界附近有较明显的不同, 而在大部分区域差别很小。其原因在于: 作为计算的初始条件, 孔隙水压力与裂隙水压力相同, 外荷载起作用后, 其影响范围有限, 当该范围内渗透系数较大的裂隙中部分水被较迅速地排出的同时, 岩体也沉降较快, 但不久外荷载就与孔隙与裂隙水压力达到新的平衡, 岩体沉降基本不再发展, 而距离外荷载作用边界较远的区域的孔隙水压力与裂隙水压力几乎是保持原状。当计算终了时, 3 种裂隙间距的双重介质岩体, 其顶面中点的孔隙水压力依次为 26236 Pa、26235 Pa 和 26234 Pa, 裂隙水压力依次为 21896 Pa、21899 Pa 和 21886 Pa, 而单重介质中的孔隙水压力为 58386 Pa。可见在本算例, 双重介质岩体中的孔隙水压力与裂隙水压力主要取决于孔隙与裂隙的孔隙率与渗透系数, 其受裂隙的间距影响很小, 但岩体的沉降与裂隙间距的关系很大。计算终了时裂隙间距为 0.1 m 的双重介质岩体中孔隙水与裂隙水的流速见图 8。看到外荷载作用边界附近是流速呈显著变化的区域, 但裂隙水的流速要比孔隙水的流速大 2~3 个数量级, 图

中岩体顶面中点的孔隙水及裂隙水的流速分别为 $1.70 \times 10^7\text{ m/s}$ 和 $9.72 \times 10^{-4}\text{ m/s}$ 。

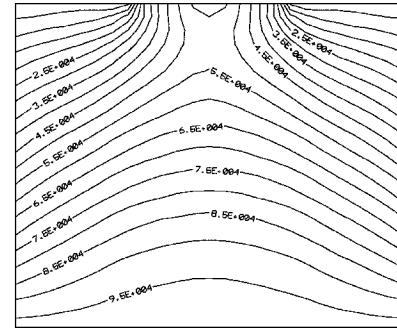


(a) 孔隙水压力



(b) 裂隙水压力

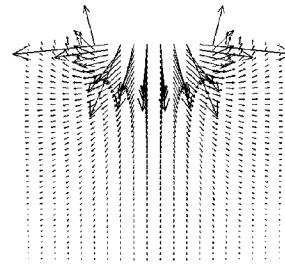
单位: Pa

图 6 计算终了时双重介质岩体中水压力等值线($S=0.1\text{ m}$)Fig. 6 Pore pressure contours in dual-porosity rockmass at computation end ($S=0.1\text{ m}$)

单位: Pa

图 7 计算终了时单重介质岩体中水压力等值线($S=0.1\text{ m}$)Fig. 7 Pore pressure contours in single-porosity rockmass at computation end ($S=0.1\text{ m}$)

计算终了时, 3 种裂隙间距的双重介质岩体中主应力等值线图亦基本相同, 但其与单重介质的情况有明显的差别。其原因在于: 在外荷载作用边界附近单重介质中的孔隙水压力比双重介质中的孔隙及裂隙水压力高得多, 前者约是后者的 2~3 倍。图 9 及图 10 分别是裂隙间距为 0.1 m 的双重介质及单重介质的岩体中主应力等值线图。



(a) 孔隙水流速矢量

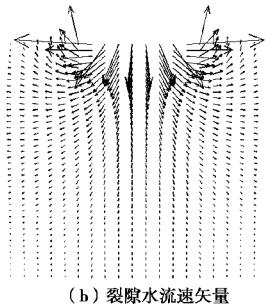


图 8 计算终了时双重介质岩体中水流速矢量($S=0.1\text{ m}$)
Fig. 8 Flow velocity vectors in dual-porosity rockmass at computation end ($S=0.1\text{ m}$)

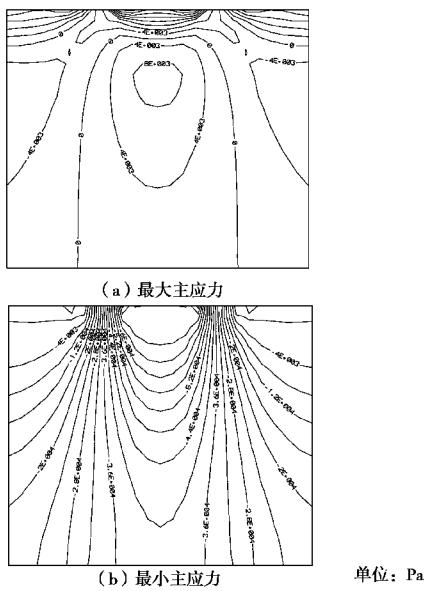


图 9 计算终了时双重介质岩体中主应力等值线($S=0.1\text{ m}$)
Fig. 9 Principal stress contours in dual-porosity rockmass at computation end ($S=0.1\text{ m}$)

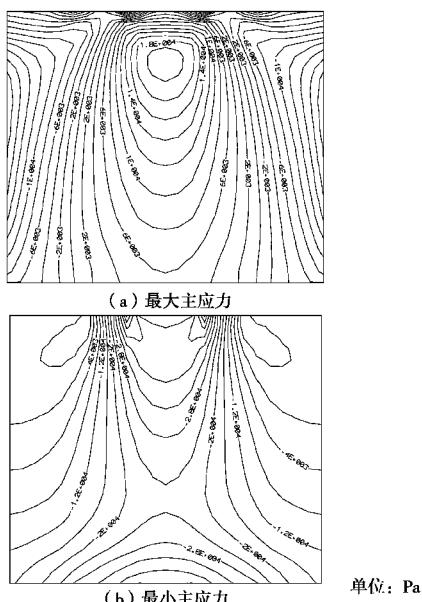


图 10 计算终了时单重介质岩体中主应力等值线($S=0.1\text{ m}$)
Fig. 10 Principal stress contours in single-porosity rockmass at computation end ($S=0.1\text{ m}$)

4 结 论

综合本文的工作, 可得出以下结论:

(1) 建立了一种双重孔隙介质的水 - 应力耦合二维模型, 其中可考虑裂隙的组数、间距、方向、连通率和刚度的变化对位移及孔隙与裂隙水压力的影响, 并开发了相应的有限元计算程序。

(2) 在认为裂隙的渗透性与裂隙间距无关的前提下, 通过算例, 考察了不同的裂隙间距对双重介质岩体中的变形、主应力、孔隙及裂隙水压力的作用。结果显示: 裂隙间距对双重介质岩体的沉降影响很大, 但对岩体主应力及孔隙与裂隙水压力的影响很小, 岩体水压力主要取决于孔隙与裂隙的孔隙率与渗透系数。

(3) 将双重介质岩体与单重介质岩体相比, 二者中的位移、应力及孔隙水压力的变化及分布有着明显的不同, 其原因在于后者的孔隙渗透系数比前者的裂隙渗透系数小几个数量级, 故二者在外荷载作用边界附近的孔隙水压力差别很大, 这也影响到了位移和应力状态。

(4) 在所进行的分析中, 尚未考虑温度因素。在下一步的工作中, 将通过改进模型, 深入研究双重孔隙介质的热 - 水 - 应力耦合作用。

参考文献:

- [1] BIOT M. General theory of three-dimensional consolidation[J]. J Appl Phys, 1941, **12**: 151 - 164
- [2] BARENBLATT G I, ZHELTOV I P, KOCHINA I N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks[J]. Prikl Mat Mekh, 1960, **24**(5): 852 - 864.
- [3] AIFANTIS E C. On the problem of diffusion in solids[J]. Acta Mech, 1980, **37**: 265 - 296.
- [4] LEIWS R W, SCHREFLER B A. The finite element method in the static and dynamic deformation and consolidation of porous media[M]. Chichester: Wiley, 1998.
- [5] ELSWORTH D, MAO B. Flow-deformation response of dual-porosity media[J]. Journal of Geotechnical Engineering, 1992, **1** **18**(1): 107 - 124.
- [6] 黎水泉, 徐秉业. 双重孔隙介质流固耦合理论模型[J]. 水动力学研究与进展, 2001, **16**(4): 460 - 466. (LI Shui-quan, XU Bing-ye. Theoretical model of fluid flow through deformable dual porosity media[J]. Journal of Hydrodynamics, 2001, **16**(4): 460 - 466. (in Chinese))
- [7] 孔亮, 王媛, 夏均民. 非饱和流固耦合双重孔隙介质模型控制方程[J]. 西安石油大学学报(自然科学版), 2007, **22**(2): 163 - 165. (KONG Liang, WANG Yuan, XIA Jun-min. Governing equations of unsaturated fluid-solid coupling in deformable dual porosity media[J]. Journal of Xi'an Shiyou University (Natural Science Edition), 2007, **22**(2): 163 - 165. (in Chinese))

第32卷 第3期
2010年 3月

岩 土 工 程 学 报
Chinese Journal of Geotechnical Engineering

Vol. 32 No. 3
Mar. 2010
