

高速列车引起的地基振动

周华飞, 蒋建群

(浙江大学建筑工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 针对高速列车引起的环境振动问题, 分别以移动线源非均布荷载和粘弹性半空间体模拟运动列车荷载和地基, 分析了高速列车引起的地基振动。首先采用积分变换法推导了移动线源非均布荷载作用下粘弹性半空间体动力响应的二维积分解析解, 包括位移、速度和加速度。然后采用 IFFT 算法和自适应数值积分算法计算二维积分, 得到了低音速、跨音速和超音速移动荷载作用下动力响应的数值结果。最后分析了荷载移动速度对动力响应最大值和分布的影响, 发现当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时, 粘弹性半空间体的动力响应出现显著变化。

关键词: 动力响应; 积分变换法; 自适应数值积分算法; IFFT 算法; 移动荷载; 粘弹性半空间体

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1000-4548(2006)12-2104-07

作者简介: 周华飞(1978-), 男, 博士, 主要从事交通引起的环境振动方面的研究。

Ground-borne vibration induced by high-speed trains

ZHOU Hua-fei, JIANG Jian-qun

(College of Civil Engineering and Architecture, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: To investigate vibrations of subground induced by high-speed trains, the viscoelastic half-space subjected to moving loads was used to model the subground under running trains. Analytical solutions for dynamic responses, including displacement, velocity and acceleration, were developed by Fourier integral transform. Coupled IFFT algorithm and adaptive quadrature algorithm was employed to compute double integrals in the analytical solutions. All the subsonic, transonic and supersonic cases were computed. The effects of velocity on the maximum responses and their distribution were discussed. It was found that the maximum and distribution of dynamic responses varied significantly as velocity increased beyond Rayleigh wave speed.

Key words: dynamic response; integral transform; adaptive quadrature algorithm; IFFT algorithm; moving load; viscoelastic half-space

0 引言

近年来, 高速列车引起的结构与地基振动问题引起了研究人员的普遍关注。列车运行时会在轨道和地基中产生冲击振动, 特别是当速度接近轨道地基系统的临界速度时, 冲击荷载所产生的能量不能在轨道和地基中及时逸散, 而积聚在车轮和轨道接触处, 使列车产生过大的振动位移, 影响列车的运行安全。

常见的地基假设是(粘)弹性半空间体, 运动列车荷载一般采用移动荷载来模拟^[1-3]。目前国内在这一领域的研究主要集中在移动荷载作用下梁、板等承载结构的动力响应研究^[4-5]。此外, 多数文献仅给出了结构或地基动力响应的积分解析解, 而响应的数值结果相对缺乏^[6]。鉴于此, 笔者^[7]在数值计算了亚音速移动集中恒载作用下弹性半空间体的稳态响应之后, 采用移动线源非均布荷载模拟经由轨道传递于地基的列车荷载, 分析该荷载作用下粘弹性半空间体的稳态响

应, 以更接近问题的实际情况。首先采用积分变换法推导移动线源非均布荷载作用下粘弹性半空间体动力响应的二维积分解析解。然后采用 IFFT 算法和自适应数值积分算法计算二维积分。最后分析荷载移动速度对动力响应最大值和分布的影响, 进而探讨粘弹性半空间体动力响应的特性和规律。

1 模型描述

1.1 地基模型

采用粘弹性半空间体模拟地基, 分析其受到 $z=0$ 表面上沿 x 轴正向匀速运动的竖向荷载时的动力响应问题, 模型如图 1 所示。采用位移解法, 均质各向同性粘弹性半空间体以位移表示的控制方程为

$$(\lambda + G)\nabla(\nabla \cdot \vec{u}) + G\nabla^2 \vec{u} + \vec{X} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (1)$$

式中 λ 和 G 为粘弹性半空间体的 Lamé 常数; $\bar{u}$ 为粘弹性半空间体的位移向量, $\bar{u} = (u(x, y, z, t), v(x, y, z, t), w(x, y, z, t))$; ∇ 为 Hamilton 算子; ∇^2 为 Laplace 算子; $\bar{X}$ 为粘弹性半空间体的体力向量, $\bar{X} = (X_x(x, y, z, t), X_y(x, y, z, t), X_z(x, y, z, t))$; ρ 为粘弹性半空间体的密度。应力边界条件为 $z = 0$:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{zz} &= -F_z, \\ \tau_{zx} &= 0, \\ \tau_{zy} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中, F_z 为粘弹性半空间体所受的 z 方向的荷载。

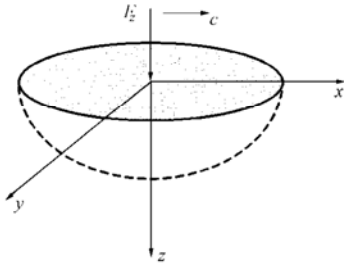


图 1 移动荷载作用下的粘弹性半空间体

Fig. 1 The viscoelastic half-space subjected to moving load

1.2 列车荷载模型

列车荷载通过轨道系统传递至地基, 本文采用移动线源非均布荷载模拟经由轨道传递于地基的列车荷载, 该荷载的空间分布函数通过模拟轨道在列车轴载作用下的变形曲线得到, 以下推导该荷载的空间分布函数。Kelvin 地基上无限长 Euler 梁在 $x = 0$ 点处单位大小的列车轴载作用下的挠度为

$$w(x) = \frac{1}{2\mu l_1} e^{-\frac{|x|}{l_1}} \left[\cos\left(\frac{|x|}{l_1}\right) + \sin\left(\frac{|x|}{l_1}\right) \right] \quad (3)$$

式中, μ 为地基刚度, l_1 为荷载纵向分布的特征长度。 l_1 计算式为

$$l_1 = \sqrt[4]{\frac{4EI}{\mu}} \quad (4)$$

式中, EI 为梁的抗弯刚度。若列车以速度 c 沿 x 轴正向匀速运动, 则 t 时刻作用于地基表面的列车荷载的纵向分布函数为

$$\begin{aligned} g(x-ct) &= \mu w(x, t) \\ &= \frac{1}{2l_1} e^{-\frac{|x-ct|}{l_1}} \left[\cos\left(\frac{|x-ct|}{l_1}\right) + \sin\left(\frac{|x-ct|}{l_1}\right) \right] \end{aligned} \quad (5)$$

图 2 描述了 $t = 0$ 时刻该荷载的纵向分布, 此时, 取 $l_1 = 0.8$ m。可见该荷载在纵向是非均布的, 故称之为线源非均布荷载。至此, 可容易得到一大大小为 p 的列车轴载传递至地基的荷载

$$\begin{aligned} F_z(x, y, t) &= \frac{p}{2l_1} e^{-\frac{|x-ct|}{l_1}} \left[\cos\left(\frac{|x-ct|}{l_1}\right) + \sin\left(\frac{|x-ct|}{l_1}\right) \right] \delta(y) \quad (6) \end{aligned}$$

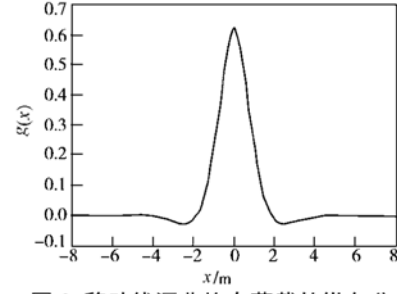


图 2 移动线源非均布荷载的纵向分布

Fig. 2 Longitudinal distribution of the elastically distributed load

2 动力响应的解析解

根据矢量场的 Helmholtz 分解, 式 (1) 的解设为

$$\bar{u} = \nabla \Phi + \nabla \times \bar{\Psi} \quad (7)$$

式中, Φ 为标量函数, $\bar{\Psi} = (\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3)$ 为矢量函数,

且 $\Psi_3 = 0$ 。将式 (7) 代入式 (1), 不计体力, 则 Φ 、 $\bar{\Psi}$ 必须满足方程:

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 \Phi - \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} &= 0, \\ \nabla^2 \bar{\Psi} - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial t^2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中, c_p 、 c_s 分别为粘弹性半空间体的纵波和横波波

速, $c_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2G}{\rho}}$, $c_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ 。

关于 x 、 y 和 t 对式 (8) 进行 Fourier 变换得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{\Phi}}{\partial z^2} - B_p^2 \bar{\Phi} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial z^2} - B_s^2 \bar{\Psi} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中, $B_{p,s}^2 = k_1^2 + k_2^2 - k_{p,s}^2$, $k_{p,s} = \frac{\omega}{c_{p,s}}$ 。式 (9) 是关于

z 的二阶常系数齐次线性常微分方程, 可解得

$$\left. \begin{aligned} \bar{\Phi} &= A_3 e^{-B_p z}, \\ \bar{\Psi}_1 &= A_1 e^{-B_s z}, \\ \bar{\Psi}_2 &= A_2 e^{-B_s z}, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式中 B_p 、 B_s 的实部大于 0, 即指数增长项应舍去, A_1 、 A_2 、 A_3 可通过应力边界条件确定。为此, 需将应力分量用 Φ 、 Ψ_1 、 Ψ_2 表示并变换到变换域, 结果如下:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{zz} &= \left[(\lambda + 2G) \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \lambda (k_1^2 + k_2^2) \right] \bar{\Phi} \\ &\quad - 2iGk_2 \frac{\partial \bar{\Psi}_1}{\partial z} + 2iGk_1 \frac{\partial \bar{\Psi}_2}{\partial z}, \\ \bar{\tau}_{zx} &= G \left[2ik_1 \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} + k_1 k_2 \bar{\Psi}_1 - \left(k_1^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \bar{\Psi}_2 \right], \\ \bar{\tau}_{zy} &= G \left[2ik_2 \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} + \left(k_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \bar{\Psi}_1 + k_1 k_2 \bar{\Psi}_2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

将式 (10) 代入式 (11), 得

$$\begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_{zz} \\ \bar{\tau}_{zx} \\ \bar{\tau}_{zy} \end{Bmatrix} = [S][H] \begin{Bmatrix} A_3 \\ A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

式中,

$$[S] = G \begin{bmatrix} 2(k_1^2 + k_2^2) - k_s^2 & 2ik_2B_s & -2ik_1B_s \\ -2ik_1B_p & k_1k_2 & -(k_1^2 + B_s^2) \\ -2ik_2B_p & (k_2^2 + B_s^2) & -k_1k_2 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} e^{-B_p z} & & \\ & e^{-B_s z} & \\ & & e^{-B_s z} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

将式 (2) 的 Fourier 变换式代入式 (12) 等号左边, 并令等号右边 $z=0$, 可得

$$[S] \begin{Bmatrix} A_3 \\ A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\bar{F}_z \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (15)$$

式 (15) 是关于 A_1 、 A_2 、 A_3 的代数方程组, 解得

$$\begin{Bmatrix} A_3 \\ A_1 \\ A_2 \end{Bmatrix} = -\frac{\bar{F}_z}{G\Delta} \begin{Bmatrix} 2(k_1^2 + k_2^2) - k_s^2 \\ 2ik_2B_p \\ -2ik_1B_p \end{Bmatrix}, \quad (16)$$

式中, $\Delta = (k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)^2 - 4B_pB_s(k_1^2 + k_2^2)$ 。

将式 (16) 代入式 (10) 可得变换域中的势函数, 代入位移的 Fourier 变换式得变换域中的位移, 即

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= \frac{i\bar{F}_z}{G\Delta} \left[-k_1(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)e^{-B_p z} + 2k_1B_pB_s e^{-B_s z} \right], \\ \bar{v} &= \frac{i\bar{F}_z}{G\Delta} \left[-k_2(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)e^{-B_p z} + 2k_2B_pB_s e^{-B_s z} \right], \\ \bar{w} &= \frac{\bar{F}_z}{G\Delta} \left[B_p(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)e^{-B_p z} - 2B_p(k_1^2 + k_2^2)e^{-B_s z} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

至此, 得到了变换域中的位移, 由位移即可推导出速度和加速度等。本文仅以竖向速度和竖向加速度为例进行说明, 推导过程省略得

$$\bar{w} = \frac{i\omega\bar{F}_z}{G\Delta} \left[B_p(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)e^{-B_p z} - 2B_p(k_1^2 + k_2^2)e^{-B_s z} \right], \quad (18)$$

$$\bar{\ddot{w}} = -\frac{\omega^2\bar{F}_z}{G\Delta} \left[B_p(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2)e^{-B_p z} - 2B_p(k_1^2 + k_2^2)e^{-B_s z} \right]. \quad (19)$$

将荷载的 Fourier 变换式代入式 (17) ~ (19) 后进行 Fourier 逆变换后即可得到粘弹性半空间体在该荷载作用下的位移、速度和加速度。限于篇幅, 本文仅分析移动线源非均布恒载, 其 Fourier 变换式为

$$\bar{F}_z = \frac{8\pi p}{4 + k_1^4 l_1^4} \delta(\omega + ck_1). \quad (20)$$

将式 (20) 代入式 (17) 后进行 Fourier 变换可得移动线源非均布恒载作用下粘弹性半空间体的位移为

$$u = \frac{ip}{\pi^2 G} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{4 + k_1^4 l_1^4} \left[2k_1B_pB_s e^{-B_p z} - k_1(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2) e^{-B_p z} \right] e^{i(k_1(x-ct) + k_2 y)} dk_1 dk_2, \quad (21)$$

$$v = \frac{ip}{\pi^2 G} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{4 + k_1^4 l_1^4} \left[2k_2B_pB_s e^{-B_p z} - k_2(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2) e^{-B_p z} \right] e^{i(k_1(x-ct) + k_2 y)} dk_1 dk_2, \quad (22)$$

$$w = \frac{p}{\pi^2 G} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\Delta} \frac{1}{4 + k_1^4 l_1^4} \left[-2B_p(k_1^2 + k_2^2) e^{-B_p z} + B_p(k_1^2 + k_2^2 + B_s^2) e^{-B_p z} \right] e^{i(k_1(x-ct) + k_2 y)} dk_1 dk_2, \quad (23)$$

式中, $B_{p,s}^2 = (1 - \theta_{p,s}^2)k_1^2 + k_2^2$ 。注意到单位脉冲函数具有相似性质, 即

$$\delta(\omega + ck_1) = \frac{1}{c} \delta\left(k_1 + \frac{\omega}{c}\right), \quad (24)$$

故式 (21) 可改写为关于 k_2 、 ω 的积分。为了体现表现形式的多样性, 本文将竖向速度和竖向加速度表示为 k_2 、 ω 的积分, 推导过程省略, 最终结果如下:

$$\dot{w} = \frac{ip}{\pi^2 Gc} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega}{\Delta} \frac{1}{4 + (l_1\omega/c)^4} \left[-2B_p \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k_2^2 \right) e^{-B_p z} + B_p \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k_2^2 + B_s^2 \right) e^{-B_p z} \right] e^{i(k_2 y + \omega(t - \frac{x}{c}))} dk_2 d\omega, \quad (25)$$

$$\ddot{w} = -\frac{p}{\pi^2 Gc} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega^2}{\Delta} \frac{1}{4 + (l_1\omega/c)^4} \left[-2B_p \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k_2^2 \right) e^{-B_p z} + B_p \left(\frac{\omega^2}{c^2} + k_2^2 + B_s^2 \right) e^{-B_p z} \right] e^{i(k_2 y + \omega(t - \frac{x}{c}))} dk_2 d\omega, \quad (26)$$

式中, $B_{p,s}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} + k_2^2 - k_{p,s}^2$, $k_{p,s}^2 = \frac{\omega^2}{c_{p,s}^2}$ 。

3 动力响应的数值结果

粘弹性半空间体动力响应的二维积分解析解, 但均是广义无穷积分, 无法直接用于解决实际工程问题, 为此必须将此解析解数值化。由于解析解均是广义无穷积分, 且被积函数包含复指数函数, 即往往存在振荡性。因此, 确定被积函数的积分限、解决被积函数的振荡性是进行数值计算时必须解决的问题, 这或许许多已有工作未给出数值结果的原因。笔者通过将积分函数图形化确定了无穷积分的积分限, 通过自适应数值积分算法解决了被积函数的振荡性, 最终得到了粘弹性半空间体动力响应的数值结果。数值计算所需参数的取值见表 1 和表 2。荷载移动速度均采用与横波波速的比值来叙述, 即 $\theta = c/c_s$ 。

表 1 地基、板以及荷载参数

Table 1 Properties of the foundation and plate				
$G/(\text{N}\cdot\text{m}^{-2})$	$\rho/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	ν	ζ	p/N
2.0×10^7	2000	0.25	0.02	10.5×10^3

表 2 地基的 Rayleigh 波、横波和纵波波速

Table 2 Wave speeds in the foundation		
$c_R/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$c_S/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	$c_P/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
92	100	173.2

3.1 粘弹性半空间体的竖向位移

图 3 描述了 $t = 0$ 时刻（荷载正位于坐标原点处）粘弹性半空间体 $z = 1\text{ m}$ 平面内的竖向位移, 分析了亚音速、跨音速和超音速情况。可见, 低速与高速移动线源非均布恒载作用下的竖向位移存在显著差异。

当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时, 竖向位移关于 $x = 0$ 平面基本上是对称的, 而图 3 (a) 所呈现的不完全对称性可归因于阻尼的缘故。其实, 无阻尼时, 竖向位移关于 $x = 0$ 平面是完全对称的, 限于篇幅, 本文未给出无阻尼时竖向位移的相应结果。

当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时, 竖向位移关于 $x = 0$ 平面不再对称, 呈现出一个明显的特点: 对于荷载作用点前方与其纵向距离相等的各点而言, 竖向位移的最大值并不出现在荷载的运动路径上, 而是出现在荷载运动路径的两侧。且随着与荷载作用点纵向距离的增大, 竖向位移最大值点与荷载作用点之间的横向距离越大, 即越偏离荷载的运动路径。

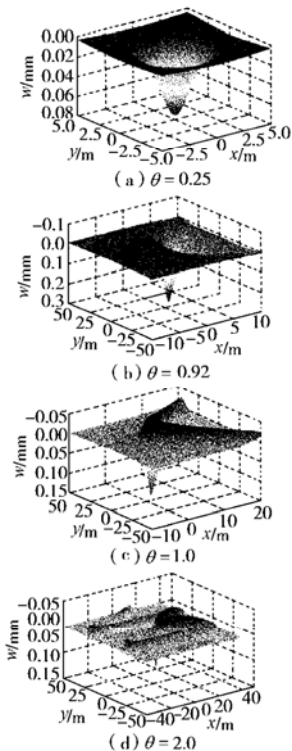


图 3 平面内的竖向位移
Fig. 3 Vertical displacement

为能更清晰地了解荷载移动速度对竖向位移空间分布的影响, 本文还分析了竖向位移的纵向和横向分布 (通过该平面内竖向位移最大值点), 结果如图 4、5 所示。

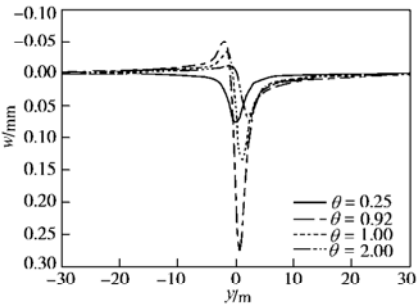


图 4 $z = 1\text{ m}$ 平面上竖向位移的横向分布
Fig. 4 Distribution of vertical displacement at $z = 1\text{ m}$ along y -axis

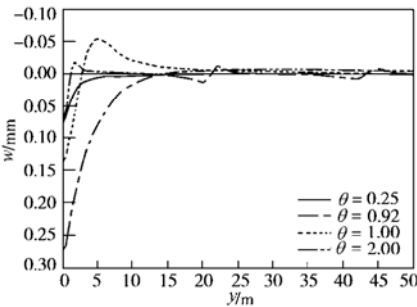


图 5 平面上竖向位移的横向分布
Fig. 5 Distribution of vertical displacement along y -axis

(1) 荷载移动速度对竖向位移最大值的影响并不是单调递增或递减的, 当 $\theta = 0.92$ 时, 竖向位移最大值达到极大值。

(2) 荷载移动速度对荷载纵向影响范围的影响并不是单调递增或单调递减的: 当速度小于 Rayleigh 波速时, 纵向影响范围随速度的增大而扩大, 且荷载作用点前后的影响范围基本相当; 当速度大于 Rayleigh 波速时, 速度对纵向影响范围的影响较轻微。此外, 还呈现一个明显特点, 即荷载对其作用点后方的影响范围随速度的增大而减小。

(3) 对于稳态响应问题, 某点竖向位移的时程曲线与某时刻竖向位移的纵向分布是相似的。限于篇幅, 本文仅分析了竖向位移的空间分布。

(4) 荷载移动速度对荷载横向影响范围的影响并非单调递增或单调递减的: 当速度小于 Rayleigh 波速时, 横向影响范围随速度的增大而扩大; 当速度大于 Rayleigh 波速时, 速度对横向影响范围的影响较轻微。

(5) 荷载移动速度对竖向位移波动性质的影响是单调递增的, 但对纵向和横向波动性质的影响力不同: 速度对横向波动性质的影响力大于其对纵向波动性质的影响力。

3.2 粘弹性半空间体的纵向位移

图 6 描述了 $t = 0$ 时刻粘弹性半空间体 $z = 1$ 平面内的纵向位移, 分析了亚音速、跨音速和超音速情况。相对而言, 粘弹性半空间体在相同大小、相同速度的

移动线源非均布恒载作用下的纵向位移远小于竖向位移。其实,笔者也计算了该荷载作用下的横向位移,相对于竖向位移和纵向位移而言,它远远小于两者,限于篇幅,本文未给出横向位移的相关结果。可见,粘弹性半空间体在低速与高速移动线源非均布恒载作用下的纵向位移存在显著差异。

当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时,纵向位移关于 $x = 0$ 平面基本上是反对称的,图 6(a) 所呈现的不完全反对称性可归因于阻尼的缘故。其实,无阻尼时,纵向位移关于 $x = 0$ 平面是完全反对称的,限于篇幅,本文未给出无阻尼时纵向位移的相应结果。

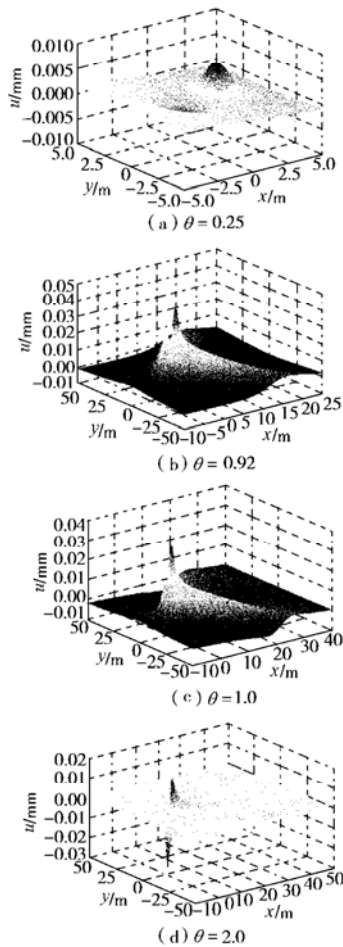


图 6 平面内的纵向位移

Fig. 6 Distribution of longitudinal displacement

当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时,纵向位移关于 $x = 0$ 平面不再反对称,且与竖向位移相似,也呈现出一个类似的特点:对于荷载作用点前方与其纵向距离相等的各点而言,纵向位移的最大值并不出现在荷载的运动路径上,而是出现在荷载运动路径的两侧。且随着与荷载作用点纵向距离的增大,纵向位移最大值点与荷载作用点之间的横向距离越大,即越偏离荷载的运动路径。

本文以纵向位移的纵向和横向分布(均通过该平

面内纵向位移的最大值点)为分析对象,比较了不同速度下纵向位移空间分布的差异。纵向位移的横向分布与竖向位移的横向分布相似,本文仅给出了纵向位移的纵向分布,结果如图 7 所示。

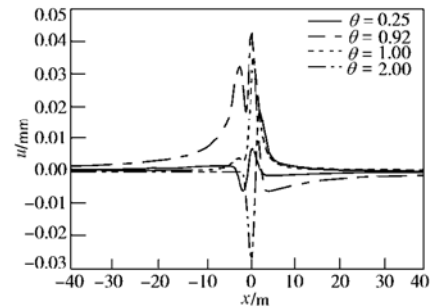


图 7 平面上纵向位移的纵向分布

Fig. 7 Distribution of longitudinal displacement along x-axis

荷载移动速度对纵向位移最大值的影响并不是单调递增或递减的。 $\theta = 0.92$ 时,纵向位移的最大值达到极大值。

当荷载移动速度较小时,纵向位移仅出现一个波峰;随着速度的逐渐增大,纵向位移出现两个显著的紧挨着的波峰;随着速度的继续增大,第一个波峰又逐渐消失。

荷载移动速度对荷载纵向影响范围的影响并不是单调递增或单调递减的:当速度小于 Rayleigh 波速时,纵向影响范围随速度的增大而扩大,且荷载作用点前后的影响范围基本相当;当速度大于 Rayleigh 波速时,速度对纵向影响范围的影响较轻微。此外,还呈现出一个明显特点,即荷载对其作用点后方的影响范围随速度的增大而减小。

与竖向位移相似,荷载移动速度对荷载横向影响范围的影响也不是单调递增或递减的:当速度小于 Rayleigh 波速时,横向影响范围随速度的增大而扩大;当速度大于 Rayleigh 波速时,对横向影响范围的影响较轻微。

荷载移动速度对纵向位移波动性质的影响是单调递增的,即纵向位移的波动性质随着速度的增大而越来越明显。但速度对纵向位移的纵向和横向波动性质的影响力是不同的:速度对纵向位移横向波动性质的影响力大于其对纵向波动性质的影响力。

对于粘弹性半空间体的稳态响应问题,某点纵向位移的时程曲线与某时刻纵向位移的纵向分布是相似的,它们是同一问题的两个不同表现方式。限于篇幅,本文仅分析了纵向位移的空间分布。

3.3 粘弹性半空间体的竖向速度

图 8 描述了粘弹性半空间体(0, 0, 1)点竖向速度的时程曲线,分析了亚音速、跨音速和超音速情况。粘弹性半空间体在低速与高速移动线源非均布恒载作

用下的竖向速度存在显著差异。

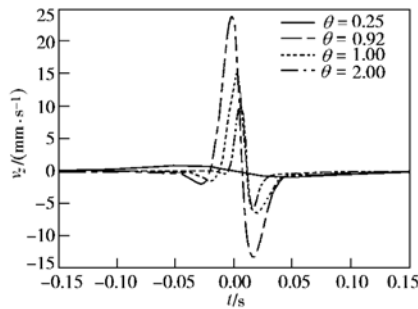


图 8 (0, 0, 1) 点的竖向速度

Fig. 8 Vertical velocity at observation point (0, 0, 1)

当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时, 竖向速度关于 $t=0$ 时刻 (荷载正位于该点正上方) 基本上是对称的, 且在 $t=0$ 前后的振动持续时间相当, 它所呈现的不完全反对称性可归因于阻尼的缘故。其实, 无阻尼时竖向速度关于 $t=0$ 时刻是完全反对称的, 限于篇幅, 本文未给出无阻尼时竖向速度的相应结果。

当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时, 竖向速度关于 $t=0$ 时刻不再具有反对称性。此外, 还呈现一个明显的特点: 竖向速度在 $t=0$ 时刻之后的振动持续时间大于其在 $t=0$ 时刻之前的振动持续时间, 且随着荷载移动速度的增大, 该特点越来越明显。

当荷载移动速度较小时, 竖向速度在荷载到达该点时刻之前就达到最大值, 而当荷载移动速度较大时, 竖向速度在荷载到达该点时刻之后才达到最大值。即随着荷载移动速度的增大, 竖向速度达到最大值的时刻不断滞后。

荷载移动速度对竖向速度振动持续时间的影响是单调递减的, 即持续时间随荷载移动速度的增大而越来越短。

3.4 粘弹性半空间体的竖向加速度

图 9 描述了粘弹性半空间体 (0, 0, 1) 点竖向加速度的时程曲线, 分析了亚音速、跨音速和超音速情况。可见, 粘弹性半空间体在低速与高速移动线源非均布恒载作用下的竖向加速度存在显著差异。

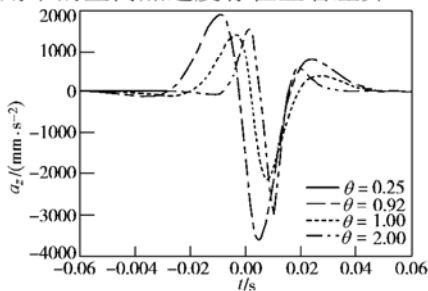


图 9 (0, 0, 1) 点的竖向加速度

Fig. 9 Vertical acceleration at observation point (0, 0, 1)

当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时, 竖向加速度关于 $t=0$ 时刻基本上是对称的, 且在 $t=0$ 时刻前

后的振动持续时间相当, 而它们所呈现的不完全对称性可归因于阻尼的缘故。其实, 在无阻尼时, 竖向加速度关于 $t=0$ 时刻是完全对称的, 限于篇幅, 本文未给出无阻尼时竖向加速度的相应结果。

当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时, 竖向加速度关于 $t=0$ 时刻不再具有对称性。此外, 还呈现一个明显的特点: 竖向加速度在 $t=0$ 时刻之后的振动持续时间大于其在 $t=0$ 时刻之前的振动持续时间, 且随着荷载移动速度的增大, 该特点越来越明显。

当荷载移动速度较小时, 竖向加速度在荷载到达该点时刻之前就达到最大值, 而当荷载移动速度较大时, 竖向加速度在荷载到达该点时刻之后才达到最大值, 即随着荷载移动速度的增大, 竖向加速度达到最大值的时刻不断滞后。

荷载移动速度对竖向加速度振动持续时间的影响是单调递减的, 即持续时间随着荷载移动速度的增大而越来越短。

3.5 荷载移动速度对动力响应最大值的影响

图 10 描述了荷载移动速度对纵向位移、竖向位移、竖向速度和竖向加速度最大值的影响。

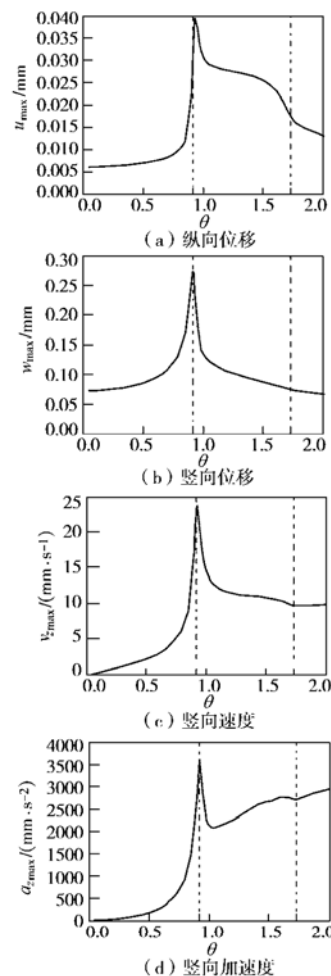


图 10 荷载移动速度对动力响应最大值的影响

Fig. 10 Variation of maximum responses with velocity

当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时, 其对各个

动力响应最大值的影响是相似的:随着速度从零逐渐增大,它们的最大值也随之逐渐增大;当速度接近 Rayleigh 波速时,它们的最大值随速度的增大而急剧增大,且在 Rayleigh 波速附近达到一个极大值。

当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时,其对各个动力响应最大值的影响是不同的:对于纵向位移、竖向位移和竖向速度,当速度大于 Rayleigh 波速后,它们的最大值随着速度的增大而不断减小,直至 $\theta = 2.0$ 。对于竖向加速度,当速度大于 Rayleigh 波速后,它的最大值一开始随着速度的增大而迅速减小,并达到一个极小值;当跨越该极小值后,随着速度的增大,它的最大值的随着速度的增大而增大,直至 $\theta = 2.0$ 。

4 结 语

(1)粘弹性半空间体在低速与高速移动线源非均匀恒载作用下的竖向和纵向位移均存在显著差异:当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速且无阻尼时,竖向和纵向位移关于 $x = 0$ 平面分别是完全对称和反对称的;当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时,竖向位移关于 $x = 0$ 平面不再具有对称性或反对称性,此外,还呈现一个明显的特点,即对于荷载作用点前方与其纵向距离相等的各点而言,竖向和纵向位移的最大值并不出现在荷载的运动路径上,而是出现在荷载运动路径的两侧。且随着与荷载作用点纵向距离的增大,竖向和纵向位移最大值点与荷载作用点之间的横向距离越大,即越偏离荷载的运动路径。

(2)低速与高速移动线源非均匀恒载作用下粘弹性半空间体的竖向速度和加速度均存在显著差异:当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速且无阻尼时,竖向速度和加速度关于 $t = 0$ 时刻分别是完全反对称和对称的,且在 $t = 0$ 时刻前后的振动持续时间相当;当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时,竖向速度和加速度关于 $t = 0$ 时刻不再具有反对称性或对称性。此外,还呈现一个明显的特点:竖向速度和加速度在 $t = 0$ 时刻后的振动持续时间大于其在 $t = 0$ 时刻前的振动持续时间,且随着荷载移动速度的增大,该特点越来越明显。

(3)当荷载移动速度小于 Rayleigh 波速时,其对各个动力响应最大值的影响是相似的:随着速度从零逐渐增大,它们的最大值也随之逐渐增大;当速度接近 Rayleigh 波速时,它们的最大值随速度的增大而急剧增大,且在 Rayleigh 波速附近达到一个极大值。

(4)当荷载移动速度大于 Rayleigh 波速时,其对各个动力响应最大值的影响是不同的:对于纵向位移、竖向位移和竖向速度,当速度大于 Rayleigh 波速后,它们的最大值随着速度的增大而不断减小,直至 $\theta = 2.0$ 。对于竖向加速度,当速度大于 Rayleigh 波速后,它的最大值一开始随着速度的增大而迅速减小,并达到一个极小值;当跨越该极小值后,随着速度的增大,它的最大值的随着速度的增大而增大,直至 $\theta = 2.0$ 。

参考文献:

- [1] EASON G. The stresses produced in a semi-infinite solid by a moving surface force [J]. International Journal of Engineering Sciences, 1965, 2: 581 - 609.
- [2] FRÝBA L. Vibration of solids and structures under moving loads [M]. London: Thomas Telford, 1999: 1 - 499.
- [3] HUNG H H, YANG Y B. Elastic waves in visco-elastic half-space generated by various vehicle loads [J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2001, 21: 1 - 17.
- [4] 郑小平, 王尚文, 陈白屏. 弹性地基上无限长梁动力问题的一般解[J]. 应用数学和力学, 1991, 12(7): 593 - 597. (ZHENG Xiao-ping, WANG Shang-wen, CHEN Bai-ping. General solution for dynamical problem of infinite beam on an elastic foundation [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1991, 12(7): 593 - 597.)
- [5] 孙 璐, 邓学钧. 运动负荷下粘弹性 Kelvin 地基上无限大板的稳态响应[J]. 岩土工程学报, 1997, 19(2): 14 - 22. (SUN Lu, DENG Xue-jun. Steady response of infinite plate on viscoelastic Kelvin foundation to moving load [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1997, 19(2): 14 - 22.)
- [6] 孙 璐. 运动车辆随机荷载及其激励下地面的动力响应的理论研究[D]. 南京:东南大学, 1996: 1 - 16. (SUN Lu. Theoretical research on moving vehicle random loads and dynamic response of terrain under traveling arbitrary excitation [D]. Nanjing: Southeast University, 1996: 1 - 16.)
- [7] 周华飞, 蒋建群, 张土乔. 弹性半空间体在移动集中荷载作用下的稳态响应[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 440 - 444. (ZHOU Hua-fei, JIANG Jian-qun, ZHANG Tu-qiao. Steady-state response of an elastic half-space under a moving point load[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26(4): 440 - 444.)